



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

JOCIMAR FREIRE FONTINELE

**O GEOPLANO COMO RECURSO METODOLÓGICO PARA A
APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA: ÂNGULOS E TRIÂNGULOS UMA
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

São Luís

2026

JOCIMAR FREIRE FONTINELE

**O GEOPLANO COMO RECURSO METODOLÓGICO PARA A
APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA: ÂNGULOS E TRIÂNGULOS UMA
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto

São Luís

2026

Fontinele, Jocimar Freire.

O Geoplano como recurso metodológico para a aprendizagem de Geometria Plana: Ângulos e triângulos uma intervenção pedagógica no 8º ano do Ensino Fundamental / Jocimar Freire Fontinele. - São Luís - MA, 2026.

203 f.

Dissertação (Mestrado em Mestrado profissional em Matemática em rede nacional - PROFMAT) - Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2026.

Orientadora: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1. Geoplano. 2. Geometria Plana. 3. Aprendizagem Significativa. 4. Intervenção Pedagógica. I. Título.

CDU: 514.1:373.3.02

JOCIMAR FREIRE FONTINELE

**O GEOPLANO COMO RECURSO METODOLÓGICO PARA A
APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA: ÂNGULOS E TRIÂNGULOS UMA
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado Profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 14 / 05 / 2026

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **SANDRA IMACULADA MOREIRA NETO**
Data: 09/06/2026 19:05:38-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto – UEMA
(Orientadora)

Documento assinado digitalmente
 **LELIA DE OLIVEIRA CRUZ**
Data: 10/06/2026 17:10:36-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. Lélia de Oliveira Cruz – UEMA
(1º Examinadora)

Documento assinado digitalmente
 **VALDIANE SALES ARAUJO**
Data: 09/06/2026 19:20:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. Valdiane Sales Araújo – UFMA
(2º Examinadora)

AGRADECIMENTOS

Apresento meus sinceros agradecimentos, primeiramente, a Deus, pelo dom da vida e por sua constante proteção e inspiração ao longo de toda a minha trajetória.

À minha família, pelo apoio, orientação e valores que me foram transmitidos, em especial aos meus pais, José Freire Fontinele e Maria Freire Fontinele, por serem fundamentais em minha formação e por me proporcionarem as bases necessárias para seguir em frente.

Aos amigos, amigas e a todas as pessoas queridas que, direta ou indiretamente, contribuíram para minha caminhada, oferecendo incentivo, apoio e companheirismo nos momentos necessários.

À Universidade Estadual do Maranhão, pela acolhida e pelo acompanhamento durante toda a minha trajetória acadêmica, iniciada na graduação e consolidada no mestrado.

Aos professores do PROFMAT-UEMA, pelo compromisso e dedicação ao ensino, e, de modo especial, à minha orientadora, Sandra Imaculada Moreira Neto, pela orientação cuidadosa, paciência e parceria na elaboração deste trabalho.

Aos colegas da turma de 2024, pelo apoio mútuo, pelas trocas de conhecimentos, pelos momentos de estudo compartilhados e pelas experiências vividas ao longo dessa jornada.

RESUMO

A presente dissertação tem como objetivo analisar a contribuição do geoplano como recurso metodológico para a aprendizagem de conceitos de geometria plana em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. O problema de pesquisa parte da constatação de que muitos estudantes demonstram dificuldades na compreensão de conteúdos como ângulos e triângulos e propriedades das figuras geométricas, em virtude de uma prática pedagógica excessivamente teórica e descontextualizada. Assim, busca-se compreender em que medida o uso do geoplano pode favorecer uma aprendizagem mais significativa e participativa. O estudo adota uma abordagem qualitativa, do tipo intervenção pedagógica, fundamentada em referenciais teóricos como Vygotsky, Piaget e Ausubel, que discutem a importância da mediação, da construção do conhecimento e da aprendizagem significativa. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública, com a participação de alunos do 8º ano, e envolveu a aplicação de uma sequência didática estruturada em atividades práticas utilizando o geoplano. Os dados foram coletados por meio de observações, registros fotográficos e produções dos alunos, sendo analisados de forma descritiva e interpretativa. Os resultados indicam que o uso do geoplano contribuiu para o engajamento e a compreensão dos alunos sobre os conceitos geométricos, demonstrando o potencial dos materiais concretos como mediadores do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: geoplano; geometria plana; aprendizagem significativa; intervenção pedagógica.

ABSTRACT

This dissertation aims to analyze the contribution of the geoboard as a methodological resource for learning plane geometry concepts in an 8th-grade class of elementary school. The research problem stems from the observation that many students demonstrate difficulties in understanding topics such as angles and triangles, due to excessively theoretical and decontextualized teaching practices. Thus, this study seeks to understand how the use of the geoboard can promote more meaningful and participatory learning. The research follows a qualitative and pedagogical intervention approach, grounded in theoretical frameworks by Vygotsky, Piaget, and Ausubel, which emphasize mediation, knowledge construction, and meaningful learning. The study was conducted in a public school with 8th-grade students and involved the implementation of a didactic sequence structured through practical activities using the geoboard. Data collection was carried out through observations, photographs, and student productions, and analyzed descriptively and interpretatively. The results show that the use of the geoboard favored students' engagement and understanding of geometric concepts, revealing the potential of concrete materials as mediators in the teaching- learning process of mathematics.

Keywords: geoboard; plane geometry; meaningful learning; pedagogical intervention.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ângulo no Geoplano	39
Figura 2 – Ângulo reto no Geoplano	39
Figura 3 – Ângulo agudo no Geoplano	40
Figura 4 – Ângulo obtuso no Geoplano	40
Figura 5 – Ângulo raso no Geoplano	41
Figura 6 – Bissetriz no Geoplano	41
Figura 7 – Triângulos no Geoplano.....	42
Figura 8 – Triângulo isósceles no Geoplano	44
Figura 9 – Triângulo escaleno no Geoplano.....	44
Figura 10 – Triângulo acutângulo no Geoplano.....	45
Figura 11 – Triângulo retângulo no Geoplano	46
Figura 12 – Triângulo obtusângulo no Geoplano.....	46
Figura 13 – Altura de um triângulo	47
Figura 14 – Altura de um triângulo no Geoplano	48
Figura 15 – Mediana de um triângulo	48
Figura 16 – Mediana de um triângulo no Geoplano.....	49
Figura 17 – Bissetriz interna de um triângulo	49
Figura 18 – Bissetriz de um triângulo no Geoplano.....	50
Figura 19 – Mediatrix	50
Figura 20 – Mediatrix de um triângulo no Geoplano	51
Figura 21 – Grupo 1	92
Figura 22 – Grupo 2	93
Figura 23 – Grupo 3	94
Figura 24 – Grupo 4	95
Figura 25 – Grupo 1	96
Figura 26 – Grupo 2	97
Figura 27 – Grupo 3	98
Figura 28 – Grupo 4	98
Figura 29 – Grupo 1	100
Figura 30 – Grupo 2	100
Figura 31 – Grupo 3	101
Figura 32 – Grupo 4	102

Figura 33 – Grupo 1	103
Figura 34 – Grupo 2	103
Figura 35 – Grupo 3	104
Figura 36 – Grupo 4	105
Figura 37 – Grupo 1	106
Figura 38 – Grupo 2	107
Figura 39 – Grupo 3	108
Figura 40 – Grupo 4	108
Figura 41 – Grupo 1	109
Figura 42 – Grupo 2	110
Figura 43 – Grupo 3	111
Figura 44 – Grupo 4	111
Figura 45 – Grupo 1	112
Figura 46 – Grupo 2	113
Figura 47 – Grupo 3	114
Figura 48 – Grupo 4	114
Figura 49 – Grupo 1	115
Figura 50 – Grupo 2	116
Figura 51 – Grupo 3	117
Figura 52 – Grupo 4	118
Figura 53 – Grupo 1	119
Figura 54 – Grupo 2	120
Figura 55 – Grupo 3	121
Figura 56 – Grupo 4	122
Figura 57 – Grupo 1	123
Figura 58 – Grupo 2	124
Figura 59 – Grupo 3	125
Figura 60 – Grupo 4	126
Figura 61 – Grupo 1	127
Figura 62 – Grupo 2	128
Figura 63 – Grupo 3	129
Figura 64 – Grupo 4	130
Figura 65 – Grupo 1	131
Figura 66 – Grupo 2	132

Figura 67 – Grupo 3	132
Figura 68 – Grupo 4	133
Figura 69 – Grupo 1	135
Figura 70 – Grupo 2	136
Figura 71 – Grupo 3	136
Figura 72 – Grupo 4	137
Figura 73 – Grupo 1	138
Figura 74 – Grupo 2	139
Figura 75 – Grupo 3	139
Figura 76 – Grupo 4	140
Figura 77 – Grupo 1	142
Figura 78 – Grupo 2	143
Figura 79 – Grupo 3	144
Figura 80 – Grupo 4	145

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Desempenho individual Pré-teste	147
Gráfico 2 – Desempenho individual Pós-teste.....	148
Gráfico 3 – Idade dos alunos	150
Gráfico 4 – Você gosta de Matemática?	151
Gráfico 5 – Você gosta de aprender Geometria?	152
Gráfico 6 – Uso prévio do geoplano.....	155
Gráfico 7 – Facilidade na compreensão das figuras geométricas.....	157
Gráfico 8 – Compreensão de ângulos e triângulos com o geoplano	158
Gráfico 9 – Forma de aprendizagem.	159
Gráfico 10 – Avaliação do geoplano	162
Gráfico 11 – Uso do geoplano nas aulas	163
Gráfico 12 – Avaliação das aulas com o geoplano.....	166

