



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG



PROFMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

PROGRAMAÇÃO EM MATLAB COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

VALTERLAN OLIVEIRA DA COSTA

São Luís - MA
2026

PROGRAMAÇÃO EM MATLAB COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

VALTERLAN OLIVEIRA DA COSTA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Santana Lima.

Coorientador: Prof. Dr. Carlos André Boguea Pereira.

São Luís - MA
2026

Costa, Valterlan Oliveira da
Programação em MATLAB como recurso didático para o ensino
de cônicas no ensino médio / Valterlan Oliveira da Costa.
- São Luís, MA, 2026.
101f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT) - Universidade Estadual do Maranhão, 2026.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Santana Lima
Coorientador: Prof. Dr. Carlos André Bogéa Pereira
1. Matlab. 2. Cônicas. 3. Sequência Didática.
4. Pensamento Computacional.

CDU 519.6:373.5

PROGRAMAÇÃO EM MATLAB COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

VALTERLAN OLIVEIRA DA COSTA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Santana Lima.

Coorientador Prof. Dr. Carlos André Boguea Pereira.

Aprovada em: 30 de Julho de 2026.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **FERNANDO SANTANA LIMA**
Data: 05/08/2026 12:34:48-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Fernando Santana Lima - UEMA
Orientador

Documento assinado digitalmente
 **SERGIO NOLETO TURIBUS**
Data: 05/08/2026 10:03:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Sérgio Noleto Turibus - UEMA
Membro da Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **VALESKA MARTINS DE SOUZA**
Data: 05/08/2026 10:19:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Valeska Martins de Souza - UFMA
Membro da Banca Examinadora

São Luís - MA
2026

Dedico esse trabalho a minha amada família e, evidentemente, a Deus que fez todas as coisas e me permitiu chegar até a este momento e à conclusão desta pesquisa.

Agradecimentos

Primeiramente rendo graças a Deus por sua inesgotável misericórdia. Ele me concedeu saúde, força e a perseverança necessárias para superar os desafios e as longas jornadas de dedicação que culminaram nesta conquista. Sem sua força e vontade divina a realização deste sonho não seria possível.

Meu profundo apreço aos meus professores do programa de Mestrado em Matemática PROFMAT da Universidade Estadual do Maranhão, em especial aos professores doutores Sergio Noleto Turibus e João Coelho Silva Filho, instrumentos de Deus no momento mais difícil desta caminhada, e também aos meus orientadores, Professor Doutor Fernando Santana e Professor Doutor Carlos André Bogéa Pereira, pelas suas inestimáveis orientações e ensinamentos valiosos.

Por fim, mas não menos importante, à minha amada família pelo amor incondicional, apoio irrestrito e por acreditarem em mim em todos os momentos. A eles, meu eterno muito obrigado.

RESUMO

Considerando a dificuldade que alguns estudantes relatam em associar expressões matemáticas às suas representações geométricas, esta dissertação tem como objetivo desenvolver e avaliar a eficácia de uma proposta didática baseada na programação e visualização de gráficos via software MATLAB, visando aprimorar a compreensão dos conceitos de cônicas no ensino médio. Embora o enfoque da geometria analítica tenha sido reduzido na educação básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) incentiva o desenvolvimento do pensamento computacional e da cultura digital — contexto no qual o aprendizado de uma linguagem de programação objetivando o estudo de matemática se alinha perfeitamente. Dessa maneira, este estudo realiza uma revisão bibliográfica sobre o ensino de cônicas e a introdução à programação computacional no ambiente MATLAB, apresentando em seguida uma sequência didática focada na construção de gráficos por meio de algoritmos elaborados pelos próprios alunos sob mediação docente. Por fim, a proposta é aplicada em duas turmas da rede pública do Estado do Maranhão, analisando-se a percepção dos participantes quanto aos ganhos de aprendizagem proporcionados pela metodologia.

Palavras-chave: MATLAB, Cônicas, Sequência Didática, Pensamento Computacional.

ABSTRACT

Considering the difficulty that some students report in associating mathematical expressions with their geometric representations, this dissertation aims to develop and evaluate the effectiveness of a pedagogical proposal based on programming and graphic visualization via MATLAB software, aiming to improve the understanding of conic sections concepts in high school. Although the focus on analytic geometry has been reduced in basic education, the National Common Curricular Base (BNCC) encourages the development of computational thinking and digital culture — a context in which learning a programming language for the purpose of studying mathematics aligns perfectly. Thus, this study conducts a literature review on the teaching of conic sections and the introduction to computer programming in the MATLAB environment, followed by a pedagogical sequence focused on constructing graphs through algorithms developed by the students themselves under teacher mediation. Finally, the proposal is applied in two public school classrooms in the State of Maranhão, analyzing the participants' perception regarding the learning gains provided by this methodology.

Keywords: MATLAB, Conics. Didactic Sequence. Computational Thinking.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
2	UMA REVISÃO DE LITERATURA	17
3	TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	22
3.1	Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática	22
3.2	Programação como Ferramenta de Ensino de Matemática	23
3.2.1	Alguns Softwares e Linguagens de Programação	25
4	FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS E COMPUTACIONAIS	30
4.1	Cônicas	30
4.1.1	Importância do Estudo das Cônicas	30
4.1.2	Obtenção das Cônicas	30
4.1.3	Equações Canônicas, Equações Paramétricas e Gráficos das Cônicas	34
4.2	Software MATLAB	46
4.2.1	O Ambiente MATLAB	47
4.2.2	Comandos Básicos	48
4.2.3	Programação em MATLAB	50
4.2.4	Obtenção de Gráficos no MATLAB	54
5	APLICAÇÃO DO MATLAB NO ENSINO DE CÔNICAS	57
5.1	MATLAB como Ferramenta de Ensino	57
5.2	Construção de Algoritmos para o Ensino de Cônicas	57
6	PERCURSOS METODOLÓGICOS	68
6.1	Caracterização da Pesquisa	68
6.2	Contexto da Pesquisa	68
6.3	Planejamento da Sequência Didática	68
6.4	Detalhamento da Sequência Didática	69
6.5	Instrumentos da Coleta de Dados	79
6.6	Técnica de Análise de Dados	79
6.7	Execução dos Momentos Planejados	79
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	83
7.1	Análise da Sequência Didática Proposta	83
7.2	Análise do Produto Educacional	94
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
8.1	Síntese do Trabalho	95
8.2	Contribuições da Pesquisa	95
8.3	Escalabilidade da Pesquisa	96
A	APÊNDICE - Questionário de Investigação Inicial	100
B	APÊNDICE - Questionário de Investigação Final	101

Lista de Figuras

1	Tela do Programa Visual Studio contendo algoritmo simples em JavaScript.	26
2	Tela do Programa PyCharm contendo algoritmo em Python	27
3	Tela do Programa Octave na versão on-line contendo algoritmo simples. . .	28
4	Tela do Programa MATLAB contendo algoritmo simples	29
5	Obtenção de cone circular através de rotação da reta geratriz g em torno do eixo e	31
6	Obtenção da circunferência através da intersecção de um plano com o cone circular.	32
7	Obtenção da elipse através da intersecção oblíqua de um plano com o cone.	32
8	Obtenção da hipérbole através da intersecção paralela de um plano com o cone.	33
9	Obtenção da parábola através da intersecção de um plano com o cone. . . .	34
10	Elipse.	35
11	Elipse com explicitação dos elementos da relação notável.	35
12	Elipse com focos contidos no eixo x	36
13	Elipse com focos contidos no eixo y	37
14	Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável	39
15	Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável	40
16	Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável	41
17	Parábola com explicitação dos elementos da relação notável	43
18	Parábola com foco $F(p/2, 0)$	44
19	Parábola com foco $F(0, p/2)$	45
20	Tela inicial do MATLAB	48
21	Operações Matemáticas no MATLAB	50
22	Janela de Edição Debugger Window	53
23	Janela Figure Window com gráfico gerado	55
24	Janela Figure Window com gráfico de função do 2º grau.	56
25	Janela Figure Window com gráfico de Elipse com eixo maior paralelo a y .	59
26	Janela Figure Window com gráfico de Elipse com eixo maior paralelo a x .	60
27	Janela Figure Window com gráfico de parábola com diretriz paralela a x .	62
28	Janela Figure Window com gráfico de parábola com diretriz paralela a y .	63
29	Janela Figure Window com gráfico de hipérbole com eixo real paralelo a x	65
30	Janela Figure Window com gráfico de hipérbole com eixo real paralelo a y	66
31	Aula convencional sobre equações e gráficos das Cônicas	80
32	Discussão com os estudantes sobre equações e gráficos das Cônicas	81
33	Confecção e utilização dos algoritmos para obtenção dos gráficos das Cônicas	82
34	Confecção e utilização dos algoritmos para obtenção dos gráficos das Cônicas	82
35	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 01	84
36	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 02	84
37	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 03	85
38	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 04	86
39	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 05	87
40	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 06	88
41	Gráfico: Questionário 01 - Quesito 07	88
42	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 01	89
43	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 02	90

44	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 03	90
45	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 04	91
46	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 05	92
47	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 06	93
48	Gráfico: Questionário 02 - Quesito 07	93

Lista de Quadros

1	Trabalhos relacionados com o tema de pesquisa	18
2	Operações matemáticas no MATLAB	49
3	Comandos e procedimentos em algoritmos simples.	52
4	Planejamento de Aplicação da Sequência Didática	70
5	Plano de Aula 01	71
6	Plano de Aula 02	72
7	Plano de Aula 03	73
8	Plano de Aula 04	74
9	Plano de Aula 05	75
10	Plano de Aula 06	76
11	Plano de Aula 07	77
12	Plano de Aula 08	78

1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática em todos os seus níveis, seja no ensino fundamental, médio ou superior, é sempre desafiador. Sobretudo nos dias atuais, em que as mídias digitais fazem parte do cotidiano da maioria das pessoas, parece cada vez mais evidente ao educador a necessidade da utilização das ferramentas eletrônicas e digitais a serviço do aprendizado escolar.

Dentre os diversos temas abordados na matemática do ensino médio temos a geometria analítica, que se apresenta como um elo importantíssimo entre a álgebra e a geometria. Nesta parte da matemática encontramos o ensino das cônicas, que são curvas facilmente observadas na natureza, nas ciências, nas engenharias e no cotidiano. Dessa forma, Oliveira e Boulos (1987) citando Renè Descartes definem a Geometria Analítica da seguinte forma:

Geometria Analítica: é o estudo da Geometria pelo método cartesiano (René Descartes, 1596-1650), que em última análise consiste em associar equações aos entes geométricos, e através do estudo dessas equações (com o auxílio da Álgebra, portanto) tirar conclusões a respeito daqueles entes geométricos. (OLIVEIRA; BOULOS, 1987, p.XII)

A análise da descrição de Geometria Analítica acima aponta para uma percepção de que o cerne do estudo das cônicas, que se localiza nesse ramo da matemática, é justamente a ligação entre as formas, localizações e tamanhos desses elementos, que são em sua essência geométricos, com as equações características que as descrevem, evidenciando a importância da análise gráfica através de diversas simulações que darão alicerce ao conhecimento pretendido.

Com relação aos nomes das curvas cônicas, de acordo com o que descreve Santos et al. (2009) o matemático Apolônio de Parga (aproximadamente 262 a 190 a.C.) foi o responsável por, não apenas formalizar o estudo destas curvas, mas também por nomeá-las reaproveitando os termos utilizados na tradição pitagórica, conforme segue:

Apolônio utiliza pela primeira vez os termos parábola, elipse e hipérbole para designar essas curvas, posto que para a tradição pitagórica, o termo elipse era usado quando um retângulo de área dada era aplicado a um segmento que lhe faltava um quadrado; o termo hipérbole era usado quando a área excedia o segmento; termo parábola era usado quando não havia nem excesso nem falta. (SANTOS et al., 2009, p.14)

Nesse contexto, as ferramentas computacionais, especialmente aquelas que possam viabilizar a aprendizagem através da construção de algoritmos para tal fim elaborados pelos próprios estudantes, podem se apresentar como uma excelente opção para o ensino das cônicas pelo fato da possibilidade de obtenção dos gráficos dessas curvas instantaneamente, proporcionando simulações variadas, além de apresentar diversos outros aspectos benéficos ao conhecimento conforme discutiremos a seguir.

A opção acima descrita, que prevê a utilização de estudo através da construção de algoritmos advém da ideia de que isto possibilitaria aos alunos a oportunidade de familiarizar-se, durante a construção dos programas a serem elaborados, com cada elemento constituinte das equações das cônicas assim como sua relação como o todo dentro daquele contexto algébrico. Isto possibilitaria, na aplicação da ferramenta computacio-

nal, evitar a utilização meramente mecânica da tecnologia, conforme descrevem Borba e Penteado (2019):

Informática e Educação. Esse tem sido um tema de debate recorrente nas últimas décadas no Brasil, e, há um pouco mais de tempo, em outros lugares do mundo. Talvez ainda seja possível lembrar dos discursos sobre o perigo que a utilização da informática poderia trazer para o aprendizado dos alunos. Um deles era o de que o aluno iria só apertar teclas e obedecer à orientação dada pela máquina. Isso contribuiria ainda mais para torná-lo um mero repetidor de tarefas. Na verdade essa preocupação sempre surge nos diversos cursos, palestras e aulas que temos ministrado. Tal argumento está presente quando consideramos a educação de modo geral, mas é ainda mais poderoso quando parte da comunidade de educação matemática. Em especial para aqueles que concebem a matemática como matriz do pensamento lógico. (BORBA; PENTEADO, 2019, p.11)

Segundo Borba e Penteado (2019), o acesso ao conhecimento tecnológico é um direito que a escola deve garantir para formar alunos capazes de ler gráficos e investigar problemas. Essa sinergia entre matemática e computação transforma conceitos abstratos em aplicações práticas, criando um ciclo contínuo de aprendizado transversal e eficaz. Ademais, embora a BNCC tenha reduzido a prioridade das cônicas no ensino médio, o tema mantém sua relevância e pode ser explorado com o devido aprofundamento pelo professor.

Em uma outra vertente, no que tange à aplicação computacional, a BNCC enfoca o desenvolvimento da capacidade do aluno do ensino médio de resolver problemas matemáticos através da programação, como observamos na competências específicas e suas respectivas habilidades citadas a seguir:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

(EM13MAT406) Utilizar os conceitos básicos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática. (BRASIL, 2018, p.538)

Vale a pena sublinhar que a utilização de ferramentas tecnológicas proporciona aos estudantes uma variedade de experiências que tornam o aprendizado mais acessível. Isso otimiza a capacidade de pensar de forma lógica, levantar e verificar conjecturas, julgar a coerência de raciocínios e edificar argumentações. Para Chiofi e Oliveira (2014) esta prática representa benefícios não só para o aprendizado mas para toda a vida dos estudantes, conforme segue:

Ao utilizar a tecnologia a favor da educação de qualidade, contribuimos na promoção do desenvolvimento socioeducativo, além da socialização do saber e da informação pelo aluno. Para tanto, há de considerar os benefícios didáticos da tecnologia na escola. Nesse sentido, mais que a inclusão digital, a tecnologia educacional nas escolas públicas pode promover uma grande oportunidade para a vida dos alunos da Educação Infantil ao En-

sino Médio, trazendo inovações na relação ensino-aprendizagem e conectando o estudante ao mundo de hoje por meio da tecnologia. (CHIOFI; OLIVEIRA, 2014)

Desta forma, este trabalho pretende apresentar a utilização do software MATLAB como uma ferramenta viável e importante no ensino de cônicas no ensino médio explorando principalmente a produção e manipulação dos gráficos dessas curvas além de promover o aprendizado relativo à construção de algoritmos em linguagem de programação computacional.

No que se refere à problemática da pesquisa, propomos aqui analisar a eficácia da implementação de uma sequência didática que utilize a programação em MATLAB para a elaboração de algoritmos personalizados focando primordialmente no desenvolvimento da capacidade dos estudantes em associar equações das cônicas com os seus gráficos específicos correspondentes.

Nesse contexto, alguns possíveis aspectos relacionados à aprendizagem serão investigados na aplicação deste estudo, como relacionamos a seguir:

1. **Quanto à motivação e engajamento:** Propõe-se realizar avaliação na pesquisa acerca de se o fato da utilização de um recurso computacional a nível de programação estimula a participação e o aprendizado dos estudantes;
2. **Quanto à construção do conhecimento:** Propõe-se avaliar na pesquisa acerca de se a realização da tarefa de elaboração dos algoritmos pelos próprios estudantes contribui para a construção e consolidação dos conteúdos matemáticos abordados;
3. **Quanto ao desenvolvimento da visualização e interpretação gráfica:** Propõe-se avaliar na pesquisa se a produção instantânea dos gráficos das cônicas, através dos algoritmos elaborados, contribui para melhor compreensão da relação entre as equações das cônicas e suas representações gráficas.

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver e avaliar a eficácia de uma proposta didática, baseada na programação e visualização de gráficos com o uso do software MATLAB, para aprimorar a compreensão dos conceitos de cônicas por alunos do ensino médio.

Quanto aos objetivos específicos, apresentamos a seguir o rol destes:

1. Realizar a revisão da literatura dos estudos das cônicas e bem como explorar as operações básicas e fundamentais do MATLAB, em especial no que se refere à obtenção de gráficos na ferramenta computacional.
2. Elaborar uma sequência de atividades e roteiros de aula que utilizem o MATLAB para a construção e manipulação de modelos gráficos das cônicas por meio de algoritmos, focando na interatividade e na relação entre as equações e suas representações geométricas.
3. Aplicar a proposta didática em turmas de alunos do ensino médio, coletando dados qualitativos e quantitativos sobre a experiência.
4. Avaliar o impacto da proposta na compreensão dos alunos sobre cônicas por meio de testes de desempenho e questionários.

5. Investigar a percepção do público alvo sobre o uso da visualização de gráficos do MATLAB como ferramentas de aprendizagem, identificando as contribuições e desafios dessa abordagem.

No que se refere à metodologia aplicada neste trabalho, resumidamente temos que a pesquisa foi desenvolvida em uma escola de rede pública estadual de ensino médio, mais especificamente em turmas de Educação de Jovens e Adultos - EJA, realizando a aplicação de uma sequência didática que utiliza o MATLAB com ferramenta computacional para confecção de algoritmos específicos personalizados que objetivam a obtenção dos gráficos das cônicas. Para tal, realizou-se algumas aulas introdutórias ao software, partindo da execução das operações básicas fundamentais com escalares até as noções iniciais de programação. Em seguida, realizando a apresentação das cônicas e suas respectivas equações características, para finalmente realizar a confecção de algoritmos que objetivem a obtenção automática dos gráficos partindo dos parâmetros das equações características dessas curvas.

Com relação aos elementos constantes deste presente estudo, na **Seção 1** fazemos a presente introdução do tema pesquisado, citando a importância das cônicas e seus gráficos dentro do contexto da matemática e apresentando uma proposta de ensino na qual prevê a utilização do software MATLAB como ferramenta de aprendizagem através da confecção de algoritmos específicos de geração de gráficos. Apresenta-se também neste capítulo os objetivos do estudo e a metodologia aplicada.

Já na **Seção 2** apresentamos uma revisão bibliográfica listando e comentando diversos estudos que abordam temas que guardam algum grau de semelhança com a pesquisa aqui desenvolvida de forma a buscar melhor fundamentar e nortear o desenvolvimento deste trabalho.

A **Seção 3** traz um apanhado a respeito da prática de utilização das tecnologias em sala de aula, sobretudo referente ao estudo da matemática. Menciona-se no referido capítulo a opinião de autores reconhecidos como autoridades no tema através de livros e trabalhos pertinentes.

Na **Seção 4** realizamos uma revisão de conteúdos que, evidentemente, precisam ser ministrados em sala de aula para uma adequada realização da sequência didática. Entre os temas abordados temos na primeira parte o estudo das cônicas com seus elementos e equações características bem como seus gráficos. Ainda na segunda parte daquele capítulo exploramos o MATLAB mostrando as noções iniciais referentes ao software, ambientes de operação e programação, e finalmente noções de programação e geração de gráficos.

A aplicação propriamente dita de alguns algoritmos base desenvolvidos em MATLAB para geração dos gráficos das cônicas são apresentados na **Seção 5**. Menciona-se nesse capítulo algumas sugestões de desenvolvimento das atividades de aplicação do software tanto durante a elaboração dos programas quanto na utilização dos mesmos para estudo pelos alunos.

Na **Seção 6** apresentamos a metodologia aplicada na pesquisa, esclarecendo como se deu a aplicação da metodologia, desde seu planejamento até a forma aplicação e métodos estatísticos utilizados para coleta e análise de dados.

A **Seção 7** apresenta os resultados obtidos na aplicação da pesquisa, com dados estruturados em forma tabular e gráfica de forma a permitir melhor compreensão do processo e seus resultados, tanto com relação à proposta didática quanto com relação ao produto da pesquisa.

Finalmente na **Seção 8** apresentamos as considerações finais baseadas no acompanhamento do desenvolvimento da pesquisa aliado aos dados coletados durante o processo.

2 UMA REVISÃO DE LITERATURA

Objetivando fortalecer o entendimento relativo ao tema proposto nesta pesquisa, apresentamos a seguir uma pesquisa bibliográfica realizada tanto preliminarmente à execução dos passos da pesquisa quanto paralelamente a estes. Tal ação apresenta-se como um dos pilares essenciais e inegociáveis ao presente estudo. Sua função primordial consiste em estabelecer uma sólida fundação teórica, permitindo que o possamos ancorar nossas ideias a conhecimentos já validados. Esse processo de revisão aprofundada não apenas fornecerá o arcabouço conceitual necessário, como também terá a função de impor o rigor científico e a credibilidade necessária a qualquer trabalho acadêmico.

Foram realizadas algumas pesquisas no portal da CAPES, no portal de dissertações do PROFMAT da SBM e em sites científicos especializados, elencando no Quadro 1, a seguir, alguns trabalhos encontrados que se correlacionam com o tema *Programação em MATLAB como recurso didático para o ensino de cônicas no ensino médio*, publicados em um intervalo de tempo compreendido entre os anos de 2020 a 2025, de forma que o referido quadro tem a função de elencar as teses, dissertações e artigos encontrados de modo a fornecer uma visão inicial ao tema e, mesmo que de forma resumida, verificar o que já existe de pesquisas relacionadas a este presente estudo.

Sequencialmente à apresentação do quadro supramencionado, apresentamos uma breve discussão analítica relativa a cada trabalho listado de forma a buscar capturar essencialmente a experiência alcançada em cada um deles e, evidentemente, procurar realizar uma interrelação entre eles, bem como coletar informações que possam conferir boas práticas e robustez ao desenvolvimento desta pesquisa.

Quadro 1: Trabalhos relacionados com o tema de pesquisa

Trabalho	Título	Autores	Publicação
01	Experiências computacionais no ensino da matemática por meio da programação de aplicativos	Camila de César	Dissertação, Universidade de Caxias Do Sul
02	Estudo das cônicas: Uma proposta didática com uso do Geogebra para o ensino médio.	Thiago Prado Severiano	Dissertação, UFRN
03	Estudo das cônicas e quadricas: Construções com uso do Geogebra.	Edilaine Cláudia Lima da Silva	Dissertação, UNESP
04	Estudo das cônicas com geometria dinâmica	Fernando Neres Gomide	Dissertação, UESB
05	Utilização de recursos computacionais no ensino e na aprendizagem de matemática a partir da perspectiva dos professores da rede municipal de Juazeiro - BA	João Antônio Borges Ribeiro	Dissertação, Universidade Federal do Vale do São Francisco
06	Uso de tecnologias digitais como ferramenta didático-pedagógica no ensino de matemática	Rafael Ramos Pereira	Dissertação, Instituto Federal da Paraíba
07	Cônicas e Aplicações	Juracélio Ferreira Lopes	Dissertação, UNESP
08	Contextualização do Ensino de Matrizes com Ferramenta Motivadora	Newton Barros Mesquita	Dissertação, Universidade Estadual de Alagoas
09	Um Estudo de Cônicas	Danielle Michaelsen Lago	Dissertação, Universidade Federal de Goiás
10	Um Estudo Sobre Cônicas: aspectos históricos e seu ensino	Fabiano da Conceição Silva	Dissertação, Universidade Federal do Maranhão
11	Estudo Sobre Cônicas: uma perspectiva na forma implícita	Adriane Lima Evangelista	Dissertação, Instituto Federal de Goiás
12	O Estudo das Cônicas a partir da Construção Geométrica	Mainara Lenz	Dissertação, UESP
13	O Ensino de Cônicas por meio da História da Matemática: Uma proposta	Paloma de Lima Amaral	Dissertação, UFTM
14	O Uso da Linguagem de Programação Python na Resolução de Problemas Matemáticos do Ensino Médio	João Evayr de Souza	Dissertação, Universidade Federal de Campina Grande

Fonte: Pesquisa realizada pelo autor no portal da CAPES e outros sites especializados, 2026.

O trabalho listado no primeiro item do quadro acima, *Experiências computacionais no ensino da matemática por meio da programação de aplicativos*, de autoria de Cesaro (2023), aborda os aspectos que relacionam a tecnologia e o aprendizado, mais especificamente as teorias de aprendizagem de Seymour Papert, que são centradas no construcionismo e defendem que o aprendizado se materializa mais facilmente quando as pessoas o constroem através de projetos concretos. Este teórico entendia que a robótica e a linguagem de programação se apresentam como ferramentas bastante adequadas para promover o aprendizado. No desenvolvimento da pesquisa a autora apresenta e propõe a plataforma digital App Inventor, uma ferramenta de programação, para utilização como ferramenta para o estudo de Grandezas e Medidas e, ao final, elabora um guia didático como uma sequência didática para aplicação prática dessa plataforma nesse tema por outros educadores.

O segundo item do quadro traz o trabalho denominado *Estudo das cônicas: Uma proposta didática com uso do Geogebra para o ensino médio*. Nele o autor Severiano (2017) inicialmente faz um apanhado histórico sobre o surgimento do estudo deste tema matemático e seu desenvolvimento. Em um segundo momento do trabalho são feitas as definições dessas curvas apresentando suas equações características e gráficos e, posteriormente, realiza a classificação das cônicas a partir de uma equação geral. Sequencialmente, apresenta uma proposta e plano de aula trazendo o software Geogebra como ferramenta facilitadora da aprendizagem desse assunto matemático.

O trabalho apresentado no terceiro item do quadro, *Estudo das cônicas e quádras: Construções com uso do Geogebra*, se assemelha ao anterior. Nele a autora Silva (2018a) aborda a importância da utilização de tecnologias no ensino da matemática, desde jogos até a utilização de softwares como Geogebra, aplicados ao ensino das cônicas. A autora realiza a obtenção das equações cartesianas e paramétricas dessas curvas e finalmente propõe algumas atividades em forma de exercícios de fixação com utilização do Geogebra concluindo pela adequabilidade da ferramenta computacional escolhida para realização do estudo.

A dissertação *Estudo das cônicas com geometria dinâmica* de Gomide (2015), item quatro do quadro acima, investiga o estudo das cônicas destacando a relevância desses conteúdos dentro da Geometria Analítica e apontando as dificuldades históricas de aprendizagem desse tema especialmente nas escolas públicas. O autor argumenta que o ensino tradicional, centrado em fórmulas e procedimentos algébricos, afasta os estudantes do significado geométrico dessas curvas. Como alternativa didática para a problemática apresentada o autor propõe uma abordagem prática das cônicas utilizando o software Geogebra, apresentando construções detalhadas que permitem ao aluno visualizar, manipular e compreender geometricamente cada curva.

O item cinco que traz a dissertação *Utilização de recursos computacionais no ensino e na aprendizagem de matemática a partir da perspectiva dos professores da rede municipal de Juazeiro - BA* de Ribeiro (2023) realiza uma abordagem do estudo da matemática com utilização de ferramentas tecnológicas diversas, como calculadoras, computadores, internet, softwares computacionais específicos. Ao final o autor realiza uma pesquisa referente à motivação, engajamento e ganhos na aprendizagem, entre outros, no que se refere à utilização dessas tecnologias, concluindo pela eficácia dessas ferramentas e ainda pela não utilização pela maioria dos professores da rede municipal de Juazeiro dessas ferramentas, mesmo nas escolas da rede que possuem laboratórios de informática.

