UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG

PROFMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Construindo os sólidos de Platão por meio de dobraduras

Iltilene Carvalho de Sousa

São Luís - MA
2020

Construindo os sólidos de Platão por meio de dobraduras

Iltilene Carvalho de Sousa

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Dr.Sergio Nolêto Turibus.

São Luís - MA
2020

Sousa, Iltilene Carvalho de.
Construindo os sólidos de Platão por meio de
dobraduras /Iltilene Carvalho de Sousa. - São Luís, 2020.

58 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Curso de Matemática
em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2020

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nôleto Turibus.

1. Construção de Sólidos de Platão. 2. Geometria Espacial.
3. Dobradura 4. Relação de Euler.

CDU 514.114

Construindo os sólidos de Platão por meio de dobraduras

Iltilene Carvalho de Sousa

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus.

Aprovada em: 27 de Maio de 2020.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus - UEMA
Orientador

Prof. Dr. Raimundo J. B. Brandão - UEMA

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres - UFMA

São Luís - MA
2020

Dedico esse trabalho aos meus filhos Isabel Sousa Pereira e Brayan Sousa Costa.

Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus por ter me mantido na trilha certa durante este projeto de pesquisa com saúde e forças para chegar até o final.

Sou grata aos meus pais por sempre me incentivarem e acreditarem que eu seria capaz de superar os obstáculos que a vida me apresentou.

Agradeço ao meu marido Dijair da Silva Costa e aos meus filhos Isabel Sousa Pereira e Brayan Sousa Costa por compreenderem as várias horas em que estive ausente por causa do desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr.Sergio Nolêto Turibus, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

A todos os meus amigos do curso de mestrado que compartilharam dos inúmeros desafios que enfrentamos, sempre com o espírito colaborativo.

A CAPES pelo apoio financeiro através da bolsa de mestrado.

RESUMO

A presente dissertação apresenta uma construção dos sólidos de Platão por meio da dobradura realizada no C. E. Deputado Luiz Rocha, em São Domingos do Maranhão - MA. O objetivo deste estudo foi usar uma alternativa metodológica de ensino de geometria espacial por meio de confecções de materiais concretos que possibilitassem aos alunos descobrirem as formas e as representações espaciais, com o propósito de compreender que a Matemática e a geometria estão em sua volta. Observou-se que os alunos tiveram melhor compreensão dos conteúdos estudados quando utilizaram materiais concretos que os ajudou a resolver as situações propostas. Ao manusear esses materiais a clareza dos sólidos geométricos foram ampliados pelos alunos, visto que os mesmos estavam em contato direto com os objetos. Notou-se também que houve um aprendizado das construções propostas a eles, permitindo assim verificar que a relação de Euler é verdadeira para os sólidos de Platão.
Palavras Chave: Construção de Sólidos de Platão, Geometria Espacial, Dobraduras, Relação de Euler.

ABSTRACT

The present dissertation presents a construction of Plato's solids through the folding carried out at C. E. Deputado Luiz Rocha, in São Domingos do Maranhão - MA. The objective of this study was to use a methodological alternative to show the teaching of spatial geometry by making concrete materials that would enable students to discover spatial shapes and representations, with the purpose of understanding that Mathematics and geometry are around you. It was observed that the students had a better understanding of the studied contents when using the concrete material that helped them to solve the proposed situations. When handling these materials, the clarity of the geometric solids was increased by the students, since they were in direct contact with the objects. It was also noted that there was a learning of the constructions proposed to them, thus allowing to verify that the Euler relation is true for Plato's solids.

Keywords: Plato's Solids Construction, Spatial Geometry, Folding, Euler relation.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

INTRODUÇÃO

A geometria é uma área da Matemática que tem como objeto de estudo o espaço e as figuras que a rodeia. Além de ser uma das mais antigas áreas de conhecimento, surgiu da necessidade do ser humano de medir terras, calcular áreas, construir templos, etc. O saber geométrico do aluno é construído a partir do seu primeiro contato com o espaço e com os problemas propostos diante a este contato. Olhando para a natureza, percebe-se que há uma grande quantidade de recursos para os alunos estudarem geometria, por meio da observação pode-se reconhecer formas geométricas e também ser possível identificar conceitos e propriedades.

Atualmente, tenho observado que o ensino da geometria no município de São Domingos do Maranhão não está correspondendo à grande relevância de seu papel para o ensino da Matemática, sendo ministrada de forma descontextualizada da vivencia do aluno.

Nota-se que ao perguntar aos alunos o que eles entendem por geometria e como a vê em sua volta, a maioria responde simplesmente que são formas: triângulos, quadrados, círculos, retângulos, etc. e que não conseguem identificar como ela está a seu redor; ou como ela pode ser utilizada na realização de atividades de suas vidas; ou que não sabem como aplica-la no cotidiano.

Diante de tal realidade, muitos educadores, investigam novas estratégias de ensino ou inovações nas metodologias do ensino de Geometria, com o propósito de facilitação na construção do conhecimento de seus alunos, pois a maior dificuldade encontrada pelos professores, ao abordarem Geometria Espacial, trata-se da dificuldade por parte dos alunos de desenvolverem uma visão tridimensional do mundo que os rodeia (BRASIL, 1997).

Dessa forma o ensino de matemática e de suas áreas precisam ser ensinadas usando materiais e estratégias que levem os alunos a compreender os conceitos matemáticos. Através do uso de materiais manipuláveis os alunos podem compreender a geometria de forma bem mais agradável e ao mesmo tempo conseguirão ter uma percepção espaço-temporal.

Com isso, essa dissertação tem como proposta apresentar as dobraduras (Origami) como recursos metodológicos no ensino dos sólidos geométricos, especificamente a Relação de Euler e os Poliedros de Platão. Por meio desse recurso os alunos serão capazes de identificar algumas formas geométricas planas e poderá entender melhor o conceito estudado.

Sobre essa associação, Nascimento(2013), ressalta que além dos alunos conhecerem os poliedros, figuras espaciais totalmente novas para eles, poderão também associar a geometria plana àquela, pois é impossível dissociar a primeira da segunda.

Portanto, o objetivo da presente proposta é levar pra dentro da sala de aula métodos didáticos que estimulem o interesse dos alunos pela matemática, que eles sejam capazes de percebe-la nas mais simples situações do cotidiano.

O trabalho está direcionado aos alunos do ensino médio na cidade de São Domingos do Maranhão MA, onde o mesmo irá mostrar que diferentes metodologias de ensino podem tornar as aulas mais atraentes, estimulará a participação do aluno e o induzirá a ser mais criativo.

2 FUNDAMENTOS DO ENSINO DE GEOMETRIA

2.1 Geometria em contexto

O homem desde os primórdios de sua existência, sempre teve como uma de suas características a busca frequente do saber, uma vez que procura constantemente adquirir novos conhecimentos e aperfeiçoar aqueles que já os tem.

Diante do exposto, sabe-se que o ser humano vislumbra compreender os objetos em sua volta, as diferentes formas com que eles se apresentam, como também busca modificá-los de acordo com as necessidades que surgem.

Com isso, em relação aos elementos naturais, ele procurava de alguma forma, utilizá-los a seu favor e ao mesmo tempo buscava representá-los de maneira que fosse explicada através de demonstrações e não apenas comprovada por um único meio, que seria o concreto.

> Assim, desde cedo nossos ancestrais foram aprendendo a escolher e produzir objetos adequados para caçar, pescar ou colher frutos. Também selecionaram materiais que permitiam cortar, preparar e carregar alimentos e água. Selecionaram materiais para a construção de abrigos, outros que serviam para enfeitar, e ainda outros para construir objetos sagrados. Como os povos se espalharam pelo planeta, materiais para funções semelhantes variavam de lugar para lugar (SOARES, 2009, p. 96).

Para adquirir o conhecimento acerca das formas geométricas, o homem o fazia observando o seu cotidiano, fazia comparações e relacionava tudo aquilo que estava a sua volta onde, um dos mais interessantes exemplos de conhecimento adquirido é constatado quando o homem percebeu que a Terra e o Sol tinham contornos semelhantes, e a essa capacidade de comparar e relacionar os objetos parecidos foi denominada de geometria do subconsciente.

> Esta geometria do subconsciente era empregada pelo homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior (Eves, 1992, p. 02 apud WAPPLER; GRANDO, 2014, p. 2).

A geometria é uma criação, sem sombra de dúvidas essencialmente humana, da qual mesmo não se tendo certeza de quando surgiu, sabe-se que ela nasceu muito antes de qualquer consideração teórica sobre ela mesma, logo, pode ter surgido juntamente com o próprio ser humano, quando esse sentiu a necessidade de aprender a adaptar coisas e espaços procurando satisfazer suas necessidades (SOARES, 2009).

O estudo de Soares (2009), é justificado nas palavras de Toledo e Toledo (2009), pois os autores informam que não se pode afirmar as verdadeiras origens da geometria, uma vez que a escrita que se incumbe de registrar a vida e costumes das civilizações surgiu apenas há 6 mil anos atrás, e por isso, o que se sabe a respeito de civilizações e suas contribuições para a humanidade que surgiram antes desse período, são os achados de objetos pertencentes a esses povos, mas que graças a tais vestígios é que "hoje sabemos que as grandes civilizações antigas – chinesa, hindu, mesopotâmica, egípcia – já possuíam muitas informações de natureza geométrica" (CARVALHO, 2010, p.135).

Diante dessa premissa e analisando-se o contexto da geometria, entende-se que o que culminou no seu surgimento, foi o fato de ela ser base para inúmeras necessidades que acometem o ser humano, desde fazer uma simples divisão de terras, saber a distância entre uma terra e outra, até construir moradias, monumentos, pirâmides, etc.

> As primeiras considerações feitas a respeito da geometria são muito antigas tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. Um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos foi a noção de distância (EVES, 1997 apud PIASESKI, 2010, p. 08).

Com o advento da geometria, essa passa a ser um conhecimento muito valorizado e consequentemente aprimorado na Grécia antiga por seus grandes matemáticos, dentre eles Tales de Mileto, Pitágoras, Aristóteles e Euclides, que procuravam expor suas teorias com uma certa convicção, e para isso realizavam constantes estudos sobre a relação entre os objetos, suas formas, medidas e cálculos.

2.2 A utilização da Geometria nas escolas brasileiras

A geometria começou a surgir em algumas escolas através de finalidades militares, em 1648, mas por um certo tempo era vista apenas nos cursos superiores, e em relação ao ensino secundário, muitos queriam que ela fosse reduzida do currículo ou mesmo que ela não fizesse parte do ensino de matemática. Mas, a partir da década de 1980, vemos recomendações feitas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para que o trabalho com a Geometria desde dos anos iniciais de escolarização seja mais valorizado.

Com isso, mesmo inserindo-se esse conteúdo nos livros didáticos, percebe-se que o ensino da geometria no Brasil vive momentos difíceis, uma vez que tal conteúdo é desprezado por professores e alunos, ou muitas vezes tem seu conhecimento repassado de forma fragilizada, levando assim vários autores a buscarem discussões para melhorar o quadro, uma vez que esse conteúdo é de extrema importância como mostra os PCN's:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental, porque, através dele, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive (apud TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 213-4).