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Item a): Definição de Ângulo.....	57
Quadro 2 – Item b): Identificação do vértice e lados do ângulo	58
Quadro 3 – Item c): Exemplos de ângulo no cotidiano.....	59
Quadro 4 – Item a): Identificação do ângulo agudo.....	60
Quadro 5 – Item b): Caracterização de ângulo agudo.....	60
Quadro 6 – Item a): Classificação do ângulo	61
Quadro 7 – Item b): Medida do ângulo reto.....	62
Quadro 8 – Item c): Identificação sem instrumentos	62
Quadro 9 – Item a): Identificação dos ângulos obtusos	63
Quadro 10 – Item b): Conceito de ângulo obtuso	63
Quadro 11 – Item c): Comparação entre ângulo obtuso e reto.....	64
Quadro 12 – Item a): Classificação da figura.....	65
Quadro 13 – Item b): Elementos do triângulo.....	65
Quadro 14 – Item c): Caracterização do triângulo	66
Quadro 15 – Item d): Exemplos do cotidiano	66
Quadro 16 – Item a): Classificação quanto aos lados	67
Quadro 17 – Item b): Ângulos internos do triângulo equilátero	67
Quadro 18 – Item c): Características do triângulo equilátero	68
Quadro 19 – Item a): Classificação quanto aos lados	68
Quadro 20 – Item b): Relação entre lados iguais e ângulos	69
Quadro 21 – Item c): Características do triângulo isósceles	70
Quadro 22 – Item a): Classificação quanto aos lados	71
Quadro 23 – Item b): Ângulos internos do triângulo escaleno	71
Quadro 24 – Item c): Características do triângulo escaleno.....	72
Quadro 25 – Item a): Classificação quanto aos ângulos	73
Quadro 26 – Item b): Nome do lado oposto ao ângulo reto.....	74
Quadro 27 – Item c): Características do triângulo retângulo	75
Quadro 28 – Item a): Classificação quanto aos ângulos	76
Quadro 29 – Item b): Caracterização do triângulo acutângulo	76
Quadro 30 – Item c): Comparação com triângulo retângulo.....	77
Quadro 31 – Item a): Classificação quanto aos ângulos	78
Quadro 32 – Item b): Conceito de triângulo obtusângulo.....	79

Quadro 33 – Item c): Comparação com triângulo acutângulo	80
Quadro 34 – Item a): Conceito de altura do triângulo.....	81
Quadro 35 – Item b): Construção da altura	81
Quadro 36 – Item c): Quantidade de alturas	82
Quadro 37 – Item a): Conceito de mediana do triângulo	83
Quadro 38 – Item b): Construção da mediana	84
Quadro 39 – Item c): Quantidade de medianas	84
Quadro 40 – Item d): Encontro das medianas (baricentro)	85
Quadro 41 – Item a): Conceito de mediatriz	86
Quadro 42 – Item b): Construção da mediatriz	87
Quadro 43 – Item c): Quantidade de mediatrizes	87
Quadro 44 – Item d): Encontro das mediatrizes (circuncentro)	88
Quadro 45 – Item a): Conceito de bissetriz.....	89
Quadro 46 – Item b): Construção da bissetriz.....	89
Quadro 47 – Item c): Quantidade de bissetrizes	90
Quadro 48 – Item d): Encontro das bissetrizes (incentro).....	91
Quadro 49 – Percepções sobre o conceito de Geometria	153
Quadro 50 – Percepção sobre facilidade ou dificuldade em Geometria	154
Quadro 51 – Utilizando o Geoplano	156
Quadro 52 – Aspectos positivos das aulas com o geoplano.....	160
Quadro 53 – Dificuldades nas aulas com o geoplano	161
Quadro 54 – Sugestões de atividades com o geoplano	164
Quadro 55 – Aprendizagens com o uso do geoplano.....	165

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL	21
2.1 A importância da Geometria Plana no Ensino Fundamental: desafios contemporâneos e dificuldades de aprendizagem na Matemática Escolar	22
2.2 O uso de materiais manipuláveis no ensino de Matemática: fundamentos cognitivos, práticas pedagógicas e impactos na aprendizagem	28
2.2.1 O Geoplano como Recurso Metodológico: Aplicações Pedagógicas e Aprendizagem Significativa.....	33
2.3 Conceitos que serão trabalhados e aplicação	38
2.3.1 Ângulos e suas classificações	38
2.3.2 Triângulos e suas classificações	42
3 METODOLOGIA DA PESQUISA	52
3.1 Sobre a escola onde foi realizado o projeto	53
3.2 Instrumentos de coleta de dados	54
3.3 Técnica para a Análise dos Dados.....	55
4 RESULTADOS E DISCURSÕES.....	56
4.1 Pré-Teste.....	56
4.2 Sequência Didática	91
4.3 Pós-Teste.....	146
4.4 Questionário de participação.....	149
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	167
REFERÊNCIAS	174
APÊNDICES	178
APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	179
APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	180
APÊNDICE C – PRÉ-TESTE	181
APÊNDICE D – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	184
APÊNDICE E – PÓS-TESTE.....	194
APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO OPINIÃO DOS ALUNOS.....	202

1 INTRODUÇÃO

A Geometria Plana ocupa um papel fundamental no processo de ensino- aprendizagem da matemática, uma vez que possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção espacial e da capacidade de abstração dos estudantes. Entretanto, observa-se que muitos alunos do Ensino Fundamental II demonstram dificuldades em compreender conceitos básicos como área, perímetro, ângulos e propriedades das figuras geométricas, o que evidencia a necessidade de repensar as metodologias utilizadas em sala de aula. Segundo Lorenzato (2006), a geometria é um componente indispensável na formação intelectual do indivíduo, pois desenvolve a percepção e a capacidade de interpretar o espaço que o cerca. De forma complementar, Moreira, Silva e Alves (2021) afirmam que o processo de ensino e aprendizagem da matemática deve ser mediado por metodologias que articulem teoria e prática, destacando o uso de materiais concretos como recurso que possibilita ao aluno explorar, manipular e construir significados, superando abordagens centradas apenas na memorização de conteúdos.

A aprendizagem significativa, segundo Ausubel (2003), ocorre quando o novo conhecimento é incorporado de maneira não arbitrária à estrutura cognitiva do sujeito, estabelecendo conexões com os saberes já existentes. Nesse sentido, a utilização de materiais concretos, como o geoplano, apresenta-se como um instrumento didático relevante para o ensino da geometria, pois permite ao aluno visualizar, manipular e compreender os conceitos matemáticos de maneira prática. Piaget (1975) afirma que o conhecimento não é construído por mera transmissão de informações, mas por meio da interação ativa do sujeito com o objeto de estudo. Essa perspectiva destaca a importância de práticas pedagógicas que favoreçam a experimentação, a investigação e a resolução de problemas em contextos concretos de aprendizagem.

Além disso, é preciso considerar que o processo de aprendizagem da matemática é mediado por fatores cognitivos, sociais e afetivos. Para Vygotsky (1991), o aprendizado ocorre na interação social e por meio da mediação simbólica, sendo o professor um elemento essencial nesse processo. O uso do geoplano possibilita a criação de um ambiente interativo e colaborativo, no qual o aluno participa ativamente da construção do conhecimento, o que está em consonância com os princípios da teoria histórico-cultural.

Dessa forma, o ensino da geometria passa a assumir um caráter dialógico, centrado na investigação e na resolução coletiva de problemas (Vygotsky, 1991). Nesse contexto, o problema de pesquisa que norteia esta dissertação é: de que modo o uso do geoplano como recurso metodológico pode favorecer uma aprendizagem mais concreta, significativa e

participativa dos conceitos de geometria plana em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental? A questão parte da constatação de que, apesar dos avanços nas políticas educacionais, ainda persistem práticas pedagógicas fragmentadas e baseadas na repetição mecânica de conteúdos. Segundo Dante (2018), a aprendizagem em matemática só se torna significativa quando o estudante compreende o porquê das regras e consegue aplicá-las em diferentes contextos. Assim, a pesquisa propõe uma intervenção pedagógica que una teoria e prática no ensino da geometria.

O objetivo geral desta pesquisa é investigar como o uso do geoplano contribui para a aprendizagem de ângulos e triângulos pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. De forma mais específica, busca-se: a) analisar dificuldades iniciais dos alunos em Geometria Plana; b) aplicar atividades com o geoplano envolvendo ângulos e triângulos; c) observar a evolução da visualização e compreensão geométrica; e d) comparar desempenhos antes e depois da intervenção; e) identificar percepções dos alunos sobre o uso do geoplano. Segundo Libâneo (2013), o professor tem propósitos definidos no sentido de assegurar o encontro direto do aluno com a matéria. Tais objetivos reforçam a necessidade de integrar teoria e prática no contexto educacional.

