



Universidade Estadual do Maranhão
Curso de Engenharia Mecânica

Eduardo Augusto Viana Fontinelle

ANÁLISE DA RIGIDEZ TORCIONAL DE UM CHASSI SPACE FRAME

São Luis / MA

2018

Eduardo Augusto Viana Fontinelle

**ANÁLISE DA RIGIDEZ TORCIONAL DE UM CHASSI
SPACE FRAME**

Monografia de graduação apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual do Maranhão, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof.^a Ma. Maria Amália Trindade De Castro

Este exemplar corresponde à versão final da monografia defendida pelo aluno Eduardo Augusto Viana Fontinelle, e orientada pela Prof.^a Ma. Maria Amália Trindade De Castro

São Luis / MA

2018

Fontinelle, Eduardo Augusto Viana.

Análise da rigidez torcional de um chassi space frame / Eduardo Augusto Viana Fontinelle. – São Luís, 2018.

81

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Profa. Ma. Maria Amália Trindade de Castro.

1.Chassi. 2.Rigidez torcional. 3.Validação numérica. I.Título

CDU: 620.175.22

Universidade Estadual do Maranhão
Centro de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica e Produção
Curso de Engenharia Mecânica

Trabalho de Conclusão de Curso

**ANÁLISE DA RIGIDEZ TORCIONAL DE UM CHASSI
SPACE FRAME**

Autor: Eduardo Augusto Viana Fontinelle

Orientador: Prof.^a Ma. Maria Amália Trindade De Castro

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Monografia:

**Prof.^a Ma. Maria Amália Trindade De
Castro**
UEMA

Prof. Me. Flávio Nunes Pereira
UEMA

**Prof. Carlos Ronyhelton Santana de
Oliveira**
UEMA

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

São Luis / MA, 28 de junho de 2018

*Aos meus pais, irmãos, e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.
Aos amigos e colegas, pelo incentivo e pelo apoio constante.*

Agradecimentos

Este trabalho tem a contribuição de diversas pessoas às quais presto a minha sincera homenagem:

A Universidade Estadual do Maranhão, pelo ambiente de incentivo a pesquisa que proporciona.

A minha orientadora, Professora Ma. Maria Amália Trindade de Castro, pela orientação, apoio e confiança nesse trabalho.

Ao projeto Bumba Meu Baja, que contribuiu no meu crescimento pessoal e na minha formação como engenheiro.

Aos meus amigos Antônio Marcos, Alan Rubens, José Airton e Gustavo Licar, pela ajuda na construção da bancada e pelos ensinamentos durante esse trabalho.

A minha namorada, Lorena Medeiros, pelo apoio, incentivo e ajuda na correção ortográfica.

A minha mãe, Eudenide Pereira Viana Fontinelle, que nunca deixará de acreditar no meu potencial.

Ao meu pai, Eliezer Sousa Fontinelle, com que sempre será o meu maior exemplo de perseverança e fé.

A minha família e a todos que direta ou indiretamente fizeram parte dessa trajetória, o meu muito obrigado.

*“Que todos os nossos esforços estejam
sempre focados no desafio à impossibilidade.
Todas as grandes conquistas humanas
vieram daquilo que parecia impossível.
(Charles Chaplin)*

Resumo

No projeto estrutural de um veículo, a rigidez torcional é uma das mais importantes propriedades, segundo Milliken e Milliken (1995). Tendo em vista o baixo custo dos métodos computacionais em muitos projetos veiculares, a rigidez à torção foi obtida de forma numérica, entretanto, esse método deve ser validado, para minimizar os erros ou aproximações do modelo. Para certificar a eficiência do modelo numérico, foi necessário projetar uma bancada experimental capaz de reproduzir sobre o chassi os esforços sofridos através da dinâmica veicular. Com esse experimento foram obtidas deformações na estrutura, que foram utilizadas no cálculo de rigidez à torção.

Palavras-chave: Chassi. Rigidez torcional. Validação numérica.

Abstract

In structural design of a vehicle, According to Milliken e Milliken (1995), the torsional stiffness is one of the most important properties. Considering the low cost of computational methods in many vehicular projects, the torsion rigidity was obtained numerically, however, this method must be validated to minimize errors or approximations of the model. To ensure the efficiency of the numerical model, it was necessary to design a test bench capable of playing on the chassis the loads through the vehicular dynamics. With this experiment the deformations in the structure were obtained, which were used in the calculation of the torsional stiffness.

Keywords: Chassis. Torsional stiffness. Numerical validation.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Malha de Elementos Finitos.	3
Figura 2.2 – Modelo para análise de um sistema contínuo.	4
Figura 2.3 – Modelo para análise de um sistema discreto.	5
Figura 2.4 – Estrutura reticulada de vigas e o correspondente modelo discreto.	5
Figura 2.5 – Malha de componentes mecânicos sólidos.	6
Figura 2.6 – Elementos simples em série.	8
Figura 2.7 – Gráfico de convergência da tensão em função do número de nós.	9
Figura 2.8 – Chassi Space Frame de Baja SAE.	10
Figura 2.9 – Sistemas de coordenadas fixas do veículo.	11
Figura 2.10–Modo de deformação por flexão vertical.	11
Figura 2.11–Modo de deformação por flexão lateral.	12
Figura 2.12–Modo de deformação por lozenging horizontal.	12
Figura 2.13–Modo de deformação por torção longitudinal.	13
Figura 2.14–Variação do ângulo de torção em relação ao eixo longitudinal.	14
Figura 3.1 – Modelo teórico da rigidez a torção.	17
Figura 3.2 – Deflexão angular.	18
Figura 3.3 – Carregamento na ancoragem da suspensão dianteira.	18
Figura 3.4 – Carregamento na ancoragem da suspensão dianteira no método experimental.	19
Figura 4.1 – Protótipo Tapi'irusu.	21
Figura 4.2 – Geometria do Protótipo Tapi'irusu.	22
Figura 4.3 – Modelo simplificado para o estudo de rigidez torcional pelo MEF.	22
Figura 4.4 – Distribuição das seções tubulares do Protótipo Tapi'irusu.	23
Figura 4.5 – Condições de contorno do modelo.	26
Figura 4.6 – Gráfico de convergência de malha.	27
Figura 4.7 – Malha do modelo.	28
Figura 4.8 – Deformação do modelo na direção Y (Vista frontal).	28
Figura 4.9 – Deformação total do modelo (Vista lateral esquerda).	29
Figura 4.10–Rigidez torcional do modelo.	29
Figura 4.11–Modelo da Bancada.	31
Figura 4.12–Tubo rígido.	32
Figura 4.13–Deslocamento do tubo rígido.	33
Figura 4.14–Suporte de chapa para fixação dianteira.	33
Figura 4.15–Suporte de chapa para fixação traseira.	34
Figura 4.16–Deslocamento do suporte dianteiro.	34
Figura 4.17–Deslocamento do suporte traseiro.	35
Figura 4.18–Deslocamento da viga.	36

Figura 4.19–Esboço do experimento de rigidez torcional.	37
Figura 4.20–Protótipo pronto para o experimento.	38
Figura 4.21–Procedimento de Montagem.	39
Figura 4.22–Nivelamento da bancada.	39
Figura 4.23–Instalação dos relógios comparadores.	40
Figura 4.24–Processo de aplicação de cargas.	40
Figura 4.25–Análise da regressão linear pelos processos dos mínimos quadrados e com a reta passando pela origem, para a primeira medição.	42
Figura 4.26–Deflexão angular em cada etapa do processo de medição.	43
Figura 4.27–Deflexão angular durante o processo de adição e remoção de cargas.	44
Figura 5.1 – Simplificação da geometria da suspensão.	47
Figura 5.2 – Tensão nos pontos de fixação da suspensão.	48

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Família de elementos finitos de várias ordens e graus de liberdade.	7
Tabela 2.2 – Valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos.	15
Tabela 3.1 – Comparação entre os métodos de análise da estrutura.	16
Tabela 4.1 – Dimensões Gerais do Protótipo.	23
Tabela 4.2 – Distribuição de diferentes perfis do chassi.	23
Tabela 4.3 – Propriedades dos materiais SAE 1020 e AISI 4130.	24
Tabela 4.4 – Índice de Mérito.	24
Tabela 4.5 – Preço por metro dos materiais SAE 1020 e AISI 4130.	24
Tabela 4.6 – Propriedade do aço SAE 1020 da biblioteca do programa SpaceClaim.	25
Tabela 4.7 – Análise de Convergência.	27
Tabela 4.8 – Resultados da rigidez torcional.	30
Tabela 4.9 – Descrição dos itens da bancada.	31
Tabela 4.10–Deformação da estrutura na primeira medição.	41
Tabela 4.11–Torque e deflexão da análise experimental.	41
Tabela 4.12–Rigidez torcional pelo processo mínimos quadrados e reta passando pela origem.	43
Tabela 4.13–Rigidez torcional experimental considerando apenas o erro padrão.	44
Tabela 4.14–Erro experimental da incerteza de medição.	45
Tabela 4.15–Rigidez torcional experimental.	46

Lista de abreviaturas e siglas

AISI	American Iron and Steel Institute
Bi	Bidimensional
CAD	Desenho Assistido de Computadores
IM	Índice de Mérito
MEF	Método dos Elementos Finitos
RATBSB	Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil
SAE	Sociedade de Engenheiros da Mobilidade
Uni	Unidimensional

Lista de símbolos

ε	Erro padrão
ΔA	Deslocamento linear no ponto A
ΔA_t	Deslocamento linear traseiro direito
ΔB	Deslocamento linear no ponto B
ΔB_t	Deslocamento linear traseiro esquerdo
Δy_1	Deslocamento linear direito
Δy_2	Deslocamento linear esquerdo
$[K]$	Matriz de rigidez da estrutura
$\{F\}$	Matriz coluna com todas as cargas nodais
$\{U\}$	Matriz coluna com todos os deslocamentos nodais
σ_{max}	Tensão normal máxima
θ	Deflexão angular
ε_{bal}	Incerteza da balança
ε_{rel}	Incerteza do relógio comparador
ε_{trena}	Incerteza da trena
ϑ	Resistência
F	Força aplicada na estrutura
F_0	Carga atuando no nó 0
F_1	Carga atuando no nó 1
F_2	Carga atuando no nó 2
g	Gravidade
J	Momento de inércia de área
K_1	Rigidez do elemento 1
K_2	Rigidez do elemento 2

K_t	Rigidez torcional
L	Distância entre a força aplicada e o centro da estrutura
$L1$	Distância entre os pontos A e B
$L2$	Distância entre o ponto de aplicação da força P e o centro da estrutura, ponto C .
M	Momento fletor
m	Massa
P	Peso aplicado na alavanca
ROT_x	Grau de liberdade de rotação em x
ROT_y	Grau de liberdade de rotação em y
ROT_z	Grau de liberdade de rotação em z
T	Torque
t_i	Contribuição de cada parâmetro medido para a incerteza experimental
t_m	Incerteza na medição da massa das anilhas
$t_{\Delta A}$	Incerteza na medição do relógio comparador dianteiro direito
$t_{\Delta B}$	Incerteza na medição do relógio comparador dianteiro esquerdo
t_{L1}	Incerteza na medição da distância entre os relógios comparadores
t_{L2}	Incerteza na medição da distância entre o centro da estrutura e a carga aplicada
U_0	Deslocamento no nó 0
U_1	Deslocamento no nó 1
U_2	Deslocamento no nó 2
V_x	Grau de liberdade de translação em x
V_y	Grau de liberdade de translação em y
V_z	Grau de liberdade de translação em z
W	Módulo de resitência à flexão
x	Coordenada cartesiana x

y	Coordenada cartesiana y
Y_{max}	Centroide da seção transversal
z	Coordenada cartesiana z

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DE LITERATURA	3
2.1	Método dos Elementos Finitos	3
2.1.1	Sistemas Contínuos e Discretos	3
2.1.2	Tipos de Modelos Discretos	5
2.1.2.1	Modelo Reticulado	5
2.1.2.2	Modelo Conectado Continuamente	6
2.1.3	Elementos Uni, Bi e Tridimensionais	6
2.1.4	Análise Matricial	7
2.1.5	Convergência de Malha	9
2.2	Chassi Space Frame	9
2.3	Dinâmica Veicular (Cargas e Deformações)	10
2.3.1	Flexão Vertical	11
2.3.2	Flexão Lateral	12
2.3.3	Lozenging Horizontal	12
2.3.4	Torção Longitudinal	13
2.4	Rigidez Torcional	13
3	METODOLOGIA	16
3.1	Método Computacional	17
3.2	Método Experimental	19
4	ESTUDO DE CASO	21
4.1	Modelagem Computacional	21
4.1.1	Geometria do Protótipo	21
4.1.2	Material do Protótipo	24
4.1.3	Condições de Contorno	25
4.1.4	Malha	26
4.1.5	Análise da Rigidez Torcional	28
4.2	Experimento de Rigidez Torcional	30
4.2.1	Projeto da Bancada	30
4.2.1.1	Concepção de Projeto	30
4.2.1.2	Modelo da Bancada de Rigidez	31
4.2.1.3	Dimensionamento dos Elementos da Bancada	32
4.2.2	Processos do Experimento	36

4.2.2.1	Síntese do Ensaio	36
4.2.2.2	Preparação do Protótipo	38
4.2.2.3	Procedimento de Teste	38
4.2.2.4	Análise do Experimento	40
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
6	CONCLUSÃO	49
6.1	Trabalhos Futuros	49
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A – RESULTADOS DA RIGIDEZ POR MEF	52
	APÊNDICE B – MODELO DA BANCADA EXPERIMENTAL	53
	APÊNDICE C – DADOS COLETADOS NO EXPERIMENTO	54
	APÊNDICE D – REGRESSÃO LINEAR	56
	APÊNDICE E – PROPAGAÇÃO DAS INCERTEZAS	62

1 Introdução

No início da história automobilística, o chassi tinha pouca importância, onde seu único objetivo era proporcionar aos passageiros conforto e proteção contra o frio. Nos anos 90, com o avanço tecnológico, os chassis passaram a ser totalmente de estruturas metálicas, feitas de chapas de aço, moldadas e soldadas entre si, no qual se pôde realizar diretamente a montagem do motor, suspensão, direção e outros sistemas.

Hoje o chassi é considerado um componente de extrema importância em um projeto, tendo função estrutural em um veículo, sendo utilizado para sustentar seus subsistemas, além de suportar todas as cargas mecânicas de forma que garanta a segurança do piloto.

A estrutura de um veículo de alta performance é analisada através de parâmetros como a rigidez à torção, no qual tem a função de proporcionar uma plataforma rígida de sustentação. A análise da rigidez torcional pode ser obtida através de métodos experimentais ou de métodos computacionais.

Com a ajuda de softwares de modelagem e simulações é possível analisar a rigidez à torção apenas com um modelo matemático, entretanto a análise por elementos finitos pode apresentar resultados distorcidos, segundo Botosso (2015).

Dessa forma, os modelos computacionais estão sujeitos a erros que podem levar a resultados que não representam a realidade. É importante comprovar ou validar a representatividade do modelo numérico na realidade, através de uma análise experimental.

A análise experimental da rigidez torcional, obtida através de verificações de um modelo físico em laboratório, tem a vantagem de obtenção de resultados por uma leitura direta. Com a correlação dos resultados obtidos experimentalmente e numericamente é possível validar todo o modelo computacional.

A rigidez à torção é um dos pontos primordiais no projeto estrutural de um veículo, e deve ser dimensionada em função das características do automóvel, considerando as forças agindo no mesmo. Um veículo com uma rigidez torcional fora dos padrões de projeto estará sujeito a influenciar o sistema de suspensão, causando problemas na cinemática. Esses aspectos geram a necessidade de estudos mais específicos sobre a atenuação dessas inconveniências. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995)

Com essa visibilidade, a análise da rigidez torcional em um chassi atribui valor acadêmico, e ainda, a possibilidade de aplicações reais, como na indústria automobilística e em ramos industriais onde a rigidez estrutural é uma variável relevante.

Assim como todo estudo no domínio da engenharia, além de uma base científica consolidada, é necessária a confirmação desses estudos primordiais. Posteriormente aos testes de

laboratório e as análises virtuais, este estudo poderá ser aplicado no projeto Bumba Meu Baja, do projeto especial do curso de Engenharia Mecânica.

O objetivo desse trabalho é obter a rigidez torcional da estrutura, além de avaliar o método numérico utilizado pela equipe Bumba Meu Baja, levando em consideração o tipo de elementos finitos utilizados.

Para a validação do método numérico, tornou-se necessário a criação de um projeto de uma bancada experimental que seja capaz de reproduzir os mesmos esforços da análise numérica. A partir desse teste experimental, será possível obter dados de torques e deslocamentos do chassi, que serão utilizados no cálculo de rigidez torcional.

Com base nos dados obtidos no experimento, tornara-se possível uma análise comparativa entre os resultados numéricos e experimentais, e assim, concluir se os métodos numéricos utilizados pela equipe são eficientes, validando o modelo.

De forma geral, o presente trabalho foi estruturado da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentado uma revisão bibliográfica a respeito do método dos elementos finitos, da influência da dinâmica veicular na estrutura; no Capítulo 3 é apresentado a metodologia utilizada; no Capítulo 4 é apresentado o estudo de caso do presente trabalho; no Capítulo 5 são apresentados os resultados e as discussões das fases dos experimentos; no Capítulo 6 são apresentadas as considerações finais deste trabalho.

2 Revisão de Literatura

2.1 Método dos Elementos Finitos

Os principais problemas em engenharia podem ser descritos por equações diferenciais de uma forma mais ampla. Solucionar essas equações por meio de métodos analíticos clássicos para geometrias mais complexas é um trabalho árduo. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma forma de solucionar esses problemas de modo aproximado, através de uma aproximação numérica das equações diferenciais.

O MEF será tratado nesse trabalho de uma forma mais específica, através da análise estrutural, embora essa não seja a única forma de utilizá-lo. Também é utilizado em problemas de transferência de calor, mecânica dos fluidos, eletromagnetismo e outras situações.

Segundo Soriano (2003), a ideia básica do Método dos Elementos Finitos, o domínio de definição do modelo matemático é dividido em um número discreto de subdomínios ou elementos de dimensões finitas denominados elementos finitos, interligados por meio de um número reduzido de pontos denominados nodais.