Para que venha a acontecer o desenvolvimento da geometria nas escolas, é preciso que a mesma seja trabalhada com docentes atualizados para atender à demanda crescente pela busca do ensino em todas as séries.

> A geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente, os trabalhos com noções geométricas contribuem para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, e identificar irregularidades e vice e versa (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 213-4).

Andrade (2014), ainda salienta que, para o aluno:

> Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, em especial a Física. (BRASIL, 2006, p. 44).

É notório as grandes dificuldades encontradas ao ensinar geometria no nível fundamental, e essas se refletem em maiores complicações para os estudantes do Ensino Médio, em sua maioria adolescentes, e consequentemente se estende no nível superior. Santos (2016), salienta que um dos motivos é pelo fato de que as escolas sempre deixam esses conteúdos para serem estudados no fim do ano letivo e isso faz com que os professores não os aprofundem da forma que deveriam.

2.3 Os Poliedros

Alguns autores interpretam o conceito de poliedros de maneira bem sucinta, como apresentada por Machado (2000, p.16), trata-se de um objeto com muitas faces. A terminação–edro provém da palavra hedra, que em grego que dizer "face". Um poliedro tem "bicos", que são ângulos poliédricos, e faces planas.

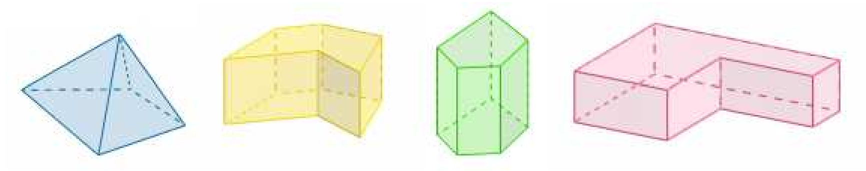
Nota-se que tal definição é expressa de forma bem simples e informal, diferente das encontradas em livros didáticos do ensino básico conforme Brinez (2013):

1. Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos de modo que cada lado de um qualquer desses polígonos é também lado de um, e apenas um outro polígono. (DANTE, 2005).

2. Poliedros são sólidos cuja superfície é formada por partes planas. Esses sólidos não têm formas arredondadas. (DOMÊNICO, 2019).

3. Toda figura geométrica de três dimensões, formada por polígonos é chamada de poliedro. (IMENES, 2006).

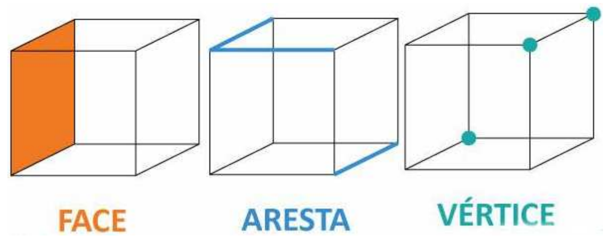
Figura 1: Alguns poliedros.



Fonte: Tridapalli (2017)

Em poliedro podemos identificar três elementos básicos: **faces** (polígonos planos), **arestas** (lado de uma face do poliedro) e **vértices** (pontos de encontro das arestas). Observe a figura abaixo.

Figura 2: Alguns poliedros.



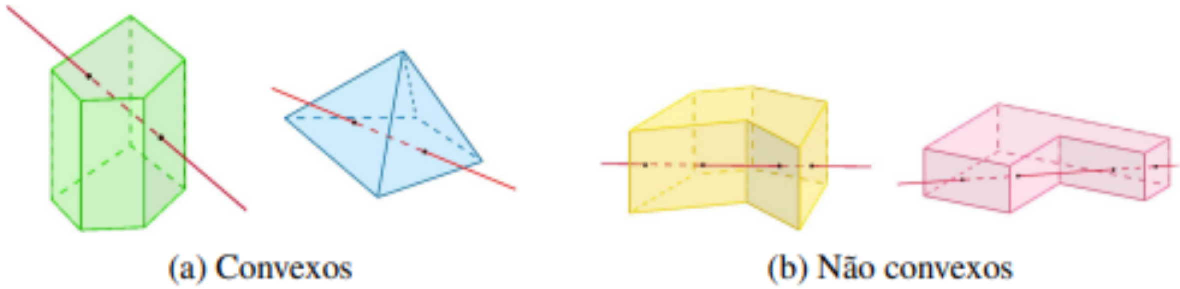
Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/cubo

Os poliedro são nomeados a partir da quantidade de polígonos existente em uma figura, ou seja, de acordo com o número n de suas faces (F).

2.3.1 Classificação de poliedros

Os poliedros podem ser convexos ou não-convexos. Dado dois pontos distintos nas faces de um poliedro, traça-se uma reta, se o segmento de reta que a intercepta estiver inteiramente na parte interna do poliedro, diremos que este é um poliedro convexo. Caso traçado uma reta e parte do segmento de reta que a intercepta não pertencer ao poliedro, esta será um poliedro não-convexo, conforme demonstra-se na figura 3.

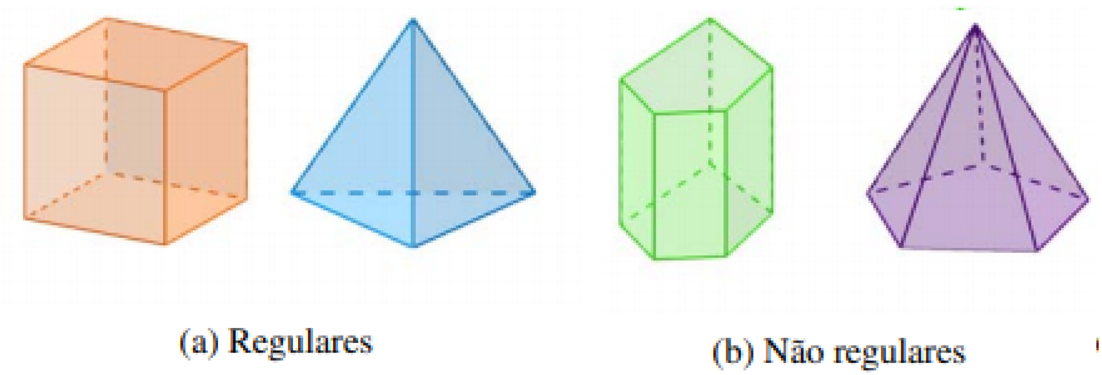
Figura 3: Poliedros convexos e não convexos.



Fonte: Tridapalli (2017)

Podemos ainda, classificar um poliedro como regular ou irregular. Os regulares são aqueles que suas faces são polígonos regulares, cada um com o mesmo número de lados e todos seus ângulos são congruentes. Já os irregulares, são aqueles que não possuem suas faces, arestas e vértices iguais. Na figura 4, apresenta-se esses poliedros.

Figura 4: Poliedros regulares e não regulares.



Fonte: Tridapalli (2017)

2.4 Relação de Euler

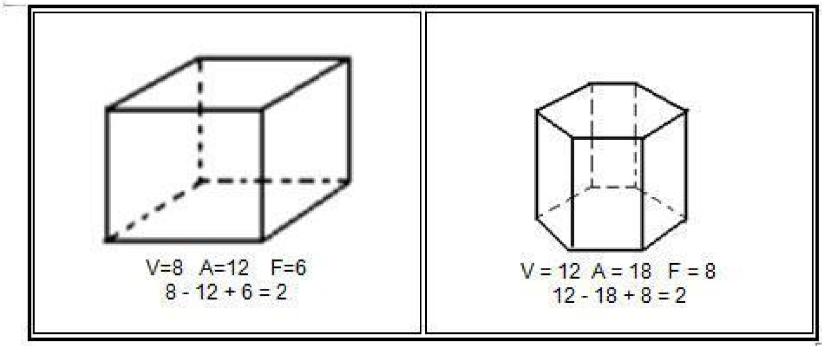
Leonhard Euler (1707-1783) foi um grande e importante matemático que nasceu em 1707 na Basileia (Suíça). Seu pai, Paul Euler, sempre se preocupou com seus estudos, colocando-o em escolas boas e com bons professores. Euler, não seguiu a mesma profissão de seu pai, mas dedicou-se aos estudos da matemática, onde ficou reconhecido até hoje por suas descobertas.

Um importante estudo feito por ele, foi relacionar o número de vértices (V), o número de arestas (A) e o número de faces (F) de um poliedro convexo, onde a soma de seus vértices com as suas faces e subtraído de suas arestas é igual a dois:

$$V - A + F = 2$$

Tal relação nos transmite um encantamento pela simplicidade e elegância de como é enunciada. Além disso, as representações dos poliedros nos permite uma clareza que $V - A + F = 2$. Como mostra as imagens apresentadas na figura 5.

Figura 5: Cubo e prisma de base hexagonal.

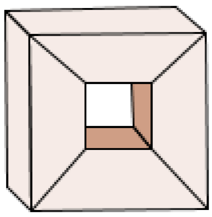


Fonte: Estudo kids, 2019

A validade desta fórmula de Euler, não ocorre para todos os poliedros, de forma generalizada como é vista no enunciado dado. O mesmo, não se preocupou em dá uma definição precisa para "poliedro". Pois, não considerava como poliedros os sólidos, como o da figura abaixo, para os quais seu teorema é falso (Wikimedia Commons).

Na figura 6, apresenta-se um exemplo de poliedro para qual $V - A + F \neq 2$. Consequentemente, $V - A + F = 16 - 32 + 16 = 0$.

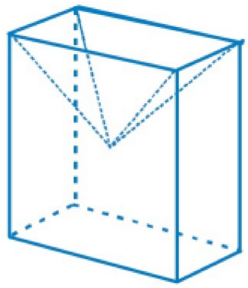
Figura 6: Poliedro.



Fonte: Wikimedia Commons - obmep, 2019

A princípio, cogitava-se que a principal propriedade para satisfazer a relação de Euler era a convexidade, mas constatou-se que para alguns poliedros não convexos a relação é verdadeira e falsa para outros não convexos, como mostram as figuras 7 e 8:

Figura 7: Poliedro não convexo para qual a relação é verdadeira.



Fonte: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-ajuda-poliedros

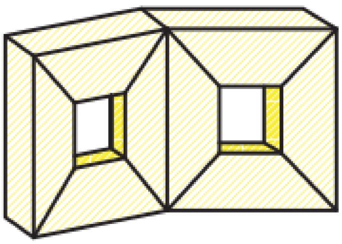
Após analisar os elementos da figura 7, pode-se obter a tabela 1.

Tabela 1: Elementos de um poliedro não convexo

Faces	9
Vértices	9
Arestas	16
V − A + F = 2	9 − 16 + 9 = 2

Em vista dos dados apresentados na tabela 1, a Relação de Euler para esse poliedro não convexo mostrou-se ser verdadeiro. Vamos a mais um exemplo, observe a figura 8.

Figura 8: Poliedro não convexo para qual a relação é falsa.



Fonte: TELA-cortar-cubos—guia-do-professor.pdf

Logo, obtemos a tabela 2.

Tabela 2: Elementos de um poliedro não convexo

Faces	30
Vértices	28
Arestas	60
V − A + F = 2	28 − 60 + 30 = - 2

Levando-se em conta o que foi observado na tabela 2, para o poliedro não convexo da figura 8, a relação de Euler é falsa.