Conforme orienta a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), por meio da Norma Brasileira Regulamentadora NBR 14724:2023, a introdução de uma dissertação deve apresentar, de maneira clara, objetiva e organizada, o tema da pesquisa, sua relevância acadêmica e social, a problemática investigada, os objetivos pretendidos e os procedimentos metodológicos adotados no estudo. Nesse sentido, esta seção tem como finalidade contextualizar o objeto de pesquisa, evidenciar sua importância para o campo educacional e fornecer o embasamento teórico inicial que sustenta o desenvolvimento dos capítulos subsequentes.. Segundo Severino (2016), uma introdução científica deve situar o leitor no contexto do problema, delinear as intenções da pesquisa e justificar sua relevância acadêmica e social. Desse modo, este trabalho pretende contribuir para o avanço das discussões sobre metodologias inovadoras no ensino da matemática, em especial na formação de alunos do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, o ensino da Geometria, historicamente, tem enfrentado obstáculos significativos no ambiente escolar brasileiro, especialmente pela dificuldade em articular a teoria com a prática. Muitos estudantes, ao chegarem ao Ensino Fundamental II, veem a disciplina como abstrata e distante da realidade cotidiana. Segundo Lorenzato (2006), a geometria é uma das áreas mais negligenciadas do currículo escolar, embora seja essencial para o desenvolvimento da inteligência espacial. Em complemento, Dante (2018) ressalta que a falta

de contextualização dos conteúdos é um dos fatores que mais comprometem a motivação e o desempenho dos alunos em Matemática, tornando urgente a adoção de metodologias mais dinâmicas e experimentais. Essa compreensão reforça a importância de repensar o modo como a geometria é ensinada nas escolas, priorizando a construção ativa do saber. Ensinar geometria é possibilitar que o aluno construa o espaço em que vive de maneira consciente e significativa (Lorenzato, 2006).

Dessa forma, a utilização de materiais manipuláveis, como o geoplano, surge nesse contexto como uma alternativa promissora. O recurso, criado por Caleb Gattegno em 1950, tem como finalidade permitir que o estudante construa, visualize e compreenda conceitos geométricos por meio da manipulação direta de pontos e linhas. Segundo Freire, Oliveira, Cavalcante e Cavalcante Nete (2021), o uso do geoplano nas aulas de geometria estimula o raciocínio lógico e a autonomia do aluno ao construir figuras e resolver problemas concretos. Além disso, autores como Azevedo Sousa (2024) observam que o material desperta o interesse dos alunos e transforma o processo de aprendizagem em uma experiência investigativa e prazerosa. Essa transição da passividade para a experimentação constitui um dos principais fundamentos da aprendizagem significativa. O aluno aprende quando é desafiado a descobrir e a construir o próprio conhecimento (Piaget, 1975).

Assim, a aprendizagem significativa, proposta por Ausubel (2003), constitui o alicerce teórico desta pesquisa. Para o autor, o novo conhecimento só adquire sentido quando se relaciona de forma substancial com o que o aluno já sabe. Assim, o uso do geoplano cria pontes entre os conhecimentos prévios e os novos conteúdos geométricos, promovendo uma aprendizagem duradoura e compreensiva. Como enfatiza Ausubel (2003), a essência da aprendizagem significativa está na interação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva existente. Em consonância com Moreira (2012), a aprendizagem significativa é favorecida quando o ensino utiliza recursos que possibilitam ao aluno estabelecer relações entre o conhecimento prévio e novos conteúdos, sendo os materiais concretos importantes mediadores nesse processo. Essa perspectiva justifica a escolha do geoplano como ferramenta central da intervenção pedagógica proposta. A significação é o elo entre o conhecimento novo e o pré-existente (Ausubel, 2003).

Sob a ótica da teoria histórico-cultural de Vygotsky, o processo de ensino e aprendizagem é essencialmente social e mediado. O autor defende que o conhecimento é construído na interação com o outro e com o meio, e que o professor exerce papel fundamental nesse processo. De acordo com Vygotsky (1991), aquilo que o aluno faz hoje com ajuda, fará sozinho amanhã. Em complemento, Oliveira (1992) destaca que a mediação do professor e o

uso de instrumentos pedagógicos, como o geoplano, possibilitam que o estudante avance em sua zona de desenvolvimento proximal, alcançando níveis mais complexos de compreensão. Essa concepção sustenta a proposta metodológica desta dissertação, que busca tornar o aluno protagonista do próprio aprendizado. Ensinar é criar condições para que o outro se aproprie de formas mais elaboradas de pensamento (Vygotsky, 1991).

A relevância desta pesquisa também se apoia nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que reconhece a importância das metodologias ativas e da experimentação no ensino da Matemática. Conforme o documento, o estudante deve desenvolver competências que envolvam a investigação, a modelagem e a resolução de problemas. Segundo Brasil (2018, p. 268), o ensino da Matemática deve oportunizar ao aluno compreender, utilizar e relacionar conceitos, representações e procedimentos em situações contextualizadas. A BNCC representa um avanço ao propor a aprendizagem por meio da experiência e da construção coletiva do saber. Assim, a presente dissertação alinha-se às políticas educacionais contemporâneas, reforçando o papel do professor como mediador e do aluno como sujeito ativo. A BNCC orienta o ensino da Matemática para o desenvolvimento de competências e não apenas de habilidades mecânicas (Brasil, 2018).

A escolha do geoplano como instrumento metodológico também está fundamentada em pesquisas recentes que comprovam sua eficácia no ensino da geometria. Estudos realizados por Marques, Brabo e Larceda (2024) evidenciam que o uso do geoplano em aulas sobre área e perímetro de figuras planas promove um aumento significativo na compreensão conceitual dos alunos. Segundo os autores, a manipulação do geoplano proporciona um ambiente de experimentação que estimula o pensamento geométrico e o raciocínio lógico. De forma semelhante, Freire (2001) afirma que o processo educativo deve valorizar a participação ativa do aluno na construção do conhecimento, favorecendo o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de reflexão, aspectos fundamentais para a aprendizagem em Matemática. O uso de recursos concretos ressignifica a aprendizagem, tornando-a viva e compreensível.

Além dos benefícios cognitivos, o uso do geoplano contribui para a inclusão e a diversidade na sala de aula. Os materiais táteis e manipuláveis podem ser adaptados para estudantes com deficiência visual, permitindo uma aprendizagem acessível e equitativa. A geometria inclusiva depende da flexibilidade metodológica e do uso de recursos que ampliem as possibilidades sensoriais dos estudantes. Nesse sentido, o geoplano se configura como um recurso que ultrapassa as barreiras da abstração, tornando-se uma ferramenta democrática e acessível a todos os perfis de aprendizagem. A educação inclusiva se realiza quando o acesso ao conhecimento é mediado de forma equitativa.

Outro aspecto relevante é o potencial do geoplano para desenvolver o pensamento crítico e a resolução de problemas. Ao explorar conceitos como simetria, ângulos e medidas, os alunos são convidados a formular hipóteses, testar possibilidades e discutir resultados. Segundo Polya (1995), aprender a resolver problemas é aprender a pensar. A resolução de problemas é uma estratégia essencial para o ensino da matemática moderna, pois estimula a criatividade e o raciocínio dedutivo. Assim, o geoplano não se limita a um instrumento técnico, mas se consolida como um meio de formação integral do pensamento matemático. O raciocínio geométrico se desenvolve na ação e na reflexão sobre a ação (Polya, 1995).

A presente dissertação adota, portanto, um olhar investigativo sobre a relação entre teoria e prática no ensino da geometria. Essa abordagem é justificada pela necessidade de compreender o impacto real da intervenção pedagógica na aprendizagem dos estudantes. Gil (2019) define a pesquisa qualitativa como um processo de compreensão profunda dos fenômenos educacionais em seus contextos naturais. Corroborando, Bardin (2016) afirma que a análise qualitativa permite identificar significados, atitudes e percepções que não seriam captados por métodos quantitativos. Essa opção metodológica possibilita uma interpretação mais sensível e contextualizada dos resultados. A pesquisa qualitativa privilegia o sentido e a compreensão dos fenômenos (Gil, 2019).

A intervenção proposta nesta pesquisa foi desenvolvida com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, composta por cerca de trinta estudantes. O trabalho será dividido em etapas: diagnóstico das dificuldades, aplicação da sequência didática com o uso do geoplano e análise dos resultados. Segundo Thiollent (2011), a pesquisa-ação e as intervenções pedagógicas possuem como finalidade não apenas produzir conhecimento, mas também transformar a prática educativa a partir da reflexão sobre ela. Nesse contexto, a intervenção pedagógica configura-se como um espaço dinâmico de investigação e atuação docente, funcionando como um verdadeiro “laboratório vivo” da prática de ensino. Além disso, Lüdtke e André (2013) afirmam que essa abordagem é especialmente adequada ao contexto escolar, pois promove a articulação entre teoria e prática em favor da melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, a pesquisa-ação possibilita ao professor compreender, analisar e ressignificar sua prática pedagógica de maneira crítica e contextualizada.

A relevância social deste estudo também merece destaque, pois o baixo desempenho dos alunos em Matemática é um desafio histórico para a educação brasileira. Segundo dados do SAEB (Brasil, 2023), mais de 60% dos estudantes do Ensino Fundamental apresentam dificuldades em conteúdos geométricos. Essa realidade reforça a urgência de repensar as metodologias de ensino. De acordo com D’Ambrosio (2007), a matemática precisa ser

apresentada como um instrumento de leitura e transformação do mundo, e não como uma linguagem inacessível. A presente pesquisa contribui para esse propósito ao propor práticas pedagógicas que unam teoria, ação e reflexão. A matemática escolar deve ser viva, significativa e culturalmente situada (D'Ambrosio, 2007).

A conexão entre ensino e contexto é um dos pilares do construtivismo. Para Becker (2001), o aluno não é uma tábula rasa; ele chega à escola com saberes prévios que precisam ser reconhecidos e ampliados. Essa visão exige do professor uma postura mediadora, investigativa e aberta à experimentação. Segundo Libâneo (2013), o papel do docente vai além da transmissão de conteúdo: ele atua como organizador do ambiente de aprendizagem, estimulando a autonomia e a cooperação entre os alunos. Assim, o geoplano torna-se uma ferramenta que concretiza esses princípios construtivistas em sala de aula. Ensinar é criar pontes entre o conhecimento e a experiência (Becker, 2001).

