UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

GUILHERME TELES DUTRA GONÇALVES

LAJES PLANAS PROTENDIDAS PELO MÉTODO DE GRELHA EQUIVALENTE

São Luís 2017

GUILHERME TELES DUTRA GONÇALVES

LAJES PLANAS PROTENDIDAS PELO MÉTODO DE GRELHA EQUIVALENTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil – UEMA, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Clodoaldo César Malheiros Ferreira.

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Aurélio Barros Aguiar.

São Luís 2017

Gonçalves, Guilherme Teles Dutra.

Lajes planas protendidas pelo método de grelha equivalente / Guilherme Teles Dutra Gonçalves. – São Luís, 2017. 168f.

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Maranhão, 2017.

Orientador: Prof. Msc. Clodoaldo César Malheiros Ferreira. Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Aurélio Barros Aguiar.

Concreto protendido. 2. Lajes lisas protendida. 3. Monocordoalhas.
Dimensionamento. 5. Grelha Equivalente. I. Título.

CDU 693.56

Ao meu pai, Raimundo Ribeiro Gonçalves e à minha mãe Jeane Teles Dutra Gonçalves, por todos seus ensinamentos aos seus filhos. Ao meu irmão Fabrício Teles Dutra Gonçalves, pelo apoio durante o curso. A todos, dedico com carinho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter guiado e iluminado meus caminhos, que, sem Ele, nada conseguiria fazer.

A meus pais e irmão, pelo amor, carinho e apoio na minha formação profissional.

Ao meu orientador Clodoaldo César Malheiros Ferreira, exemplo de professor e profissional, que, durante dois anos, participou da minha caminhada acadêmica.

Ao meu coorientador Eduardo Aurélio Aguiar Barros, pelas sugestões, correções e experiência que me foram passados.

A todos meus amigos do curso de engenharia civil, em especial minha amiga Ana Beatriz, o meu mais sincero carinho.

"Aquele que diz que sabe e aquele que diz que não sabe, ambos estão certos. " Confúcio.

RESUMO

Este trabalho versa sobre o dimensionamento e análise de lajes lisas de concreto protendido utilizando cordoalhas não aderentes (monocordoalhas), sistema que é utilizado nas lajes protendidas no Brasil, sendo cada vez mais utilizada devido sua facilidade na execução comparada ao sistema aderente. O dimensionamento se restringe à flexão, não sendo dimensionado e analisado a ligação laje-pilar (punção). O dimensionamento e verificações quanto ao estado limite último e estado limite de servico se baseia na norma brasileira NBR 6118:2014. O modelo de cálculo da laje lisa protendida, utilizado no exemplo numérico, é realizado pelo método da grelha equivalente, utilizando o software SAP2000 para as análises. Todas as verificações são feitas para este método. Os esforços, reações e deslocamentos obtidos pela grelha equivalente são comparados pelo método dos elementos finitos, com auxílio do software SAFE. Verificou-se que de acordo com a distribuição de cordoalhas e balanceamento adotado resultou-se em uma laje com protensão parcial. As armaduras passivas resultaram na armadura mínima recomendada pela norma. Verificou-se ainda, que a diferença entre os momentos fletores pode ser até de 43,64% entre os dois métodos, para o exemplo estudado, sendo o maior momento obtido pela grelha equivalente.

Palavras-chave: Concreto protendido. Lajes lisas protendidas. Monocordoalhas. Dimensionamento. Grelha equivalente

ABSTRACT

This work aims to evaluate design and analysis of flat slab with prestressed concrete using unbonded tendons, a system utilized in post-tensioned slabs in Brazil, which is largely applied due to its ease of execution if compared to bonded tendons. The design is limited to the flexure, not being designed and analyzed the connection slab-column (punching shear). The design and verifications about ultimate limit state and serviceability limit state is based on Brazilian standard NBR 6118:2014. The model calculation of post-tensioned flat slab, utilized in the numeric example, is executed by the grillage analogy, using SAP200 as the software analysis. All the verifications are made by this method. The strain, reactions and deformations produced by the grillage analogy are compared to the finite element method, aided by SAFE software. It was concluded that based on the distribution of tendons and balancing adopted resulted in slab with partial post-tension. The reinforcement resulted in the minimum recommended by the standard. It was further noted that the difference between the bending moments varies up to 43,64% comparing both methods, which is the highest moment produced by the grillage analogy.

Keywords: Prestressed concrete. Post-tensioned flat Slab. Unbonded tendons Design. Grillage analogy.

LISTA DE FIGURAS

| Figura 1 - Laje Lisa | 24 |
|--|----|
| Figura 2 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas | 26 |
| Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura ativas | 26 |
| Figura 4 - Comparação de custos entre lajes protendidas e lajes em concreto | |
| armado | 28 |
| Figura 5 - Lajes sem vigas | 31 |
| Figura 6 - Conector tipo studs | 33 |
| Figura 7 - Armadura de punção | 34 |
| Figura 8 - Estado limite de descompressão parcial | 38 |
| Figura 9 - Envolvimento da armadura | 43 |
| Figura 10 - Ângulo de abertura | 46 |
| Figura 11 - Traçado do cabo de protensão | 47 |
| Figura 12 - Traçado curvo de uma laje protendida | 48 |
| Figura 13 – Sistema de ancoragem | 49 |
| Figura 14 - Variação da força de protensão após a acomodação da ancoragem. | 49 |
| Figura 15 – Área dos trapézios | 51 |
| Figura 16 – Abscissa xac | 51 |
| Figura 17 - Diagrama real de tensão | 53 |
| Figura 18 - Traçado vertical das cordoalhas no interior da laje | 57 |
| Figura 19 - Cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão – concordância entr | re |
| duas parábolas do 2º grau | 57 |
| Figura 20 - Cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão – concordância entr | re |
| duas parábolas do 2º grau | 58 |
| Figura 21 - Suporte metálico (Caraguejos) | 58 |
| Figura 22 - Curvatura inversa do perfil dos cabos | 59 |
| Figura 23 - Exemplos de distribuição de feixes de cordoalhas | 59 |
| Figura 24 – Carregamento equivalente em uma laje protendida | 60 |
| Figura 25 – Carregamento equivalente | 61 |
| Figura 26 – Cabos parabólicos em laje protendida contínua | 62 |
| Figura 27 –Laje protendida | 63 |
| Figura 28 - Equilíbrio das cargas externas equivalentes em cada trecho | 63 |
| Figura 29 – Esquema de força na estrutura para a seção S | 64 |

| Figura 30 - Esquema de força no cabo para a seção S | 65 |
|--|------|
| Figura 31 - Efeito hiperestático de protensão | 65 |
| Figura 32 - Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos | 67 |
| Figura 33 - Malha de Elementos Finitos | 69 |
| Figura 34 - Discretização de uma malha em grelha plana | 70 |
| Figura 35 - a) Maior discretização da malha de grelha | 71 |
| Figura 36 - Área de influência na analogia de grelha | 71 |
| Figura 37 – Carregamento distribuído | 72 |
| Figura 38 - Laje com pilar representada pela grelha equivalente | 74 |
| Figura 39 - Deslocamento e esforços nas lajes e nas grelhas | 74 |
| Figura 40 - Planta baixa da laje analisada (Dimensões em cm) | 78 |
| Figura 41 - Corte Longitudinal | 78 |
| Figura 42 – Corte direção x (dimensões em centímetros) | 82 |
| Figura 43 – Traçado vertical na direção x (Ponto A) – Ancoragem ativa | 82 |
| Figura 44 - Traçado vertical na direção x (Ponto B) | 83 |
| Figura 45 - Traçado vertical na direção x (Ponto C) | 83 |
| Figura 46 - Traçado vertical na direção x (Ponto D) – Ancoragem passiva | 83 |
| Figura 47 - Traçado vertical completo na direção x | 83 |
| Figura 48 - Corte direção y (dimensões em centímetros) | 83 |
| Figura 49 - Traçado vertical na direção y (Ponto A) – Ancoragem ativa | 84 |
| Figura 50 - Traçado vertical na direção y (Ponto B) | 84 |
| Figura 51 - Traçado vertical na direção y (Ponto C) | 84 |
| Figura 52 - Traçado vertical na direção y (Ponto D) – Ancoragem passiva | 84 |
| Figura 53 - Traçado vertical completo na direção y | 84 |
| Figura 54 - Diagrama de um trecho curvo genérico de um cabo | 86 |
| Figura 55 – Força ao longo do cabo após a perda por atrito (Direção X) | 88 |
| Figura 56 - Tensões após a perda por atrito (Direção X) | 89 |
| Figura 57- Tensões após a perda por atrito e por acomodação da ancoragem | |
| (Direção X) | 93 |
| Figura 58 - Força ao longo do cabo após a perda por atrito (Direção Y) | 96 |
| Figura 59 – Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito (Direção Y) | 97 |
| Figura 60 - Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito e por acomodação | da |
| ancoragem (Direção Y) | 99 |
| Figura 61 – Indicação do carregamento equivalente na direção x | .100 |

| Figura 62 - Indicação do carregamento equivalente na direção y | 101 |
|--|---------|
| Figura 63 – Grelha equivalente – SAP2000 | 111 |
| Figura 64 – Modelo 3D – SAP2000 | 111 |
| Figura 65 – Seção das barras da grelha | 112 |
| Figura 66 - Propriedades do concreto C50 – SAP2000 | 112 |
| Figura 67 - Casos de carregamento – SAP2000 | 115 |
| Figura 68 – Distribuição dos feixes com duas cordoalhas | 115 |
| Figura 69 – Numeração dos pilares | 117 |
| Figura 70 - Deslocamentos – Peso Próprio - [mm] – SAP2000 | 118 |
| Figura 71 - Deslocamentos – Sobrecarga - [mm] – SAP2000 | 118 |
| Figura 72 - Deslocamentos – Revestimento, Divisórias e Parede - [mm] – | SAP2000 |
| | 119 |
| Figura 73 - Deslocamentos – Protensão final - [mm] – SAP2000 | 119 |
| Figura 74 – Pontos de análise | |
| Figura 75 – Faixas internas e externas na direção X | 121 |
| Figura 76 - Faixas internas e externas na direção Y | |
| Figura 77 – Faixas analisadas | |
| Figura 78 – Momentos fletores – Peso Próprio – SAP 2000 | |
| Figura 79 – Momentos fletores – Protensão inicial – SAP 2000 | |
| Figura 80 - Momentos fletores – ELU ato da protensão – SAP 2000 | 123 |
| Figura 81 – Momentos fletores – Combinação frequente – SAP 2000 | 126 |
| Figura 82 – Momentos fletores – ELU no tempo infinito – SAP 2000 | 130 |
| Figura 83 - Seção de concreto protendido no Estádio III | 131 |
| Figura 84 – Peça de concreto atuando apenas a força de protensão | 132 |
| Figura 85 – Peça de concreto no estado de descompressão | 132 |
| Figura 86 – Estrutura 2D (SAFE) | 142 |
| Figura 87 – Estrutura 3D (SAFE) | 143 |
| Figura 88 – Propriedades das cordoalhas - SAFE | 143 |
| Figura 89 - Propriedades do concreto - SAFE | 144 |
| Figura 90 - Propriedades da laje - SAFE | 144 |
| Figura 91 – Propriedade do pilar - SAFE | 145 |
| Figura 92 – Carregamentos - SAFE | 145 |
| Figura 93 – Feixe de duas cordoalhas - SAFE | 146 |
| Figura 94 – Distribuição das cordoalhas - SAFE | 146 |

| Figura 95 - Deslocamentos – Peso Próprio - [mm] – SAFE147 |
|---|
| Figura 96 - Deslocamentos – Sobrecarga - [mm] – SAFE148 |
| Figura 97 - Deslocamentos – Revestimento, Divisórias e Parede - [mm] – SAFE 148 |
| Figura 98 - Deslocamentos – Protensão final - [mm] – SAFE149 |
| Figura 99 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Peso próprio - SAFE150 |
| Figura 100 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Peso próprio - SAFE150 |
| Figura 101- Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Sobrecarga - SAFE151 |
| Figura 102 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Sobrecarga - SAFE151 |
| Figura 103 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Revestimento, Divisórias e |
| Parede - SAFE |
| Figura 104 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Revestimento, Divisórias e |
| Parede - SAFE |
| Figura 105 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Combinação Frequente - |
| SAFE |
| Figura 106 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Combinação Frequente – |
| SAFE |
| Figura 107 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – ELU tempo infinito – SAFE |
| |
| Figura 108 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – ELU tempo infinito – SAFE |
| |
| Figura 109 – Linhas auxiliares155 |

LISTA DE TABELAS

| Tabela 1 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do | |
|---|-----|
| concreto | 25 |
| Tabela 2 - Cobrimento mínimo das estruturas | 29 |
| Tabela 3 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA) | 29 |
| Tabela 4 - Combinações Últimas | 39 |
| Tabela 5 - Combinações de Serviço | 40 |
| Tabela 6- Coeficiente Υ <i>f</i> | 41 |
| Tabela 7 – Coeficiente Ψo | 41 |
| Tabela 8 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da | |
| armadura | 44 |
| Tabela 9 - Características das cordoalhas CP-190 e CP-210 | 45 |
| Tabela 10 - Espessuras de lajes lisas protendidas com cordoalha engraxada | 79 |
| Tabela 11 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações (kN/m²) | 81 |
| Tabela 12 - Parâmetros de cálculo da perda da força de protensão (Direção X) | 87 |
| Tabela 13 - Forças devido às perdas por atrito (Direção X) | 87 |
| Tabela 14 – Tensões após a perda por atrito (Direção X) | 88 |
| Tabela 15 - Área dos diagramas (Direção X) | 90 |
| Tabela 16 - Comparação das áreas (Direção X) | 91 |
| Tabela 17 - Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito e por acomodação c | la |
| ancoragem (Direção X) | 93 |
| Tabela 18 - Parâmetros de cálculo da perda da força de protensão (Direção Y) | 95 |
| Tabela 19 - Forças devido às perdas por atrito (Direção Y) | 95 |
| Tabela 20 - Tensões após a perda por atrito (Direção Y) | 96 |
| Tabela 21 – Área dos diagramas (Direção Y) | 97 |
| Tabela 22 – Comparação das áreas (Direção Y) | 98 |
| Tabela 23 - Tensões após a perda por atrito e por acomodação da ancoragem | |
| (Direção Y) | 98 |
| Tabela 24 – Carregamento equivalente por feixe direção x | 101 |
| Tabela 25 - Carregamento equivalente por feixe direção y | 102 |
| Tabela 26 - Valores característicos superiores da deformação específica de retraç | ção |
| | 109 |
| Tabela 27 - Limites para deslocamentos | 110 |

| Tabela 28 – Reações de apoio - SAP | 117 |
|--|-------|
| Tabela 29 – Deslocamentos em centímetros – SAP2000 | 120 |
| Tabela 30 – Parâmetros para cálculo das tensões na direção x | 124 |
| Tabela 31 - Parâmetros para cálculo das tensões na direção y | 125 |
| Tabela 32 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes | 128 |
| Tabela 33 – Taxas mínimas de armadura | 128 |
| Tabela 34 - Reações de apoio - SAFE | 147 |
| Tabela 35 – Deslocamentos em centímetros - SAFE | 149 |
| Tabela 36 – Comparação entre as reações de apoio – Peso próprio | 156 |
| Tabela 37 – Comparação entre as reações de apoio – Sobrecarga | 156 |
| Tabela 38 – Comparação entre as reações de apoio – Revestimentos, divisóri | as + |
| alvenaria | 157 |
| Tabela 39 – Comparação entre os deslocamentos – Pontos A=C=D=F | 157 |
| Tabela 40 – Comparação entre os deslocamentos – Pontos B=E | 157 |
| Tabela 41 – Comparação entre os deslocamentos – Pontos G=H | 158 |
| Tabela 42 – Comparação dos momentos fletores em x (peso próprio, revestim | ento, |
| divisórias, parede e sobrecarga) | 158 |
| Tabela 43 – Comparação dos momentos fletores em y (peso próprio, revestim | ento, |
| divisórias, parede e sobrecarga) | 159 |
| Tabela 44 – Comparação dos momentos fletores em x (ELU no tempo infinito) | 159 |
| Tabela 45 – Comparação dos momentos fletores em y (ELU no tempo infinito) |)159 |

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas
- ACI American Concrete Institute
- CAA Classe de Agressividade Ambiental
- CF- Combinações Frequentes
- CP Concreto Protendido
- CQP Combinações Quase Permanentes
- CR Combinações Raras
- ELS- Estado Limite de Serviço
- ELS-D Estado Limite de Descompressão
- ELS-F Estado Limite de Formação de Fissuras
- ELS-W Estado Limite de Abertura de Fissuras
- ELU Estado Limite Último
- MEF Método dos Elementos Finitos
- NBR- Norma Brasileira

SUMÁRIO

| 1 | INTRODUÇÃO | 19 |
|---|---|----|
| | 1.1 JUSTIFICATIVA | 20 |
| | 1.2 OBJETIVO GERAL | 20 |
| | 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 20 |
| | 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO | 21 |
| 2 | METODOLOGIA | 22 |
| 3 | LAJES LISAS PROTENDIDAS | 23 |
| | 3.1 BREVE HISTÓRICO | 23 |
| | 3.2 MATERIAIS | 24 |
| | 3.2.1 Concreto | 24 |
| | 3.2.2 Aços para protensão | 25 |
| | 3.3 PROTENSÃO | 26 |
| | 3.3.1 Protensão com aderência inicial | 26 |
| | 3.3.2 Protensão com aderência posterior | 27 |
| | 3.3.3 Protensão sem aderência | 27 |
| | 3.4 VANTAGENS | 27 |
| | 3.5 DESVANTAGENS | 28 |
| 4 | CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS | 31 |
| | 4.1 MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES | 34 |
| | 4.1.1 Estados limites últimos (ELU) | 34 |
| | 4.1.1.1 Estado limite último (ELU) no ato da protensão | 35 |
| | 4.1.1.1.1 Verificação com as hipóteses básicas | 35 |
| | 4.1.1.1.2Verificação simplificada | 36 |
| | 4.1.2 Estados limites de serviço (ELS) | 36 |
| | 4.1.2.1 Estados limites de formação de fissuras (ELS-F) | 37 |
| | 4.1.2.2 Estados limites de abertura das fissuras (ELS-W) | 37 |
| | 4.1.2.3 Estados limites de deformações excessivas (ELS-DEF) | 37 |
| | 4.1.2.4 Estados limites de descompressão (ELS-D) | 37 |
| | 4.1.2.5 Estados limites de descompressão parcial (ELS-DP) | 37 |
| | 4.1.2.6 Estados limites de compressão excessiva (ELS-CE) | 38 |

| | | 4.1.2.7 Estados limites de vibrações excessivas (ELS-VE) | .38 |
|---|-------------------|--|-------------------|
| | 4.2 | COMBINAÇÕES DE AÇÕES | .38 |
| | 4.3 | NÍVEIS DE PROTENSÃO | .42 |
| | 4. | 3.1 Concreto protendido nível 1 (protensão parcial) | .42 |
| | 4. | 3.2 Concreto protendido nível 2 (protensão limitada) | .43 |
| | 4. | 3.3 Concreto protendido nível 3 (protensão completa) | .43 |
| | 4.4 | FORÇA DE PROTENSÃO | .44 |
| | 4. | 4.1 Carga a ser equilibrada na protensão | .45 |
| | 4.5 | PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO | .46 |
| | 4. | 5.1 Perdas imediatas da força de protensão | .46 |
| | | 4.5.1.1 Perdas por atrito | .47 |
| | | 4.5.1.2 Perdas por acomodação da ancoragem | .48 |
| | | 4.5.1.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto | .53 |
| | 4. | 5.2 Perdas progressivas da força de protensão | . 54 |
| | | 4.5.2.1 Processo simplificado para perdas devido a retração e fluência do | |
| | | concreto e relaxação do aço | .54 |
| | 4.6 | TRAÇADO VERTICAL DAS CORDOALHAS | .56 |
| | 4.7 | DISTRIBUIÇÃO GERAL DOS CABOS DE PROTENSÃO NAS LAJES LISAS | 359 |
| | 4.8 | CARREGAMENTO EQUIVALENTE | .60 |
| | 4.9 | EFEITO HIPERESTÁTICO | .64 |
| 5 | Μ | ÉTODOS DE ANÁLISE DE LAJES PROTENDIDAS | .67 |
| | 5.1 | MÉTODO DO PÓRTICO EQUIVALENTE | .67 |
| | 5.2 | MÉTODO DOS ELEMENTO FINITOS | .68 |
| | 5.3 | MÉTODO DA GRELHA EQUIVALENTE | .69 |
| 6 | С | ONSIDERAÇÕES DE CÁLCULO PELO MÉTODO DE GRELHA | |
| E | QUIN | /ALENTE | .71 |
| | 6.1 | MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS | .75 |
| 7 | Е | XEMPLO NUMÉRICO | .78 |
| | | | |
| | 7.1 | APRESENTAÇÃO DA LAJE A SER ANALISADA | .78 |
| | 7.1 <i>7</i> . | APRESENTAÇÃO DA LAJE A SER ANALISADA | .78 .78 |
| | 7.1 7. 7.2 | APRESENTAÇÃO DA LAJE A SER ANALISADA 1.1 Geometria da laje PARÂMETROS DE PROJETO | .78 .78 .79 |

| 7.4 TRAÇADO VERTICAL E FORÇA INICIAL DE PROTENSÃO | 82 |
|---|-----|
| 7.5 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO | 85 |
| 7.5.1 Direção X | 85 |
| 7.5.1.1 Perda por atrito | 85 |
| 7.5.1.2 Perdas por acomodação da ancoragem | 89 |
| 7.5.1.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto | 94 |
| 7.5.1.4 Perdas progressivas | 94 |
| 7.5.1.5 Total das perdas imediatas e perdas no tempo "infinito" | 94 |
| 7.5.2 Direção Y | 94 |
| 7.5.2.1 Perda por atrito | 94 |
| 7.5.2.2 Perdas por acomodação da ancoragem | 96 |
| 7.5.2.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto | 99 |
| 7.5.2.4 Perdas progressivas | 99 |
| 7.5.2.5 Total das perdas imediatas e perdas no tempo "infinito" | 99 |
| 7.6 CÁLCULO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE | 100 |
| 7.6.1 Direção X | 100 |
| 7.6.2 Direção Y | 101 |
| 7.7 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CORDOALHAS | 102 |
| 7.7.1 Direção X | 102 |
| 7.7.2 Direção Y | 103 |
| 7.7.3 Índice de massa de cordoalha por metro quadrado | 104 |
| 7.7.4 Verificação da tensão média de compressão | 104 |
| 7.8 COMBINAÇÕES DAS AÇÕES UTILIZADAS | 105 |
| 7.9 ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) NO ATO DA PROTENSÃO | 106 |
| 7.10 ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) NO TEMPO INFINITO | 107 |
| 7.11 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA E ANÁLISE DE | |
| FLECHAS | 108 |
| 7.12 ANÁLISE PELO MODELO DE GRELHA EQUIVALENTE | 110 |
| 7.12.1 Inserção dos carregamentos nas barras da grelha | 113 |
| 7.12.2 Distribuição dos cabos na estrutura | 115 |
| 7.12.3 Reações de apoio e deslocamentos na laje para diferentes tipos | de |
| carregamentos e combinações | 116 |
| 7.12.4 Verificações | 121 |
| 7.12.4.1 Estado limite último (ELU) no ato da protensão | 123 |

| 7.12.4.2 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F) | 126 |
|---|-------|
| 7.12.4.3 Armadura passiva mínima | 127 |
| 7.12.4.4 Verificação quanto ao ELU de ruptura por flexão | 130 |
| 7.13 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS | 142 |
| 7.13.1 Inserção dos carregamentos e cabos | 145 |
| 7.13.2 Reações de apoio e deslocamentos na laje para diferentes tip | os de |
| carregamentos e combinações | 146 |
| 7.13.3 Momentos fletores para diferentes tipos de carregamento e | |
| combinações | 149 |
| 7.14 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS | 155 |
| 8 CONCLUSÕES | 160 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | |
| ANEXOS | 165 |
| ANEXOS A - Detalhamento da ancoragem passiva | 166 |
| ANEXOS B - Detalhamento da ancoragem ativa | 167 |
| ANEXOS C - Detalhamento da ancoragem para cabo monocordoalha | 168 |

1 INTRODUÇÃO

No âmbito da construção civil vários materiais foram estudados e empregados com objetivo de moldar estruturas para residências, edifícios, pontes, entre outros. O material mais utilizado em estruturas acima citado, concreto armado, surgiu em um meio distante da construção civil. Teve início a partir da necessidade de um jardineiro francês em fortalecer seus vasos de concreto fino, que para tal, incorporou tela de arame de ferro ao concreto, o que possibilitou uma resistência maior comparado aos seus vasos antigos. Em 1867, Joseph Monier, patenteou o método que inventara para o fortalecimento de seus vasos e, a partir de sua patente, várias aplicações foram feitas com a mesma ideia, para as estruturas na construção civil.