2.5 Poliedros de Platão

Considerado um grande filósofo e matemático, Platão nasceu em meados de 427 a.C. Teve uma boa educação, assim como todos os jovens aristocratas da sua época, recebendo aulas de retórica, música, matemática e ginástica. Viajou por várias partes do mundo grego, onde adquiriu grandes conhecimentos pitagóricos.

Ao voltar para sua cidade, fundou a famosa escola "Academia", onde na sua fachada se encontrava a seguinte frase: "Que ninguém que ignore a geometria entre". Muitos jovens da época foram a sua procura em busca de instruções, bem como nobres senhores com o propósito de debater suas concepções sobre a matemática e filosofia.

> A Academia em pouco tempo despertou o interesse de muitos jovens que gostariam de ter conselhos para que rumo seguir e ao mesmo tempo de vários homens importantes, dentre eles podemos citar: Leodamas de Thasos, Árquitas de Taranto, Teeteto de Atenas, Neocleides, Eudoxo de Cnido, Amyclas de Heracleia, Menaechmus, Deinostratos, Athenaeus de Cyzicus, Hermotimus de Colofon, Felipe de Mende, Euclides, Asioteia de Filos, Lastênia de Mantineia, Aristóteles e muitos outros, que iam até a Academia para debater sobre várias ideias e assuntos. (Santos, 2015, p.15).

Através de suas observações, Platão, buscou compreender por meio do estudo geométrico a formação do Universo. Em seu tratado, Timeu, "apresenta especulações sobre a natureza do mundo físico. Nesta obra Platão misticamente associou quatro dos cinco sólidos regulares a elementos da natureza: fogo, ar, água e terra e o quinto sólido ele associou ao universo." (Brianez, 2013, p.51).

Sob o mesmo ponto de vista, Dante (2013) ressalta que:

> No diálogo Timeu (350 a.C.), Platão apresentou um estudo do Universo, que para ele consistia em formas; em objetos particulares; em Deus, o artesão; em espaço absoluto e em matéria bruta. Platão acreditava que tudo que era composto de terra, ar, fogo e água, e que a cada um desses elementos correspondia um poliedro regular – que já era conhecido dos gregos. Platão associou à terra o hexaedro (mais especificamente, o cubo) por causa de sua "estabilidade"; ao fogo, o tetraedro, ao ar, o octaedro, e à água, o icosaedro, por serem sólidos constituídos de triângulos, para ele a unidade básica de todas as coisas. O dodecaedro representava o elemento do qual o Universo seria feito. (2013, p.214).

A figura 9 representa as ideias de Platão:

Esses sólidos ficaram conhecidos como poliedros de Platão, por ele ter chegado à conclusão de que só existiam cinco poliedros regulares, descrevendo cada um deles e ao mesmo tempo procurando mostrar como eram construídos.

Um poliedro de Platão pode ser identificado satisfazendo as seguintes condições:

Figura 9: Sólidos de Platão e os cinco elementos.

Fonte: blogspot: Marlene Nunes, 2019

1. Ser regular.
2. Todas as faces têm o mesmo número de arestas.
3. Em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.
4. Vale a relação de Euler:$V - A + F = 2$.

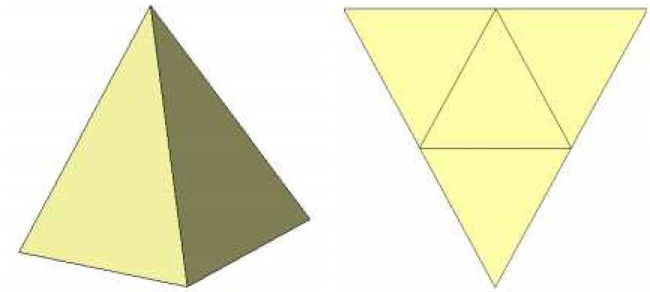
2.5.1 O tetraedro

O tetraedro é um sólido platônico, também conhecido como uma pirâmide de base triangular e que possui suas faces no formato de triângulos equiláteros iguais, conforme podemos observar na figura 10.

> Em cada vértice do tetraedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O tetraedro possui quatro faces, quatro vértices e seis arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido. (Silva, 2016, p.29)

V = 4, F = 4, A = 6
Relação de Euler: V – A + F = 2
4 – 6 + 4 = 2

Figura 10: Tetraedro 3D e planificado.



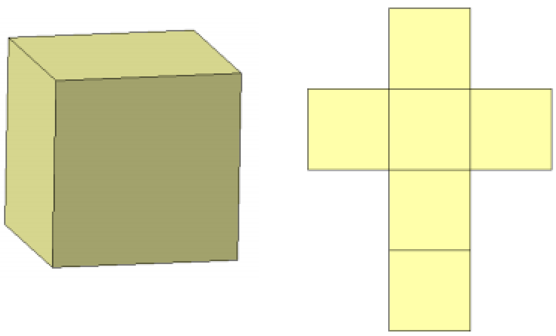
Fonte: Silva,2016

2.5.2 O hexaedro

O hexaedro é um sólido platônico que têm todas as suas faces quadrangulares, conforme podemos observar na figura 11.

> Em cada vértice do Hexaedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem quatro arestas. O Hexaedro possui seis faces, oito vértices e doze arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido. (Silva, 2016, p.29).

Figura 11: Hexaedro 3D e planificado.



Fonte: Silva, 2016

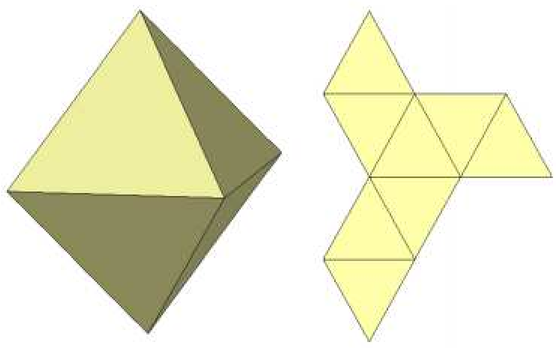
V = 8, F = 6, A = 12
Relação de Euler: V − A + F =2
8 − 12 + 6 = 2

2.5.3 O octaedro

O octaedro é um sólido platônico que possui todas suas faces no formato de triângulos equiláteros, conforme podemos observar na figura 12.

> Em cada vértice do Octaedro concorrem quatro arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O Octaedro possui oito faces, seis vértices e doze arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido. (Silva, 2016, p.30).

Figura 12: Octaedro 3D e planificado.



Fonte: Silva,2016

V = 6, F = 8, A = 12

Relação de Euler: V − A + F = 2

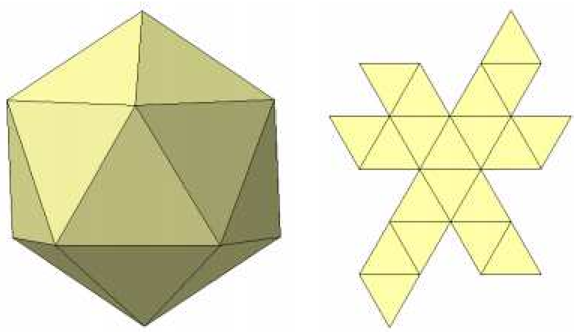
8 − 12 + 6 = 2

2.5.4 O icosaedro

O icosaedro é o maior sólido platônico formado por triângulos congruentes, conforme podemos observar na figura 13.

> Em cada vértice do Icosaedro concorrem cinco arestas e todas as faces desse poliedro possuem três arestas. O Icosaedro possui vinte faces, doze vértices e trinta arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido. (Silva, 2016, p.31).

Figura 13: Icosaedro em 3D e planificado.



Fonte: Silva,2016

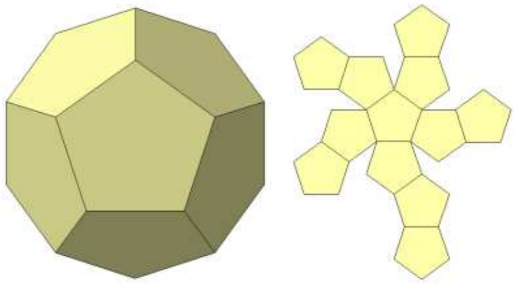
V = 12, F = 20, A = 30
Relação de Euler: V – A + F = 2
12 – 30 + 20 = 2

2.5.5 O Dodecaedro

O dodecaedro é um sólido platônico formado por polígonos pentagonais, conforme podemos observar na figura 14.

> Em cada vértice do Dodecaedro concorrem três arestas e todas as faces desse poliedro possuem cinco arestas. O Dodecaedro possui doze faces, vinte vértices e trinta arestas. A relação de Euler também é válida para esse sólido. (Silva, 2016, p.31).

Figura 14: Dodecaedro em 3D e planificado.



Fonte: Silva,2016

V = 20, F = 12, A = 30
Relação de Euler: V – A + F = 2
20 – 30 + 12 = 2

2.6 O uso do Origami no processo de ensino-aprendizagem da Geometria

Atualmente foram desenvolvidas várias formas de se trabalhar a Geometria na escola, tudo isso para que o aluno tenha melhor entendimento sobre o estudo da mesma e vença as dificuldades e que lhe faz não ter um bom aprendizado, pois o objetivo de explorar a Geometria, é mostrar exemplos com figuras geométricas, para que a aula se torne mais dinâmica e satisfatória.

> O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento mas imprevistas na prática, devido aos questionamentos dos alunos durante as aulas. Nesse caso, o professor pode precisar de diferentes materiais com fácil acesso. Enfim, o LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2006, p.7).

Assim, o mais importante de trabalhar materiais manipuláveis, como o Origami, é a coletividade que esse contexto proporciona, e, além disso, a utilização dos mesmos nas aulas de matemática oferece suporte para uma melhor aprendizagem, pois através dos exercícios propostos, busca-se o desenvolvimento da percepção. Giraffa e Rancan (2012) afirmam essa possibilidade quando diz que:

> No processo de construção e de desconstrução de um Origami, são desenvolvidos aspectos como a observação, o raciocínio, a lógica, a visão espacial e artística, a perseverança, a paciência e a criatividade. (Giraffa e Rancan, 2012).

Acredita-se com isso, que o professor, além de dispor de materiais e saber usálos, deve dar atenção especial à aprendizagem dos alunos, onde esses se sintam livres e integrados ao conteúdo, tornando-os participativos e produtivos.

O Origami é um material manipulável, e em se tratando da utilização destes recursos no ensino de Matemática, essa prática não é algo exclusivo da atualidade, pois, Rocco e Flores (s/d), em seus estudos já se deparam com o trabalho de Fiorentini e Miorim (1990), do qual afirma que "Comenius (1592 - 1671) já apontava em sua Didática Magna de 1657, a importância de se usar diversos materiais nas aulas de matemática" (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

O Origami vem sendo um material manipulável recorrido por educadores com a finalidade de proporcionar a realização de tarefas mais motivadoras. Além de fazer com que, a atenção, a imaginação, a criatividade, o poder de observação, a descoberta seja despertada no aprendiz. Toda essa discussão pode, também, promover e facilitar no desenvolvimento de atividades para o ensino-aprendizagem de conceitos geométricos. Assim sendo, ao fazer dobraduras observa-se que:

> Ao analisar os passos de construção de um Origami, percebe-se que diversas dobraduras foram utilizadas para se chegar ao resultado. Quando se observa mais atentamente os passos utilizados e suas combinações, verifica-se que novos padrões foram gerados. Definições como plano, ponto, retas paralelas, retas concorrentes, bissetriz, diagonal, etc. podem ser compreendidas por meio da visualização dos ângulos e das linhas vincadas no papel. (Gira a e Rancan, 2012).