Em síntese, a introdução estabelece os fundamentos teóricos, metodológicos e sociais desta dissertação, delineando o caminho investigativo que será seguido nos capítulos seguintes. O estudo pretende demonstrar que o uso do geoplano não apenas melhora o desempenho dos alunos em geometria, mas também fortalece sua autoestima e sua relação com a matemática. Segundo Moran (2015), a inovação educacional começa quando o professor acredita na capacidade dos alunos de aprender de forma ativa e colaborativa. Essa crença é o eixo central deste trabalho, que busca contribuir para uma educação matemática mais significativa, humana e transformadora. A aprendizagem é um ato de construção e de liberdade (Moran, 2015).

2 GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL

A Geometria Plana, como ramo essencial da Matemática, constitui um campo de conhecimento indispensável para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção espacial. Seu ensino, quando bem conduzido, estimula o pensamento crítico e a capacidade de compreender o espaço e as formas que compõem o mundo real. Lorenzato (2006) destaca que a geometria é uma das áreas mais fundamentais do ensino, pois permite ao aluno interpretar e organizar o ambiente em que vive. Nesse mesmo sentido, os conceitos geométricos são essenciais para o desenvolvimento da autonomia intelectual e para a formação de cidadãos capazes de utilizar o raciocínio matemático em diferentes situações.

A importância da Geometria Plana vai além do domínio de fórmulas e procedimentos; trata-se de um instrumento de leitura de mundo. Para D'Ambrosio (2007), a matemática deve ser vista como um meio cultural de interpretação da realidade, e a geometria, em especial, é a ponte que liga a abstração ao cotidiano. Essa concepção desloca o foco da mera reprodução de conteúdos para a compreensão do significado dos conceitos geométricos e suas aplicações. Segundo Dante (2010), o estudo das formas, medidas e relações espaciais estimula o raciocínio dedutivo e fortalece a capacidade de resolver problemas complexos, ampliando a visão crítica do estudante sobre o mundo que o cerca.

A Geometria Plana também possui uma dimensão histórica e epistemológica importante, pois reflete a evolução do pensamento humano na tentativa de compreender o espaço. Segundo Fernandes e Moreno (2018), a geometria desempenha papel fundamental no desenvolvimento do pensamento, pois possibilita compreender, descrever e representar o mundo de forma organizada. O ensino de geometria deve recuperar esse aspecto formativo, evidenciando sua contribuição para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia. A história da geometria, desde Euclides até a contemporaneidade, demonstra a íntima relação entre o raciocínio espacial e o avanço da civilização.

A presença da Geometria Plana no currículo escolar tem, portanto, a função de articular diferentes dimensões do conhecimento matemático. Para Lorenzato (2006), a geometria integra o cálculo, a álgebra e a aritmética, formando a base de uma compreensão ampla da Matemática. A matemática está presente em diversos contextos da sociedade e exerce um papel fundamental na formação dos indivíduos, sendo aplicada em áreas como a música, a arquitetura, a medicina e a computação. No entanto, o ensino escolar ainda tende a ocorrer de forma mecânica e descontextualizada, o que dificulta a compreensão significativa dos conceitos por parte dos alunos (Duarte Castillo, 2013).

Outro ponto relevante é o papel da linguagem no ensino da Geometria Plana. Segundo Vygotsky (1991), o pensamento se materializa na linguagem, e é por meio dela que o aluno organiza e expressa o conhecimento. Assim, o ensino geométrico deve explorar o diálogo, a argumentação e a explicação dos conceitos, promovendo a comunicação matemática. De acordo com Moreira (2012), o ato de verbalizar e justificar os raciocínios é essencial para a internalização dos conceitos e para a consolidação da aprendizagem. Dessa forma, a geometria deve ser apresentada como uma linguagem de comunicação entre professor e aluno.

O ensino da geometria na educação básica, portanto, precisa superar a visão fragmentada e mecânica que ainda predomina nas salas de aula. Segundo Brasil (2018, p. 271), a BNCC orienta que o ensino da Matemática deve favorecer o desenvolvimento de competências que articulem a resolução de problemas, o pensamento crítico e a capacidade de argumentar com base em evidências. Essa orientação se aplica especialmente à geometria, que oferece múltiplas oportunidades para a construção ativa do conhecimento. Segundo Marques, Brabo e Lacerda (2024), aliados a Costa, Pereira e Mafra (2010), o uso de materiais manipuláveis favorece a articulação entre teoria e prática no ensino de geometria.

2.1 A importância da Geometria Plana no Ensino Fundamental: desafios contemporâneos e dificuldades de aprendizagem na Matemática Escolar

Quando a Geometria é ensinada de forma contextualizada, ela desperta a curiosidade e o interesse dos estudantes, tornando-se uma ferramenta de investigação e descoberta. Lorenzato (2006) afirma que o ensino da geometria deve ser vivido como experiência, e não como memorização de fórmulas. Essa perspectiva está em sintonia com as teorias construtivistas de Piaget (1975), que defende que o conhecimento é resultado da interação entre o sujeito e o objeto, sendo construído a partir da ação. Assim, trabalhar a geometria de modo experimental permite que os alunos compreendam as propriedades das figuras de forma ativa e significativa.

A formação do pensamento geométrico requer que o professor incentive o aluno a observar, classificar, desenhar e manipular figuras. De acordo com Montessori (1949, p. 265), “[...] a criança que realiza suas experiências num ambiente adequado se aperfeiçoa, porém é indispensável dispor de um material de trabalho especial. [...] E quanto mais ativa for a criança, menos o será o professor, até que este haverá de se colocar quase que à parte”. Segundo a autora, é necessário que o ensino respeite essas etapas, para que a aprendizagem se torne efetiva. Em consonância, o raciocínio geométrico se desenvolve gradualmente, mediante experiências concretas e desafios cognitivos adequados. A intervenção pedagógica deve, portanto, considerar o estágio de desenvolvimento em que cada aluno se encontra.

A Geometria Plana, portanto, assume papel central na formação cognitiva e social dos alunos. D'Ambrósio (2007) ressalta que compreender o espaço e as formas é condição essencial para a leitura do mundo e para o exercício da cidadania. Essa perspectiva amplia a função da matemática escolar, conferindo-lhe sentido humano e cultural. A geometria é uma linguagem universal que conecta o raciocínio científico às práticas sociais, devendo ser ensinada de forma que o aluno perceba sua relevância no dia a dia. Assim, ensinar geometria é também ensinar a pensar e a agir no mundo com lógica e sensibilidade.

A prática docente na área da geometria requer planejamento e intencionalidade. Para Libâneo (2013), ensinar é uma atividade mediadora que deve considerar o contexto sociocultural e as necessidades cognitivas dos alunos. O professor precisa criar situações de aprendizagem que estimulem a investigação e a construção do conhecimento. Em complemento, Perrenoud (1999) argumenta que o educador deve assumir o papel de orientador do processo de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da autonomia e da capacidade de argumentação. No ensino da geometria, isso implica em organizar atividades que articulem a teoria com a prática concreta.

A Geometria Plana também tem um papel relevante na formação de competências matemáticas que envolvem a resolução de problemas e a modelagem. Para Polya (1995), aprender matemática é aprender a resolver problemas, e isso só ocorre quando o aluno compreende as relações existentes entre os conceitos e suas aplicações. A geometria favorece o desenvolvimento da autonomia intelectual, pois leva o aluno a formular hipóteses, testar resultados e argumentar logicamente. Essas habilidades são indispensáveis para a vida em sociedade e para o exercício da cidadania crítica.

O ensino da geometria deve, portanto, estar conectado à realidade dos alunos e às situações práticas de sua vivência. Segundo Dante (2010), o conteúdo matemático ganha significado quando é trabalhado a partir de contextos próximos à experiência do estudante. Essa abordagem torna o aprendizado mais prazeroso e desperta a curiosidade científica. D'Ambrosio (2007) também ressalta que a matemática é uma linguagem cultural, e ensinar geometria é ensinar o aluno a ler e interpretar o mundo. A contextualização, nesse sentido, é o elo entre o conhecimento escolar e a vida social.

A valorização da observação e da experimentação é outro aspecto essencial no ensino da Geometria Plana. Lorenzato (2006) defende que a aprendizagem geométrica ocorre por meio da ação e da reflexão, e não pela simples memorização de propriedades. Que atividades de manipulação e construção são fundamentais para que o aluno compreenda os conceitos de forma

significativa. O uso de materiais concretos, desenhos e representações gráficas permite que o estudante visualize e compreenda as relações espaciais com mais clareza.

Para que a aprendizagem seja duradoura, é fundamental que o aluno seja protagonista do processo. Piaget (1975) afirma que o conhecimento se consolida quando o estudante atua de forma ativa, experimentando e reconstruindo conceitos. Essa ideia é reforçada por Ausubel (2003), que destaca a importância de conectar o novo conteúdo aos conhecimentos prévios do aluno, tornando a aprendizagem significativa. Em sala de aula, isso significa criar oportunidades para que os estudantes explorem, comparem e debatam ideias, promovendo um ambiente de construção compartilhada do saber.

O desenvolvimento do raciocínio geométrico também contribui para a compreensão da lógica matemática e da argumentação formal. Segundo Duarte Castillo (2013) e Pereira (2012), a aprendizagem geométrica desenvolve-se de maneira gradual, demandando intervenções pedagógicas planejadas. Essa progressão requer o uso de problemas abertos, desafios e discussões em grupo. Dessa forma, o ensino da geometria passa a ser um espaço de investigação e descoberta, e não apenas de reprodução.