O conjunto dos elementos finitos e os pontos nodais, recebe o nome de malha. A figura 2.1 mostra essa discretização do modelo pelo método dos elementos finitos.

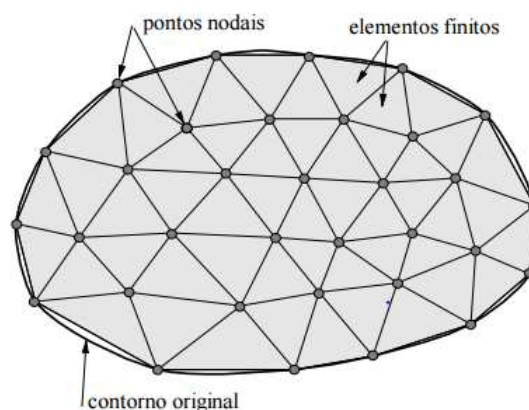


Figura 2.1 – Malha de Elementos Finitos.
(SOUZA, 2003)

2.1.1 Sistemas Contínuos e Discretos

Os sistemas contínuos são caracterizados por possuírem uma solução analítica, podendo assim determinar o deslocamento de uma estrutura para todos os valores possíveis de x , y e z , em

toda sua extensão. Segundo Alves (2008), a solução é obtida para os infinitos pontos da estrutura, por intermédio de uma função matemática. Esse sistema pode ser observado na figura 2.2.

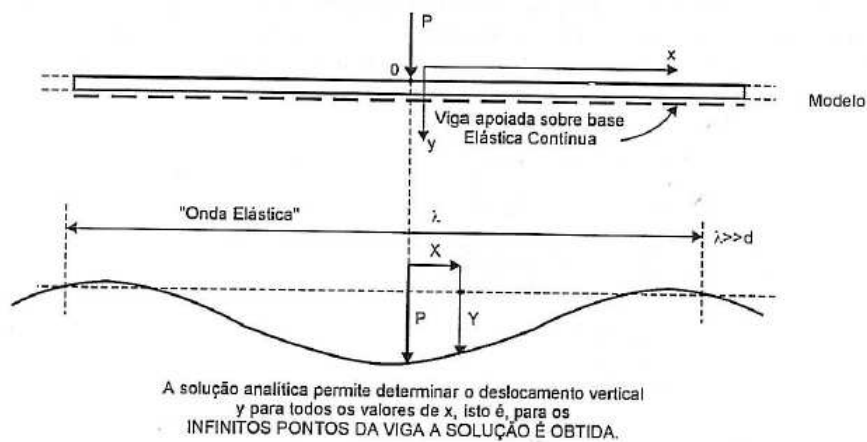


Figura 2.2 – Modelo para análise de um sistema contínuo.
(ALVES, 2008)

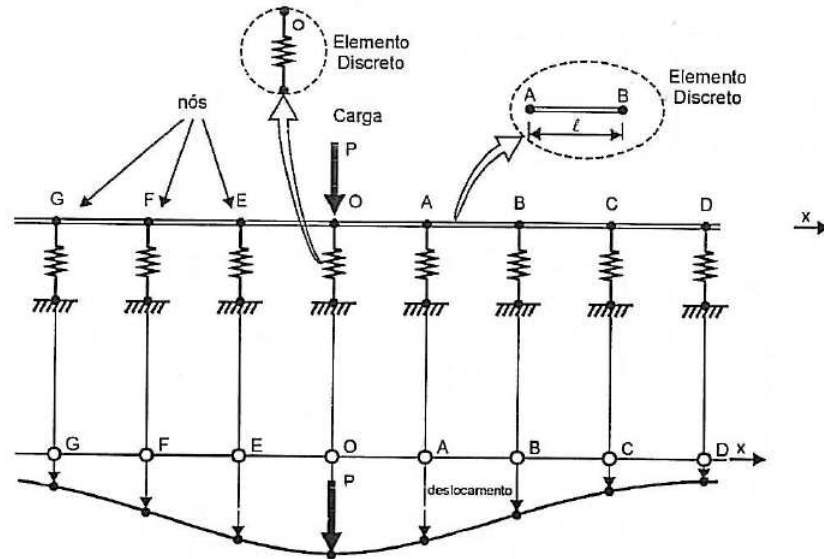
Esse tipo de solução analítica tem algumas limitações, normalmente em modelos com geometrias mais complexas, o que torna necessário a utilização de outra estratégia para resolvê-los.

As limitações da mente humana são tais que ela não consegue compreender o comportamento dos sistemas ao seu redor e os fenômenos em uma só operação. É próprio da mente humana querer subdividir os sistemas em seus componentes individuais, ou em seus elementos. Assim, surge a ideia de que, a partir do entendimento do componente de cada elemento, é possível entender o comportamento do conjunto, por mais complexo que possa parecer, ou seja, compreender o todo entendidas as partes. (ALVES, 2008)

Os sistemas discretos têm como base o pensamento de que a divisão de uma estrutura contínua em partes separadas distintas e conectadas através de pontos discretos. Essas partes distintas são conhecidas como elementos finitos.

Os elementos finitos consistem em minúsculas estruturas de geometria simples. A discretização de um corpo com qualquer tipo de geometria, não importando sua complexidade, pode ser representada como um agregado, ordenado, de minúsculas geometrias simples, previamente selecionadas e que melhor satisfaçam o problema. (FIALHO, 2008)

Segundo Fialho (2008), diferente do sistema contínuo, que por diferenciação e integração obtêm-se a solução para infinitos pontos em infinitas posições, os sistemas discretos, em um primeiro momento são calculados os deslocamentos de alguns pontos, os nós do modelo. Como podemos observar na figura 2.3.



São calculados somente os deslocamentos dos pontos O, A, B, C, ... etc. e não dos infinitos pontos da viga. De posse desses deslocamentos, podemos avaliar a configuração deformada da viga inteira.

Figura 2.3 – Modelo para análise de um sistema discreto. (ALVES, 2008)

2.1.2 Tipos de Modelos Discretos

2.1.2.1 Modelo Reticulado

Neste tipo de modelo a formação matemática do sistema discreto é equivalente à estrutura do sistema contínuo. Isso ocorre devido esse tipo de estrutura reticulada possuir interação apenas nos pontos de encontro dos seus componentes, trocando forças somente nesses pontos.

Segundo Alves (2008), a aplicação das equações de equilíbrio nos nós do modelo e considerando as condições de compatibilidade de deslocamentos, será possível configurar o modelo de cálculo.

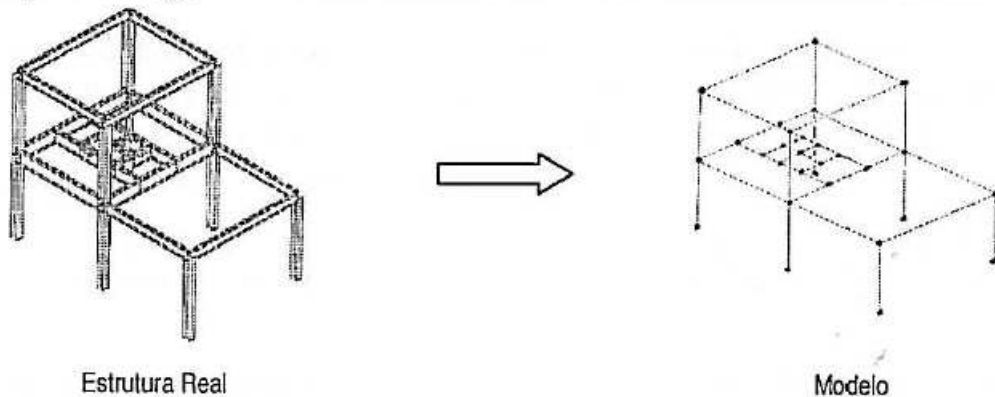


Figura 2.4 – Estrutura reticulada de vigas e o correspondente modelo discreto. (ALVES, 2008)

Na figura 2.4 podemos observar esse tipo de estrutura reticulada em um modelo estrutural e um modelo discretizado. O vínculo dos elementos de viga acontece nas uniões da estrutura, mas no modelo discretizado são nos nós.

2.1.2.2 Modelo Conectado Continuamente

Na engenharia, as estruturas nem sempre são constituídas apenas de vigas, como no modelo reticulado. Dessa forma, com a complexidade das geometrias se faz necessário a utilização do modelo conectado continuamente.

Neste modelo, o corpo contínuo é subdividido em diversas partes, com um número finito de elementos conectados entre si apenas por nós. Assim obtemos uma reprodução aproximada de um corpo contínuo, como podemos observar na figura 2.5.

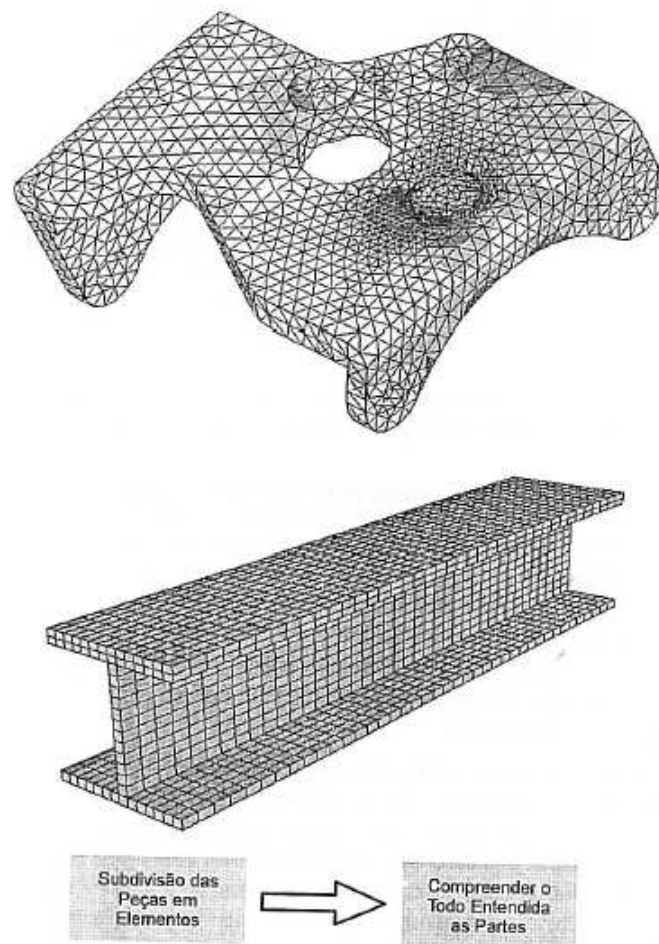


Figura 2.5 – Malha de componentes mecânicos sólidos.
(ALVES, 2008)

2.1.3 Elementos Uni, Bi e Tridimensionais

Segundo Fialho (2008), existem três classes de elementos finitos que foram criados para discretizar as estruturas, através deles chegamos às equações para obtermos as deformações e as

tensões correspondentes às solicitações aplicadas.

Na tabela 2.1, podemos observar que com o aumento do número de nós dos elementos, aumentam também as ordens dos elementos e a quantidade de graus de liberdade. Dessa forma, uma malha com maior número de nós permite uma reprodução da geometria mais próxima de um modelo real, além de um resultado com maior precisão, entretanto, obtemos um resultando em um maior tempo computacional, necessitando assim de um computador com maior recurso quanto a processador e memória disponível.

Tabela 2.1 – Família de elementos finitos de várias ordens e graus de liberdade.

Elementos unidimensionais 1-D					
Treliça e Viga					
	2 Nós 1ª ordem	3 Nós 2ª ordem	4 Nós 3ª ordem	5 Nós 4ª ordem	
Treliça plana	4GL	6GL	8GL	10GL → (2GL/Nó)	
Treliça espacial	6GL	9GL	12GL	15GL → (3GL/Nó)	
Vigas	12GL	18GL	24GL	30GL → (6GL/Nó)	
Elementos bidimensionais 2-D					
3 Nós 1ª ordem 6GL	6 Nós 2ª ordem 12GL	9 Nós 3ª ordem 18GL			
4 Nós 1ª ordem 8GL	20 Nós 2ª ordem 16GL	12 Nós 3ª ordem 24GL			
Elementos tridimensionais 3-D					
4 Nós 1ª ordem 12GL	6 Nós 2ª ordem 18GL				
6 Nós 1ª ordem 18GL	15 Nós 2ª ordem 45GL				
6 Nós 1ª ordem 24GL	20 Nós 2ª ordem 60GL				

Adaptado de (FIALHO, 2008)

2.1.4 Análise Matricial

Segundo Alves (2008), no Método dos Elementos Finitos no campo estrutural, a atenção da análise está voltada para a determinação do cálculo dos deslocamentos nodais.

No âmbito das aplicações estruturais, os elementos finitos são idealizados como uma mola, contribuindo dessa forma para a formação das matrizes de carregamento, rigidez e deslocamento. Como podemos observar na equação 2.1.

$$\{F\} = [K] \cdot \{U\} \quad (2.1)$$

Através do conhecimento dos carregamentos e da rigidez da estrutura, em que o software obtém a partir das propriedades do material e da geometria do modelo, obtemos a matriz de deslocamentos. De acordo com os deslocamentos, em uma segunda etapa são calculadas as reações, esforços internos, deformações e tensões.

Na figura 2.6 podemos observar alguns elementos em série, para elementos simples é possível formular a solução e identificar a matriz de rigidez de cada elemento que formam a matriz de rigidez global, usando apenas as leis fundamentais da resistência dos materiais; através da resistência dos materiais aplicando equilíbrio estático, regra de compatibilidade e a relação entre as forças e os deslocamentos dados para elementos simples é possível obter os coeficientes simples da matriz de rigidez dos elementos.

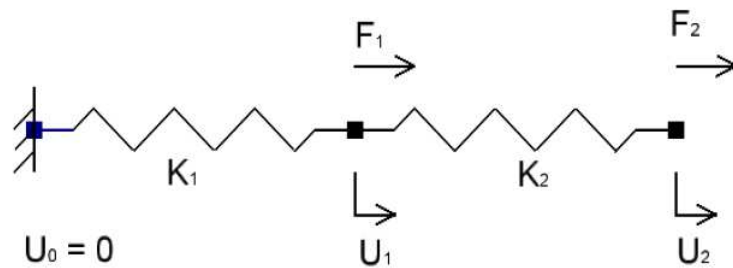


Figura 2.6 – Elementos simples em série.
(AZEVEDO, 2016)

A matriz de rigidez global é formada pela sobreposição das matrizes de rigidez de cada elemento. Para dois elementos, e um grau de liberdade, obtemos a equação 2.2.

$$\begin{Bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

O software poderá durante a análise montar a equação matricial com os vetores e matriz de rigidez para calcular o deslocamento de cada um dos nós e as tensões naqueles pontos. Quando um nó de elemento estiver mais de um grau de liberdade torna-se necessário o cálculo para cada grau de liberdade. (AZEVEDO, 2016)

2.1.5 Convergência de Malha

Como vimos anteriormente no MEF, quanto maior a quantidade de elementos, maior a precisão dos resultados, entretanto, aumenta a quantidade de cálculos a serem realizados e consequentemente aumenta o tempo computacional. É essa relação entre o número de elementos e o resultado encontrado que caracteriza a convergência da malha.

O objetivo do estudo de convergência de malha é selecionar o tipo e a quantidade de elementos de um modelo, de modo a obter um resultado convergindo com o real, como podemos observar na figura 2.7.

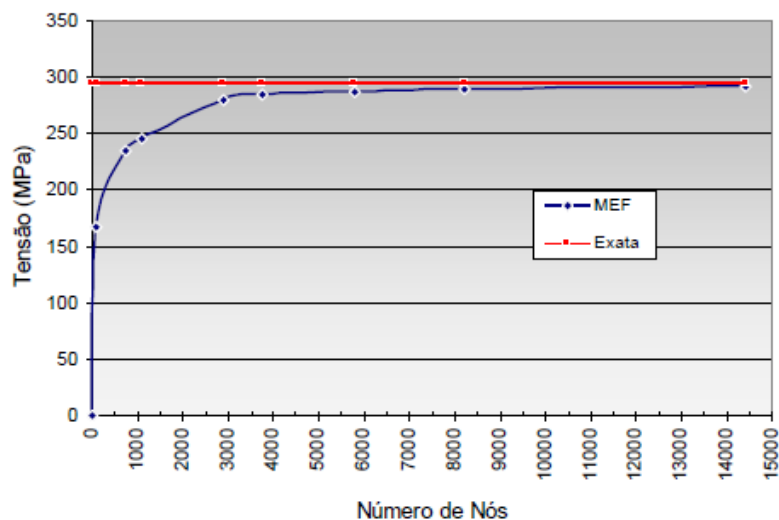


Figura 2.7 – Gráfico de convergência da tensão em função do número de nós.
Adaptado de (ALVES, 2008)

2.2 Chassi Space Frame

O principal objetivo do Chassi é integrar os subsistemas (Direção, Suspensão, Powertrain, Freio e Eletrônica), além de suportar todas as cargas mecânicas promovendo segurança e ergonomia ao piloto. A rigidez torcional da estrutura também é um dos principais fatores de eficiência a se considerar, o que afeta diretamente a dirigibilidade do veículo, além de outras funções que serão tratadas à frente.

O chassi Space frame é uma estrutura constituída de tubos que formam um arranjo geométrico específico. Esse tipo de estrutura rígida tem um baixo peso, além de possuir baixo custo e facilidade de fabricação e manutenção.

A Figura 2.8 mostra o chassi utilizado pela Equipe Bumba Meu Baja no ano de 2016, devido as características da estrutura Space Frame é um dos chassis mais utilizado na Competição Baja SAE Brasil.