Sobre o ensino de conceitos de matemática usando a dobradura de papel, por este se tratar de material concreto, onde o educando possa ter um contato direto, facilita e dinamiza a aprendizagem, sendo estes abordados e aceitos inclusive pelo teórico Piaget, como pode ser observado na interpretação que Levandoski (2002), fez do que Piaget tem a informar sobre esse assunto:

> Os professores fazem melhor tirando proveito das características naturais das crianças. Eles podem fazer isso provendo riquezas materiais para as crianças olharem, tocarem, manipularem e levarem de um lado para outro. Tais materiais deveriam ser usados em grau muito maior do que é comum agora nas escolas havendo inclusive recomendações para que fossem construídos modelos para ensinar geometria (LEVANDOSKI, 2002, p. 28)..

Com isso, percebe-se que conceitos de concreto e abstrato, por exemplo, podem ser facilmente fixados à mente do aluno através da utilização de materiais manipuláveis, mas não se pode esquecer que apenas "a utilização de materiais manipuláveis não é o suficiente para um ensino eficaz, pois o mais importante no ensino-aprendizagem da Matemática é a atividade mental a ser desenvolvida pelos alunos" (ROCCO; FLORES, s/d, p. 2), e a reflexão no processo e no produto.

Contudo, dentro do contexto de Geometria, quando tenta-se fixar as formas geométricas tanto planas como espaciais, suas nomenclaturas, propriedades e demonstrações, os materiais manipuláveis se fazem fundamentais como ferramenta para ajudar a criança principalmente no conteúdo a respeito da transição do objeto concreto para o abstrato.

2.6.1 A arte de dobrar papel

Quando se fala em arte de dobrar papel, logo vem em nossa mente as fantásticas figuras de animais, plantas ou outros objetos que podem ser representados com essa técnica incrível. A expressão "dobrar papel" vem dá significância à palavra origami, termo de origem japonesa composta por duas outras palavras, ori (dobrar) e gami (papel). Veja a figura 15.

Muitos estudiosos acreditam que o origami surgiu na China, lugar onde o papel foi criado no ano 105 a.C., mas foi no Japão, que essa arte milenar se desenvolveu e se expandiu pelo mundo todo.

Figura 15: Ideogramas ori e kami.

Fonte: http://origami.club/historia-do-origami/

No início, essa arte era realizada apenas pela nobreza, devido o papel ser muito caro na época. Tempos depois é que ela foi se popularizando, passando a ser transmitida de geração a geração, criando assim, um laço familiar. Aschenbach et.al (1990, p.27) afirma que o origami, manifestação da arte de um povo, nasce do amor, pois vai sendo transmitido de pai para filho, de geração a geração, com todos os detalhes e cuidados que a cultura mantém.

Em 1797, a tradição de transmitir oralmente as instruções de como fazer um origami chega ao fim, logo após as mesmas passaram a ser publicadas em livros. O livro titulado Como Dobrar Mil Garças, foi o primeiro a divulgar as orientações de construções de origami; já em 1876, as escolas japonesas passam a ensiná-la como uma matéria obrigatória.

No século VIII, os mouros levaram essa técnica para a Espanha, mas sua religião (a mulçumana) não os permitiam que criassem formas de animais, sendo assim, a utilizavam para estudar conceitos geométricos.

Os origamistas, assim chamado quem pratica essa arte, atentam para um princípio básico que devemos ter na hora de confeccionar um origami, a não utilização de cola ou tesoura, manusear apenas o papel. Ferreira (2013) menciona que "muitas outras circunstâncias poderão surgir durante as aulas, sendo que em algumas atividades serão necessárias recortes, encaixes e colagens".

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O referido trabalho tem por base um estudo bibliográfico com contribuições teóricas de vários autores que realizaram trabalhos sobre as formas de utilizar a dobradura como um recurso didático para o ensino-aprendizagem de Geometria e de pesquisa num ambiente direcionado. Conforme Martins (2000, pág. 28): "trata-se, portanto, de um estudo para conhecer as contribuições científicas sobre o tema, tendo como objetivo recolher, selecionar, analisar e interpretar as contribuições teóricas existentes sobre o fenômeno pesquisado".

A pesquisa em si tem caráter exploratório, descritivo e explicativo, segundo Martins (2000, pág. 30) “se constitui na busca de maiores informações sobre o assunto com a finalidade de formular problemas e hipóteses”. Entretanto a busca com base na coleta de dados dar-se-á de forma descritiva apresentando os resultados dos relatos dos alunos sobre a importância de trabalhar com materiais manipuláveis nas escolas.

Para a coleta de dados foi realizado a pesquisa de campo no C. E. Dep. Luiz Rocha, dos quais para obter os dados necessários à formulação da presente dissertação, observou a escola campo, como também houve aplicação da prática pedagógica, tais como planejamento, ensino dos conteúdos e atividades.

Após isso, buscando atender as necessidades encontradas por meio dos dados coletados, apresentou-se uma aula sobre elementos fundamentais da Geometria e Poliedros aos alunos do 2 ano do Ensino Médio do Centro de Ensino Deputado Luiz Rocha (uma turma de 24 alunos), propondo-se a construção junto dos mesmos dos Poliedros de Platão por meio de dobradura de papel, além da aplicação e desenvolvimento de uma sequência de atividades, onde o material servirá para análise de dados.

No primeiro momento, com o intuito de conhecer a realidade do ensino da geometria dessa turma, aplicou-se a primeira atividade intitulada como Atividades de reconhecimento entre figuras planas e espaciais (Apêndice A) em busca de verificar os fatores que levam a impossibilidade de sua verdadeira aplicação. Conforme Ferreira (2013, p.49) tais atividades tem o propósito de verificar se o aluno possui uma visão tridimensional das guras apresentadas a ele, se o mesmo pode relacionar representações bidimensionais à sua respectiva forma espacial, conhecer a nomenclatura das figuras geométricas mais comuns e diferenciar corretamente a definição de figuras planas e espaciais.

Por meio dessa técnica, pode-se analisar de forma direta o comportamento dos envolvidos no processo aprendizado no que se refere ao ensino da Geometria. Com este propósito, buscou-se explorar as opiniões e as situações vivenciadas desses 24 alunos.

De acordo com Silva (2010, p.33) investigar as salas de aula antes de se aplicar o trabalho é fundamental para se obter o resultado esperado por tal com aplicação, e assim verificar quais condições será necessário para a melhoria do ensino dentro das salas.

No segundo momento, após a explanação de algumas noções de geometria e alguns conteúdos específicos deu-se continuidade com a proposta de utilizar o Origami (um recurso lúdico nas aulas de geometria) com a atividade ““Descobrindo os Poliedros de Platão utilizando dobradura modular” (Apêndice B). Tal atividade para Ferreira (2013, p.73) têm “como objetivo principal propiciar ao aluno condições necessárias para que o mesmo conclua que existem apenas cinco tipos de poliedros regulares”.

Para a realização dessa atividade, a turma foi dividida em 4 grupos de 6 alunos, onde os mesmos foram solicitados a construir os poliedros de Platão por meio da confecção de módulos. Assim, sob a orientação do pesquisador, os alunos puderam está produzindo os módulos individuais que serviram como faces para os sólidos platônicos conforme as orientações apresentadas abaixo.

3.1 Caracterização da escola

A pesquisa dessa proposta foi realizada no Centro de Ensino Deputado Luiz Rocha, uma escola pública da rede estadual de ensino, localizada em São Domingos do Maranhão.

A referida escola, localizada no centro da cidade, atende um público com cerca de 712 alunos, possui um quadro de 62 funcionários e oferece vagas para o ingresso de alunos no Ensino Médio Regular e Supletivo (EJA), sendo estes distribuídos nos turnos matutino, vespertino e noturno.

O C.E. Dep. Luiz Rocha é bem conceituado, pois apresenta iniciativas motivadoras que ajudam a fazer a diferença na comunidade escolar, recebe alunos da sede e de interiores do município. Em relação a sua estrutura física é uma das melhores do município.

O prédio é organizado da seguinte forma: possui uma sala para a direção e outra para os professores, tem sete salas de aula ativas, climatizadas por intermédio de ventiladores, quadro branco e possuem uma boa iluminação. Há também, um laboratório de informática, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), quadra de esportes descoberta, cozinha, biblioteca, banheiro dentro do prédio e um pátio coberto.

Com base no Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola, a mesma afirma oferecer atividades diversificadas para os alunos como: Xadrez, aulas preparatórias para o Enem, laboratório de informática e desenvolvimento de projetos educativos, enfim, os discentes que lá estudam, em se tratando de uma instituição pública, foram contemplados com um ambiente de razoável estrutura.

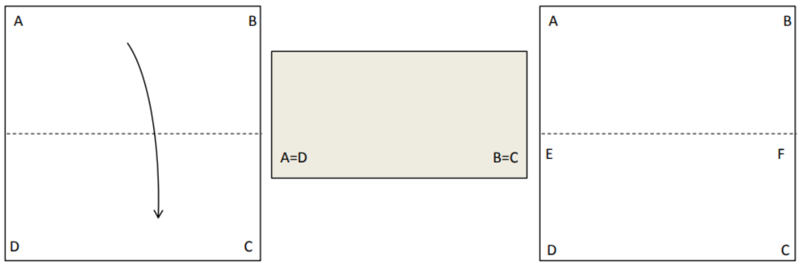
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na presente seção serão apresentados às investigações resultantes das observações feitas na escola, como também as aplicações da proposta do uso do Origami como material didático manipulável, e os resultados obtidos bem com as discussões e análises.

4.1 Construção do módulo quadrangular

1. Seja uma folha quadrada ABCD. Dobre-a ao meio, fazendo coincidir os lados AB e CD. Marque o ponto E, intersecção entre a dobra e o lado AD e o ponto F, intersecção entre a dobra e o lado BC. Conforme a figura 16.

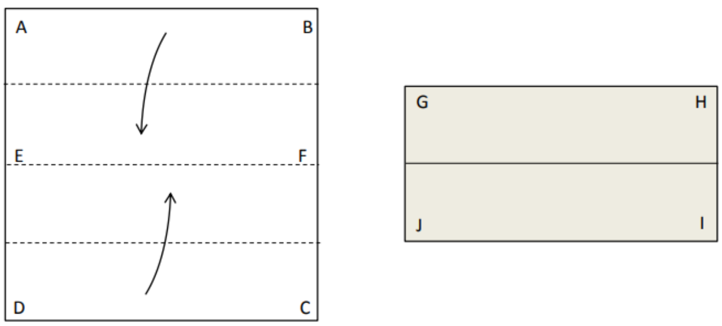
Figura 16: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

2. Faça uma dobra unindo os lados AB e EF, e outra unindo os lados CD e EF. Nomeie o retângulo obtido como GHIJ.Conforme a figura 17.