O ensino significativo da geometria também depende da formação docente. Segundo Perrenoud (1999), o professor precisa dominar tanto o conteúdo quanto as metodologias de ensino, para que possa adaptar as estratégias às necessidades de cada turma. Libâneo (2013) reforça que o educador deve atuar como mediador reflexivo, capaz de transformar a teoria em prática pedagógica. Nesse sentido, a formação continuada e o investimento na didática da matemática são essenciais para garantir a qualidade do ensino geométrico.

A formação docente, entretanto, ainda enfrenta desafios em relação à abordagem da geometria. O professor tem papel fundamental na organização de situações de ensino que favoreçam a construção do conhecimento, mediando o processo de aprendizagem e incentivando a participação ativa dos alunos (Nacarato, 2005). A insegurança do docente em relação ao conteúdo geométrico leva à sua substituição por conteúdos aritméticos, mais familiares. Para reverter esse quadro, é necessário investir na formação teórico- prática dos professores e na oferta de recursos pedagógicos adequados.

Além do mais, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a importância da geometria como eixo articulador do pensamento matemático. O documento estabelece que o ensino da Matemática deve desenvolver a capacidade de investigar, modelar e resolver problemas reais. De acordo com o texto oficial, “o ensino da Matemática deve oportunizar ao aluno compreender, utilizar e relacionar conceitos, representações e procedimentos em situações contextualizadas” (Brasil, 2018, p. 268). Contudo, como observa Silva (2018), ainda

há uma lacuna entre a teoria da BNCC e a realidade escolar, marcada por práticas descontextualizadas e avaliativas. O desafio é transformar o discurso normativo em ação pedagógica concreta, aproximando o aluno da experiência matemática viva.

A perspectiva da BNCC dialoga com a crítica de Aguiar e Dourado (2018), que apontam que, embora a proposta curricular enfatize competências e habilidades, ela pouco orienta sobre os meios de alcançá-las. Como enfatiza os autores,

Desse modo, a BNCC se apresenta como aliada na efetivação de propostas e dinâmicas curriculares que contribuam para a padronização e reducionismo curricular, com forte ênfase em Língua Portuguesa e Matemática, profundamente articulada à avaliação estandardizada, desconsiderando a realidade nacional, as diretrizes curriculares nacionais dos níveis da Educação Básica e as singularidades das etapas e modalidades educativas. (Aguiar; Dourado, 2018, p. 41)

A experiência com o geoplano pode ser compreendida como uma resposta prática a essa lacuna, uma vez que propicia a materialização dos conceitos e a aplicação dos princípios da aprendizagem significativa. O ensino da Geometria, nesse contexto, deixa de ser decorativo para tornar-se construtivo, formando sujeitos críticos, criativos e conscientes.

A ausência de materiais concretos e de tempo curricular dedicado à Geometria faz com que muitos alunos cheguem ao Ensino Médio sem dominar conceitos básicos, como ângulo e triângulos. Essa defasagem repercute negativamente no desempenho em outras áreas da Matemática e nas avaliações nacionais. Segundo dados do SAEB (Brasil, 2023), cerca de 60% dos alunos do 9º ano demonstram desempenho insuficiente em conteúdos geométricos. Essa estatística revela a urgência de repensar o ensino da Matemática desde as séries iniciais, incorporando práticas que priorizem a experimentação e o raciocínio, e não apenas o cálculo mecânico.

A democratização do ensino da Geometria passa, portanto, pela adoção de metodologias que contemplem diferentes estilos de aprendizagem. Segundo Gardner (1995), as inteligências múltiplas devem ser consideradas na construção do currículo, valorizando as habilidades visuais, espaciais e cinestésicas. O geoplano dialoga diretamente com essa teoria, pois integra visão, movimento e raciocínio. Ao manipular o material, o aluno ativa simultaneamente diferentes canais perceptivos, consolidando o aprendizado por meio da ação e da experiência sensorial. Assim, o recurso torna-se inclusivo e equitativo.

Outro aspecto relevante é a articulação entre tecnologia e ensino da Geometria. Com o avanço dos recursos digitais, surgem novas possibilidades de exploração visual e interativa. Softwares como o GeoGebra complementam o trabalho com materiais físicos, permitindo simulações e construções geométricas dinâmicas. Segundo Barros, Andrade, Negrão e

Gonçalves (2021), o uso integrado do geoplano e das ferramentas digitais potencializa o engajamento e a compreensão dos alunos. Essa combinação entre o concreto e o virtual amplia as fronteiras da aprendizagem, preparando o estudante para o pensamento geométrico contemporâneo.

O desafio contemporâneo é, portanto, integrar tradição e inovação no ensino da Geometria. É preciso respeitar os fundamentos teóricos da disciplina sem ignorar as novas demandas cognitivas e tecnológicas. Libâneo (2013) defende que a educação deve equilibrar o saber científico com o saber vivencial, promovendo uma formação que una razão e sensibilidade. Nesse equilíbrio, o geoplano se apresenta como um instrumento de reconciliação entre o abstrato e o concreto, o racional e o intuitivo, a teoria e a prática.

As dificuldades de aprendizagem em Matemática, e especialmente na Geometria, representam um dos desafios mais persistentes enfrentados pela educação básica no Brasil. Essas dificuldades se manifestam não apenas no baixo desempenho dos estudantes em avaliações nacionais e internacionais, mas também na resistência e ansiedade diante das aulas dessa disciplina. Segundo Dante (2010), o ensino de Matemática, quando reduzido à repetição de exercícios e à memorização de fórmulas, gera desinteresse e medo, comprometendo o desenvolvimento do raciocínio lógico. Em concordância, Lorenzato (2006) afirma que a principal barreira não está no conteúdo em si, mas na forma como ele é ensinado, frequentemente desvinculado da realidade do aluno e sem conexão com experiências significativas.

A Geometria, em particular, sofre com a falta de continuidade e de aprofundamento ao longo do percurso escolar. Pesquisas de Nacarato e Passos (2003) indicam que, em muitas escolas, a geometria é trabalhada de forma fragmentada e esporádica, muitas vezes limitada a desenhos e nomenclaturas. Essa abordagem impede que o estudante desenvolva uma compreensão ampla das propriedades das figuras e das relações espaciais. Segundo Lorenzato (2006), a criança aprende quando ouve, vê e manuseia objetos com o auxílio da linguagem. Ele também ressalta que ela deve ser incentivada a explorar o espaço em que vive, pois é “pelas ações mentais que a criança realiza quando compara, distingue, separa e monta” (Lorenzato, 2006, p. 44). Logo, essas habilidades estimulam a criança a desenvolver a percepção visual e a localização do espaço ao sua volta. O ensino da geometria requer constância e progressão, pois envolve níveis de abstração que só se consolidam com o tempo e a prática sistemática. A ausência dessa continuidade resulta em lacunas cognitivas difíceis de reparar em etapas posteriores.

A ausência de formação adequada dos professores também contribui significativamente para o baixo desempenho dos alunos em geometria. Assim, Nacarato e Passos (2003) afirmam que muitos docentes não tiveram, durante sua formação inicial, oportunidades de aprender geometria de forma significativa, o que os leva a reproduzir métodos tradicionais e pouco eficientes. Perrenoud (1999) complementa que a competência docente se constrói na prática reflexiva, por meio da constante reelaboração das estratégias de ensino. Portanto, investir na formação continuada é uma condição indispensável para melhorar o ensino e reduzir as dificuldades dos alunos.

Outro aspecto relevante é a carência de políticas públicas específicas para o ensino da geometria. Brasil (2018, p. 275) reconhece, na BNCC, a importância do eixo “Espaço e Forma” dentro do componente Matemática, mas muitas escolas ainda não dispõem de infraestrutura e tempo curricular suficientes para trabalhar esse eixo de maneira adequada. As avaliações externas acabam priorizando conteúdos algébricos e aritméticos, relegando a geometria a segundo plano. Essa desvalorização institucional reforça a negligência histórica dessa área no contexto escolar.

A falta de tempo pedagógico destinado à exploração geométrica é outro entrave, Nacarato e Passos (2003) relatam que, devido à carga horária reduzida, muitos professores priorizam conteúdos cobrados em exames, deixando a geometria em segundo plano. Fiorentini e Lorenzato (2006) argumentam que essa prática compromete a formação integral do aluno, uma vez que o raciocínio espacial é tão importante quanto o numérico. Garantir o tempo necessário para o desenvolvimento de projetos e atividades práticas é essencial para consolidar a aprendizagem.

A influência das crenças docentes sobre a Matemática também é um fator determinante. As concepções dos professores moldam suas práticas pedagógicas e, conseqüentemente, o desempenho dos alunos. Libâneo (2013) acrescenta que o professor que acredita que seus alunos são capazes de aprender cria um ambiente de confiança e engajamento. Superar crenças limitantes sobre o ensino da geometria é, portanto, um passo decisivo para promover a aprendizagem significativa.

As dificuldades de aprendizagem também podem ser agravadas pela linguagem técnica e simbólica da matemática. Segundo Vygotsky (1991), o domínio da linguagem é condição para o desenvolvimento do pensamento abstrato. Moreira (2012) observa que muitos alunos não compreendem os termos geométricos porque não se apropriam da linguagem específica da disciplina. Cabe ao professor traduzir o discurso formal em representações acessíveis, favorecendo a comunicação e a compreensão dos conceitos.

Os resultados de avaliações nacionais como o SAEB e internacionais como o PISA revelam a persistência das dificuldades em Matemática. Segundo Brasil (2023), cerca de 60% dos estudantes brasileiros não atingem o nível adequado de proficiência em geometria, esses índices refletem a combinação de fatores estruturais, metodológicos e formativos. O enfrentamento dessas dificuldades requer políticas integradas que envolvam formação docente, recursos didáticos, tempo de aprendizagem e valorização curricular.