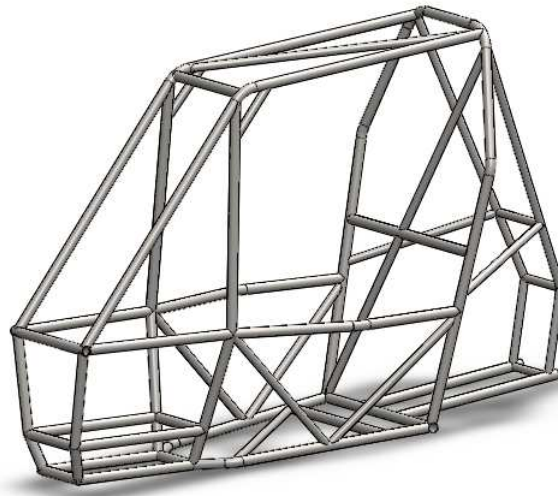


Figura 2.8 – Chassi Space Frame de Baja SAE.
(Equipe Bumba Meu Baja, 2016)

2.3 Dinâmica Veicular (Cargas e Deformações)

O principal objetivo da dinâmica veicular é estudar as interações entre o veículo e as reações de carga, como o movimento do veículo sobre o solo. Assim como em outro projeto de uma estrutura, a compreensão dos diferentes tipos de esforços que atuam no sistema depende de uma análise dos tipos de cargas aplicadas sobre ele. As principais cargas mecânicas que atuam sobre um chassi são apresentadas a seguir:

A dinâmica veicular longitudinal (eixo X) gera tensões como tração, compressão, flexão e torção. Devido a ação da aceleração e frenagem, são geradas tensões de tração e compressão sobre o eixo longitudinal, durante uma curva o chassi sofre influência da aceleração centrípeta, que provoca transferência de carga lateral, gerando flexão e torção em seu eixo longitudinal. O veículo off road percorre terrenos irregulares constantemente e sofre ainda mais torção.

A dinâmica veicular lateral (eixo Y) gera também tensões como tração, compressão e flexão, porém, neste caso é por conta da ação das forças reativas dos pneus. São criadas tensões nas regiões de fixação da suspensão, tração no lado interno e compressão no lado externo durante uma curva. Também são criadas tensões de flexão no eixo lateral com a influência do terreno irregular (lombadas) percorridos por esse tipo de veículo.

Já a dinâmica veicular vertical (eixo Z) está diretamente relacionada com as dinâmicas longitudinal e lateral, a atuação dessas forças em todo sistema o influencia verticalmente. A dinâmica vertical por ação de forças de contato com a base (as que atuam nos pneus são minimizados com molas, amortecedores, e estabilizadores que trabalham em conjunto com sistemas longitudinais e laterais ativos) gera tensões como tração e compressão, aumentando a flutuação da carga da roda.(SOARES et al., 2012)

Com tudo, a aplicação dessas cargas mecânicas gera deformações na estrutura, estas podem ser classificadas como: Flexão vertical, flexão lateral, lozenging horizontal e torção longitudinal. A figura 2.9 demonstra as coordenadas de atuação dessas cargas.

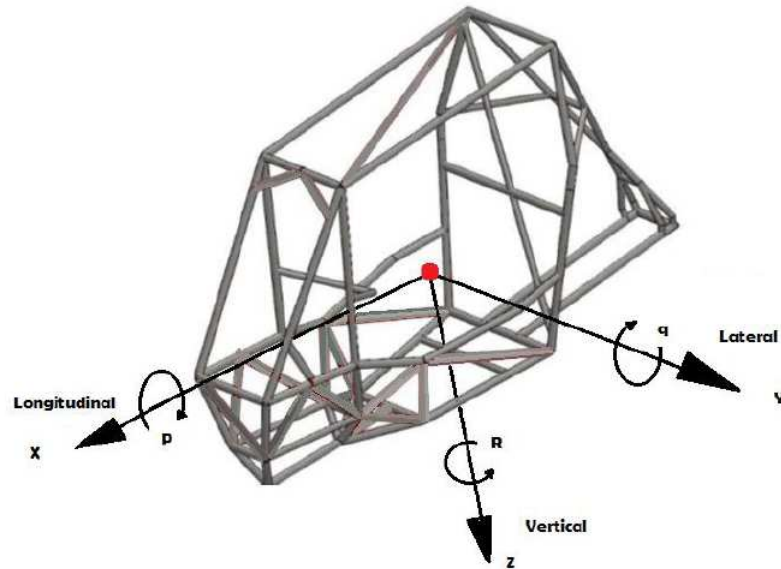


Figura 2.9 – Sistemas de coordenadas fixas do veículo.
(Autor, 2018)

2.3.1 Flexão Vertical

Esse tipo de deformação, observada na figura 2.10, tem várias causas, mas as principais cargas que interferem são as que estão relacionadas com o peso do piloto, além de outros componentes fixos ao chassi, fazendo-o flexionar no plano vertical. Veículos que possuem resistência a esse tipo de deformação, possuem alta rigidez à flexão vertical.

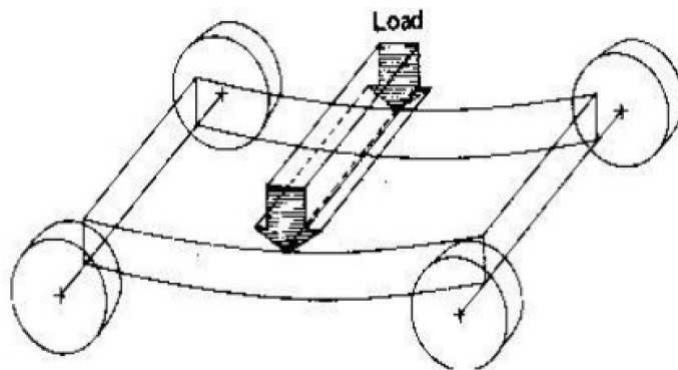


Figura 2.10 – Modo de deformação por flexão vertical.
(SINGH, 2010)

2.3.2 Flexão Lateral

A força centrípeta existente durante uma curva é a principal responsável por esse tipo de deformação, causando assim a deformação por flexão lateral. Essa força age lateralmente, devido essas circunstâncias pode-se encontrar resistência nos pneus do veículo, como mostrado na figura 2.11.

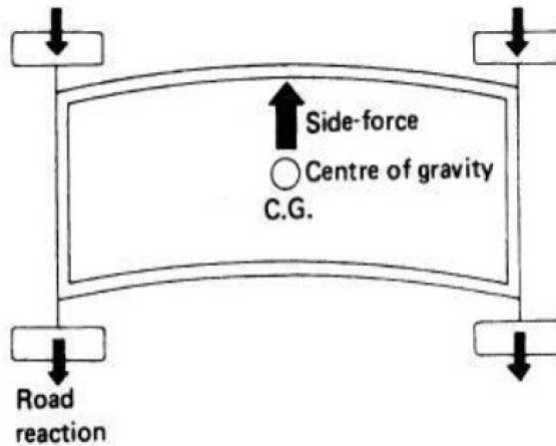


Figura 2.11 – Modo de deformação por flexão lateral.
(SINGH, 2010)

2.3.3 Lozenging Horizontal

As forças são aplicadas em sentidos opostos, distorcendo o chassi e causando a deformação horizontal. Esse tipo de deformação normalmente é causado por pequenos impactos em umas das rodas, formando uma espécie de paralelogramo, como o mostrado na figura 2.12.

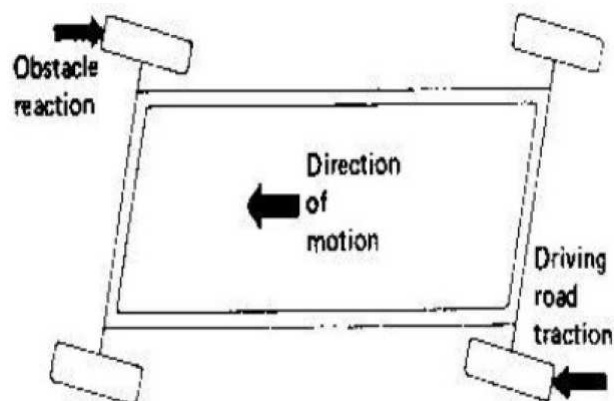


Figura 2.12 – Modo de deformação por lozenging horizontal.
(SINGH, 2010)

2.3.4 Torção Longitudinal

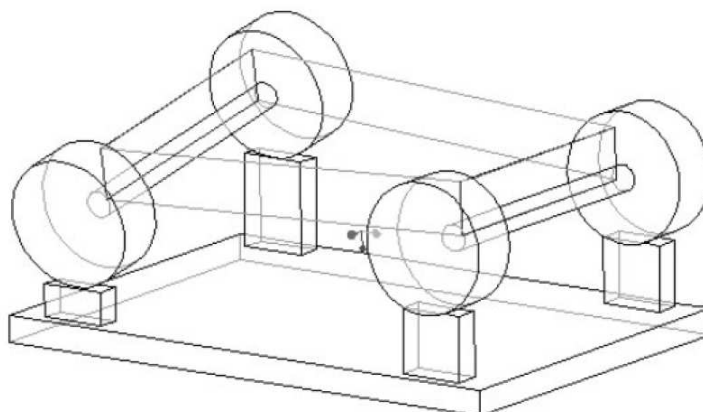


Figura 2.13 – Modo de deformação por torção longitudinal.
(SINGH, 2010)

Essa deformação é causada principalmente pela presença de irregularidades na pista ou pela existência de obstáculos que possam alterar o nível de equilíbrio entre as rodas, como mostrado na figura 2.13. A resistência de um veículo a esse tipo de deformação é denominada de rigidez à torção ou rigidez torcional, que falaremos mais à frente de uma forma mais aprofundada.

A rigidez à flexão e a rigidez torcional são propriedades determinantes da performance de um chassi, sendo inadmissível um projeto que não leva em consideração esses elementos, principalmente a rigidez torcional por estar ligada diretamente à transferência de cargas entre os pneus.

2.4 Rigidez Torcional

A rigidez torcional é um dos principais parâmetros de análise de um chassi, uma vez que, está diretamente ligado à rigidez da estrutura. Um chassi deve ser rígido o suficiente para suportar as cargas externas que atuam sobre ele. A rigidez da estrutura também afeta o veículo em outras performances.

A dirigibilidade e a vibração do veículo são abaladas pela rigidez da estrutura, além desses, outros problemas poder ser gerados pela falta de rigidez, segundo Sampo (2011), são eles:

- Complexibilidade no controle da distribuição de carga lateral;
- Deslocamentos desnecessários na estrutura, interferindo na conexão com a suspensão, gerando um problema quanto ao controle de movimento dos pneus;
- Vibrações indesejadas podem ser geradas;

- O veículo pode se tornar imprevisível e de difícil ajuste;
- A estrutura torna-se mais suscetível ao fenômeno da fadiga;
- Problemas na dirigibilidade.

A falta de rigidez afeta a transferência de carga lateral, que podem alterar os pontos de fixação da suspensão podendo modificar sua cinemática provocando efeitos indesejáveis do ponto de vista de dinâmica veicular. (SORNIOTTI; CROCOMBE et al., 2010)

Segundo Sampo (2011), existem diferentes formas de medir a rigidez torcional de um chassi, entretanto, todos seguem o princípio básico de fixar uma extremidade do chassi e aplicar momento binario na outra extremidade.

Encontra-se a rigidez à torção dividindo o valor do torque aplicado pela deformação angular (ocasionada pelo torque na estrutura). A rigidez à torção é dada pela equação 2.3.

$$K_t = \frac{T}{\theta} \quad (2.3)$$

Com a necessidade de avaliar longitudinalmente as seções da estrutura que são menos rígidas, a figura 2.14 mostra o ângulo de torção em relação ao comprimento da estrutura.

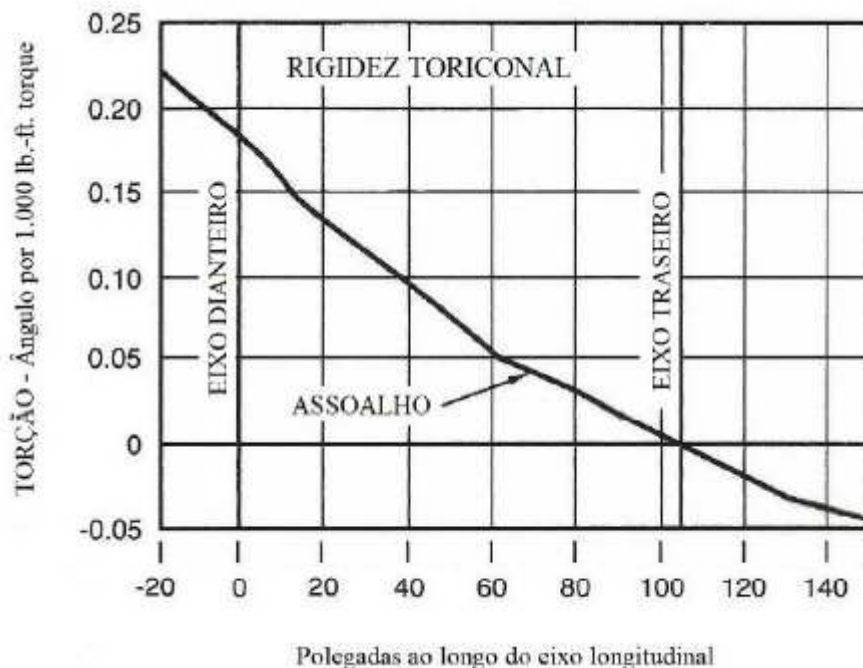


Figura 2.14 – Variação do ângulo de torção em relação ao eixo longitudinal. (BARBOSA, 2016)

A tabela 2.2 mostra os diversos valores de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos, os valores encontrados nessa tabela podem variar dependendo da fonte.

Tabela 2.2 – Valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos.

Veículo	Rigidez torcional (<i>Nm/grau</i>)
Baja SAE	750 – 1.500
Fórmula SAE	1.000 – 5.000
Carros de passeio	5.000 – 25.000
Carros de corrida Winston Cup	15.000 – 30.000
Carros esportivos	15.000 – 40.000
Fórmula 1	10.000 – 100.000

(SAMPO, 2011)

Uma estrutura veicular pode sofrer tanto torção como flexão, entretanto, a rigidez a flexão não é tão considerada em análises como a rigidez torcional, isso ocorre principalmente porque uma estrutura com uma resistência a torção ideal, terá também uma adequada resistência a flexão, além de que a rigidez a flexão não afeta consideravelmente as forças nas rodas. (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995)

3 Metodologia

Os projetos de estruturas ou máquinas, de modo algum, são considerados inteiramente rígidos, ocorrendo uma deformação mesmo que ínfima. Dessa forma, a estrutura de um chassi no estudo de rigidez torcional é proeminente da mecânica dos corpos deformáveis. Para a análise estrutural, há três métodos de solução do problema, são eles:

- Método Analítico
- Método Computacional (Elementos Finitos)
- Método Experimental

Segundo Alves (2008), os métodos analíticos permitem o cálculo de respostas exatas dos deslocamentos, deformações e tensões das estruturas em todos os pontos da mesma, entretanto, essas soluções são viáveis apenas para alguns casos. Nesse modelo considera-se a mecânica do contínuo, formada por infinitos pontos.

A análise de uma estrutura complexa torna esse método inviável, como é o caso do chassi de um veículo Baja, tipo Space Frame. Essa complexidade da geometria torna a solução analítica quase impossível de ser obtida, fazendo com que sejam necessárias grandes e excessivas simplificações para realizar esse método.

Como podemos observar da tabela 3.1, apenas os métodos analíticos e experimentais adquirem resultados exatos. Assim, decidiu-se utilizar o método experimental como forma de validação do método computacional.

Tabela 3.1 – Comparação entre os métodos de análise da estrutura.

	Método Analítico	Método Computacional	Método Experimental
Vantagens	<ul style="list-style-type: none">• Modelo analítico (Contínuo).• Baixo Custo.• Valor Exato.	<ul style="list-style-type: none">• Modelo Virtual (Discreto).• Baixo Custo.	<ul style="list-style-type: none">• Modelo Real.• Valor exato da rigidez torcional.
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none">• Limitações devido a complexidade das geometrias dos modelos.• Necessitasse de um vasto conhecimento em cálculo.• Materiais apenas homogêneos.	<ul style="list-style-type: none">• Valor aproximado da rigidez torcional.• Necessitasse de softwares adequado.• Necessitasse de uma pessoa qualificada.	<ul style="list-style-type: none">• Necessitasse da construção de um protótipo.• Alto Custo.• Ensaio não normalizado.

Adaptado de (BARBOSA, 2016)

Uma das principais vantagens do método computacional é seu baixo custo, já que esse método não necessita da construção de um protótipo como no método experimental, o que requer tempo e dinheiro, além de permitir remodelagem do projeto ainda em sua concepção projetual.

A desvantagem desse método é que os resultados obtidos são dados de forma aproximada, o que torna necessário a utilização de um outro método para a validação do mesmo. O método que atende essa necessidade é o método experimental, mesmo com as desvantagens mostradas.

A principal desvantagem do método experimental na obtenção da rigidez torcional é a falta de uma norma regulamentadora para esse tipo de ensaio, entretanto, como forma de evitar essa deficiência, montadoras de automóveis produziram sua regulamentação própria para execução do ensaio, com isso, obtendo diferentes formas de aplicação dos carregamentos, fixações e análise de resultados.

O projeto será dividido em dois núcleos de trabalho, o primeiro é baseado na análise da rigidez torcional pelo método dos elementos finitos, e o segundo tem base nos dados obtidos com o experimento físico. Cada núcleo será avaliado separadamente no início, para posteriormente realizarmos uma análise comparativa entre os dois métodos.

3.1 Método Computacional

A metodologia adotada no método dos elementos finitos, tem base nos estudos desenvolvidos por Riley e George (2002), esse método consiste em considerar o chassi como um tubo que possui umas das extremidades engastada e na outra é aplicado um torque. Como mostrado na figura 3.1.

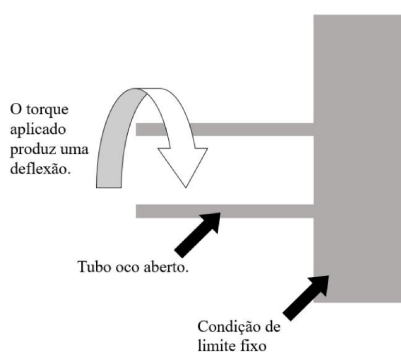


Figura 3.1 – Modelo teórico da rigidez a torção.
Adaptado de (RILEY; GEORGE, 2002)

A rigidez torcional pode ser calculada após encontrar o valor do torque aplicado dividindo pela deflexão angular. Assim como observamos na equação 2.3. O torque pode ser obtido através

do cálculo de binário de força, como mostra a equação 3.1.

$$T = 2 \cdot F \cdot L \quad (3.1)$$

A deflexão angular é obtida a partir das deformações geradas pela carga aplicada e a distância entre elas, como podemos observar na figura 3.2.