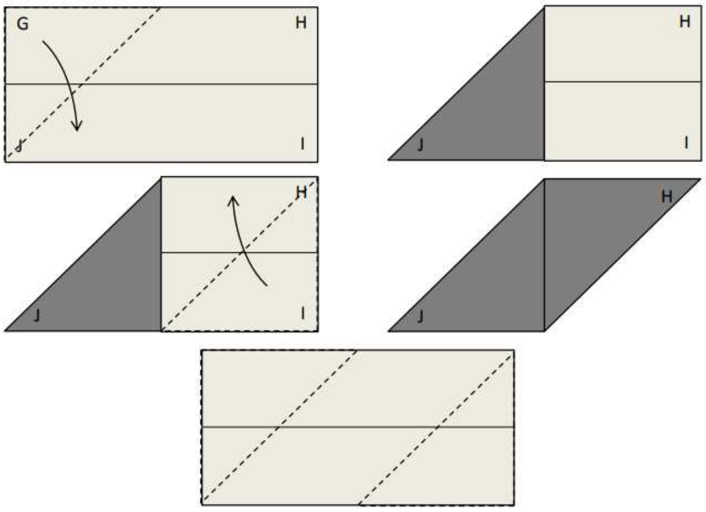
Figura 17: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

3. Leve o vértice G ao lado IJ e o vértice I até GH. Formamos um paralelogramo. Desdobre. Conforme a figura 18.

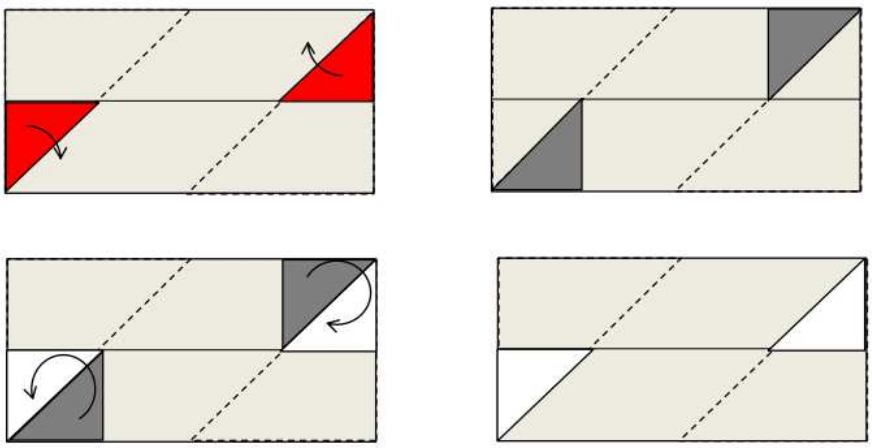
Figura 18: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4. Dobre os dois triângulos retângulo destacados em vermelho, colocando-os para dentro. Conforme a figura 19.

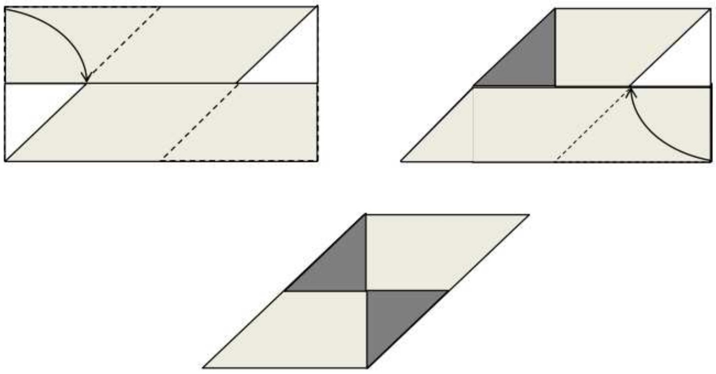
Figura 19: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

5. Proceda conforme o passo 3, mas de forma a colocar o vértice superior esquerdo dentro da parte inferior da peça e o vértice inferior direito dentro da parte superior da peça. Conforme a figura 20.

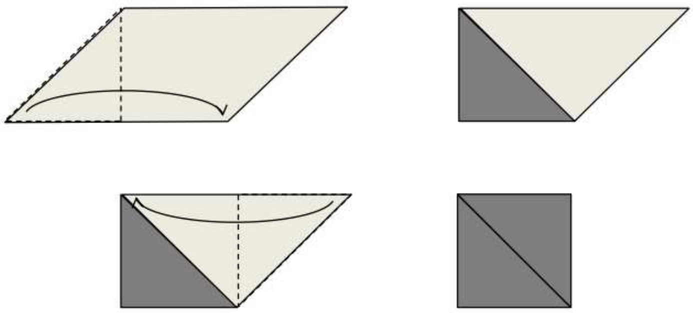
Figura 20: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

6. Vire a dobradura. Faça uma dobra de modo que os dois vértices da base do paralelogramo coincidam. Faça o mesmo com os vértices superiores. Conforme a figura 21.

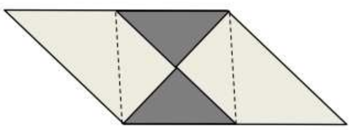
Figura 21: Módulo quadrangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

7. Desfaça o último passo e vire a dobradura. Conforme a figura 22.

Figura 22: Módulo quadrangular.

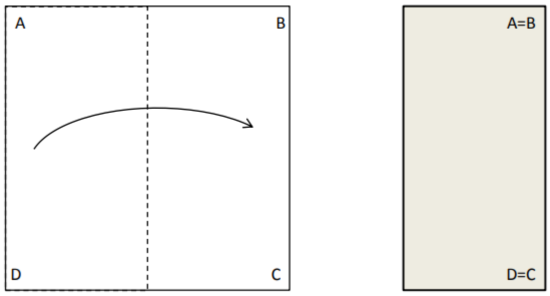


Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4.2 Construção do módulo triangular

1. Uma folha de papel quadrada ABCD. Dobre-a ao meio, fazendo coincidir os lados AD e BC. Desdobre. Obtém-se a mediatriz dos segmentos AB e CD. Conforme a figura 23.

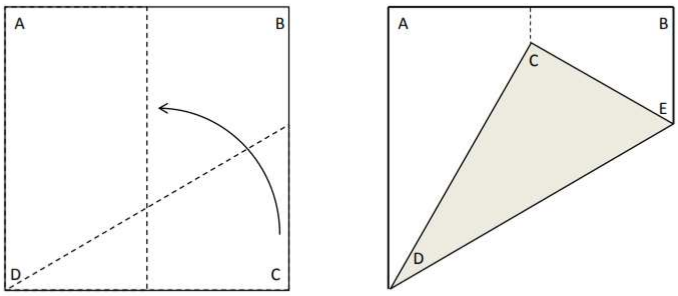
Figura 23: Módulo triangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

2. Leve o vértice C à dobra obtida anteriormente. Marque o ponto "E", intersecção entre a dobra e o lado BC. Conforme a figura 24.

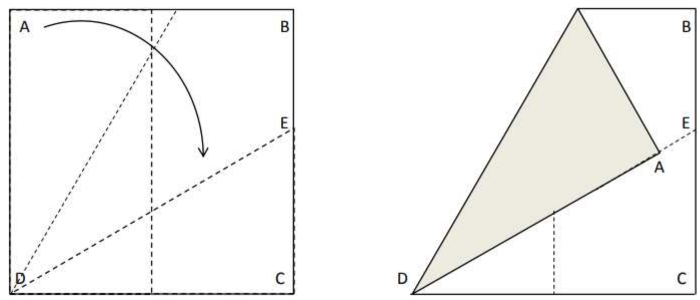
Figura 24: Módulo triangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

3. Encontre, através de dobradura, a bissetriz do ângulo AD E.Conforme a figura 25.

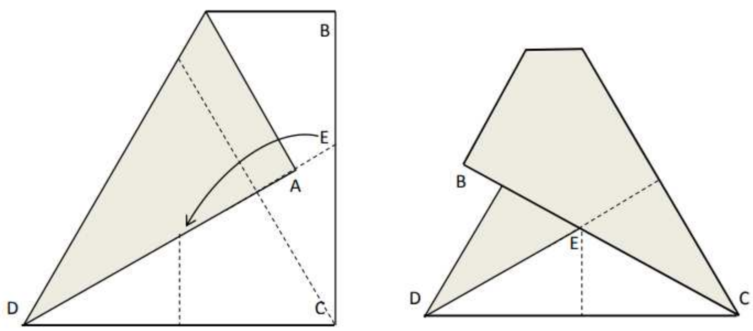
Figura 25: Módulo triangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4. Faça uma dobra levando o ponto E até a primeira dobra. Conforme a figura 26.

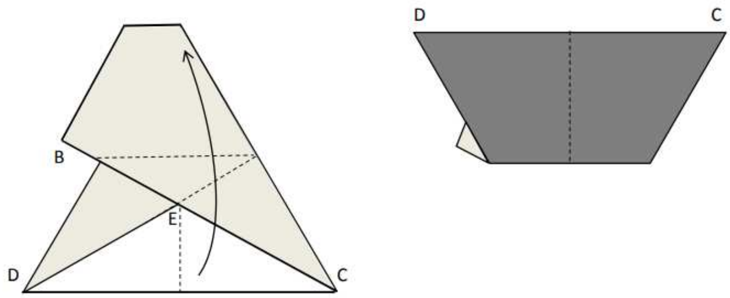
Figura 26: Módulo triangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

5. Dobre conforme a figura. Conforme a figura 27.

Figura 27: Módulo triangular.

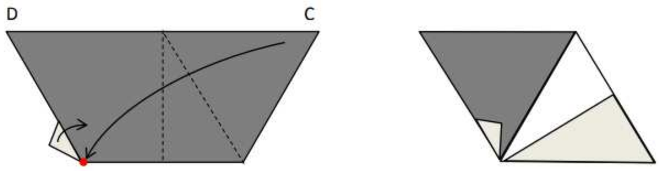


Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

6. Leve o vértice C ao ponto indicado. Dobre a aba do canto esquerdo. Conforme a figura 28.

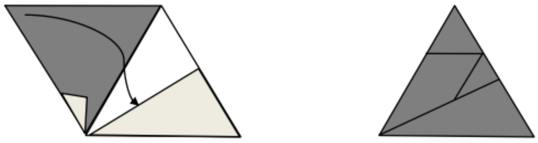
7. Dobre conforme a figura. Conforme a figura 29.

Figura 28: Módulo triangular.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

Figura 29: Módulo triangular.

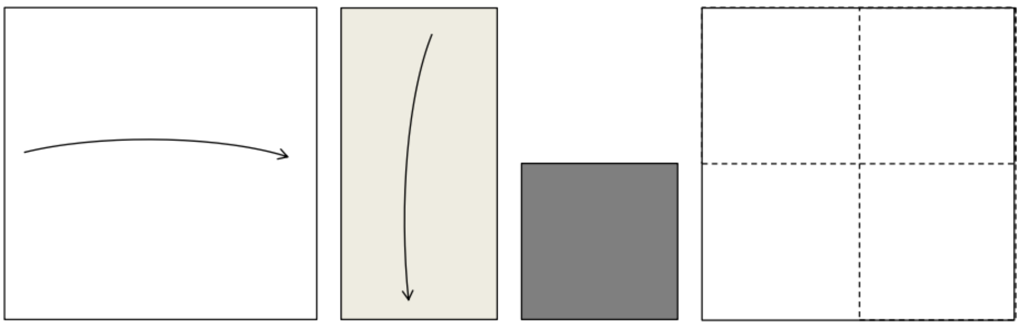


Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4.3 Construção do módulo de encaixe

1. Vamos partir de uma folha de papel quadrada de mesmo tamanho usado no módulo anterior. Divida-o em quatro partes iguais. Conforme a figura 30.