No ramo da engenharia civil, frente à necessidade de alcançar maiores vãos, o concreto protendido (CP) surgiu a partir do aprofundamento de conhecimentos previamente adquiridos sobre o material, até então utilizado em larga escala, o concreto armado. Em 1928, o engenheiro francês, Eugene Freyssinet, patenteou o concreto protendido. O concreto protendido tem como princípio o alongamento de um aço especial para um maior aproveitamento do mesmo e do concreto, com o objetivo de reduzir fissuras e deslocamentos com a estrutura em serviço. Tal elemento teve crescimento significativo na construção civil após a Segunda Guerra Mundial, pois houve uma escassez na fabricação de aço e a solução encontrada para utilização de menor quantidade do mesmo, seria o melhor aproveitamento de aços de alta resistência.

Atualmente, após todos os estudos feitos sobre o elemento concreto protendido, obteve-se um crescimento no sistema construtivo, sobretudo utilizando a protensão com monocordoalhas engraxadas não aderentes. Segundo Cholfe (2015), a própria NORMA BRASILEIRA (NBR) 6118 pode ser considerada uma consequência da evolução da engenharia de estruturas, uma vez que essa norma é moderna e se nivela a outros códigos internacionais.

O presente trabalho consiste no dimensionamento e análise de laje lisa protendida pelo método de grelha equivalente, seguindo, para algumas etapas, todo escopo teórico recomendado pela NBR 6118:2014, e ao final do trabalho, será apresentado uma comparação técnica entre os resultados obtidos pelo modelo de grelha e um programa comercial baseado no método dos elementos finitos.

1.1 JUSTIFICATIVA

A indústria da construção civil no Brasil, no que se refere às estruturas protendidas, cresce aos poucos, não sendo muito comum na maioria das empresas de cálculo estrutural. O motivo do crescimento é dado pela tendência, nos dias atuais, de maiores vãos e estruturas mais esbeltas em edifícios, principalmente com o uso de estruturas com monocordoalhas engraxadas não-aderentes. De acordo com estudos feitos por Emerick (200), lajes protendidas a partir de vãos maiores que 7 metros apresentam custos mais reduzidos quando comparadas às soluções padrões de concreto armado.

A motivação para o presente trabalho está associada ao crescimento citado e, devido ao interesse e vantagem que o sistema estrutural traz consigo, com um ressalto à uma análise (grelha equivalente) comumente utilizada para estruturas de concreto armado. Assim, o trabalho visa contribuir, com o tema proposto, à comunidade acadêmica e profissional.

1.2 OBJETIVO GERAL

Dimensionar e analisar uma laje lisa protendida pós-tração com cordoalhas engraxadas não aderente à flexão utilizando o método de grelha equivalente.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Fazer uma revisão de literatura sobre lajes lisas protendidas;
- Fazer uma revisão de literatura sobre análise de lajes, com ênfase no método de grelha equivalente (analogia de grelha);
- Dimensionar e analisar a laje lisa protendida, a partir de um exemplo numérico;
- Verificar o elemento quanto aos Estados Limites de Serviço e Estados Limites Últimos;
- Utilizar para análise linear da laje, o software SAP2000;
- Comparar os resultados obtidos pelo modelo de grelha equivalente, no que se refere a deslocamentos, reações e esforços, com um programa comercial disponível no mercado para lajes protendidas, SAFE.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em oito capítulos, sendo a introdução o primeiro, o segundo a metodologia, o terceiro, quarto, quinto e sexto para a fundamentação teórica, sétimo para análise e resultados da estrutura a ser estudada e o oitavo para as conclusões sobre o assunto abordado.

O capítulo 1, Introdução, mostra os primeiros aspectos sobre o tema. Além disto, são apresentados os objetivos e a justificativa do trabalho.

O capítulo 2, Metodologia, apresenta os métodos utilizados para realização deste trabalho.

O capítulo 3, apresenta um breve histórico do tipo de laje estudada junto com suas vantagens e materiais utilizados.

Os capítulos 4, 5 e 6 apresentam toda a fundamentação teórica para o dimensionamento à flexão de lajes lisas protendidas utilizando monocordoalhas. Descreve ainda, algumas considerações sobre o modelo de cálculo utilizado para o exemplo estudado.

O capítulo 7, Exemplo Numérico, é aplicado os conceitos dos capítulos anteriores dimensionando uma estrutura e verificando-a conforme as normas especificas citadas no decorrer do trabalho. Apresenta por fim os resultados obtidos da análise feita e de toda fundamentação teórica apresentada para o exemplo numérico.

O capítulo 8, apresenta as conclusões do trabalho, dos resultados obtidos, e considerações finais.

Por fim, apresentam-se as referências bibliográficas e anexos, completando a estrutura do trabalho mostrando as fontes do trabalho e complementos de detalhamentos de estrutura protendida.

2 METODOLOGIA

O trabalho de Conclusão de Curso será elaborado a partir de consultas a livros de autores renomados na literatura disponível, trabalhos de outras Universidades no Brasil e no exterior, Norma Brasileira 6118 e pesquisas, dentro da área de proposta do trabalho a ser realizado. É abordado a partir das pesquisas, conceitos e formulações, assim como as vantagens e desvantagens, da laje lisa protendida.

Por sua vez, as informações obtidas serão utilizadas para um exemplo numérico de um painel simples, apoiado em pilares. Além disso, serão utilizados programas, para auxílio de cálculo, como SAP2000 e SAFE, ambos da empresa americana CSI (Computers & Structures, Inc.).

Por fim, será feita uma comparação com os resultados como, esforços solicitantes e deslocamentos obtidos e os verificando de acordo com a NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.

3 LAJES LISAS PROTENDIDAS

3.1 BREVE HISTÓRICO

Durante séculos, desde que o concreto armado foi descoberto, o sistema estrutural mais utilizado em edifícios, seguiu o método tradicional das lajes se apoiarem em vigas e estas nos pilares. Segundo Carvalho (2009), um novo tipo de sistema, que não seguia tal padrão, surgiu com um engenheiro C. A. P. Turner, que em 1906, construiu um edifício com lajes sem vigas, chamado C. A. Bovey Building. No início, o novo sistema causou polêmica entre os engenheiros, sendo poucos o que aprovaram a ideia. Dessa forma, o modelo não proliferou. Em 1908, na Rússia, um edifício de quatro pavimentos foi projetado, por este princípio, pelo engenheiro A. F. Loleyt. O mesmo fez Mailart, em Zurique, 1910, e só então, o sistema de laje sem vigas foi disseminado pelo mundo todo.

Tratando-se de lajes protendidas, a mesma teve surgimento em 1888 com C. W. Doehring que adquiriu uma patente na Alemanha utilizando, nas lajes, fios de metal. Nessa época, não tinham ensaios laboratoriais referente ao estudo de protensão, como por exemplo, aperfeiçoamento do aço para protensão e perdas de protensão imediatas, o que fez com que o sistema não obtivesse sucesso. (Aalami,2007)

Como definição de protensão, Pfeil (1984, p.1) a descreve como: " A protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, numa estrutura, um estado prévio de tensões, de modo a melhorar sua resistência, ou seu comportamento sob ação de diversas solicitações."

O avanço da aplicação da protensão, ainda segundo Aalami (2007), foi resultado dos métodos de projeto apresentados por T. Y. Lin através do conceito do balanceamento das cargas. Após estudos feitos por diversos engenheiros, em 1963, o concreto protendido foi introduzido no AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI) nos Estados Unidos.

No Brasil, somente a partir de 1997 com o começo da fabricação de cordoalhas engraxadas e plastificadas pela antiga Companhia Siderúrgica Belgo Mineira S.A, o sistema de lajes protendidas começara a ser utilizada nas edificações comerciais e residenciais. (Loureiro, 2007 apud Colonese, 2008).

Referente ao conjunto lajes lisas protendidas, Figura 1, o sistema se tornou uma tendência devido as suas diversas vantagens que serão apresentadas posteriormente.



3.2 MATERIAIS

Para a utilização de estruturas de concreto protendido, os materiais aplicados são os mesmos do concreto armado, tendo como diferença, o cuidado da escolha do tipo de concreto a ser utilizado e mais a adição de um aço especial para a protensão que é denominado de armadura ativa.

3.2.1 Concreto

O concreto a ser utilizado nas estruturas de concreto protendido devem atender os requisitos mínimos estabelecidos pela NBR 6118:2014, devendo utilizar em geral, concreto de alta resistência, como mostra a Tabela 1. A norma estabelece que para o uso do CP, a qualidade e resistência do concreto deve atender as características, no mínimo, do C25. Tal característica é justificada devido à esta classe ter um controle tecnológico maior, uma durabilidade maior e, devido a utilização de armadura ativa, utilizando um concreto de maior resistência, os encurtamentos de retração e fluência diminuem de forma significativa, tendo como resultado uma diminuição das perdas de protensão que serão explanadas posteriormente.

| Conoroto 3 | Tipo ^{b, c} | Classe de agressividade | | | | |
|--------------------------|----------------------|-------------------------|--------|--------|---------------|--|
| Concreto « | | 1 | Ш | Ш | IV | |
| Relação | CA | ≤ 0,65 | ≤ 0,60 | ≤ 0,55 | ≤ 0,45 | |
| agua/cimento em massa | CP | ≤ 0,60 | ≤ 0,55 | ≤ 0,50 | ≤ 0,45 | |
| Classe de concreto | CA | ≥ C20 | ≥ C25 | ≥ C30 | ≥ C 40 | |
| (ABNT NBR 8953) | CP | ≥ C25 | ≥ C30 | ≥ C35 | ≥ C40 | |
| | | - | | | | |

Tabela 1 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

3.2.2 Aços para protensão

Os aços utilizados no concreto protendido, além das armaduras passivas, são armadura constituída por barras, fios isolados ou cordoalhas, destinada à produção de forças de protensão, isto é, na qual se aplica um pré-alongamento inicial, chamada armadura ativa. Estas, são classificadas de acordo com o valor característico da resistência à tração e quanto à relaxação. A qualidade e tipo de aços utilizados em estruturas de concreto protendido são prescritos pela NBR 7483. O diagrama tensão-deformação do aço para estruturas de concreto armado, armadura passiva, difere do diagrama para as estruturas de concreto protendido, armadura ativa. A NBR 6118:2014 recomenda que para cálculo e análises nos estados limites de serviço e estados limites último pode ser utilizado o diagrama simplificado, conforme a Figura 2 e a Figura 3.

Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014





Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura ativas.



Fonte: NBR 6118:2014

3.3 PROTENSÃO

A protensão pode ser classificada quanto ao tipo de aderência em que será utilizado no projeto. A NBR 6118:2014 define a aderência de três formas: protensão com aderência inicial, protensão com aderência posterior e protensão sem aderência.

3.3.1 Protensão com aderência inicial

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, como por exemplo, pistas de fabricação de elementos pré-moldados. Nessa situação, a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios é desfeita após o endurecimento do concreto. Dessa forma, a ancoragem no concreto realiza-se somente por aderência.

3.3.2 Protensão com aderência posterior

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto, de modo permanente, através da injeção das bainhas.

3.3.3 Protensão sem aderência

Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, mas não sendo criada aderência com o concreto, ficando a armadura ligada ao concreto apenas em pontos localizados. Tal modelo de protensão é o mais utilizado no Brasil, pois com a tecnologia das cordoalhas engraxadas, os cabos são protegidos por uma graxa que a protege contra a corrosão, sendo assim não necessitando de aderência tal como os itens anteriores.

3.4 VANTAGENS

A solução mais empregada utilizando o concreto protendido para lajes de edifícios, tem sido o sistema de protensão com pós-tração com monocordoalhas engraxadas não aderentes. Segundo Emerick (2002), essas lajes apresentam algumas vantagens em relação ao sistema utilizando o concreto armado convencional, que são:

- Maior liberdade arquitetônica devido à possibilidade de vencer grandes vãos ou vãos fortemente carregados mantendo uma grande esbeltez na laje;
- Maior área útil do pavimento devido a menor quantidade de pilares;

- Economia em relação às estruturas em concreto armado para vãos superiores a 7,0 m conforme ilustra a Figura 4;
- Redução nas espessuras das lajes acarretando uma significativa diminuição na altura total do prédio e consequentemente um menor peso total da estrutura minimizando os custos nas fundações;
- Maior velocidade na desforma e retirada de escoramentos;
- Redução e até eliminação de flechas e fissuração nas lajes;
- Maior resistência ao puncionamento, em lajes lisas, obtida pela colocação adequada dos cabos de protensão nas regiões próximas aos pilares.



Figura 4 - Comparação de custos entre lajes protendidas e lajes em concreto armado

Fonte: Sistema Freyssinet de Lajes Protendidas - Catálogo Técnico

3.5 DESVANTAGENS

As desvantagens do sistema de protensão, devem ser, segundo Cholfe (2015), encaradas com cuidados adicionais, tendo em vista que, nas suas possíveis falhas, poderão ocasionar a ruína da estrutura. Algumas das mais importantes são:

Corrosão: o efeito desta pode ser danoso para a segurança da estrutura. Desta forma, a NBR 6118:2014, no seu item 7.4.7.2 estabelece cobrimentos mínimos visando a proteção do aço na estrutura de concreto armado e concreto protendido. A Tabela 2 (Tabela 7.2 da NBR 6118:2014), estabelece tais cobrimentos, de acordo com a classe de agressividade ambiental (CAA), Tabela 3 (Tabela 6.1 da NBR 6118:2014).

| | | Classe de agressividade ambiental | | | | |
|-------------------|---|-----------------------------------|----|----|----|--|
| Tipo de estrutura | Componente ou | I | Ш | Ш | IV | |
| npo de conditina | elemento | Cobrimento nominal | | | | |
| | | mm | | | | |
| | Laje | 20 | 25 | 35 | 45 | |
| | Viga/pilar | 25 | 30 | 40 | 50 | |
| Concreto armado | Elementos estruturais em contato com o solo | 30 | | 40 | 50 | |
| Concreto | Laje | 25 | 30 | 40 | 50 | |
| protendido | Viga/pilar | 30 | 35 | 45 | 55 | |

Tabela 2 - Cobrimento mínimo das estruturas

Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014

| Classe de agressividade | Agressividade | Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto | Risco de deterioração da estrutura |
|-------------------------|---------------|---|--|
| ambiental | | | |
| Ī | Fraca | Rural Submersa | Insignificante |
| П | Moderada | Urbana ^{a, b} | Pequeno |
| Ш | Forte | Marinha ^a Industrial ^{a, b} | Grande |
| IV | Muito forte | Industrial ^{a, c} Respingos de maré | Elevado |

Tabela 3 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA)

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118:2014

- Força Ativa: os erros em projetos ou na própria construção podem resultar também em ruínas das estruturas, quando a protensão estiver sendo aplicada no concreto. Para impedir tais erros, a NBR 6118 recomenda, no item 17.2.4.2, a verificação do ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) no ato da protensão.
- Maiores Exigências no Projeto: para as estruturas protendidas, além de todas suas verificações e detalhamentos mais abrangentes no projeto, deve-se

também, conter procedimentos executivos para a construção e uso da estrutura.

 Maiores Exigências na Construção: para o uso de estruturas protendidas devem-se utilizar: materiais de melhor qualidade, macacos, aparelhos de controle de pressão, além da mão-de-obra especializada, para a execução e controle da obra. Outro fator importante é o controle tecnológico do concreto e sua respectiva resistência para a aplicação da protensão na estrutura.

4 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS

A NBR 6118:2014, estabelece recomendações para o projeto e execução das lajes lisas e protendidas, dentre algumas delas, são:

- No item 13.2.4.1, a dimensão mínima para lajes lisas não deve ser inferior a 16 cm de espessura;
- Qualquer barra de armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a h/8, conforme item 20.1 da norma;
- As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento máximo igual a 2.h ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores, conforme item 20.1 da norma;
- A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm, conforme item 20.1 da norma;
- Para esse sistema estrutural sem vigas, devem ser respeitadas as disposições contidas na Figura 5;



Figura 5 - Lajes sem vigas

Fonte: NBR 6118:2014

- Pelo menos duas barras inferiores devem passar continuamente sobre os apoios, respeitando-se também a armadura contra colapso progressivo, conforme item 20.3.1 da norma;
- Para que uma faixa de laje seja tratada como uma região protendida, na direção considerada, o espaçamento entre cordoalhas, cabos ou feixes de cabos deve ser no máximo de 6 h, não excedendo 120 cm, conforme item 20.3.2.1 da norma;
- Na seção da laje correspondente ao cabo ou feixe de cabos, o espaçamento entre eles deve resultar em uma tensão de compressão média igual ou superior a 1 MPa, considerando-se todas as perdas, conforme item 20.3.2.1 da norma;
- Cabos dispostos em faixa externa de apoio devem estar contidos em uma porção de laje, de tal forma que a largura desta não ultrapasse a dimensão em planta do pilar de apoio, tomada transversalmente à direção longitudinal da faixa, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje para cada um dos lados do pilar, conforme item 20.3.2.2 da norma;
- Entre cabos ou feixes de cabos, ou entre cabos e armaduras passivas, deve ser mantido um espaçamento mínimo de 5 cm, conforme item 20.3.2.3 da norma;
- O cobrimento mínimo de cabos em relação à face de aberturas nas lajes deve ser de 7,5 cm, conforme item 20.3.2.4 da norma;
- O desvio no plano da laje de um cabo ou feixe de cabos deve produzir uma inclinação máxima de 1/10, na corda imaginária que une o início ao fim desse trecho, mantendo o seu desenvolvimento de acordo com uma curva parabólica em planta. Ao longo do desvio, o conjunto de cabos ou feixes deve estar disposto de tal forma a manter uma distância mínima de 5 cm entre cabos na região central da curva. Para os casos em que o desvio exceda os limites especificados, deve ser prevista armadura capaz de resistir à força provocada por esse desvio, conforme item 20.3.2.5 da norma;
- Pode-se prescindir da armadura passiva contra o colapso progressivo, se pelo menos um cabo, em cada direção ortogonal, passar pelo interior da armadura longitudinal contida na seção transversal dos pilares ou elementos de apoio das lajes lisas ou cogumelo de edifícios comerciais ou residenciais, conforme item 20.3.2.6 da norma;

- Sobre os apoios das lajes lisas ou cogumelo protendidas, devem ser dispostas no mínimo quatro barras na face tracionada em uma faixa que não exceda a largura do apoio acrescida de 1,5 vez a altura total da laje para cada lado. As barras devem ser espaçadas em no máximo 30 cm e estendidas até uma distância mínima de 1/6 do vão livre na direção da armadura considerada, a partir da face do apoio, conforme item 20.3.2.6 da norma;
- Nas lajes protendidas por monocordoalhas não aderentes, no máximo quatro cabos podem ser dispostos em feixe, conforme item 20.3.2.6 da norma;
- Quando necessárias, as armaduras para resistir à punção devem ser constituídas por estribos verticais ou conectores (studs), com preferência pela utilização destes últimos, ilustrado na Figura 6;



Figura 6 - Conector tipo studs

Fonte: Decon a Jordahl company

- O diâmetro da armadura de estribos não pode superar h/20 da laje e deve haver contato mecânico das barras longitudinais com os cantos dos estribos, conforme item 20.4 da norma;
- As regiões mínimas em que devem ser dispostas as armaduras de punção, bem como as distâncias regulamentares a serem obedecidas, estão mostradas na Figura 7;



Figura 7 - Armadura de punção

Fonte: NBR 6118:2014

4.1 MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES

No modelo de cálculo das estruturas, utiliza-se o método dos estados limites, que substituiu o antigo modelo das tensões admissíveis em que existia um único coeficiente de segurança englobando as aões e materiais. Com o novo modelo, utiliza-se, para definir a segurança da estrutura, uma linguagem probabilistica. A NBR 6118 aborda vários Estados Limites que devem ser verificados para cada tipo de projeto.

4.1.1 Estados limites últimos (ELU)

Estados limites relacionados ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura, conforme definição no item 3.2.1 da norma.

A segurança das estruturas de concreto deve ser sempre verificada em relação aos seguintes estados limites últimos, conforme item 10.3 da norma:

- a) Perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica;
- c) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- d) Provocado por solicitações dinâmicas;
- e) Colapso progressivo;
- f) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo;
- g) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas;
- h) Provocado pela protensão no ato da transferência da força à seção de concreto.
- 4.1.1.1 Estado limite último (ELU) no ato da protensão

A verificação quanto ao ELU no ato da protensão é necessária, pois esta, indica em que condições a protensão deverá ser aplicada, isto é, em quantas etapas, além de providências a serem tomadas decorrentes das tensões geradas pela mesma. A NBR 6118:2014 apresenta duas formas de calculá-la, que são: verificação com as hipóteses básicas e uma verificação simplificada.

4.1.1.1.1 Verificação com as hipóteses básicas

As seguintes hipóteses devem ser respeitadas:
- a) Considera-se resistência característica do concreto f_{ckj} aquela correspondente
 à idade fictícia j (em dias), no ato da protensão, sendo que a resistência de f_{ckj}
 deve ser claramente especificada no projeto;
- b) Para esta verificação, admitem-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação, com as cargas que efetivamente atuarem nessa ocasião:

 $\gamma_c = 1,2$ $\gamma_s = 1,15$ $\gamma_p = 1,1$ $\gamma_f = 1,0$ para as ações desfavoráveis $\gamma_f = 0,9$ para as ações favoráveis

4.1.1.1.2 Verificação simplificada

Nesta verificação admite-se que a segurança seja verificada no estádio I, desde que as seguintes condições sejam satisfeitas:

- a) A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de γ_p = 1,1 e γ_f = 1,0, não pode ultrapassar 70 % da resistência característica f_{cki} prevista para a idade de aplicação da protensão;
- b) A tensão máxima de tração do concreto não pode ultrapassar 1,2 vez a resistência à tração f_{ctm} correspondente ao valor f_{ckj} especificado;

4.1.2 Estados limites de serviço (ELS)

Conforme o item 10.4 da NBR 6118:2014, a definição de estados limites de serviço são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas.

A segurança das estruturas de concreto protendido exige a verificação de alguns estados limites de serviço. 4.1.2.1 Estados limites de formação de fissuras (ELS-F)

Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado limite é atingindo quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$, conforme item 3.2.2 da norma.

4.1.2.2 Estados limites de abertura das fissuras (ELS-W)

Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados, conforme item 3.2.3 da norma.

4.1.2.3 Estados limites de deformações excessivas (ELS-DEF)

Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, conforme item 3.2.4 da norma.

4.1.2.4 Estados limites de descompressão (ELS-D)

Estado no qual, em um ou mais ponto da seção transversal, a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção, conforme item 3.2.5 da norma.

4.1.2.5 Estados limites de descompressão parcial (ELS-DP)

Estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância a_p da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão, conforme Figura 8.



4.1.2.6 Estados limites de compressão excessiva (ELS-CE)

Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Usual no caso do concreto protendido na ocasião da aplicação da protensão, conforme item 3.2.7 da norma.

4.1.2.7 Estados limites de vibrações excessivas (ELS-VE)

Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção, conforme item 3.2.8 da norma.

4.2 COMBINAÇÕES DE AÇÕES

Tendo em vista o modelo de cálculo pelo método dos estados limites, considerando a linguagem probabilística, a NBR 6118 recomenda que suas verificações sejam feitas por combinações de ações. Cholfe (2015) cita que um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura em um tempo determinado.

As verificações são feitas para o ELU e ELS utilizando as combinações últimas e as combinações de serviço.

As combinações últimas são classificadas em combinações últimas normais, especiais ou de construção e excepcionais, de acordo com a Tabela 4 (Tabela 11.3 da NBR 6118:2014).