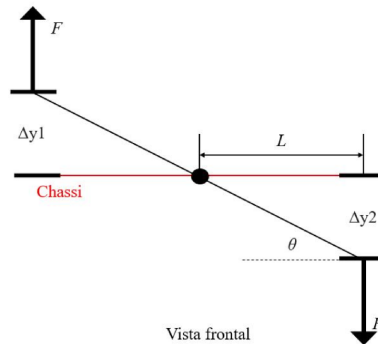


Figura 3.2 – Deflexão angular.
(Autor, 2018)

Assim obtemos a equação 3.2:

$$\theta = \tan^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2 \cdot L} \right] \quad (3.2)$$

A partir das equações 3.1 e 3.2 podemos obter a rigidez torcional, substituindo na equação 2.3, assim temos a equação da rigidez torcional para o método computacional, equação 3.3.

$$K_t = \frac{2 \cdot F \cdot L}{\tan^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2 \cdot L} \right]} \quad (3.3)$$

Esse método numérico considera a atuação da suspensão na estrutura, sendo aplicado um binário nos pontos de fixação das rodas dianteiras, como podemos observar na figura 3.3.

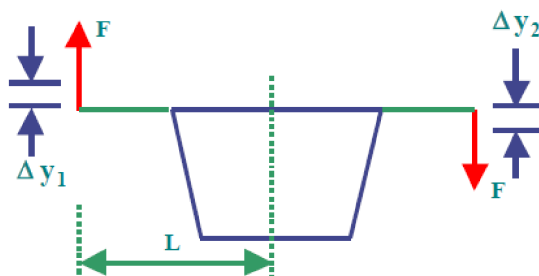


Figura 3.3 – Carregamento na ancoragem da suspensão dianteira.
(RILEY; GEORGE, 2002)

Vamos calcular a rigidez do chassi através do método computacional e experimental com o objetivo de evidenciar a eficiência do método computacional, validando sua análise.

3.2 Método Experimental

O modelo utilizado no método computacional é de difícil reprodução em laboratório, sendo necessária a aplicação de uma força contrária à gravidade, tornando assim mais difícil de produzir e mesura-la. Dessa forma buscou-se realizar um experimento com uma força atuando favorável à gravidade em umas das extremidades do chassi, permitindo que o corpo gire em torno de um ponto de apoio localizado no centro da estrutura, como mostra a figura 3.4.

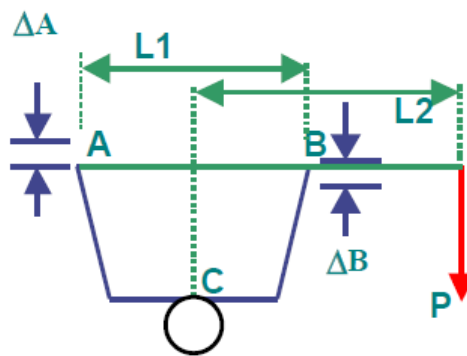


Figura 3.4 – Carregamento na ancoragem da suspensão dianteira no método experimental. (RILEY; GEORGE, 2002)

Nesse formato de experimento, uma viga rígida está fixada aos pontos A e B da estrutura agindo como uma alavanca. Um carregamento P é aplicado na extremidade da viga, girando-a em torno do ponto C, gerando assim um torque em função da distância L2. Com esse método pode-se calcular a deflexão angular a partir dos deslocamentos angulares dos pontos A e B, como observamos na equação 3.4.

$$\theta = \tan^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta A + \Delta B}{L1} \right] \quad (3.4)$$

Para obtermos a rigidez torcional desse modelo, devemos calcular o torque aplicado pela alavanca, através da equação 3.5.

$$T = P \cdot L2 \quad (3.5)$$

Após esse processo, podemos substituir a 3.4 e 3.5 na equação 2.3, temos assim a rigidez torcional para o método experimental através da equação 3.6.

$$K_t = \frac{T}{\theta} = \frac{P \cdot L2}{\tan^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta A + \Delta B}{L1} \right]} \quad (3.6)$$

Nesse experimento, os amortecedores dianteiros e traseiros são substituídos por barras rígidas. A suspensão dianteira e traseira é fixa na bancada atrás do cubo de roda, e a viga de aço que gera o torque é apoiada em seu centro, permitindo assim a rotação.

4 Estudo de Caso

Foi realizado um estudo de caso no protótipo Tapi'irusu da equipe Bumba Meu Baja, com o objetivo de obter a rigidez à torção da estrutura e validar o método numérico. Na figura 4.1 podemos observar o protótipo durante a Competição Baja SAE Brasil.



Figura 4.1 – Protótipo Tapi'irusu.
(Equipe Bumba Meu Baja,2018)

4.1 Modelagem Computacional

Com a utilização do método computacional é possível calcular a rigidez torcional de um veículo por intermédio de softwares de simulação por elementos finitos. Esse método tem a necessidade de representar um modelo matemático mais próximo da realidade, evitando assim imprecisão nos resultados.

O modelo matemático de uma análise estrutural está diretamente relacionado a equação 2.1, no qual elementos como a geometria e o material do modelo são responsáveis pela elaboração da matriz de rigidez da estrutura. As condições de contorno, como fixações e forças atuantes na estrutura, são responsáveis por desenvolver as matrizes de deslocamento e força, respectivamente.

4.1.1 Geometria do Protótipo

O primeiro passo para a análise de rigidez torcional pelo método dos elementos finitos é a elaboração da geometria do modelo. O modelo do protótipo foi desenvolvido através do

software CAD SolidWorks, com base em análises da estrutura e no Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil (RATBSB).

Podemos observar na figura 4.2 o modelo desenvolvido através do software. Com a adição da suspensão dianteira e traseira ao chassi, segundo o modelo de Riley e George (2002), chegamos ao modelo simplificado desenvolvido para o estudo na figura 4.3.

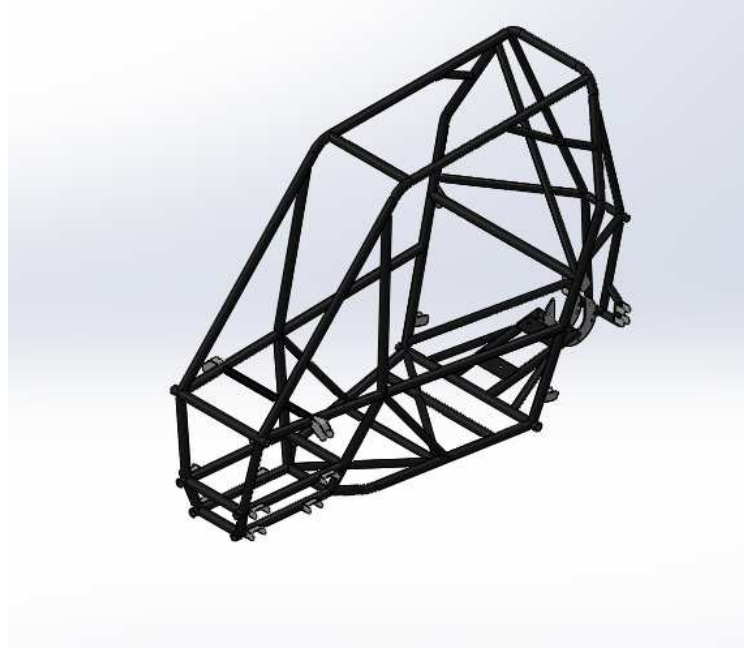


Figura 4.2 – Geometria do Protótipo Tapi'irusu.
(Autor, 2018)

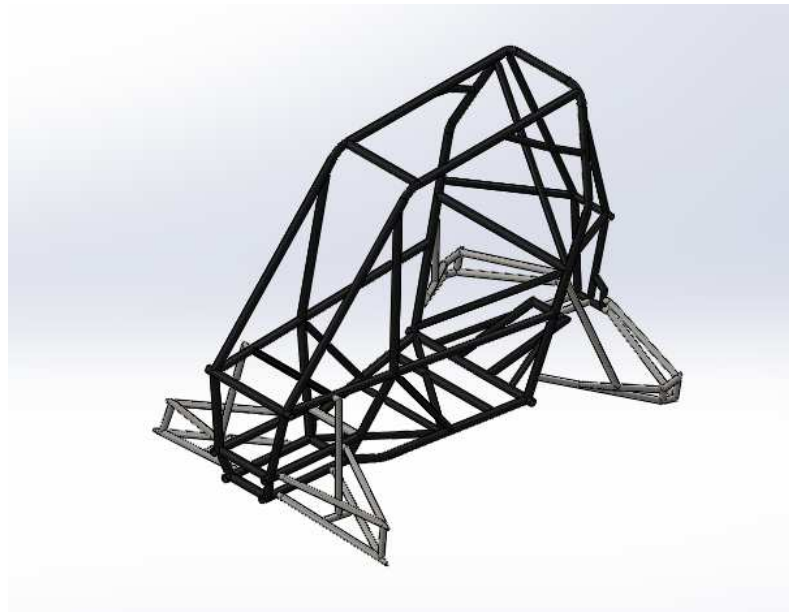


Figura 4.3 – Modelo simplificado para o estudo de rigidez torcional pelo MEF.
(Autor, 2018)

Na tabela 4.1 podemos observar as principais dimensões do modelo que será utilizado na análise numérica de rigidez torcional.

Tabela 4.1 – Dimensões Gerais do Protótipo.

Comprimento	1839,68 mm
Altura	1219,97 mm
Largura	692,34 mm
Bitola Dianteira	1346,00 mm
Bitola Traseira	1296,40 mm

(Autor, 2018)

O protótipo é constituído de uma estrutura tubular com diâmetro externo de 31,75 mm e espessura de 1,6 mm nos tubos principais, além de tubos auxiliares com diâmetro externo de 25,4 mm e espessura de 1,2 mm. O chassi apresenta diferentes seções tubulares, como podemos observar na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Distribuição de diferentes perfis do chassi.

Cor dos Tubos	Diâmetro	Espessura
Vermelho (mm)	31,75	1,6
Azul (mm)	25,4	1,2

(Autor, 2018)

Na figura 4.4 vemos de forma clara como estão distribuídos os diferentes perfis ao longo da estrutura do chassi.

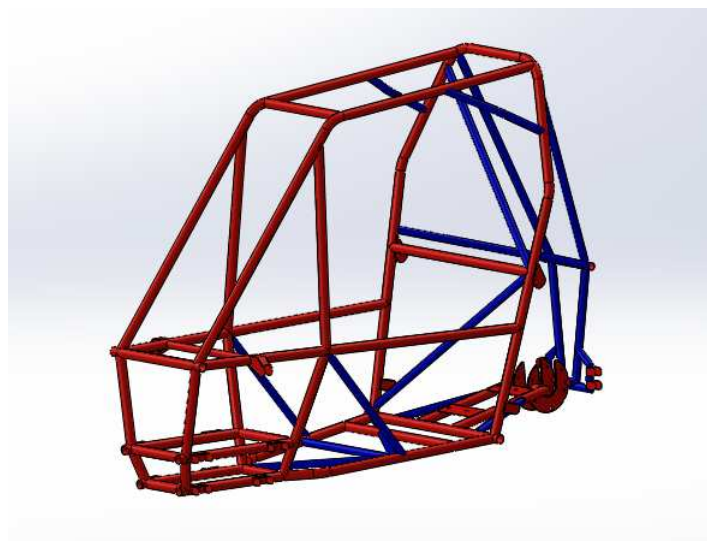


Figura 4.4 – Distribuição das seções tubulares do Protótipo Tapi'irusu.

(Autor, 2018)

4.1.2 Material do Protótipo

Os procedimentos de seleção de materiais obedecem a múltiplos critérios, neste projeto buscou-se uma otimização quanto a resistência e massa. Desta forma, para adotar o material adequado optou-se por utilizar o procedimento de índice de mérito (IM) nos materiais, levando em consideração critérios como custo, rigidez e resistência à flexão, densidade linear, disponibilidade no mercado e soldabilidade.

Na tabela 4.3, observamos as seguintes propriedades dos materiais.

Tabela 4.3 – Propriedades dos materiais SAE 1020 e AISI 4130.

Material	SAE 1020	AISI 4130
σ (MPa)	380	561
Densidade(Kg/m ³)	7872	7872

(Autor, 2018)

O material AISI 4130 é o mais adequado quando se leva em consideração sua resistência. Aplicando se o índice de mérito (Resistencia/ densidade), obtivemos os seguintes resultados encontrados na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Índice de Mérito.

Material	SAE 1020	AISI 4130
IM (Resistência/densidade)	48,30	71

(Autor, 2018)

O AISI 4130 na primeira análise aparentemente é o material mais adequado. Porém, considerando o custo, torna-se inviável como podemos observar na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Preço por metro dos materiais SAE 1020 e AISI 4130.

Material	SAE 1020	AISI 4130
R\$/m	60	125

(Autor, 2018)

Tendo como base que diferentes resistências mecânicas levam ao uso de seções transversais diferentes, o aço de liga AISI 4130 acarretaria em uma oneração sem redução considerável da massa, tendo em vista que as normas RATBSB da competição limitam o diâmetro e a espessura mínima do tubo, o material SAE 1020 se torna mais adequado.

Assim, o material utilizado no modelo é o aço SAE 1020 da biblioteca de materiais do programa SpaceClaim. Na tabela 4.6 encontramos algumas propriedades relevantes para a análise estática.

Tabela 4.6 – Propriedade do aço SAE 1020 da biblioteca do programa SpaceClaim.

Propriedade do Aço SAE 1020	Valor
Densidade (Kg/m^3)	7872
Limite de resistência (MPa)	420
Modulo de elasticidade (MPa)	205.10^3
Módulo de cisalhamento (MPa)	800.10^2
Coefficiente de poisson	0,29
Condutividade térmica ($W/m.K$)	51,9
Calor específico ($J/kg.deg.C$)	486

Adaptado do programa SpaceClaim

4.1.3 Condições de Contorno

A rigidez torcional de uma estrutura Space Frame pode ser idealizada a partir do mesmo princípio mostrado anteriormente, onde consideramos o chassi um tubo que possui uma das extremidades fixa e na outra é aplicado um torque.

As condições de contorno utilizadas têm base nos estudos de Riley e George (2002), em que foi discutido as diferentes formas de carregamento e restrições do modelo, buscando condições mais próximas do comportamento real do veículo. Pode-se constatar que a melhor maneira de analisar a rigidez à torção em um veículo é agregando a suspensão ao modelo.

Dessa forma, passou-se a aplicar os carregamentos e as restrições sobre os cubos de roda, diferentemente dos métodos tradicionais em que se aplicava sobre as ancoragens da suspensão, em consequência disso, a suspensão do protótipo foi modelada junto a estrutura, como mostra a figura 4.3.

Nesse método as seguintes condições de contorno foram aplicadas ao modelo para a análise de rigidez torcional:

- Um torque é aplicado na dianteira do veículo por intermédio de duas forças verticais, com mesma intensidade e sentidos opostos, gerando assim um binário. As forças são aplicadas em cada uma das extremidades da bandeja inferior da suspensão dianteira. O torque é dado pela equação $T=2.F.l$, onde $l= 673$ mm é a distância entre a força aplicada e o centro da estrutura; e, F a intensidade da força.
- A traseira do modelo é engastada nos pontos de fixação dos cubos de roda traseiros. Todos os graus de liberdade de rotação e translação foram restritos.
- Na frente do modelo é aplicada uma restrição de movimento na direção Y , restringindo o grau de liberdade de translação vertical.

O modelo do protótipo foi fixado nos cubos de roda traseiros e os carregamentos foram aplicados nos cubos de roda dianteiros, assim engasta-se a região traseira do veículo e aplicar um torque na dianteira, como podemos observar na figura 4.5.

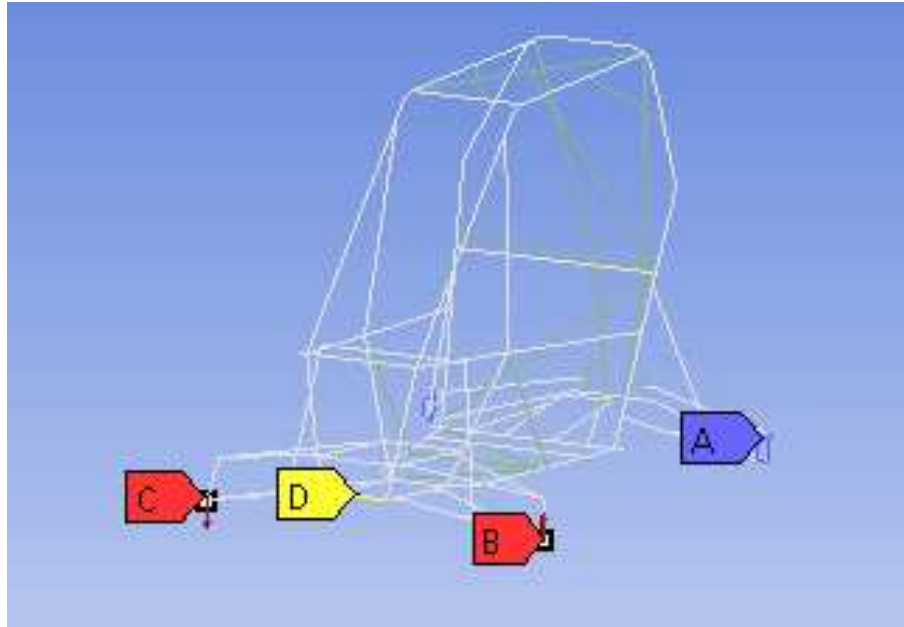


Figura 4.5 – Condições de contorno do modelo.
(Autor, 2018)

4.1.4 Malha

A malha do modelo é um dos pontos de grande importância na análise por elementos finitos, obtendo maior influência nos resultados gerados. Segundo Soriano (2003), à medida que se refina a malha, o campo de deslocamentos adotado em determinado elemento conduz a malha para um resultado convergindo para uma solução exata.

Com a finalidade de analisar a convergência de malha primeiramente considera-se o refinamento da malha por redução no tamanho dos elementos, posteriormente, é considerado o refinamento pelo aumento da ordem do elemento. Essa análise se baseia na realização da simulação e em identificar a influência da malha no resultado.

Diante desta análise, o deslocamento foi utilizado como parâmetro para verificar a convergência, como mostrado na figura 4.6.