O trabalho dissertativo *Uso de tecnologias digitais como ferramenta didático-pedagógica no ensino de matemática* de Pereira (2021) realiza uma abordagem do estudo

com utilização de ferramentas tecnológicas como ferramentas de ensino-aprendizagem apresentando a criação de um aplicativo para smartphones desenvolvido em linguagem Java para estudo de conteúdos matemáticos. Ao final o autor concluiu que a ferramenta contribui significativamente para o ensino de matemática por facilitar a compreensão e servir como elemento motivador.

O trabalho presente no item sete, *Cônicas e aplicações* do autor Lopes (2011), trata de uma abordagem das cônicas iniciando pelo contexto histórico de início de estudo das curvas para posteriormente realizar as obtenções de suas equações e gráficos. Observamos que uma das principais partes daquele trabalho é a parte de aplicações práticas e científicas que o autor realiza. Ao final, apresenta-se considerações que reforçam a relevância das cônicas tanto no ensino quanto em aplicações tecnológicas e científicas contemporâneas.

O trabalho *Contextualização do Ensino de Matrizes com Ferramenta Motivadora* de Mesquita (2017), item oito do Quadro 1, investiga como o sensoriamento remoto e o processamento digital de imagens, aliados ao uso do software MatLab, podem atuar como ferramentas motivadoras no ensino de matrizes. Partindo da constatação de que muitos alunos consideram as aulas de matemática desinteressantes e distantes de sua realidade, o estudo destaca que integrar tecnologias digitais ao conteúdo pode aproximar o estudante do tema e ampliar sua participação no processo de aprendizagem. Para isso, o trabalho apresenta uma revisão teórica sobre sensoriamento remoto, processamento digital de imagens e fundamentos de matrizes, mostrando como esses conceitos se conectam no ambiente computacional do MatLab. Ao final o autor conclui que a abordagem desses temas geradores com utilização da ferramenta MATLAB se apresenta como viável para despertar o interesse dos alunos no estudo e aplicação das matrizes.

A dissertação *Um estudo das cônicas*, de Lago (2017) apresentada no item nove, trata de uma apresentação histórica e conceitual aplicada das às cônicas. O trabalho inicialmente realiza um resgate histórico dessas curvas para mostrar como elas surgiram e foram desenvolvidas ao longo do tempo. Nos capítulos posteriores, a autora apresenta detalhadamente cada cônica fazendo uso do software Geogebra. O trabalho também aborda a equação geral das cônicas e o uso do discriminante para classificá-las analiticamente. Por fim, dedica um capítulo específico às aplicações práticas dessas curvas em áreas como astronomia, engenharia, óptica, acústica, arquitetura e tecnologia, destacando a relevância do estudo das cônicas no ensino médio e enfatizando sua importância para a formação matemática de professores e alunos.

O item dez, *Um Estudo Sobre Cônicas: aspectos históricos e seu ensino* de Silva (2018b), apresenta um estudo sobre as cônicas investigando sua evolução histórica desde a Grécia Antiga até sua formulação moderna na Geometria Analítica. O trabalho mostra que as cônicas, inicialmente estudadas por sua relação com problemas clássicos, ocuparam um papel central no desenvolvimento da matemática e influenciaram fortemente áreas como geometria, álgebra e astronomia. Além disso, a dissertação aborda as formas analíticas das cônicas, apresentando definições, propriedades e equações da elipse, parábola e hipérbole, bem como suas representações no plano cartesiano. Por fim, o autor discute aplicações das cônicas em diversas áreas de conhecimento como a Física e a engenharia.

Já no item onze, a dissertação *Estudo Sobre Cônicas: uma perspectiva na forma implícita* da autora Evangelista (2023), é realizado um estudo das cônicas fazendo uma demonstração da forma explícita das equações dessas curvas. Esta referida forma explícita consiste na maneira de expressar uma das variáveis em função das outras. Por fim o trabalho aborda algumas aplicações práticas das curvas concluindo que tanto a forma

implícita quanto explícita dessas equações pode ser viável para abordagem pedagógica desse assunto.

A pesquisa denominada *O Estudo das Cônicas a partir da Construção Geométrica* de Lenz (2014), item doze, realiza a conceituação e demonstra os elementos das cônicas e apresenta uma proposta didática de estudo dessas curvas com utilização de materiais como régua e compasso para uma interpretação de caráter mais geométrico desse tema. Ao final a autora conclui como vantajosa a experiência por perceber maior compreensão por parte dos estudantes acerca dessas curvas.

Já a pesquisa dissertativa *O Ensino de Cônicas por meio da História da Matemática: Uma proposta* de Amaral (2020) apresenta o estudo das cônicas com uma abordagem essencialmente histórica e ao final apresenta uma proposta de atividade também com essa abordagem objetivando melhoria de aprendizado do tema de estudo.

O trabalho *O Uso da Linguagem de Programação Python na Resolução de Problemas Matemáticos do Ensino Médio*, item décimo quarto, dissertação de Souza (2023), apresenta a linguagem de programação Python como uma ferramenta didática para resolução de problemas matemáticos no ensino médio. Nele o autor defende que esta linguagem se apresenta como uma das mais simples e eficientes, apresenta dois ambientes de desenvolvimento para a linguagem no computador, o PyCharm e o Spyder, e ainda alguns aplicativos para aprendizagem e treino da linguagem no celular, e por fim apresenta uma sequência didática para aplicação da metodologia no ensino médio concluindo pelo sucesso da metodologia.

Em resumo, a revisão da literatura realizada neste capítulo evidenciou a escassez de estudos sobre o uso do MATLAB no ensino de cônicas no ensino médio. A maioria dos trabalhos encontrados se concentrou em outros temas ou níveis de ensino. Isso destaca a necessidade da realização de mais pesquisas nessa área, o que justifica a importância do presente estudo.

3 TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

3.1 Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática

A utilização das tecnologias digitais em favor da construção do conhecimento, sobretudo na área da matemática, vem sendo um tema amplamente discutida e explorada ao longo dos anos por educadores e pesquisadores em educação. Este recurso educacional pode se apresentar como uma ferramenta valiosíssima no processo de ensino-aprendizagem nos dias atuais.

Sobre o emprego das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no âmbito do ensino, Araya (2021) menciona que a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) ao discutir esse tema ressalta a importância para que os estudantes se tornem protagonistas e autores na era digital, significando que eles devem não apenas consumir informações passivamente, mas também produzir tecnologia de forma a melhor prepararem-se para a vida pessoal e coletiva. Este aspecto fica claramente evidenciado conforme vemos a seguir:

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) discute de forma mais específica sobre o emprego das TDIC na formação de professores. Também é descrito que as tecnologias devem ser empregadas de forma transversal; entretanto, é apontado que as TDIC sejam empregadas de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, para se comunicar, acessar, disseminar e produzir conhecimentos, informações, além de resolver problemas, em uma perspectiva de protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva dos estudantes. (ARAYA; GIBIN; FILHO, 2021, p.14)

Dessa forma, observamos que nos últimos anos tem sido muito recorrentes propostas de utilização de ferramentas tecnológicas no ensino de diversos assuntos específicos bem como na matemática de forma geral. Entretanto, a utilização específica do software MATLAB no ensino de Cônicas, ou mesmo em outros assuntos do ensino médio, não foi encontrado. Possivelmente um dos motivos seja pelo fato de que tal utilização é menos intuitiva, como é o caso da utilização de softwares como o Geogebra e, em menor escala, o Maple.

Para Sampaio (1999), o fato de estarmos inseridos num contexto onde a tecnologia se apresenta como protagonista, indicando que devemos ir além do uso básico, preparando nossos estudantes para os desafios e oportunidades da era digital, focando em pensamento crítico, criatividade e responsabilidade, alinhando-nos como a cultura digital não apenas passivamente, mas como agentes de transformação. Este autor cita que:

Cercados que estamos pelas tecnologias e pelas mudanças que elas acarretam no mundo, precisamos pensar em uma escola que forme cidadãos capazes de lidar com o avanço tecnológico, participando dele e de suas consequências. (SAMPAIO; LEITE, 1999, p.15)

Um dos pioneiros na utilização de ferramentas tecnológicas no âmbito educacional foi Seymour Papert, criador do Construcionismo. Ele criou na década de 60 uma linguagem computacional chamada Logo, que ainda existe atualmente, e que visava ensinar lógica e matemática para crianças. Para Papert (1994, p.125) "O tipo de conhecimento

de que as crianças mais precisam é o conhecimento que as ajudará a obter mais conhecimento".

Outro fator bastante relevante nesse aspecto vem ser a motivação aos estudantes propiciada pela utilização prática de tecnologias computacionais, Pedro Demo (2007) afirma que:

Questão de extrema importância é o apoio por parte da instrumentação eletrônica, desde teleeducação em seu sentido já comum até recurso à informática e a meios audiovisuais. Embora se possa superdimensionar o sentido pedagógico deles, dentro do necessário espírito crítico constituem-se em expedientes de extraordinária motivação. Em termos mais concretos, passarão a assumir, no tempo, a função ensino/aprendizagem, e a socialização do conhecimento. (DEMO, 2007, p.110-111)

Ainda para Pedro Demo (2001) as tecnologias e a educação possuem um profundo entrelaçamento pelo fato de que foram justamente nos ambientes educacionais que a tecnologia mais se desenvolveu ao longo de sua história, de forma que se torna absolutamente natural que a própria educação venha a se beneficiar desta poderosa ferramenta, conforme vemos a seguir:

A educação não pode escapar da fascinação tecnológica, porque é no fundo a mesma do conhecimento. Como foi nos espaços educacionais que o conhecimento mais se desenvolveu, seria de se esperar que o espaço que mais se beneficiaria dele seria a própria educação. (DEMO, 2001, p.26)

De maneira geral a integração das tecnologias digitais no processo educacional, especialmente na área da matemática, pode ser uma grande aliada no processo de ensino-aprendizagem. Alguns softwares específicos, como é o caso do Geogebra e do MATLAB, oferecem ferramentas valiosas e motivadoras. Ainda, fundamentando-nos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e em teóricos como Seymour Papert e Pedro Demo, podemos afirmar que essa abordagem sugere que a escola deve capacitar os alunos a serem protagonistas, autores e agentes de transformação na era digital, preparando-os proativamente para os desafios tecnológicos.

3.2 Programação como Ferramenta de Ensino de Matemática

Uma vez discutida relevância da utilização das tecnologias no âmbito do ensino de matemática, abordaremos aqui a utilização da prática da programação de computadores na construção e consolidação do conhecimento matemático.

Para Sanmya Tajra (2021) com relação à utilização dos softwares de programação temos que:

Já os softwares de programação, quando aplicados à educação, apresentam instruções a serem seguidas, dando uma funcionalidade de acordo com algoritmo elaborado pelo educando e educador. Requer que o professor e o aluno compreendam o caminho definido no software, de acordo com as instruções programadas. (TAJRA et al., 2021, p.113)

Com relação às linguagens de programação Kenski (2007) afirma que:

A linguagem *digital* é simples, baseada em códigos binários, por meio dos quais é possível informar, comunicar, interagir e aprender. É uma linguagem de síntese, que engloba aspectos da oralidade e da escrita em novos contextos. (KENSKI, 2007, p.31)

A lógica de programação se fundamenta em uma sequência ordenada e coerente de instruções, denominadas comandos, que formam os algoritmos computacionais e objetivam, geralmente, a resolução de um problema. Aprender lógica de programação, bem como uma ou mais linguagens de programação, pode representar um grande passo na carreira profissional ou mesmo na vida de alguém, pois, além de o indivíduo se apropriar de uma competência extremamente útil nos dias atuais, também ajuda no desenvolvimento do pensamento crítico e analítico, modificando a forma de estruturação do pensamento humano, propiciando a ampliação da habilidade de resolução de problemas simples ou complexos de forma sistemática.

Quanto à importância do aprendizado de lógica de programação, Iepsen (2022) defende que isto representa não apenas a apropriação uma habilidade técnica, mas também um pilar para inovação e para o desenvolvimento futuro de áreas fundamentais da vida humana. Nesse sentido o autor afirma que:

Aprender lógica de programação constitui um grande passo rumo ao futuro. E é praticamente impossível pensar no futuro, sem pensar na evolução tecnológica e sem imaginar o quanto novos sistemas computacionais poderão beneficiar áreas fundamentais como saúde, educação, agricultura e segurança. (IEPSEN, 2022, p.12)

Também para Iepsen (2022) a melhor forma de estudar lógica é através do exercício prático com pequenos programas e que esse processo é gradual e se assemelha à alfabetização de uma criança. Este autor descreve este ponto de vista em forma de resposta a um questionamento por ele mesmo elaborado, como segue:

E como se estuda lógica? Estudando as técnicas de programação e exercitando-as muito a partir da criação de pequenos programas. Isso mesmo. Resolvendo exercícios de programação, começamos a pensar da forma como um programa funciona. É quase como o processo de alfabetização de uma criança. Ela não começa pela leitura de um livro, mas pelo aprendizado das vogais, consoantes. Em seguida, pela formação das sílabas para, então, formar palavras e frases. Assim, estará apta para realizar algo maior, a leitura de um livro. (IEPSEN, 2022, p.12)

Além disso, Iepsen (2022) cita a importância de, no aprendizado em programação, haver uma evolução gradual respeitando os aspectos cognitivos do estudante, pois o arcabouço de códigos, sintaxes e regras existentes nesse universo de conhecimento é complexo. De acordo com o autor:

Para os iniciantes, construir um novo programa pode se constituir uma árdua tarefa. É necessário descrever comandos seguindo regras rígidas de sintaxe, além de compreender conceitos de entrada, processamento e saída de dados, variáveis, condições, repetições, entre outros. Tudo isso deve ser tratado de modo a não sobrecarregar os aspectos cognitivos de quem pretende ingressar nessa área. (IEPSEN, 2022, p.11)

Mas de qual forma deve-se iniciar a aprendizagem e a apropriação desse conhecimento? Forbellone (2022), entende ser possível aprender lógica de programação começando direto com uma linguagem de programação, pois o aprendizado do conjunto lógica e linguagem impõe ao cérebro humano se adaptar a duas curvas de aprendizagem distintas e simultâneas, mas também complementares, pois a compreensão de uma facilita o aprendizado da outra. Este autor descreve que:

Certamente é possível aprender Lógica de Programação começando direto de uma linguagem, e condicionando o cérebro a se adaptar com duas curvas de aprendizado distintas e simultâneas: a Lógica e a Linguagem. Contudo, ambos os temas contêm boa dose de complexidade. Especialmente a Lógica de Programação, que pode exigir de muitos uma elevada mudança na forma de raciocinar; todavia, quando compreendida isoladamente facilita demais a aprendizagem de qualquer linguagem. (FORBELLONE; EBERSPACHER, 2022, p.15)

De maneira geral, a apropriação do entendimento e o desenvolvimento da prática da programação computacional pelo estudante pode propiciar excelentes benefícios para a aprendizagem, principalmente na matemática, porque desenvolve e fortalece o raciocínio lógico estruturado por meio, tanto de uma maneira mais organizada de pensar, quanto pela consequente adesão a uma rotina de exercitação de resolução de problemas abstratos.

Em outras palavras, a lógica de programação pode se apresentar como uma ferramenta valiosíssima no ensino de matemática pois, ao fortalecer o raciocínio lógico, pela prática da decomposição de problemas complexos em etapas menores, identificação de padrões e criação de sequências de instruções para resolvê-los, que são os algoritmos, aplicando conceitos matemáticos na forma de operadores lógicos, como *e* e *ou* e estruturas de controle como *se* e *então*, pode-se alcançar uma significativa melhora da compreensão de outros conceitos matemáticos abstratos bem como pode tornar a capacidade de resolução de problemas mais eficiente.

3.2.1 Alguns Softwares e Linguagens de Programação

Existem atualmente no mercado uma grande variedade de softwares para desenvolvimento de programação. Estes programas de computador são ferramentas utilizadas pelos programadores para criar e desenvolver outros programas capazes de executar tarefas específicas para as quais foram concebidos.

Podemos citar como exemplos destes softwares Visual Studio, o Python, Scilab, GNU Octave e MATLAB, entre outros, onde cada um destes utiliza uma linguagem de programação específica. De maneira geral, cada uma destas ferramentas é mais voltada para um tipo de atividade como criação de sites de internet, programas de fluxo de caixa, inteligência artificial, tratamento de dados e assim por diante.

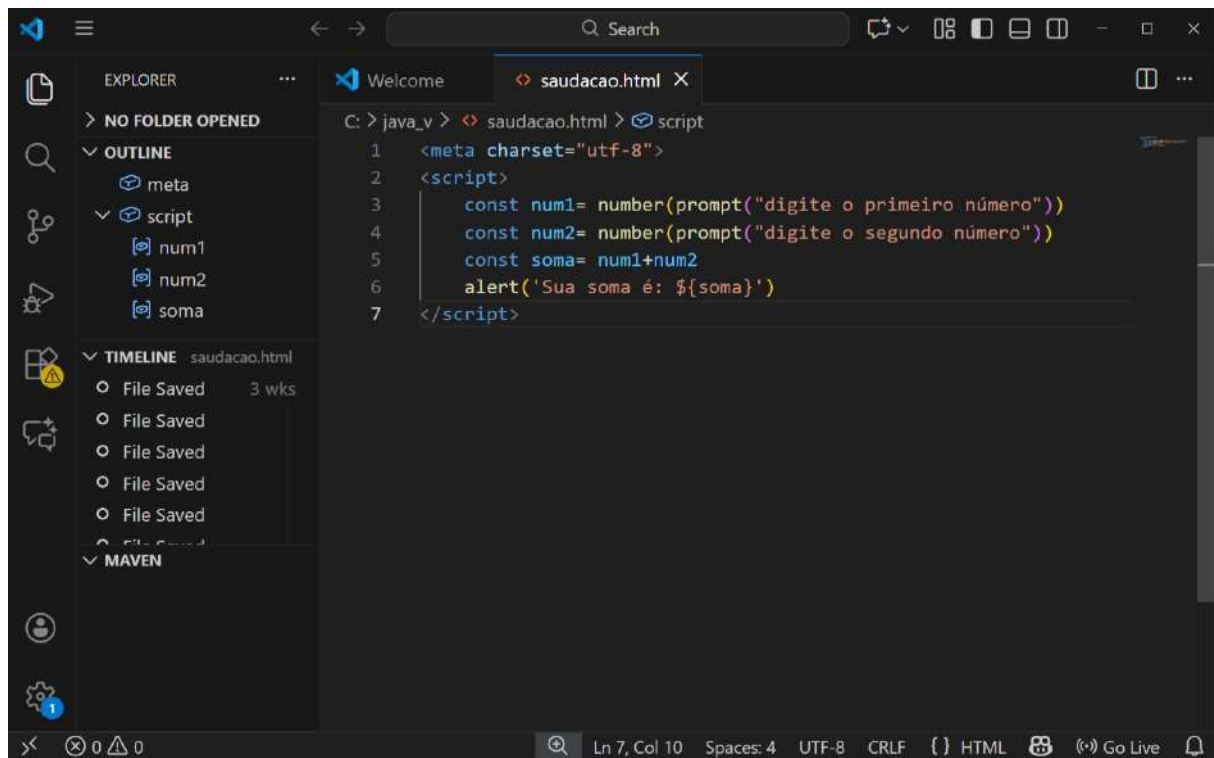
A seguir descreveremos algumas destas ferramentas de forma breve com intuito de fornecer informações básicas e relevantes. Na condição de ferramenta escolhida para o desenvolvimento prático desta pesquisa, nos capítulos que se seguem trataremos de forma bem mais abrangente sobre o MATLAB.

O primeiro ambiente de programação que aqui descrevemos é o Visual Studio, que é um programa editor de código da Microsoft no qual se pode, através da instalação de alguns pacotes específicos, executar programas em linguagem JavaScript sendo utilizado principalmente para criação de páginas de internet. Elas podem ser interati-

vas, com grande variedade de elementos, cores e funções contendo uma vasta gama de funcionalidades.

A seguir apresentamos uma janela do software Visual Studio no qual se observa um algoritmo simples em linguagem JavaScript capaz de efetuar a soma de dois números quando executado.

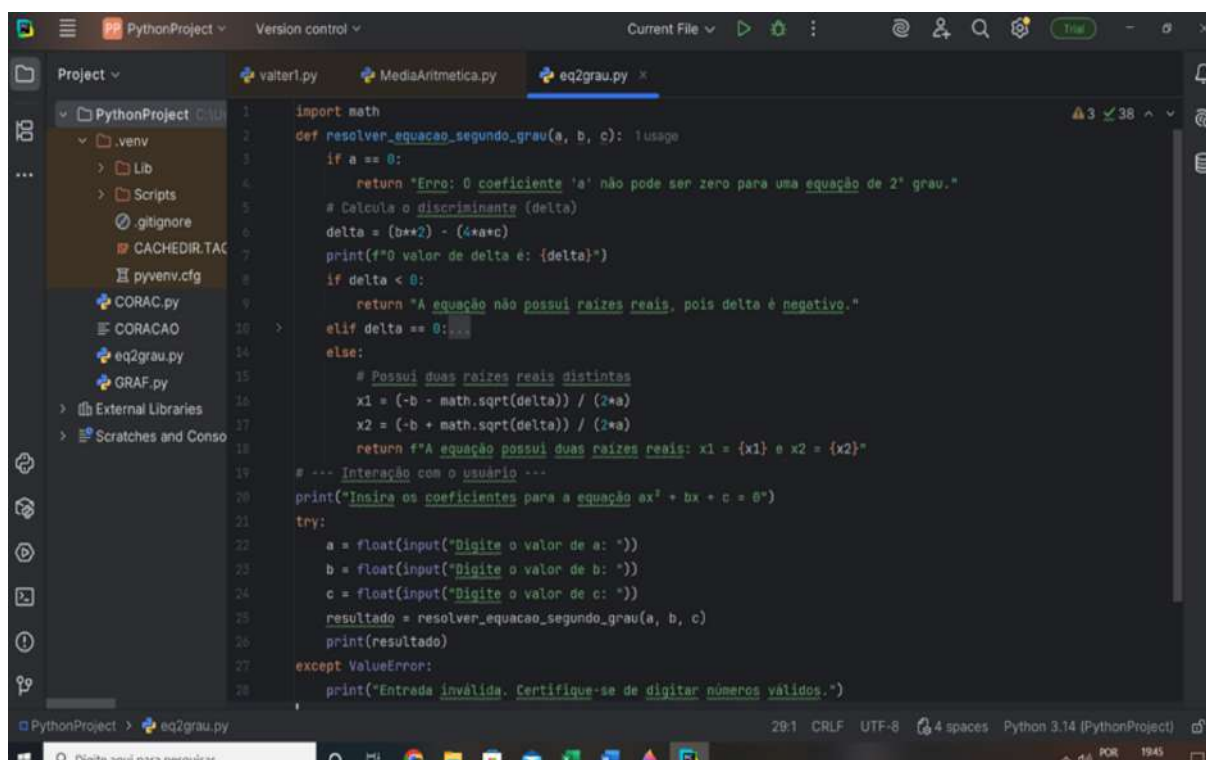
Figura 1: Tela do Programa Visual Studio contendo algoritmo simples em JavaScript.



Fonte: Autor, 2026

Com relação à linguagem de programação Phyton, esta pode ser trabalhada e executada em softwares de desenvolvimento específicos, com é o caso do PyCharm e do Visual Studio, e se apresenta como uma linguagem de altíssimo nível mas que também é relativamente bastante simplificada. Suas aplicações vão desde a ciência de dados, automação de tarefas até a criação de páginas de internet e aplicativos. Esta ferramenta se apresenta como uma das mais indicadas para quem deseja iniciar a prática da programação por sua versatilidade e facilidade de aprendizado.

Figura 2: Tela do Programa PyCharm contendo algoritmo em Python



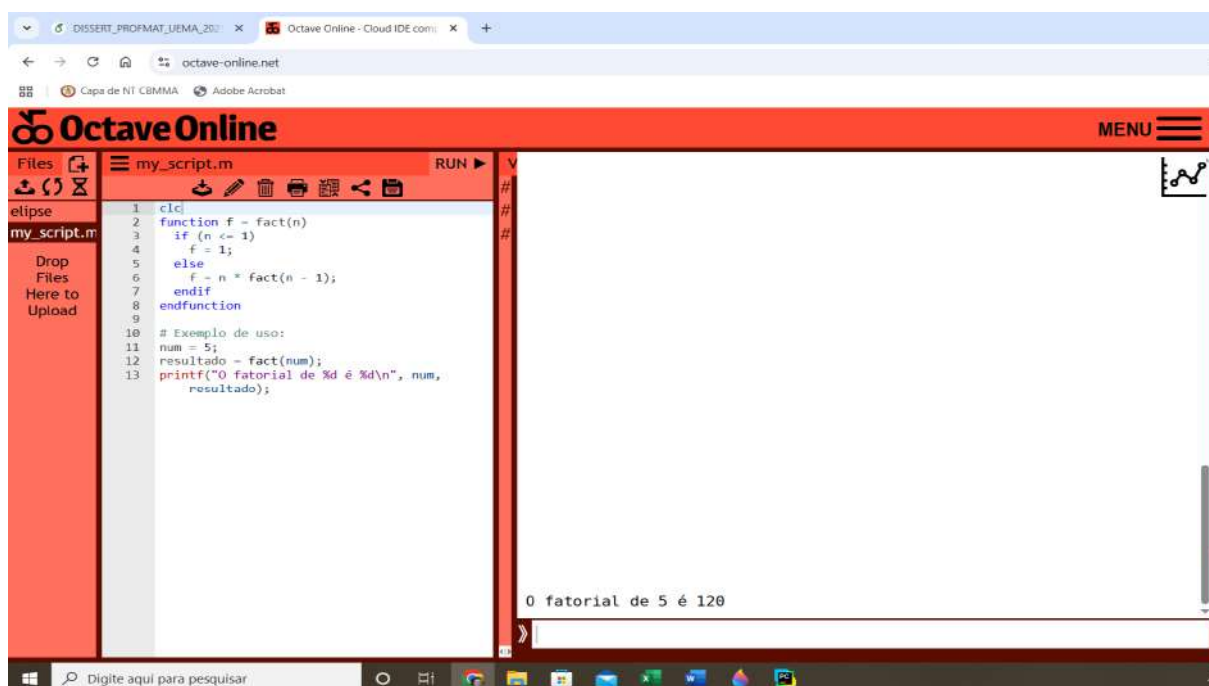
Fonte: Autor, 2026

A linguagem de programação Python, como anteriormente mencionado, é uma das mais simples, versáteis e poderosas sendo que alguns autores indicam como indicada para ser a primeira a ser aprendida por aqueles que desejam adentrar nessa área de conhecimento pois, de acordo com o autor Menezes (2019) temos que:

A linguagem de programação Python é muito interessante como primeira linguagem de programação devido à sua simplicidade e clareza. Embora simples, é também uma linguagem poderosa, podendo ser usada para administrar sistemas e desenvolver grandes projetos. É uma linguagem clara e objetiva, pois vai direto ao ponto, sem rodeios. (MENEZES, 2019, p.21)

Outro ambiente de programação bastante popular no meio de ensino acadêmico e de pesquisa é o GNU Octave, que é um programa desenvolvido principalmente para processamento numérico de dados. Ele oferece uma interface de linha de comando para resolver problemas numericamente e para realizar outras experiências numéricas usando uma linguagem que é, quase que completamente, compatível com MATLAB. Isto torna a transição entre esses dois ambientes relativamente fácil de ser realizada.

Figura 3: Tela do Programa Octave va versão on-line contendo algoritmo simples.