As combinações de serviços são classificadas como combinações quase permanentes de serviço (CQP), combinações frequentes de serviço (CF) e combinações raras de serviço (CR), de acordo com a Tabela 5 (Tabela 11.4 da NBR 6118:2014).

| Combinações últimas (ELU) | Descrição | Cálculo das solicitações | | | |
|---------------------------------|---|---|--|--|--|
| Normais | Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado | $F_{d} = \gamma_{g}F_{gk} + \gamma_{\epsilon g}F_{\epsilon gk} + \gamma_{q}\left(F_{q1k} + \Sigma\psi_{0j}F_{qjk}\right) + \gamma_{\epsilon q}\psi_{0\epsilon}F_{\epsilon qk}$ | | | |
| | Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido | Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores P _{kmáx} e P _{kmín} para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na Seção 9 | | | |
| | Perda do equilíbrio como corpo rígido | $\begin{split} S\left(F_{sd}\right) &\geq S\left(F_{nd}\right)\\ F_{sd} &= \gamma_{gs}\;G_{sk} + R_d\\ F_{nd} &= \gamma_{gn}\;G_{nk} + \gamma_q\;Q_{nk} - \gamma_{qs}\;Q_{s,\;min},\; \text{onde:}\;Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j}\;Q_{jk} \end{split}$ | | | |
| Especiais ou de construção | F _d = | $\gamma_{g} F_{gk} + \gamma_{\epsilon g} F_{\epsilon gk} + \gamma_{q} \left(F_{q1k} + \Sigma \psi_{0j} F_{qjk} \right) + \gamma_{\epsilon q} \psi_{0\epsilon} \ F_{\epsilon qk}$ | | | |
| Excepcionais | $F_{d} = \gamma_{g}F_{gk} + \gamma_{\epsilon g}F_{\epsilon gk} + F_{q1exc} + \gamma_{q}\Sigma\psi_{0j}F_{qjk} + \gamma_{\epsilon q}\psi_{0\epsilon}F_{\epsilon qk}$ | | | | |

Tabela 4 - Combinações Últimas

Fonte: Adaptado NBR 6118:2014

Onde:

 F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

 F_{gk} representa as ações permanentes diretas;

 $F_{\varepsilon k}$ representa as ações indiretas permanentes como a retração $F_{\varepsilon gk}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon gk}$;

 F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;

 $\gamma_g, \gamma_{\varepsilon g}, \gamma_q, \gamma_{\varepsilon q}$ definido de acordo com a Tabela 6;

 $\psi_{oj}, \psi_{o\varepsilon}$ definido de acordo com a Tabela 7;

 F_{sd} representa as ações estabilizantes;

 F_{nd} representa as ações não estabilizantes;

 G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante;

 G_{sk} é o valor característico da ação permanente estabilizante;

 R_d é o esforço resistente considerado estabilizante, quando houver;

 $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{oj} Q_{jk}$

 Q_{nk} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;

 Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada principal;

 $\psi_{oj} e Q_{jk}$ são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido:

 $Q_{s,min}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante.

| Combinações de serviço (ELS) | Descrição | Cálculo das solicitações |
|--|---|--|
| Combinações quase permanentes de serviço (CQP) | Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes ψ ₂ <i>F</i> _{qk} | $F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qj,k}$ |
| Combinações frequentes de serviço (CF) | Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal <i>F</i> _{q1} é tomada com seu valor frequente ψ ₁ <i>F</i> _{q1k} e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes ψ ₂ <i>F</i> _{qk} | $F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$ |
| Combinações raras de serviço (CR) | Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal <i>F</i> q1 é tomada com seu valor característico <i>F</i> q1k e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes ψ ₁ <i>F</i> qk | $F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} F_{qjk}$ |

Fonte: NBR 6118:2014

Onde:

 $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

 F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

 ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

 ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Os coeficientes $Y_f \in \Psi_o$, são estabelecidos pela Tabela 6 (Tabela 11.1 da NBR 6118:2014) e Tabela 7 (Tabela 11.2 da NBR 6118:2014)., respectivamente.

| | Ações | | | | | | | |
|-------------------------------|--------------------|-----|------------------|-----|---------------------------|-----|-------------------------------------|---|
| Combinações de ações | Permanentes (g) | | Variáveis (q) | | Protensão (<i>p</i>) | | Recalques de apoio e retração | |
| | D | F | G | Т | D | F | D | F |
| Normais | 1,4 ^a | 1,0 | 1,4 | 1,2 | 1,2 | 0,9 | 1,2 | 0 |
| Especiais ou de construção | 1,3 | 1,0 | 1,2 | 1,0 | 1,2 | 0,9 | 1,2 | 0 |
| Excepcionais | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 0 | 1,2 | 0,9 | 0 | 0 |
| | | | | | | | | |

Tabela 6- Coeficiente Υ_f

onde

D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.

^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: NBR 6118:2014

| Acõoc | | γ _{f2} | | | | |
|--|---|-----------------|-----------------|-----|--|--|
| | Ações | Ψο | Ψ1 ^a | Ψ2 | | |
| Cargas acidentais de edifícios | Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b | 0,5 | 0,4 | 0,3 | | |
| | Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c | 0,7 | 0,6 | 0,4 | | |
| | Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens | 0,8 | 0,7 | 0,6 | | |
| Vento | Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral | 0,6 | 0,3 | 0 | | |
| Temperatura | Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local | 0,6 | 0,5 | 0,3 | | |
| ^a Para os valores de ψ ₁ relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, | | | | | | |

Tabela 7 – Coeficiente Ψ_o

^b Edifícios residenciais.
 ^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Fonte: Adaptado NBR 6118:2014

4.3 NÍVEIS DE PROTENSÃO

Os níveis de protensão, de acordo com o item 9.2.2 da NBR 6118, estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão que, por sua vez, são função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva.

4.3.1 Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)

Nível aplicado para tipos de protensão na Pré-tração com CAA I ou Póstração com CAA I e II e deve ser verificado quanto ao estado limite de serviço ELS-W sob combinação frequente de serviço com aberturas de fissuras máximas de 0,2 mm. Neste nível a seção é considerada fissurada e deve ser atendido o cálculo de abertura de fissuras.

A NBR 6118:2014 estabelece, no item 17.3.3.2, que o valor característico da abertura de fissuras, determinado para cada parte da região de envolvimento da Figura 9, deve ser o menor valor entre as expressões abaixo:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \tag{1}$$

$$w_{k} = \frac{\phi_{i}}{12,5\eta_{1}} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right)$$
(2)

Onde:

 w_k é a abertura de fissuras em mm;

 ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

 η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada;

 σ_{si} é a tensão de tração na armadura, calculada no estádio 2;

 E_{si} é o modulo de elasticidade do aço;

 ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva, ou ativa aderente, em relação à área da região de envolvimento (A_{cri});

 f_{ctm} é a resistência média à tração.



Figura 9 - Envolvimento da armadura

4.3.2 Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)

Nível aplicado para tipos de protensão na Pré-tração com CAA II ou Póstração com CAA III e IV e deve ser verificado quanto ao estado limite de serviço ELS-F sob combinação frequente de serviço e ELS-D sob combinação quase permanente de serviço.

4.3.3 Concreto protendido nível 3 (protensão completa)

Nível aplicado para tipo de protensão na Pré-tração com CAA III e IV e deve ser verificado quanto ao estado limite de serviço ELS-F sob combinação rara de serviço e ELS-D sob combinação frequente de serviço.

A Tabela 8 (Tabela 13.4 da NBR 6118:2014) apresenta valores limites da abertura das fissuras, dentre outras providências com o objetivo de proteger as armaduras contra a corrosão. Contudo, tais providências devem ser vistas apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas.

| Tipo de concreto estrutural | Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão | Exigências relativas à fissuração | Combinação de ações em serviço a utilizar | |
|---|---|---|---|--|
| Concreto simples | CAA I a CAA IV | Não há | - | |
| | CAA I | ELS-W $w_k \le 0,4$ mm | Combinação frequente | |
| Concreto armado | CAA II e CAA III | ELS-W $w_k \le 0.3 \text{ mm}$ | | |
| | CAA IV | ELS-W $w_k \le 0,2 \text{ mm}$ | | |
| Concreto protendido nível 1 (protensão parcial) | Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II | ELS-W <i>w</i> _k ≤ 0,2 mm | Combinação frequente | |
| Concreto | Pré-tração com CAA II | Verificar as duas condições abaixo | | |
| protendido nível 2 (protensão limitada) | ou Pós-tração com CAA III e IV | ELS-F | Combinação frequente | |
| | | ELS-D | Combinação quase permanente | |
| Concreto | | Verificar as duas condições abaixo | | |
| protendido nível 3 (protensão completa) | Pré-tração com CAA III e IV | ELS-F | Combinação rara | |
| | | ELS-D | Combinação frequente | |

Tabela 8 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura

Fonte: Adaptado NBR 6118:2014

4.4 FORÇA DE PROTENSÃO

A força média na armadura de protensão na abscissa x e no tempo t é dada, conforme item 9.6.1.1 da NBR 6118:2014, por:

$$P_t(x) = Pi - \Delta P_o(x) - \Delta P_t(x)$$
(3)

Onde:

Pi é a força máxima aplicada pelo equipamento de protensão;

 $\Delta P_o(x)$ são as perdas imediatas da força de protensão;

 $\Delta P_t(x)$ são as perdas progressivas da força de protensão.

O valor de Pi é dado por:

$$Pi = \sigma_{pi} A_p \tag{4}$$

Onde:

 σ_{pi} para armadura pós tracionada com cordoalhas engraxadas, com aços de relaxação baixa, os valores limites na saída do aparelho de tração devem respeitar os limites 0,80 f_{ptk} e 0,88 f_{pyk} ;

 f_{ptk} valor característico da resistência à tração, para CP 190 = 1900 MPa e CP 210 = 2100 MPa;

 f_{pyk} valor característico da resistência de escoamento, para CP 190 = 1710 MPa e CP 210 = 1890 MPa;

 A_p área da armadura ativa, fornecidas em tabelas de fornecedores, como por exemplo a Tabela 9.

| | Tabel | a 3 - Galac | lensucas ua | 3 Corubainas | 01-130 6 01 | -210 | |
|---------------------------|--|----------------------|----------------------|------------------------------|------------------------------------|---|------------------------------------|
| Produto | Diâmetro nominal (mm) | Area aprox. (mm²) | Area mínima (mm²) | Massa aprox. (kg/1.000 m) | Carga mínima de ruptura (kN) | Carga mínima a 1% de deformação (kN) | Alongamento após ruptura (%) |
| | | C | ordoalhas de 7 f | ios CP 190, cor a | azul | | |
| Cord. CP 190 RB 12,70 | 12,7 | 101 | 99 | 792 | 187 | 169 | |
| Cord. CP 190 RB 15,20 | 15,2 | 143 | 140 | 1.126 | 265 | 239 | 3,5 |
| Cord. CP 190 RB 15,70 | 15,7 | 150 | 147 | 1.172 | 279 | 246 | |
| | Cordoalhas de 7 fios CP 210, cor laranja | | | | | | |
| Cord. CP 210 RB 12,70 | 12,7 | 101 | 99 | 792 | 203 | 183 | |
| Cord. CP 210 RB 15,20 | 15,2 | 143 | 140 | 1.126 | 288 | 259 | 3,5 |
| Cord. CP 190 RB 15,70* | 15,7 | 150 | 147 | 1.172 | 308 | 277 | |

Tabela 9 - Características das cordoalhas CP-190 e CP-210

Fonte: Catálogo da Arcelor Mittal - Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido

4.4.1 Carga a ser equilibrada na protensão

A carga a ser equilibrada na protensão pode ser estabelecida, de acordo com Emerick (2002), da seguinte forma:

- Caso em que sejam previstas paredes divisórias leves e sobrecargas, num total de cerca de 2,0 a 3,0 kN/m² : equilibrar o peso próprio + 0,5 kN/m²;
- Caso em que sejam previstas paredes de alvenaria: equilibrar o peso próprio + 2/3 do peso das paredes;
- Equilibrar o peso próprio + 10% do carregamento total.

4.5 PERDAS DA FORÇA DE PROTENSÃO

Como definição, a perda da força de protensão é a parcela de diminuição da força aplicada inicialmente, que deve ser prevista no projeto, e está relacionado a diversos fatores, como por exemplo: devido ao atrito criado entre a cordoalhas e a bainha pelas suas oscilações inevitáveis; recuo do cabo devido à acomodação da ancoragem; encurtamento imediato do concreto; retração do concreto, dentre outros.

As perdas podem ser classificadas como perdas imediatas, que são as que ocorrem durante a aplicação da força no cabo e perdas progressivas que ocorrem depois, durante o período de vida útil da estrutura.

A NBR 6118:2014 estabelece que as tensões induzidas no concreto pelas ancoragens de protensão somente podem ser consideradas linearmente distribuídas na seção transversal da estrutura a uma distância da extremidade dessas armaduras, chamada distância de regularização. Para os elementos pós tracionados, essa distância é determinada admitindo-se que a difusão da força se faça a partir da ancoragem, no interior de um ângulo de abertura β , tal que tg β = 2/3, conforme Figura 10.





Fonte: NBR 6118:2014

4.5.1 Perdas imediatas da força de protensão

São as perdas que ocorrem durante a transferência da força de protensão para as seções de concreto no instante $t = t_0$ e são divididas em: perdas por atrito, perdas por acomodação e perdas por encurtamento imediato do concreto.

Nas lajes protendidas pós tração, os cabos possuem traçado curvos parabólicos, como mostra a Figura 11 e Figura 12. No decorrer da aplicação da protensão, os cabos se deslocam no interior da bainha ou do concreto e sofrem uma perda devido ao atrito, nos pontos de contato, reduzindo assim a força aplicada.

A NBR 6118:2014, no item 9.6.3.2.2, estabelece a expressão para a determinação dessa perda e é dada por:

$$\Delta P(x) = P_i \left[1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)} \right]$$
(5)

Onde:

 P_i é a força aplicada pelo aparelho tensor na posição x=0 (ancoragem ativa);

x é a abscissa do ponto onde se calcula ΔP , medida a partir da ancoragem, em metros;

 $\sum \alpha$ é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x, em radianos;

 μ é o coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha. Para o caso de cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada (engraxada) utiliza-se $\mu = 0.05$;

k é o coeficiente de perda por metro provocado por curvaturas não intencionais do cabo e representa as perdas parasitas que são problemas construtivos representados pela falta de linearidade, flechas entre pontos de suspensão e desvios. É adotado o valor de 0,01 μ (1/m).





Figura 12 - Traçado curvo de uma laje protendida

Fonte: Cauduro (2002)

4.5.1.2 Perdas por acomodação da ancoragem

A ancoragem é um conjunto de peças mecânicas, como cunhas, portacunhas, placa de apoio, ilustrado na Figura 13, que irão dar a devida fixação do aço para protensão e transmitir permanentemente a força de protensão ao concreto.

As cunhas "mordem" o aço de protensão e podem ser bipartidas ou tripartidas. O porta-cunhas transfere a força da cordoalha para a placa de apoio. E por fim, as placas de apoio recebem as forças do conjunto cunhas/porta-cunhas e as transferem, de forma distribuída, para a seção de concreto.

O sistema das ancoragens utilizando as cunhas requer uma mobilização mecânica simultânea do conjunto, o que provoca pequenos deslocamentos da cordoalha. Esses deslocamentos provocam perdas de protensão. A sua determinação, de acordo com o item 9.6.3.3.2.3 da NBR 6118, devem ser determinados experimentalmente ou adotados conforme os fabricantes dos dispositivos. O valor desse deslocamento varia entre 2 a 6 mm.





Fonte: Catálogo AMSYSCO – Post- Tensioning.

Esse recuo gera uma queda de tensão na força de protensão, num trecho de comprimento x junto à ancoragem, e mobilizando forças de atrito em sentido contrário àquelas da operação de protensão, como mostra a Figura 14.



Fonte: Adaptado Prestressed Concrete Structures

Com a perda sofrida pelo cabo devido à acomodação, tem-se uma nova tensão, podendo ser calculada, segundo, Almeida, Lopes e Barbosa (2003), pela seguinte expressão:

$$\Delta \sigma_{ii} = \sigma_p - \Delta \sigma_{po} \tag{6}$$

Onde:

 $\Delta \sigma_{ii}$ é a tensão do cabo correspondente à primeira seção, após a acomodação do mesmo;

 σ_p é a tensão da armadura na saída do aparelho de tração;

 $\Delta \sigma_{po}$ é a perda de tensão, medida no tempo =0 devido à acomodação da ancoragem e calculado conforme equação abaixo.

$$\Delta \sigma_{po} = \left(\sigma_p - \sigma_{p_{ac}}\right).2\tag{7}$$

$$\sigma_{p_{ac}} = \sigma p o_{jc} + \Delta \sigma_{jc} \cdot \frac{(x_{jc} - x_{ac})}{\Delta x_{jc}}$$
(8)

Onde:

 $\sigma_{p_{ac}}$ é a tensão atingida pela acomodação da ancoragem, conforme Figura 16;

 σpo_{jc} é a tensão devido somente a perda de atrito no ponto posterior a tensão $\sigma_{p_{ac}}$;

 $\Delta\sigma_{jc}~$ é a diferença entre a tensão antes de $\sigma_{p_{ac}}~$ e a tensão depois de $\sigma_{p_{ac}}$;

 x_{jc} é a abscissa na seção depois da tensão $\sigma_{p_{ac}}$;

 x_{ac} é a abscissa da última seção, que tem a sua tensão atingida pela acomodação do cabo;

 Δx_{jc} é a diferença entre a abscissa antes de $\sigma_{p_{ac}}$ e a abscissa depois de $\sigma_{p_{ac}}$.

Primeiramente, deve-se calcular a abscissa da última seção, que tem a sua tensão atingida pela acomodação do cabo. O diagrama de tensões ao longo da armadura pode ser definido por trechos retilíneos aos quais correspondem as áreas dos trapézios formados, conforme Figura 15. Para isto, consideram-se as abscissas das seções que foi dividida a estrutura e suas respectivas tensões, assim, a área de cada trapézio é dado por:

$$\Omega f_{ii+1} = (\sigma p o_{ii} - \sigma p o_{ii+1}) \cdot \frac{x x_{ii} - x x_{ii+1}}{2}$$
(9)

Onde:

 σpo_{ii} é a tensão devido ao atrito em no ponto considerado conforme foi dividido a estrutura;

 σpo_{ii+1} é a tensão após a tensão σpo_{ii} ;

 xx_{ii} é a abscissa no ponto considerado conforme foi dividido a estrutura; xx_{ii+1} é a abscissa após a abscissa xx_{ii} .



Fonte: Engevista (2003)

Após feitos os cálculos da área de cada trapézio referente as tensões nos pontos, deve-se comparar com a área dado pelo módulo de elasticidade do cabo e o recuo fornecido pelo fabricante, conforme a expressão abaixo.

$$\Omega_{ac} = \delta E_p \tag{10}$$

Considerando que esta área calculada será triangular e que x_{ac} será a altura desse triângulo, pode-se dividir esta área em duas áreas simétricas e considerar assim:

$$\Omega\Omega = \frac{\Omega_{\rm ac}}{2} \tag{11}$$

Após o cálculo de $\Omega\Omega$, tem-se que determinar entre quais seções estará a abscissa x_{ac} , fazendo a comparação entre áreas já calculadas anteriormente. O cálculo de x_{ac} é dado por:

$$x_{ac} = \sqrt{\left(x_{jc-1}\right)^2 + 2.\,\Delta\Omega\Omega.\frac{\Delta x_{jc}}{\Delta\sigma_{jc}}}$$
(12)
$$\Delta\Omega\Omega = \Omega\Omega - \Omega\Omega_{jc-1}$$
(13)

Com o valor calculado das perdas por atrito e por acomodação da ancoragem, pode-se determinar o diagrama real da estrutura, conforme Figura 17 e expressão abaixo.

$$\sigma_{\rm pp} = \begin{cases} \Delta \sigma(x) = \sigma_p \left[e^{-(\mu \sum \alpha - kx)} \right], se \ x > x_{ac} \\ \Delta \sigma(x) = \sigma_{ii} \left[e^{(\mu \sum \alpha + kx)} \right], se \ x < x_{ac} \end{cases}$$
(14)



4.5.1.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto

No ato da protensão, o aparelho tensor se apoia diretamente sobre o concreto, provocando assim, uma deformação imediata do concreto e, consequentemente, um afrouxamento dos cabos anteriormente protendidos. Em casos que, todos os cabos são ancorados ao mesmo tempo, não existem perdas a considerar por encurtamento imediato.

A perda média de protensão, por cabo, é dada, conforme item 9.6.3.3.2.1 da NBR 6118, pela expressão:

$$\Delta \sigma_p = \frac{\alpha_p (\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n-1)}{2n}$$
(15)

Onde:

n é o número de cabos protendidos sucessivamente um a um;

 α_p é a relação entre os módulos de deformação do aço e do concreto na idade da protensão $E_p/E_{ci}(t)$, com $E_p = 200 GPa$;

 $E_{ci}(t)$ = é a estimativa do módulo de elasticidade do concreto em uma idade entre 7 e 28 dias e é dado pela expressão $\left[f_{ckj} / f_{ck} \right]^{0,5} . E_{ci}$, em Mpa;

 σ_{cp} = é a tensão no concreto, ao nível do C.G. de A_p , devida à protensão simultânea dos n cabos;

 σ_{cg} = é a tensão no concreto, ao nível do C.G. de Δ_p , devida à ação das cargas permanentes mobilizadas pela protensão.

De modo simplificado, o Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005) estabelece que para lajes protendidas de edifícios, em que a tensão de compressão média é em torno de 1,5 MPa, a perda na força de protensão, por encurtamento elástico do concreto, fica em torno de 5 MPa, sendo assim desprezível.

4.5.2 Perdas progressivas da força de protensão

As perdas progressivas se referem as perdas causadas ao longo do tempo da estrutura. Esta redução está vinculada ao comportamento dos materiais, aço e concreto. Em relação ao aço, essa diminuição é devido a relaxação do aço. A diminuição em relação ao concreto é devido a retração e fluência do concreto.

4.5.2.1 Processo simplificado para perdas devido a retração e fluência do concreto e relaxação do aço

Conforme o item 9.6.3.4.2, o processo simplificado para o cálculo das perdas progressivas em conjunto, pode ser aplicado somente nas seguintes condições:

- a) Existe aderência entre a armadura e o concreto e o elemento estrutural permanece no Estádio I.
- b) A concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra.
- c) Os cabos possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos

possam ser supostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situado na posição da resultante dos esforços neles atuantes (cabo resultante).

Nesse caso, admite-se que no tempo t as perdas e deformações progressivas do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante, com as tensões no concreto $\sigma_{c,pog}$ positivas para compressão e as tensões no aço σ_{P0} positivas para tração, sejam dadas por:

$$\Delta \sigma_p(t, t_o) = \frac{\left[\varepsilon_{cs}(t, t_o) E_p - \alpha_p \sigma_{c, pog} \varphi(t, t_o) - \sigma_{P0} \chi(t, t_o)\right]}{(\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p)}$$
(16)

$$\Delta \varepsilon_{pt} = \left(\frac{\sigma_{P0}}{E_p}\right) \chi(t, t_0) + \left(\frac{\Delta \sigma_p(t, t_0)}{E_p}\right) \chi_p \tag{17}$$

$$\Delta \varepsilon_{ct} = \left(\frac{\sigma_{c,pog}}{E_{ci28}}\right) \varphi (t, t_o) + \chi_c \left(\frac{\Delta \sigma_c(t, t_o)}{E_{ci28}}\right) + \varepsilon_{cs}(t, t_o)$$
(18)

$$\chi(t, t_o) = -\ln[1 - \Psi(t, t_o)]$$
(19)

$$\chi_c = 1 + 0.5 \,\varphi(t, t_o) \tag{20}$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_o) = 1 - \ln[1 - \Psi(t, t_o)]$$
(21)

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \tag{22}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \tag{23}$$

Onde:

 $\varepsilon_{cs}(t, t_o)$ deformação por retração do concreto no instante t, descontada a retração ocorrida até o instante t_o .

 $\sigma_{c,pog}$ tensão, na posição do cabo resultante, provocada pela protensão e ações permanentes envolvidas.

 $\varphi(t, t_o)$ coeficiente de fluência.

 σ_{P0} tensão na armadura ativa.

 $\chi(t, t_0)$ coeficiente de fluência do aço.

 $\Psi(t, t_o)$ coeficiente de relaxação do aço no instante t para protensão e carga permanente mobilizada no instante t_o .

 $\Delta \sigma_c(t, t_o)$ variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre t e t_o . $\Delta \sigma_p(t, t_o)$ variação da tensão no aço de protensão entre t e t_o .

e_p excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção de concreto.

A_c área da seção transversal do concreto.

I_c momento central de inércia da seção de concreto.

4.6 TRAÇADO VERTICAL DAS CORDOALHAS

Como citado anteriormente, nas lajes protendidas pós tração, os cabos possuem traçado curvos parabólicos e, isso é justificado pela relação que o traçado do cabo tem com o diagrama de momentos fletores, sendo assim, o cabo trará para as lajes, uma tensão favorável contra as ações solicitantes. Segundo Carneiro (2015), nas extremidades das lajes, normalmente os cabos são ancorados na metade da espessura da mesma e se mantêm no mínimo 50 cm de trecho reto. Dessa maneira, não surgem momentos fletores devido à protensão nas regiões de ancoragem. Após o trecho reto, é adotado, por razões econômicas e construtivas, um perfil parabólico onde as flechas assumem os maiores valores possíveis, atendendo os cobrimentos mínimos, como mostra a Figura 18. Em relação aos pontos de inflexão (ponto de mudança de curvatura), Emerick (2002) esclarece que pode ser assumido como uma porcentagem do vão (αl) sendo que o valor de α , é em geral, adotado o valor entre 5% a 15%.



Figura 18 - Traçado vertical das cordoalhas no interior da laje

As coordenadas do ponto de inflexão podem ser calculadas usando as expressões abaixo e conforme a Figura 19 e Figura 20.