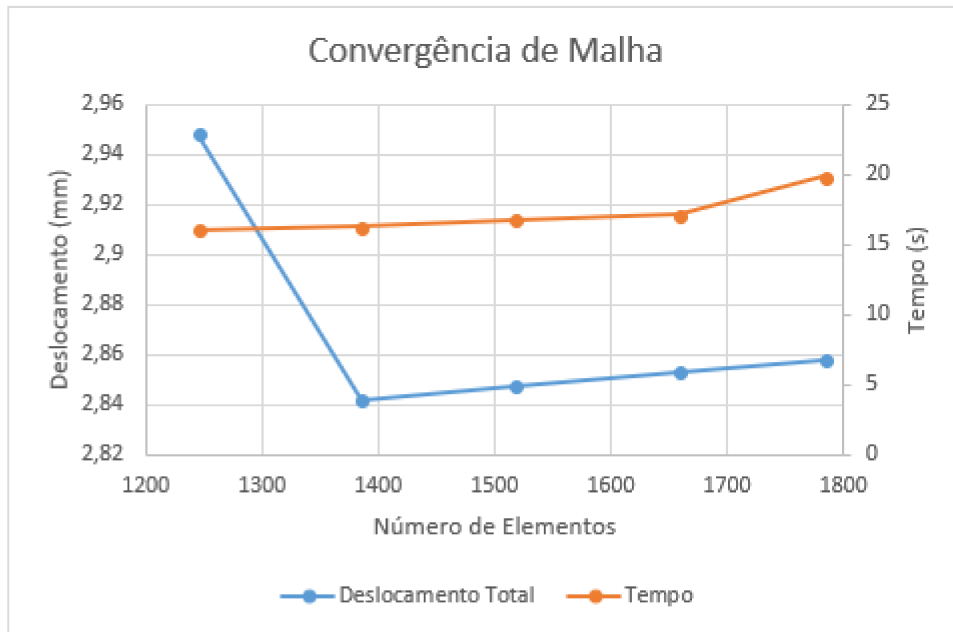


Figura 4.6 – Gráfico de convergência de malha.
(Autor, 2018)

A malha selecionada para a simulação foi a da quarta interação, em que podemos observar na tabela 4.7 uma redução de 51,15 % do tempo computacional e uma variação de 3,59 % do resultado em relação a malha seguinte.

Tabela 4.7 – Análise de Convergência.

Número de Nós	Número de Elementos	Deslocamento (mm)	Tempo (s)
2470	1245	2,948	16,11
2750	1385	2,842	16,31
3016	1518	2,848	16,82
3298	1659	2,853	17,20
3548	1784	2,868	19,86

(Autor, 2018)

Na figura 4.7 podemos observar a malha utilizada no modelo. Essa malha é constituída por elemento de viga quadrático, com três nós.

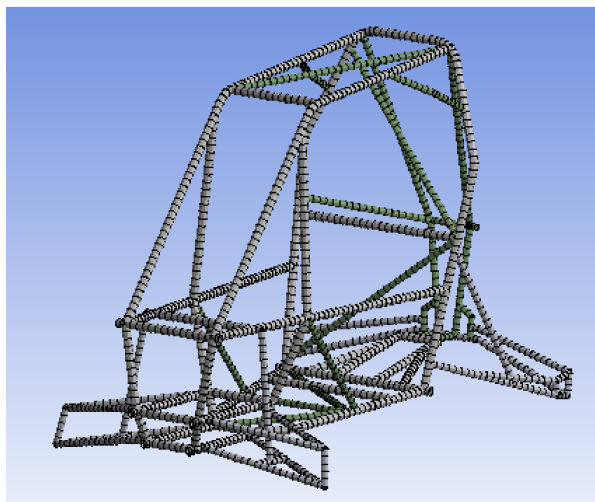


Figura 4.7 – Malha do modelo.
(Autor, 2018)

4.1.5 Análise da Rigidez Torcional

Os estudos de rigidez torcional foram realizados para o desenvolvimento do chassi da equipe Bumba Meu Baja, com o objetivo de avaliar a rigidez da estrutura. Após as análises da geometria, material, condições de contorno e malha a serem utilizados, o próximo passo é a realização da análise da rigidez torcional a partir dos dados da simulação.

Com os dados obtidos na análise numérica, calcula-se a rigidez torcional, a equação usada para determinar a rigidez torcional é a mesma apresentada no item 3.1. Nas figuras 4.8 e 4.9 podemos observa a deformação do modelo para um torque aplicado de $490,5 \text{ N.m}$.

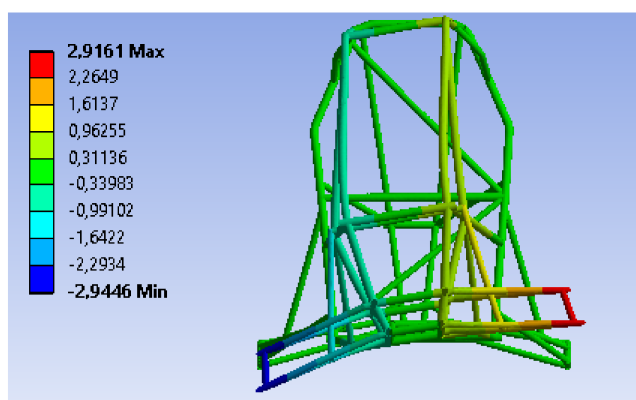


Figura 4.8 – Deformação do modelo na direção Y (Vista frontal).
(Autor, 2018)

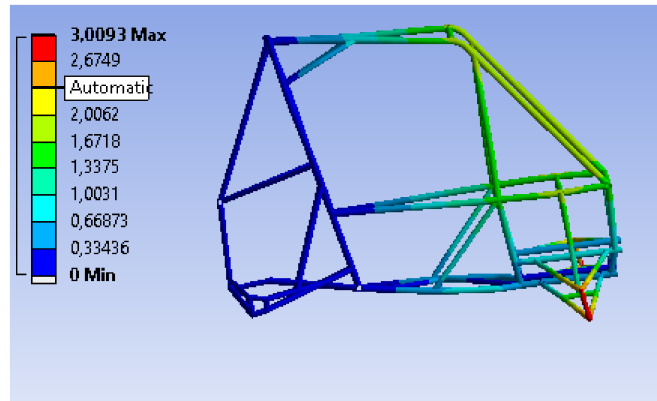


Figura 4.9 – Deformação total do modelo (Vista lateral esquerda).
(Autor, 2018)

Para análise da rigidez torcional, foram realizadas várias simulações para diferentes tipos de torques, gerando assim um gráfico de dispersão, relacionando o torque aplicado à deflexão angular obtida na análise. Com o aumento do torque aplicado aumenta-se deflexão angular, gerando uma linearidade no gráfico como mostra a figura 4.10.

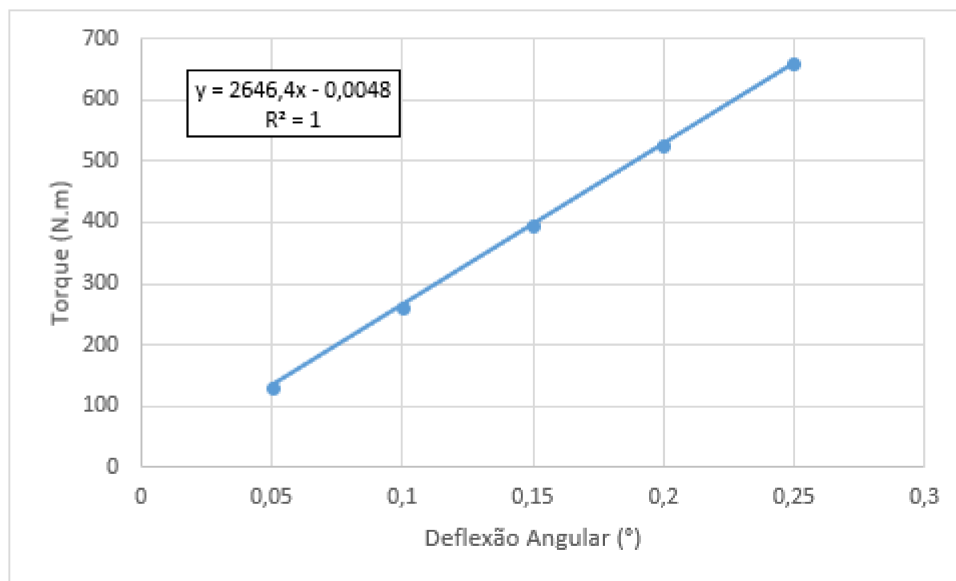


Figura 4.10 – Rigidez torcional do modelo.
(Autor, 2018)

Na tabela 4.8 podemos observar os resultados da rigidez torcional a partir dos carregamentos aplicados na estrutura. Analisando todos os dados obtidos no APÊNDICE A chegamos a uma rigidez média de 2646,4 (N.m/grau).

Tabela 4.8 – Resultados da rigidez torcional.

Força (<i>N</i>)	Torque (<i>N.m</i>)	Deslocamento (<i>mm</i>)	Deflexão Angular (<i>Graus</i>)	Rigidez Torcional (<i>N.m/grau</i>)
98,1	132,04	1,17	0,049	2646,39
196,2	264,08	2,34	0,099	2646,39
294,2	395,99	3,51	0,149	2646,36
392,4	528,17	4,69	0,199	2646,39
490,5	660,21	5,86	0,249	2646,42

(Autor, 2018)

4.2 Experimento de Rigidez Torcional

O método numérico por elementos finitos, em alguns casos pode apresentar uma aproximação dos resultados imprecisa. Por isso a necessidade de uma comprovação experimental para se validar os resultados obtidos.

No método experimental, os dados são obtidos através de uma abordagem do protótipo real da Equipe Bumba Meu Baja. Dessa forma, os dados são coletados diretamente do veículo por meio de equipamentos de medição.

Esse método tem a necessidade de construção de um modelo físico para os testes, dificultando o processo e encarecendo-o. Dessa maneira, esse método geralmente é utilizado para validar a modelagem computacional, sendo inviável para utilização ao longo da concepção de projeto.

4.2.1 Projeto da Bancada

4.2.1.1 Concepção de Projeto

O projeto da bancada de teste tem o objetivo de elaborar um aparo capaz de fornecer medidas confiáveis para o cálculo da rigidez torcional. A bancada segue os seguintes critérios:

- Apresentar uma capacidade de adaptação a diferentes tipos de chassis. Isso se deve a necessidade da Equipe Bumba Meu Baja, que a cada dois anos o chassi é diferente do ano anterior. Em vista disso, a bancada deve atender as mais variadas dimensões de eixo e bitola.
- Dispor de uma alta rigidez, afim de minimizar as deformações sofridas pela estrutura da bancada, evitando assim interferência nos resultados.
- Possuir equivalência de esforços à situação real, garantindo o resultado efetivo da rigidez da estrutura.

4.2.1.2 Modelo da Bancada de Rigidez

Nesse modelo, o sistema mola e amortecedor é substituído por um tubo rígido, os cubos de roda traseiros são fixos às chapas, estas são fixas a uma mesa metálica presa ao chão. Os cubos de roda dianteiros são fixos às outras chapas, que por sua vez, estão presas a uma viga, e a mesma se encontra apoiada apenas no centro da estrutura. Anilhas de peso localizadas em uma das extremidades da viga geram o torque que serão aplicados ao chassi. Na tabela 4.9, podemos identificar alguns itens da bancada e suas respectivas descrições, no APÊNDICE B temos uma descrição mais detalhada.

Tabela 4.9 – Descrição dos itens da bancada.

Itens da Bancada	Descrição
Viga dianteira	Fixar os cubos dianteiros e servir como braço de alavanca.
Chapas de fixação dianteira	Servir de conexão entre o chassi e a viga.
Chapas de fixação traseira	Servir de conexão entre o chassi e a mesa.
Base da viga	Apoiar a viga de forma que ela possa girar livremente.
Anilhas de peso	Aplicar uma carga capaz de torcer o chassi.

(Autor, 2018)

A bancada foi desenvolvida considerando os critérios da concepção de projeto, chegou-se ao modelo da figura 4.11.

Nesse método, os cálculos de rigidez torcional são dados por obtenção das deformações da estrutura por intermédio de instrumentos de medição, e a partir deste ponto a rigidez é calculada pela mesma equação do item 3.2.

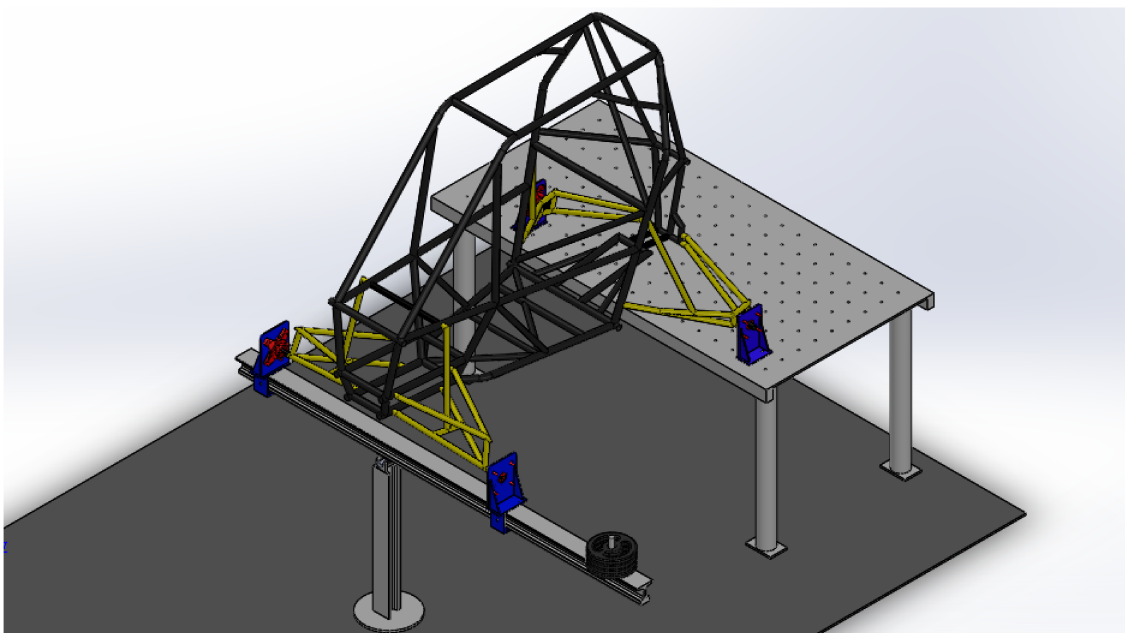


Figura 4.11 – Modelo da Bancada.

(Autor, 2018)

4.2.1.3 Dimensionamento dos Elementos da Bancada

Com o intuito de obter resultados mais precisos da rigidez à torção da estrutura, foi levado em consideração a influência das deformações de alguns elementos da bancada na medição, com isso, se fez necessário avaliar a rigidez desses elementos. Dessa forma, esses componentes devem ser rígidos o suficiente para que suas deformações não influenciem na deformação total do chassi.

Os amortecedores são os componentes responsáveis por absorver a energia proveniente das rodas, fornecendo estabilidade para o veículo. Dessa forma, esse componente interfere diretamente na medição da rigidez, com isso, o conjunto mola e amortecedor foram substituídos por tubos rígidos, como mostrado na figura 4.12.



Figura 4.12 – Tubo rígido.
(Autor, 2018)

Para avaliar a influência desses tubos, foi realizado uma análise da deformação desse componente, em que se engastou uma das extremidades do tubo e na outra aplicou-se uma força axial de $490,5\text{ N}$, como mostrado na figura 4.13. Ao verificar a análise, observamos uma deformação total de $0,0094\text{ mm}$, evidenciando uma influência mínima aos resultados.

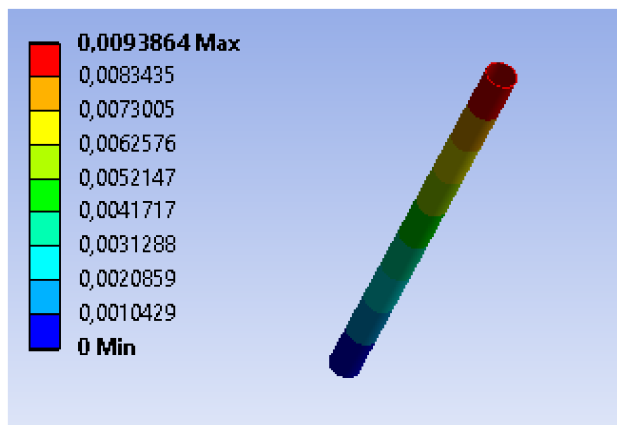


Figura 4.13 – Deslocamento do tubo rígido.
(Autor, 2018)

As chapas de fixação têm a função de prender o chassi à viga, além de transmitir o torque aplicado na viga a estrutura do veículo. A geometria dessas chapas foi idealizada para melhor atender os critérios da concepção do projeto, buscando assim seguir o critério de adaptação a diferentes tipos de bitolas. Para obedecer a esse critério, as chapas são fixas por parafusos, permitindo dessa maneira fazer ajustes. Os suportes de chapas para fixação dianteira e traseira podem ser observadas nas figuras 4.14 e 4.15.



Figura 4.14 – Suporte de chapa para fixação dianteira.
(Autor, 2018)



Figura 4.15 – Suporte de chapa para fixação traseira.
(Autor, 2018)

Para avaliar a influência desses suportes, algumas condições foram utilizadas na análise. Primeiro, essas chapas foram fixadas nos pontos de fixação dos parafusos, posteriormente, foi aplicado uma força de $490,5\text{ N}$ nos pontos em que os cubos de roda são conectados. Dessa forma, verificou-se uma deformação de $0,0034\text{ mm}$ no suporte dianteiro e uma deformação de $0,0241\text{ mm}$ no suporte traseiro. Como podemos observar na figura 4.16 e 4.17.