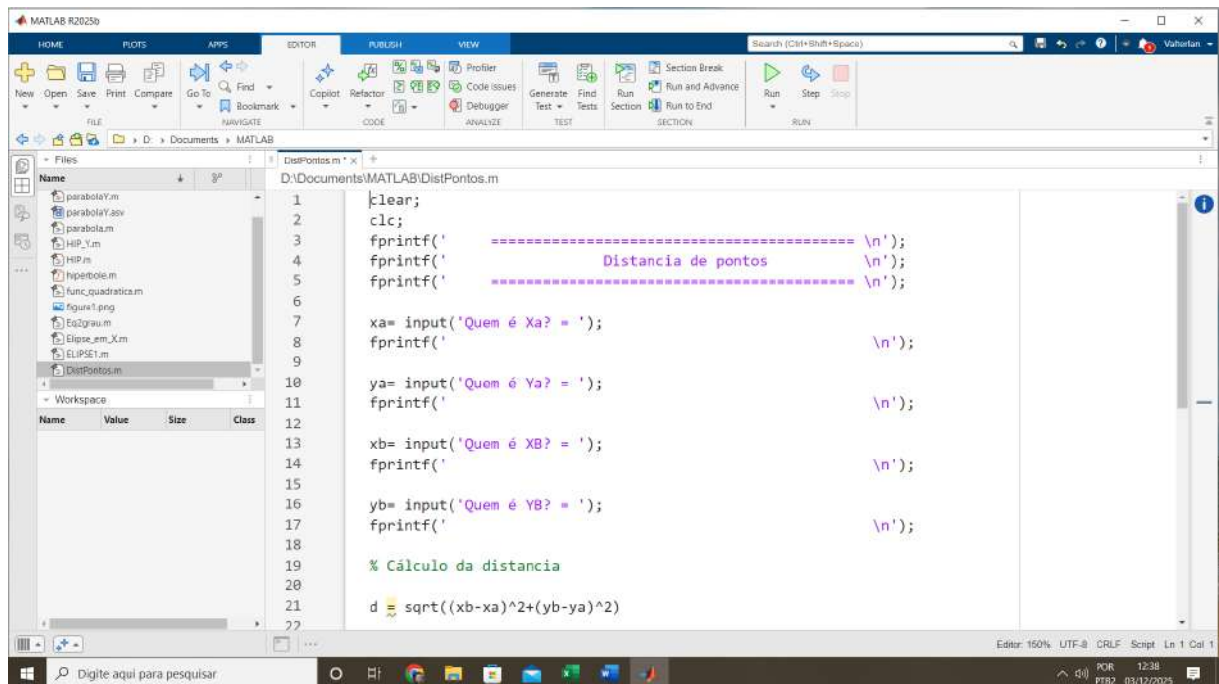
Fonte: Autor, 2026

O MATLAB é um software de programação e computação numérica otimizada para aplicações principalmente nas engenharias e ciências. Ele oferece uma linguagem de alto nível e um ambiente interativo que facilita o cálculo matemático, o desenvolvimento de algoritmos, a modelagem, a simulação e a visualização de dados e gráficos, operando primariamente com matrizes numéricas. Este programa é amplamente utilizado por profissionais em diversos países para análise de dados complexos, processamento de sinais e imagens, e desenvolvimento de aplicações, incluindo interfaces gráficas com o usuário.

Uma grande vantagem da utilização do MATLAB é o fato de que o aluno se apropria, mesmo que de forma simplificada, de uma linguagem de programação robusta e eficiente que se assemelha significativamente a outras linguagens utilizadas em outros ambientes de programação como é o caso do PyCharm, utilizado para programação em Python, ou como o Scilab que também é software de programação numérica e simulações de resultados, ou também o GNU Octave, anteriormente mencionado.

A seguir apresentamos imagem com tela do Programa MATLAB contendo algoritmo simples que objetiva o processamento do cálculo da distância entre dois pontos no plano, quando executado.

Figura 4: Tela do Programa MATLAB contendo algoritmo simples



Fonte: Autor, 2026

Como anteriormente mencionado, pelo fato de o software MATLAB ter sido escolhido como a ferramenta de aplicação desta proposta didática ao ensino de cônicas objetivando a obtenção automática dos gráficos dessas figuras, este software será melhor detalhado e estudado mais adiante em tópicos específicos.

4 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS E COMPUTACIONAIS

4.1 Cônicas

4.1.1 Importância do Estudo das Cônicas

O estudo das cônicas se apresenta como um dos mais importantes pilares da geometria analítica pois estabelece uma ponte entre a abstração matemática e alguns elementos presentes no funcionamento do mundo físico. Dentre as aplicações das cônicas temos desde a descrição de trajetórias de corpos celestes até algumas formas arquitetônicas que aliam estética e resistência estrutural de construções diversas como edificações habitacionais e pontes.

Com relação à aplicação à astronomia e mecânica celeste, o estudo das cônicas se consolidou principalmente com o advento das Leis de Kepler, pois os planetas orbitam o sol em trajetórias elípticas, estando o sol em um dos focos. Já os cometas, módulos de transporte e sondas espaciais, que não estão presos gravitacionalmente a um astro celeste de forma permanente, possuem trajetórias parabólicas ou hiperbólicas ao realizar manobras denominadas "estilingue gravitacional". Recentemente, a missão Artemis II, na qual quatro astronautas ao realizar uma volta ao redor da lua fazem a utilização de uma manobra de estilingue gravitacional para contornar a Lua e retornar à Terra. Ao passar perto da Lua, a espaçonave Orion segue uma trajetória que, do ponto de vista da Lua, é uma curva cônica, especificamente uma hipérbole com referencial centrado na Lua.

Com relação às aplicações na engenharia e arquitetura as curvas cônicas são utilizadas frequentemente como soluções estruturais que combinam estética e resistência. Os arcos parabólicos utilizados em pontes e entradas de edificações, por exemplo, possuem ampla aplicação pelo fato de que conseguem distribuir o peso próprio das estruturas de forma eficiente. Já as estruturas hiperbólicas utilizadas nas torres de resfriamento das usinas nucleares permitem cobrir grandes áreas com máxima estabilidade e menor utilização de material.

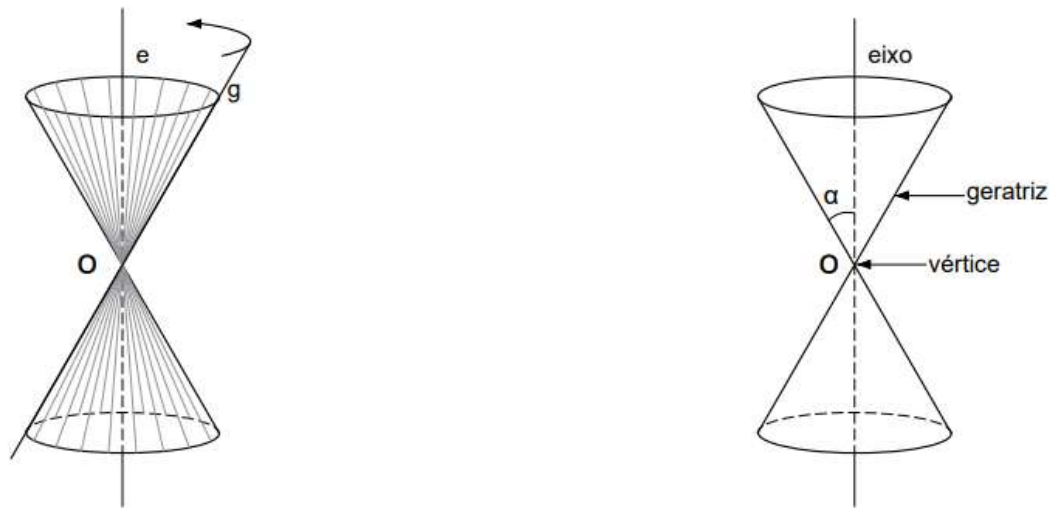
4.1.2 Obtenção das Cônicas

As cônicas são curvas geométricas planas que podem ser entendidas mais intuitivamente através da intersecção de um plano com uma superfície cônica dupla, que são dois cones unidos pelos seus vértices no formato de uma ampulheta infinita. Conforme Santos (2009), esse entendimento é descrito em obras antigas como é o caso do tratado *As cônicas* de Apolônio (262 a 190 a.C.), um grande matemático e astrônomo da Grécia antiga. Conforme descrição do autor sobre o supracitado tratado temos:

Apolônio é autor do tratado *As cônicas*, composto por oito livros, nos quais demonstra centenas de teoremas recorrendo aos métodos geométricos de Euclides. Dos oito livros desse tratado, só sobreviveram sete: *A seção do espaço*, *A seção da relação*, *A seção determinada*, *As inclinações*, *Os lugares planos*, *Os contatos* e *Okytokion*. Nesse tratado, Apolônio mostra, entre outras coisas, que de um único cone podem ser obtidas, além do círculo, três outras espécies de seções cônicas, bastando para tal fazer variar a inclinação do plano de corte. (SANTOS et al., 2009, p.14)

Objetivando adentrar no entendimento da obtenção das cônicas consideraremos inicialmente duas retas e e g , concorrentes e não perpendiculares entre si, tocando-se no ponto O . Fixaremos no espaço a reta e , que aqui denominaremos eixo, e faremos uma rotação da reta g em torno de e mantendo fixo o ângulo α entre as retas. Assim, a reta g , que denominaremos geratriz, determinará uma superfície cônica circular infinita formada por duas folhas separadas pelo ponto O , denominado vértice.

Figura 5: Obtenção de cone circular através de rotação da reta geratriz g em torno do eixo e



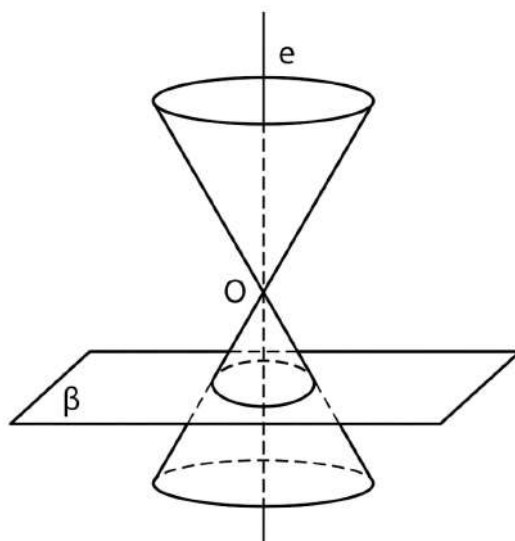
Fonte: Autor, 2026

Tomando-se o entendimento inicial acima, as seções cônicas ou simplesmente cônicas são curvas que são obtidas através da intersecção de um plano com um cone circular reto duplo. De acordo com a inclinação desse plano em relação ao eixo central do cone a curva obtida por essa intersecção será um ponto, uma ou duas retas, uma circunferência, uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola, conforme as situações apresentadas a seguir.

Caso 01: Quando o plano β posiciona-se perpendicularmente ao eixo e a seção obtida na sua intersecção com a superfície cônica circular é uma circunferência, ou um ponto, para o caso em que o plano passa pelo vértice.

A imagem seguinte tem como objetivo ilustrar a obtenção da curva circular conforme descrito no *Caso 01*, acima apresentado.

Figura 6: Obtenção da circunferência através da intersecção de um plano com o cone circular.

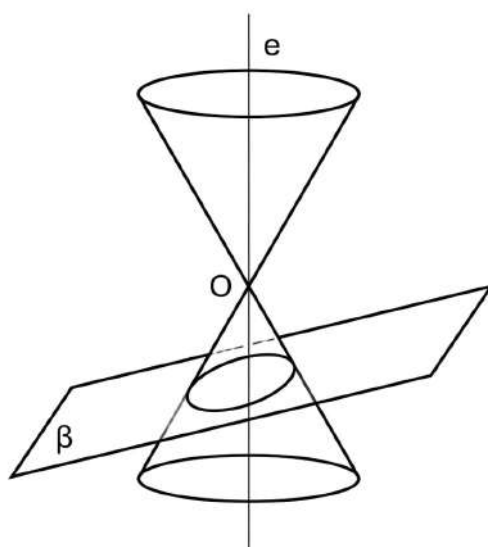


Fonte: Autor, 2026

Caso 02: Quando o plano β posiciona-se obliquamente ao eixo cortando apenas uma das folhas da superfície cônica a seção obtida na intersecção é denominada elipse.

A imagem a seguir tem como objetivo ilustrar a obtenção da curva elíptica conforme descrito no *Caso 02*, acima apresentado.

Figura 7: Obtenção da elipse através da intersecção oblíqua de um plano com o cone.

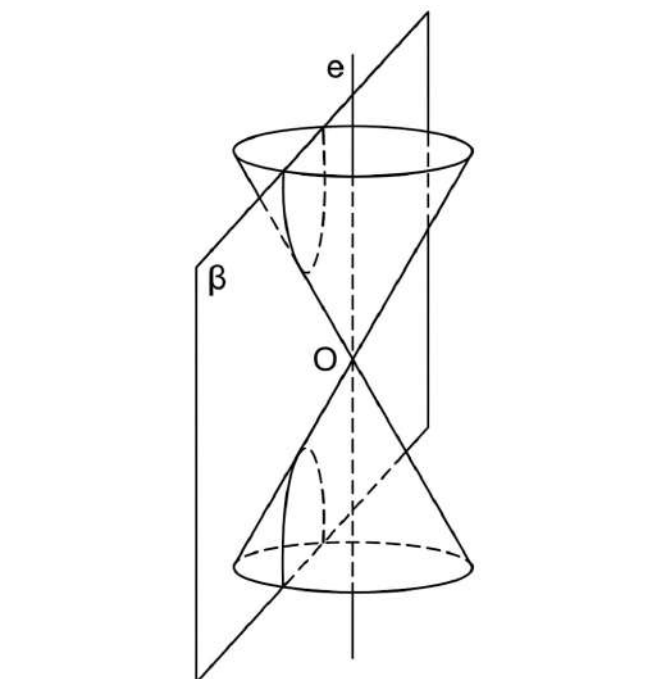


Fonte: Autor, 2026

Caso 03: Quando o plano β posiciona-se paralelamente ao eixo cortando as duas folhas da superfície cônica a seção obtida na intersecção deste com a superfície cônica circular é denominada hipérbole.

A imagem a seguir tem como objetivo ilustrar a obtenção da curva hiperbólica conforme descrito no *Caso 03*, acima apresentado.

Figura 8: Obtenção da hipérbole através da intersecção paralela de um plano com o cone.

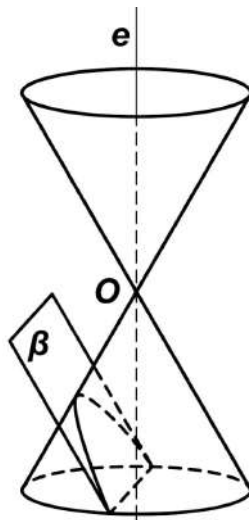


Fonte: Autor, 2026

Caso 04: Quando o plano β é paralelo a uma geratriz g da superfície cônica a seção obtida na intersecção deste com a superfície cônica é denominada parábola. Devido a essa inclinação específica, o plano corta a superfície cônica sem atravessá-la pelo outro lado, resultando em uma curva aberta e simétrica cuja excentricidade é exatamente igual a 1 ($e = 1$). Essa condição de paralelismo em relação à geratriz é o critério geométrico fundamental que distingue a parábola das demais seções cônicas

A imagem a seguir tem como objetivo ilustrar a obtenção da curva parabólica conforme descrito no *Caso 04*, acima apresentado.

Figura 9: Obtenção da parábola através da intersecção de um plano com o cone.



Fonte: Autor, 2026

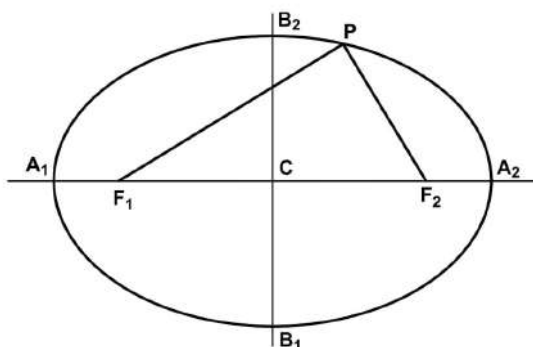
4.1.3 Equações Canônicas, Equações Paramétricas e Gráficos das Cônicas

A seguir faremos uma abordagem referente à forma de obtenção das equações canônicas das cônicas bem como dos gráficos dessas curvas e, complementarmente, expressaremos estas equações também na sua forma paramétrica. Esta forma extra de representação matemática aqui abordada se justifica pelo fato de que a obtenção das equações paramétricas das cônicas se apresenta como uma excelente opção para a programação objetivando a obtenção de gráficos no MATLAB, pois permitem representarmos as curvas de forma precisa e flexível e viabilizam, em alguns casos, a elaboração de algoritmos mais simplificados, se tornando vantajoso à realização da prática de execução e ensino destes algoritmos.

Equações Canônicas da Elipse

Definição 4.1. Dados dois pontos distintos F_1 e F_2 , pertencentes a um plano β , sendo $2c$ a distância entre eles. Denominamos *ellipse* ao conjunto de todos os pontos de β cuja soma das distâncias aos pontos F_1 e F_2 seja constante e igual a $2a$ (sendo $a > b$).

Figura 10: Elipse.

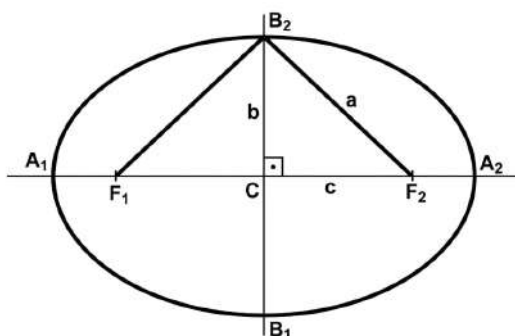


Fonte: Autor, 2026

Conforme apresenta (IEZZI, 1993, p.168), os elementos principais da elipse: Considerando-se a figura acima temos:

- \$C\$ é o centro da elipse
- \$F_1\$ e \$F_2\$ são os focos
- \$A_1\$, \$A_2\$, \$B_1\$ e \$B_2\$ são os vértices da elipse
- \$\overline{A_1A_2} = 2a\$ é o eixo maior
- \$\overline{B_1B_2} = 2b\$ é o eixo menor
- \$\overline{F_1F_2} = 2c\$ é a distância focal
- \$c/a\$ é denominado excentricidade da elipse
- A expressão \$a^2 = b^2 + c^2\$ é denominada **relação notável** da elipse, ficando com visualisuação mais evidente na figura a seguir.

Figura 11: Elipse com explicitação dos elementos da relação notável.

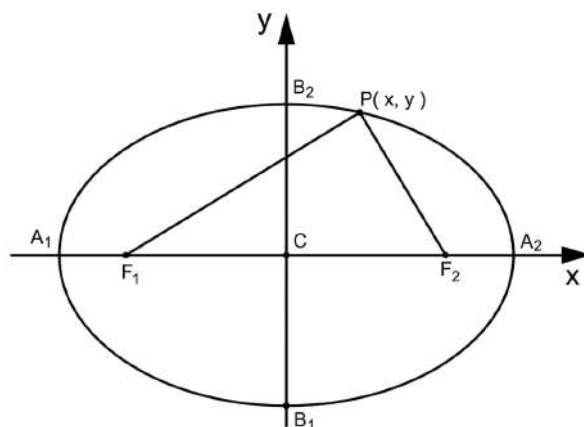


Fonte: Autor, 2026

Proposição 4.1. Para uma elipse com focos \$F_1\$ \$(-c, 0)\$ e \$F_2\$ \$(c, 0)\$, sendo \$F_1\$ e \$F_2\$ pontos do plano cartesiano, então sua equação é dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Figura 12: Elipse com focos contidos no eixo x.



Fonte: Autor, 2026

Nas condições acima um ponto genérico da elipse $P(x, y)$ se verifica através da equação 01, acima, camada de equação reduzida.

Demonstração: Como P pertence à elipse, pela definição 4.1 temos:

$$P \in \text{elipse} \Leftrightarrow PF_1 + PF_2 = 2a$$

Então,

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2xc = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} - 2cx$$

$$\Leftrightarrow xc = a^2 - a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - cx$$

$$\Rightarrow a^2(x-c)^2 + a^2y^2 = (a^2 - cx)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2$$

$$\Leftrightarrow a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2 = a^4 - a^2c^2$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

Fazendo $(a^2 - c^2) = b^2$ temos,

$$\Leftrightarrow b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

Daí,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

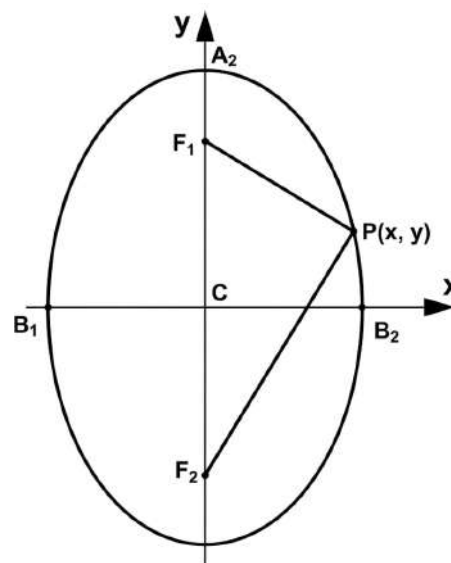
■

Proposição 4.2. Para uma elipse com focos $F_1(0, -c)$ e $F_2(0, c)$ então sua equação é dada por:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (2)$$

Na figura a seguir apresentamos a representação gráfica da elipse com focos contidos no eixo y.

Figura 13: Elipse com focos contidos no eixo y.



Fonte: Autor, 2026

Nas condições acima um ponto genérico da elipse $P(x, y)$ se verifica através da equação 02, acima, camada de equação reduzida.

Demonstração: Analogamente à demonstração anterior, como P pertence à elipse, pela definição 4.1 temos:

$$P \in \text{elipse} \Leftrightarrow PF_1 + PF_2 = 2a$$

Então,

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y+c)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y-c)^2} = 2a \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

■

Proposição 4.3. Para uma elipse com centro no ponto $C'(x_0, y_0)$ e $A_1A_2 \parallel x$, então a equação em relação ao sistema auxiliar $x'C'y'$ será:

$$\frac{(x')^2}{b^2} + \frac{(y')^2}{a^2} = 1$$

No caso acima verificamos uma equivalência à translação do sistema xOy . Dessa forma, a equação relativa ao sistema cartesiano xOy pelos critérios de translação de eixos será:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 \quad (3)$$

Analogamente, para uma elipse com centro no ponto $C'(x_0, y_0)$ e $A_1A_2 \parallel y$, então a equação em relação ao sistema auxiliar xOy' será:

$$\frac{(y - y_0)^2}{a^2} + \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1 \quad (4)$$

Equações paramétricas da Elipse

Para fins de uma produção mais simplificada do gráfico da elipse em MATLAB torna-se adequado escrever as equações paramétricas da elipse. Consideremos a equação da elipse **com eixo maior paralelo a y** conforme a seguir:

$$\frac{(y - y_0)^2}{a^2} + \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\left(\frac{y - y_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{x - x_0}{b}\right)^2 = 1$$

Assim, comparando a equação acima com a identidade fundamental trigonométrica $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, obtemos:

$$\frac{y - y_0}{a} = \sin(t) \Leftrightarrow y = y_0 + a.\sin(t) \quad (5)$$

$$\frac{x - x_0}{b} = \cos(t) \Leftrightarrow x = x_0 + b.\cos(t) \quad (6)$$

Dessa forma, as equações 5 e 6 acima obtidas são as equações paramétricas da elipse **com eixo maior paralelo a y** que utilizaremos neste trabalho na programação em MATLAB.

Agora, consideremos a equação da elipse **com eixo maior paralelo a x** , conforme a seguir:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 = 1$$

Assim, comparando a equação acima com a identidade fundamental trigonométrica $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, obtemos:

$$\frac{x - x_0}{a} = \cos(t) \Leftrightarrow x = x_0 + a.\cos(t) \quad (7)$$

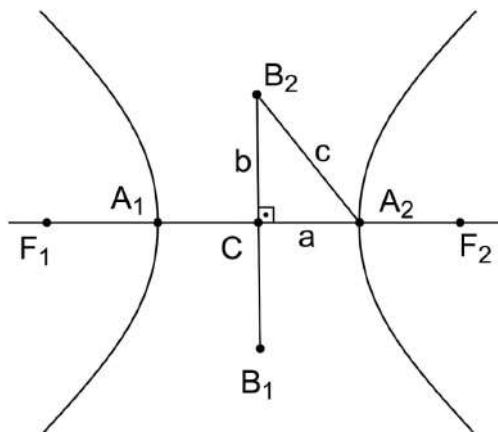
$$\frac{y - y_0}{b} = \sin(t) \Leftrightarrow y = y_0 + b.\sin(t) \quad (8)$$

Dessa maneira, as equações (7) e (8) acima obtidas são as **equações paramétricas da elipse com eixo maior paralelo a x** que utilizaremos neste trabalho na programação em MATLAB.

Equações Canônicas da Hipérbole

Definição 4.2. Dados dois pontos distintos F_1 e F_2 , pertencentes a um plano β , sendo $2c$ a distância entre eles. Denominamos *hipérbole* ao conjunto de todos os pontos de β cuja diferença em valor absoluto das distâncias aos pontos F_1 e F_2 seja constante e igual a $2a$ (sendo $0 < 2a < 2c$).

Figura 14: Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável



Fonte: Autor, 2026

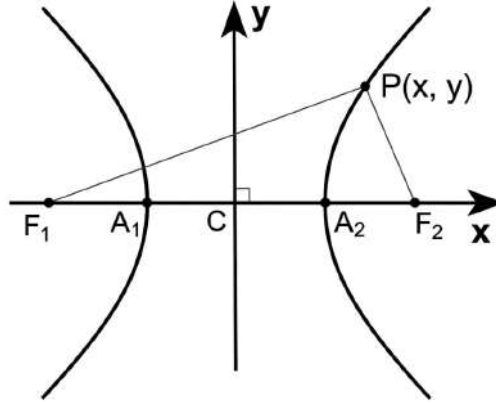
Conforme apresenta (IEZZI, 1993, p.174) temos os seguintes elementos principais da hipérbole, considerando-se a figura acima:

- C é o centro da hipérbole
- F_1 e F_2 são os focos
- A_1, A_2 são os vértices
- $\overline{A_1A_2} = 2a$ é o eixo real
- $\overline{B_1B_2} = 2b$ é o eixo imaginário
- $\overline{F_1F_2} = 2c$ é a distância focal
- A expressão $c^2 = a^2 + b^2$ é denominada **relação notável** do triângulo CA_2B_2 , ficando com visualização mais evidente na figura a seguir.