Figura 19 - Cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão – concordância entre duas parábolas do 2º grau



Fonte: Emerick (2002)

$$y_c = y_{min} + \frac{d_2}{d}(y_{max} - y_{min})$$
 (24)



Figura 20 - Cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão – concordância entre duas parábolas do 2º grau

Fonte: Emerick (2002)

$$y_c = y_{min} + \frac{d_1}{d}(y_{max} - y_{min})$$
 (25)

Em termos executivos, o traçado vertical é garantido com o uso de suportes plásticos ou metálicos (caranguejos), como ilustra a Figura 21. Segundo Emerick (2002), espaçamento desses suportes varia de acordo com o projeto sendo recomendável, no caso de lajes, ser inferior a 1 metro. Deve-se, no entanto, evitar o aparecimento de curvaturas inversas conforme ilustra a Figura 22, utilizando suportes adicionais para evitá-lo.





Fonte: Catálogo Coplas.



Figura 22 - Curvatura inversa do perfil dos cabos

4.7 DISTRIBUIÇÃO GERAL DOS CABOS DE PROTENSÃO NAS LAJES LISAS

O tipo de distribuição a ser adota em projetos de lajes lisas protendidas, depende de cada projeto, por exemplo: a existência de carregamentos pesados nas extremidades, momentos fletores maiores na faixa dos pilares, dentre outros. Alguns modelos de distribuição estão representados na Figura 23. Segundo Carneiro (2015), geralmente os feixes de cabos podem estar concentrados sobre os pilares, distribuídos em faixas ou de forma uniforme. Em todos os casos, recomenda-se passar pelo menos duas cordoalhas, em cada direção ortogonal, sobre os pilares.



Figura 23 - Exemplos de distribuição de feixes de cordoalhas

Fonte: Emerick (2002)

Nos casos em que as lajes são apoiadas diretamente sobre os pilares, os valores dos momentos fletores são maiores nas faixas dos pilares e a distribuição dos feixes em faixas, conforme a disposição "c" da Figura 23, se torna mais eficiente que a distribuição uniforme.

4.8 CARREGAMENTO EQUIVALENTE

O conceito de carregamento equivalente é dado pela transformação dos esforços devidos aos cabos protendidos da armadura ativa em um conjunto de cargas equivalentes, conforme a Figura 24 e a Figura 25. O método descrito acima foi criado por T.Y.Lin, em 1963, e é o método mais utilizado pelos projetistas.



Figura 24 - Carregamento equivalente em uma laje protendida



Tendo como efeito equivalente a equação abaixo, tem-se:

$$P \cdot e_p = \frac{p \cdot \ell^2}{8} \tag{26}$$

$$p = \frac{8.P.e_p}{\ell^2} \tag{27}$$

Onde:

P é a força de protensão aplicada na seção transversal da peça;

- e_p é a excentricidade de P;
- ℓ é o vão da estrutura;

p é o carregamento equivalente aplicado à estrutura.

Segundo Almeida (2002), quando se tem cabos distribuídos em duas direções, as forças de protensão e os perfis dos cabos nas duas direções ortogonais são totalmente inter-relacionados, podendo assim, ocorrer um acréscimo ou decréscimo do carregamento equivalente devido aos cabos posicionados na direção perpendicular. A Figura 26 e a equação 28 abaixo, envolve as forças de protensão nas duas direções ortogonais (bidirecional).



Figura 26 – Cabos parabólicos em laje protendida contínua

Fonte: Almeida (2002)

$$p = \frac{8 \cdot P_x \cdot e_{p_x}}{\ell_x^2} + \frac{8 \cdot P_y \cdot e_{p_y}}{\ell_y^2}$$
(28)

Onde:

 P_x é a força de protensão na direção x por unidade de comprimento;

 P_v é a força de protensão na direção y por unidade de comprimento;

 e_{p_x} é a altura do cabo em relação a linha média da seção transversal da peça na direção x;

 e_{p_y} é a altura do cabo em relação a linha média da seção transversal da peça na direção y;

 ℓ_x é o vão da estrutura na direção x;

 ℓ_y é o vão da estrutura na direção y;

p é o carregamento equivalente aplicado à estrutura.

As regiões 1,2,3 marcadas na Figura 26 mostram as componentes com sentidos iguais e para cima, componentes com sentidos iguais e para baixo e componentes com sentidos contrários, respectivamente. A partir do carregamento equivalente, é possível determinar a quantidade de cabos para equilibrar determinada parcela do carregamento aplicado.

Para a consideração do carregamento equivalente em lajes e vigas contínuas, Menegatti (2004, apud Skaf e Stucchi, 1995) apresentaram uma proposta baseada no método de Lin, entretanto com a subdivisão do cabo em trechos de força de protensão constante, conforme a Figura 27. Essa consideração visa corrigir a aproximação da proposta de LIN que ignora a variação da tensão no cabo ao longo de seu desenvolvimento em função do atrito cabo-bainha.



Fonte: Menegatti (2004)

Analisando o trecho 1 em detalhe na Figura 28, e aplicando os conceitos do método da carga distribuída, temos:



Figura 28 - Equilíbrio das cargas externas equivalentes em cada trecho

 $P_3 tg\beta$ P₃tgβ

Trecho 1

p1

 P_1

 P_2

 P_1

Trecho 2

p2

Trecho 3

 P_3

Fonte: Adaptado Menegatti (2004)

$$p = \frac{P_1 \cdot tg\alpha}{l_1} \tag{29}$$

Sabendo que:

$$tg\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{2e_1}{l_1} \tag{30}$$

Temos:

$$p = \frac{2P_1 \cdot e_1}{l^2}$$
(31)

4.9 EFEITO HIPERESTÁTICO

Segundo Mello (2005), além do efeito isostático, que é o momento necessário para manter o equilíbrio em uma seção S da estrutura, em uma distância "I" da ancoragem, dado pela equação 32, conforme Figura 29 e Figura 30, existem também um efeito hiperestático. O efeito hiperestático de protensão, segundo ainda Mello (2005), ocorre em estrutura hiperestática, em que a continuidade da viga ou laje se opõe à livre deformação de cada vão, sob o efeito das solicitantes de protensão, dando origem a momentos fletores e esforços cortantes. Conforme mostra a Figura 31, se o apoio intermediário de uma viga/laje com três apoios fosse retirado, a estrutura teria um deslocamento vertical. Entretanto, devido ao apoio intermediário existente, ela não se desloca e surge a reação hiperestática. O momento hiperestático pode ser feito de forma aproximado, subtraindo o momento isostático do momento obtido do carregamento equivalente, conforme a equação 33.



Fonte: Mello (2005)



Figura 30 - Esquema de força no cabo para a seção S

Fonte: Mello (2005)

 $M_{isost} = P.e \tag{32}$



Figura 31 - Efeito hiperestático de protensão

Fonte: Carneiro (2015)

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost} \tag{33}$$

Onde:

*M*_{hiper} momento hiperestático de protensão;

 M_p momento do carregamento equivalente;

*M*_{isost} momento isostático.

5 MÉTODOS DE ANÁLISE DE LAJES PROTENDIDAS

5.1 MÉTODO DO PÓRTICO EQUIVALENTE

O Método do Pórtico Equivalente foi um dos modelos iniciais a ser estudado e foram feitos ensaios nos EUA para confirmarem seus resultados e após tais ensaios foi recomendado, pela ACI e também aderido pela NBR 6118, a sua utilização para determinação dos esforços de momento fletores.

O modelo utiliza um método aproximado de cálculo, em que a laje é dividida em faixas apoiadas sobre os pilares e tais faixas são calculadas em modelo de pórtico, como mostra a Figura 32. Com esse processo, feitos nas duas direções pode-se obter os esforços de momentos fletores e dimensionar as armaduras necessárias.



Figura 32 - Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos



A NBR 6118:2014 no seu item 14.7.8 estabelece a distribuição dos momentos, segundo cada faixa da Figura 32, em cada direção da seguinte maneira:

- a) 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Existem limitações para o método de cálculo e só pode ser aplicado quando os pilares estiverem alinhados ou com um desvio inferior a 10%. Quando os pilares

estiverem desalinhados não se indica a utilização do método dos pórticos equivalentes, tendo em vista que o modelo nessa situação já fora bastante criticado por apresentarem resultados incoerentes. Entretanto, as edificações mais usuais não possuem irregularidades desfavoráveis para o alinhamento dos pilares, fazendo assim, um método que pode ser utilizado com modo seguro.

5.2 MÉTODO DOS ELEMENTO FINITOS

O conceito do Método dos Elementos Finitos (MEF), segundo Neves (2010,

p. 6):

... baseia-se na divisão do domínio em análise num número finito de subdomínios de forma simples e dimensões variadas, denominados elementos finitos, assumindo-se no seu interior leis simples de comportamento, dependentes das variáveis em estudo. Nos elementos finitos clássicos as variáveis do problema são o valor das funções a aproximar num determinado número de nós, dependendo do tipo de elemento utilizado. Cada nó e cada componente da solução diferencial têm associado uma função de forma ou interpolação, com valor unitário no referido nó, sendo nulo nos restantes. A combinação linear destas funções define a solução do problema. A ligação entre os elementos é feita obrigando os nós coincidentes entre elementos a terem parâmetros iguais.

O MEF, atualmente, é utilizado comumente nas análises estruturais. Consiste na discretização da laje em elementos de placas que são conectadas por nós, como na Figura 33, e todos os deslocamentos, tensões e esforços dentro de cada elemento são calculados pela interpolação dos valores nodais encontrados pela solução dos métodos dos deslocamentos.

O método é utilizado apenas com auxílio computacional, pois os cálculos a serem feitos são inviáveis para cálculos manuais.



5.3 MÉTODO DA GRELHA EQUIVALENTE

O Método da Grelha Equivalente ou comumente chamada também de método da analogia de grelha, consiste em transformar o elemento laje em um conjunto de barras (vigas) transversais de rigidez equivalente, fazendo assim, uma grelha equivalente, Figura 34. Tal modelo, oferece como resultado uma proximidade do comportamento real da estrutura.

O modelo de grelha é utilizado amplamente no cálculo de estruturas de concreto armado, pois vários programas comerciais no Brasil utilizam tal modelo. Neste trabalho, será utilizado esse modelo para o comportamento de uma laje lisa protendida.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009) o método da grelha equivalente tem apresentado resultados coerentes com os demais métodos, às vezes até melhores. Visto que cada elemento de barra da grelha equivalente representa uma faixa determinada da laje de acordo com a abertura adotada para a malha. Como recomendações, os autores esclarecem que é preciso tomar cuidados na definição da malha e nas propriedades das barras, para que a placa e o reticulado equivalente apresentem comportamentos equivalentes para o mesmo carregamento aplicado. A análise dos esforços e o detalhamento da armadura de flexão são realizados por meio de regiões (faixas) da laje. Em geral, são determinados os momentos médios das barras da grelha contidas nas regiões.



Figura 34 - Discretização de uma malha em grelha plana

6 CONSIDERAÇÕES DE CÁLCULO PELO MÉTODO DE GRELHA EQUIVALENTE

Para fazer a modelagem de uma laje de grelha equivalente deve-se definir quantos elementos de grelha se devem considerar na análise e sua localização. O refinamento na discretização da malha permite melhor visualizar deslocamentos e maior precisão na obtenção de esforços, Figura 35. Segundo Carneiro (2015, apud Hambly,1976) o espaçamento adotado entre as barras da grelha equivalente não deve ser superior a um quarto do vão.



Fonte: Almeida (2002)

Almeida (2002) orienta que, para substituir a carga distribuída aplicada na placa por cargas concentradas em nós, pode-se utilizar o processo de áreas de influência, sendo que a área é delimitada pela abertura da malha, conforme a Figura 36.



Fonte: Almeida (2002)
Assim, a carga é dada por:

$$Q_i = (g+q)A_i \tag{34}$$

Onde:

 Q_i é a carga aplicada no nó i da grelha;

 A_i é a área de influência do nó i;

g é a carga permanente aplicada na laje, por metro quadrado;

q é a carga acidental aplicada na laje, por metro quadrado.

Outra maneira de considerar o carregamento distribuído da placa na estrutura de grelha, é considerar como cargas distribuídas ao longo das barras. Segundo Stramandinoli (2003), o valor numérico destas cargas é determinado também a partir da área de influência das barras, conforme Figura 37. Assim:

Figura 37 – Carregamento distribuído



Fonte: Stramandinoli (2003)

Para as barras de contorno, tem-se:

$$P = \frac{\frac{l^2}{4} \cdot Q}{l} \tag{35}$$

Para as barras de centro, tem-se:

$$P = \frac{\frac{l^2}{4} \cdot 2 \cdot Q}{l}$$
(36)

Onde:

P é o carregamento distribuído (kN/m);

I é a largura da malha (m);

Q é a carga por metro, calculada analiticamente (kN/m²).

As propriedades geométricas dos elementos pela grelha equivalente podem ser consideradas a partir de uma faixa de largura b, igual à soma da metade dos espaços dos elementos vizinhos, e da espessura h da laje. Assim:

• Momento de inércia à flexão:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \tag{37}$$

• Momento de inércia à torção

$$I_t = \frac{bh^3}{6} \tag{38}$$

A NBR 6118:2014 no item 14.6.6.2 recomenda de maneira aproximada, nas grelhas e nos pórticos espaciais, pode-se reduzir a rigidez à torção das vigas por fissuração, utilizando-se 15 % da rigidez elástica, exceto para os elementos estruturais com protensão limitada ou completa (classes 2 ou 3).

Na discretização pela grelha equivalente, Figura 38, podemos observar os campos de deslocamentos nas lajes e nas grelhas, como mostra a Figura 39.



Figura 38 - Laje com pilar representada pela grelha equivalente

Fonte: Almeida (2002)

Figura 39 - Deslocamento e esforços nas lajes e nas grelhas



Fonte: Castro (2011)

6.1 MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS

O método dos deslocamentos, ou método da rigidez, é um método de análise estrutural que usa a rigidez dos elementos para formar um sistema de equações, determinando inicialmente os deslocamentos e indiretamente, por meio destes, os esforços. O método dos deslocamentos é utilizado para resolver qualquer tipo de estrutura reticulada, isostática ou hiperestática. Também pode ser utilizado para resolver estruturas do tipo grelha plana.

A equação do método dos deslocamentos é dada por:

$$\{K\}\{\delta\} = \{F\} \tag{39}$$

Onde:

K é a matriz de rigidez da estrutura;

 δ é a matriz coluna dos deslocamentos;

F é a matriz coluna das ações atuantes na estrutura.

A análise de uma estrutura pelo método dos deslocamentos pode ser descrita, matricialmente, segundo Stramandinoli (2003, apud Loriggio, 2000) pelas seguintes etapas:

- Elaboração do modelo da estrutura. Escolha do sistema estrutural resistente, comportamento dos componentes da estrutura, vinculações, propriedades dos materiais, dimensões da estrutura, geometrias dos componentes, carregamentos e combinações de carregamento.
- Definição e numeração dos nós.
- Definição da incidência e numeração das barras.
- Cálculo da matriz de rigidez no sistema local [r] para todas as barras da estrutura.
- Cálculo da matriz de rigidez no sistema global [r] = [T]^t. [r]. [T] para todas as barras da estrutura.

Onde:

[T] é a matriz de transformação do eixo local para o eixo global;

 $[T]^t$ é a transposta da matriz de rotação.

- Montagem da matriz [K] da estrutura.
- Determinação do vetor de esforços de imobilização dos nós de cada barra no sistema local {So}.
- Determinação do vetor de esforços de imobilização dos nós de cada barra no sistema global {So} =[T]^t.{So}.
- Montagem do vetor de esforços de imobilização dos nós da estrutura {Fo}.
- Montagem do sistema de equação da estrutura em relação aos graus de liberdade originais, vetor {δ} (deslocamentos), {F} (ações nodais). [K].[δ]= {F} – {Fo}
- Reordenação do sistema de equações deixando as direções restringidas para o final.
- Resolução do sistema de equações [K_{LL}]. {δ_L} = {F_L}, correspondentes às direções livres.
- Separar de $\{\delta_L\}$ os deslocamentos $\{d\}$ de cada barra da estrutura.
- Encontrar o vetor de reações de apoio nas direções restringidas.
- Calcular os esforços solicitantes nas extremidades das barras no sistema global {S} = [r]. {d}. Em seguida transforma-se os esforços para o sistema local {S}.

Quando todos os deslocamentos e reações de apoio tiverem sido obtidos, a análise pode ser considerada como terminada.

Na resolução de uma estrutura de grelha, os coeficientes da matriz de rigidez da barra da grelha podem ser obtidos seguindo o procedimento explicitado acima na descrição do método dos deslocamentos, entretanto, cada barra deve ser totalmente restringida e devem ser aplicados deslocamentos unitários em seis graus de liberdade, um de cada vez, como mostra a Figura 39. As reações que surgem devido a esses deslocamentos unitários são os coeficientes de rigidez da barra. Ao serem agrupados, esses coeficientes de rigidez, vão formar uma matriz de ordem 6x6 (6 graus de liberdade) que é a chamada "matriz de rigidez" da barra da grelha (no sistema local). Tais coeficientes formam a seguinte matriz:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{4EI_{Y}}{L} & -\frac{6EI_{Y}}{L^{2}} & 0 & \frac{2EI_{Y}}{L} & \frac{6EI_{Y}}{L^{2}}\\ 0 & -\frac{6EI_{Y}}{L^{2}} & \frac{12EI_{Y}}{L^{3}} & 0 & -\frac{6EI_{Y}}{L^{2}} & -\frac{12EI_{Y}}{L^{3}}\\ -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{2EI_{Y}}{L} & -\frac{6EI_{Y}}{L^{2}} & 0 & \frac{4EI_{Y}}{L} & \frac{6EI_{Y}}{L^{2}}\\ 0 & \frac{6EI_{Y}}{L^{2}} & -\frac{12EI_{Y}}{L^{3}} & 0 & \frac{6EI_{Y}}{L^{2}} \end{bmatrix}$$
(40)

Onde:

E é o módulo de elasticidade longitudinal;

G é o módulo de elasticidade transversal dado por $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$;

v é o coeficiente de Poisson (conforme a NBR 6118:2014, no item 8.2.9, o valor adotado para estrutura de concreto é 0,2);

J é o momento de inércia à torção da barra da grelha;

 I_Y é o momento de inércia à flexão da seção da barra em relação ao eixo y;

L é o comprimento da barra.

7 EXEMPLO NUMÉRICO

Nesse capítulo será feita a análise de uma laje, com o intuito de apresentar um roteiro de cálculo utilizando alguns dos conceitos teóricos propostos nos capítulos anteriores.

7.1 APRESENTAÇÃO DA LAJE A SER ANALISADA

7.1.1 Geometria da laje

A Figura 40 apresenta a planta baixa com a dimensões em centímetros, tendo como características principais, um painel de 28x18 metros apoiados em pilares com seção transversal quadrada de dimensão 50 cm. A laje em questão, possui 20 cm de espessura e a altura entre pavimentos foi considerada de 3 metros, conforme mostra o corte longitudinal da Figura 41.



Fonte: O Autor (2017)



Fonte: O Autor (2017)

7.2 PARÂMETROS DE PROJETO

Para efeito de dimensionamento faz-se necessário adotar algumas características da estrutura a ser calculada, como por exemplo: classe ambiental em que a edificação irá ser construída, classe do concreto, tipo de aço utilizado para as cordoalhas, sobrecarga de utilização, dentre outros conforme listado abaixo.

 a) Espessura da laje: De acordo com o item 4 deste trabalho, a espessura mínima para lajes lisas é de 16 cm. A partir de um pré-dimensionamento, utilizando a Tabela 10 abaixo, será adotado a espessura de 20 cm;

| VÃO LIVRE ENTRE APOIOS | ESPESSURA MÍNIMA | | |
|------------------------|------------------|--|--|
| (metros) | (cm) | | |
| até 7,0 | 16 | | |
| de 7,0 até 8,0 | 18 | | |
| de 8,0 até 9,0 | 20 | | |
| de 9,0 até 10,0 | 22 | | |
| de 10,0 até 11,0 | 24 | | |

Tabela 10 - Espessuras de lajes lisas protendidas com cordoalha engraxada

- b) Pé direito: 3 metros;
- c) Classe de Agressividade Ambiental (CAA): Será considerado uma edificação em um ambiente urbano, caracterizando assim, de acordo com a Tabela 3, uma agressividade moderada e CAA II;
- d) Tipo de Concreto: Considerando a CAA II, a Tabela 1 recomenda, para estruturas protendidas, o concreto C30, no mínimo. Para esse exemplo numérico será utilizado o C50;
- e) Cobrimento nominal: De acordo com a Tabela 2, com a CAA II, o cobrimento mínimo é de 30mm.
- f) Armadura Passiva: CA 50;
- g) Armadura Ativa: Cordoalhas engraxadas do tipo CP 190 RB Ø 12,7 mm, considerando o sistema pós-tensão;
- h) Área de aço da cordoalha: De acordo com a Tabela 9, a cordoalha com 7 fios CP 190 – RB Ø 12,7 mm possui a área da seção transversal de 99 mm²;

Fonte: Emerick (2002)

- i) Valor característico da resistência à tração da armadura ativa: De acordo com o item 4.4 deste trabalho, tem o valor de $f_{pyk} = 1900$ MPa;
- j) Valor característico da resistência de escoamento da armadura ativa: De acordo com o item 4.4 deste trabalho, tem o valor de $f_{pyk} = 1710$ MPa;
- k) Módulo de Elasticidade do aço da armadura ativa: E_p = 200GPa;
- Módulo de Elasticidade do concreto: De acordo com a NBR 6118:2014, no seu item 8.2.8, pode-se estimar o valor do módulo a partir da expressão abaixo:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \tag{41}$$

Onde:

 E_{ci} é o módulo a ser especificado em projeto e controlado na obra. Dever ser utilizado para avaliação do comportamento global da estrutura e para o cálculo das perdas de protensão;

 α_E = 1,0 para agregados de granito e gnaisse;

 f_{ck} é a resistência à compressão característica (28 dias).

Dessa forma, obtém-se:

 $E_{ci} = \alpha_E.5600\sqrt{50}$

$$E_{ci} = 39598 MPa$$

Para as análises elásticas e verificações de Estados Limites de Serviços, a norma recomenda que se adote um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante E_{cs} , conforme a expressão abaixo:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \tag{42}$$

$$\alpha_i = 0.8 + 0.2. \frac{f_{ck}}{80} \tag{43}$$

Logo, obtém-se:

$$E_{cs} = 36628 MPa$$

- m) Coeficiente de atrito (μ): De acordo com o item 4.5.1.1, tem-se o valor de 0,05;
- n) Coeficiente de curvatura não intencional (κ): De acordo com o item 4.5.1.1, tem-se o valor de 0,01 μ (1/m).
- o) Peso específico do concreto: 25 kN/m3;
- p) Tipo de protensão: De acordo com a Tabela 8, associando à classe ambiental, tem-se a protensão parcial;
- q) O carregamento atuante na laje é composto por:
 - Peso próprio: 25 kN/m³ x 0,20m = 5 kN/m²;
 - Revestimento: 1 kN/m²;
 - Divisórias leves: 1 kN/m²;

Paredes de alvenaria com 1 metro de altura no contorno do prédio: 2,4 kN/m

 Sobrecarga: Utilizando a Tabela 11 abaixo, conforme NBR 6120 (Cargas para o cálculo de estruturas de Edificações), considerando uma edificação com destino a um escritório, temos a sobrecarga equivalente de 2 kN/m²;

- Total: 9 kN/m²;

| Escritórios | Salas de uso geral e banheiro | 2 | | | |
|---------------------|--|-----|--|--|--|
| Forros | Sem acesso a pessoas | 0,5 | | | |
| Galerias de arte | A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo | 3 | | | |

Tabela 11 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações (kN/m²)

7.3 CARREGAMENTO A SER EQUILIBRADO COM A PROTENSÃO

Em geral, adota-se, para o carregamento a ser equilibrado com a protensão, o peso próprio acrescido de uma parcela do carregamento total. Conforme

Fonte: NBR 6120 (1980)

o item 4.4.1 desse trabalho, será adotado o peso próprio + 10% do carregamento total. Dessa forma, obtém-se:

Peso Próprio + 10% *Total* = 5 kN/m^2 + 0,1.9 kN/m²

Peso Próprio + 10% Total = 5,9 kN/m²

Além da carga distribuída, será equilibrado com a protensão o peso da parede de alvenaria nas extremidades dos balanços: 2,4 kN/m.

TRAÇADO VERTICAL E FORÇA INICIAL DE PROTENSÃO 7.4

Conforme foi mencionado no item 4.6 deste trabalho, para o traçado do vertical das cordoalhas, deve-se assumir um valor em relação ao ponto de inflexão que fica entre 5% e 15%. Será adotado nesse exemplo o valor de 10% e, como características das extremidades dos cabos nas duas direções, será feito uma ancoragem ativa, onde irá ser aplicado a força de protensão, e uma ancoragem resultando assim, seguinte traçado, conforme passiva. no as Figuras 42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53.