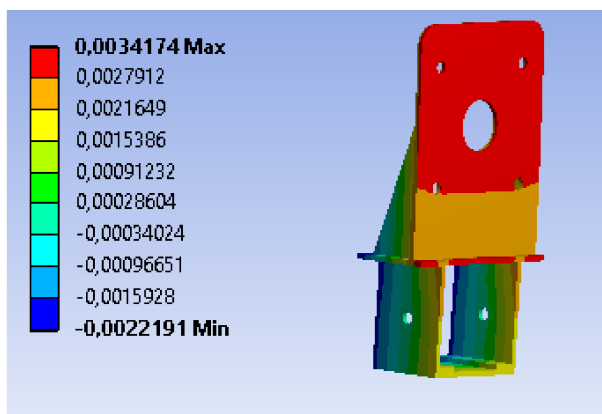


Figura 4.16 – Deslocamento do suporte dianteiro.
(Autor, 2018)

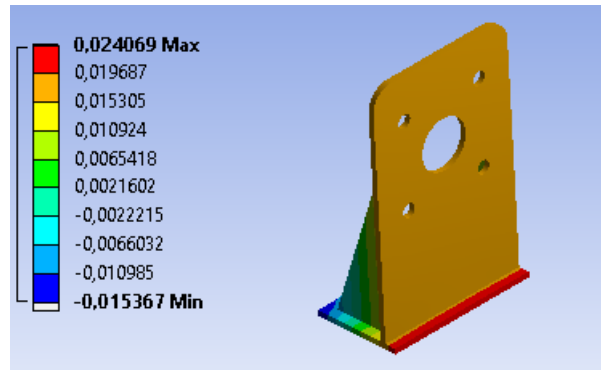


Figura 4.17 – Deslocamento do suporte traseiro.
(Autor, 2018)

O principal objetivo da viga é servir como braço de alavanca para gerar o torque na estrutura do veículo, como os outros componentes analisados a cima, a viga também precisa ser rígida. A flexão em uma viga é inversamente proporcional ao momento de inercia de área da seção transversal, como podemos observar na equação 4.1.

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot Y_{max}}{J} = \frac{M}{W} \quad (4.1)$$

Através da equação, podemos constatar que quanto maior o módulo de resistência à flexão, menor será a tensão da viga e o seu deslocamento.

Para avaliar a influência da viga, se fez necessário realizar uma análise da deformação da viga. Nessa análise as condições de contorno da viga foram as seguintes:

- Foram restringidas as rotações nos eixos x e y , permitindo apenas a rotação no sentido da força aplicada;
- Foi restringido o deslocamento da viga no eixo y , nos pontos nos quais os suportes dianteiros estão fixados;
- Foi aplicado uma força de $490,5 \text{ N}$ em uma das extremidades da viga, nos pontos em que as anilhas de peso são colocadas;

Dessa forma, verificou-se uma deformação de $0,0978 \text{ mm}$ na viga. Como podemos observar na figura 4.18.

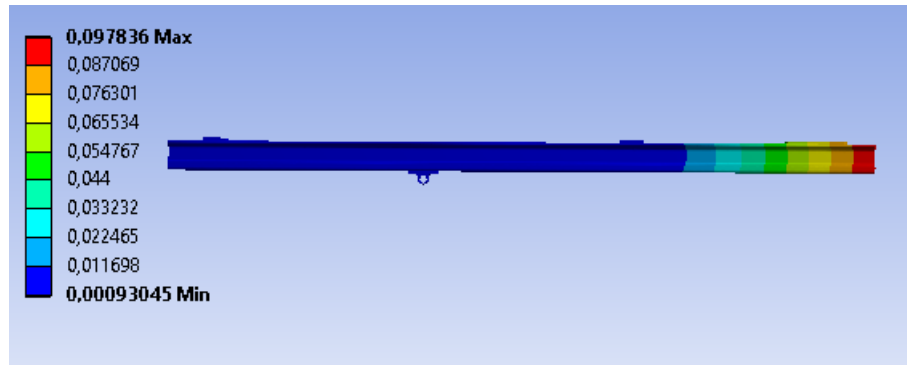


Figura 4.18 – Deslocamento da viga.
(Autor, 2018)

4.2.2 Processos do Experimento

4.2.2.1 Síntese do Ensaio

O experimento de rigidez torcional tem base nos estudos desenvolvido por Riley e George (2002), muito discutidos no presente trabalho. As condições determinadas por eles, servirão de base para o desenvolvimento do modelo experimental, essas condições são:

- A suspensão traseira tem seus graus de liberdade de translação restringidos ($V_x = V_y = V_z = 0$), assim como os graus de liberdade de rotação ($ROT_x = ROT_y = ROT_z = 0$).
- A suspensão dianteira tem os graus de liberdade de rotação em torno do eixo x e y restritas ($ROT_x = ROT_y = 0$), apenas mantendo a rotação no eixo z ($ROT_z = \text{livre}$).
- Uma carga vertical para baixo é aplicada na extremidade da viga gerando um torque na estrutura.

Na figura 4.19, observamos como o esboço do funcionamento do experimento.

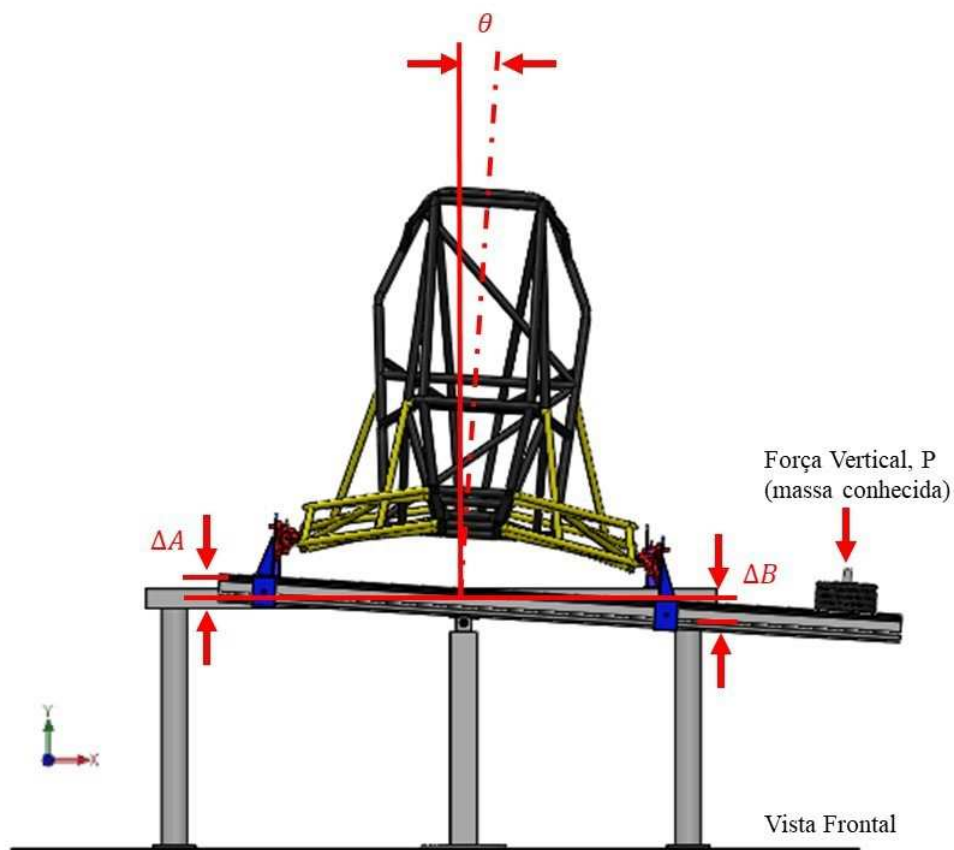


Figura 4.19 – Esboço do experimento de rigidez torcional.
(Autor, 2018)

Com a equação 3.5, calculamos o torque aplicado através do peso das anilhas pela distância lateral entre o ponto de aplicação da carga e o ponto de apoio da viga, essa equação pode ser melhor representada a partir da equação 4.2.

$$T = P \cdot L2 = m \cdot g \cdot L2 \quad (4.2)$$

Dois relógios comparadores posicionados abaixo das pontas de eixo dianteiras, mediram os deslocamentos linear direito e esquerdo, ΔA e ΔB respectivamente. Dessa maneira, conseguimos obter a deflexão angular, como mostrado na equação 3.4.

Nesse experimento o torque aumenta de acordo com a adição de cada anilha de peso, com aproximadamente 10 kg cada. O torque máximo aplicado foi de 660,21 N.m, e o ângulo de deflexão varia de acordo com torque conhecido. A rigidez torcional é obtida nesse experimento a partir da relação entre o torque aplicado e a deflexão angular gerada, como observamos na equação 3.6.

4.2.2.2 Preparação do Protótipo

Para a realização do experimento, alguns procedimentos devem ser tomados com o objetivo de minimizar erros. Como o experimento consiste em transmitir as cargas exercidas pelas anilhas à suspensão, e posteriormente ao chassi, o protótipo é preparado de acordo com os seguintes itens:

- Substituição dos amortecedores por tubos rígidos;
- Retirada de componentes desnecessários no processo. (Carenagem e etc);
- Remoção de alguns componentes que possam interferir no experimento. (Pneus e etc);

A figura 4.20 mostra o protótipo pronto para o experimento.



Figura 4.20 – Protótipo pronto para o experimento.
(Autor, 2018)

4.2.2.3 Procedimento de Teste

Após a preparação do protótipo Tapi'irusu da equipe Bumba Meu Baja, foram seguidos os seguintes passos:

- Montagem do chassi na bancada, com o ajuste das distancias das bitolas e do entre eixo do veículo. Esses ajustes são feitos através dos suportes de chapas e do posicionamento da base da viga, como mostra a figura 4.21.



Figura 4.21 – Procedimento de Montagem.
(Autor, 2018)

- Ajuste do posicionamento da bancada, com o auxílio de um nível, como mostra na figura 4.22.



Figura 4.22 – Nivelamento da bancada.
(Autor, 2018)

- Instalação dos relógios comparadores e medição da distância entre eles, conforme a figura 4.23. Nessa etapa os relógios foram zerados antes da aplicação das anilhas de peso e a distância entre os relógios comparadores foi obtida através de uma trena.

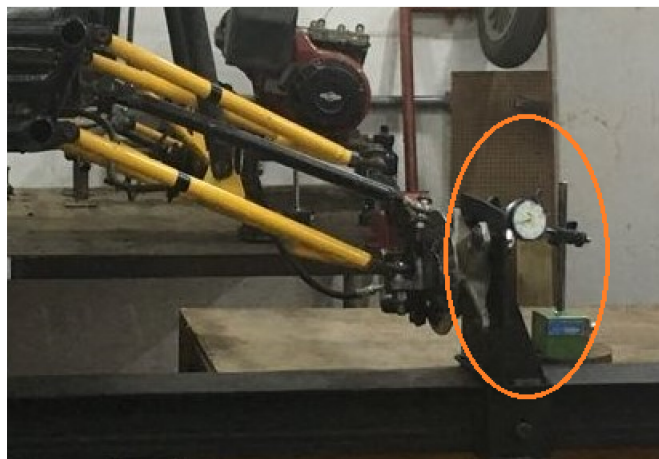


Figura 4.23 – Instalação dos relógios comparadores.
(Autor, 2018)

- Aplicação das cargas de forma progressiva, onde a cada anilha adicionada foi realizada a medição da massa e a deformação da estrutura, com uma balança e com os relógios comparadores instalados, respectivamente.



Figura 4.24 – Processo de aplicação de cargas.
(Autor, 2018)

A figura 4.24 mostra o processo final, em que é realizado aplicação das cargas e medição da deformação foi executado três vezes. No qual foi efetuado a medição ao aplicar as cargas (massa das anilhas) e durante a retirada das cargas.

4.2.2.4 Análise do Experimento

Para realizar os cálculos de rigidez da estrutura, foi medido com uma trena, a distância entre os relógios comparadores, posicionados nas pontas de eixo dianteiras e a distância entre o centro da estrutura e a carga aplicada, obtivemos os valores de 1348 *mm* e 1350 *mm*, respectivamente.

Na tabela 4.10, observamos os dados obtidos na primeira medição pelos relógios comparadores na análise experimental, desde a aplicação de cargas até a retirada. Obtemos assim, as deformações da estrutura através desses pontos de análise.

Tabela 4.10 – Deformação da estrutura na primeira medição.

Carga Real (kg)	$\Delta A(mm)$	$\Delta B(mm)$	$\Delta A_t(mm)$	$\Delta B_t(mm)$
0	0,00	0,00	0,00	0,00
9,9	0,83	0,60	0,00	0,00
19,9	1,45	1,51	0,00	0,00
29,9	2,01	2,46	0,00	0,00
40,2	2,59	3,74	0,00	0,00
50,5	2,95	4,32	0,00	0,00
40,2	2,96	3,89	0,00	0,00
29,9	2,86	3,32	0,00	0,00
19,9	1,88	1,73	0,00	0,00
9,9	1,00	1,38	0,00	0,00
0	0,08	0,11	0,00	0,00

(Autor, 2018)

Todos os dados coletados do ensaio de rigidez torcional do protótipo encontram-se no APÊNDICE C. Com os dados da tabela 4.10, obtém-se o torque aplicado e a deflexão angular através das equações 4.2 e 3.4 para a primeira medição. A tabela 4.11 mostra os valores obtidos de forma similar para todas as amostras.

Tabela 4.11 – Torque e deflexão da análise experimental.

Torque (N.m)	Deflexão Angular (<i>grau</i>)					
	1ª Medição		2ª Medição		3ª Medição	
	Aplicando Carga	Removendo Carga	Aplicando Carga	Removendo Carga	Aplicando Carga	Removendo Carga
0	0	0,008	0,008	0,006	0,006	0,006
130,916	0,060	0,101	0,060	0,099	0,064	0,102
263,155	0,126	0,153	0,128	0,154	0,129	0,150
395,394	0,189	0,263	0,198	0,260	0,194	0,265
531,599	0,269	0,291	0,272	0,293	0,271	0,291
667,806	0,309	0,309	0,311	0,311	0,317	0,317

(Autor, 2018)

O cálculo da rigidez torcional é realizado através do método estatístico da regressão linear para cada medição efetuada, esse tipo de análise dos resultados tem base nos estudos de Thompson, Lampert e Law (1998) e Barbosa (2016). A análise estatística da regressão linear de cada medição com a reta passando pela origem encontra-se no APÊNDICE D.

Por intermédio da tabela 4.11, os dados obtidos são convertidos em variáveis de entrada na regressão linear. O torque é considerado uma variável dependente (y) e a deflexão angular uma variável independente (x).

Segundo Barbosa (2016), apesar do torque aplicado na estrutura ser a variável independente para esse tipo de experimento, utiliza-se como variável dependente com o intuito de obter a rigidez da estrutura pelo coeficiente angular da regressão linear. Na condição de não realizar esse tipo de operação, o coeficiente angular da regressão linear proporcionaria, ao invés da rigidez, a flexibilidade.

Na regressão linear analisada por Thompson, Lampert e Law (1998) a reta é forçada a passar pela origem, por proporcionar um valor de resistência à torção menor que o método dos mínimos quadrados. Dessa forma, sobrestima a rigidez.

Com a finalidade de avaliar esse comportamento entre a reta de mínimo quadrados e a reta passando pela origem, esses dois processos foram analisados. Como podemos observar na figura 4.25, a rigidez torcional observada através dos coeficientes angulares das retas, encontra-se com um valor inferior no método da reta passando pela origem. Dessa forma comprovando esse método como mais apropriado a ser utilizado.

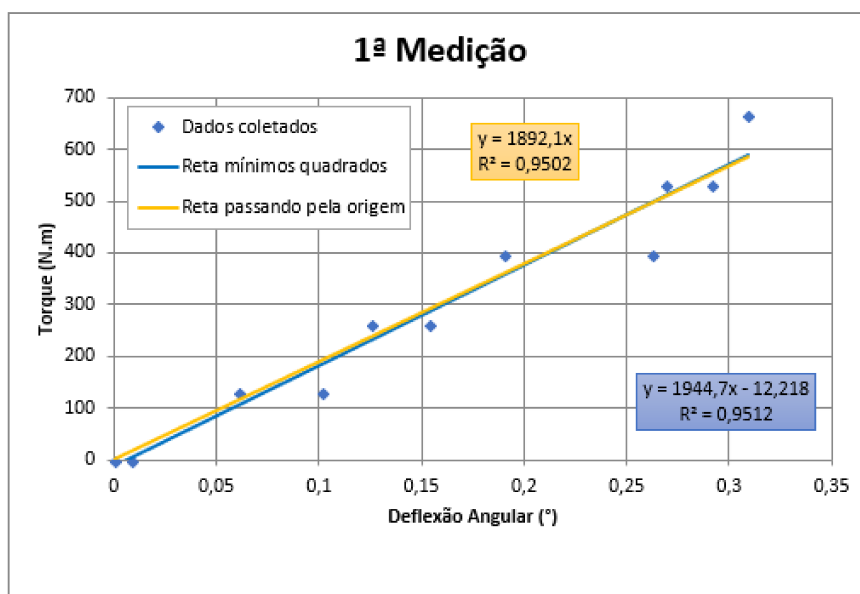


Figura 4.25 – Análise da regressão linear pelos processos dos mínimos quadrados e com a reta passando pela origem, para a primeira medição.

(Autor, 2018)

Na tabela 4.12, podemos observar a rigidez torcional pelos dois processos de regressão linear, e os respectivos desvios padrões dos coeficientes angulares, com um intervalo de confiança de 95 %. Para os dados mostrados na primeira medição, a inclinação é de 1945 N.m/grau com um erro padrão de ± 52 . Para obter uma estimativa de um intervalo de confiança de 95% para a inclinação, o erro padrão é multiplicado por dois e depois adicionado ou subtraído da inclinação.

Isso resulta em um intervalo de confiança de 95% de $K_t = 1945 \pm 104$ N.m/grau.

Tabela 4.12 – Rigidez torcional pelo processo mínimos quadrados e reta passando pela origem.

	Mínimos quadrados		Reta passando pela origem	
	Rigidez torcional (N.m/grau)	Erro Padrão (N.m/grau)	Rigidez torcional (N.m/grau)	Erro Padrão (N.m/grau)
1ª Medição	1945	± 104	1892	± 100
2ª Medição	1951	± 97	1878	± 94
3ª Medição	1941	± 98	1873	± 95

(Autor, 2018)

A figura 4.26 , mostra os valores da deflexão angular obtidos em cada etapa do processo, e nas três medições realizadas. Dessa forma, podemos observar os valores de deflexão angular do momento de aplicação das cargas até a retirada.