A superação das dificuldades de aprendizagem na geometria exige uma mudança de paradigma educacional. Segundo D'Ambrosio (2007), ensinar Matemática é um ato político e cultural, que deve valorizar os saberes dos alunos e suas formas de compreender o mundo. Freire (2001) reforça que o aprendizado só se concretiza quando o sujeito é reconhecido como participante ativo do processo educativo. Assim, a geometria deve ser ensinada de modo inclusivo, crítico e humanizador, contribuindo para uma educação libertadora.

2.2 O uso de materiais manipuláveis no ensino de Matemática: fundamentos cognitivos, práticas pedagógicas e impactos na aprendizagem

A utilização de recursos didáticos e materiais manipuláveis no ensino da Matemática tem fundamento nas teorias cognitivas que compreendem a aprendizagem como um processo ativo, construído pela interação entre sujeito, objeto e meio.

Apoiando uma ideia de mudança de estratégias de ensino e aprendizagem, D'Ambrósio (2007, p. 33) relata que

é importante à adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino aprendizagem. É necessário que ele se empenhe no mundo que cerca os alunos, na sua realidade, aproveitando cada oportunidade a fim de sugerir atividades para que o desenvolvimento do ensino aprendizagem da matemática seja efetivo e prazeroso, e que no final de cada aula o educador tenha aplicado a matéria com qualidade e que tenha conseguido ensinar ao aluno de forma clara.

Nesse sentido, a manipulação de materiais concretos representa o elo entre o pensamento abstrato e a experiência empírica. Os materiais manipuláveis — como o geoplano, o tangram, os blocos lógicos e os sólidos geométricos — permitem que o aluno atue sobre o conhecimento, explorando propriedades e relações antes inacessíveis por meio da simples exposição teórica.

O uso de materiais didáticos tem por objetivo não substituir a abstração, mas servir como ponte para alcançá-la. Lorenzato (2006) destaca que o material concreto é um meio, não um fim; sua função é facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos. Ao manipular objetos, o aluno experimenta a transformação do conhecimento em ação. A observação, a comparação e

a reconstrução de figuras e medidas promovem o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento geométrico. Para Moreira (2012), essa aprendizagem é significativa porque permite a integração entre percepção, movimento e linguagem, ativando múltiplas vias cognitivas que favorecem a assimilação dos conceitos.

Sob a perspectiva da teoria histórico-cultural de Vygotsky, os materiais didáticos são mediadores do processo de aprendizagem, pois ampliam as possibilidades de interação entre o sujeito e o conhecimento. O aprendizado desperta processos internos de desenvolvimento que só operam quando o indivíduo interage com o outro (Vygotsky, 1991). Assim, o uso de materiais manipuláveis favorece a aprendizagem colaborativa, na qual o diálogo e a troca entre os pares promovem a construção social do saber. Oliveira (1992) acrescenta que os instrumentos pedagógicos, ao mediar a relação do aluno com o conteúdo, permitem o avanço em sua zona de desenvolvimento proximal, transformando o potencial em realização.

A aprendizagem mediada por materiais concretos está diretamente relacionada ao princípio da atividade. A consciência humana se desenvolve pela atividade prática, e essa prática se dá na interação com objetos concretos. O uso do geoplano, dos sólidos geométricos ou de outros materiais didáticos concretiza essa relação ativa entre ação e pensamento. Para Libâneo (2013), a didática deve organizar as condições de aprendizagem de modo que o aluno participe ativamente do processo e não se limite à recepção de informações. Dessa forma, os materiais manipuláveis são mais do que instrumentos de apoio: são catalisadores da aprendizagem significativa.

O campo da neuroeducação também contribui para compreender a importância dos recursos manipuláveis. Estudos recentes indicam que a aprendizagem ativa, que envolve o corpo e o movimento, estimulam múltiplas regiões cerebrais, favorecendo a memória e a retenção do conhecimento. Gardner (1995) sustenta que a inteligência visuoespacial e a cinestésica têm papel essencial na construção do pensamento matemático. Ao manipular materiais, o aluno não apenas “vê” o conceito, mas o sente, o experimenta e o internaliza por vias sensoriais diversas. Essa multiplicidade de estímulos torna o aprendizado mais envolvente e eficaz, especialmente para alunos com diferentes estilos cognitivos.

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003) fundamenta ainda mais o uso dos materiais manipuláveis. O autor enfatiza que o novo conhecimento só é realmente assimilado quando se conecta de forma substantiva a conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Segundo Ausubel (2003, p. 4), “o conhecimento é significativo [...] envolve a interação entre ideias [...] e ideias anteriores (‘ancoradas’) relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz”.. Nesse contexto, os materiais concretos auxiliam o aluno a relacionar o que

observa com o que já sabe, construindo significados estáveis e duradouros. O geoplano, por exemplo, permite que ele visualize a diferença entre perímetro e área, internalizando conceitos abstratos por meio da experiência direta.

D'Ambrosio (2007) amplia essa discussão ao afirmar que “a matemática é uma forma de interpretar o mundo e não deve ser reduzida a um conjunto de técnicas”. O uso de materiais manipuláveis resgata a dimensão cultural e humana da Matemática, transformando-a em linguagem viva. Essa perspectiva está em consonância com a etnomatemática, que valoriza os saberes locais e as experiências concretas dos alunos. Assim, os materiais didáticos são também instrumentos de inclusão cultural, pois permitem que cada estudante aprenda a partir de sua realidade, respeitando suas formas próprias de pensar e representar o mundo.

Segundo Lorenzato (2006), a manipulação é o primeiro passo para a abstração, mas precisa ser acompanhada de reflexão para se tornar conhecimento. Essa observação revela que o uso dos materiais concretos deve estar associado a uma mediação docente qualificada. O professor precisa orientar a observação, propor desafios e conduzir o raciocínio, de modo que a experiência prática evolua para a compreensão teórica. Freire (2001) reforça que ensinar exige reflexão crítica sobre a prática, e o professor que ensina deve também aprender. Assim, o uso dos materiais manipuláveis requer um professor reflexivo e pesquisador, capaz de transformar a ação em conhecimento pedagógico.

Os materiais manipuláveis também assumem um papel motivador. Ao oferecer ao aluno a oportunidade de participar ativamente do processo de aprendizagem, eles despertam o interesse e o prazer de aprender. Kishimoto (2011, p. 30) destaca que “quando o professor utiliza um jogo educativo em sala de aula, de modo coercitivo, não oportuniza aos alunos liberdade e controle interno. Predomina, neste caso, o ensino, a direção do professor”. Durante a manipulação, o aluno experimenta a curiosidade e a descoberta, sentimentos que fortalecem a autoestima e reduzem a ansiedade matemática. Assim, o material concreto atua não apenas na dimensão cognitiva, mas também na afetiva.

Além de favorecer o raciocínio lógico, os materiais manipuláveis também contribuem para o desenvolvimento da criatividade. Sternberg (2006) argumenta que a criatividade é um tipo de inteligência que envolve a capacidade de combinar elementos de forma nova e produtiva. Ao explorar diferentes formas e possibilidades de construção, o aluno aprende a pensar de maneira flexível e original. Esse tipo de raciocínio é essencial para o pensamento matemático, que requer tanto precisão quanto inventividade. A manipulação, portanto, não é apenas técnica, mas criativa.

As teorias contemporâneas de aprendizagem enfatizam a importância da multimodalidade, ou seja, da integração de múltiplas linguagens e formas de representação no processo educativo. Segundo Moran (2015), o conhecimento se torna mais profundo quando é vivido por meio de experiências diversas visuais, táteis, auditivas e emocionais. Os materiais manipuláveis representam essa multimodalidade aplicada ao ensino da Matemática, pois envolvem o olhar, o toque e o raciocínio de forma integrada. Essa abordagem responde às demandas da BNCC (BRASIL, 2018), que propõe uma educação centrada na experiência e na formação integral.

A teoria da aprendizagem experiencial de Kolb (1984) também oferece base para compreender o papel dos materiais concretos. Kolb descreve o aprendizado como um ciclo contínuo que envolve experiência concreta, observação reflexiva, conceituação abstrata e experimentação ativa. O uso de materiais manipuláveis como o geoplano encaixa-se perfeitamente nesse modelo, pois permite ao aluno vivenciar todas essas etapas. A partir da experiência prática, ele observa, reflete, formula conceitos e aplica o conhecimento em novas situações. Essa sequência garante que a aprendizagem seja dinâmica, reflexiva e duradoura.

Em síntese, a prática pedagógica com materiais manipuláveis representa uma ruptura significativa com o modelo tradicional de ensino, centrado na transmissão e memorização de conteúdos. Ao incorporar a ação, o diálogo, a experimentação e a interação como elementos estruturantes, essa abordagem transforma a sala de aula em um ambiente dinâmico de construção do conhecimento. Nessa perspectiva, como afirma Libâneo (2013), ensinar não se reduz à repetição do que já se sabe, mas à criação de condições para que o aluno descubra o conhecimento por si mesmo. Trata-se, portanto, de uma concepção ativa que coloca o estudante no centro do processo educativo, reconhecendo-o como sujeito pensante e protagonista da própria aprendizagem.

Além de favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos por meio da articulação entre teoria e prática — como ocorre no uso de recursos como o geoplano, o tangram e os blocos lógicos —, essa abordagem também potencializa a cooperação entre os alunos. As atividades em grupo promovem a troca de ideias, a negociação de estratégias e o respeito à diversidade de raciocínios, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo e social. Conforme destaca Vygotsky (1991), a aprendizagem cooperativa eleva o nível de desenvolvimento do aluno, pois o conhecimento compartilhado amplia o pensamento individual. Nessa mesma direção, Freire (2001) ressalta que a educação se constrói na comunhão entre os sujeitos, mediada pelo mundo.