Figura 43 – Traçado vertical na direção x (Ponto A) – Ancoragem ativa

Fonte: O Autor (2017)



Figura 44 - Traçado vertical na direção x (Ponto B)



Figura 49 - Traçado vertical na direção y (Ponto A) – Ancoragem ativa



A força de protensão aplicado pelo aparelho de tração na extremidade da ancoragem ativa, é calculado a partir da equação 4 desse trabalho, resultando assim em:

Para 0,80 f_{ptk} , tem-se:

 $P = 0,80.1900x10^3.99.10^{-6}$ $P = 150,48 \, kN$

Para 0,88 f_{pyk} , tem-se:

$$P = 0,88.1710x10^3.99.10^{-6}$$

 $P \cong 150 \, kN$

Logo, para cada cordoalha será aplicada uma força inicial equivalente a 150 kN.

7.5 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

7.5.1 Direção X

7.5.1.1 Perda por atrito

A perda por atrito é calculada a partir da equação 5, como foi descrito no item 4.5.1.1. Para o cálculo dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa x (α), foi adotado o modo simplificado, conforme a Figura 54 e a equação 44 abaixo.



Figura 54 - Diagrama de um trecho curvo genérico de um cabo

Fonte: Cholfe (2015)

$$\sum \alpha = \sum_{i=1}^{n} \frac{2 \cdot \Delta Y_i}{\ell_i} \ (em \ radianos) \tag{44}$$

Onde:

n é o número de cabos;

 ℓ_i é o comprimento de cada trecho (projeção);

 ΔY_i é a variação das ordenadas;

 $\sum \alpha$ é o somatório do desvio angular.

Os pontos considerados para os cálculos foram os pontos de inflexão, meio dos vãos e nos apoios, conforme figuras acima na direção x. A Tabela 12 e Tabela 13 apresentam os resultados obtidos, considerando a força inicial P = 150 kN.

| Seção | x (m) | yi (m) | €i(m) | Δ yi (m) | α (rad) |
|-------------------|-------|--------|-------|-----------------|---------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 0,10 | 0,00 | 0,000 | 0,000 |
| 1 | 0,50 | 0,10 | 0,50 | 0,000 | 0,000 |
| 2 | 1,80 | 0,161 | 1,30 | 0,061 | 0,094 |
| 3 | 2,00 | 0,17 | 0,20 | 0,009 | 0,090 |
| 4 | 2,80 | 0,142 | 0,80 | 0,028 | 0,070 |
| 5 | 6,00 | 0,03 | 3,20 | 0,112 | 0,070 |
| 6 | 9,20 | 0,142 | 3,20 | 0,112 | 0,070 |
| 7 | 10,00 | 0,17 | 0,80 | 0,028 | 0,070 |
| 8 | 10,80 | 0,142 | 0,80 | 0,028 | 0,070 |
| 9 | 14,00 | 0,03 | 3,20 | 0,112 | 0,070 |
| 10 | 17,20 | 0,142 | 3,20 | 0,112 | 0,070 |
| 11 | 18,00 | 0,17 | 0,80 | 0,028 | 0,070 |
| 12 | 18,80 | 0,142 | 0,80 | 0,028 | 0,070 |
| 13 | 22,00 | 0,03 | 3,20 | 0,112 | 0,070 |
| 14 | 25,80 | 0,142 | 3,80 | 0,112 | 0,059 |
| 15 | 26,00 | 0,17 | 0,20 | 0,028 | 0,273 |
| 16 | 26,20 | 0,161 | 0,20 | 0,009 | 0,090 |
| 17 | 27,50 | 0,10 | 1,30 | 0,061 | 0,094 |
| Ancoragem passiva | 27,97 | 0,10 | 0,47 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 12 - Parâmetros de cálculo da perda da força de protensão (Direção X)

Fonte: O Autor (2017)

Tabela 13 - Forças devido às perdas por atrito (Direção X)

| Seção | €i(m) | x (m) | α (rad) | Σα (rad) | P(x) (KN) |
|-------------------|-------|-------|----------------|----------|-----------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 0,00 | 0,000 | 0,00 | 150,00 |
| 1 | 0,50 | 0,50 | 0,000 | 0,00 | 149,96 |
| 2 | 1,30 | 1,80 | 0,094 | 0,09 | 149,17 |
| 3 | 0,20 | 2,00 | 0,090 | 0,18 | 148,48 |
| 4 | 0,80 | 2,80 | 0,070 | 0,25 | 147,91 |
| 5 | 3,20 | 6,00 | 0,070 | 0,32 | 147,15 |
| 6 | 3,20 | 9,20 | 0,070 | 0,39 | 146,41 |
| 7 | 0,80 | 10,00 | 0,070 | 0,46 | 145,84 |
| 8 | 0,80 | 10,80 | 0,070 | 0,53 | 145,27 |
| 9 | 3,20 | 14,00 | 0,070 | 0,60 | 144,53 |
| 10 | 3,20 | 17,20 | 0,070 | 0,67 | 143,80 |
| 11 | 0,80 | 18,00 | 0,070 | 0,74 | 143,24 |
| 12 | 0,80 | 18,80 | 0,070 | 0,81 | 142,68 |
| 13 | 3,20 | 22,00 | 0,070 | 0,88 | 141,96 |
| 14 | 3,80 | 25,80 | 0,059 | 0,94 | 141,27 |
| 15 | 0,20 | 26,00 | 0,273 | 1,21 | 139,34 |
| 16 | 0,20 | 26,20 | 0,090 | 1,30 | 138,70 |
| 17 | 1,30 | 27,50 | 0,094 | 1,40 | 137,97 |
| Ancoragem passiva | 0,47 | 27,97 | 0,000 | 1,40 | 137,93 |

Fonte: O Autor (2017)

A Tabela 14 apresenta os valores em MPa, calculado a partir da multiplicação as forças em kN pela área de 99mm² da cordoalha. A partir dos valores

das forças com as perdas, foi traçado o gráfico de P/x da Figura 55, que será usado posteriormente para as perdas por acomodação da ancoragem.

| P(x) (KN) | σP(x) (MPa) |
|-----------|--------------|
| 150,00 | 1515,15 |
| 149,96 | 1514,77 |
| 149,17 | 1506,72 |
| 148,48 | 1499,83 |
| 147,91 | 1494,00 |
| 147,15 | 1486,40 |
| 146,41 | 1478,85 |
| 145,84 | 1473,10 |
| 145,27 | 1467,38 |
| 144,53 | 1459,92 |
| 143,80 | 1452,50 |
| 143,24 | 1446,86 |
| 142,68 | 1441,23 |
| 141,96 | 1433,91 |
| 141,27 | 1426,98 |
| 139,34 | 1407,50 |
| 138,70 | 1401,05 |
| 137,97 | 1393,61 |
| 137,93 | 1393,28 |
| Fonte: O | Autor (2017) |

Tabela 14 – Tensões após a perda por atrito (Direção X)



7.5.1.2 Perdas por acomodação da ancoragem

Para o cálculo da perda por acomodação da ancoragem utilizará o procedimento conforme o item 4.5.1.2 desse trabalho. Dessa forma, utilizará todos os valores em tensões conforme a Tabela 14 e a Figura 56.



Figura 56 - Tensões após a perda por atrito (Direção X)

Utilizando a expressão abaixo, obteve o cálculo das áreas de cada trapézio, conforme a Tabela 15.

$$\Omega f_{ii+1} = (\sigma p o_{ii} - \sigma p o_{ii+1}) \cdot \frac{x x_{ii} - x x_{ii+1}}{2}$$

| Secão | x (m) | σ.atrito (MPa) | Ωί | ΣΩί |
|-------------------|-------|----------------|--------|---------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 |
| 4 | 2,80 | 1494,00 | 13,99 | 36,45 |
| 5 | 6,00 | 1486,40 | 33,40 | 69,85 |
| 6 | 9,20 | 1478,85 | 57,40 | 127,25 |
| 7 | 10,00 | 1473,10 | 55,18 | 182,43 |
| 8 | 10,80 | 1467,38 | 59,55 | 241,98 |
| 9 | 14,00 | 1459,92 | 92,46 | 334,44 |
| 10 | 17,20 | 1452,50 | 115,73 | 450,16 |
| 11 | 18,00 | 1446,86 | 99,36 | 549,52 |
| 12 | 18,80 | 1441,23 | 103,47 | 653,00 |
| 13 | 22,00 | 1433,91 | 149,40 | 802,39 |
| 14 | 25,80 | 1426,98 | 165,60 | 968,00 |
| 15 | 26,00 | 1407,50 | 504,72 | 1472,72 |
| 16 | 26,20 | 1401,05 | 168,15 | 1640,87 |
| 17 | 27,50 | 1393,61 | 199,92 | 1840,79 |
| Ancoragem passiva | 27,97 | 1393,28 | 9,08 | 1849,87 |

Tabela 15 - Área dos diagramas (Direção X)

Fonte: O Autor (2017)

Para este exemplo numérico, foi considerado o recuo do cabo de 4 mm. Dessa forma utilizando a expressão abaixo, tem-se:

$$\Omega\Omega = \frac{\Omega_{\rm ac}}{2}$$

$$\Omega\Omega = \frac{0,004.200000}{2}$$

$$\Omega\Omega = 400 MPa.m$$

Após o cálculo de $\Omega\Omega$, tem-se que determinar entre quais seções estará a abscissa x_{ac} , fazendo a comparação entre áreas da tabela 15 e o valor encontrado. A Tabela 16 mostra em quais pontos o valor encontrado de $\Omega\Omega$ se encontra.

| Seção | x (m) | σ,atrito (MPa) | Ωί | ΣΩί |
|-------------------|-------|----------------|--------|---------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 |
| 4 | 2,80 | 1494,00 | 13,99 | 36,45 |
| 5 | 6,00 | 1486,40 | 33,40 | 69,85 |
| 6 | 9,20 | 1478,85 | 57,40 | 127,25 |
| 7 | 10,00 | 1473,10 | 55,18 | 182,43 |
| 8 | 10,80 | 1467,38 | 59,55 | 241,98 |
| 9 | 14,00 | 1459,92 | 92,46 | 334,44 |
| 10 | 17,20 | 1452,50 | 115,73 | 450,16 |
| 11 | 18,00 | 1446,86 | 99,36 | 549,52 |
| 12 | 18,80 | 1441,23 | 103,47 | 653,00 |
| 13 | 22,00 | 1433,91 | 149,40 | 802,39 |
| 14 | 25,80 | 1426,98 | 165,60 | 968,00 |
| 15 | 26,00 | 1407,50 | 504,72 | 1472,72 |
| 16 | 26,20 | 1401,05 | 168,15 | 1640,87 |
| 17 | 27,50 | 1393,61 | 199,92 | 1840,79 |
| Ancoragem passiva | 27,97 | 1393,28 | 9,08 | 1849,87 |

Tabela 16 - Comparação das áreas (Direção X)

Fonte: O Autor (2017)

Dessa forma, o valor de $\Omega\Omega$ está entre os pontos 9 e 10.

Com esse resultado, é possível a determinação dos demais parâmetros para o cálculo de x_{ac} .

 $\Delta\Omega\Omega = \Omega\Omega - \Omega\Omega_{jc-1}$

 $\Delta\Omega\Omega = 400 - 334,44$

 $\Delta\Omega\Omega = 65,56$

 $\Delta x_{jc} = 17,20 - 14,00$

$$\Delta x_{jc} = 3,20$$

 $\Delta \sigma_{jc} = 1459,92 - 1452,50$

 $\Delta \sigma_{jc} = 7,42$

$$x_{ac} = \sqrt{(x_{jc-1})^2 + 2.\Delta\Omega\Omega.\frac{\Delta x_{jc}}{\Delta\sigma_{jc}}}$$
$$x_{ac} = \sqrt{(14,00)^2 + 2.65,56.\frac{3,20}{7,42}}$$
$$x_{ac} = 15,89 m$$

Após o cálculo de x_{ac} , pode-se determinar o valor da tensão atingida pela acomodação da ancoragem e o valor da tensão do cabo correspondente à primeira seção, após a acomodação do mesmo.

$$\sigma_{p_{ac}} = \sigma p o_{jc} + \Delta \sigma_{jc} \cdot \frac{(x_{jc} - x_{ac})}{\Delta x_{jc}}$$

$$\sigma_{p_{ac}} = 1452,50 + 7,42.\frac{(17,20 - 15,89)}{3,20}$$

$$\sigma_{p_{ac}} = 1455,54 MPa$$

$$\Delta \sigma_{po} = (\sigma_p - \sigma_{p_{ac}}).2$$

$$\Delta \sigma_{po} = (1515, 15 - 1455, 54).2$$

$$\Delta \sigma_{po} = 119,23$$

$$\Delta \sigma_{ii} = \sigma_p - \Delta \sigma_{po}$$

$$\Delta \sigma_{ii} = 1395,92 MPa$$

Após os resultados obtidos acima e utilizando a condição da expressão abaixo, pode-se determinar a tensão em cada trecho, conforme a Tabela 17 e a Figura 57.

$$\sigma_{\rm pp} = \begin{cases} \Delta \sigma(x) = \sigma_p \left[e^{-(\mu \sum \alpha - kx)} \right], se \ x > x_{ac} \\ \Delta \sigma(x) = \sigma_{ii} \left[e^{(\mu \sum \alpha + kx)} \right], se \ x < x_{ac} \end{cases}$$

| Seção | x (m) | σ,atrito (MPa) | Ωi | ΣΩί | Σα (rad) | σ,atrito+ancoragem (MPa) |
|-------------------|-------|----------------|--------|---------|----------|--------------------------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1395,92 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 | 0,00 | 1396,27 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 | 0,09 | 1403,73 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 | 0,18 | 1410,18 |
| 4 | 2,80 | 1494,00 | 13,99 | 36,45 | 0,25 | 1415,69 |
| 5 | 6,00 | 1486,40 | 33,40 | 69,85 | 0,32 | 1422,92 |
| 6 | 9,20 | 1478,85 | 57,40 | 127,25 | 0,39 | 1430,18 |
| 7 | 10,00 | 1473,10 | 55,18 | 182,43 | 0,46 | 1435,76 |
| 8 | 10,80 | 1467,38 | 59,55 | 241,98 | 0,53 | 1441,37 |
| 9 | 14,00 | 1459,92 | 92,46 | 334,44 | 0,60 | 1448,73 |
| 10 | 17,20 | 1452,50 | 115,73 | 450,16 | 0,67 | 1452,50 |
| 11 | 18,00 | 1446,86 | 99,36 | 549,52 | 0,74 | 1446,86 |
| 12 | 18,80 | 1441,23 | 103,47 | 653,00 | 0,81 | 1441,23 |
| 13 | 22,00 | 1433,91 | 149,40 | 802,39 | 0,88 | 1433,91 |
| 14 | 25,80 | 1426,98 | 165,60 | 968,00 | 0,94 | 1426,98 |
| 15 | 26,00 | 1407,50 | 504,72 | 1472,72 | 1,21 | 1407,50 |
| 16 | 26,20 | 1401,05 | 168,15 | 1640,87 | 1,30 | 1401,05 |
| 17 | 27,50 | 1393,61 | 199,92 | 1840,79 | 1,40 | 1393,61 |
| Ancoragem passiva | 27,97 | 1393,28 | 9,08 | 1849,87 | 1,40 | 1393,28 |

Tabela 17 - Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito e por acomodação da ancoragem (Direção X)

Fonte: O Autor (2017)





7.5.1.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto

Conforme o item 4.5.1.3 desse trabalho, será atotado na perda na força de protensão, por encurtamento elástico do concreto, o valor de 5 MPa.

$$\sigma_{enc} = \frac{0.5}{150/0.99}$$

$$\sigma_{enc} = 0.0033 = 0.33\%$$

7.5.1.4 Perdas progressivas

Para as perdas progressivas será adotado, conforme o Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005), que orienta que as perdas ao longo do tempo representam de 10% a 15% da força inicial de protensão, o valor de 12%.

Sendo assim, como a força inicial é $P_o = 150 \ kN$, após as perdas progressivas o valor a ser descontado é de 18 kN.

7.5.1.5 Total das perdas imediatas e perdas no tempo "infinito"

Os valores das forças a serem utilizados em cálculos posteriores é de:

- A força após as perdas imediatas é calculado a partir da média entre os valores encontrado das perdas de atrito junto com a ancoragem e mais o acréscimo da perda por encurtamento e é de P = 140,20 kN ;
- Após todas as perdas (imediatas e progressivas) é de P = 122,20 kN.

7.5.2 Direção Y

7.5.2.1 Perda por atrito

Seguindo a mesma sequência de cálculos feitos na direção x, encontrouse os resultados conforme mostra as Tabelas 18,19,20 e a Figura 58.

| Seção | x (m) | yi (m) | €i(m) | Δ yi (m) | α (rad) |
|-------------------|-------|--------|-------|-----------------|---------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 0,10 | 0,00 | 0,000 | 0,000 |
| 1 | 0,50 | 0,10 | 0,50 | 0,000 | 0,000 |
| 2 | 1,80 | 0,161 | 1,30 | 0,061 | 0,094 |
| 3 | 2,00 | 0,17 | 0,20 | 0,009 | 0,090 |
| 4 | 2,70 | 0,142 | 0,70 | 0,028 | 0,080 |
| 5 | 5,50 | 0,03 | 2,80 | 0,112 | 0,080 |
| 6 | 8,30 | 0,142 | 2,80 | 0,112 | 0,080 |
| 7 | 9,00 | 0,17 | 0,70 | 0,028 | 0,080 |
| 8 | 9,70 | 0,142 | 0,70 | 0,028 | 0,080 |
| 9 | 12,50 | 0,03 | 2,80 | 0,112 | 0,080 |
| 10 | 15,30 | 0,142 | 2,80 | 0,112 | 0,080 |
| 11 | 16,00 | 0,17 | 0,70 | 0,028 | 0,080 |
| 12 | 16,20 | 0,161 | 0,20 | 0,009 | 0,090 |
| 13 | 17,50 | 0,10 | 1,30 | 0,061 | 0,094 |
| Ancoragem passiva | 17,97 | 0,10 | 0,47 | 0,000 | 0,000 |

Tabela 18 - Parâmetros de cálculo da perda da força de protensão (Direção Y)

Fonte: O Autor (2017)

Tabela 19 - Forças devido às perdas por atrito (Direção Y)

| Seção | €i(m) | x (m) | α (rad) | Σα (rad) | P(x) (KN) |
|-------------------|-------|-------|---------|----------|-----------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 0,00 | 0,000 | 0,00 | 150,00 |
| 1 | 0,50 | 0,50 | 0,000 | 0,00 | 149,96 |
| 2 | 1,30 | 1,80 | 0,094 | 0,09 | 149,17 |
| 3 | 0,20 | 2,00 | 0,090 | 0,18 | 148,48 |
| 4 | 0,70 | 2,70 | 0,080 | 0,26 | 147,84 |
| 5 | 2,80 | 5,50 | 0,080 | 0,34 | 147,04 |
| 6 | 2,80 | 8,30 | 0,080 | 0,42 | 146,25 |
| 7 | 0,70 | 9,00 | 0,080 | 0,50 | 145,62 |
| 8 | 0,70 | 9,70 | 0,080 | 0,58 | 144,99 |
| 9 | 2,80 | 12,50 | 0,080 | 0,66 | 144,21 |
| 10 | 2,80 | 15,30 | 0,080 | 0,74 | 143,43 |
| 11 | 0,70 | 16,00 | 0,080 | 0,82 | 142,81 |
| 12 | 0,20 | 16,20 | 0,090 | 0,91 | 142,16 |
| 13 | 1,30 | 17,50 | 0,094 | 1,01 | 141,40 |
| Ancoragem passiva | 0,47 | 17,97 | 0,000 | 1,01 | 141,37 |

Fonte: O Autor (2017)

| | σP(x) |
|-------------|-------------|
| P(X) (KIN) | (MPa) |
| 150,00 | 1515,15 |
| 149,96 | 1514,77 |
| 149,17 | 1506,72 |
| 148,48 | 1499,83 |
| 147,84 | 1493,33 |
| 147,04 | 1485,30 |
| 146,25 | 1477,31 |
| 145,62 | 1470,91 |
| 144,99 | 1464,54 |
| 144,21 | 1456,67 |
| 143,43 | 1448,83 |
| 142,81 | 1442,56 |
| 142,16 | 1435,95 |
| 141,40 | 1428,32 |
| 141,37 | 1427,99 |
| Fonte: O Au | utor (2017) |

Tabela 20 - Tensões após a perda por atrito (Direção Y)



7.5.2.2 Perdas por acomodação da ancoragem

Seguindo a mesma sequência de cálculo da direção x, obteve os seguintes resultados, conforme as Tabelas 21,22,23 e as Figuras 59 e 60.



Figura 59 – Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito (Direção Y)

Fonte: O Autor (2017)

| Seção | x (m) | σ,atrito (MPa) | Ωi | ΣΩί |
|-------------------|-------|----------------|--------|--------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 |
| 4 | 2,70 | 1493,33 | 15,27 | 37,73 |
| 5 | 5,50 | 1485,30 | 32,92 | 70,65 |
| 6 | 8,30 | 1477,31 | 55,11 | 125,75 |
| 7 | 9,00 | 1470,91 | 55,36 | 181,11 |
| 8 | 9,70 | 1464,54 | 59,58 | 240,69 |
| 9 | 12,50 | 1456,67 | 87,41 | 328,10 |
| 10 | 15,30 | 1448,83 | 108,87 | 436,97 |
| 11 | 16,00 | 1442,56 | 98,23 | 535,20 |
| 12 | 16,20 | 1435,95 | 106,31 | 641,51 |
| 13 | 17,50 | 1428,32 | 128,59 | 770,10 |
| Ancoragem passiva | 17,97 | 1427,99 | 5,95 | 776,05 |

Tabela 21 – Área dos diagramas (Direção Y)

Fonte: O Autor (2017)

| Secão | x (m) | σ at (MPa) | Oi | 20i |
|-------------------|---------|--------------|--------|---------|
| Jeção | × (iii) | | 321 | <u></u> |
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 0,00 | | 0,00 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 |
| 4 | 2,70 | 1493,33 | 15,27 | 37,73 |
| 5 | 5,50 | 1485,30 | 32,92 | 70,65 |
| 6 | 8,30 | 1477,31 | 55,11 | 125,75 |
| 7 | 9,00 | 1470,91 | 55,36 | 181,11 |
| 8 | 9,70 | 1464,54 | 59,58 | 240,69 |
| 9 | 12,50 | 1456,67 | 87,41 | 328,10 |
| 10 | 15,30 | 1448,83 | 108,87 | 436,97 |
| 11 | 16,00 | 1442,56 | 98,23 | 535,20 |
| 12 | 16,20 | 1435,95 | 106,31 | 641,51 |
| 13 | 17,50 | 1428,32 | 128,59 | 770,10 |
| Ancoragem passiva | 17,97 | 1427,99 | 5,95 | 776,05 |

Tabela 22 – Comparação das áreas (Direção Y)

Fonte: O Autor (2017)

Tabela 23 - Tensões após a perda por atrito e por acomodação da ancoragem (Direção Y)

| Seção | x (m) | σ,atrito (MPa) | Ωi | ΣΩί | Σα (rad) | σ,atrito+ancoragem (MPa) |
|-------------------|-------|----------------|--------|--------|----------|--------------------------|
| Ancoragem ativa | 0,00 | 1515,15 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1387,39 |
| 1 | 0,50 | 1514,77 | 0,09 | 0,09 | 0,00 | 1387,74 |
| 2 | 1,80 | 1506,72 | 9,26 | 9,35 | 0,09 | 1395,15 |
| 3 | 2,00 | 1499,83 | 13,10 | 22,46 | 0,18 | 1401,57 |
| 4 | 2,70 | 1493,33 | 15,27 | 37,73 | 0,26 | 1407,67 |
| 5 | 5,50 | 1485,30 | 32,92 | 70,65 | 0,34 | 1415,28 |
| 6 | 8,30 | 1477,31 | 55,11 | 125,75 | 0,42 | 1422,93 |
| 7 | 9,00 | 1470,91 | 55,36 | 181,11 | 0,50 | 1429,12 |
| 8 | 9,70 | 1464,54 | 59,58 | 240,69 | 0,58 | 1435,34 |
| 9 | 12,50 | 1456,67 | 87,41 | 328,10 | 0,66 | 1443,10 |
| 10 | 15,30 | 1448,83 | 108,87 | 436,97 | 0,74 | 1448,83 |
| 11 | 16,00 | 1442,56 | 98,23 | 535,20 | 0,82 | 1442,56 |
| 12 | 16,20 | 1435,95 | 106,31 | 641,51 | 0,91 | 1435,95 |
| 13 | 17,50 | 1428,32 | 128,59 | 770,10 | 1,01 | 1428,32 |
| Ancoragem passiva | 17,97 | 1427,99 | 5,95 | 776,05 | 1,01 | 1427,99 |

Fonte: O Autor (2017)

$$x_{ac} = 15,03 m$$

$$\sigma_{p_{ac}} = 1451,27 MPa$$

 $\Delta \sigma_{ii} = 1387,39 MPa$



Figura 60 - Tensão ao longo do cabo após a perda por atrito e por acomodação da ancoragem (Direção Y)

7.5.2.3 Perdas por encurtamento imediato do concreto

Conforme o item 4.5.1.3 desse trabalho, será atotado na perda na força de protensão, por encurtamento elástico do concreto, o valor de 5 MPa.

$$\sigma_{enc} = \frac{0.5}{150/0.99}$$

$$\sigma_{enc} = 0.0033 = 0.33\%$$

7.5.2.4 Perdas progressivas

Será adotado o valor de 12%.