Figura 30: Módulo de encaixe.

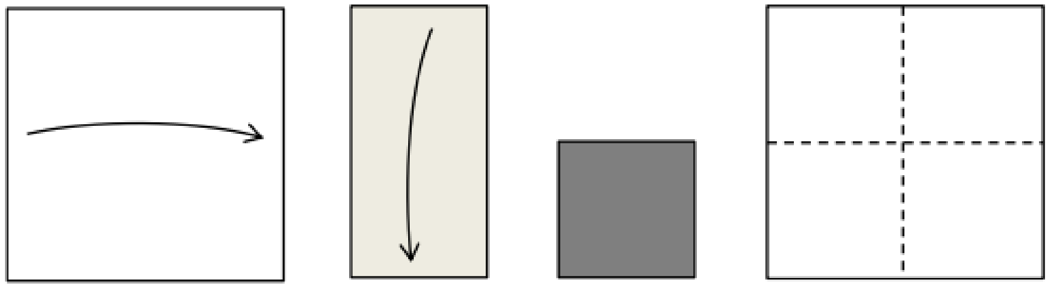


Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

2. Recorte e pegue uma destas partes. Proceda conforme o passo 1 com este quadrado. Conforme a figura 31.

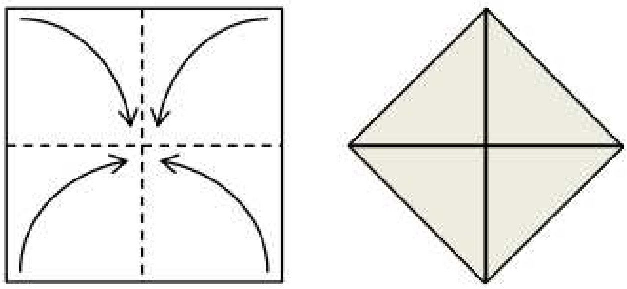
3. Leve os quatro vértices do quadrado ao centro (intersecção entre as dobras feitas). Conforme a figura 32.

Figura 31: Módulo de encaixe.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

Figura 32: Módulo de encaixe.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4. Vire e dobre ao meio. Conforme a figura 33.

Figura 33: Módulo de encaixe.

Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4.4 Construção do módulo pentagonal

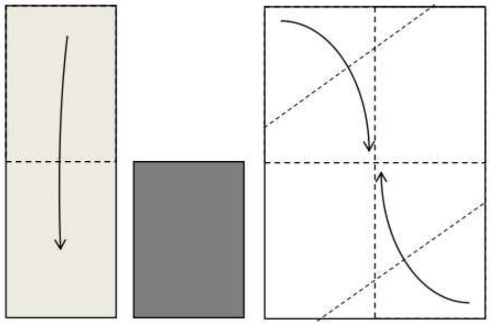
1. Seja uma folha retangular ABCD, com AB e CD = 1, AD e BC = 2. Dobre-a ao meio.

2. Dobre-a ao meio novamente. Obtém-se as duas mediatrizes.

3. Dobre os vértices superior esquerdo e inferior direito ao centro da folha.

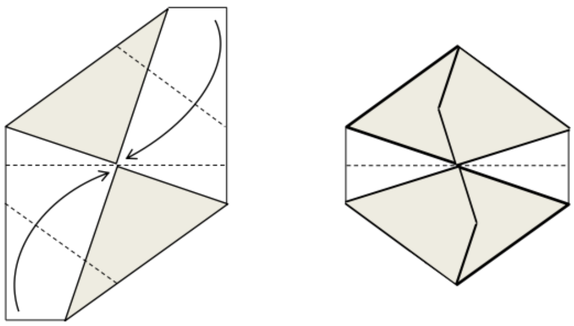
4. Proceda conforme o passo anterior, com os outros dois vértices.

Figura 34: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

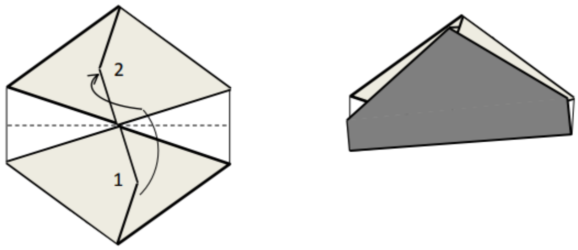
Figura 35: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

5. Dobre ao meio encaixando a parte 1 por baixo da parte 2.

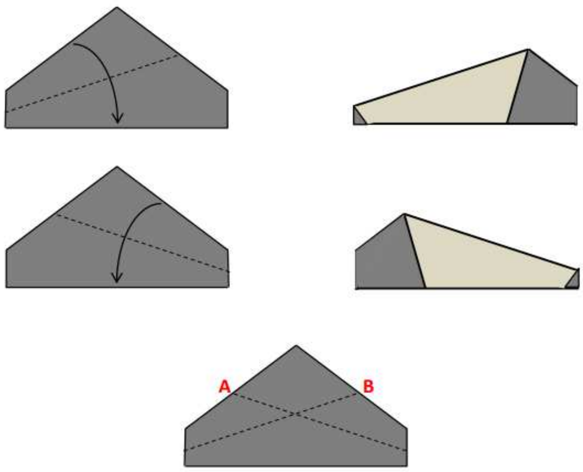
Figura 36: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

6. Dobre conforme a figura.

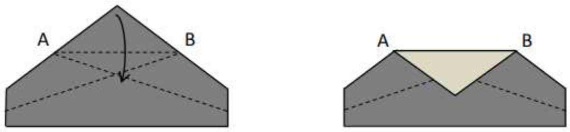
Figura 37: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

7. Faça uma dobra que passe pelos pontos A e B.

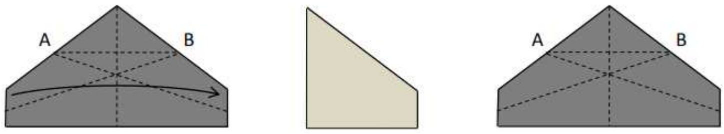
Figura 38: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014f

8. Dobre a peça ao meio. Desdobre.

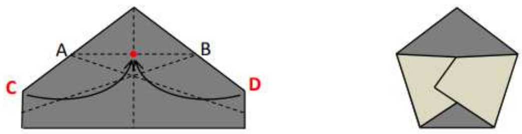
Figura 39: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

9. Leve C e D ao ponto indicado.

Figura 40: Módulo pentagonal.



Fonte: Oliveira e Pilatti, 2014

4.5 Análise da atividade de reconhecimento entre figuras planas e espaciais

Na atividade do Apêndice A, buscou-se analisar quais eram os conhecimentos preexistente dos alunos sobre geometria. Pois é importante atentarmos que a construção de algo novo deve partir do que os alunos já conhecem.

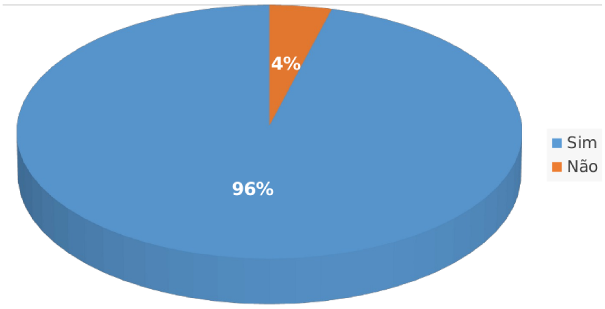
Mediante a investigação, para observar o conhecimento que os alunos tinham acerca do assunto, foi de início perguntado aos mesmos se sabiam dizer o que é geometria. Dos vinte e quatro estudantes presentes, vinte e um responderam que (87,5%).

Ao tentarem explicar com suas próprias palavras, as justificativas foram as mais diversificadas. Um dos alunos argumentou dizendo:

> "que são todos os cálculos que usamos para medir um terreno, uma casa, um espaço qualquer" (Resposta de uma aluno).

A maioria respondeu que são formas geométricas. Na segunda pergunta tinha como objetivo verificar se os alunos percebiam a geometria no seu dia a dia. O resultado está descrito no gráfico, figura 41.

Figura 41: Pergunta 2 do Questionário aplicado ao aluno.

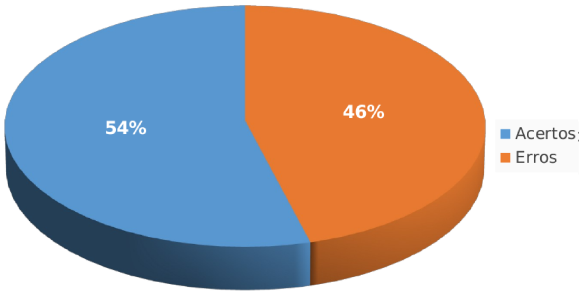


Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Observa-se que apenas um aluno disse que não sabia identificar figuras geométricas no seu dia a dia. Os demais afirmaram que conseguiam percebê-la na cerâmica da casa, no supermercado, no trabalho do pedreiro, no material escolar.

Na questão 3, Fig.42, buscou-se verificar a compreensão dos estudantes em relação a comparar representações bidimensionais à sua forma espacial.

Figura 42: Pergunta 3 do Questionário aplicado ao aluno.



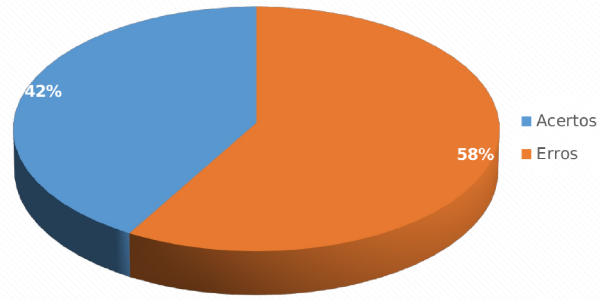
Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Analisando os dados expostos, percebeu-se que a maioria destes foram capazes de diferenciar as figuras por meio do campo visual. É satisfatório constar que 54% dos estudantes conseguiram relacionar as formas geométricas planas com os formatos de objetos tridimensionais.

A questão 4, Fig.43 refere-se a definição de figuras geométricas por meio da sua nomenclatura, com a finalidade de perceber alguns conhecimentos mínimos gerais que os alunos deveriam ter dos anos anteriores.

A partir dos dados obtidos, constata-se que 58% dos alunos não foram capazes de associar o nome das figuras geométricas e defini-las corretamente. De acordo com Nascimento (2013, p.32) essas dificuldades estão relacionadas ao fato de que os alunos

Figura 43: Pergunta 4 do Questionário aplicado ao aluno.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

pouco conseguem relacionar os conceitos, identificar cada sólido ou ainda, compará-los entre si. E ainda ressalta, que tal dificuldade é verificada na geometria plana como na geometria espacial, sendo que esta última, a dificuldade é maior. (NASCIMENTO, 2013).

4.6 Análise das atividade realizadas utilizando as dobradura modular na construção dos Poliedros de Platão

---

Atividade Descobrindo os poliedros de Platão utilizando origami

1. Confeccione a seguinte quantidade de módulos usando origami: 32 módulos triangulares, 6 módulos quadrangulares, 12 módulos pentagonais e 48 módulos encaixe.