Proposição 4.4. Para uma hipérbole com focos $F_1 (-c, 0)$ e $F_2 (c, 0)$, sendo F_1 e F_2 pontos do plano cartesiano, então sua equação é dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (9)$$

Figura 15: Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável



Fonte: Autor, 2026

Demonstração: Analogamente às demonstrações anteriores, como P pertence à hipérbole, pela definição 4.2 temos:

$$P \in \text{hipérbole} \Leftrightarrow |PF_1 - PF_2| = 2a$$

Então,

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \pm 2a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \pm 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (x+c)^2 + y^2 = 4a^2 \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 4xc - 4a^2 = \pm 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow cx - a^2 = \pm a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (cx - a^2)^2 = a^2(x-c)^2 + a^2y^2$$

$$\Leftrightarrow c^2x^2 - 2a^2cx + a^4 = a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2$$

$$\Leftrightarrow (c^2 - a^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$$

Fazendo $(c^2 - a^2) = b^2$ temos,

$$\Leftrightarrow b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

Daí,

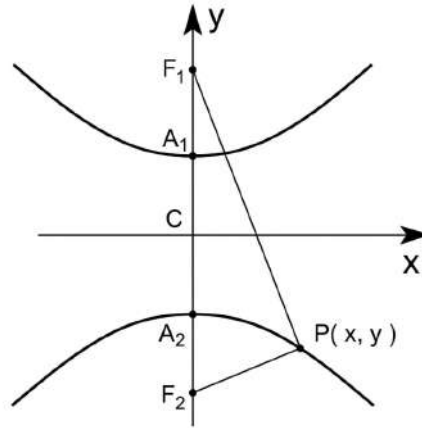
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

■

Proposição 4.5. Para uma hipérbole com focos $F_1 (0, -c)$ e $F_2 (0, c)$, sendo F_1 e F_2 pontos do plano cartesiano, então sua equação é dada por:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (10)$$

Figura 16: Hipérbole com explicitação dos elementos da relação notável



Fonte: Autor, 2026

Demonstração: Analogamente às demonstrações anteriores, como P pertence à hipérbole, pela definição 4.2 temos:

$$P \in \text{hipérbole} \Leftrightarrow |PF_1 - PF_2| = 2a$$

Então,

$$\sqrt{(x+0)^2 + (y+c)^2} - \sqrt{(x-0)^2 + (y-c)^2} = \pm 2a \Rightarrow$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

■

Proposição 4.6. Para uma hipérbole com centro no ponto $C'(x_0, y_0)$ e $A_1A_2 \parallel x$, então a equação em relação ao sistema auxiliar $x'C'y'$ será:

$$\frac{(x')^2}{b^2} - \frac{(y')^2}{a^2} = 1$$

No caso acima verificamos uma equivalência à translação do sistema xOy . Dessa forma, a equação realtiva ao sistema cartesiano xOy pelos critérios de translação de eixos será:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1 \quad (11)$$

Analogamente, para uma elipse com centro no ponto $C'(x_0, y_0)$ e $A_1A_2 \parallel y$, então a equação em relação ao sistema auxiliar xOy' será:

$$\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1 \quad (12)$$

Equações paramétricas da Hipérbole

Da mesma forma que a elipse, para fins de uma produção mais simplificada do gráfico da hipérbole no momento da confecção dos algoritmos em MATLAB, faremos uso neste estudo das equações paramétricas dessa curva geométrica.

Assim, considerando-se a equação reduzida da hipérbole a seguir, de **eixo real paralelo ao eixo das abscissas (eixo x)**, temos:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 = 1$$

Comparando a equação (2) acima com a identidade trigonométrica $\sec^2(x) - \tan^2(x) = 1$, obtemos:

$$\frac{x - x_0}{a} = \sec(t) \Leftrightarrow x = x_0 + a.\sec(t) \quad (13)$$

$$\frac{y - y_0}{b} = \tan(t) \Leftrightarrow y = y_0 + b.\tan(t) \quad (14)$$

De forma que as equações (13) e (14) são as **equações paramétricas da hipérbole de eixo real paralelo ao eixo das ordenadas (eixo y)**.

Da mesma forma, considerando-se a equação reduzida da hipérbole a seguir, de **eixo real paralelo ao eixo das ordenadas (eixo y)**, temos:

$$\frac{(y - y_0)^2}{a^2} - \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\left(\frac{y - y_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{x - x_0}{b}\right)^2 = 1$$

Comparando a equação acima com a identidade trigonométrica $\sec^2(x) - \tan^2(x) = 1$, obtemos:

$$\frac{y - y_0}{a} = \sec(t) \Leftrightarrow y = y_0 + a.\sec(t) \quad (15)$$

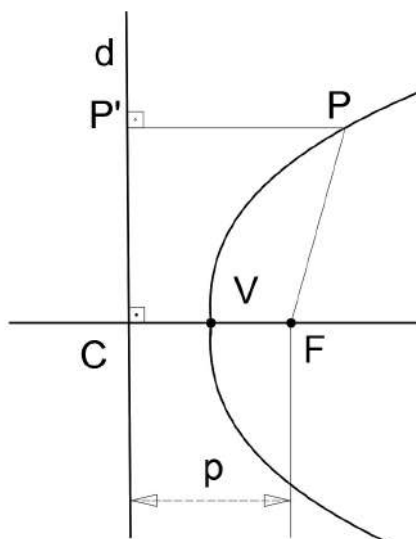
$$\frac{x - x_0}{b} = \tan(t) \Leftrightarrow x = x_0 + b.\tan(t) \quad (16)$$

De forma que as equações (15) e (16) são as **equações paramétricas da hipérbole de eixo real paralelo ao eixo das ordenadas (eixo y)**.

Equações Canônicas da Parábola

Definição 4.3. Dados um ponto F e uma reta d , pertencentes a um plano β , sendo $F \notin d$, seja p a distância entre o ponto F e a reta d . Denominamos *parábola* ao conjunto de todos os pontos de β que localizam-se à mesma distância de F e d .

Figura 17: Parábola com explicitação dos elementos da relação notável



Fonte: Autor, 2026

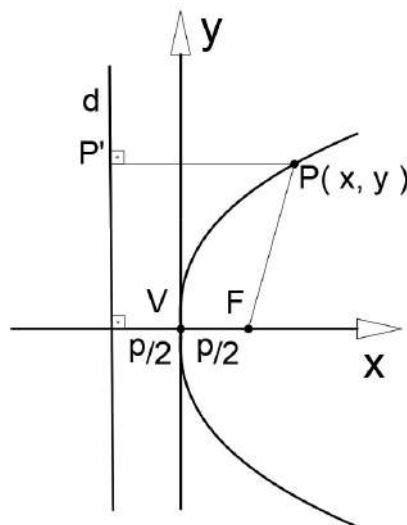
Conforme apresenta (IEZZI, 1993, p.178) temos os seguintes elementos principais da parábola, considerando-se a figura acima:

- F é o foco da parábola.
- d é a diretriz.
- p é o parâmetro
- V é o vértice
- A reta VF é o eixo de simetria
- A expressão $VF = p/2$ é denominada **relação notável**.

Proposição 4.7. Para uma parábola com foco $F(p/2, 0)$ e reta diretriz $r : y = -p/2$ a equação da parábola é dada por:

$$y^2 = 2px \quad (17)$$

Figura 18: Parábola com foco $F(p/2, 0)$



Fonte: Autor, 2026

Demonstração: Considerando que P pertence à parábola e o foco F tem coordenadas $F(p/2, 0)$, pela definição 4.3 temos:

$$P \in \text{parábola} \Leftrightarrow PF = PP'$$

Então,

$$\sqrt{[x - (p/2)]^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{[x + (p/2)]^2 + (y - y)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x - (p/2))^2 + y^2 = (x + (p/2))^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - px + p^2/4 + y^2 = x^2 + px + p^2/4$$

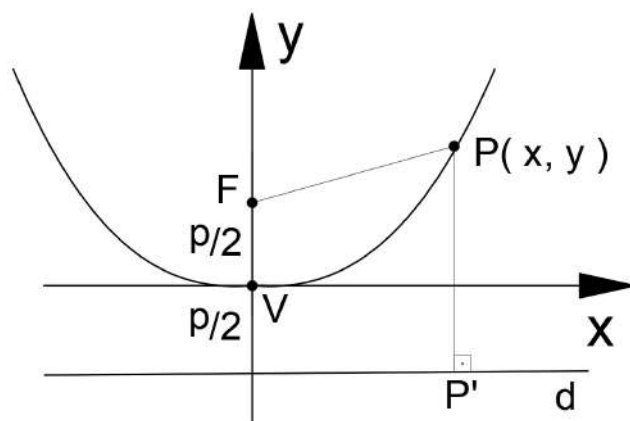
$$y^2 = 2px$$

■

Proposição 4.8. Para uma parábola com foco $F(0, p/2)$ e reta diretriz $r : x = -p/2$ a equação da parábola é dada por:

$$x^2 = 2py \tag{18}$$

Figura 19: Parábola com foco $F(0, p/2)$



Fonte: Autor, 2026

Demonstração: Analogamente, considerando que P pertence à parábola e o foco F tem coordenadas $F(0, p/2)$, pela definição 4.3 temos:

$$P \in \text{parábola} \Leftrightarrow PF = PP'$$

Então,

$$\sqrt{(x - 0)^2 + [y - (p/2)]^2} = \sqrt{(x - x)^2 + [y - (p/2)]^2} \Rightarrow$$

$$x^2 = 2py$$

■

Proposição 4.9. Para uma parábola com vértice no ponto $V'(x_0, y_0)$ e $V'F \parallel x$, então a equação em relação ao sistema auxiliar $x'V'y'$ será:

$$(y')^2 = 2p(x')$$

No caso acima verificamos uma equivalência à translação do sistema xOy . Dessa forma, a equação relativa ao sistema cartesiano xOy pelos critérios de translação de eixos será:

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0) \quad (19)$$

Analogamente, para uma parábola com vértice no ponto $V'(x_0, y_0)$ e $V'F \parallel y$, então a equação em relação ao sistema auxiliar xOy será:

$$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0) \quad (20)$$

Equações Paramétricas da Parábola

Objetivando uma produção mais simplificada dos gráficos em MATLAB torna-se adequado escrever as equações paramétricas da parábola, principalmente quando se tratar daquelas com diretriz paralela ao eixo das ordenadas y . Isso se deve ao fato de que esta parábola não será uma função direta $y = f(x)$.

Assim, considerando-se a equação reduzida da parábola a seguir, **de diretriz paralela ao eixo das ordenadas (eixo y)**, temos:

$$(y - y_0)^2 = -2.p.(x - x_0)$$

Observamos pela equação acima que $y - y_0$ pode assumir qualquer valor real. Assim, substituiremos $y - y_0$ pelo parâmetro t e faremos $(y - y_0)^2 = t^2$.

$$t^2 = -2.p.(x - x_0) \Leftrightarrow x = \frac{t^2}{2p} + x_0 \quad (21)$$

e

$$y - y_0 = t \Leftrightarrow y = t + y_0 \quad (22)$$

De maneira que as equações (21) e (22) são as **equações paramétricas da parábola de diretriz paralela ao eixo das ordenadas (eixo y)**.

Da mesma forma, para a equação reduzida da parábola a seguir, **de diretriz paralela ao eixo das abscissas (eixo x)**, temos:

$$(x - x_0)^2 = -2.p.(y - y_0)$$

Observamos pela equação acima que $x - x_0$ pode assumir qualquer valor real. Assim, substituiremos $x - x_0$ pelo parâmetro t e faremos $(x - x_0)^2 = t^2$.

$$t^2 = -2.p.(y - y_0) \Leftrightarrow y = \frac{t^2}{2p} + y_0 \quad (23)$$

e

$$x - x_0 = t \Leftrightarrow x = t + x_0 \quad (24)$$

De forma que as equações (23) e (24) são as equações paramétricas da parábola de diretriz paralela ao eixo das abscissas (eixo x).

4.2 Software MATLAB

O MATLAB é um software de programação com uma linguagem, além de relativamente fácil, muito popular, poderosa e utilizada mundialmente. Ele pode ser acessado pelos seus usuários tanto pelo software executável instalado direto no computador, quanto pelo aplicativo instalado no celular ou mesmo na sua versão on-line. Seu nome advém da junção das abreviações das palavras matrix (MAT) e laboratory (LAB), sendo bem sugestivo da base operacional desse software, que se fundamenta em operações com matrizes.

Conforme menciona Fausett (2008):

O MATLAB surgiu no final da década de 1970 como um "laboratório de matrizes" para uso em cursos de teoria de matrizes, álgebra linear e análise numérica. Embora o MATLAB atual tenha capacidades muito mais amplas, o elemento de dados básico ainda é uma matriz, que não requer a declaração de dimensões ou tipos de variáveis (inteiros, reais

ou complexos). O MATLAB é um sistema interativo; os comandos podem ser inseridos na Command Window ou pela criação de scripts ou funções.(FAUSETT, 2008, p.31)

De maneira geral software MATLAB é bastante versátil para a utilização em cálculos e rotinas matemáticas, simulações, processamento de dados, modelagens, produção e visualização de gráficos e, em especial, desenvolvimento de algoritmos entre outros.

Com relação aos comandos de programação e características de escritas dos algoritmos, esse software se assemelha bastante com outros programas disponíveis no mercado como é o caso do GNU Octave e do Python, por exemplo.

Para Recktenwald (2000) temos que:

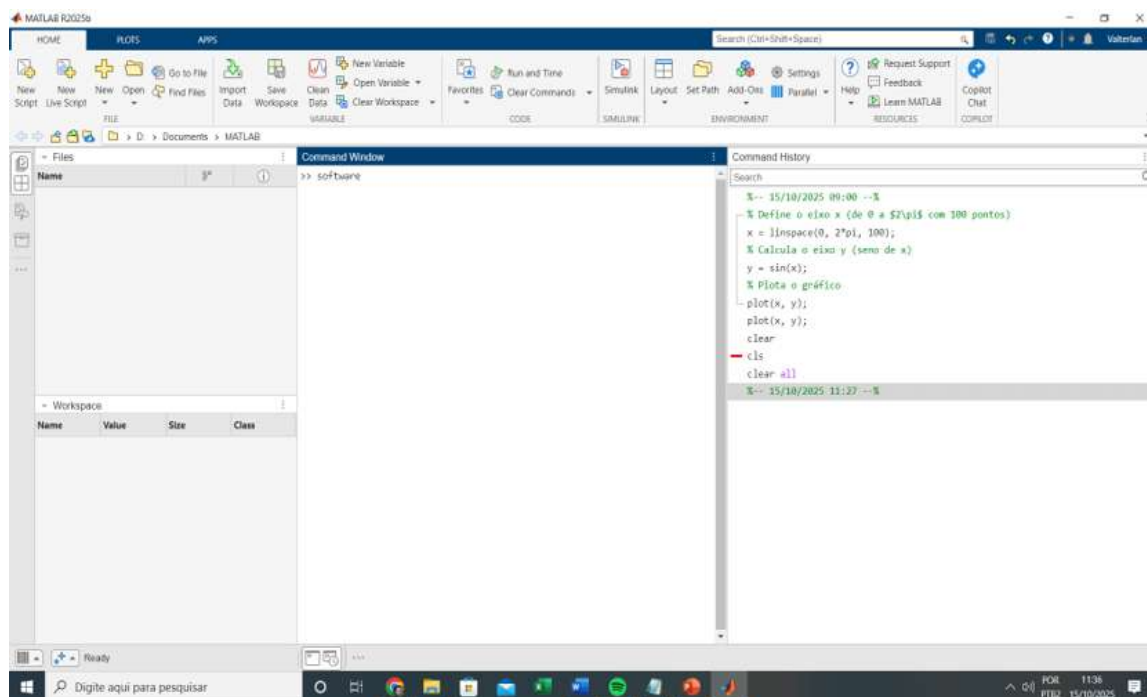
Existem muitas semelhanças entre o MATLAB e outras linguagens de alto nível. A sintaxe é similar à do Fortran, com algumas ideias emprestadas do C. O MATLAB possui estruturas de repetição e execução condicional. Os módulos de subprograma funcionam como sub-rotinas em Fortran e funções em C, no sentido de que os dados são passados entre os módulos por meio de parâmetros de entrada e saída. Variáveis que não são parâmetros de entrada e saída são locais ao subprograma. Um subprograma pode chamar outros subprogramas.(RECKTENWALD, 2000, p.85)

4.2.1 O Ambiente MATLAB

Acessando o MATLAB no computador ou mesmo estando o usuário utilizando a versão on line do programa, pode-se visualizar inicialmente quatro janelas: Command Window, Workspace Window, Command History Window e Current Folder Window, conforme imagem 20. O conhecimento sobre as finalidades, funções e formas de operação, implicando em relativa familiaridade do usuário com essas janelas é de grande importância para a utilização mínima do ambiente de programação.

Na figura a seguir podemos visualizar a tela inicial do MATLAB com algumas de suas janelas, abas e botões de comando. Pela imagem exibida podemos observar que o software utiliza como padrão a língua inglesa em seus menus e caixas de diálogo sendo, entretanto, que a interface de trabalho se apresenta como de aspecto relativamente simples.

Figura 20: Tela inicial do MATLAB



Fonte: Autor, 2026

A Janela Command Window é o principal do ambiente do software e é responsável pela realização de diversos procedimentos, desde a execução das mais simples operações matemáticas e a introdução de variáveis até a execução de algoritmos de programas.

Outro ambiente de grande importância é a janela Editor Window, pois é nele que são construídos e testados os algoritmos desenvolvidos pelo usuário. Em outras palavras é o local no software onde efetivamente são criados os programas.

Na janela Command History Window o usuário pode visualizar os mais recentes comandos utilizados. Esse ambiente é muito importante por diversos motivos: organização do fluxo de trabalho, ajuda na reutilização de comandos, rastreabilidade de um comando ou grupo de comandos e facilita na correção de informações, entre outros.

A janela Workspace Window disponibiliza ao usuário as informações sobre as variáveis que estão em uso em determinado momento. Essa ferramenta é muito útil principalmente no momento em que se está executando ou mesmo testando um algoritmo desenvolvido.

Outro ambiente normalmente visível durante a utilização do MATLAB é a janela Current Folder Window. Ela exibe ao usuário os arquivos, que são os algoritmos já salvos, presentes no diretório ou em uma pasta em utilização para armazenamento das rotinas de programação salvos anteriormente pelo usuário.

4.2.2 Comandos Básicos

Para iniciar a utilização propriamente dita do software, mesmo de uma forma mais simplificada, torna-se necessário conhecer alguns comandos básicos. Dessa forma descrevemos a seguir as operações elementares e comandos que serão fundamentais para o desenvolvimento deste estudo.

Operações Matemáticas Básicas no MATLAB

As operações de soma, subtração, multiplicação, divisão, potências e raízes, entre outras, estão descritas abaixo e podem ser utilizadas tanto na execução de um algoritmo quanto na própria janela Command Window.

Quadro 2: Operações matemáticas no MATLAB

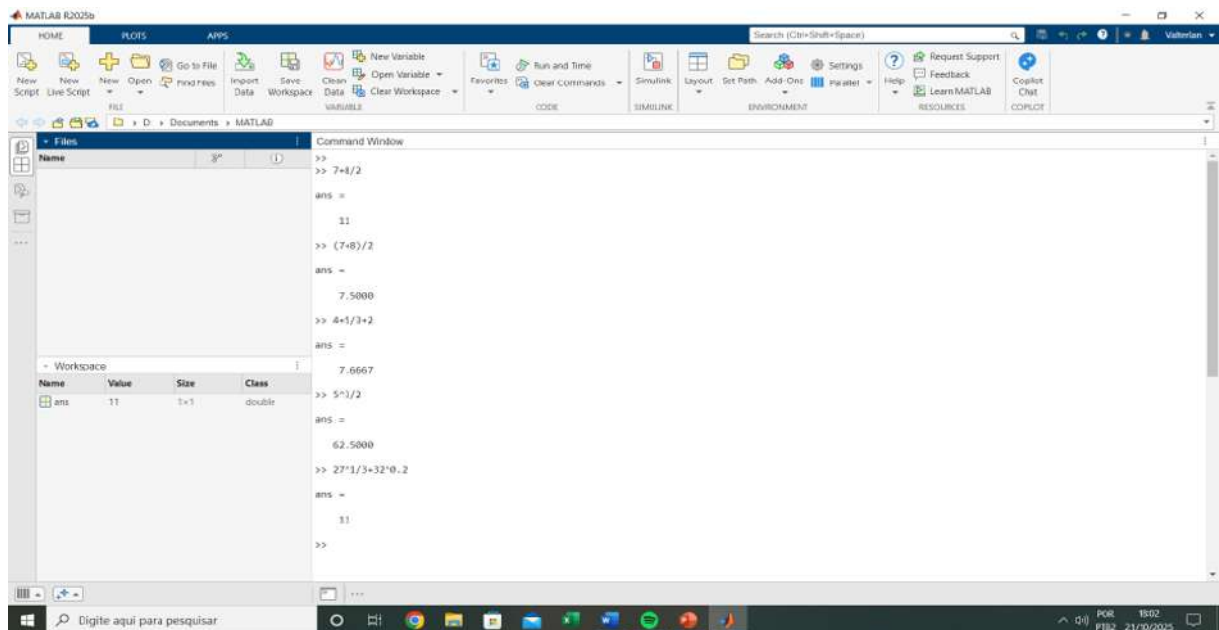
Operação	Símbolo / Comando	Exemplo	Resultado
Soma	+	5 + 3	8
Subtração	-	5 - 3	2
Multiplicação	*	5 * 3	15
Divisão à direita	/	5 / 3	5/3
Divisão à esquerda	\	5 \ 3	3/5
Potenciação	^	5 ^ 3	125
Raiz quadrada	sqrt(x)	sqrt (9)	3
Raiz enésima	nthroot(x,n)	nthroot(125,3)	5
Exponencial (base e)	exp(x)	exp(3)	20.0855369
Logarítmo natural	log(x)	log(2)	0.69314718
Logarítmo base 10	log10(x)	log10(100)	2
Fatorial	factorial(x)	factorial(5)	120
Seno (em graus)	sind(x)	sind(2)	0.034899
Seno (em radianos)	sin(x)	sin(2)	0.9092974
Cosseno (em graus)	cosd(x)	cosd(2)	0.9993908
Cosseno (em radianos)	cos(x)	cos(2)	-0.4161468
Tangente (em graus)	tgd(x)	tgd(2)	0.034920769
Tangente (em radianos)	tg(x)	tg(2)	-2.18503986

Fonte: Pesquisa realizada pelo autor em literatura especializada, 2025.

No MATLAB, operações matemáticas simples são realizadas de forma direta e intuitiva, utilizando símbolos semelhantes àqueles utilizados em outras linguagens de programação.

De maneira geral, vale mencionar que a forma mais simplificada de utilização MATLAB seria a sua aplicação como apenas uma calculadora. Isto pode ocorrer por meio do uso na janela Command Window utilizando-se, entre outras, as operações matemáticas acima listadas, conforme ilustra a figura a seguir.

Figura 21: Operações Matemáticas no MATLAB



Fonte: Autor, 2026

Vale ressaltar que a utilização elementar do MATLAB, mesmo como uma calculadora, não se restringe aos comandos e operações básicas como aquelas anteriormente mencionadas. Mesmo nesse nível de utilização ele é capaz de realizar diversas outras tarefas que vão desde operações simples com matrizes e resoluções de sistemas lineares, por exemplo, até operações vetoriais mais complexas.

4.2.3 Programação em MATLAB

Para uma adequada utilização, seja do MATLAB, GNU Octave, PyCharm, Visual Studio ou qualquer outro software utilizado para desenvolvimento de programação, entende-se como fundamental conhecer alguns conceitos básicos e técnicas e necessários aos fluxogramas e algoritmos e, posteriormente, alguns comandos que normalmente guardam uma intersecção, ou algum grau de semelhança, na sua utilização entre as várias linguagens de programação, conforme observamos na citação de Iepsen (2022), mais adiante.

Ainda, Iepsen (2022) menciona que existem diversas linguagens de programação e estas possuem suas especificidades próprias de plataforma e sintaxe, sendo, entretanto, que a base lógica subjacente é universal e indispensável para todos os desenvolvedores de programas. Evidentemente, com apenas pequenas variações ou particularidades em cada uma delas. Como anda pontua, o autor afirma que:

No processo de construção de um sistema, é necessário ter conhecimento de lógica. Esse conhecimento, quando aplicado a uma linguagem de programação vai produzir um sistema. Essas linguagens de programação são muitas. Java, PHP, C#, Phyton, JavaScript, Delphy – só para citar algumas. No geral elas focam em um segmento ou em uma plataforma. PHP, por exemplo é mais utilizada para o desenvolvimento de sistemas web - no lado do servidor. Delphy e C#, por sua vez, possuem versões com foco no desenvolvimento de sistemas Windows Desktop. Mas, para

construir um sistema em qualquer uma dessas linguagens, é essencial dominar as técnicas trabalhadas em lógica de programação. Essas técnicas são semelhantes, com pequenas variações ou particularidades em cada linguagem.(IEPSEN, 2022)

Vale acrescentar aqui que um algoritmo é comparado a uma receita, ou seja, é uma sequência lógica de passos para resolver um problema, independente de linguagem utilizada. Por outro lado um script é a implementação desse algoritmo em uma linguagem específica, como Python ou JavaScript, podendo ser interpretado como sendo um roteiro já adequado a uma linguagem de instruções para um programa executar uma determinada tarefa.

Conforme Forbellone (2022) os scripts, em MATLAB especificamente, podem ser entendidos e executados como segue:

Os scripts fornecem um conjunto de comandos do MATLAB, comentários, definições de valores de parâmetros, comandos de plotagem e assim por diante. Um script que foi criado e salvo é executado digitando o nome do arquivo no prompt do MATLAB na Command Window, ou usando as opções "Salvar e executar" ou "Executar" no menu Debug.(FAUSETT, 2008, P.35)

Dentre os diversos comandos e operações existentes no âmbito da programação em MATLAB, apresentaremos nos parágrafos subsequentes aqueles que são mais comumente utilizados na maioria dos algoritmos dessa linguagem de programação e que serão fundamentais para o desenvolvimento dos programas simplificados a serem desenvolvidos na execução da presente pesquisa para geração de gráficos das cônicas.

Inicialmente, classificaremos os dados a serem inseridos em um algoritmo como constantes ou variáveis. De acordo com Forbellone (2022) um dado é considerado **constante** quando seu valor não sofre nenhuma alteração no decorrer do tempo, ou seja, na execução de um determinado algoritmo desenvolvido seu valor será o mesmo do início ao fim do programa. Por outro lado, para este autor, um dado é classificado como **variável** quando existe a possibilidade de ele ser alterado em algum momento no decorrer da execução do algoritmo que ele está sendo utilizado.

Objetivando consolidar o entendimento acima entre constante e variável tomaremos como exemplo a expressão matemática para cálculo da área de um círculo, $\pi.r^2$. Neste exemplo o número irracional $\pi = 3,141592\dots$, será um dado constante, enquanto que o raio r poderá ser uma variável.

No ambiente de programação as informações referentes às variáveis são nomeadas e armazenadas para utilização em outro determinado momento da execução do algoritmo. Como exemplo, se escrevermos na janela Command Window do MATLAB a expressão $a = 2$ e teclarmos *enter*, esta informação será guardada de forma que, se em seguida executarmos a operação $a + 3$, o resultado obtido será o número 5. Neste caso à variável escalar a foi atribuído o valor numérico 2 com a utilização do sinal de igualdade ($a = 2$) sendo que este procedimento é denominado **declaração de variável**.

Algumas regras devem ser observadas quanto à criação de variáveis:

1. Pode conter letras, dígitos ou underline;
2. Deve iniciar com letra;

3. Não pode conter sinais de pontuação;
4. Deve possuir um máximo de 63 caracteres;
5. Não são permitidos espaços entre os caracteres.

O quadro a seguir apresenta alguns comandos e procedimentos gráficos simples considerados fundamentais para a criação de algoritmos simples que objetivam a criação de gráficos bidimensionais:

Quadro 3: Comandos e procedimentos em algoritmos simples.

Símbolo / Comando	Resultado
%	Utilizado para fazer comentários no algoritmo
clear	Limpa a memória de programação
clc	Limpa a tela da janela de execução do programa
fprintf('texto')	Exibe um texto na execução do programa
variável=input('mensagem')	Solicita uma valor a ser atribuído a uma variável
plot(x,y)	Gera o gráfico de y em função da variável x
grid on	Insere linhas de grade no gráfico gerado
hold on	Permite adicionar mais elementos ao mesmo gráfico
axis equal	define a proporção dos eixos de um gráfico
legend ('mensagem')	Insere uma legenda no gráfico gerado
title ('mensagem')	Insere um título no gráfico gerado
xlabel ('mensagem')	Insere uma identificação no eixo x
ylabel ('mensagem')	Insere uma identificação no eixo y

Fonte: Pesquisa realizada pelo autor em literatura especializada, 2025.