Sendo assim, como a força inicial é $P_o = 150 kN$, após as perdas progressivas o valor a ser descontado é de 18 kN.

7.5.2.5 Total das perdas imediatas e perdas no tempo "infinito"

Os valores das forças a serem utilizados em cálculos posteriores é de:

- A força após as perdas imediatas é calculado a partir da média entre o maior valor e o menor valor encontrado das perdas de atrito junto com a ancoragem e mais o acréscimo da perda por encurtamento e é de P = 139,90 kN ;
- Após todas as perdas (imediatas e progressivas) é de P = 121,90 kN.

7.6 CÁLCULO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE

7.6.1 Direção X

O carregamento equivalente para o cabo, deve ser determinado em quatro trechos, conforme a Figura 61. Utilizando a equação 31, para o cálculo do carregamento equivalente, tem-se:





Fonte: O Autor (2017)

$$p = \frac{2P.e}{l^2}$$

$$p_1 = \frac{2P.e}{l^2} = \frac{2.P.(0,161-0,1)}{1,30^2} = 0,072P$$

$$p_2 = \frac{2P.e}{l^2} = \frac{2.P.(0.17 - 0.161)}{0.2^2} = 0.45P$$

$$p_3 = \frac{2P.e}{l^2} = \frac{2.P.(0,17-0,142)}{0,8^2} = 0,0875P$$

$$p_4 = \frac{2P.e}{l^2} = \frac{2.P.(0,142 - 0,03)}{3,2^2} = 0,0219P$$

No ato da protensão, consideram-se as perdas imediatas P = 140,20 kN e, no tempo infinito, consideram-se as perdas totais P = 122,20 kN. Na Tabela 24, determinam-se os carregamentos equivalentes por feixe para feixes de duas cordoalhas.

 Tabela 24 – Carregamento equivalente por feixe direção x

 p1 (kN/m)
 p2 (kN/m)
 p3 (kN/m)
 p4 (kN/m)

 Perdas imediatas
 -20,24
 126,18
 24,54
 -6,14

 Perdas Totais
 -17,64
 109,98
 21,39
 -5,35

 Fonte: O Autor (2017)

7.6.2 Direção Y

Utilizando o mesmo procedimento para da direção x e conforme a Figura 62, temos:



Fonte: O Autor (2017)

 $p_{1} = \frac{2P \cdot e}{l^{2}} = \frac{2 \cdot P \cdot (0,161 - 0,1)}{1,30^{2}} = 0,072P$ $p_{2} = \frac{2P \cdot e}{l^{2}} = \frac{2 \cdot P \cdot (0,17 - 0,161)}{0,2^{2}} = 0,45P$ $p_{3} = \frac{2P \cdot e}{l^{2}} = \frac{2 \cdot P \cdot (0,17 - 0,142)}{0,7^{2}} = 0,1143P$

$$p_4 = \frac{2P.e}{l^2} = \frac{2.P.(0.142 - 0.03)}{2.80^2} = 0.0286P$$

No ato da protensão, consideram-se as perdas imediatas P = 139,90 kN e, no tempo infinito, consideram-se as perdas totais P = 121,90 kN. Na Tabela 25, determinam-se os carregamentos equivalentes por feixe para feixes de duas cordoalhas.

Tabela 25 - Carregamento equivalente por feixe direção y

| | p1(kN/m) | p2 (kN/m) | p3 (kN/m) | p4 (kN/m) | | | |
|-----------------------|----------|-----------|-----------|-----------|--|--|--|
| Perdas imediatas | -20,20 | 125,91 | 31,98 | -8,00 | | | |
| Perdas Totais | -17,60 | 109,71 | 27,87 | -6,97 | | | |
| Fonte: O Autor (2017) | | | | | | | |

7.7 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CORDOALHAS

7.7.1 Direção X

Para o cálculo da quantidade dos cabos, será utilizado a equação 31.

Para o balanço:

$$P = \frac{\left(5,9 + \frac{2,4}{1,30}\right).(1,30)^2}{2.(0,161 - 0,1)}$$

$$P = 107,30 \ kN/m$$

Para o vão:

$$P = \frac{5,9.3,20^2}{2.(0,142 - 0,03)}$$

$$P = 269,71 \, kN/m$$

A força utilizada para determinação da quantidade de cordoalhas é referente ao vão. Como a força em cada cordoalha após as perdas totais é de 122,20 kN, o número de cordoalhas (n) em cada direção da laje é dado por:

Para faixa da borda do balanço ao meio do vão que corresponde a 5,5 metros, temos:

$$n = \frac{5,5.269,71}{122,20}$$
$$n \cong 12 \ cordoalhas$$

Para faixa de centro a centro do vão que corresponde a 7 metros, temos:

$$n = \frac{7.269,71}{122,20}$$
$$n = 16 \ cordoalhas$$

7.7.2 Direção Y

Utilizando o mesmo procedimento da direção x, temos:

Para o balanço:

$$P = \frac{\left(5,9 + \frac{2,4}{1,30}\right) \cdot (1,30)^2}{2 \cdot (0,161 - 0,1)}$$

$$P = 107,30 \, kN/m$$

Para o vão:

$$P = \frac{5,9.2,80^2}{2.\left(0,142 - 0,03\right)}$$

$$P = 206,50 \ kN/m$$

A força em cada cordoalha após todas as perdas é de 121,90 kN, o número de cordoalhas (n) em cada direção da laje é dado por:

Para faixa da borda do balanço ao meio do vão que corresponde a 6 metros, temos:

$$n = \frac{6.206,50}{121,90}$$
$$n = 10 \ cordoalhas$$

Para faixa de centro a centro do vão que corresponde a 8 metros, temos:

$$n = \frac{8.206,50}{121,90}$$
$$n = 14 \ cordoalhas$$

Dessa forma, optou-se pela utilização de feixe de duas cordoalhas nas duas direções. Na direção y são utilizados no total de 54 cordoalhas, totalizando 27 feixes. O acréscimo de feixes na direção y é devido a distribuição uniforme de feixes nessa direção. Na direção x são utilizadas 40 cordoalhas, totalizando 20 feixes, conforme Figura 68.

7.7.3 Índice de massa de cordoalha por metro quadrado

O índice de massa de cordoalha por metro quadrado de área do pavimento é dado por:

$$m = \frac{(0,88.28.54) + (0,88.18.40)}{28.18} \cong 3,90 \ kg/m^2$$

7.7.4 Verificação da tensão média de compressão

Como exposto no capitulo 4 desse trabalho, a tensão de compressão média deve ser igual ou superior a 1 MPa, considerando-se todas as perdas. Logo, em cada direção da laje tem a tensão média dada por:

• Na direção Y:

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{54.121,90}{2800.20}. \ 10 \ \cong 1,18 \ MPa > 1MPa$$

• Na direção X:

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{40.122,1}{1800.20}. \ 10 \ \cong 1,36 \ MPa > 1MPa$$

7.8 Combinações das ações utilizadas

As equações que formam os diferentes tipos de combinações são feitas a partir das Tabelas 4,5,6,7 desse trabalho.

• Combinação Frequente (ELS)

$$F_{CF} = (F_{g1} + F_{g2} + F_{g3}) + 0.6F_q + p_{\infty}$$
(45)

Onde:

 g_1 é o carregamento devido ao peso próprio;

 g_2 é o carregamento devido ao revestimento e divisórias;

 g_3 é o carregamento devido à parede;

q é o carregamento devido à sobrecarga;

 p_{∞} é o carregamento devido a força de protensão após as perdas totais.

• Combinação quase permanente (ELS)

$$F_{CQP} = (F_{g1} + F_{g2} + F_{g3}) + 0.4F_q + p_{\infty}$$
(46)

• ELU no ato da protensão

$$F = F_{q1} + 1,1p_{i,0} \tag{47}$$

Onde:

 $p_{i,0}$ é o carregamento devido a força de protensão após as perdas imediatas.

• ELU no tempo infinito

$$F = (F_{g1} + F_{g2} + F_{g3} + F_q). 1, 4 + \gamma_p p_{\infty}$$
(48)

Onde:

 γ_p é 1,2 se desfavorável e 0,9 se favorável.

7.9 ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) NO ATO DA PROTENSÃO

No estado limite último (ELU) no ato da protensão, deve-se considerar a resistência característica f_{ckj} prevista para a idade de aplicação da protensão, que será considerada nesse exemplo, aos cinco dias, logo, o valor de f_{ckj} pode ser calculado pela expressão 50. Considerando a verificação simplificada da NBR 6118:2014, conforme o item 4.1.1.12 desse trabalho, temos:

a) A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de γ_p = 1,1 e γ_f = 1,0, não pode ultrapassar 70 % da resistência característica f_{ckj} prevista para a idade de aplicação da protensão.

$$\sigma_{compressão} \le 0.7 f_{ckj} \tag{49}$$

$$f_{ckj} = \beta_1 f_{ck} \tag{50}$$

$$\beta_1 = exp\left\{ s\left[1 - \left(\frac{28}{j}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}$$
(51)

Onde:

s é 0,25 para cimentos CPI e CPII

$$f_{ck5} = exp\left\{0,25\left[1-\left(\frac{28}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}.50$$

$$f_{ck5} \cong 35,53 MPa$$

$$\sigma_{compressão} \leq 0,7.35,53$$

$$\sigma_{compressão} \leq 24,9 MPa$$

b) A tensão máxima de tração do concreto não pode ultrapassar 1,2 vez a resistência à tração f_{ctm} correspondente ao valor f_{ckj} especificado;

$$\sigma_{tração} \le 1,2f_{ctm}$$
 (52)
 $\sigma_{tração} \le 1,2.0,3. (f_{ck5})^{\frac{2}{3}}$

$$\sigma_{tração} \leq 3,90 MPa$$

7.10 ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU) NO TEMPO INFINITO

Para o ELU no tempo infinito, deve ser feito um acréscimo na deformação decorrente da flexão do concreto, onde esse acréscimo é causado pela deformação de pré-alongamento, a qual se dá em virtude da aplicação da protensão. No item 17.2.2 da NBR 6118, para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores
experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

• Para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$$\Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \rho_{\rho}}$$
, em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa

• Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_o}$$
, em megapascal, não podendo ultrapassar 210 MPa

Onde:

 $\rho_{\rho} = \frac{A_p}{b_c d_p}$

 ρ_{ρ} é a taxa geométrica da armadura ativa;

 b_c é a largura da mesa de compressão;

 d_p é a altura útil referida à armadura ativa.

7.11 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA E ANÁLISE DE FLECHAS

Na determinação do coeficiente de fluência, deve ser adotado e calculado, respectivamente, os seguintes parâmetros:

- Umidade ambiente = 75%;
- Espessura fictícia que é dado pela expressão abaixo:

$$\frac{2A_c}{u} \tag{53}$$

Onde:

 A_c é a área da seção transversal;

u é o perímetro da seção em contato com atmosfera.

$$\frac{2.(2800.20)}{2.(2800+20)} \cong 20 \ cm$$

Após a determinação desses parâmetros, o coeficiente de fluência φ , é determinado a partir da Tabela 26.

| | | | (, , | | | | | | | |
|---|----------------|----|--------|----------|----------|------------------|--------|----------|--------|--------|
| Umidade média ambiente % | | | 40 | | 55 | | 75 | | 90 | |
| Espessura fictícia 2 <i>A_c /u</i> cm | | | 20 | 60 | 20 | 60 | 20 | 60 | 20 | 60 |
| φ (t _∞ ,t ₀) | | 5 | 4,6 | 3,8 | 3,9 | 3,3 | 2,8 | 2,4 | 2,0 | 1,9 |
| Concreto | | 30 | 3,4 | 3,0 | 2,9 | <mark>2,6</mark> | 2,2 | 2,0 | 1,6 | 1,5 |
| C20 a C45 | | 60 | 2,9 | 2,7 | 2,5 | 2,3 | 1,9 | 1,8 | 1,4 | 1,4 |
| $\varphi(t_{\infty},t_0)$ | | 5 | 2,7 | 2,4 | 2,4 | 2,1 | 1,9 | 1,8 | 1,6 | 1,5 |
| Concreto | t ₀ | 30 | 2,0 | 1,8 | 1,7 | 1,6 | 1,4 | 1,3 | 1,1 | 1,1 |
| C50 a C90 | ulas | 60 | 1,7 | 1,6 | 1,5 | 1,4 | 1,2 | 1,2 | 1,0 | 1,0 |
| | | 5 | - 0,53 | - 0,47 | - 0,48 | - 0,43 | - 0,36 | 6 – 0,32 | - 0,18 | - 0,15 |
| ε _{cs} (<i>t</i> ∞, <i>t</i> ₀) ‰ | | 30 | - 0,44 | - 0,45 | - 0,41 | - 0,41 | - 0,33 | 3 – 0,31 | - 0,17 | - 0,15 |
| | | 60 | - 0,39 | - 0,43 | - 0,36 | - 0,40 | - 0,30 | 0 – 0,31 | - 0,17 | - 0,15 |
| | | | F | onte: NE | 3R 6118: | 2014 | | | | |

Tabela 26 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\epsilon cs(t^{\infty},t0)$ e do coeficiente de fluência $\phi(t^{\infty},t0)$

Considerando t_o 5 dias para carregamentos de protensão e peso próprio, e t_0 60 dias para carregamentos de revestimento e alvenaria, o valor do coeficiente de fluência é 2,8 e 1,9, respectivamente.

Para determinar a flecha diferida, utiliza-se a combinação de serviço quase permanente e multiplicam-se as parcelas permanentes por $(1+\varphi)$. A força de protensão é tomada no tempo infinito, após todas as perdas.

$$\delta = 3.8 \left(\delta_p + \delta_{g1} \right) + 2.9 \left(\delta_{g2} + \delta_{g3} \right) + 0.4 \delta_q \tag{54}$$

Após calculado a flecha diferida deve-se comparar com o deslocamento limite de L/250 para acessibilidade sensorial visual e, L/350 para vibrações sentidas no piso, conforme Tabela 27.

| Tipo de efeito | Razão da limitação | Exemplo | Deslocamento a considerar | Deslocamento-limite |
|--------------------------------------|--|--|--|--|
| Aceitabilidade sensorial | Visual | Deslocamentos visíveis em elementos estruturais | Total | <i>t</i> /250 |
| | Outro | Vibrações sentidas no piso | Devido a cargas acidentais | ℓ/350 |
| | Superfícies que devem drenar água | Coberturas e varandas | Total | (/250 ^a |
| Efeitos estruturais em serviço | Pavimentos | Ginásios e | Total | ℓ/350+ contraflecha b |
| | que devem permanecer planos | pistas de boliche | Ocorrido após a construção do piso | ℓ/600 |
| | Elementos que suportam equipamentos sensíveis | Laboratórios | Ocorrido após nivelamento do equipamento | De acordo com recomendação do fabricante do equipamento |
| | | Alvenaria, caixilhos e revestimentos | Após a construção da parede | ℓ/500 ^c e 10 mm e θ = 0,0017 rad ^d |
| Efeites em | | Divisórias leves e caixilhos telescópicos | Ocorrido após a instalação da divisória | ℓ/250 ^c e 25 mm |
| elementos em estruturais | Paredes | Movimento lateral de edifícios | Provocado pela ação do vento para combinação frequente (ψ ₁ = 0,30) | H/1 700 e H/850 ^e entre pavimentos ^f |
| | | Movimentos térmicos verticais | Provocado por diferença de temperatura | ℓ/400 ^g e 15 mm |

Tabela 27 - Limites para deslocamentos

Fonte: NBR 6118:2014

7.12 ANÁLISE PELO MODELO DE GRELHA EQUIVALENTE

Para a modelagem da laje proposta, será utilizado o software SAP 2000. O SAP2000 é um programa internacionalmente conhecido destinado à modelagem e análise de estruturas pelo método dos elementos finitos. Trata-se de uma ferramenta poderosa que permite a análise de diversos tipos de estruturas modeladas com elementos de barra, área, dentre outros modelos. Permite também a análise de estruturas com não-linearidade física e geométrica, com análise e esforços dinâmicos.

Para analisar a laje através do processo de analogia de grelha foi utilizada uma grelha equivalente com espaçamento de 50 cm entre as barras nas duas direções, conforme a Figura 63 e Figura 64.



Figura 63 - Grelha equivalente - SAP2000

A seção da barra da grelha, possui 50 cm de base e a altura deve coincidir com a altura da laje, sendo assim, 20 cm, conforme a Figura 65. Sendo assim, o momento positivo traciona a borda inferior da laje, e o momento negativo traciona a borda superior da laje. Os pilares foram definidos de seção quadrada de 50x50cm.



As propriedades do material são definidas manualmente no software, de acordo com o que foi calculado anteriormente para o concreto de classe C50, conforme a Figura 66.

| General Data | | | | | |
|---|-------------------|-------|--|--|--|
| Material Name and Display Color | C 50 | | | | |
| Material Type | Concrete | ~ | | | |
| Material Notes | Modify/Show Notes | | | | |
| Weight and Mass | Units | | | | |
| Weight per Unit Volume 2,50 | 0E-05 N, m | nm, C | | | |
| Mass per Unit Volume 2,54 | 9E-09 | | | | |
| Isotropic Property Data | | | | | |
| Modulus of Elasticity, E | 36628 | | | | |
| Poisson, U | 0,2 | | | | |
| Coefficient of Thermal Expansion, A | 1,0008 | E-05 | | | |
| Shear Modulus, G | 15261 | ,667 | | | |
| Other Properties for Concrete Materials | | | | | |
| Specified Concrete Compressive Stre | ngth, fc 50, | | | | |
| Expected Concrete Compressive Stre | ngth 50, | | | | |

Fonte: O Autor (2017)

7.12.1 Inserção dos carregamentos nas barras da grelha

Os valores são calculados considerando uma combinação de cinco carregamentos atuantes, sendo estes provenientes da ação: do peso próprio, das divisórias e revestimento, da sobrecarga, da parede no contorno, da protensão inicial e da protensão final calculado anteriormente, de acordo com a Tabela 24 e 25. No software, foi inserido tais casos de carregamento, conforme a Figura 67. Utilizando as equações 35 e 36, tem-se:

Para as barras de contorno:

• Peso próprio

$$P = \frac{\frac{0,5^2}{4}.5}{0,5}$$

$$P = 0,625 \ kN/barra$$

• Revestimento e Divisórias

$$P = \frac{\frac{0,5^2}{4}.2}{0,5}$$

$$P = 0,25 \ kN/barra$$

• Sobrecarga

$$P = \frac{\frac{0,5^2}{4}.2}{0,5}$$

$$P = 0,25 \ kN/barra$$

• Paredes

$$P = 2,4 \ kN/m$$

Para as barras internas:

• Peso próprio

$$P = \frac{\frac{0.5^2}{4}.5.2}{0.5}$$

$$P = 1,25 \ kN/barra$$

• Revestimento e Divisórias

$$P = \frac{\frac{0,5^2}{4}.2.2}{0,5}$$

$$P = 0,5 \ kN/barra$$

• Sobrecarga

$$P = \frac{\frac{0.5^2}{4} \cdot 2.2}{0.5}$$

$$P = 0,5 \ kN/barra$$

| Figura 67 - Casos de carre | egamento – SAP2000 |
|----------------------------|--------------------|
| Load Patterns | |
| Load Pattern Name | Туре |
| Sobrecarga | Live \lor |
| Sobrecarga | Live |
| Parede | Super Dead |
| Protensão Inicial | Prestress |
| Peso Proprio | Dead |
| Revestimento + Divisorias | Super Dead |
| Protensão Final | Prestress |
| | |
| | |
| | |
| Fonte: O Auto | or (2017) |

7.12.2 Distribuição dos cabos na estrutura

Nesse exemplo numérico optou-se por fazer a distribuição dos cabos de forma uniforme em uma direção e concentrado na outra direção, conforme Figura 68.



Figura 68 – Distribuição dos feixes com duas cordoalhas

Ao ser considerado uma distribuição concentrada em uma das direções, a NBR 6118:2014 recomenda que tal concentração de feixes, em largura, não ultrapasse a dimensão em planta do pilar de apoio, tomada transversalmente à direção longitudinal da faixa, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje para cada um dos lados do pilar, conforme exposto no capitulo 4 desse trabalho. Essa verificação é dada conforme expressão abaixo.

$$Largura \le largura \ do \ pilar + 2. \ (3,5. \ h_{laie}) \tag{55}$$

 $Largura \le 50 + 2. (3,5.20)$ $Largura \le 190cm$

Utilizando os espaçamentos, para os feixes, de 20 cm a largura total é de:

 $Largura = 140 \ cm \le 190 \ cm$

7.12.3 Reações de apoio e deslocamentos na laje para diferentes tipos de carregamentos e combinações

Após a inserção dos carregamentos e modelagem de toda estrutura, é possível visualizar e analisar as reações de apoio em cada pilar e a deformada da laje, para diferentes tipos de carregamentos e combinações, conforme as figuras e tabelas abaixo.



Fonte: O Autor (2017)

Tabela 28 - Reações de apoio - SAP

| | CARREGAMENTO/COMBINAÇÃO | | | | | | | | |
|------------|-------------------------|------------|---------------------------|--|--|--|--|--|--|
| FORÇA (KN) | PESO PRÓPRIO | SOBRECARGA | REVEST, DIVI. + ALVENARIA | | | | | | |
| P1 | 152,09 | 60,84 | 92,37 | | | | | | |
| P2 | 217,96 | 87,19 | 109,40 | | | | | | |
| P3 | 217,96 | 87,19 | 109,40 | | | | | | |
| P4 | 152,09 | 60,84 | 92,37 | | | | | | |
| P5 | 212,53 | 85,01 | 99,72 | | | | | | |
| P6 | 307,35 | 122,94 | 111,13 | | | | | | |
| P7 | 307,35 | 122,94 | 111,13 | | | | | | |
| P8 | 212,53 | 85,01 | 99,72 | | | | | | |
| P9 | 152,09 | 60,84 | 92,37 | | | | | | |
| P10 | 217,96 | 87,19 | 109,40 | | | | | | |
| P11 | 217,96 | 87,19 | 109,40 | | | | | | |
| P12 | 152,09 | 60,84 | 92,37 | | | | | | |

Fonte: O Autor (2017)





Figura 72 - Deslocamentos – Revestimento, Divisórias e Parede - [mm] – SAP2000

A Tabela 29 mostra os valores dos deslocamentos nos pontos mais críticos, conforme Figura 74 e o valor da flecha diferida a partir da equação 54.



Figura 74 – Pontos de análise

Fonte: O Autor (2017)

| Declocamentos (cm) | Pontos de análises | | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------|-------|-------|--|--|--|--|--|
| Desiocamentos (cm) | A=C=D=F | B=E | G=H | | | | | |
| δ_{g1} | 0,526 | 0,424 | 0,260 | | | | | |
| $\delta_{g2} + \delta_{g3}$ | 0,170 | 0,160 | 0,213 | | | | | |
| δ_q | 0,210 | 0,170 | 0,100 | | | | | |
| p_∞ | -0,48 | -0,44 | -0,34 | | | | | |
| δ | 0,752 | 0,471 | 0,354 | | | | | |
| Fonte: O Autor (2017) | | | | | | | | |

Tabela 29 - Deslocamentos em centímetros - SAP2000

Após calculado a flecha diferida, deve-se comparar com o deslocamento limite de L/350 para vibrações sentidas no piso e L/250 para acessibilidade sensorial visual. O deslocamento limite é dado por:

Para o vão:

$$0,21 < \frac{L}{350} = \frac{800}{350} = 2,29 \ cm \ \rightarrow OK$$

$$0,752 < \frac{L}{250} = \frac{800}{250} = 3,2 \ cm \ \rightarrow OK$$

Para o balanço:

$$0,10 < \frac{L}{350} = \frac{2.200}{350} = 1,14 \ cm \ \rightarrow OK$$

$$0,354 < \frac{L}{250} = \frac{2.200}{250} = 1,60 \ cm \ \rightarrow OK$$

7.12.4 Verificações

A análise dos esforços para as verificações e o detalhamento da armadura de flexão são realizados por meio das regiões (faixas) da laje. Segundo Carneiro (2015), a partir das faixas, são determinados os momentos médios das barras da grelha contidas nas regiões. As faixas são definidas a partir dos critérios adotado para o pórtico equivalente (item 5.1 desse trabalho) dividindo os vãos em quatro faixas iguais, conforme as Figura 75 e 76. A Figura 77 mostra as faixas analisadas.