2. Após os módulos estarem prontos, monte os poliedros com o mesmo tipo (e quando necessário os módulos-encaixe), e em seguida, registre em seu caderno o tipo e a quantidade de faces utilizada na confecção de cada poliedro.

3. Monte uma tabela com a quantidade de arestas, faces e vértices que cada poliedro obtido possui e verifique possíveis relações existente entre os seus elementos.

4. Verifique o número de arestas que concorrem em cada vértice de cada poliedro. O que você percebeu?

Antes do início dessa atividade, foi trabalhado a definição de poliedros, a sua classificação, a Relação de Euler, os Poliedros de Platão e um pouco da história do origami.

Após essa explanação, iniciou-se a primeira parte da atividade. A turma já dividida em 4 equipes, cada uma com 6 alunos, foi entregue a cada uma folhas no formato de quadrados, então solicitou-se que confeccionassem 32 módulos triangulares, 6 módulos quadrangulares, 12 módulos pentagonais e 48 módulos encaixe.

Para a confecção de cada módulo, o professor orientou os alunos conforme instruções na seção 3.4, fazendo de maneira com que todos entendessem, além de usar uma linguagem matemática apropriada para cada passo.

Durante o processo de produção dos módulos, percebeu-se que grande parte dos alunos sentiram dificuldades em manusear o papel e seguir o passo a passo de cada construção. Mesmo com obstáculos, não houve desistência da tarefa, pois tiveram ajuda daqueles que conseguiram compreender melhor as orientações. Dias (2015), em sua pesquisa, salienta que:

> Todo o trabalho com origami modular é melhor aproveitado quando realizado em grupo para que a produção dos módulos não se torne cansativa, além do que, as atividades em grupo trabalham nos alunos a senso de solidariedade. (DIAS, 2015, p.56).

Assim, podemos ver na Fig.44 o momento de produção de cada módulo.

Figura 44: Confecção dos módulos pelos alunos.

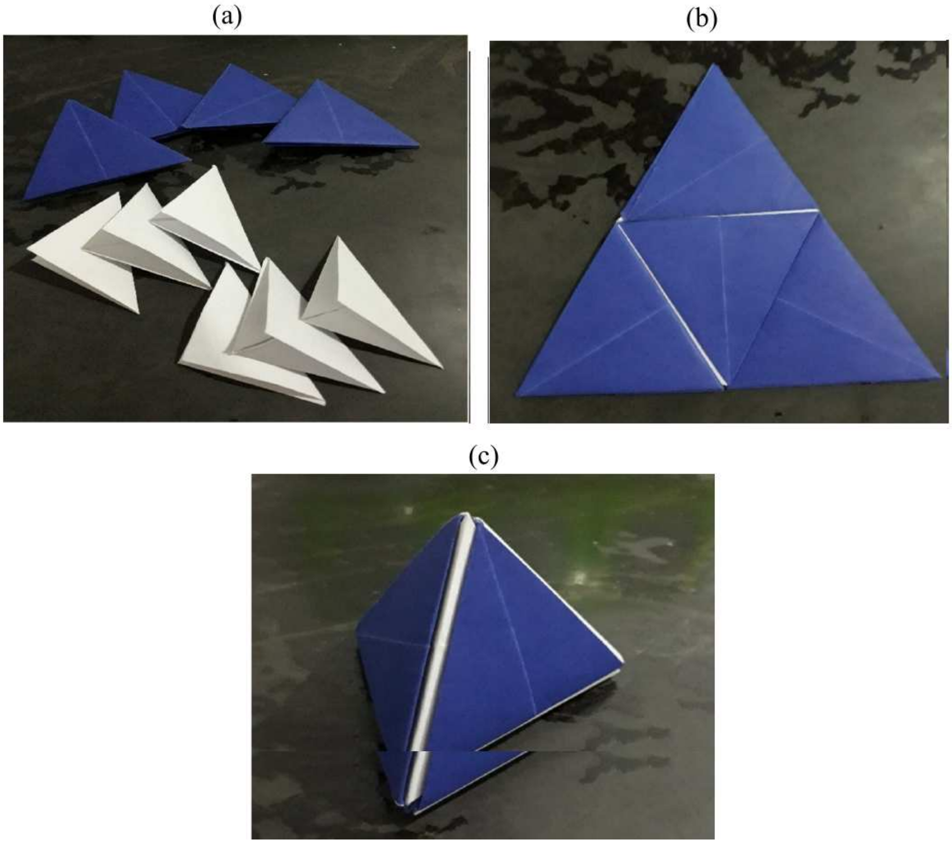
Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Na segunda parte do exercício, pediu-se que utilizassem módulos do mesmo tipo para obterem os poliedros e que ao mesmo tempo fossem registrando o tipo e a quantidade de faces utilizada para a montagem de cada um.

Foi deixado livre, que os grupo tomasse suas próprias iniciativas quanto a escolha das peças para a formação dos sólidos. Logo, todos decidiram partir das peças triangulares, pois eram as que tinham maior quantidade.

O primeiro sólido a ser montado, foi o tetraedro. Para sua montagem os alunos escolheram quatro módulos triangulares e seis módulos-encaixe. Sendo atentos, que os módulos de conexão deveriam ser embutidos nas cavidades Fig.45.

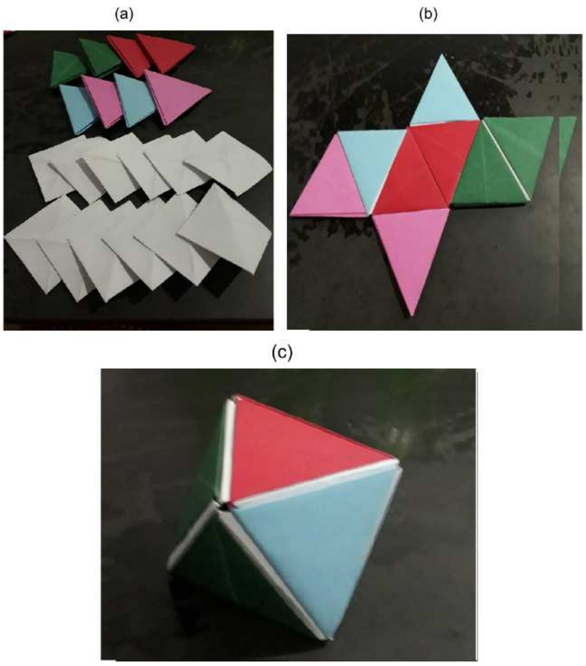
Figura 45: Confecção do Tetraedro.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

O segundo, foi o octaedro. Para este, foram pegas oito peças triangulares e doze peças de encaixe. A medida que iam manuseando, os alunos percebiam que os módulos de conexão também eram as arestas do sólido geométrico Fig.46.

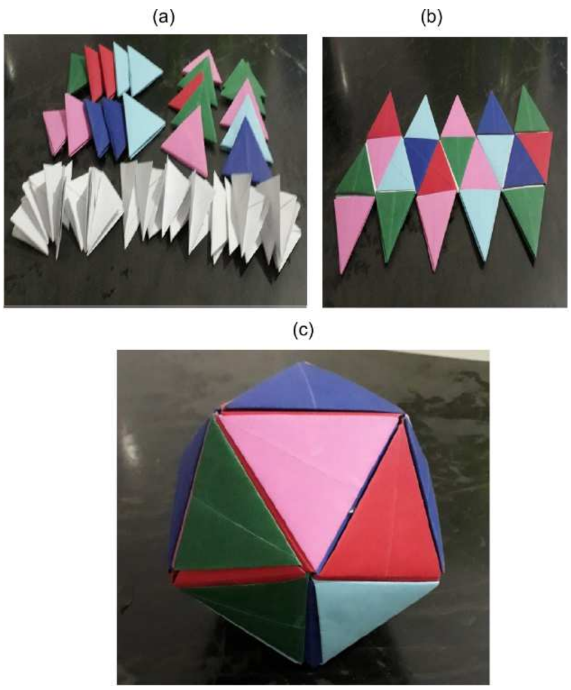
Figura 46: Confecção do Tetraedro.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Com as 20 peças triangulares e os 30 módulos de conexão que restaram, construíram o icosaedro Fig.47.

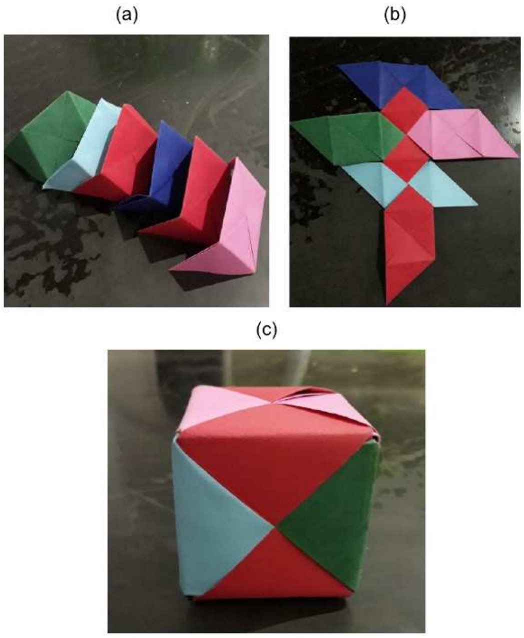
Figura 47: Confecção do Icosaedro.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Na montagem do hexaedro, foi usado apenas seis módulos quadrangulares encaixaram as extremidades nas cavidades, sem deixar nenhuma vazia Fig.48.

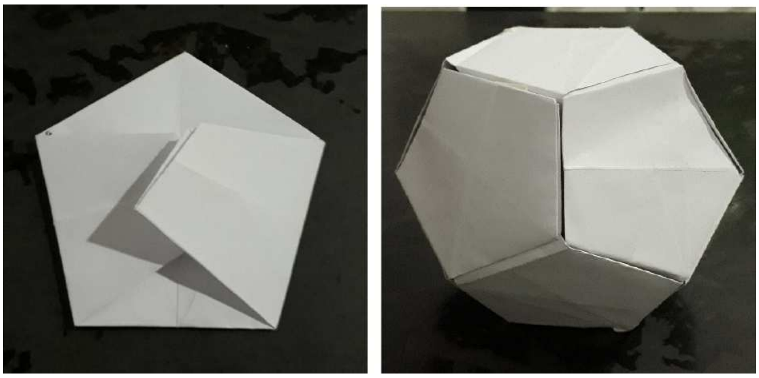
Figura 48: Confecção do Hexaedro.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

E por último montou-se o dodecaedro. Para sua estrutura utilizou-se doze módulos pentagonais Fig.49.

Figura 49: Confecção do Dodecaedro.