A seguir apresenta-se um algoritmo simplificado para resolução de equações de segundo grau utilizando os comandos acima descritos:

```
% Resolve equação de segundo grau
% ax^2 + bx + c = 0
clear;
clc;
fprintf('RESOLVENDO EQUAÇÕES \n');
fprintf(' \n');
% PERGUNTA SOBRE OS COEFICIENTES DA EQUAÇÃO\verb
a= input('Qual o coeficiente a da equação? = ');
fprintf(' \n');
b= input('Qual o coeficiente b da equação? = ');
fprintf(' \n');
c= input('Qual o coeficiente c da equação? = ');
fprintf(' \n');
% Cálculo de Delta
delta = b^2-4*a*c
% Cálculo de x1 e x2
x1=(-b-sqrt(d))/(2*a)
x2=(-b+sqrt(d))/(2*a)
```

Ao realizar a execução do algoritmo acima para resolver a equação $x^2+5x+6 = 0$, por exemplo obteremos:

RESOLVENDO EQUAÇÕES

Qual o coeficiente a da equação? = 1

Qual o coeficiente b da equação? = 5

Qual o coeficiente c da equação? = 6

delta = 1

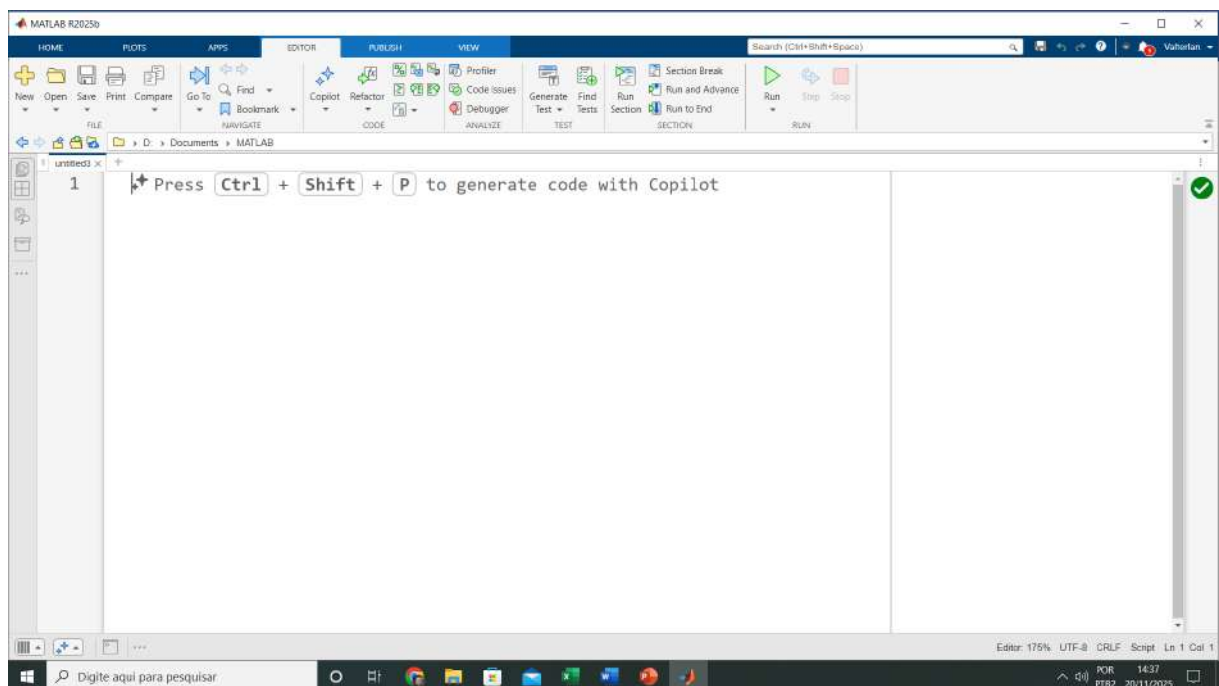
x1 = -3

x2 = -2

Para iniciar a criação propriamente dita de um programa ou rotina de cálculos em MATLAB, como o acima exemplificado, procedemos com a criação de um arquivo denominado *script file* onde será digitado o algoritmo. Para isto, dependendo da versão do software utilizada, deve-se acessar a aba **Home** e selecionar **New Script**. Com isto será aberto um ambiente de digitação denominado Debugger Window no qual pode-se digitar os comandos de programação. Ao final deve-se salvar o arquivo e para executá-lo basta digitar o nome salvo na Command Window.

A seguir apresentamos uma Janela de Edição Debugger Window na qual, conforme descrito acima, poderá ser criado o algoritmo.

Figura 22: Janela de Edição Debugger Window



Fonte: Autor, 2026

4.2.4 Obtenção de Gráficos no MATLAB

A utilização de gráficos se apresenta como uma ferramenta muito útil e poderosa em todas as áreas do conhecimento. Estes elementos são excelentes para visualizar e comparar resultados, organizando visualmente e traduzindo informações complexas em formas mais fáceis e claras podendo levar o leitor a um entendimento rápido e eficaz.

Dessa forma, uma das funcionalidades com bastante relevância na utilização do MATLAB é a obtenção de gráficos diversos. O software possui uma gama de comandos capazes de gerar gráficos diversos apartir de dados previamente informados.

Conforme Chapman (2016) o MATLAB se destaca entre outras linguagens de programação pela variedade de gráficos e comandos de imagem nele existentes. O autor afirma que:

Diferente de muitas outras linguagens computacionais, o MATLAB possui vários comandos de imagem e de representação gráfica integral. Os gráficos e as imagens podem ser exibidos em qualquer dispositivo de saída gráfica compatível com o computador em que o MATLAB esteja sendo executado. Este recurso torna o MATLAB uma ferramenta excepcional para visualização de dados técnicos. (CHAPMAN, 2016)

Conforme descrito acima o MATLAB se sobressai dentre as outras linguagens computacionais de programação no que se refere à produção de gráficos. Entretanto, vale lembrar que linguagens semelhantes, coma a utilizada no GNU Octave, por exemplo, são capazes de produzir gráficos com padrão de qualidade compatíveis com o MATLAB utilizando, em alguns casos, os mesmos comandos ou mesmo produzir gráficos a partir dos mesmos algoritmos escritos em MATLAB.

Na visão de Gilat (2012) gráficos são ferramentas poderosas na interpretação de resultados, o autor destaca que:

Gráficos são ferramentas poderosas quando se deseja interpretar visualmente os resultados. Isso é especialmente interessante nas engenharias e nas ciências exatas, nas quais o MATLAB encontra as maiores aplicações.(GILAT, 2012, p.133)

A citação do autor acima corrobora com as afirmações anteriormente mencionadas a respeito tanto do sentido da aplicabilidade de gráficos quanto de que o MATLAB se apresenta como uma ferramenta apropriada para a geração destes.

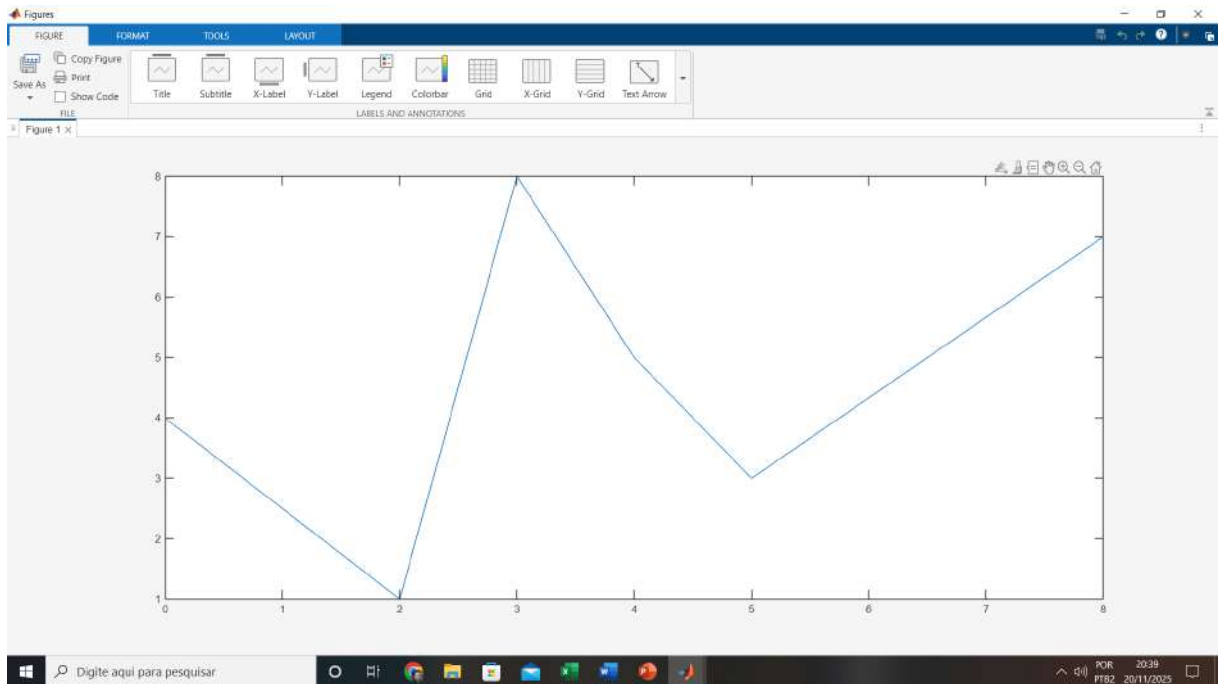
Um dos comandos mais utilizados nessa linguagem para obtenção de gráficos bidimensionais é o comando `plot`. Ao utilizarmos este comando devemos ter as variáveis x e y , por exemplo, como argumentos e estes devem ser vetores unidimensionais com a mesma quantidade de elementos.

Para um entendimento mais adequado apresentamos aqui um primeiro exemplo de geração de gráfico para duas variáveis x com os seguintes elementos 0; 2; 3; 4; 5; 8 e y com os elementos 4; 1; 8; 5; 3; 7. Neste caso específico escreveremos na janela Command Window os valores adotados na forma vetorial conforme exemplo a seguir:

```
x = [ 0  2  3  4  5  8 ];  
y = [ 4  1  8  5  3  7 ];  
plot(x,y)
```

No exemplo anterior atribuiu-se à variável x , por meio da igualdade, os valores apresentados como componentes vetoriais da mesma forma que no caso da variável y . Após a execução do comando `plot` o software exibirá uma nova janela, denominada **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado conforme imagem a seguir:

Figura 23: Janela Figure Window com gráfico gerado



Fonte: Autor, 2026

No caso de gráficos como os de funções, por exemplo, deve-se estabelecer alguns outros parâmetros para geração adequada dos gráficos, conforme veremos a seguir.

Em um caso específico em que o programador deseja obter no MATLAB o gráfico de uma função quadrática, digamos $y = x^2 + 2x - 3$, faremos o seguinte procedimento:

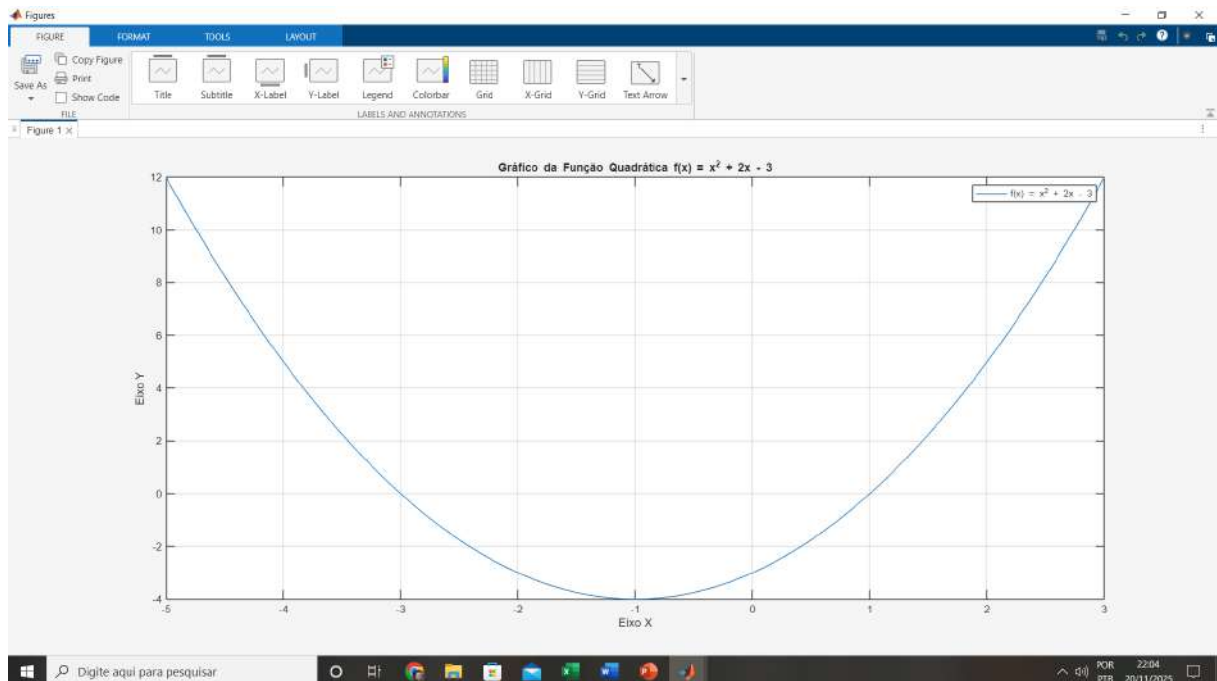
1. Limpar a memória de variáveis utilizadas anteriormente com o comando `clear`;
2. Limpar a tela com o comando `clc`;
3. Definir um intervalo para os valores de x , digamos de -5 a 3 ;
4. Em seguida criar um vetor nesse intervalo com pequenas distâncias entre suas componentes objetivando um gráfico mais suave. Digamos com incremento $0,1$, que nos levará à seguinte grafia de programação $x = -5 : 0.1 : 3$;
5. Definir a variável y em função de x . Neste caso específico $y = x^2 + 2x - 3$;
6. Executar o comando `plot`;
7. Opcionalmente, criar elementos gráficos adicionais como o título, através do comando `title`, rotulo dos eixos x e y através dos comandos `xlabel` e `ylabel`, apresentação das linhas de grade no plano cartesiano por meio do comando `grid on` e adicionar uma legenda com o comando `legend`.

Utilizando-se os itens procedimentais acima teremos um algoritmo com a seguinte sequência de comandos:

```
clear;  
clc;  
x = -5:0.1:3;  
y = x.^2 + 2*x -3;  
plot(x, y)  
title('Gráfico da Função Quadrática f(x) = x^2 + 2x - 3');  
xlabel('Eixo X');  
ylabel('Eixo Y');  
grid on;  
legend('f(x) = x^2 + 2x - 3');
```

Como resultado da execução do programa anterior o software MATLAB exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado conforme imagem a seguir:

Figura 24: Janela Figure Window com gráfico de função do 2º grau.



Fonte: Autor, 2026

Podemos observar na imagem acima que o gráfico produzido apresenta-se com uma quantidade maior de detalhes que aqueles ilustrados anteriormente, ressaltando-se que podem ser explorados diversos outros recursos relativos à geração de gráficos a depender da necessidade do programador.

5 APLICAÇÃO DO MATLAB NO ENSINO DE CÔNICAS

5.1 MATLAB como Ferramenta de Ensino

Uma vez discutida a importância da utilização das tecnologias e recursos computacionais em favor da aprendizagem escolar, partimos para a aplicação da construção de algoritmos computacionais em MATLAB objetivando favorecer a construção do conhecimento das cônicas, principalmente focando na construção dos gráficos dessas curvas, uma vez que é recorrente no âmbito escolar depoimentos de estudantes referentes a dificuldades tanto da construção de gráficos quanto da associação das expressões algébricas com estes gráficos.

Como estamos tratando aqui de um software de programação, obviamente existe uma grande quantidade de formas de obtenção de rotinas para obtenção de resultados ou gráficos. Contudo, uma vez que a presente pesquisa é direcionada para aplicação no âmbito das escolas de ensino médio, torna-se muito vantajosa a opção pela elaboração de programações que sejam eficientes e, principalmente, simplificadas visando alcançar uma melhor compreensão por parte dos estudantes. Para os autores Forbellone e Eberspacher (2022, p.5) "Há muitas formas de resolver um problema, afinal cada pessoa pensa e age de maneira diferente, cada indivíduo tem uma heurística própria".

Um aspecto bastante relevante a se considerar no que se refere a esta pesquisa é o fato de que a metodologia aqui proposta, e em especial os próprios algoritmos de geração de gráficos cônicos aqui apresentados, podem ser aplicados com a utilização de softwares que tenham linguagens de programação similares, como é o caso do GNU Octave ou do Python, realizando, evidentemente, algumas pequenas adaptações na linguagem utilizada nos supracitados algoritmos para adequação ao software alternativo a ser utilizado pelo educador, caso seja necessário.

5.2 Construção de Algoritmos para o Ensino de Cônicas

A seguir apresentamos alguns exemplos de algoritmos desenvolvidos para MATLAB para geração dos gráficos das cônicas. Ressalta-se que que é possível para o professor e seus alunos promoverem alterações convenientemente nos algoritmos a seguir ou mesmo criar algoritmos totalmente novos, exercitando assim a prática de programação e o conhecimento matemático sobre o tema estudado.

Exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da ELIPSE com eixo maior paralelo ao eixo y:

```
clear;
clc;
fprintf('===== \n');
fprintf('  ELIPSE COM EIXO MAIOR PARALELO A Y \n');
fprintf('===== \n');
fprintf('  \n');
% Parâmetros da ellipse:
a = input('Informe o valor do semieixo vertical (a): ');
fprintf(' \n');
```

```

b = input('Informe o valor do semieixo horizontal (b): ');
fprintf(' \n');
centro_x = input('Informe a Coordenada x do centro: ');
fprintf(' \n');
centro_y = input('Informe a Coordenada y do centro: ');
fprintf(' \n');
% Vetor de ângulos para gerar os pontos da elipse:
t = linspace(0, 2*pi, 100);
% Equações paramétricas da elipse:
x = centro_x + b * cos(t);
y = centro_y + a * sin(t);
% Traça o gráfico
plot(x, y, 'LineWidth', 2);
grid on;
axis equal;
title('Gráfico de uma Elipse');
xlabel('Eixo X');
ylabel('Eixo Y');

```

Executando-se o algoritmo acima para obtenção do gráfico da elipse de equação por exemplo:

$$\frac{(y + 2)^2}{5^2} + \frac{(x - 4)^2}{3^2} = 1 \quad (25)$$

obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

```

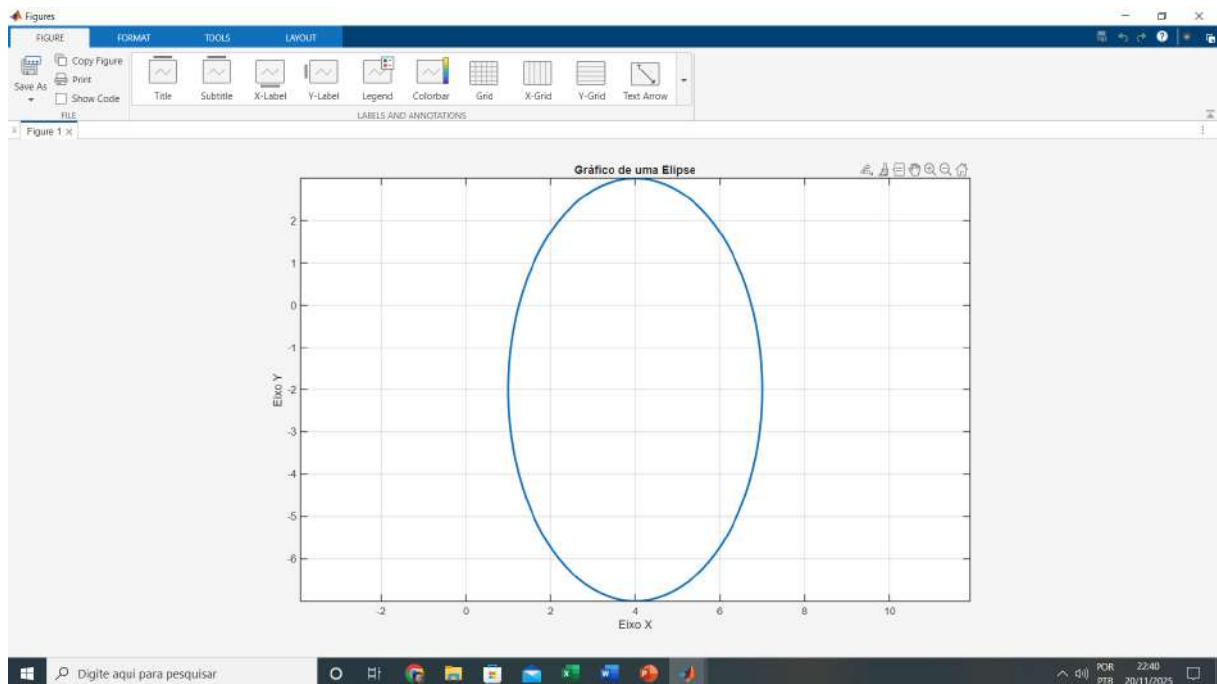
=====
ELIPSE COM EIXO MAIOR PARALELO A Y
=====

Informe o valor do semieixo vertical (a):  5
Informe o valor do semieixo horizontal (b):  3
Informe a Coordenada x do centro:  4
Informe a Coordenada y do centro:  -2

```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da elipse conforme imagem a seguir:

Figura 25: Janela Figure Window com gráfico de Elipse com eixo maior paralelo a y



Fonte: Autor, 2026

Do mesmo modo, temos a elipse com eixo maior paralelo a x . Assim apresentamos um exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da ELIPSE com eixo maior paralelo ao eixo x :

```
clear;
clc;
fprintf('===== \n');
fprintf('  ELIPSE COM EIXO MAIOR PARALELO A X \n');
fprintf('===== \n');
fprintf(' \n');
% Parâmetros da elipse:
a = input('Informe o valor do semieixo horizontal (a): ');
fprintf(' \n');
b = input('Informe o valor do semieixo vertical (b): ');
fprintf(' \n');
centro_x = input('Informe a Coordenada x do centro: ');
fprintf(' \n');
centro_y = input('Informe a Coordenada y do centro: ');
fprintf(' \n');
% Vetor de ângulos para gerar os pontos da elipse:
t = linspace(0, 2*pi, 100);
% Equações paramétricas da elipse:
x = centro_x + a * sin(t);
y = centro_y + b * cos(t);
% Traça o gráfico
plot(x, y, 'LineWidth', 2);
grid on;
```

```
axis equal;
title('Gráfico de uma Elipse');
xlabel('Eixo X');
ylabel('Eixo Y');
```

Executando-se o algoritmo acima para obtenção do gráfico da elipse de equação por exemplo:

$$\frac{(x+3)^2}{5^2} + \frac{(y-4)^2}{4^2} = 1 \quad (26)$$

obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

```
=====
ELIPSE COM EIXO MAIOR PARALELO A X
=====

Informe o valor do semieixo horizontal (a):  5

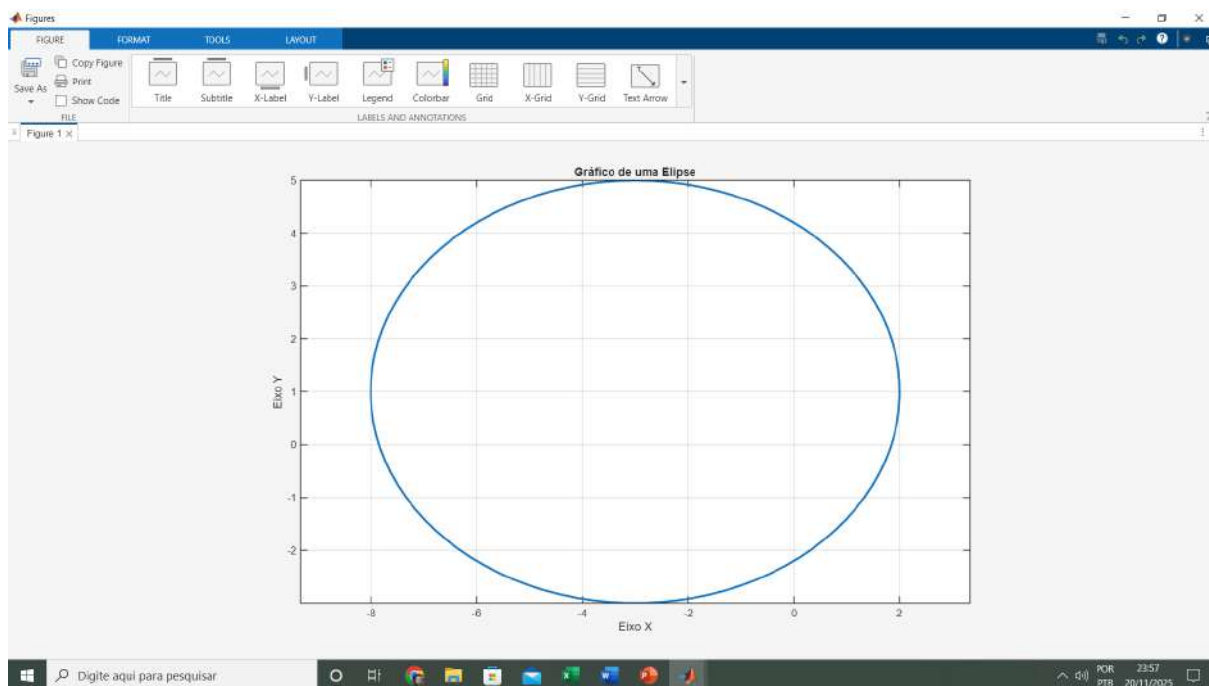
Informe o valor do semieixo vertical (b):  4

Informe a Coordenada x do centro:  -3

Informe a Coordenada y do centro:  1
```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da elipse conforme imagem seguinte:

Figura 26: Janela Figure Window com gráfico de Elipse com eixo maior paralelo a x



Fonte: Autor, 2026

A seguir apresentamos um exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da parábola com **diretriz paralela a x**:

```

clear;
clc;
fprintf('===== \n');
fprintf('  GRÁFICO DA PARÁBOLA - DIRETRIZ PARALELA A X  \n');
fprintf('===== \n');
fprintf(' \n');
% Parâmetros da parábola na forma canônica:
p = input('Informe o valor do parâmetro p : ');
fprintf(' \n');
xv = input('Informe o valor da coordenada x do vértice (xo): ');
fprintf(' \n');
yv = input('Informe o valor da coordenada y do vértice (yo): ');
% Definir o intervalo de valores para x:
x = linspace(xv - 10, xv + 10, 100);
% Calcular os valores de y usando a forma canônica:
y = (1/(-2*p)) * (x - xv).^2 + yv;
% Geração do gráfico:
plot(x, y, 'b-', 'LineWidth', 2);
axis equal;
grid on;
xlabel('Eixo x'); % Rótulo do eixo x
ylabel('Eixo y'); % Rótulo do eixo y
title(sprintf('Gráfico da Parábola'));
hold on; % Permite adicionar mais elementos ao mesmo gráfico
plot(xv, yv, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'LineWidth', 2);
plot(xv, yv+p/2, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'LineWidth', 2);

```

Executando-se o algoritmo acima para obtenção do gráfico da parábola de equação

$$(x - 4)^2 = -2.4.[y - (-2)]$$

com diretriz paralela ao eixo x , por exemplo, obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

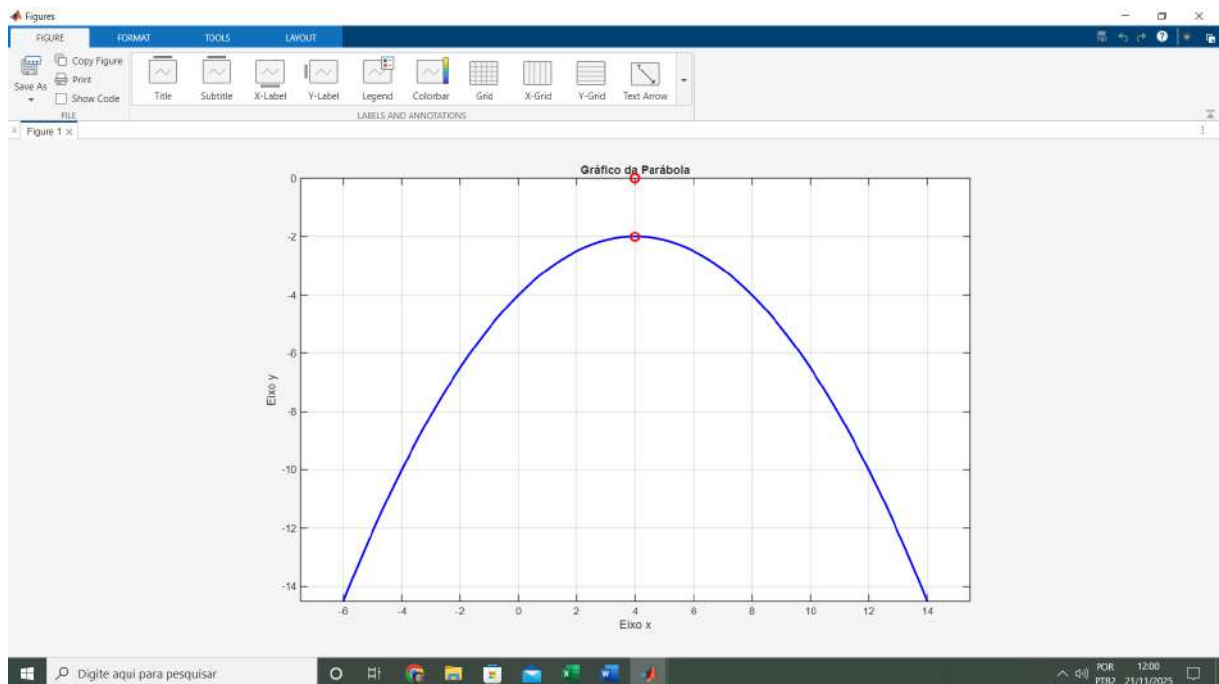
```

=====
GRÁFICO DA PARÁBOLA - DIRETRIZ PARALELA A X
=====
Informe o valor do parâmetro p : 4
Informe o valor da coordenada x do vértice (xo): 4
Informe o valor da coordenada y do vértice (yo): -2

```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da parábola conforme imagem a seguir:

Figura 27: Janela Figure Window com gráfico de parábola com diretriz paralela a x



Fonte: Autor, 2026

Do mesmo que no exemplo acima em que consideramos uma parábola com diretriz horizontal, teremos também a parábola com diretriz vertical, paralela a y .