Fonte: O Autor (2017)



Figura 76 - Faixas internas e externas na direção Y

Fonte: O Autor (2017)

7.12.4.1 Estado limite último (ELU) no ato da protensão

Para esta verificação, é utilizado a combinação da equação 47. As figuras a seguir mostram os diagramas dos momentos fletores para o carregamento do peso próprio, protensão inicial e a combinação no ato da protensão. A cor azul representa os momentos positivos e a cor vermelha os momentos negativos.





Fonte: O Autor (2017)





Fonte: O Autor (2017)





Fonte: O Autor (2017)

As tensões de compressão e tração da laje devem estar entre os limites calculado no item 7.9. Dessa forma, deve obedecer às seguintes expressões:

$$\sigma_{compressão} \leq 24,9 MPa$$

$$\sigma_{tração} \leq 3,90 MPa$$

As tensões são calculadas no Estádio I conforme a equação abaixo.

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{W} \tag{56}$$

Onde:

P é o esforço normal devido a força de protensão inicial;

 A_c é a área da faixa analisada;

W é o momento estático da seção dado por: $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$.

Os parâmetros para o cálculo das tensões estão mostrados na Tabela abaixo. A faixa utilizada para obtenção dos valores momentos médios de momento são na direção x e na direção y, conforme Figura 77. A faixa considerada é utilizada em todas as verificações.

| Faixas | B(m) | H(m) | A(m²) | W(m³) | ^P imediatas A (MPa) | (MPa) | | | |
|---------|------|------|-------|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|--|--|--|
| Pilares | 3,5 | 0,20 | 0,7 | $\frac{3,5.0,2^2}{6} = 0,023$ | $\frac{16.140,20}{0,7} = 3,20$ | $\frac{16.122,20}{0,7} = 2,79$ | | | |
| Interna | 1,75 | 0,2 | 0,35 | $\frac{1,75.0,2^2}{6} = 0,012$ | $\frac{4.140,20}{0,35} = 1,60$ | $\frac{4.122,20}{0,35} = 1,40$ | | | |

Tabela 30 – Parâmetros para cálculo das tensões na direção x

Fonte: O Autor (2017)

| Faixas | B(m) | H(m) | A(m²) | W(m³) | ^P imediatas A (MPa) | <u>P_{totais}</u> A (MPa) |
|---------|------|------|-------|-------------------------------|--------------------------------------|---|
| Pilares | 4,0 | 0,20 | 0,8 | $\frac{4,0.0,2^2}{6} = 0,027$ | $\frac{10.139,90}{0,8} = 1,74$ | $\frac{10.121,90}{0,8} = 1,52$ |
| Interna | 2,0 | 0,2 | 0,4 | $\frac{2,0.0,2^2}{6} = 0,013$ | $\frac{4.139,90}{0,4} = 1,40$ | $\frac{4.121,90}{0,4} = 1,22$ |

Tabela 31 - Parâmetros para cálculo das tensões na direção y

Fonte: O Autor (2017)

a) Compressão

$$\sigma = 3,20 + \frac{\frac{14,36.3,5}{0,023}}{1000}$$

 $\sigma = 5,39 MPa$

b) Tração

$$\sigma = 1,74 - \frac{\frac{10,29.4}{0,027}}{1000}$$

 $\sigma = 0,19 MPa$

$$0,19 MPa \le 3,90 MPa$$

Logo, conforme critérios da NBR 6118:2014, a laje atende ao ELU no ato da protensão.

7.12.4.2 Estado limite de formação de fissuras (ELS-F)

Para a verificação da fissuração, é utilizado a combinação da equação 45 indica se a seção sofre fissuração. A figura a seguir mostra os diagramas dos momentos fletores para o carregamento da combinação frequente.



Fonte: O Autor (2017)

A verificação de fissuração é atendida se a expressão abaixo for satisfeita:

$$\sigma_{t,m\dot{a}x} \leq f_{ctk,inf}$$
(57)
$$f_{ctk,inf} = 0.21. f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$
$$f_{ctk,inf} = 2.85 MPa$$

A tensão máxima é dada por:

- Faixa dos pilares

$$\sigma = 2,79 - \frac{\frac{24.3,5}{0,023}}{1000}$$

$$\sigma = -0,86 MPa (Tração)$$

- Faixa interna

$$\sigma = 1,22 - \frac{\frac{5,51.2}{0,013}}{1000}$$

 $\sigma = 0,37 MPa$ (*Compressão*)

Logo, apesar de existir tração na seção transversal da laje para a combinação frequente de carregamento, ela está dentro do limite, portanto, segundo critério da NBR 6118:2014, o ELS-F é atendido. Dessa forma, o ELS-W é atendido automaticamente.

7.12.4.3 Armadura passiva mínima

A NBR 6118:2014 recomenda que para lajes lisas com armadura ativa não aderente, as armaduras passivas positivas devem respeitar os valores mínimos da Tabela 31 e Tabela 32 e a armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \ge 0,00075. h. l$$
 (58)

Onde:

h é a altura da laje;

I é o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Essa armadura deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios, acrescida de 1,5 h para cada lado.

| Armadura | Elementos estruturais sem armaduras ativas | Elementos estruturais com armadura ativa aderente | Elementos estruturais com armadura ativa não aderente | | |
|--|--|--|--|--|--|
| Armaduras negativas | ρ _s ≥ ρ _{mín} | $\rho_{s} \geq \rho_{min} - \rho_{p} \geq 0,67 \ \rho_{min}$ | $\label{eq:rho_s} \begin{split} \rho_{s} &\geq \rho_{min} - 0.5 \; \rho_{p} \geq 0.67 \rho_{min} \\ (\text{ver 19.3.3.2}) \end{split}$ | | |
| Armaduras negativas de bordas sem continuidade | | ρ _s ≥ 0,67ρ _{mín} | | | |
| Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções | ρ _s ≥ 0,67 ρ _{mín} | ρ _s ≥ 0,67ρ _{mín} − ρ _p ≥ 0,5 ρ _{mín} | $\rho_s \ge \rho_{min} - 0.5 \rho_p \ge 0.5 \rho_{min}$ | | |
| Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção | ρs ≥ ρmín | ρ _s ≥ ρ _{mín} – ρ _p ≥ 0,5 ρ _{mín} | ρ _s ≥ ρ _{mín} − 0,5ρ _p ≥ 0,5 ρ _{mín} | | |
| Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção | A _s /s≥20 A | % da armadura principal $s/s \ge 0.9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \ge 0.5 \rho_{min}$ | - | | |
| onde $\rho_{\rm S} = A_{\rm S}/b_{\rm W} h \in \rho_{\rm I}$ | $p = A_p/b_w h.$ | | | | |

Tabela 32 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Fonte: NBR 6118:2014

| | Tabela 33 – Taxas mínimas de armadura | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------------------------------------|----|----|----|----|-----|---------|--------------------------------|---------------------|-------------------|----|----|----|
| Forma da | | | | | | Val | ores de | ۹ mín ^a % | (A _{s,mín} | /A _c) | | | |
| 36yd0 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 |

Retangular

| a | Os valore | es de pm | in estabe | elecidos r | nesta Tal | oela pres | supõem o | o uso de | aço CA-5 | 50, d/h = | 0,8 e γ _c = | = 1,4 e γ _S | = 1,15. | Caso ess | es fatore | s sejam |
|-------|------------|----------|-----------|------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|------------------------|------------------------|---------|----------|-----------|---------|
| difer | entes, pmí | n deve s | er recalc | ulado. | | | | | | | | | | | | |

0,150 0,150 0,150 0,164 0,179 0,194 0,208 0,211 0,219 0,226 0,233 0,239 0,245 0,251 0,256

A partir da equação 50 pode-se obter a armadura mínima no apoio.

 $A_{s,min(apoio)} \geq 0,00075.20.800$

 $A_{s,min(apoio)} \ge 12 \ cm^2$

85

90

Fonte: NBR 6118:2014

A região que a armadura calculada deve cobrir é dada por:

$$região = 50 + 2.(1,5.20) = 110 \ cm$$

Logo, a armadura por metro em cada região do apoio é:

$$A_{s,min(apoio)} \ge \frac{12}{1,10}$$

$$A_{s,min(apoio)} \ge 10,90 \ cm^2/metro$$

Para as demais regiões, o valor da armadura passiva mínima é dado por:

$$\rho_{s} \geq \begin{cases}
\rho_{min} - 0.5\rho_{p} \ (armaduras \ positivas \ e \ negativas) \\
0.67\rho_{min}(armaduras \ negativas) \\
0.5\rho_{min}(armaduras \ positivas)
\end{cases} (59)$$

- Direção Y da borda ao centro do vão:
- *f_{ck}* = 50MPa;
- Pela Tabela 33, $ho_{min}=$ 0,208;

$$\rho_{s} \geq \begin{cases} 0,00208 - 0.5.\frac{12.0.99}{600.20} \cong 0.16\% \\\\ 0,67.0,0028 = 0.14\% \\\\ 0,5.0,0028 = 0.1\% \end{cases}$$

• Direção Y de centro a centro do vão:

$$\rho_{s} \geq \begin{cases} 0,00208 - 0.5.\frac{16.0.99}{800.20} \cong 0.16\% \\ 0,67.0,0028 = 0.14\% \\ 0.5.0,0028 = 0.1\% \end{cases}$$

Logo, a armadura mínima por metro é calculado a partir do maior valor encontrado para ρ_s .

$$A_{s,min} = \frac{0,16.100.20}{100} = 3,2 \ cm^2/m$$

Para a direção x a armadura mínima é dada por:

$$\rho_{s} \geq \begin{cases} 0,00208 - 0.5. \frac{16.0,99}{700.20} \cong 0.167\% \\ 0,67.0,0028 = 0.14\% \\ 0.5.0,0028 = 0.1\% \end{cases}$$

$$A_{s,min} = \frac{0,167.100.20}{100} = 3,34 \ cm^2/m$$

7.12.4.4 Verificação quanto ao ELU de ruptura por flexão

Para essa verificação, é utilizado a combinação da equação 48. A figura a seguir mostra os diagramas dos momentos fletores para o carregamento do ELU no tempo infinito.



Fonte: O Autor (2017)

Para a verificação da estrutura no ELU, Emerick (2002, apud Veríssimo, 1998), apresenta o seguinte procedimento para o cálculo da capacidade resistente de uma seção de concreto protendido ao momento fletor:

- Determina-se o valor de cálculo da força de protensão;
- Calcula-se o pré-alongamento da armadura ativa;
- Determina-se o alongamento e a respectiva tensão no aço de protensão, em função da rotação da seção provocada pelo momento fletor. No caso de cabos aderentes, a determinação desse alongamento é feita com base na hipótese de aderência perfeita entre aço e concreto. Entretanto, no caso de cabos não aderentes, a análise pode ser feita de forma aproximada levando em conta um coeficiente de aderência, entre o cabo e a laje, o qual pode variar entre 0 (cabo idealmente não aderente) e 1 (cabo aderente).
- Verifica-se o equilíbrio da seção. Caso a força de tração na armadura ativa seja menor que a força de compressão no concreto, deve ser acrescentada uma armadura passiva complementar. Caso a força de tração na armadura ativa seja maior ou igual a força de compressão no concreto, a armadura é suficiente para suportar o carregamento atuante. Neste caso, deve-se colocar a armadura passiva mínima recomendada pela norma.

A figura abaixo apresenta o esquema de forças em uma seção no Estádio III considerando o diagrama retangular equivalente de tensões no concreto.



Figura 83 - Seção de concreto protendido no Estádio III

Tonte. Emerick (200

O equilíbrio da seção é dado por:

$$\sum F_H = 0 \qquad R_{cc} = R_{pt} + R_{st} \tag{60}$$

$$\sum F_{H} = 0 \qquad M_{d} = R_{cc} \cdot Z_{1} + R_{st} \cdot Z_{2}$$
(61)

Cálculo do pré-alongamento da armadura ativa

A Figura 84 apresenta uma peça protendida submetida apenas à força de protensão. A tensão normal no concreto na fibra correspondente ao centro de gravidade da armadura vale σ_{cp} .



A Figura 85 representa o estado de descompressão da seção (neutralização), que representa uma situação fictícia onde através da aplicação de uma força externa Pn= P + Δ P de magnitude tal que anula a tensão no concreto na fibra correspondente ao centro de gravidade da armadura. A força de neutralização é dada por:

$$P_n = P_d + \alpha_p . A_p . \sigma_{cp} \tag{62}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} \tag{63}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{b.h} + 12.\frac{P_d.e_p^2}{b.h^3}$$
(64)

Onde:

 P_d é força de protensão de cálculo, em geral adota-se $P_d = \gamma_p P_\infty$ (protensão no tempo infinito após todas as perdas);

 A_p é a área da armadura ativa;

 E_p é o módulo de elasticidade do aço de protensão;

 e_p é a excentricidade do centro de gravidade de cabo em relação ao centro de gravidade da seção;

h é a altura da seção;

b é a largura da seção, geralmente adotada como 1 metro.

• Cálculo da tensão da armadura ativa

Conforme visto no item 7.9 desse trabalho, deve-se ser feito um acréscimo nas tensões da armadura ativa respeitando a relação vão/altura devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação. Dessa forma, a tensão da armadura ativa é dada por:

Para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$$\sigma_{\rm p} = \sigma_{\rm pn} + 70 + \frac{f_{ck}}{100\rho_{\rho}} \le \sigma_{pe} + 420$$
(65)

Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\sigma_{\rm p} = \sigma_{\rm pn} + 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_{\rho}} \le \sigma_{pe} + 210$$
 (66)

Onde:

$$\sigma_{pn} = \frac{P_n}{A_p};$$

 σ_{pe} é a tensão efetiva na armadura protendida após todas as perdas;

 f_{pyk} é a tensão de escoamento da armadura protendida;

- Faixa na direção X
- Cálculo da tensão na armadura ativa

$$\alpha_p = \frac{200}{39,60} = 5,05$$

$$\sigma_{cp} = \left(\frac{122,20}{1.0,20} + 12.\frac{122,20.0,07^2}{1.0,20^3}\right) / 1000 = 1,51 \, MPa/cabo$$

$$P_n = 122,20 + 5,05.0,99.10^{-4}$$
. 1,51.1000 = 122,89 kN/cabo

Sendo L/h = 800/20 = 40 >35, temos:

$$\sigma_{\rm p} = \frac{\frac{122,89.16}{0,99.10^{-4}.3,5}}{1000} + 70 + \frac{50}{300.0,0027} \le \frac{\frac{16.122,20}{3,5.0,99.10^{-4}}}{1000} + 210$$

$$\sigma_{\rm p} = 5804,92 \, MPa \le 5852,71 \, MPa$$

$$\sigma_{\rm pd} = \frac{5804,92}{1,15} = 5047,76 \, MPa$$

• Equilíbrio da seção

O momento que será utilizado os cálculos para o equilíbrio da seção será o valor da média dos momentos obtidos nas barras das grelhas na combinação do ELU no tempo infinito das respectivas faixas, acrescido ao efeito hiperestático, conforme a equação 33 desse trabalho. Os cálculos são feitos a partir da largura de 1 metro.

O cálculo do momento isostático é dado por:

$$M_{isost} = \frac{16.122,20.\pm(0,07)}{3,5} = \pm 39,10 \ kN.m$$

Para o momento negativo na faixa dos apoios da direção x, temos:

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost}$$

$$M_{hiper} = 43,86 - 39,10 = 4,76 \text{ kN. } m$$

$$M_{sd} = 1,4. M_{g1,g2,g3,q} + 0,9 M_{hiper}$$

$$M_{sd} = 1,4. (-102,18) + 0,9.4,76 = -138,77 \text{ kN. } m$$

$$M_{sd} = R_{cc}.Z \tag{67}$$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot b \cdot 0.8x \cdot (d_p - 0.4x)$$
(68)

$$M_{sd} = 0.85. \frac{500}{1.4}. 100.0.8x. (17 - 0.4x)$$

$$1387700 = 0.85. \frac{500}{1.4}. 100.0.8x. (17 - 0.4x)$$

 $x = 3,68 \ cm$

$$R_{cc} = 0,85.\frac{50}{1,4}.100.0,8.0,368$$

$$R_{cc} = 893,71 \, kN$$

$$R_{pt} = \frac{5047,76}{10} \cdot 0,99 = 499,73 \ kN$$

 $R_{pt} < R_{cc}$

Como a força de tração na armadura ativa é menor que a força de compressão no concreto, deve ser acrescentada uma armadura passiva complementar, dada por:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \tag{69}$$

$$A_{s} = \frac{(893,71 - 499,73)}{\frac{50}{1,15}} = 9,06 \frac{cm^{2}}{m} < A_{s,min(apoio)} = 10,90 \frac{cm^{2}}{m}$$

Portanto, em todos os apoios será colocado a armadura passiva mínima negativa.

Para o momento positivo na faixa da direção x, temos:

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost}$$

 $M_{hiper} = -25,08 - (-39,10) = 14,02 \ kN.m$

 $M_{sd} = 1, 4. M_{g1, g2, g3, q} + 1, 2 M_{hiper}$

 $M_{sd} = 1,4.(39,08) + 1,2.(14,02) = 71,54 \text{ kN}.m$

$$M_{sd} = R_{cc}.Z$$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{f_{ck}}{1.4}. b. 0.8x. (d_p - 0.4x)$$

$$M_{sd} = 0,85.\frac{500}{1,4}.100.0,8x.(17 - 0,4x)$$

$$715400 = 0.85. \frac{500}{1.4} \cdot 100.0.8x \cdot (17 - 0.4x)$$
$$x = 1.81 \ cm$$
$$R_{cc} = 0.85. \frac{50}{1.4} \cdot 100.0.8.0.181$$
$$R_{cc} = 439.57 \ kN$$
$$R_{pt} = \frac{5047.76}{10} \cdot 0.99 = 499.73 \ kN$$

$$R_{pt} > R_{cc}$$

Como a força de tração na armadura ativa é maior que a força de compressão no concreto, a armadura é suficiente para suportar o carregamento atuante. Portanto, será utilizado apenas a armadura passiva mínima positiva.

- Faixa na direção Y

• Cálculo da tensão na armadura ativa

$$\alpha_p = \frac{200}{39,60} = 5,05$$

$$\sigma_{cp} = \left(\frac{121,90}{1.0,20} + 12.\frac{121,90.0,07^2}{1.0,20^3}\right) / 1000 = 1,50 \text{ MPa/cabo}$$

$$P_n = 121,90 + 5,05.0,99.10^{-4}.1,50.1000 = 122,65 \ kN/cabo$$

Sendo L/h = 700/20 = 35, temos:

$$\sigma_{\rm p} = \frac{\frac{122,65.10}{0,99.10^{-4}.4}}{1000} + 70 + \frac{50}{100.0,0015} \le \frac{\frac{10.121,90}{4.0,99.10^{-4}}}{1000} + 420$$

$$\sigma_{\rm p} = 3500,55 \, MPa \le 3507,64 \, MPa$$

$$\sigma_{\rm pd} = \frac{3500,55}{1,15} = 3043,97 \, MPa$$

• Equilíbrio da seção

O momento que será utilizado os cálculos para o equilíbrio da seção será o valor da média dos momentos obtidos nas barras das grelhas na combinação do ELU no tempo infinito das respectivas faixas, acrescido ao efeito hiperestático, conforme a equação 33 desse trabalho. Os cálculos são feitos a partir da largura de 1 metro.

O cálculo do momento isostático é dado por:

$$M_{\text{isost}} = \frac{2.121,90.\pm(0,07).100}{100} = \pm 17,10 \text{ kN.m}$$

Para o momento negativo na faixa dos apoios da direção y, temos:

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost}$$

$$M_{hiper} = 43,86 - 17,10 = 26,76 \ kN. m$$

$$M_{sd} = 1,4.M_{g1,g2,g3,q} + 0,9M_{hiper}$$

 $M_{sd} = 1,4.(-102,18) + 0,9.26,76 = -118,96 \ kN.m$

$$M_{sd} = R_{cc}.Z$$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{f_{ck}}{1.4} . b. 0.8x. (d_p - 0.4x)$$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{500}{1.4} \cdot 100.0.8x \cdot (17 - 0.4x)$$

$$1189600 = 0,85.\frac{500}{1,4}.100.0,8x.(17 - 0,4x)$$

$$x = 3,10 \ cm$$

$$R_{cc} = 0,85.\frac{50}{1,4}.100.0,8.0,31$$

$$R_{cc} = 752,85 \ kN$$

$$R_{pt} = \frac{3043,97}{10} \cdot 0,99 = 301,35 \, kN$$

$$R_{pt} < R_{cc}$$

Como a força de tração na armadura ativa é menor que a força de compressão no concreto, deve ser acrescentada uma armadura passiva complementar, dada por:

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{(752,85 - 301,35)}{\frac{50}{1,15}} = 10,38 \frac{cm^2}{m} < A_{s,min(apoio)} = 10,90 \frac{cm^2}{m}$$

Portanto, em todos os apoios será colocado a armadura passiva mínima negativa.

Para o momento positivo na faixa da direção y, temos:

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost}$$

$$M_{hiper} = -22,59 - (-17,10) = -5,49 \ kN.m$$

$$M_{sd} = 1,4. M_{g1,g2,g3,q} + 1,2 M_{hiper}$$

 $M_{sd} = 1,4.(36,08) + 1,2.(-5,49) = 43,92 \ kN.m$

$$M_{sd} = R_{cc}.Z$$

$$M_{sd} = 0,85.\frac{f_{ck}}{1,4}.b.0,8x.(d_p - 0,4x)$$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{500}{1.4} \cdot 100.0.8x. (17 - 0.4x)$$

$$439200 = 0,85.\frac{500}{1,4}.100.0,8x.(17 - 0,4x)$$

$$x = 1,10 \ cm$$

$$R_{cc} = 0,85.\frac{50}{1,4}.100.0,8.0,110$$

$$R_{cc} = 267,14 \, kN$$

$$R_{pt} = \frac{3043,97}{10} \cdot 0,99 = 301,35 \ kN$$

 $R_{pt} > R_{cc}$

Como a força de tração na armadura ativa é maior que a força de compressão no concreto, a armadura é suficiente para suportar o carregamento atuante. Portanto, será utilizado apenas a armadura passiva mínima positiva.

Para o momento negativo na faixa da direção y, temos:

$$M_{hiper} = M_p - M_{isost}$$

 $M_{hiper} = -22,59 - (-17,10) = -5,49 \ kN.m$

$$M_{sd} = 1,4. M_{g1,g2,g3,q} + 1,2 M_{hiper}$$

 $M_{sd} = 1,4.(-14,51) + 1,2.(-5,49) = -21,41 \ kN.m$

 $M_{sd} = R_{cc}.Z$

$$M_{sd} = 0.85. \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot b. \, 0.8x. \, (d_p - 0.4x)$$

$$M_{sd} = 0.85.\frac{500}{1.4}.100.0.8x.(17 - 0.4x)$$

$$214100 = 0,85.\frac{500}{1,4}.100.0,8x.(17 - 0,4x)$$

$$x = 0,53 \ cm$$

$$R_{cc} = 0,85.\frac{50}{1,4}.100.0,8.0,053$$

$$R_{cc} = 128,72 \ kN$$

$$R_{pt} = \frac{3043,97}{10} \cdot 0,99 = 301,35 \ kN$$

$$R_{pt} > R_{cc}$$

Como a força de tração na armadura ativa é maior que a força de compressão no concreto, a armadura é suficiente para suportar o carregamento atuante. Portanto, será utilizado apenas a armadura passiva mínima negativa.