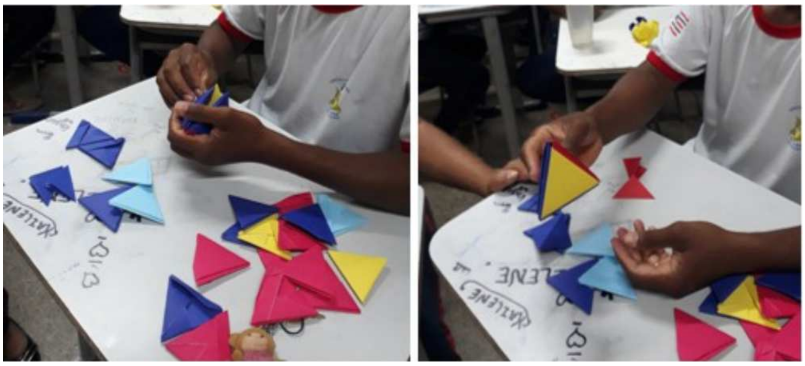


Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Nesse processo de montagem, observou-se que houve dificuldades na hora de formar a figura do icosaedro e a do dodecaedro, devido ao grande número de peças a serem encaixadas na qual exigia uma certa habilidade. Mas, quanto ao tetraedro, icosaedro e hexaedro, foram as estruturas que os grupos montaram com mais facilidade.

As figuras Fig.50 e Fig.51, mostram um pouco da vivencia dos alunos no processo de montagem de alguns dos sólidos.

Figura 50: Montagem do tetraedro.



Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Após a finalização de cada poliedro, os alunos realizaram a terceira parte da atividade, que foi anotar a quantidade de vértices, faces e arestas presentes em cada um e apresentar possíveis relações entre os elementos. Para um melhor registro, as informações foram feitas em uma tabela, como podemos observar abaixo:

Figura 51: Montagem do octaedro pelos alunos.

Fonte: Dados da pesquisadora, 2020

Tabela 3: Elementos de um poliedro

Nome do Sólido	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	8	6	12
Octaedro	6	8	12
Dodecaedro	20	12	30
Icosaedro	12	20	30

Com o manuseio do poliedro, informar quais eram os elementos, foi uma tarefa fácil, pois com o concreto facilitou uma compreensão mais rápida dos conceitos estudados.

Na segunda parte do exercício, os alunos levaram um tempo para analisar a situação proposta. Sendo que, apenas um grupo conseguiu descobrir uma relação possível. Podemos confirmar isso nas palavras do grupo 1:

> Se somarmos o número de vértices com o número de faces, vemos que o resultado passa dois a mais que o número de arestas. Exemplo do tetraedro: $4 + 4 = 8$; $8 - 6 = 2$

A última etapa dessa atividade, solicitou-se que os grupos, verificassem o número de arestas de cada face e o número de arestas que concorriam em cada vértice dos poliedros, registrando o que tinham percebido.

De início, percebeu-se que eles mostraram um pouco de incerteza ao que devia ser feito. No entanto, começaram a olhar cada figura construída, os seus elementos e a rabiscar em busca de chegarem a uma conclusão.

Conforme solicitado, todos os grupos chegaram uma solução correta ao problema. Os trechos abaixo relatam as respostas dada por duas das equipes:

> "Olhando cada figura, notamos que de cada canto (vértice) do objeto, saem a mesma quantidade de linhas (arestas). No tetraedro, saem 3 arestas; no hexaedro, saem 4 arestas; no octaedro, saem 4 arestas; no dodecaedro, saem 3 arestas e no icosaedro, saem 5 arestas. E o número de arestas de todas as faces são a mesma." (Grupo 1)

> “Observando os cincos objetos construídos, vimos que em cada vértice encontram-se o mesmo número de arestas e que as faces têm a mesma quantidade de arestas.” (Grupo 2)

Diante de tais afirmações, percebe-se que através do material concreto utilizado, houve uma ótima compreensão dos alunos em relação aos elementos de um poliedro, conseguiram perceber três condições na qual se enquadram os Poliedros de Platão, sendo uma delas a Relação de Euler.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na pesquisa realizada, percebe-se que o ensino da geometria deve ser levado mais a sério dentro do nosso município. Pois, muitos estudantes estão avançando etapas sem um bom conhecimento geométrico, principalmente a respeito da Geometria espacial.

Conteúdos como estes, estão sendo deixados de lado e isso acaba afetando nas habilidades do aluno em compreender a sua relação com o mundo a sua volta. Mesmo diante a uma falha no ensino da mesma, ainda podemos reverter esse quadro.

A proposta aplicada foi o primeiro passo a ser dado e comprovou-se que buscar novas ferramentas de ensino, podem trazer bons resultados. Assim os educadores do ensino da matemática, devemos proporcionar meios que facilite a compreensão do conteúdo de Geometria.

Desta forma, recomenda-se a utilização do Origami como recurso didático, uma vez que o mesmo é de grande valia para o ensino de Geometria. No entanto, é necessário ressaltar que ele quando usado em sala de aula não deve ser visto como a única forma de ensino, e muito menos funcionar como passa tempo, pois este serve para fazer com que o educando entenda aquilo que o educador quer ensinar.

Assim, notou-se que a atividade utilizando a dobradura na construção dos poliedros de Platão, foi bastante produtiva contribuindo para o melhor esclarecimento do conteúdo, aflorando a capacidade de investigação de cada aluno e promovendo um elo de ligação entre as informações da prática e da teoria.

E a temática não se esgota nesse estudo, pois a ideia é continuar pesquisando outros materiais didáticos que proporcionem o seu ensino e aprendizagem.

Referências

[1] ANDRADE, Fabiana Chagas de, *Jujubas: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio*, Fabiana Chagas de Andrade, 2014.

[2] ASCHENBACH, Lena; FAZENDA, Ivani; ELIAS, Marisa, *A arte- magia das dobraduras: histórias e atividades pedagógicas com Origami*, Editora Scipione, 1990.

[3] ASCHENBACH, Lena; FAZENDA, Ivani; ELIAS, Marisa, *A arte- magia das dobraduras: histórias e atividades pedagógicas com Origami*, Editora: Scipione, 1990.

[4] BICALHO, Jossara Bazílio de Souza, *Um estudo sobre poliedros e atividades para o ensino de matemática: geometria da bola de futebol e pipa tetraédrica*, Viçosa, MG, 2013.

[5] BRIANEZ, Fabiana, *Conceito e propriedades elementares de poliedros e seu ensino*, São Carlos-SP, 2013.

[6] CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de, *Matemática: Ensino Fundamental*, Ministérios da educação, Brasília, 2010.

[7] DANTE, L. R, *Matemática contexto e aplicações*, São Paulo, Editora: Atica, 2013.

[8] FERREIRA, Fabrício Eduardo, *Ensino e aprendizagem dos poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami*, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus São José do Rio Preto, 2013.

[9] GIRAFFA, Lucia Maria Martins; RANCAN, Graziele, *Geometria com origami: incentivando futuros professores. In: IX APEND SUL, Seminário de pesquisa em educação da região Sul, 2012*, Disponível em: < http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/316/537> Acesso em: 20 de fevereiro de 2020.

[10] LEVANDOSKI, Antonio Amilcar, *Ensino e Aprendizagem da Geometria através das Formas e Visualização Espacial*, Universidade Federal de Santa Catarina, (Dissertação de Mestrado), 2002.

[11] LIMA, E. L., *Meu Professor de Matemática e outras histórias*, Rio de Janeiro, IMPA, 1991.

[12] LORENZATO, Sérgio et al., *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*, Campinas: Autores Associados, 2006.

[13] LORENZATO, S., *Por que não ensinar Geometria?*, Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano III, n^{o} 4, p. 3–13, 1^{o} semestre 1995.

[14] MARTINS, Gilberto de Andrade, *Manual para elaboração de monografias e dissertações*, 2 ed. São Paulo: Atlas, 2000.

[15] MACHADO, Nílson José, *Vivendo a matemática: Os poliedros de Platão e os dedos da mão*, Editora: Scipione, 2000.

[16] NASCIMENTO, Janio Benevides de Souza, *O estudo da geometria espacial por meio da cosntrução de sólidos com materiais alternativos*, Centro Universitário Univatis (Dissertação de Mestrado), 2013.

[17] OLIVEIRA, Giovana de; PILATTI, Cristiana, *O estudo da geometria espacial por meio da construção de sólidos com materiais alternativos*, https://docplayer.com.br/35812820-Oficina-mategami-a-matematica-do-origami.html> Acesso em: 11 de janeiro de 2020.

[18] PAVANELLO, R. M., *O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências*, In: Zetetiké, n.1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

[19] PCNS, Parâmetros Curriculares Nacionais, *Terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental: matemática*, Brasília: MEC /SEF, 1998.

[20] PIASESKI, Claudete Maria, *A geometria no ensino fundamental*, Monografia de Licenciatura em Matemática do curso de Matemática da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões URI – Campos de Erechim, 2010.

[21] ROCCO, Cristiani Maria Kusma; FLORES, Claudia Regina, *O Ensino de Geometria: problematizando o Uso de Materiais manipuláveis*, Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/123-1-A-gt5_rocco_ta.pdf> . Acesso em: 23 de janeiro de 2020.

[22] SANTOS, Marli Pires dos [org.], *O lúdico na formação do educador*, 2º edição. Editora Vozes. Petrópolis, 1998.

[23] SANTOS, Patrícia Arruda dos, *Os cinco sólidos de Platão no campo da geometria*, Faculdades Integradas do Vale do Ivaí, IVAIPORÃ - 2015

[24] SILVA, Marcio Hernani Barbosa, *Estratégias de Ensino no Aprendizado dos Poliedros de Platão*, Monografia de Licenciatura em Matemática do curso de Matemática da Fundação Educacional do Município de Assis – FEMA – Assis, 2010.

[25] SOARES, Eduardo Sarquis, *Ensinar matemática: desafios e possibilidades*, Ed. Dimensão, Belo Horizonte, 2009.

[26] TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro, *Teoria e Prática da Matemática: como dois e dois*, 1º ed. São Paulo: FTD, 2009.

[27] WAPPLER, Fernanda Paula; GRANDO, Claudia Maria, *Experimentação em Geometria: Teorema de Pitágoras*, Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014.

Apêndice A

Atividades de reconhecimento entre figuras planas e espaciais

1) Você sabe dizer o que é Geometria? Sim (   )   Não (   )

Explique com suas palavras o que é:

____

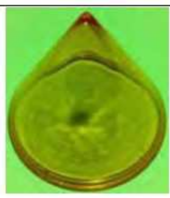
2) Você percebe que a Geometria está no seu dia a dia? Sim (   )   Não (   )

Descreva onde:

____

3) Após a observação das figuras a seguir, classifique-as em PLANAS ou ESPACIAIS:

4) Complete os espaços abaixo corretamente com as palavras PLANA ou ESPACIAL de acordo com a figura citada:

a) Uma circunferência é uma figura ____________________.

b) O cubo trata-se de uma figura ____________________.

c) Um exemplo de figura ____________________ é uma esfera.

d) Outro exemplo de figura ____________________ é um triângulo.

Apêndice B

Atividade Descobrindo os poliedros de Platão utilizando origami

1) Confeccione a seguinte quantidade de módulos usando origami: 32 módulos triangulares, 6 módulos quadrangulares, 12 módulos pentagonais e 48 módulos–encaixe.

2) Após os módulos estarem prontos, monte os poliedros com o mesmo tipo (e quando necessário os módulos-encaixe), e em seguida, registre em seu caderno o tipo e a quantidade de faces utilizada na confecção de cada poliedro.

3) Monte uma tabela com a quantidade de arestas, faces e vértices que cada poliedro obtido possui e verifique possíveis relações existente entre os seus elementos.

4) Verifique o número de arestas que concorrem em cada vértice de cada poliedro. O que você percebeu?