Assim, apresenta-se a seguir um exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da parábola **com diretriz paralela a y** :

```
clear;
clc;
fprintf('===== \n');
fprintf('PARÁBOLA COM DIRETRIZ PARALELA A Y \n');
fprintf('===== \n');
fprintf(' \n');
p = input('Informe o valor do parâmetro p : ');
fprintf(' \n');
xv = input('Informe o valor da coordenada x do vértice (xo): ');
fprintf(' \n');
yv = input('Informe o valor da coordenada y do vértice (yo): ');
t = linspace(- 10, + 10, 100);
% Equações paramétricas da parábola:
x = t.^2/(2*p) + xv;
y = t + yv;
% Gráfico:
figure;
plot(x, y, 'b-', 'LineWidth', 2);
hold on;
axis equal;
grid on;
xlabel('Eixo x');
```

```
ylabel('Eixo y');
title(sprintf('Gráfico da Parábola com Diretriz Paralela a y'));
```

Executando-se o algoritmo acima para obtenção do gráfico da parábola de equação

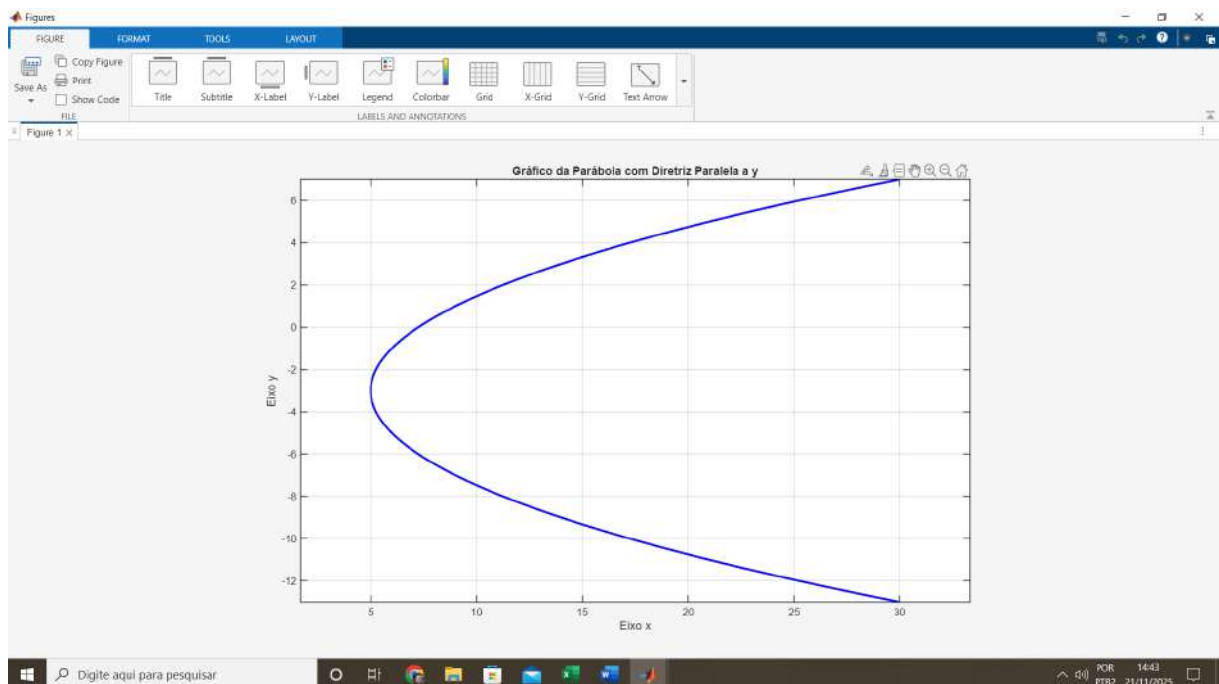
$$(y + 3)^2 = -2.2.(x - 5)$$

com diretriz paralela ao eixo x, por exemplo, obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

```
=====
PARÁBOLA COM DIRETRIZ PARALELA A Y
=====
Informe o valor do parâmetro p : 2
Informe o valor da coordenada x do vértice (xo): 5
Informe o valor da coordenada y do vértice (yo): -3
```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da parábola conforme imagem a seguir:

Figura 28: Janela Figure Window com gráfico de parábola com diretriz paralela a y



Fonte: Autor, 2026

A seguir apresentamos um exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da **hipérbole com eixo real paralelo ao eixo das abscissas x** :

```
clear;
clc;
fprintf('===== \n');
```

```

fprintf(' GRÁFICO DA HIPÉRBOLE (EIXO X) \n');
fprintf('===== \n');
fprintf(' \n');
% Parâmetros da hipérbole
a = input('Informe o valor do semieixo real (a): ');
fprintf(' \n');
b = input('Informe o valor do semieixo imaginário (b): ');
fprintf(' \n');
centro_x = input('Informe a Coordenada x do centro: ');
fprintf(' \n');
centro_y = input('Informe a Coordenada y do centro: ');
fprintf(' \n');
% Vetor de ângulos para gerar os pontos da elipse
t = linspace(0, 2*pi, 100);
% Equações paramétricas da elipse
x = centro_x + a * sec(t);
y = centro_y + b * tan(t);
% Traça o gráfico
plot(x, y, 'LineWidth', 2);
grid on;
axis equal;
title('Gráfico de uma Hipérbole');
xlabel('Eixo X');
ylabel('Eixo Y');

```

Executando-se o algoritmo acima para, por exemplo, obtenção do gráfico da hipérbole de equação

$$\frac{(x-1)^2}{4^2} - \frac{(y-2)^2}{3^2} = 1$$

com eixo real paralelo ao eixo x, por exemplo, obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

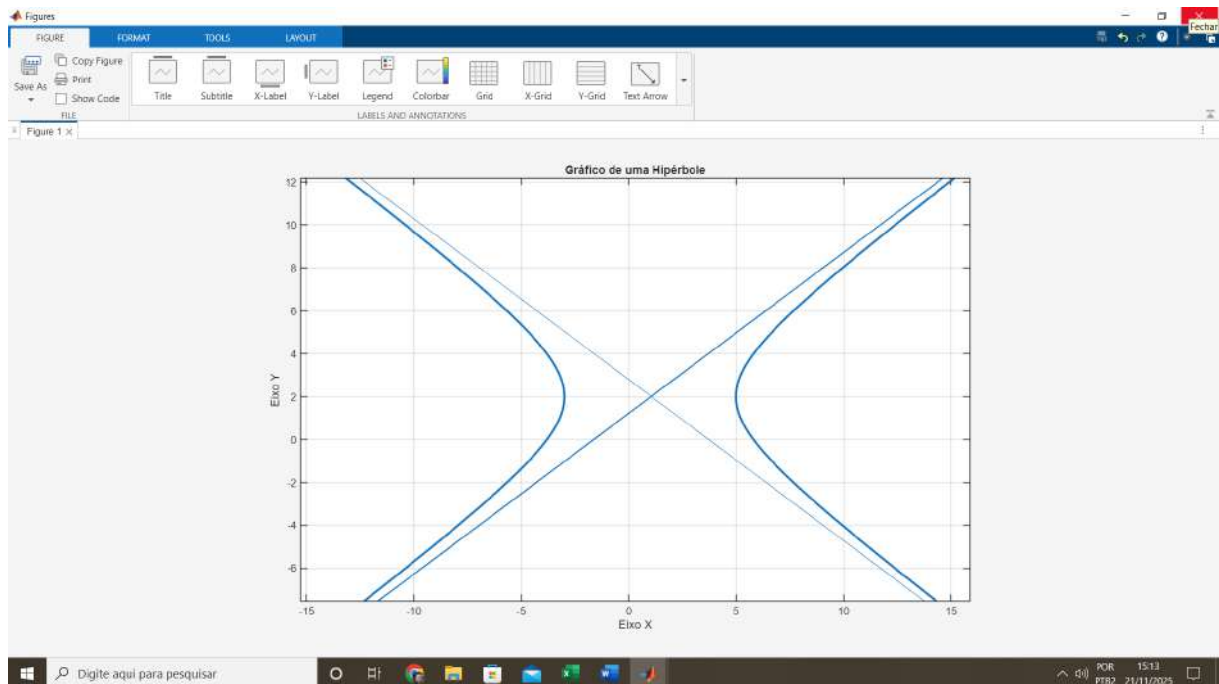
```

=====
GRÁFICO DA HIPERBOLE Eixo X
=====
Informe o valor do semieixo real (a): 4
Informe o valor do semieixo imaginário (b): 3
Informe a Coordenada x do centro: 1
Informe a Coordenada y do centro: 2

```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da hipérbole conforme imagem a seguir:

Figura 29: Janela Figure Window com gráfico de hipérbole com eixo real paralelo a x



Fonte: Autor, 2026

Exemplo de algoritmo em MATLAB para geração do gráfico da **hipérbole com eixo real paralelo ao eixo das ordenadas y** :

```
clear;
clc;
fprintf('===== \n');
fprintf(' HIPÉRBOLE - EIXO REAL PARALELO A Y \n');
fprintf('===== \n');
fprintf(' \n');
% Parâmetros da hipérbole
a = input('Informe o valor do semieixo real (a): ');
fprintf(' \n');
b = input('Informe o valor do semieixo imaginário (b): ');
fprintf(' \n');
centro_x = input('Informe a Coordenada x do centro: ');
fprintf(' \n');
centro_y = input('Informe a Coordenada y do centro: ');
fprintf(' \n');
% Vetor de ângulos para gerar os pontos da elipse
t = linspace(0, 2*pi, 100);
% Equações paramétricas da elipse
x = centro_x + b * tan(t);
y = centro_y + a * sec(t);
% Traça o gráfico
plot(x, y, 'LineWidth', 2);
grid on;
axis equal;
```

```
title('Gráfico de uma Hipérbole');
xlabel('Eixo X');
ylabel('Eixo Y');
```

Executando-se o algoritmo acima para obtenção, por exemplo, do gráfico da hipérbole de equação

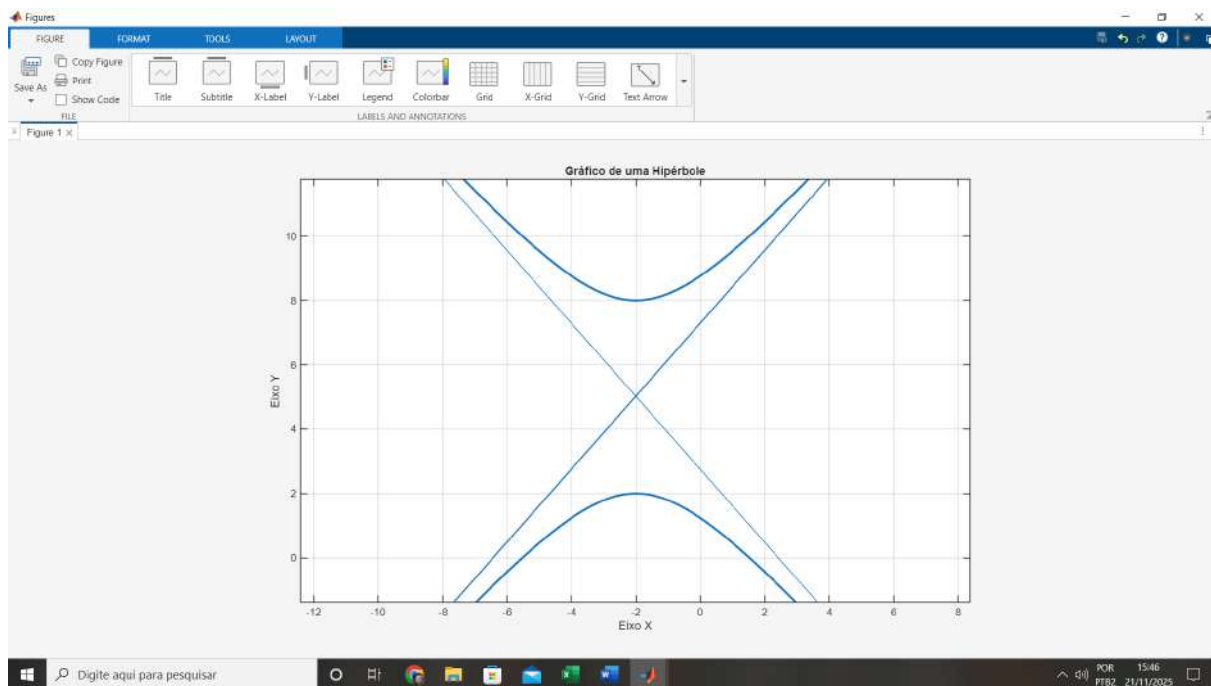
$$\frac{(y-5)^2}{3^2} - \frac{(x+2)^2}{7} = 1$$

com eixo real paralelo ao eixo y, por exemplo, obteremos o seguinte resultado na janela Command Window:

```
=====
HIPÉRBOLE - EIXO REAL PARALELO A Y
=====
Informe o valor do semieixo real (a): 3
Informe o valor do semieixo imaginário (b): sqrt(7)
Informe a Coordenada x do centro: -2
Informe a Coordenada y do centro: 5
```

Como resultado da execução do programa acima o software MATLAB automaticamente exibirá uma nova janela **Figure Window** que apresentará o gráfico gerado da hipérbole conforme imagem a seguir:

Figura 30: Janela Figure Window com gráfico de hipérbole com eixo real paralelo a y



Fonte: Autor, 2026

Os algoritmos exemplificados ao longo deste capítulo, com suas respectivas aplicações e as conseqüentes obtenção dos gráficos de cônicas, se apresentam neste trabalho como elementos norteadores ao professor. Acreditamos que a melhor forma de utilização destes é na forma de elementos de orientação para que o próprio professor possa criar

algoritmos próprios juntamente com os seus estudantes, propiciando dessa forma tanto a aprendizagem prática da programação de computadores quanto a consolidação dos conceitos dos tópicos matemáticos objetos dos algoritmos desenvolvidos.

Por outro lado, dependendo da familiaridade do professor com as linguagens de programação, os algoritmos aqui exemplificados já se apresentam como um ponto de partida para o educador que pode, na utilização destes, limitar-se a buscar junto com seus alunos o entendimento da linguagem e da lógica neles contidos de forma que entendemos que, mesmo nesse nível de utilização, esta prática já se apresentaria como extremamente vantajosa ao aprendizado.

6 PERCURSOS METODOLÓGICOS

Retomando-se a problemática que motivou a presente pesquisa, a saber: quais são os ganhos efetivos da utilização do MATLAB como ferramenta de programação para obtenção de gráficos no ensino das cônicas no ensino médio? Para isso, propomos elaborações de sequências didáticas que permitam ao professor abordar o assunto de forma interativa e prática. A ideia é que os estudantes, em conjunto com o professor, elaborem algoritmos em linguagem MATLAB para explorar as equações das cônicas e seus elementos componentes. Com isso, buscamos melhorar o aprendizado dos estudantes, permitindo que eles obtenham gráficos imediatos das curvas e estabeleçam uma melhor associação entre as equações e os gráficos. Além disso, a prática de programação pode ser uma ferramenta valiosa para a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades importantes para os estudantes.

6.1 Caracterização da Pesquisa

Diante da necessidade de investigar possíveis ganhos no aprendizado com a utilização da programação em MATLAB no ensino de cônicas no ensino médio de uma escola da rede pública do estado do Maranhão, o presente trabalho desenvolvido se caracteriza como uma pesquisa qualitativa embora apresente alguns aspectos quantitativos, principalmente no que se refere à coleta e interpretação dos dados, pois embora em seus questionários aplicados constem perguntas de aspecto qualitativo, a análise dos resultados terá aspecto fundamentalmente de quantidades.

De acordo com as hipóteses de construção de Gil et al. (2002, p.42) entendemos que a presente pesquisa se caracteriza quanto aos objetivos como exploratória, pois busca uma maior aproximação e familiaridade entre pesquisador e o objeto pesquisado, objetivando torná-lo mais explícito ou construir novas hipóteses sobre o mesmo. Ainda dentro dessa classificação anteriormente citada podemos concluir ainda de acordo com Gil et al. (2002, p.41) que temos uma subclassificação para a mesma como um estudo de caso.

6.2 Contexto da Pesquisa

A presente pesquisa teve sua aplicação realizada em duas turmas de ensino médio da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), etapa II, de uma escola da rede de ensino pública do estado do Maranhão, turno noturno, situada na Cidade de São José de Ribamar, que é um dos quatro municípios existentes na ilha de São Luís, portanto inserido na região geograficamente denominada Grande São Luís.

O período de aplicação foi de 03 a 27 de novembro de 2025, sendo que com relação aos instrumentos de coleta de dados, estes foram concretizados através de questionários de múltipla escolha e tiveram sua aplicação como segue: primeiro questionário teve aplicação na data de 03 de novembro de 2025 com um total de 48 (quarenta e oito) alunos das duas turmas pesquisadas e o segundo questionário teve sua aplicação na data de 01 e 03 de novembro de 2025, com um total de 40 (quarenta) alunos das duas turmas participantes desta pesquisa.

6.3 Planejamento da Sequência Didática

Como etapas prévias à aplicação da sequência didática propomos:

1. Realizar planejamento de aula contemplando os assuntos a serem abordados;
2. Preparar e disponibilizar materiais didáticos como slides para projeção, instalação de softwares nas máquinas a serem utilizadas, preparação prévia de algoritmos base para confecção dos gráficos das cônicas;
3. Garantir a infraestrutura física para as aulas, como projetores e computadores, entre outros.

Com relação às etapas de realização da aplicação em sala de aula da sequência didática aqui proposta propomos as seguintes fases:

1. Realização de avaliação diagnóstica com objetivo de realizar um levantamento sobre quais os conhecimentos prévios os alunos têm sobre as cônicas e sobre softwares sobre programação por meio de questionamentos iniciais e da aplicação do Questionário de Investigação Inicial;
2. Realização de aulas convencionais ou com utilização de vídeos e projeções dentre outros recursos disponíveis objetivando um aprendizado inicial sobre as cônicas;
3. Apresentação das ferramentas tecnológicas a serem utilizadas (GNU Octave, Python e MATLAB);
4. Realização de aula referente às operações básicas e a programação com o MATLAB incluindo as ferramentas de geração de gráficos;
5. Realizar em conjunto com os estudantes a confecção dos algoritmos de geração dos gráficos das cônicas no MATLAB;
6. Simulações diversas de gráficos de cônicas através de suas equações com finalidade, inicialmente testar a eficácia dos algoritmos elaborados e, evidentemente, de comparar as equações propostas com os elementos gráficos para consolidação do aprendizado;
7. Realizar processo coleta de dados para conclusão avaliativa da aplicação da sequência didática por meio das observações, registros durante as aplicações das sequências didáticas e da aplicação do Questionário de Investigação Final.

6.4 Detalhamento da Sequência Didática

A sequência didática que apresentamos a seguir contém o planejamento detalhado de aplicação da metodologia de ensino de cônicas por meio de programação em MATLAB como segue:

Os quadros que apresentamos a seguir contemplam o detalhamento da sequência didática de forma temporalmente ordenada.

Quadro 4: Planejamento de Aplicação da Sequência Didática

PLANEJAMENTO
Unidades Temáticas: Geometria Analítica e Tecnologia Computacional, transversalmente.
Objetos do conhecimento: Cônicas: Elipse, hipérbole e parábola / Programação em MATLAB, transversalmente.
Habilidades: (EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática. (EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema. (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1 ^o ou 2 ^o graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 5: Plano de Aula 01

Plano de Aula 01 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Apresentação de softwares e linguagens de programação (JavaScript, Python, Octave, mas com foco no MATLAB); - Exploração das possibilidades de uso do MATLAB no ensino de matemática.
Metodologia e Recursos Didáticos: - Aula expositiva com utilização de computador com internet e datashow; - Apresentação de exemplos de algoritmos simples em MATLAB; - Orientação para cadastro no site MathWorks para acesso ao MATLAB on-line. Obs.: Pode se mostrar suficiente a apresentação apenas do MATLAB como ferramenta principal de trabalho. Entretanto, caso o professor tenha possibilidade de apresentar outras ferramentas de programação, explicando o direcionamento comercial de cada uma delas, a aula pode tornar-se mais rica e produtiva.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (10 minutos) - Inicialmente o professor apresenta os objetivos da aula e explora os conhecimentos prévios dos alunos sobre softwares de programação. 2. Apresentação do MATLAB (30 minutos) - O professor apresenta o MATLAB, sua história e suas aplicações em diversas áreas (engenharia, física, matemática, etc.). - Exemplos de algoritmos simples em MATLAB são apresentados para ilustrar o funcionamento do software. 3. Exploração de Outras Ferramentas (20 minutos) - Se possível, o professor apresenta outras ferramentas de programação (JavaScript, Python, Octave), destacando suas características e direcionamento comercial. - O foco deve ser mantido no MATLAB, que será a ferramenta principal da sequência didática. 4. Cadastro no MathWorks (20 minutos) - O professor orienta os alunos a se cadastrarem no site MathWorks para acesso ao MATLAB on-line. - Os alunos são incentivados a explorar o ambiente de trabalho do MATLAB e a realizar atividades básicas.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 6: Plano de Aula 02

Plano de Aula 02 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Apresentação da elipse com seus elementos constituintes característicos; - Obtenção das equações cartesianas da elipse; - Obtenção das equações paramétricas da elipse; - Construção manual do gráfico da elipse no quadro branco.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computador, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos de elipse na natureza, nas engenharias, na física e no cotidiano (trajetórias de corpos celestes, formas arquitetônicas, etc.). 2. Apresentar forma de obtenção das equações cartesianas da elipse (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações cartesianas da elipse. 3. Apresentar forma de obtenção das equações paramétricas da elipse (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações paramétricas da elipse. 4. Apresentar de forma breve a construção manual do gráfico da elipse (20 minutos) - Preferencialmente o professor deve utilizar projeções em conjunto com o quadro branco para realizar esta tarefa. Observação: O educador deve buscar integrar slides ou vídeos sobre o tema no intuito de ganhar adequada celeridade no andamento da aula sem comprometimento do aprendizado.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 7: Plano de Aula 03

Plano de Aula 03 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Desenvolvimento, em conjunto com os alunos, de algoritmos em MATLAB simplificados para obtenção do gráfico da elipse.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computadores, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos algoritmos simples em MATLAB e sua utilização. 2. Construção do algoritmo para obtenção do gráfico da elipse (30 minutos) - Desenvolver em conjunto com os estudantes um algoritmo em MATLAB capaz de gerar adequadamente o gráfico da elipse. 3. Realização de simulações diversas na obtenção de gráficos de elipses (30 minutos) - Exercitar a construção dos gráficos de elipses através dos algoritmos produzidos. Observação 01: O educador deve ter preparado a estrutura do algoritmo, como impressão de título do gráfico, comando de plotagem e elementos componentes do gráfico tais como linhas de grade e identificação dos eixos coordenados. Observação 02: Após a confecção do algoritmo, realizar simulações e testes diversos quanto à plotagem de gráficos da elipse.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 8: Plano de Aula 04

Plano de Aula 04 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Apresentação da hipérbole com seus elementos constituintes característicos; - Obtenção das equações cartesianas da hipérbole; - Obtenção das equações paramétricas da hipérbole; - Construção manual do gráfico da hipérbole no quadro branco.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computador, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos de hipérbole na natureza, nas engenharias, na física e no cotidiano (trajetórias de corpos celestes, formas arquitetônicas, etc.). 2. Apresentar forma de obtenção das equações cartesianas da hipérbole (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações cartesianas da hipérbole. 3. Apresentar forma de obtenção das equações paramétricas da hipérbole (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações paramétricas da hipérbole. 4. Apresentar de forma breve a construção manual do gráfico da hipérbole (20 minutos) - Preferencialmente o professor deve utilizar projeções em conjunto com o quadro branco para realizar esta tarefa. Observação: O educador deve buscar integrar slides ou vídeos sobre o tema no intuito de ganhar adequada celeridade no andamento da aula sem comprometimento do aprendizado.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 9: Plano de Aula 05

Plano de Aula 05 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Desenvolvimento, em conjunto com os alunos, de algoritmos em MATLAB simplificados para obtenção do gráfico da hipérbole.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computadores, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos algoritmos simples em MATLAB e sua utilização. 2. Construção de algoritmo para obtenção do gráfico da hipérbole (30 minutos) - Desenvolver em conjunto com os estudantes um algoritmo em MATLAB capaz de gerar adequadamente o gráfico da hipérbole. 3. Realização de simulações diversas na obtenção de gráficos de hipérboles (30 minutos) - Exercitar a construção dos gráficos de hipérbole através dos algoritmos produzidos. Oberrvação 01: O educador deve ter preparado a estrutura do algoritmo, como impressão de título do gráfico, comando de plotagem e elementos componentes do gráfico tais como linhas de grade e identificação dos eixos coordenados. Observação 02: Após a confecção do algoritmo, realizar simulações e testes diversos quanto à plotagem de gráficos da elipse.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 10: Plano de Aula 06

Plano de Aula 06 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Apresentação da parábola com seus elementos constituintes característicos; - Obtenção das equações cartesianas da parábola; - Obtenção das equações paramétricas da parábola; - Construção manual do gráfico da parábola no quadro branco.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computador, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos de parábola na natureza, nas engenharias, na física e no cotidiano (trajetórias de corpos celestes, formas arquitetônicas, etc.). 2. Apresentar forma de obtenção das equações cartesianas da parábola (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações cartesianas da parábola. 3. Apresentar forma de obtenção das equações paramétricas da parábola (20 minutos) - Apresentar de forma sucinta a dedução das equações paramétricas da parábola. 4. Apresentar de forma breve a construção manual do gráfico da parábola (20 minutos) - Preferencialmente o professor deve utilizar projeções em conjunto com o quadro branco para realizar esta tarefa. Observação: O educador deve buscar integrar slides ou vídeos sobre o tema no intuito de ganhar adequada celeridade no andamento da aula sem comprometimento do aprendizado.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 11: Plano de Aula 07

Plano de Aula 07 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: - Desenvolvimento, em conjunto com os alunos, de algoritmos em MATLAB simplificados para obtenção do gráfico da parábola.
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computadores, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: 1. Apresentação e Contextualização (20 minutos) - Realizar a apresentação de alguns exemplos algoritmos simples em MATLAB e sua utilização. 2. Construção de algoritmo para obtenção do gráfico da parábola (30 minutos) - Desenvolver em conjunto com os estudantes um algoritmo em MATLAB capaz de gerar adequadamente o gráfico da parábola. 3. Realização de simulações diversas na obtenção de gráficos de parábolas (30 minutos) - Exercitar a construção dos gráficos de parábolas através dos algoritmos produzidos. Oberrvação 01: O educador deve ter preparado a estrutura do algoritmo, como impressão de título do gráfico, comando de plotagem e elementos componentes do gráfico tais como linhas de grade e identificação dos eixos coordenados. Observação 02: Após a confecção do algoritmo, realizar simulações e testes diversos quanto à plotagem de gráficos da elipse.