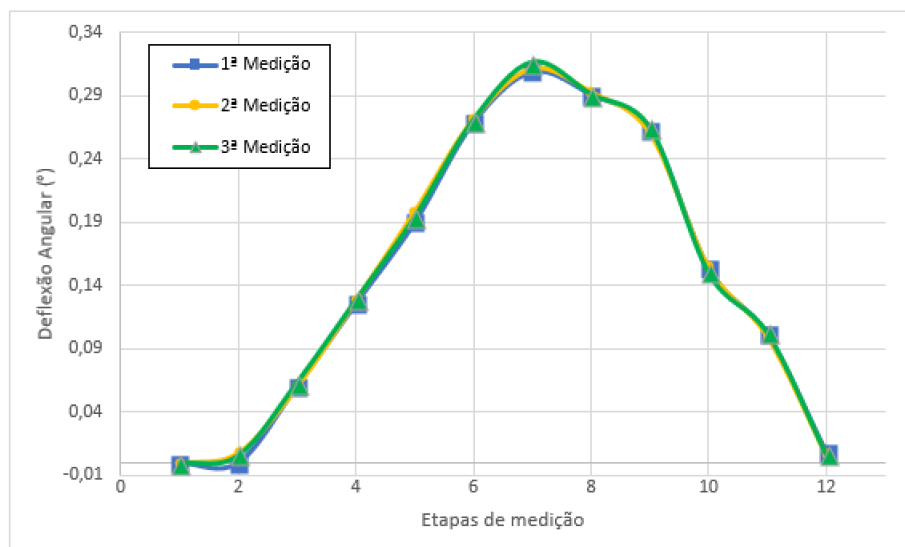


Figura 4.26 – Deflexão angular em cada etapa do processo de medição.

(Autor, 2018)

Verifica-se certa linearidade durante o processo de adição de carga, entretanto, esse mesmo comportamento não foi observado durante o processo de remoção das cargas aplicadas, como podemos melhor visualizar esse efeito na figura 4.27.

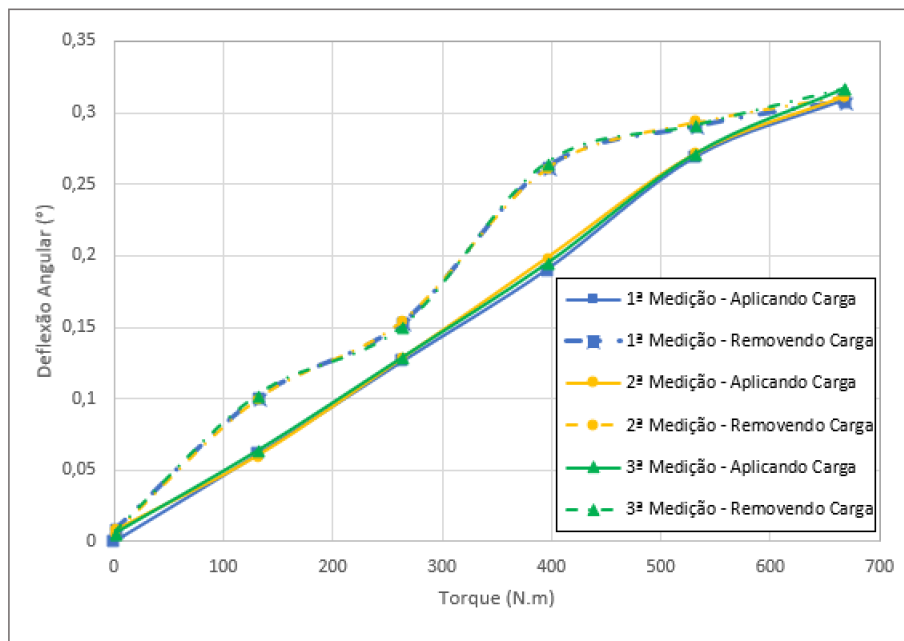


Figura 4.27 – Deflexão angular durante o processo de adição e remoção de cargas.
(Autor, 2018)

Após os aspectos considerados para a avaliação do experimento, a rigidez torcional é obtida com um intervalo de confiança de 95% de $K_t = 1881 \pm 96$ N.m/grau. Como podemos observar na tabela 4.13.

Tabela 4.13 – Rigidez torcional experimental considerando apenas o erro padrão.

	Rigidez Torcional (N,m/grau)	Erro padrão (N.m/grau)
1ª Medição	1892	± 100
2ª Medição	1878	± 94
3ª Medição	1873	± 95
Média	1881	± 96

(Autor, 2018)

A rigidez da estrutura encontrada na tabela 4.13, não leva em consideração a incerteza experimental. Para avaliar a incerteza experimental, o método utilizado foi o mesmo realizado por Thompson, Lampert e Law (1998) e Riley e George (2002), nessa análise o erro é a soma do erro padrão da regressão linear com a propagação do erro. A análise da propagação do erro encontra-se no APÊNDICE E.

Todos os processos de medição contêm incertezas, nesse trabalho os seguintes parâmetros foram medidos para a obtenção da rigidez torcional:

- L1 – Distância entre os relógios comparadores;

- L2 – Distância entre a carga aplicada e centro da estrutura;
- ΔA – Deslocamento linear vertical do relógio comparador da dianteira direita;
- ΔB – Deslocamento linear vertical do relógio comparador da dianteira esquerda;
- m – Massa das anilhas;

São adquiridas as incertezas através das seguintes ferramentas de medição:

- Da definição da trena: $\epsilon_{trena} = \pm 1$ mm;
- Da definição dos relógios comparadores: $\epsilon_{rel} = \pm 0,01$ mm;
- Da definição da balança: $\epsilon_{bal} = \pm 0,1$ Kg;

Para cada medição há um erro experimental, esse erro é calculado a partir da equação 4.3, em que $\partial K_t / \partial X_i$ é a derivada parcial da rigidez torcional em relação ao parâmetro i e ϵ_i é a incerteza da medição.

$$\epsilon_{K_t} = \sqrt{\sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial K_t}{\partial X_i} \cdot \epsilon_i \right)^2} \quad (4.3)$$

Na tabela 4.14, podemos observar o erro experimental para cada medição realizada, verificando uma tendência de redução do erro experimental com o aumento da carga aplicada. Essa tendência pode ser explicada pelo fato das cargas menores ocasionarem pequenos deslocamentos verticais, tornando os parâmetros medidos pelos relógios comparadores mais relevantes.

Tabela 4.14 – Erro experimental da incerteza de medição.

Massa (kg)	Erro Experimental			
	1ª Medição (N.m/grau)	2ª Medição (N.m/grau)	3ª Medição (N.m/grau)	Média (N.m/grau)
9,9	$\pm 55,13$	$\pm 55,73$	$\pm 51,21$	$\pm 54,02$
19,9	$\pm 27,77$	$\pm 26,94$	$\pm 26,81$	$\pm 27,17$
29,9	$\pm 19,37$	$\pm 18,16$	$\pm 18,75$	$\pm 18,76$
40,2	$\pm 14,10$	$\pm 13,91$	$\pm 13,94$	$\pm 13,98$
50,5	$\pm 13,44$	$\pm 13,28$	$\pm 12,98$	$\pm 13,23$

(Autor, 2018)

Atráves da análise da incerteza, é possível estimar o erro experimental considerando a média do erro entre as diferentes cargas aplicadas. Essa estimativa forneceu um valor de ± 22 N.m/grau ou um erro relativo de 1,17%. O erro padrão da regressão linear é adicionado ao número de incerteza para obter o erro total de ± 118 N.m/grau ou 6,27%.

Após todas as considerações chegamos ao valor da rigidez torcional experimental do protótipo Tapi'irusu da equipe Bumba Meu Baja, mostrado na tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Rigidez torcional experimental.

	$K_t \pm \epsilon$	
	(N.m/grau)	(N.m/guau)
Rigidez torcional com erro padrão do coeficiente angular da regressão linear.	1881	± 96
Rigidez torcional com erro padrão experimental devido à incerteza nas medições.	1881	± 22
Rigidez torcional com erro padrão total.	1881	± 118

(Autor, 2018)

Podemos observar uma maior influência nos resultados encontrados pelo desvio padrão do coeficiente angular da regressão linear pela origem, evidenciando dessa forma, uma menor influência sobre os erros de medição.

5 Resultados e Discussões

A fim de comparar os resultados obtidos pelo método numérico e pelo método experimental, foi utilizada a equação 5.1, onde expressa o erro relativo entre os métodos.

$$E.R = \frac{|K_{t.real} - K_{t.aprox.}|}{K_{t.real}} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

A diferença entre os valores da rigidez torcional foi de 40,69 %, o que consideramos um dado extremamente alto. Dessa forma, fez-se necessário avaliar as possíveis causas da divergência.

Uma possível diferença entre as propriedades do material real e o numérico, afetaria diretamente nos resultados da rigidez torcional. As propriedades do material utilizado na simulação tiveram origem da biblioteca do software SpaceClaim para o aço SAE1020. Essa adversidade pode ser resolvida com a obtenção das propriedades reais do material, por meio de ensaios.

O chassi que foi realizado no experimento, encontra-se com algumas deformações plásticas em pontos relevantes da análise; como no tubo de fixação do amortecedor dianteiro direito, possibilitando assim essas divergências.

A simplificação da geometria da estrutura, principalmente da suspensão, é uma possível causa para a variação dos resultados, tendo em vista que a suspensão foi fixada na estrutura tal como se estivesse soldada a ela. Na figura 5.1, podemos observar essa simplificação.



Figura 5.1 – Simplificação da geometria da suspensão.
(Autor, 2018)

Com o intuito de verificar essa influência, foi realizada uma análise da tensão nesses pontos de fixação. Na figura 5.2 podemos observar uma tensão de 13,89 MPa (para um binário de força de 98,1 N), muito próxima da máxima tensão obtida (20 MPa). Através dessa análise podemos afirmar que essa condição interfere no resultado final de forma expressiva, já que no

método experimental a suspensão é fixa por parafusos, transferindo a carga principalmente para o tubo que substitui os amortecedores.

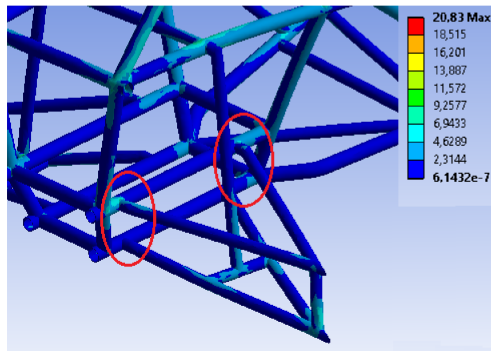


Figura 5.2 – Tensão nos pontos de fixação da suspensão.
(Autor, 2018)

Dessa forma faz-se necessário reavaliar as condições aplicadas no método numérico, considerando a conexão por parafusos da suspensão.

6 Conclusão

Para avaliar a rigidez à torção da estrutura do protótipo da equipe Bumba Meu Baja, foram realizados dois métodos de avaliação com o objetivo de validar o modelo numérico utilizado pela equipe, por um ensaio de rigidez da estrutura.

Para medir a rigidez experimental de um chassi Baja SAE, uma bancada de torção foi projetada de modo que seja facilmente transportada e montada, além de possuir uma capacidade de adaptação para diferentes tipos de bitolas e entre eixos. Através das diferentes formas de análise do erro, as incertezas previstas do método experimental são de 6,27%, um valor aceitável para tal análise.

A partir dos dados obtidos pelo ensaio de rigidez, foi possível avaliar o método numérico utilizado pela equipe. Após a verificação das simulações, foi realizada uma comparação entre os dois métodos, onde verificou-se uma diferença de 40,69% nos resultados, invalidando dessa forma o método numérico da equipe.

O modelo numérico adotado pela equipe, apresenta algumas deficiências a serem avaliadas, como a real propriedade do material e a condição de contorno da fixação da suspensão à estrutura. Esses pontos de análises podem servir de base para futuras pesquisas na tentativa de validação numérica.

Embora os resultados de rigidez da estrutura tenham divergido entre os dois métodos, ainda assim, o experimento apresentou erro aceitável, permitindo à equipe uma boa resposta da rigidez torcional para esse método.

6.1 Trabalhos Futuros

Através da análise experimental obtivemos a rigidez torcional da estrutura, entretanto não pudemos validar o modelo numérico. Afim de avaliar essa divergência dos resultados são sugeridos os seguintes trabalhos futuros:

Verificar a influencia do material utilizado no método numérico, além de realizar um ensaio de tração com o objetivo de obter as propriedades reais do material utilizado no chassi.

Analisar a influencia da simplificação do modelo da suspensão, realizando simulações com um modelo mais próximo das reais condições de fixação da suspensão, utilizando uma fixação por parafuso.

Verificar a influencia da deformação encontrada na estrutura, além da falta de linearidade durante o processo de retirada das anilhas de peso.

Avaliar as cargas aplicadas na simulação, com a cargas do experimento. Embora o torque

seja o mesmo nos dois métodos, as forças aplicadas em cada manga de eixo do veículo no experimento são diferentes.

Referências

- ALVES, A. F. *Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE*. [S.l.]: Editora Érica, 2008. Citado 6 vezes nas páginas 4, 5, 6, 7, 9 e 16.
- AZEVEDO, D. F. d. O. *Análise estrutural com ansys workbench*. 2016. Citado na página 8.
- BARBOSA, L. F. F. M. *Avaliação da rigidez torcional do chassi de um protótipo baja sae através do método de elementos finitos e de ensaio experimental*. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2016. Citado 4 vezes nas páginas 14, 16, 41 e 42.
- BOTOSO, A. C. *Avaliação do efeito da rigidez estrutural sobre a dinâmica veicular*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2015. Citado na página 1.
- FIALHO, A. B. *Cosmos: plataforma CAE do SolidWorks 2008*. [S.l.]: Érica, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 4, 6 e 7.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers. [S.l.]: Inc, 1995. Citado 4 vezes nas páginas vii, viii, 1 e 15.
- RILEY, W. B.; GEORGE, A. R. *Design, Analysis and Testing of a Formula SAE Car Chassis*. [S.l.], 2002. Citado 7 vezes nas páginas 17, 18, 19, 22, 25, 36 e 44.
- SAMPO, E. *Modelling Chassis Flexibility in Vehicle Dynamics Simulation*. Tese (Doutorado) — University of Surrey (United Kingdom), 2011. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 15.
- SINGH, R. P. Structural performance analysis of formula sae car. *Jurnal Mekanikal*, v. 31, p. 46–61, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 13.
- SOARES, F. S. et al. Desenvolvimento de um chassi automotivo para um veículo elétrico de pequeno porte. *Revista de iniciação científica da ULBRA*, v. 1, n. 10, 2012. Citado na página 10.
- SORIANO, H. L. *Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas Vol. 48*. [S.l.]: EdUSP, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 26.
- SORNIOTTI, A.; CROCOMBE, A. et al. *Chassis Torsional Stiffness: analysis of the influence on vehicle dynamics*. [S.l.], 2010. Citado na página 14.
- SOUZA, R. M. de. O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor. *Apostila, Universidade Federal do Pará, Belém*, 2003. Citado na página 3.
- THOMPSON, L. L.; LAMPERT, J. K.; LAW, E. H. *Design of a twist fixture to measure the torsional stiffness of a Winston Cup Chassis*. [S.l.], 1998. Citado 3 vezes nas páginas 41, 42 e 44.

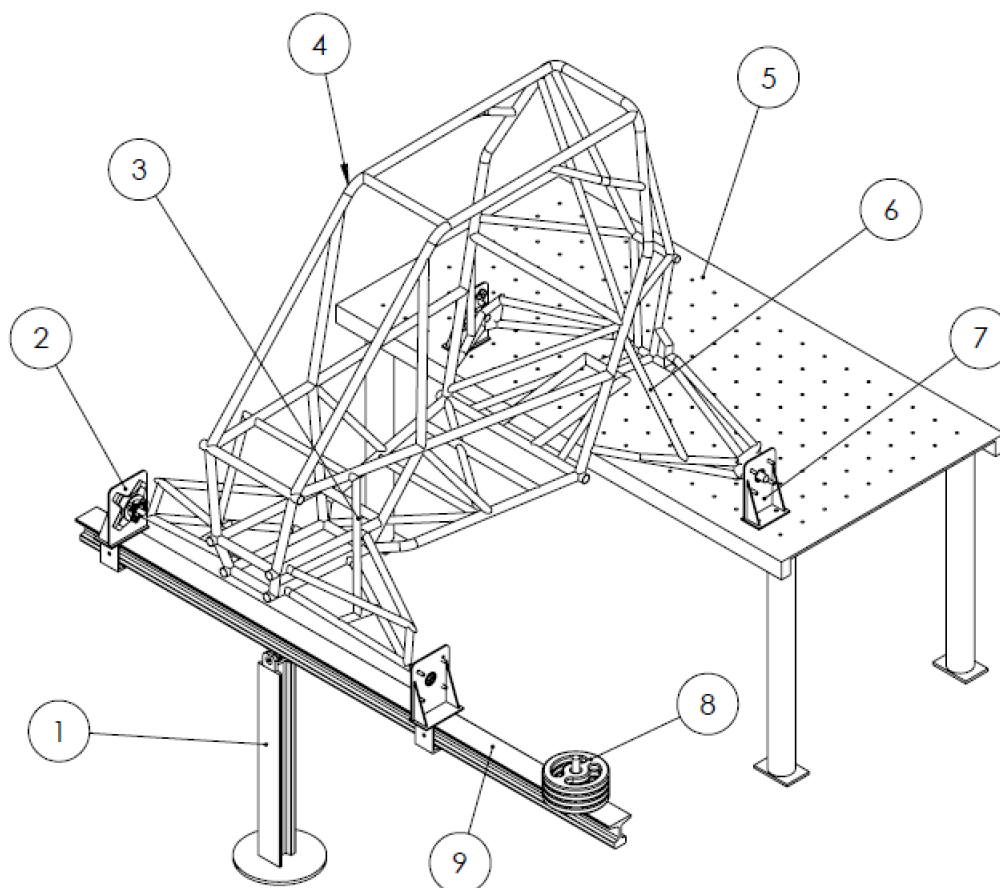
APÊNDICE A – Resultados da Rigidez por MEF

A seguir encontram-se os resultados da simulação por elementos finitos apresentado neste trabalho.