Assim, o uso de materiais manipuláveis não apenas aproxima teoria e prática, mas também fortalece a dimensão social da aprendizagem, promovendo um processo educativo mais significativo, participativo e contextualizado.

Mas cuidado, a aplicação pedagógica dos materiais manipuláveis exige planejamento cuidadoso e intencionalidade didática. O uso desses recursos não deve ocorrer de forma espontânea ou desvinculada dos objetivos curriculares. Lorenzato (2006) adverte que o material concreto só tem valor educativo quando utilizado dentro de uma proposta pedagógica coerente. Isso significa que a manipulação precisa estar acompanhada de questionamentos, desafios e momentos de sistematização teórica. O professor atua como mediador, orientando o olhar do aluno, provocando a dúvida e conduzindo-o à formulação de hipóteses. Assim, o recurso manipulável se converte em instrumento de investigação, e não em mero entretenimento.

As práticas pedagógicas com materiais manipuláveis contribuem para a formação docente ao estimular uma postura investigativa e reflexiva. Como destaca Thiollent (2011), o professor produz conhecimento ao refletir sobre sua própria prática, enquanto o uso de recursos como o geoplano favorece a observação, avaliação e readaptação das estratégias didáticas. Nesse sentido, Libâneo (2013) ressalta que a inovação metodológica exige planejamento e reflexão contínua, tornando os materiais manipuláveis instrumentos de formação tanto para o aluno quanto para o professor.

Além disso, sua adoção implica mudanças na organização do tempo e do espaço escolar, exigindo atividades que permitam ao aluno explorar, errar e reconstruir o conhecimento. Conforme Dewey (1979), a experiência educativa deve promover continuidade e crescimento. Assim, a sala de aula passa a funcionar como um ambiente de experimentação, com maior flexibilidade e participação, favorecendo um clima educativo mais dinâmico e acolhedor.

No campo da avaliação, os materiais manipuláveis oferecem alternativas mais formativas e processuais. Ao observar o percurso do aluno durante a manipulação, o professor pode identificar suas estratégias, dificuldades e avanços. Perrenoud (1999) explica que a avaliação formativa tem o poder de decidir, praticar e, ao mesmo tempo, o destino escolar do aluno, este último, sobretudo em um sistema muito seletivo, terá todas as razões para conservar suas estratégias habituais, mobilizar sua energia para iludir. Essa abordagem permite que o erro seja interpretado como parte natural do processo cognitivo, e não como falha. Dessa forma, a avaliação deixa de ser punitiva e passa a ser diagnóstica e construtiva.

Os resultados de diversas pesquisas confirmam os benefícios dessas práticas. Estudos realizados por Freire, Oliveirae Cavalcante e Cavalcante Neto (2021) e por Marques, Brabo e Lacerda (2024) demonstram que o uso do geoplano melhora significativamente o desempenho

dos alunos em atividades de geometria plana e espacial. O uso do geoplano promove o raciocínio lógico e o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem (Freire, Oliveirae Cavalcante e Cavalcante Neto 2021). Tais evidências empíricas reforçam o valor dos materiais manipuláveis como ferramentas eficazes de ensino e aprendizagem.

Outro impacto relevante é a mudança da percepção do aluno sobre a própria capacidade de aprender Matemática. Muitos estudantes, que antes se consideravam incapazes, redescobrem sua competência por meio da manipulação concreta. Lorenzato (2006) afirma que a geometria concretizada devolve ao aluno a confiança de compreender o que antes lhe parecia inacessível. Essa mudança de atitude é fundamental para a construção de uma relação positiva com a Matemática e para o fortalecimento da autoestima acadêmica. Além do uso de recursos manipuláveis também fortalece o vínculo entre professor e aluno. Segundo Freire (2001), o diálogo é o elemento central da educação libertadora, e os materiais concretos são mediadores desse diálogo, pois transformam a aula em um espaço de troca e construção conjunta. D'Ambrosio (2007) complementa que o ensino da matemática deve valorizar a comunicação e o respeito à diversidade de raciocínios. Assim, o material didático torna-se um instrumento de humanização do processo educativo.

2.2.1 O Geoplano como Recurso Metodológico: Aplicações Pedagógicas e Aprendizagem Significativa

O geoplano é um material didático criado pelo educador egípcio Caleb Gattegno, na década de 1950, com o objetivo de tornar o ensino da Geometria mais concreto e acessível. Constituído por uma base com pinos e elásticos, ele permite a representação de figuras geométricas e relações espaciais por meio da manipulação direta. Sua simplicidade, baixo custo e versatilidade o transformaram em um recurso amplamente utilizado em experiências pedagógicas em diferentes países. O geoplano é um dos materiais mais completos para o ensino da geometria, pois torna visíveis as relações invisíveis entre pontos, linhas e superfícies. Essa característica o torna um instrumento que transcende o aspecto técnico, assumindo também uma dimensão cognitiva e simbólica.

O geoplano apresenta forte atratividade estética e tem sido amplamente aceito por professores que tiveram contato com sua utilização. Além disso, configura-se como um recurso didático capaz de promover experiências geométricas desde os anos iniciais da escolarização, possibilitando a exploração de conceitos como forma, dimensão, simetria, semelhança e diferentes abordagens da geometria, constituindo-se, assim, em um instrumento pedagógico versátil e adequado a diversos níveis de ensino Costa, Pereira e Mafra (2011).

A natureza visual e tátil do geoplano facilita a compreensão de conceitos geométricos que, de outra forma, seriam excessivamente abstratos. A visualização é um componente essencial do raciocínio geométrico, e o uso de materiais concretos fortalece essa habilidade. Fiorentini e Lorenzato (2006) observam que a manipulação física do geoplano estimula o raciocínio espacial e o pensamento dedutivo, permitindo ao aluno construir significados com base em suas próprias descobertas. Dessa forma, o recurso se torna uma ponte entre o pensamento empírico e o formal, contribuindo para a consolidação de conceitos matemáticos.

O material também permite explorar conceitos avançados de forma intuitiva, como simetria, proporção e transformações geométricas. Segundo Marques, Brabo e Lacerda (2024), a manipulação do geoplano proporciona um ambiente de experimentação que estimula o pensamento geométrico e o raciocínio lógico. As construções no geoplano podem evoluir gradualmente, desde a simples formação de polígonos até a investigação de relações complexas entre ângulos e medidas. Essa flexibilidade faz do recurso um instrumento adequado para diferentes níveis de ensino, adaptável às necessidades e ao ritmo dos alunos.

Diversos autores têm destacado o papel do geoplano como facilitador da aprendizagem significativa. Ausubel (2003, p. 1) afirma que “A interação entre novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz dá origem a significados verdadeiros ou psicológicos”. Nesse sentido, o uso do geoplano permite que o aluno associe conceitos novos, como área e perímetro, a experiências prévias de manipulação e visualização. Essa interação promove uma aprendizagem ativa, em que o estudante constrói o significado de forma gradual e consciente. Para Moreira (2012), materiais como o geoplano favorecem a integração cognitiva, emocional e sensorial do aluno, resultando em um aprendizado duradouro e significativo.

O geoplano também se alinha à perspectiva construtivista proposta por Piaget, segundo a qual o conhecimento é resultado da ação do sujeito sobre o objeto. O conhecimento é construído por meio da articulação entre assimilação e acomodação, processos que se apoiam mutuamente e possibilitam a constituição da função simbólica (Piaget, 1975). Essa definição é plenamente aplicável ao uso do geoplano, pois o aluno manipula o material, realiza transformações, compara resultados e, assim, compreende as relações geométricas envolvidas. Fiorentini e Lorenzato (2006) complementam que a manipulação concreta estimula o raciocínio lógico e a abstração, duas competências fundamentais para o pensamento matemático. A cada nova construção, o estudante não apenas desenha figuras, mas também desenvolve estruturas cognitivas mais complexas.

Sob a ótica da teoria histórico-cultural, o geoplano pode ser compreendido como um instrumento mediador que potencializa o aprendizado. Para Vygotsky (1991), a aprendizagem humana é mediada por instrumentos e signos que ampliam as capacidades do sujeito. O geoplano atua exatamente nesse ponto: ele não apenas transmite um conteúdo, mas media a relação entre o aluno e o objeto de conhecimento. Oliveira (1992) reforça que os instrumentos didáticos, ao mediar a ação cognitiva, possibilitam a internalização de conceitos de forma mais sólida. Assim, o geoplano não substitui o raciocínio abstrato, mas o antecede e o prepara, permitindo que o aluno avance de uma compreensão concreta para uma simbólica.

Além de promover o desenvolvimento cognitivo, o geoplano favorece a autonomia intelectual do estudante. Durante as atividades, o aluno é incentivado a formular hipóteses, testar possibilidades e refletir sobre os resultados obtidos. Essa prática está em consonância com o pensamento de Freire (2001), que afirma que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as condições para sua própria produção. Ao permitir que o aluno descubra conceitos geométricos por meio da experimentação, o geoplano torna o aprendizado um processo ativo e emancipador. Segundo Libâneo (2013), a autonomia do aluno é desenvolvida quando o professor atua como mediador e o recurso didático é utilizado de forma intencional, orientada e reflexiva.