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 12: Plano de Aula 08

Plano de Aula 08 - Duração: 80 minutos - Presencial
Objetos de conhecimento: Gráficos de elipse, parábola e hipérbole com abordagem computacional
Metodologia e Recursos Didáticos: Aula expositiva com utilização de computadores, datashow, pincéis e quadro branco.
Direcionamento: O educador deve realizar em conjunto com os alunos simulações e testes diversos com utilização dos algoritmos confeccionados quanto à plotagem de gráficos das cônicas, discutindo quais implicações se processam em cada uma dessas curvas com a alteração dos parâmetros existentes nas equações. Coletar através de questionários a percepção dos estudantes acerca da aplicação da metodologia utilizada.

Fonte: Autor, 2025.

6.5 Instrumentos da Coleta de Dados

O levantamento de dados ocorreu mediante elaboração e aplicação de dois questionários impressos individuais de múltipla escolha, APÊNDICE A e APÊNDICE B, tendo como público alvo os estudantes do Educação de Jovens e Adultos, Etapa II, de uma escola da rede pública do Estado do Maranhão.

A escola possui, no turno noturno, quatro turmas em funcionamento, todas na modalidade de Educação de Jovens e Adultos, sendo que duas delas são de Etapa I e as demais de Etapa II. O presente trabalho foi realizado nas turmas desta última etapa citada.

O primeiro questionário, aplicado em momento anterior à sequência didática contou com sete questões de múltipla escolha e abordou temas relacionados à utilização de tecnologias no cotidiano e em ambiente escolar, noções de programação de softwares e sobre as cônicas.

O segundo questionário, aplicado após a conclusão das atividades propostas na sequência didática, objetivou obter dados relativos à receptividade das turmas quanto à metodologia aplicada no ensino de cônicas, quais dificuldades foram encontradas e qual a avaliação sobre o ganho de aprendizado.

6.6 Técnica de Análise de Dados

Ao longo da realização da pesquisa torna-se fundamental realizar a coleta de dados que possibilitará uma avaliação da eficácia da sequência didática. Neste caso, utilizou-se questionários aplicados aos estudantes tornando-se necessário escolher adequadamente o método de análise. Nesse sentido a escolha da metodologia a utilizar depende primordialmente da definição de quais tipos de dados foram coletados: se qualitativos ou quantitativos. No caso particular desse estudo, conforme mencionado anteriormente esta pesquisa se caracteriza como quali-quantitativa, portanto, a análise também assim se caracteriza.

Desta forma, sendo a pesquisa e análise de dados caracterizada parcialmente como quantitativa, os questionários preferencialmente devem conter questões fechadas de múltipla escolha, escalas de valor, ou números, objetivando melhor possibilidade de aplicação da técnica utilizada.

Nesse contexto, a estatística descritiva básica com seus métodos de quantização para os dados subjetivos se apresenta como a que melhor se adequa ao caso. Assim sendo, mesmo considerando o aspecto qualitativo presente na pesquisa, pode-se utilizar ferramentas de análise das frequências e percentuais e das medidas de tendência central, a saber: média, mediana ou moda, conforme o caso, e as medidas de dispersão como desvio padrão e amplitude.

6.7 Execução dos Momentos Planejados

Inicialmente, em duas aulas realizadas na data de 03 de novembro de 2025, aplicou-se o questionário apresentado no APÊNDICE A (Questionário de Investigação Inicial) aos estudantes com perguntas que objetivavam levantar a percepção dos mesmos a respeito das suas dificuldades em matemática e na leitura, interpretação e desenho de gráficos, bem como sobre o interesse na aprendizagem de programação, se já haviam tido algum contato prévio com programação, se acreditavam que a utilização de tecnologias po-

deria enriquecer seu aprendizado e finalmente se a programação de computadores deveria ser uma disciplina presente na grade escolar.

Nesta data acima mencionada também foram apresentados aos estudantes alguns softwares de programação bem como a execução nestes de alguns pequenos algoritmos capazes de realizar tarefas simples como cálculos de somas, médias e realização de pequenos diálogos entre máquina e usuário. Os supracitados softwares apresentados aos estudantes foram o JavaScript, Python, GNU Octave e o MATLAB, que foi o programa aqui escolhido para efetiva execução da sequência didática proposta nesta pesquisa.

Sequencialmente, na data de 05 de novembro de 2025, e em mais duas aulas, o software MATLAB foi apresentado mais detalhadamente aos estudantes com a utilização de datashow nas salas de aula. Nesse momento foram identificadas as janelas principais do ambiente de execução e programação, realizadas algumas das operações matemáticas fundamentais e posteriormente elaborou-se em conjunto com os alunos alguns algoritmos simplificados capazes de resolver equações de segundo grau e calcular distâncias entre pontos. Neste momento da execução da sequência didática o professor já havia ministrado aulas sobre alguns dos tópicos iniciais de geometria analítica, como ponto médio, distância entre pontos e equação da reta.

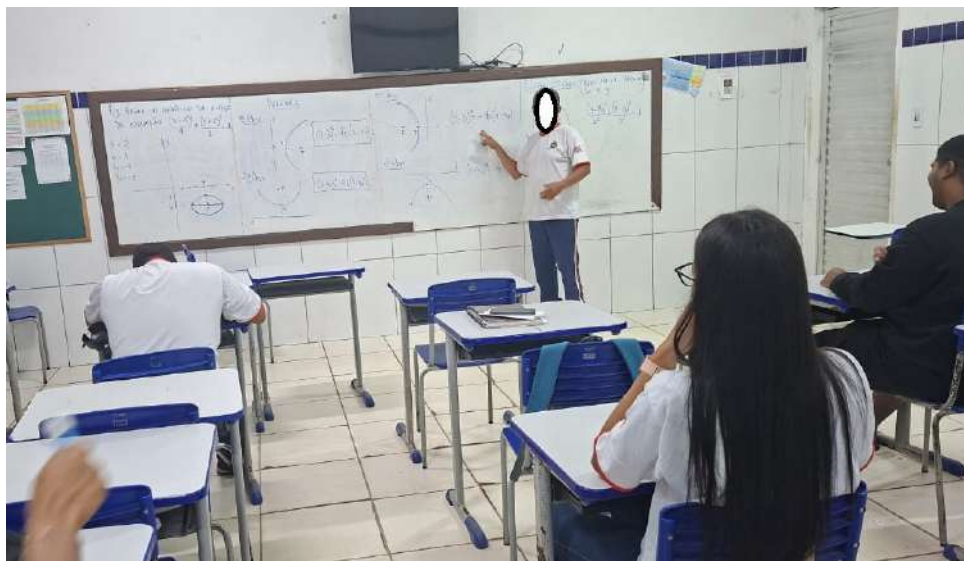
O próximo momento efetivamente a ser executado se processou com a realização de aulas convencionais relativas ao ensino das cônicas, apresentando suas equações e gráficos característicos. Para esta etapa da realização da sequência didática foram empregadas oito aulas que foram realizadas entre os dias 08 a 18 de novembro de 2025.

Figura 31: Aula convencional sobre equações e gráficos das Cônicas



Fonte: Autor, 2025

Figura 32: Discussão com os estudantes sobre equações e gráficos das Cônicas



Fonte: Autor, 2025

Uma vez realizadas com as turmas as aulas referentes às cônicas, iniciaram-se os trabalhos de confecção dos algoritmos capazes de gerar os gráficos de cada uma das cônicas. Esta tarefa fora realizada em conjunto com o professor e consumiu um total de seis aulas, ocorridas nas datas de 24 a 27 de novembro de 2025. Ressaltamos aqui que juntamente com a elaboração dos supracitados algoritmos ocorreu a testagem e utilização efetiva dos mesmos para obtenção dos gráficos.

Com relação a esta importante fase de aplicação da pesquisa torna-se importante relatar a dificuldade enfrentada naquela ocasião pela baixa quantidade de computadores disponíveis no local, de forma que durante toda a aplicação do estudo apenas quatro máquinas foram utilizadas neste trabalho, de forma que os estudantes tiveram que trabalhar em grupos que revezavam a utilização destes equipamentos. Esta dura realidade que traduz a, ainda existente, relativa falta de infraestrutura e de recursos em alguns ambientes escolares públicos, felizmente não se configurou como determinante para a realização ou não do presente trabalho.

Figura 33: Confeção e utilização dos algoritmos para obtenção dos gráficos das Cônicas



Fonte: Autor, 2025

Figura 34: Confeção e utilização dos algoritmos para obtenção dos gráficos das Cônicas



Fonte: Autor, 2025

Finalmente, aplicou-se o segundo questionário com sete questões de múltipla escolha onde buscou-se investigar os ganhos obtidos através da aplicação do estudo.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

7.1 Análise da Sequência Didática Proposta

Embora os benefícios pedagógicos do MATLAB sejam evidentes, sua adoção na Educação Básica pública enfrenta limitações financeiras e estruturais. Por ser um software proprietário, o custo das licenças inviabiliza a implementação em larga escala. Uma alternativa para contornar a instalação local é o uso da versão online gratuita via cadastro no site da MathWorks, acessível inclusive pelo aplicativo para smartphones - opção utilizada da execução da presente pesquisa. Contudo, essa modalidade gratuita impõe limitações operacionais importantes, mas não impeditivas, como a restrição no limite mensal de 20 horas de uso para execução de códigos e a capacidade reduzida de armazenamento em nuvem, o que pode comprometer a continuidade em caso de atividades mais extensas.

Nesse cenário, sobressai-se a viabilidade do GNU Octave como solução de código aberto (open-source). Por possuir sintaxe quase idêntica à do MATLAB, o Octave permite executar os mesmos algoritmos de cónicas sem custos com licenças, limites de tempo ou exigência de hardware avançado. Assim, a sequência didática preserva seu valor pedagógico e ganha sustentabilidade para ser replicada e democratizada em qualquer escola da rede pública.

Uma vez mencionados os aspectos acima, de acordo com os resultados obtidos para a proposta didática se mostraram satisfatórios uma vez que os objetivos iniciais da pesquisa foram alcançados, conforme demonstramos a seguir no que se refere à percepção dos estudantes.

Com relação ao primeiro questionário, este continha sete itens de múltipla escolha elencados sequencialmente em ordem lógica objetivando facilitar a interpretação dos dados, de forma que 48 (quarenta e oito) estudantes foram pesquisados obtendo-se os seguintes resultados:

O primeiro quesito apresentou o questionamento sobre *qual o nível de dificuldade dos alunos com a disciplina matemática*. Este questionamento objetivou levantar a percepção do próprio aluno a respeito de suas dificuldades nessa matéria escolar. Dessa forma, apenas cinco alunos optaram pela resposta "*não tenho dificuldades em aprender os conteúdos dessa matéria*" sendo que este quantitativo correspondeu a 10,42% (dez inteiros e quarenta e dois centésimos por cento) do total. Outros 39 (trinta e nove) alunos optaram pela resposta "*tenho um pouco de dificuldade em aprender os conteúdos dessa matéria*", sendo esta opção o percentual de 81,25% (oitenta e um inteiros e vinte e cinco centésimos por cento). Por fim, quatro alunos, que representam 8,33% (oito inteiros e trinta e três centésimos por cento) optaram pela opção "*tenho muita dificuldade em aprender os conteúdos dessa matéria*".

O gráfico a seguir apresenta a disposição dos resultados acima mencionados.

Figura 35: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 01



Fonte: Autor, 2025

Os resultados observados no gráfico acima apresentado com elevada tendência ao item central, *tenho um pouco de dificuldade em aprender os conteúdos dessa matéria*, que traduz a percepção dos estudantes quanto a seu próprio nível de dificuldade com a disciplina matemática, leva-nos ao entendimento de que existe, na opinião destes educandos, uma avaliação mediana quanto ao seu grau de dificuldade, o que pode ser interpretado como um ponto positivo para fins de aplicação desta pesquisa.

Com relação ao segundo quesito, que dizia respeito ao questionamento sobre as dificuldades dos alunos em ler, interpretar ou desenhar gráficos matemáticos, temos que 12 (doze) estudantes, que representa 25% (vinte e cinco por cento) do total, optaram pela resposta "*não tenho dificuldades*". Outros 31 (trinta e um) pesquisados, 64,58% (sessenta e quatro inteiros e cinquenta e oito centésimos), optaram pela resposta "*tenho um pouco de dificuldade*", enquanto cinco alunos, que equivale a 10,42% (dez inteiros e quarenta e dois centésimos por cento) optaram pela resposta "*tenho muita dificuldade*".

O gráfico a seguir apresenta a disposição dos resultados acima mencionados.

Figura 36: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 02



Fonte: Autor, 2025

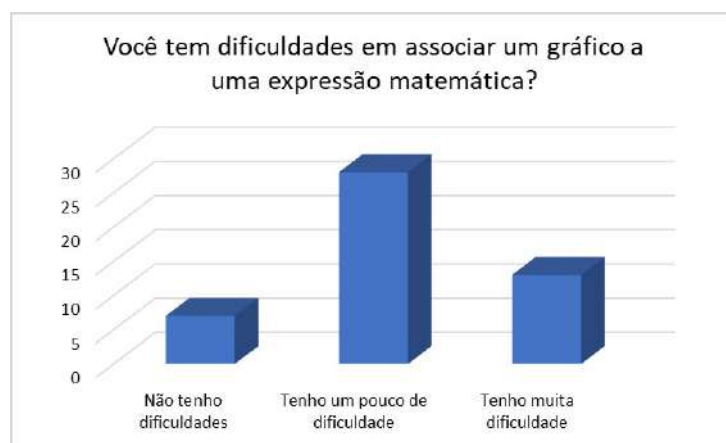
O gráfico acima apresentado, também com elevada tendência ao item central, *tenho um pouco de dificuldade*, seguida pelo primeiro item *não tenho dificuldades* direcionamos à interpretação de que estes estudantes entendem como mediana a sua dificuldade

com relação à leitura, interpretação e desenho de gráficos matemáticos o que, mais uma vez, pode ser considerado vantajoso ao estudo aqui desenvolvido.

No que se refere ao item três do primeiro questionário, no qual indagava sobre *as dificuldades em associar um gráfico a uma expressão matemática*, tivemos os seguintes resultados: sete alunos, que corresponde a 14,58% (quatorze inteiros e cinquenta e oito centésimos por cento), responderam não ter dificuldades, enquanto que 28 (vinte e oito) deles, que corresponde a 58,33% (cinquenta e oito inteiros e trinta e três centésimos), optaram pela resposta "*tenho um pouco de dificuldade*" e os 13 (treze) alunos restantes, que correspondem a 27,08% (vinte e sete inteiros e oito centésimos por cento) responderam ter muita dificuldade.

A seguir apresentamos o gráfico que melhor demonstra a disposição dos dados acima mencionados.

Figura 37: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 03



Fonte: Autor, 2025

O gráfico acima apresentado demonstra elevada tendência ao item central, *tenho um pouco de dificuldade*, seguida pelo terceiro item *tenho muita dificuldade* conduz à interpretação de que estes estudantes entendem como mediana a alta sua dificuldade com relação à associação de gráficos a expressões matemáticas o que isto significa que, uma vez alcançados os objetivos deste experimento, tal fato pode ser de grande valia à diminuição destas dificuldades.

O item quatro do questionário investigava dos alunos sobre a existência de algum contato prévio com programação de computadores. 24 (vinte e quatro) alunos, que corresponde a 50% (cinquenta por cento), responderam que sim enquanto que os demais responderam não terem tido esse contato prévio.

Figura 38: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 04

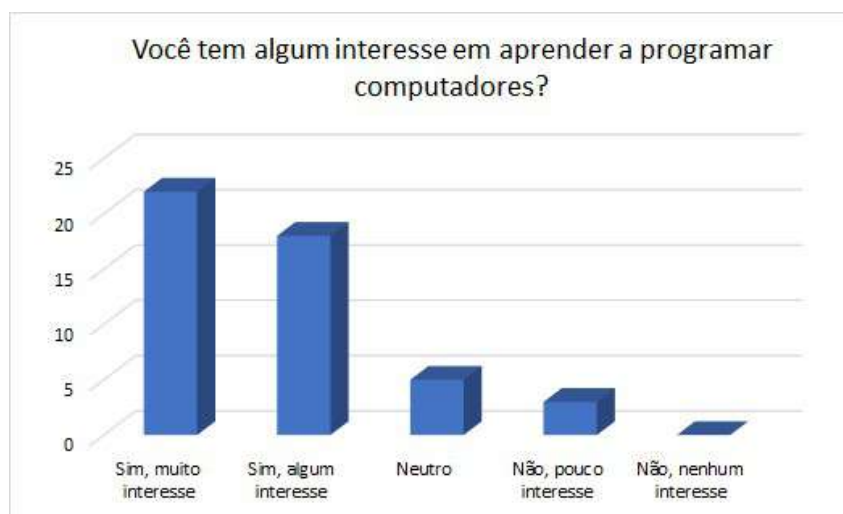


Fonte: Autor, 2025

Durante a análise preliminar dos dados, identificou-se que neste quesito quatro do Anexo I, acima mencionado, embora não apresentasse potencial risco de ambiguidade de sentido de compreensão em sua formulação, pode ter ocorrido interpretações equivocadas por parte de uma parcela dos participantes da pesquisa. Pois, pode ter havido uma confusão de interpretação entre os termos *programação de computadores*, que se refere a elaboração de algoritmos em softwares específicos, e *cursos de computação de forma geral* por parte de alguns estudantes. Apesar da ocorrência do problema identificado neste quesito, argumenta-se aqui que seu impacto nos resultados gerais da pesquisa é insignificante, pois, felizmente, esta questão continha um caráter exploratório e secundário, não estando diretamente ligada às hipóteses principais do estudo, de forma que não há prejuízos aqui em desconsiderarmos os dados acima descritos por ela obtidos. Nesse contexto, analisando-se visualmente o gráfico somos levados ao entendimento de que metade dos estudantes já teve contato com programação ou, alternativamente a esta interpretação, tiveram experiências com utilização de computadores de forma geral.

O item cinco do questionário buscava averiguar sobre o interesse dos estudantes em programação de computadores. Assim, obteve-se que 22 (vinte e dois) estudantes, que equivalem a 45,83% (quarenta e cinco inteiros e oitenta e três centésimos por cento), afirmaram ter muito interesse em aprender programação de computadores. Outros 18 (dezoito) alunos, que representa 37,5% (trinta e sete inteiros e cinco décimos por cento), afirmaram ter algum interesse em programação, enquanto que cinco estudantes, 10,42% (dez inteiros e quarenta e dois por cento), se declararam neutros e três estudantes, 6,25% (seis inteiros e vinte e cinco centésimos por cento), informaram ter pouco interesse e, finalmente, 0% (zero por cento) declararam por não ter nenhum interesse nesse tipo de aprendizado.

Figura 39: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 05



Fonte: Autor, 2025

Pelo advento da ocorrência de possível interpretação equivocada quanto ao quesito quatro, conforme anteriormente mencionado, devemos considerar também para este quinto quesito a possibilidade de ter ocorrido o entendimento, por parte dos pesquisados, quanto ao termo *programação de computadores* como por apenas *interesse por atividades que envolvam a computação* de forma genérica. Vale mencionar que, neste momento da pesquisa em que os estudantes ainda não haviam adentrado nas noções iniciais do que seria propriamente a atividade de programação de computadores, parece não ser tão irrazoável a ocorrência de tal confusão por parte dos alunos. De qualquer forma, somos favoráveis ao entendimento de que são úteis quaisquer das duas interpretações acima mencionadas e de que tal fato, principalmente por ter ocorrido naquela etapa da pesquisa, não compromete os objetivos buscados nesse trabalho dissertativo.

Feitas as considerações acima, a interpretação gráfica dos resultados obtidos nos quais se percebe elevada concentração quanto às respostas *sim, muito interesse* e *sim, algum interesse* leva-nos à interpretação de que a maioria dos estudantes pesquisados mostra elevado grau de interesse pela programação ou, alternativamente a esta interpretação adotada, pela utilização de ferramentas computacionais.

O item seis do Questionário 01 buscava arguir se os alunos acreditavam que aulas com a utilização de tecnologias computacionais poderiam enriquecer seu aprendizado. Como resultados obtivemos que 46 (quarenta e seis) estudantes, portanto 95,83% (noventa e cinco inteiros e oitenta e três centésimos por cento) responderam que sim, enquanto que dois deles, 4,17% (quatro inteiros e dezessete centésimos por cento) opinaram pela negativa ao questionamento.

Figura 40: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 06



Fonte: Autor, 2025

Os resultados observados no gráfico acima apresentado com elevada tendência ao primeiro item, *sim*, traduzindo a opinião dos estudantes como positiva e receptiva quanto à inserção de meios tecnológicos no ensino. Esta leitura pode ser interpretado como um vantajosa para fins de aplicação desta pesquisa.

O quesito sete do questionário 01 (um) buscava coletar a opinião dos estudantes sobre se eles entendiam que a programação de computadores deveria ser uma disciplina inserida na grade escolar. Dessa forma obteve-se que 32 (trinta e dois) estudantes, que equivale a 66,67% (sessenta e seis inteiros e sessenta e sete centésimos por cento), opinaram como obrigatória esta inclusão, outros 16 pesquisados, 33,33% (trinta e três inteiros e trinta e três centésimos por cento) opinaram pela inserção opcional (eletiva) e 0% (zero por cento) escolheu a opção pelo não oferecimento dessa disciplina nas escolas.

Figura 41: Gráfico: Questionário 01 - Quesito 07



Fonte: Autor, 2025

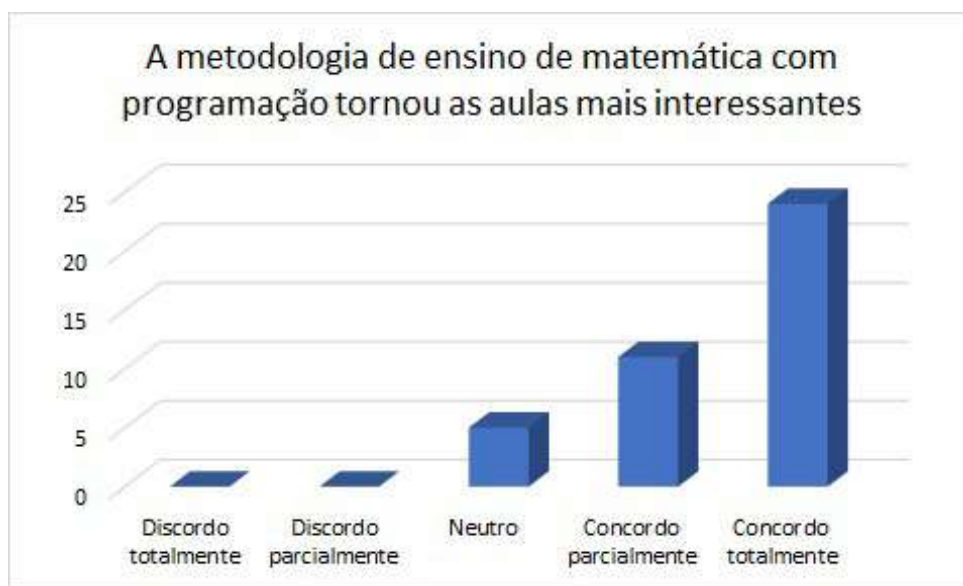
Os resultados observados no gráfico acima apresentado se mostram com elevada tendência aos primeiros itens, *obrigatória e opcional*, acentuando-se para a primeira opção, que traduz a opinião dos alunos como partidárias da ideia de inserção de programação de

computadores como disciplina da grade curricular.

Em momento posterior à aplicação da sequência didática, mais especificamente nos dias 01/12/2025 e 03/12/2025 ocorreu a aplicação do questionário 02 (dois) apresentado no Apêndice II. Na ocasião da aplicação deste mencionado questionário um total de 40 (quarenta) alunos foram pesquisados. Dessa forma ao realizarmos a análise inicial dos dados obtive-se os resultados apresentados a seguir.

O primeiro item do supracitado questionário 02 (dois) trazia a afirmação de que a metodologia de ensino de matemática com programação tornou as aulas mais interessantes. Como resultado 24 (vinte e quatro) alunos, que corresponde a 60% (sessenta por cento) responderam concordar totalmente com essa afirmação. Outros 11 (onze) alunos que correspondem a 27,5% (vinte e sete inteiros e cinquenta décimos por cento) responderam concordar parcialmente com esta afirmação, tendo-se ainda 5 (cinco) alunos, que representa 12,5% (doze inteiros e cinco décimos por cento) posicionando-se neutramente quanto à afirmação, e ainda 0% (zero por cento) dos alunos afirmaram discordar parcialmente ou totalmente da afirmação.

Figura 42: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 01

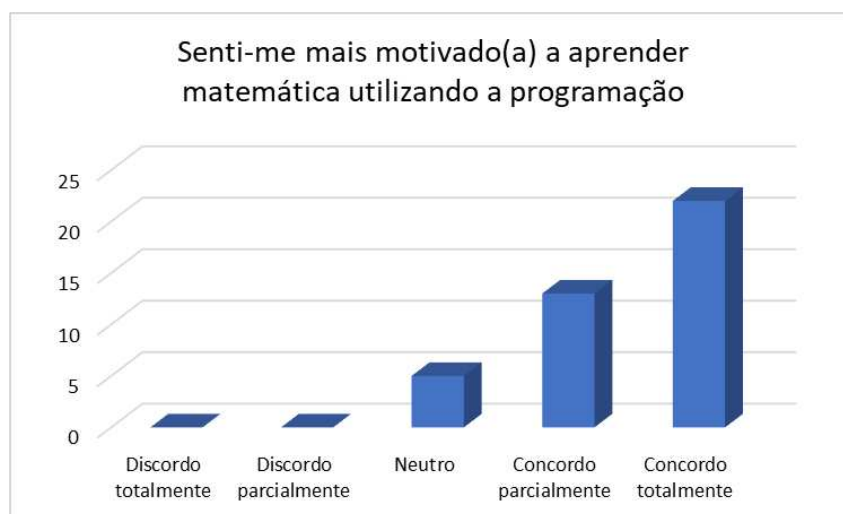


Fonte: Autor, 2025

Os resultados apresentados no gráfico acima, onde se observa clara tendência aos últimos itens, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, demonstra clara percepção de que os estudantes concluíram pelo fato de que a aplicação da metodologia tornou as aulas mais interessantes, o que se apresenta como muito vantajoso aos resultados esperados para a pesquisa.