7.13 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para a modelagem da laje proposta pelos elementos finitos, será utilizado o software SAFE. O programa é destinado ao dimensionamento e análise de estruturas do tipo lajes, fundações, entre outros, tanto em concreto armado como em concreto protendido, utilizando o método dos elementos finitos. As Figuras 86 e 87 mostram a estrutura modelada em 2D e 3D





Fonte: O Autor (2017)

Para analisar a laje através dos elementos finitos, a estrutura foi discretizada em placas de 50x50cm para melhor visualização dos resultados. As propriedades dos materiais são definidas manualmente no software, de acordo com o que foi exposto nos parâmetros do projeto. As Figuras 88, 89, 90, 91 mostram as propriedades inseridas das cordoalhas CP190-RB, do concreto C50, da espessura da laje considerada e dos pilares, respectivamente.

| Figura 88 – Propried | ades das (| cordoalhas · | - SAFE | | | | |
|---------------------------------------|------------|--------------|--------|--|--|--|--|
| General Data | | | | | | | |
| Material Name | CP 190-RB | | | | | | |
| Material Type | Tendon | | ~ | | | | |
| Material Display Color | | Change | | | | | |
| Material Notes | Modif | y/Show Notes | | | | | |
| Material Weight | | | | | | | |
| Weight per Unit Volume | | 0 | kN/m3 | | | | |
| Uniaxial Property Data | | | | | | | |
| Modulus of Elasticity, E | | 200000 | N/mm2 | | | | |
| Other Properties for Tendon Materials | | | | | | | |
| Minimum Yield Stress, Fy | | 1710 | N/mm2 | | | | |
| Minimum Tensile Stress, Fu | | 1900 | N/mm2 | | | | |

Fonte: O Autor (2017)
| Material Name | C 50 | | |
|---|---------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| Material Type | Concrete V | | ~ |
| Material Display Color | | Change | |
| Material Notes | Modify/Show Notes | | |
| Material Weight | | | |
| Weight per Unit Volume | | 2,5E+01 | kN/m3 |
| Isotropic Property Data | | | |
| | | | |
| Modulus of Elasticity, E | | 36628 | N/mm2 |
| Modulus of Elasticity, E Poisson's Ratio, U | | 36628 0,2 | N/mm2 |
| Modulus of Elasticity, E Poisson's Ratio, U Coefficient of Thermal Expans | sion, A | 36628 0.2 1E-05 | N/mm2 |
| Modulus of Elasticity, E Poisson's Ratio, U Coefficient of Thermal Expans Shear Modulus, G | sion, A | 36628 0,2 1E-05 15261,66667 | N/mm2 1/C N/mm2 |
| Modulus of Elasticity, E Poisson's Ratio, U Coefficient of Thermal Expans Shear Modulus, G Other Properties for Concrete Ma | sion, A aterials | 36628 0,2 1E-05 15261,66667 | N/mm2 |

Figura 89 - Propriedades do concreto - SAFE

Figura 90 - Propriedades da laje - SAFE

| Property Name | 20 CM | | |
|------------------------|-------------|---|--|
| Slab Material | C 50 | ~ | |
| Display Color | Change | | |
| Property Notes | Modify/Show | | |
| Analysis Property Data | | | |
| Туре | Slab | ~ | |
| | | | |

Fonte: O Autor (2017)

| Figura 91 – F | Propriedade do | o pilar - SA | 17E |
|---------------|----------------|---|--|
| | | _ | |
| P 50x50 | | | H 🔥 H |
| C 50 | | × | |
| | Change | | \square \square \square \square \square |
| Modify/S | how Notes | | |
| | | | |
| Rectangular | | ~ | P |
| | 500 | mm | |
| | 500 | mm | |
| | Figura 91 – F | Figura 91 – Propriedade do P 50x50 C 50 C 50 Modify/Show Notes Rectangular 500 500 | Figura 91 – Propriedade do pilar - SA P 50x50 C 50 C 50 Modify/Show Notes Rectangular 500 mm |

Fonte: O Autor (2017)

7.13.1 Inserção dos carregamentos e cabos

Para a inserção do carregamento foi considerado o peso próprio com 5 kN/m², o revestimento e divisórias com 2 kN/m², a sobrecarga com 2 kN/m² e as paredes com 2,4 kN/m nos contornos. A Figura 92 mostra os casos de carregamentos inseridos no software.

| Figura 92 – Carregamentos - SAFE oad Pattems | | | |
|---|--------------------|--|--|
| Load | Туре | | |
| Sobrecarga | LIVE | | |
| Parede | SUPER DEAD | | |
| Peso próprio | DEAD | | |
| Revestimento + Divisórias | SUPER DEAD | | |
| PT-FINAL | PRESTRESS-FINAL | | |
| PT-TRANSFER | PRESTRESS-TRANSFER | | |
| Fonto: O Autor (2017) | | | |

Fonte: O Autor (2017)

Os cabos foram inseridos de acordo com a Figura 68. O programa possibilita que seja inserido feixes de cordoalhas, como mostra a Figura 93. Após essa definição, é inserido os cabos, conforme Figura 94. O programa não considera o método do carregamento equivalente para as forças que a protensão causa nos cabos. O programa usa o método dos elementos finitos que inclui os efeitos da cordoalha como uma carga. Quando um traçado parabólico é especificado para a

cordoalha, o SAFE realiza uma integração numérica através dos elementos finitos usando a função da parábola que define a geometria dos cabos.



7.13.2 Reações de apoio e deslocamentos na laje para diferentes tipos de carregamentos e combinações

Após a inserção dos carregamentos e modelagem de toda estrutura, é possível visualizar e analisar as reações de apoio em cada pilar e a deformada da laje, para diferentes tipos de carregamentos e combinações, conforme as figuras e tabelas abaixo.

| Tabela 34 - Reações de apolo - SAFE | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------|------------|---------------------------|--|--|
| | CARREGAMENTO/COMBINAÇÃO | | | | |
| FURÇA (KN) | PESO PRÓPRIO | SOBRECARGA | REVEST, DIVI. + ALVENARIA | | |
| P1 | 151,21 | 60,49 | 92,14 | | |
| P2 | 217,51 | 87,00 | 109,53 | | |
| P3 | 217,51 | 87,00 | 109,53 | | |
| P4 | 151,21 | 60,49 | 92,14 | | |
| P5 | 213,10 | 85,24 | 99,67 | | |
| P6 | 309,46 | 123,78 | 111,39 | | |
| P7 | 309,46 | 123,78 | 111,39 | | |
| P8 | 213,10 | 85,24 | 99,67 | | |
| P9 | 151,21 | 60,49 | 92,14 | | |
| P10 | 217,51 | 87,00 | 109,53 | | |
| P11 | 217,51 | 87,00 | 109,53 | | |
| P12 | 151,21 | 60,49 | 92,14 | | |
| | | | | | |

abela 34 - Reações de apoio - SAFE





Fonte: O Autor (2017)



Fonte: O Autor (2017)

Figura 97 - Deslocamentos - Revestimento, Divisórias e Parede - [mm] - SAFE



Fonte: O Autor (2017)



Figura 98 - Deslocamentos - Protensão final - [mm] - SAFE

Fonte: O Autor (2017)

| Declosementos (sm) | Pontos de análises | | | |
|-----------------------------|--------------------|-------|-------|--|
| Desiocamentos (cm) | A=C=D=F | B=E | G=H | |
| δ_{g1} | 0,494 | 0,390 | 0,293 | |
| $\delta_{g2} + \delta_{g3}$ | 0,164 | 0,146 | 0,208 | |
| δ_q | 0,198 | 0,156 | 0,117 | |
| p_∞ | -0,36 | -0,42 | -0,26 | |
| δ | 1,064 | 0,383 | 0,791 | |
| | | | | |

Tabela 35 - Deslocamentos em centímetros - SAFE

7.13.3 Momentos fletores para diferentes tipos de carregamento e combinações

Os resultados importantes para o modelo de elementos finitos são os diagramas de momento fletores e é o que será definitivamente comparado com o modelo de grelha equivalente. Assim, serão apresentados os valores apurados para cada tipo de carregamento e combinações, como mostram as figuras abaixo.



Figura 99 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Peso próprio - SAFE

Fonte: O Autor (2017)

Figura 100 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Peso próprio - SAFE



Fonte: O Autor (2017)



Figura 101- Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Sobrecarga - SAFE

Figura 102 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Sobrecarga - SAFE



Fonte: O Autor (2017)



Figura 103 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Revestimento, Divisórias e Parede - SAFE

Fonte: O Autor (2017)



Figura 104 - Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] - Revestimento, Divisórias e Parede - SAFE

Fonte: O Autor (2017)



Figura 105 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – Combinação Frequente - SAFE

Fonte: O Autor (2017)

Figura 106 – Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] – Combinação Frequente – SAFE



Fonte: O Autor (2017)



Figura 107 – Diagrama momento fletor em x [kN.m/m] – ELU tempo infinito – SAFE

Fonte: O Autor (2017)



Figura 108 - Diagrama momento fletor em y [kN.m/m] - ELU tempo infinito - SAFE

Fonte: O Autor (2017)

7.14 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesse item será comparado os resultados das reações de apoio, deslocamentos e momentos fletores obtidos no modelo de grelha equivalente e o modelo dos elementos finitos. Os deslocamentos serão comparados com os mesmos pontos de análises da figura 74. Para a comparação dos momentos fletores serão utilizados linhas auxiliares, que representam regiões da estrutura, conforme Figuras 109.



Fonte: O Autor (2017)

As Tabelas 36,37,38 mostram as reações de apoio para cada tipo de carregamento e a diferença entre os dois modelos.

| | PESO PRÓPRIO | | DIFERENÇA DO MEF |
|------------|--------------------------|-------------------------|----------------------|
| FORÇA (kN) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | EM RELAÇÃO AO MGE |
| P1 | 152,09 | 151,21 | -0,58% |
| P2 | 217,96 | 217,51 | -0,21% |
| Р3 | 217,96 | 217,51 | -0,21% |
| P4 | 152,09 | 151,21 | -0,58% |
| P5 | 212,53 | 213,10 | +0,27% |
| P6 | 307,35 | 309,46 | +0,69% |
| P7 | 307,35 | 309,46 | +0,69% |
| P8 | 212,53 | 213,10 | +0,27% |
| Р9 | 152,09 | 151,21 | -0,58% |
| P10 | 217,96 | 217,51 | -0,21% |
| P11 | 217,96 | 217,51 | -0,21% |
| P12 | 152,09 | 151,21 | -0,58% |

Tabela 36 – Comparação entre as reações de apoio – Peso próprio

Tabela 37 – Comparação entre as reações de apoio – Sobrecarga

| | SOBRECARGA | | DIFERENÇA DO MEF |
|------------|--------------------------|-------------------------|----------------------|
| FORÇA (kN) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | EM RELAÇÃO AO MGE |
| P1 | 60,84 | 60,49 | -0,58% |
| P2 | 87,19 | 87,00 | -0,21% |
| Р3 | 87,19 | 87,00 | -0,21% |
| P4 | 60,84 | 60,49 | -0,58% |
| Р5 | 85,01 | 85,24 | +0,27% |
| P6 | 122,94 | 123,78 | +0,68% |
| P7 | 122,94 | 123,78 | +0,68% |
| P8 | 85,01 | 85,24 | +0,27% |
| Р9 | 60,84 | 60,49 | -0,58% |
| P10 | 87,19 | 87,00 | -0,21% |
| P11 | 87,19 | 87,00 | -0,21% |
| P12 | 60,84 | 60,49 | -0,58% |

| | REVEST, DIVISÓRIA | AS + ALVENARIA | DIFERENÇA DO MEF |
|------------|----------------------------|-----------------------------|------------------|
| FORÇA (kN) | | | EM RELAÇÃO AO |
| | GREENA EQUIVALENTE (IVIGE) | ELEIVIENTOS FINITOS (IVIEF) | MGE |
| P1 | 92,37 | 92,14 | -0,25% |
| P2 | 109,40 | 109,53 | +0,12% |
| Р3 | 109,40 | 109,53 | +0,12% |
| P4 | 92,37 | 92,14 | -0,25% |
| P5 | 99,72 | 99,67 | -0,05% |
| P6 | 111,13 | 111,39 | +0,24% |
| Ρ7 | 111,13 | 111,39 | +0,24% |
| P8 | 99,72 | 99,67 | -0,05% |
| Р9 | 92,37 | 92,14 | -0,25% |
| P10 | 109,40 | 109,53 | +0,12% |
| P11 | 109,40 | 109,53 | +0,12% |
| P12 | 92,37 | 92,14 | -0,25% |

Tabela 38 – Comparação entre as reações de apoio – Revestimentos, divisórias + alvenaria

Conforme as tabelas acima, verifica-se que a diferença entre as reações de apoio pelos dois modelos estudados é inferior a 1%.

As Tabelas 39,40,41 mostram a diferença entre os deslocamentos da estrutura para os diferentes tipos de carregamento.

| | PONTOS DE | DIFERENÇA DO MEF EM RELAÇÃO AO MGE | | |
|-----------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---------|--|
| Deslocamentos (cm) | A=C=D=F | | | |
| | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | - | |
| δ_{a1} | 0,526 | 0,494 | -6,08% | |
| $\delta_{g2} + \delta_{g3}$ | 0,170 | 0,164 | -3,53% | |
| δ_q | 0,210 | 0,198 | -5,71% | |
| p_{∞} | -0,48 | -0,36 | -25,00% | |
| δ | 0,752 | 1,064 | +41,53% | |
| | | | | |

Tabela 39 – Comparação entre os deslocamentos – Pontos A=C=D=F

Fonte: O Autor (2017)

Tabela 40 - Comparação entre os deslocamentos - Pontos B=E

| PONTOS DE | | |
|--------------------------|--|--|
| B=E | | |
| GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | KELAÇAO AO MOE |
| 0,424 | 0,390 | -8,02% |
| 0,160 | 0,146 | -8,75% |
| 0,170 | 0,156 | -8,24% |
| -0,44 | -0,42 | -5,23% |
| 0,471 | 0,383 | -18,68% |
| | PONTOS DE B= GRELHA EQUIVALENTE (MGE) 0,424 0,160 0,170 -0,44 0,471 | PONTOS DE ANÁLISE B=E GRELHA EQUIVALENTE (MGE) ELEMENTOS FINITOS (MEF) 0,424 0,390 0,160 0,146 0,170 0,156 -0,44 -0,42 0,471 0,383 |

| | PONTOS DE | | | |
|-----------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------|--|
| Deslocamentos (cm) | cm) G=H | | | |
| | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | KELAÇAO AO IVIGE | |
| δ_{a1} | 0,260 | 0,293 | +12,69% | |
| $\delta_{g2} + \delta_{g3}$ | 0,213 | 0,208 | -2,35% | |
| δ_q | 0,100 | 0,117 | +17,00% | |
| p_∞ | -0,34 | -0,26 | -24,71% | |
| δ | 0,354 | 0,791 | +123,52% | |
| | | | | |

Tabela 41 - Comparação entre os deslocamentos - Pontos G=H

Conforme as tabelas 39,40,41, verifica-se que a diferença entre os deslocamentos para a flecha diferida com a combinação quase permanente pelos dois modelos estudados pode chegar até 123,52%.

As Tabelas 42,43,44,45 apresentam as diferenças entre os momentos fletores para análise por grelha equivalente e método dos elementos finitos. Os momentos fletores obtidos pela grelha equivalente, para as regiões comparadas com os elementos finitos, devem ser divididos por 0,5 afim de se obter um valor de momento fletor por metro. As denominações das regiões comparadas são definidas pela Figura 109.

| e sobrecarga) | | | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|--|--|
| MOMENTOS FLETORES EM X | M(g1+g2+g3+q) | | DIFERENÇA DO MEF EM | | |
| (kN.m/m) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | RELAÇÃO AO MGE | | |
| RX2-RY3 | 35,82 | 31,91 | -10,92% | | |
| RX2-RY5 | 28,92 | 25,87 | -10,55% | | |
| RX3-RY3 | 23,32 | 25,5 | 9,35% | | |
| RX3-RY5 | 18,02 | 19,03 | 5,60% | | |
| RX4-RY5 | 34,88 | 27,52 | -21,10% | | |
| RX4-RY3 | 40,46 | 33,2 | -17,94% | | |
| RX4-RY1 | -27,72 | -22,32 | -19,48% | | |
| RX3-RY1 | -3,08 | -3,93 | 27,60% | | |
| RX4-RY4 | -62,24 | -60,39 | -2,97% | | |
| RX2-RY4 | -73,68 | -50,3 | -31,73% | | |

Tabela 42 – Comparação dos momentos fletores em x (peso próprio, revestimento, divisórias, parede e sobrecarga)

| e eebreedigu) | | | | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|--|--|--|
| MOMENTOS FLETORES EM Y | M(g1+g2+g3+q) | | DIFERENÇA DO MEF EM | | | |
| (kN.m/m) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | RELAÇÃO AO MGE | | | |
| RX2-RY3 | -0,98 | -0,93 | -5,10% | | | |
| RX2-RY5 | -1,86 | -1,75 | -5,91% | | | |
| RX3-RY3 | 10,54 | 8,42 | -20,11% | | | |
| RX3-RY5 | 9,28 | 7,66 | -17,46% | | | |
| RX4-RY5 | -6,34 | -6,94 | 9,46% | | | |
| RX4-RY3 | -6,96 | -4,22 | -39,37% | | | |
| RX4-RY1 | -34,32 | -32,62 | -4,95% | | | |
| RX3-RY1 | 25,26 | 23,91 | -5,34% | | | |
| RX4-RY4 | -108,52 | -92,91 | -14,38% | | | |
| RX2-RY4 | -78,36 | -83,69 | 6,80% | | | |

Tabela 43 – Comparação dos momentos fletores em y (peso próprio, revestimento, divisórias, parede e sobrecarga)

Tabela 44 – Comparação dos momentos fletores em x (ELU no tempo infinito)

| MOMENTOS FLETORES EM | ELU no tempo infinito | | DIFERENÇA DO MEF EM |
|----------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|
| X (kN.m/m) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | RELAÇÃO AO MGE |
| RX2-RY3 | 27,3 | 26,79 | -1,87% |
| RX2-RY5 | 19,78 | 18,42 | -6,88% |
| RX3-RY3 | 20,68 | 22,75 | 10,01% |
| RX3-RY5 | 9,06 | 10,74 | 18,54% |
| RX4-RY5 | 24,9 | 17,85 | -28,31% |
| RX4-RY3 | 30,44 | 29,83 | -2,00% |
| RX4-RY1 | -12,6 | -8,1 | -35,71% |
| RX3-RY1 | -3,12 | -3,32 | 6,41% |
| RX4-RY4 | -79,4 | -61,03 | -23,14% |
| RX2-RY4 | -65,84 | -46,56 | -29,28% |

Fonte: O Autor (2017)

Tabela 45 – Comparação dos momentos fletores em y (ELU no tempo infinito)

| MOMENTOS FLETORES EM | ELU no tempo infinito | | DIFERENÇA DO MEF EM |
|----------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|
| Y (kN.m/m) | GRELHA EQUIVALENTE (MGE) | ELEMENTOS FINITOS (MEF) | RELAÇÃO AO MGE |
| RX2-RY3 | 6,6 | 5,42 | -17,88% |
| RX2-RY5 | 9 | 5,072 | -43,64% |
| RX3-RY3 | 12,24 | 11,59 | -5,31% |
| RX3-RY5 | 12,4 | 11,29 | -8,95% |
| RX4-RY5 | -5,06 | -5,1 | 0,79% |
| RX4-RY3 | 3,4 | 2,6 | -23,53% |
| RX4-RY1 | -41,86 | -34,35 | -17,94% |
| RX3-RY1 | 20,88 | 21,26 | 1,82% |
| RX4-RY4 | -90,98 | -87,36 | -3,98% |
| RX2-RY4 | -63,92 | -70,78 | 10,73% |

Fonte: O Autor (2017)

As Tabelas 42,43,44,45 mostram que a diferença entre os dois métodos pode ser de até 43,64% para o resultado considerando a protensão, isto é, no estado limite último.

8 CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou os procedimentos de cálculo com fundamentações teóricas relevantes para dimensionamento, à flexão, de lajes lisas protendidas, tendo como enfoque todas as recomendações da NBR 6118:2014.

A laje estudada no exemplo numérico obteve uma protensão parcial para o carregamento balanceado do peso próprio mais 10% do carregamento total, conforme Emerick (2002). A quantidade de cordoalha utilizada na laje, resultou em um índice de massa de cordoalha, por metro quadrado de área do pavimento, de 3,90 kg/m² e resultou em uma compressão média de 1,27 MPa, atendendo assim, o limite mínimo de 1 MPa estabelecida pela NBR 6118:2014.

A verificação quanto ao estado limite último no ato da protensão foi atendido em todas as faixas analisadas, assim como a verificação estado limite de formação de fissuras, onde os resultados obtidos demostraram que a estrutura atua no Estádio I (sem fissuração). Quanto a verificação do estado limite último à flexão foi constatado que todas as regiões necessitam apenas da armadura passiva mínima positiva e negativa recomendada pela norma.

Os deslocamentos e reações obtidos pelo método de grelha equivalente ao ser comparado pelo método dos elementos finitos demostram que os resultados foram muito próximos, tendo como diferença maior a flecha diferida final para os pontos do balanço. Essa diferença é dada pela inserção de carregamento da alvenaria de contorno que fora inserido na modelagem dos elementos finitos nas bordas das placas, e no modelo de grelha um carregamento linear nas barras de contorno.

Os momentos fletores resultaram em uma diferença de até 43,64%, tendo como maior resultado no modelo de grelha. A maior diferença foi encontrada no estado limite último, com consideração da protensão. Essa diferença, é devido ao modelo que o software SAFE utiliza para considerar o efeito da força de protensão na estrutura de concreto, que é através da curvatura do cabo para cada trecho utilizando os elementos finitos. Além disso, é importante destacar que os elementos de placas tratam as grandezas de forma bidirecionais e elementos lineares (grelha) grandezas lineares, resultado assim em unidirecionais. Dessa forma, é notório que por mais que se refine os elementos de grelha para aumentar a qualidade dos resultados, os dois métodos utilizados são distintos, não conseguindo assim, representar de forma exata uma solução unidirecional em bidirecional. Admite-se que, embora a modelagem de grelha

equivalente permita somente a obtenção de resultados próximos, a mesma é válida, tendo em vista que os momentos obtidos estão a favor da segurança.

Para trabalhos futuros, sugere-se que sejam feitas verificações quanto a ligação laje-pilar, isto é, considerar o efeito da punção na estrutura. Pode-se ainda, considerar diferentes tipos de distribuição dos cabos, afim de comparar os valores obtidos para o tipo concentrado e distribuído das cordoalhas aplicado nesse trabalho.

REFERÊNCIAS

AALAMI, B.O. (2007). Critical Milestones in Development of Post-Tensioned Buildings – Concrete International – 5p.

ACI 318-02. **Building Code Requirements for Structural Concrete.** Commitee 318. Detroit, 2002. 445 p.

ALMEIDA, Daniela; LOPES, Marcela; BARBOSA, Plácido. Perdas da força de protensão obedecendo aos critérios da nova norma NBR 6118 – 2003. **ENGEVISTA**-UFF, Niterói, v.5, n.10, p. 56-70, dez. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de Edificações. Rio de Janeiro, 1980.

AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1^a. ed. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

CARNEIRO, A. L. **Análise e Dimensionamento de Lajes Lisas Protendidas sem Aderência**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

CARVALHO, R. C. Análise não linear de pavimentos de edifícios de concreto armado através da analogia de grelha. 1994. 208f. Tese (Tese em Engenharia de Estruturas). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

CARVALHO, Roberto Chust & PINHEIRO, Libânio Miranda. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado, Volume 2. São Paulo, Editora Pini. 2009.

CARVALHO, Roberto Chust. Estrutura em concreto protendido: cálculo e detalhamento, 1 ed. São Paulo, Editora Pini, 2012.

CASTRO, Luís Manuel Santos. **Modelação de lajes com elementos de grelha**. Artigo, Lisboa, 2011.

CAUDURO, E. L. Manual para boa execução de Estruturas Protendidas usando cordoalhas engraxadas e plastificadas. 2. ed. Belgo Mineira, 2002.

CHOLFE, Luiz; BONILHA, Luciana. **Concreto protendido:** teoria e prática. 2 ed. São Paulo, SP: PINI, 2015.

COELHO, J.A. **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha.** Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis,2000.

COLONESE, Sandro. **Comparação entre Métodos de Análise para Lajes Lisas Protendidas com Cordoalhas Engraxadas. - Estudo de Casos -** Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos Dos Goytacazes, 2008.

EMERICK, Alexandre Anozé. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Brasília – DF, 2002.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Post-Tensioning in Buildings. Technical Report**, CEB-FIP Bulletin n. 31, 2005.

FILHO, Fernando M. A. Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas. Dissertação de Mestrado, São Carlos,2002.

Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido. Catálogo Técnico – Arcelor Mittal. 8 p.

NEVES, Luís Filipe Costa dos Santos. Comparação de modelos de grelha e de elementos finitos de laje na modelação de estruturas de edifícios de betão armado. Dissertação de Mestrado, Lisboa, 2010

MELLO, A. L. **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

MENEGATTI, Marcelo. A protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 2004.

PFEIL, W. **Concreto Protendido:** Processos construtivos, perdas de protensão. 2^a ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA.,1984.

SCHMID, Manfred Theodor. Lajes Planas Protendidas. 3ª ed. Publicação Técnica – Rudloff Industrial Ltda, 2009. 30 p.

STRAMANDINOLI, Juliana S. B. Contribuições à Análise De Lajes Nervuradas Por Analogia De Grelha. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2003.

ANEXOS



ANEXO A - Detalhamento da ancoragem passiva



ANEXO B - Detalhamento da ancoragem ativa

ANEXO C - Detalhamento da ancoragem para cabo monocordoalha DET. DA ANCORAGEM P/ CABO MONOCORDOALHA VISTA FRONTAL