Resultados da rigidez torcional

Força (N)	Torque (N.m)	Δy_1 (mm)	Δy_2 (mm)	Deflexão Angular (grau)	Rigidez Torcional (N.m/grau)
98,1	132,043	0,5832	0,5889	0,049895417	2646,387
196,2	264,085	1,1665	1,1778	0,099790758	2646,389
294,2	395,993	1,7491	1,7662	0,149636995	2646,359
392,4	528,170	2,3329	2,3557	0,19958091	2646,397
490,5	660,213	2,9161	2,9446	0,249473442	2646,426
				Média	2646,392

APÊNDICE B – Modelo da Bancada Experimental



Itens	Nome do Componente	Função
1	Base	Apoiar a viga de forma que ela possa girar livremente.
2	Suporte dianteiro	Servir de conexão entre o chassi e a viga.
3	Tubo rígido dianteiro	Substituir os amortecedores dianteiros por um componente rígido.
4	Chassi	Estrutura em análise.
5	Mesa metálica	Fixar os cubos traseiros.
6	Tubo rígido traseiro	Substituir os amortecedores traseiros por um componente rígido.
7	Suporte traseiro	Servir de conexão entre o chassi e a mesa.
8	Anilhas	Aplicar uma carga capaz de torcer o chassi.
9	Viga	Fixar os cubos dianteiros e servir como braço de alavanca.

APÊNDICE C – Dados Coletados no Experimento

A seguir encontram-se os resultados das medições do ensaio experimental.

Distância medidas na trena: L1 = 1348 mm, L2 = 1350 mm.

Medidas da balança e dos relógios comparadores:

1ª Medição						
Item	Massa		Aplicando Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	0,83	0,60	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,45	1,51	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,01	2,46	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,59	3,74	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,95	4,32	0,00	0,00

1ª Medição						
Item	Massa		Removendo Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,08	0,11	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	1,00	1,38	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,88	1,73	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,86	3,32	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,96	3,89	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,95	4,32	0,00	0,00

2ª Medição						
Item	Massa		Aplicando Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,08	0,11	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	0,79	0,63	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,48	1,54	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,09	2,58	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,61	3,78	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,94	4,39	0,00	0,00

2ª Medição						
Item	Massa		Removendo Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,06	0,08	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	1,02	1,33	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,90	1,73	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,86	3,27	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,95	3,94	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,94	4,39	0,00	0,00

3ª Medição						
Item	Massa		Aplicando Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,06	0,08	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	0,84	0,66	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,49	1,54	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,04	2,53	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,59	3,79	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,96	4,49	0,00	0,00

3ª Medição						
Item	Massa		Removendo Carga			
	Por Unidade (Kg)	Total (Kg)	Dianteiro (mm)		Traseiro (mm)	
			ΔA	ΔB	ΔA_t	ΔB_t
Sem Massa	0,0	0,0	0,07	0,08	0,00	0,00
Massa 1	9,9	9,9	1,02	1,39	0,00	0,00
Massa 2	10,0	19,9	1,81	1,72	0,00	0,00
Massa 3	10,0	29,9	2,88	3,35	0,00	0,00
Massa 4	10,3	40,2	2,97	3,88	0,00	0,00
Massa 5	10,3	50,5	2,96	4,49	0,00	0,00

APÊNDICE D – Regressão Linear

A seguir, encontram-se os resultados da regressão linear de cada medição do experimento. A análise dos dados foi realizada no programa Excel.

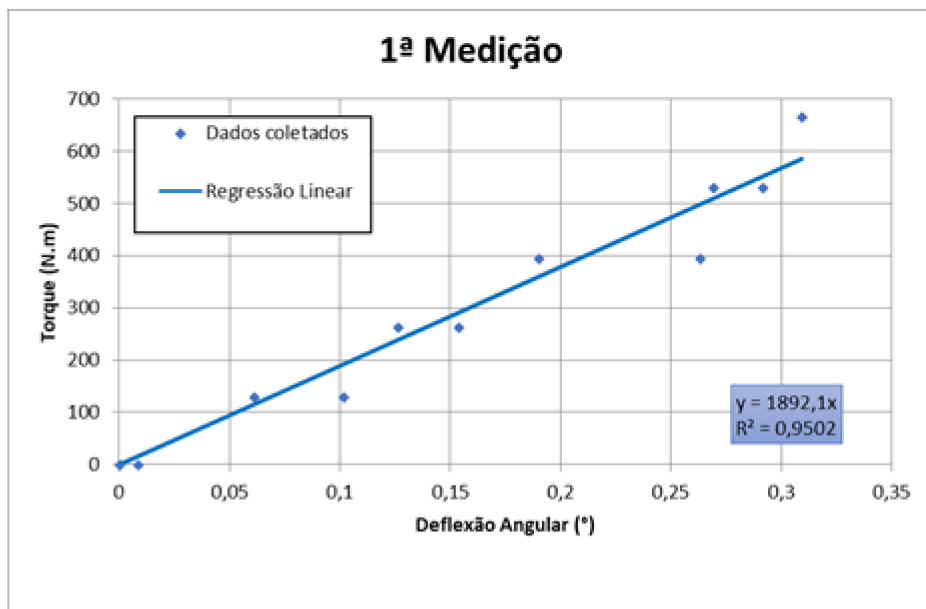
Regressão linear da primeira medição – reta passando pela origem

1ª Medição	
Torque (N.m)	Deflexão Angular (grau)
0	0
130,916412	0,060781108
263,155212	0,125812489
395,394012	0,189993469
531,599976	0,269050162
667,80594	0,309003174
531,599976	0,291151863
395,394012	0,262674656
263,155212	0,153440111
130,916412	0,101160099
0	0,008075815

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,991639406
R-Quadrado	0,983348711
R-quadrado ajustado	0,883348711
Erro padrão	49,92049299
Observações	11

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1471693,681	1471693,681	590,5541067	1,6193E-09
Resíduo	10	24920,55621	2492,055621		
Total	11	1496614,237			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1892,057015	77,85820236	24,30131903	3,17231E-10
	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1718,578129	2065,5359	1718,578129	2065,5359



Regressão Linear da 1ª Medição.

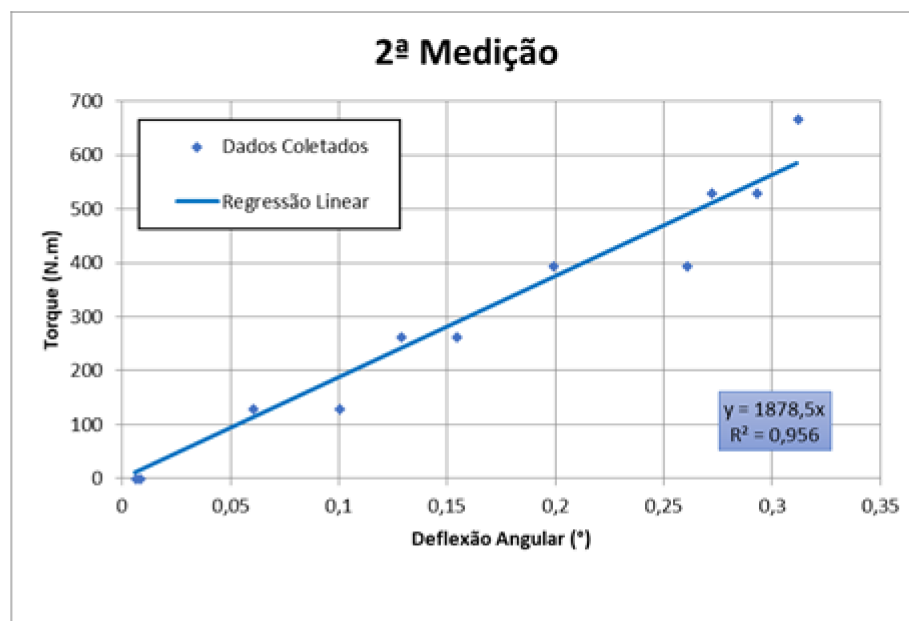
Regressão linear da segunda medição – reta passando pela origem

2ª Medição	
Torque (N.m)	Deflexão Angular (grau)
0	0,008075815
130,916412	0,060356066
263,155212	0,128362733
395,394012	0,198494228
531,599976	0,271600363
667,80594	0,311553356
531,599976	0,29285199
395,394012	0,260549486
263,155212	0,154290191
130,916412	0,099884974
0	0,0059506

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,992607806
R-Quadrado	0,985270256
R-quadrado ajustado	0,885270256
Erro padrão	46,9518318
Observações	11

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1474569,492	1474569,492	668,8984091	9,31113E-10
Resíduo	10	22044,74509	2204,474509		
Total	11	1496614,237			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1878,473279	72,63148777	25,86307037	1,71696E-10
	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1716,64024	2040,306319	1716,64024	2040,306319



Regressão Linear da 2ª Medição.

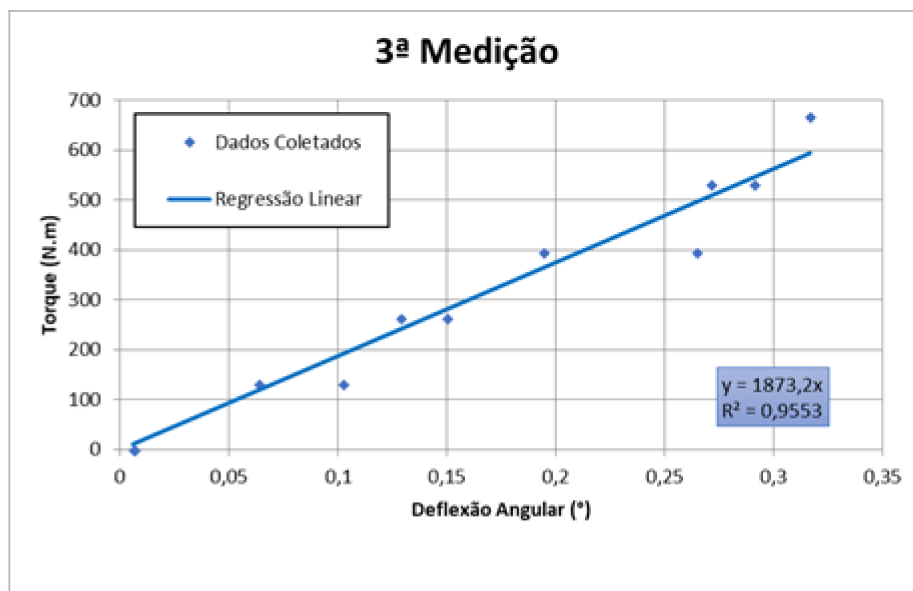
Regressão linear da terceira medição – reta passando pela origem

3ª Medição	
Torque (N.m)	Deflexão Angular (grau)
0	0,0059506
130,916412	0,063756405
263,155212	0,128787774
395,394012	0,19424385
531,599976	0,271175329
667,80594	0,316653718
531,599976	0,291151863
395,394012	0,264799826
263,155212	0,150039792
130,916412	0,102435224
0	0,006375643

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,992502342
R-Quadrado	0,985060899
R-quadrado ajustado	0,885060899
Erro padrão	47,2843226
Observações	11

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1474256,165	1474256,165	659,3843107	9,92337E-10
Resíduo	10	22358,07164	2235,807164		
Total	11	1496614,237			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1873,185444	72,94767755	25,67847952	1,84265E-10
	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1710,64789	2035,722999	1710,64789	2035,722999



Regressão Linear da 3ª Medição.

APÊNDICE E – Propagação das Incertezas

A equação E.1 é a expressão para o cálculo da rigidez torcional em termo dos parâmetros medidos:

$$K_t = \frac{m \cdot g \cdot L2}{\left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1}\right)} [N \cdot m / rad] \quad (E.1)$$

Essa mesma expressão pode ser expressa em graus:

$$K_t = \frac{m \cdot g \cdot L2}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1}\right)} [N \cdot m / grau] \quad (E.2)$$

A rigidez torcional pode ser expressa em função dos parâmetros medidos:

$$K_t = f(m, L1, L2, \Delta A, \Delta B) \quad (E.3)$$

Assumindo a distribuição gaussiana de erro, o erro da rigidez torcional no experimento, será:

$$\varepsilon_{K_t} = \sqrt{\sum_{i=1}^8 (t_i)^2} \quad (E.4)$$

Onde t_i é resultado de cada parâmetro medido para a incerteza experimental, que é dada por:

$$t_i = \frac{\partial K_t}{\partial X_i} \cdot \varepsilon_i \quad (E.5)$$

A contribuição de cada parâmetro medido em (Nm/grau) será dada pelas seguintes expressões:

$$t_m = \frac{g \cdot L2}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1}\right)} \cdot \varepsilon_{bal} \quad (E.6)$$

$$t_{L1} = \frac{m \cdot g \cdot L2 (|\Delta A| + |\Delta B|)}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1}\right)^2 \cdot L1^2} \cdot \varepsilon_{trena} \quad (E.7)$$

$$t_{L2} = \frac{m \cdot g}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1}\right)} \cdot \varepsilon_{trena} \quad (E.8)$$

$$t_{\Delta A} = \frac{m \cdot g \cdot L2}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1} \right)^2 \cdot L1} \cdot \varepsilon_{rel} \quad (E.9)$$

$$t_{\Delta B} = \frac{m \cdot g \cdot L2}{\frac{180}{\pi} \cdot \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{L1} \right)^2 \cdot L1} \cdot \varepsilon_{rel} \quad (E.10)$$

Nas tabelas são dados os valores de contribuição de cada parâmetro de medida, além do erro experimental e relativo para cada medição realizada.

1ª Medição						
Item	Massa Total (kg)	t_m	t_i (N.m/grau)			
			t_{L1}	t_{L2}	$t_{\Delta A}$	$t_{\Delta B}$
Aplicando Carga						
Massa 1	9,9	21,7777884	1,599407	1,597037815	15,07693042	15,0769304
Massa 2	19,9	10,5210261	1,553178	1,550877188	7,073257445	7,07325744
Massa 3	29,9	6,96694349	1,545338	1,543048966	4,660214997	4,660215
Massa 4	40,2	4,91978474	1,467176	1,465002567	3,124413057	3,12441306
Massa 5	50,5	4,28366402	1,604785	1,602407651	2,975585046	2,97558505
Removendo Carga						
Massa 1	9,9	13,0849737	0,960988	0,959564738	5,442909227	5,44290923
Massa 2	19,9	8,62665856	1,27352	1,271633373	4,75541566	4,75541566
Massa 3	29,9	5,03919699	1,117745	1,116088815	2,438058091	2,43805809
Massa 4	40,2	4,54631203	1,355799	1,353790693	2,668054651	2,66805465
2ª Medição						
Item	Massa Total (kg)	t_m	t_i (N.m/grau)			
			t_{L1}	t_{L2}	$t_{\Delta A}$	$t_{\Delta B}$
Aplicando Carga						
Massa 1	9,9	21,9311531	1,610671	1,608284561	15,29002927	15,2900293
Massa 2	19,9	10,3119991	1,52232	1,520065058	6,79499281	6,79499281
Massa 3	29,9	6,66857332	1,479157	1,476965498	4,269600476	4,26960048
Massa 4	40,2	4,87358958	1,4534	1,451246674	3,0660141	3,0660141
Massa 5	50,5	4,24859992	1,591649	1,58929108	2,927070885	2,92707088
Removendo Carga						
Massa 1	9,9	13,2520159	0,973256	0,9718145	5,582764151	5,58276415
Massa 2	19,9	8,57912876	1,266503	1,264627128	4,703158742	4,70315874
Massa 3	29,9	5,08029974	1,126862	1,125192313	2,477992858	2,47799286
Massa 4	40,2	4,51991835	1,347928	1,345931241	2,637165711	2,63716571

3ª Medição						
Item	Massa Total (kg)	t_m	t_i (N.m/grau)			
			t_{L1}	t_{L2}	$t_{\Delta A}$	$t_{\Delta B}$
Aplicando Carga						
Massa 1	9,9	20,7614916	1,524768	1,522509384	13,70258446	13,7025845
Massa 2	19,9	10,2779661	1,517296	1,515048342	6,750215385	6,75021538
Massa 3	29,9	6,81449396	1,511524	1,509284218	4,458498237	4,45849824
Massa 4	40,2	4,88122843	1,455678	1,453521355	3,075632962	3,07563296
Massa 5	50,5	4,18016609	1,566012	1,563691761	2,833535406	2,83353541
Removendo Carga						
Massa 1	9,9	12,9220902	0,949026	0,947619949	5,308244525	5,30824453
Massa 2	19,9	8,82216357	1,302382	1,300452259	4,973400992	4,97340099
Massa 3	29,9	4,998754	1,108774	1,107131441	2,399080971	2,39908097
Massa 4	40,2	4,54631203	1,355799	1,353790693	2,668054651	2,66805465

1ª Medição					
Itens	Massa Total (Kg)	Aplicando Carga		Removendo Carga	
		Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)	Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)
Massa 1	9,9	55,12809436	2,930786516	25,89134531	1,376467055
Massa 2	19,9	27,77159642	1,476427242	20,68264332	1,099555732
Massa 3	29,9	19,3757608	1,030077661	12,14914672	0,645887651
Massa 4	40,2	14,10078958	0,749643253	12,59201131	0,669431755
Massa 5	50,5	13,44202687	0,714621311	13,44202687	0,714621311

2ª Medição					
Itens	Massa Total (Kg)	Aplicando Carga		Removendo Carga	
		Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)	Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)
Massa 1	9,9	55,73016694	2,962794628	26,36261508	1,40152127
Massa 2	19,9	26,94437017	1,432449238	20,5165768	1,090727103
Massa 3	29,9	18,16389661	0,965651069	12,2883395	0,653287587
Massa 4	40,2	13,91026431	0,739514317	12,48810918	0,663907984
Massa 5	50,5	13,28368185	0,706203182	13,28368185	0,706203182

3ª Medição					
Itens	Massa Total (Kg)	Aplicando Carga		Removendo Carga	
		Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)	Erro Experimental (N.m/grau)	Erro Relativo (%)
Massa 1	9,9	51,2139382	2,722697405	25,43522512	1,352218241
Massa 2	19,9	26,81074144	1,425345106	21,37179953	1,136193489
Massa 3	29,9	18,75229816	0,996932385	12,01282145	0,638640162
Massa 4	40,2	13,94169363	0,741185201	12,59201131	0,669431755
Massa 5	50,5	12,97694045	0,689895824	12,97694045	0,689895824