Com relação ao segundo item do segundo questionário, este trazia a afirmação: Senti-me mais motivado(a) a aprender matemática utilizando programação. Como resultado 22 (vinte e dois) estudantes, portanto 55% (cinquenta e cinco por cento), responderam concordar totalmente e outros 13 (treze) pesquisados, equivalentes a 32,5% (trinta e dois inteiros e cinco décimos por cento) responderam concordar parcialmente enquanto que os demais 5 (cinco) estudantes se posicionaram como neutros quanto à afirmação, de forma que 0% (zero por cento) discordaram totalmente ou parcialmente sobre este item.

Figura 43: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 02

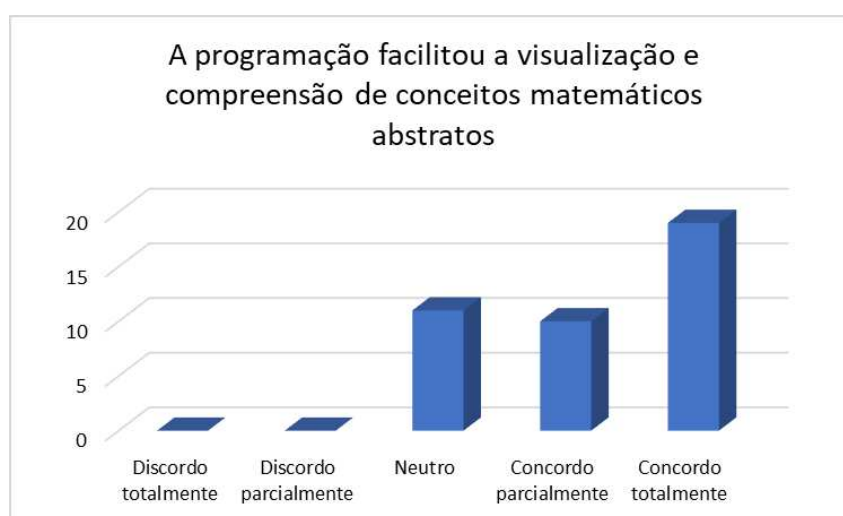


Fonte: Autor, 2025

Os resultados deste segundo quesito, acima demonstrados, onde também se observa clara tendência aos últimos itens, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, apresentam clara percepção de que os estudantes concluíram pelo fato de que a aplicação da metodologia os fez sentirem-se mais motivados, tal conclusão pode ser interpretada como muito vantajosa aos resultados esperados para a pesquisa.

O terceiro quesito do Questionário 02 afirmava que a programação facilitou visualização e compreensão de conceitos matemáticos abstratos. Assim, dos 40 (quarenta) estudantes pesquisados 19 (dezenove), que equivalem a 47,5% (quarenta e sete inteiros e cinco décimos) responderam concordar totalmente com a afirmação. Outros 10 (dez) alunos, portanto 25% (vinte e cinco por cento) responderam concordar parcialmente e os outros 11 (onze), 27,5% (vinte e sete inteiros e cinco décimos por cento) responderam estarem neutros com relação a esta asserção. Obviamente, 0% (zero por cento) responderam discordar totalmente ou parcialmente.

Figura 44: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 03



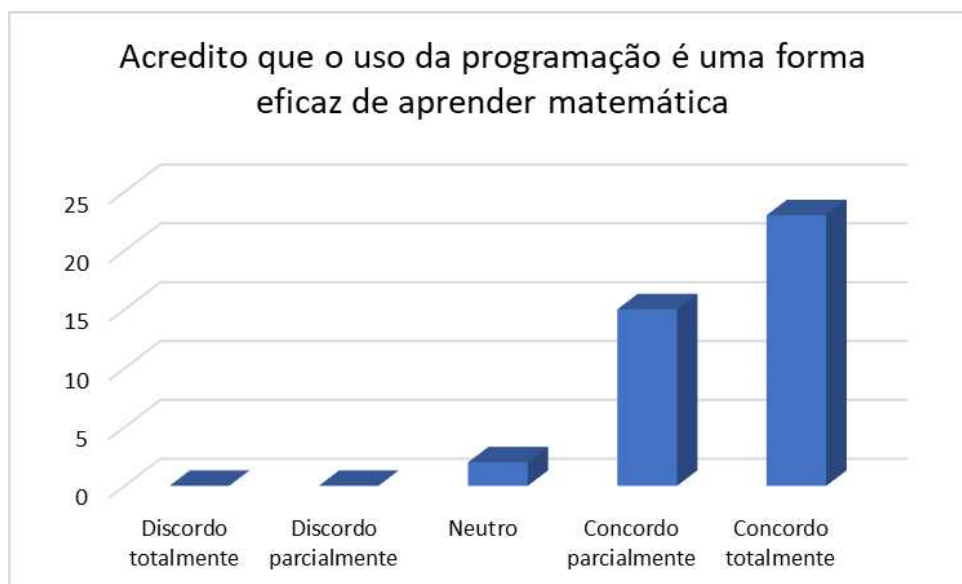
Fonte: Autor, 2025

Nos resultados demonstrados neste terceiro quesito, onde também se observa

clara tendência aos últimos itens, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, apresentam clara percepção de que os estudantes concluíram pelo fato de que a aplicação da metodologia facilitou a visualização e compreensão de conceitos matemáticos abstratos. Esta conclusão também se apresenta como favorável aos resultados esperados para a pesquisa.

O quarto quesito deste questionário trazia a afirmação *acredito que o uso de programação é uma forma eficaz de aprender matemática*. Como resultado 23 (vinte e três) entrevistados, 57,5% (cinquenta e sete inteiros e cinco décimos por cento), responderam concordar totalmente. Outros 15 (quinze) responderam concordar parcialmente e 02 (dois) deles, equivalentes a 5% (cinco por cento) se manifestaram como neutros relativamente à afirmação. Consequentemente, 0% (zero por cento) dos entrevistados disseram discordar totalmente ou parcialmente a respeito.

Figura 45: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 04



Fonte: Autor, 2025

Os resultados do quarto quesito, acima apresentados, também concluem pela clara tendência aos últimos itens, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, demonstrando a percepção de que os estudantes concluíram pelo fato de que a programação se apresenta como uma forma eficaz de aprendizagem de matemática. Estes resultados também se apresentam como favoráveis aos resultados esperados para os objetivos da pesquisa.

Como afirmação o quesito cinco do segundo questionário mencionava *tive dificuldades em conciliar a aprendizagem da programação com os conteúdos de matemática*. Dessa forma 6 (seis) estudantes, equivalendo a 15% (quinze por cento), afirmaram discordar totalmente enquanto que quatro deles optaram pela resposta discordo parcialmente. Outros 12 (doze) pesquisados, 30% (trinta por cento), marcaram afirmando-se neutros, outros 15 (quinze) estudantes, 37,5% (trinta e sete inteiros e cinco décimos), concordaram parcialmente e os demais três alunos, equivalentes a 7,5% (sete inteiros e cinco décimos por cento) disseram concordar totalmente com a assertiva.

Figura 46: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 05



Fonte: Autor, 2025

Dentre os itens analisados até o presente momento, este quinto item se mostrou como aquele que se apresentou maior dispersão de opiniões com tendência para o item *concordo parcialmente* seguido pelo item *neutro*. Estes resultados podem nos levar à interpretação de que possivelmente a dinâmica temporal utilizada, representada por uma quantidade reduzida de dias de aplicação da pesquisa, em conjunto com as dificuldades que os estudantes normalmente já enfrentam no aprendizado de matemática, aliada ainda ao fato que estes estudantes estariam tendo os primeiros contatos com a programação de computadores, pode ter gerado este efeito nas opiniões acima observadas.

O sexto quesito do Questionário 02 trazia a seguinte afirmativa: A programação me ajudou a desenvolver um raciocínio lógico mais estruturado. Assim, obtiveram-se os seguintes quantitativos e percentuais: 15 (quinze) alunos, 37,5% (trinta e sete inteiros e cinco décimos) assinalaram concordar totalmente. Outros 12 (doze) estudantes, 30% (trinta por cento), optaram por concordar parcialmente enquanto que 13 (treze) deles, (trinta e dois inteiros e cinco décimos por cento) disseram ser neutros quanto a isto. Consequentemente, 0% (zero por cento) escolheram discordar totalmente ou parcialmente da afirmativa.

Figura 47: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 06

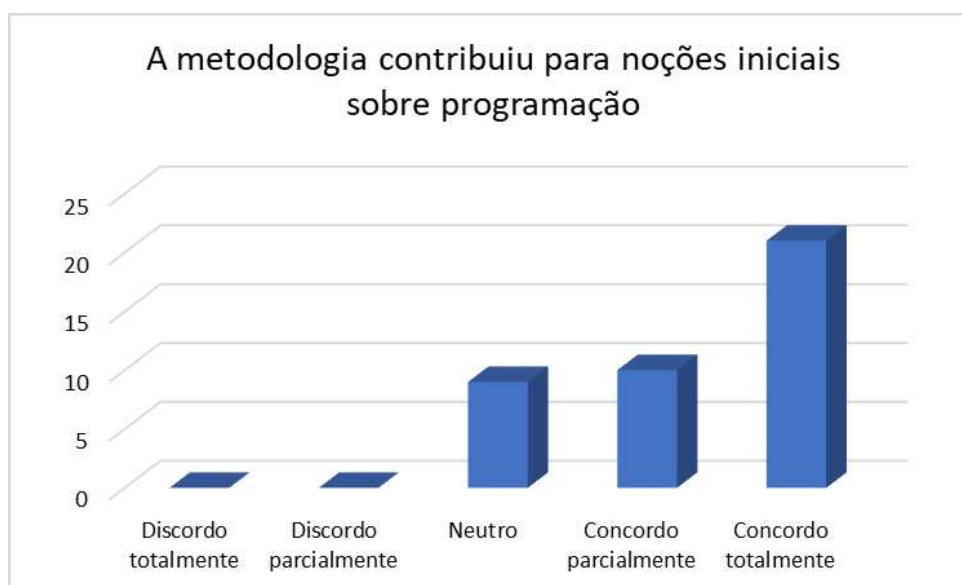


Fonte: Autor, 2025

Neste sexto quesito observa-se uma distribuição quase que igualitária entre os itens *neutro*, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, de forma que também este item se apresenta como favorável aos resultados da pesquisa.

Finalmente, o sétimo quesito do segundo questionário afirmava que a metodologia contribuiu para noções iniciais sobre programação. Dessa forma 21 (vinte e um) estudantes, equivalendo a 52,5% (cinquenta e dois inteiros e cinco décimos por cento), afirmaram concordar totalmente enquanto que 10 (dez) deles, 25% (vinte e cinco por cento) optaram pela resposta concordo parcialmente. Outros nove pesquisados, 22,5% (vinte e dois inteiros e cinco décimos por cento), marcaram afirmando-se neutros. Consequentemente, 0% (zero por cento) escolheram discordar totalmente ou parcialmente da afirmativa.

Figura 48: Gráfico: Questionário 02 - Quesito 07



Fonte: Autor, 2025

Pela análise visual deste último gráfico observamos uma maior tendência quanto às três últimas opções, *neutro*, *concordo parcialmente* e *concordo plenamente*, com clara acentuação para a opção ao último item, de forma que podemos também considerar pelos dados que, na opinião dos pesquisados, a metodologia certamente contribuiu para fornecer noções iniciais de programação aos estudantes.

Em síntese aos resultados gráficos anteriormente apresentados, certamente podemos concluir pelo êxito quantos ao alcance dos objetivos da pesquisa, pois nenhum dos resultados obtidos vieram de encontro às expectativas iniciais do estudo.

7.2 Análise do Produto Educacional

Apresentamos aqui uma análise do produto educacional confeccionado de forma que os educadores que possam mostrar interesse em sua utilização e reaplicação possam compreender as suas características e, conseqüentemente, sua mais adequada forma de aproveitamento.

Inicialmente cabe frisar que a análise do produto educacional apresenta forte intersecção com a análise da própria pesquisa, de forma que, considerando-se os resultados obtidos, no contexto geral a referida sequência produzida apresentou-se como exitosa com relação aos objetivos iniciais pleiteados não trabalho dissertativo.

Por um lado, a quantidade de aulas prevista na sequência didática voltadas para prática de programação associada às dificuldades estruturais no ambiente de aplicação pode ter se apresentado como fato dificultador, mas não impeditivo, que pode ter encaixado em um aproveitamento da metodologia inferior ao seu potencial.

Já a mesclagem entre a abordagem dos conteúdos matemáticos e aqueles voltados para programação de computadores pode ter se apresentado como, possivelmente, um dos aspectos positivos da abordagem de forma que recomendamos a manutenção desta prática no caso de futuras reaplicações.

Desta forma, analisando-se o produto educacional confeccionado concluímos que o mesmo pode ser considerado como adequado e viável, uma vez que os resultados quantitativos, obtidos através da aplicação dos questionários de pesquisa, e os resultados qualitativos, advindos das observações do professor sobre a participação ativa, discussões em sala de aula, a fomentação da capacidade de argumentação e sistematização do conhecimento pelos alunos, se mostraram favoráveis.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1 Síntese do Trabalho

O problema original consistia em, considerando-se a dificuldade que muitos alunos possuem em correlacionar expressões matemáticas de curvas, como é o caso específico das equações das cônicas, com sua representação gráfica, desenvolver e analisar a eficácia da implementação de uma sequência didática que utilize como ferramenta de ensino a programação em MATLAB por meio da elaboração de algoritmos personalizados para este fim, sendo estes elaborados em sala de aula pelo professor em conjunto com os estudantes.

De acordo com os resultados obtidos através dos questionários, aplicados no início e ao término do trabalho, que objetivavam coletar a percepção dos alunos participantes da pesquisa a respeito do ganho de aprendizagem, engajamento e motivação, podemos observar que estes resultados apontam para fatores que concluem pelo sucesso do experimento.

Dessa forma, somos fortemente inclinados ao entendimento de que os objetivos da pesquisa foram plenamente alcançados e ainda foram além destes com a aplicação da sequência didática proposta, pois, além do ganho de aprendizagem nos conteúdos matemáticos trabalhados, os estudantes tiveram ainda a oportunidade de, mesmo de forma breve e simplificada, adentrar no universo da programação de computadores por meio da atividade de confecção dos algoritmos computacionais produzidos.

Por outro lado, podemos avaliar que no contexto geral o tempo de aplicação da pesquisa poderia ter contemplado mais aulas e mais momentos dedicados à aplicação da metodologia, tanto no que se refere à construção dos algoritmos quanto com relação à discussão teórica das curvas cônicas.

Outro fator que entendemos ter impactado em um melhor aproveitamento da aplicação da sequência didática aqui desenvolvida foi a pequena quantidade de computadores disponíveis no local para a execução das tarefas conforme descrito ao longo deste texto, não sendo, entretanto, determinante para a inviabilização da implementação do alcance aos objetivos do estudo.

Por fim, concluímos que, mesmo diante das dificuldades encontradas no percurso, a metodologia se mostrou muito satisfatória, eficaz e de grande aceitabilidade pelo público receptor, de forma que podemos afirmar que os objetivos da pesquisa foram integralmente alcançados e que a abordagem adotada contribuiu significativamente para a solução do problema de pesquisa.

8.2 Contribuições da Pesquisa

Concluída a presente pesquisa dissertativa é possível realizar uma síntese quanto ao alcance dos objetivos pretendidos referentes às possíveis contribuições para o ensino das cônicas no ensino médio e, de forma geral para o ensino de matemática.

Inicialmente, devemos retomar o objetivo geral deste trabalho que é desenvolver e avaliar a eficácia de uma proposta didática, baseada na programação e visualização de gráficos com o uso do software MATLAB, para aprimorar a compreensão dos conceitos de cônicas por alunos do ensino médio. Este, visava não só propor uma efficientização do ensino-aprendizagem para o estudo das cônicas como também, transversalmente, através da iniciação à programação de computadores, ser capaz de oferecer aos educandos uma ferramenta eficiente e impactante capaz de abrir novas perspectivas de aprendizagem de

assuntos diversos que perpassam o ensino da própria matemática, além de fornecer aos estudantes uma possível iniciação para um caminho profissional moderno, abrangente e valorizado no mercado de trabalho mundial.

Uma vez consolidado o entendimento pelo sucesso da pesquisa, obtido pela análise dos dados coletados, é possível concluir que ocorreu ganho de engajamento, motivação e aprendizado, tanto dos conteúdos matemáticos quanto com referência à prática da programação de computadores, de maneira que acreditamos que as duas turmas de ensino médio nas quais ocorreu a aplicação do estudo foram beneficiadas fortemente com os ganhos anteriormente mencionados na discussão de resultados.

Além disto, entendemos como de grande valia a implementação da sequência didática aqui presente em outros ambientes educacionais e também aplicando a metodologia a outros conteúdos da matemática do ensino básico, conforme discutiremos brevemente no item a seguir deste trabalho.

8.3 Escalabilidade da Pesquisa

Considerando-se os resultados obtidos na realização desta pesquisa, entendemos como plenamente possível e adequada a sua ampliação, tanto com relação à abrangência dos níveis de ensino envolvidos, fundamental e médio, quanto com relação ao alcance geográfico e temporal, podendo chegar a redes de ensino municipais e estaduais, ou mesmo redes privadas, objetivando sua evolução bem como uma avaliação ainda mais precisa da prática pedagógica.

Evidentemente, em harmonia com as perspectivas de aplicação e ampliação deste presente estudo, conforme anteriormente mencionado, torna-se crucial ressaltar que a resiliência demonstrada na superação das limitações contextuais vivenciadas na ocasião da execução prática deste trabalho corrobora como um testemunho de viabilidade do método, mesmo em cenários de recursos restritos. A natureza flexível e adaptável da abordagem aqui desenvolvida sugere que ela pode ser customizada para atender às idiossincrasias de diferentes comunidades escolares, desde as mais equipadas até as que operam sob maiores desafios infraestruturais considerando-se, evidentemente, um mínimo necessário à sua execução.

Este trabalho, portanto, não apenas se apresenta como um relatório de pesquisa, mas sim como um possível protótipo de intervenção pedagógica que verdadeiramente esperamos que inspire educadores e gestores na criação de uma prática de ensino. Entendemos, assim, que este objetivo último transcende a simples replicação. Na verdade, esta vertente trata-se da fomentação um diálogo contínuo sobre a importância da implementação de metodologias ativas e inclusivas que realmente preparem nossos alunos para os desafios da sociedade atual, garantindo que a educação de qualidade seja um direito universal e não um privilégio condicionado a fatores geográficos ou financeiros.

Desta maneira, mesmo levando em consideração a modesta forma de aplicação desta pesquisa acadêmica por advento da imposição das restritas condições financeiras, espaço-temporais e ambientais nas quais se processaram as ações, mais uma vez colocamos este presente trabalho à inteira disposição de educadores e gestores para futuras aplicações e ampliações, objetivando servir como possível prática pedagógica ou mesmo como elemento componente de políticas educacionais em prol da evolução da educação e da sociedade em geral.

Referências

- AMARAL, P. d. L. Dissertação de Mestrado, **O ensino de cônicas por meio da história da matemática: uma proposta**. Uberaba: [s.n.], 2020. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- ARAYA, A. M. O.; GIBIN, G. B.; FILHO, M. P. d. S. **O ensino de Ciências e as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC): Pesquisas desenvolvidas na educação básica**. 6. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2021. 219 p.
- BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. 104 p.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: Ministério da Educação (MEC), 2018.
- CESARO, C. d. Dissertação de Mestrado, **Experiências computacionais no ensino da matemática por meio da programação de aplicativos**. Caxias do Sul: [s.n.], 2023. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para engenheiros**. São Paulo: Cengage Learning, 2016. 632 p.
- CHIOFI, L. C.; OLIVEIRA, M. R. F. d. **O uso das tecnologias educacionais como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem**. Londrina, UEL, p. 329–337, 2014.
- DEMO, P. **Conhecimento e aprendizagem na nova mídia**. Brasília: Editora Plano, 2001. 119 p.
- DEMO, P. **Desafios modernos da educação**. 14. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2007. 271 p.
- EVANGELISTA, A. L. Dissertação de Mestrado, **Estudo de cônicas: uma perspectiva na forma implícita**. Goiânia: [s.n.], 2023. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- FAUSETT, L. V. **Applied numerical analysis using MATLAB**. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2008. 673 p.
- FORBELLONE, A. L. V.; EBERSPACHER, H. F. **Lógica de programação**. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2022. 305 p.
- GIL, A. C. et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002. v. 4. 176 p.
- GILAT, A. **MATLAB com aplicações em engenharia**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 2012. 417 p.
- GOMIDE, F. N. Dissertação de Mestrado, **Estudo das cônicas com geometria dinâmica**. Vitória da Conquista: [s.n.], 2015. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.

- IEPSEN, E. F. **Lógica de Programação e Algoritmos com JavaScript: Uma introdução à programação de computadores com exemplos e exercícios para iniciantes**. 2. ed. São Paulo: Novatec Editora, 2022. 350 p.
- IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar: geometria analítica**. 4. ed. São Paulo: Atual, 1993. 273 p.
- KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2007. 141 p.
- LAGO, D. M. Dissertação de Mestrado, **Um estudo das cônicas** . Goiania: [s.n.], 2017. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- LENZ, M. Dissertação de Mestrado, **Estudo das cônicas a partir da construção geométrica**. Rio Claro: [s.n.], 2014. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- LOPES, J. F. Dissertação de Mestrado, **Cônicas e Aplicações** . Rio Claro: [s.n.], 2011. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- MENEZES, N. N. C. **Introdução à programação com Python**. São Paulo: Vozes, 2019. 328 p.
- MESQUITA, N. B. Dissertação de Mestrado, **Contextualização do Ensino de Matrizes com Ferramenta Motivadora** . Maceió: [s.n.], 2017. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- OLIVEIRA, I. d. C.; BOULOS, P. **Geometria analítica: um tratamento vetorial**. 2. ed. São Paulo: MacGraw-Hill, 1987. 385 p.
- PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. 210 p.
- PEREIRA, R. R. Dissertação de Mestrado, **Uso de tecnologias digitais como ferramenta didático-pedagógica no ensino de Matemática** . João Pessoa: [s.n.], 2021. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- RECKTENWALD, G. W. **Numerical methods with MATLAB: implementations and applications**. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000. 816 p.
- RIBEIRO, J. A. B. Dissertação de Mestrado, **Utilização de recursos computacionais no ensino e na aprendizagem de matemática a partir da perspectiva dos professores da rede municipal de Juazeiro - BA** . Juazeiro: [s.n.], 2023. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.
- SAMPAIO, M. N.; LEITE, L. S. **Alfabetização tecnológica do professor**. Petrópolis: Vozes, 1999. 111 p.
- SANTOS, F. J. d. et al. **Geometria Analítica**. Porto Alegre: Bookman, 2009. 216 p.
- SEVERIANO, T. P. Dissertação de Mestrado, **Estudo das cônicas: Uma proposta didática com uso do Geogebra para o ensino médio**. Natal: [s.n.], 2017. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>>.

SILVA, E. C. L. d. Dissertação de Mestrado, **Estudo das cônicas e quádricas: Construções com uso do Geogebra** . Presidente Prudente: [s.n.], 2018. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>.

SILVA, F. d. C. Dissertação de Mestrado, **Um estudo sobre cônicas: aspectos históricos e seu ensino**. São Luís: [s.n.], 2018. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>.

SOUZA, J. E. d. Dissertação de Mestrado, **O uso da linguagem de programação Python na resolução de problemas matemáticos do ensino médio** . Campina Grande: [s.n.], 2023. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>.

TAJRA, S. et al. **Metodologias ativas e as tecnologias educacionais: conceitos e práticas**. Rio de Janeiro: Alta Books, 2021. 224 p.

A APÊNDICE - Questionário de Investigação Inicial

UTILIZAÇÃO DO MATLAB NO ENSINO DE CÔNICAS

Questionário de Pesquisa

Nome: _____ Idade: _____ anos

1. Qual seu nível de dificuldade com a disciplina Matemática?

- ☐ Não tenho dificuldades em aprender os conteúdos dessa matéria
- ☐ Tenho um pouco de dificuldade em aprender os conteúdos dessa matéria
- ☐ Tenho muita dificuldade em aprender os conteúdos dessa matéria

2. Você tem dificuldades em ler, interpretar ou desenhar gráficos matemáticos?

- ☐ Não tenho dificuldades
- ☐ Tenho um pouco de dificuldade
- ☐ Tenho muita dificuldade

3. Você tem dificuldades em associar um gráfico a uma expressão matemática (como uma função, por exemplo)?

- ☐ Não tenho dificuldades
- ☐ Tenho um pouco de dificuldade
- ☐ Tenho muita dificuldade

4. Você já teve algum contato prévio com programação de computadores (em cursos, projetos ou por conta própria)?

- ☐ Sim
- ☐ Não

5. Você tem interesse em aprender a programar computadores?

- ☐ Sim, muito interesse
- ☐ Sim, algum interesse
- ☐ Neutro
- ☐ Não, pouco interesse
- ☐ Não, nenhum interesse

6. Você acredita que a utilização de aulas com utilização de tecnologias computacionais enriquece seu aprendizado?

- ☐ Sim
- ☐ Não

7. Na sua opinião, a programação de computadores deveria ser uma disciplina obrigatória, opcional ou não há necessidade de ser oferecida na escola?

- ☐ Obrigatória
- ☐ Opcional (eletiva)
- ☐ Não deveria ser oferecida

B APÊNDICE - Questionário de Investigação Final

UTILIZAÇÃO DO MATLAB NO ENSINO DE CÔNICAS

Questionário de Pesquisa 02

Nome: _____ Idade: _____ anos

Data: _____

- | | |
|---|--|
| 1. A metodologia de ensino de matemática com programação tornou as aulas mais interessantes | ☐ Discordo Parcialmente |
| ☐ Discordo Totalmente | ☐ Neutro |
| ☐ Discordo Parcialmente | ☐ Concordo Parcialmente |
| ☐ Neutro | ☐ Concordo totalmente |
| ☐ Concordo Parcialmente | |
| ☐ Concordo totalmente | |
| 2. Senti-me mais motivado(a) a aprender matemática utilizando a programação. | 5. Tive dificuldades em conciliar a aprendizagem da programação com os conteúdos de matemática |
| ☐ Discordo Totalmente | ☐ Discordo Totalmente |
| ☐ Discordo Parcialmente | ☐ Discordo Parcialmente |
| ☐ Neutro | ☐ Neutro |
| ☐ Concordo Parcialmente | ☐ Concordo Parcialmente |
| ☐ Concordo totalmente | ☐ Concordo totalmente |
| 3. A programação facilitou a visualização e compreensão de conceitos matemáticos abstratos | 6. A programação me ajudou a desenvolver um raciocínio lógico mais estruturado |
| ☐ Discordo Totalmente | ☐ Discordo Totalmente |
| ☐ Discordo Parcialmente | ☐ Discordo Parcialmente |
| ☐ Neutro | ☐ Neutro |
| ☐ Concordo Parcialmente | ☐ Concordo Parcialmente |
| ☐ Concordo totalmente | ☐ Concordo totalmente |
| 4. Acredito que o uso da programação é uma forma eficaz de aprender matemática. | 7. A metodologia contribuiu para noções iniciais sobre programação |
| ☐ Discordo Totalmente | ☐ Discordo Totalmente |
| | ☐ Discordo Parcialmente |
| | ☐ Neutro |
| | ☐ Concordo Parcialmente |
| | ☐ Concordo totalmente |



Emitido em 10/08/2026

DOCUMENTOS COMPROBATÓRIOS Nº 1309/2026

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 10/08/2026 11:29)

RONALD SILVA DIAS

CHEFE DA DIVISÃO

839738

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sis.sig.uema.br/documentos/> informando seu número:
1309, ano: **2026**, tipo: **DOCUMENTOS COMPROBATÓRIOS**, data de emissão: **10/08/2026** e o código de
verificação: **faf2683352**