O uso do geoplano também se relaciona à teoria das múltiplas inteligências de Gardner (1994), que destaca a importância das dimensões visuoespacial e cinestésica na aprendizagem matemática. Alunos que aprendem melhor por meio da visão e do movimento encontram no geoplano um canal de expressão e compreensão privilegiado. Ao construir figuras, visualizar áreas e comparar medidas, eles mobilizam habilidades espaciais que não seriam plenamente ativadas em métodos puramente teóricos. Essa abordagem inclusiva reconhece que há diferentes caminhos para o aprendizado e que a escola deve valorizá-los de maneira equitativa.

A prática pedagógica com o geoplano também estimula o desenvolvimento da linguagem matemática. Ao descrever as figuras, explicar estratégias e justificar procedimentos, o aluno utiliza vocabulário técnico e constrói um discurso geométrico próprio. Vygotsky (1989) observa que o pensamento se desenvolve por meio da linguagem, e esta, por sua vez, é moldada pela prática social. Assim, a oralidade e o diálogo em torno das construções geométricas tornam-se parte integrante do processo de aprendizagem. Para Lorenzato (2006), o ato de comunicar e argumentar é tão importante quanto o de construir, pois transforma a experiência sensorial em raciocínio lógico.

O geoplano também é um instrumento poderoso para a inclusão e a acessibilidade. Materiais táteis como o geoplano adaptado permitem que estudantes com deficiência visual

participem ativamente das aulas de geometria. Freire (2021) complementa que o uso de materiais manipuláveis democratiza o ensino, permitindo que todos os alunos, independentemente de suas limitações, tenham acesso ao conhecimento. Assim, o geoplano contribui para uma educação mais justa e equitativa, em consonância com os princípios da inclusão escolar.

O geoplano, além de promover a inclusão, estimula a colaboração entre os alunos. Ao trabalharem em grupo, os estudantes trocam ideias, negociam estratégias e aprendem uns com os outros. Essa dinâmica é descrita por Vygotsky (1989) como essencial para o desenvolvimento da “zona de desenvolvimento proximal”, ou seja, o espaço entre o que o aluno consegue fazer sozinho e o que pode fazer com auxílio. A cooperação em atividades matemáticas favorece o pensamento coletivo e o raciocínio dedutivo, pois as soluções emergem do diálogo. O geoplano, nesse contexto, torna-se também um instrumento social de aprendizagem.

O uso do geoplano também reforça o vínculo entre teoria e prática, superando a dicotomia que historicamente separou essas dimensões na educação matemática. Lorenzato (2006) observa que a aprendizagem geométrica se consolida quando o aluno percebe a coerência entre o conceito e sua representação. O geoplano oferece exatamente essa coerência: o aluno vê, toca e constrói o que antes apenas imaginava. Essa concretização do conhecimento desperta o prazer intelectual e favorece a memorização significativa. Moreira (2012) destaca que a aprendizagem que integra o sensorial e o simbólico é mais estável e resistente ao esquecimento.

A manipulação do geoplano permite explorar propriedades de figuras planas, como ângulos, triângulos de forma visual e tangível. O conhecimento não é transmitido, mas construído pela ação do sujeito sobre o objeto, Piaget (1990), afirma que o conhecimento é construído pelo próprio sujeito na ação recíproca entre o mesmo e o objeto a conhecer.

Piaget (1990: 7-8) assim explica:

O conhecimento não procede, em suas origens, nem de um sujeito consciente de si mesmo, nem de objetos já constituídos (do ponto de vista do sujeito) que se lhe imporiam: resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre o sujeito e objeto, e que dependem portanto, dos dois ao mesmo tempo, mas em virtude de uma indiferenciação completa e não de trocas entre formas distintas.

. Essa afirmação fundamenta o uso do geoplano como ferramenta pedagógica, pois o estudante aprende manipulando, observando e reorganizando mentalmente o que constrói. Moreira (2012) acrescenta que o material concreto atua como mediador entre o pensamento

intuitivo e o formal, permitindo que o aluno realize abstrações com base na experiência. O geoplano, portanto, é um elo entre o concreto e o simbólico.

Outro ponto importante é o papel do professor como mediador na utilização do geoplano. Libâneo (2013) lembra que ensinar é organizar o ambiente de aprendizagem, mobilizando recursos e estratégias que favoreçam a construção do conhecimento. O geoplano, embora simples, exige intencionalidade pedagógica. Cabe ao docente planejar atividades que estimulem a reflexão e o diálogo, conduzindo o aluno da manipulação concreta à abstração teórica. Thiollent (2011) complementa que a intervenção pedagógica é um processo dialético entre ação e reflexão, no qual o professor aprende enquanto ensina.

O geoplano se consolida como um símbolo de uma nova pedagogia da Matemática: uma pedagogia que valoriza o fazer, o pensar e o sentir. D'Ambrosio (2007) sintetiza essa visão ao afirmar que “ensinar Matemática é ensinar a compreender o mundo e a si mesmo por meio da lógica e da sensibilidade”. O uso do geoplano representa esse equilíbrio, pois une razão e imaginação, rigor e prazer, teoria e prática. Sua simplicidade encerra uma complexidade educativa que o torna indispensável na busca por uma educação matemática crítica, inclusiva e transformadora.

As pesquisas empíricas comprovam a eficácia do uso do geoplano na aprendizagem geométrica. Azevedo Sousa (2024) verificou que 87% dos alunos participantes de sua intervenção apresentaram melhor desempenho em tarefas de identificação e cálculo de áreas após o uso do recurso. De forma semelhante, Freire (2021) constatou que o uso do geoplano aumentou o engajamento e a autoconfiança dos estudantes. Esses resultados evidenciam que a aprendizagem prática e experimental tem impactos positivos duradouros no processo educativo.

A abordagem com o geoplano também estimula a criatividade e a autonomia. Segundo Piaget (1975), o conhecimento se consolida quando o aluno é capaz de reconstruí-lo em novas situações. Moreira (2012) complementa que a aprendizagem significativa implica autonomia intelectual e capacidade de transferir o conhecimento para novos contextos. O geoplano, ao permitir múltiplas possibilidades de criação e exploração, promove a inovação e a expressão pessoal no aprendizado da matemática. Logo, o geoplano sintetiza os princípios da aprendizagem significativa, da mediação social e da experimentação concreta. Segundo Ausubel (2003), o professor deve organizar os conteúdos de modo que o aluno perceba suas relações e significados. Lorenzato (2006) destaca que o geoplano é um exemplo de material que concretiza esse princípio, tornando visíveis as conexões entre teoria e prática. Dessa forma, o geoplano não é apenas um instrumento didático, mas uma filosofia de ensino baseada na ação, na reflexão e na construção coletiva do saber.

O geoplano representa um recurso metodológico inovador e eficaz, capaz de promover a aprendizagem significativa, o raciocínio geométrico e o protagonismo estudantil. Segundo Libâneo (2013), o ensino que se baseia na ação e na reflexão forma sujeitos críticos e autônomos. D'Ambrosio (2007) reforça que ensinar matemática é um ato cultural e libertador. Assim, o uso do geoplano não apenas ensina geometria, mas contribui para uma educação humanizadora, criativa e transformadora.

A proposta foi de utilizar os Geoplanos Retangulares para o ensino de conteúdos matemáticos, tentando criar novos cenários no ambiente escolar, neste caso, no Ensino Fundamental, na tentativa de tornar o ensino da Matemática mais significativo e atraente.

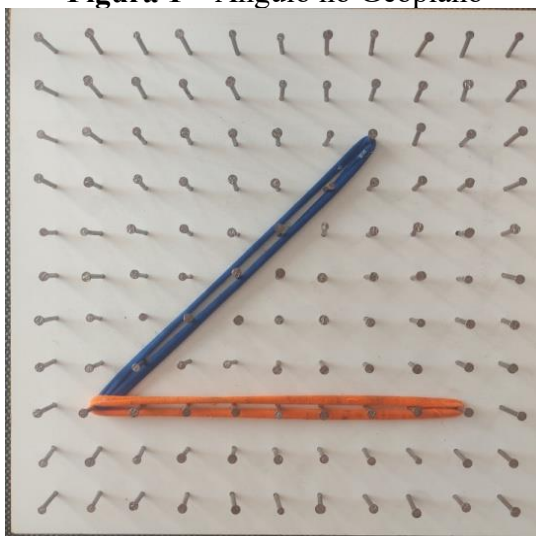
2.3 Conceitos Matemáticos

Os conceitos trabalhados ao longo desta pesquisa foram selecionados com o objetivo de promover a compreensão dos conteúdos de geometria plana de maneira significativa, dinâmica e contextualizada. As atividades desenvolvidas priorizam a construção do conhecimento por meio da participação ativa dos estudantes. Nesse sentido, serão abordados conceitos relacionados aos ângulos, à classificação dos triângulos, aos pontos notáveis e às propriedades geométricas, buscando articular teoria e prática durante todo o processo de aprendizagem.

2.3.1 Ângulos e suas classificações

Definição de ângulo: segundo Muniz Neto (2013, p. 9) “dadas, no plano, duas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, um ângulo (ou região angular) de vértice O e lados $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ ”.

Explicita um avanço conceitual importante no tratamento do ângulo ao compreendê-lo como uma das duas regiões do plano determinadas por duas semirretas de mesma origem. Esse enfoque rompe com a visão mais restrita, comum no ensino básico, que associa o ângulo apenas à ideia de “abertura” entre lados, desconsiderando sua natureza bidimensional. Ao afirmar que existem duas regiões possíveis, o autor evidencia que o ângulo não é unívoco, mas depende da escolha da região considerada, introduzindo uma distinção fundamental entre ângulo convexo e não convexo. Tal perspectiva contribui para uma compreensão mais rigorosa e alinhada à geometria euclidiana, ao mesmo tempo em que oferece subsídios teóricos relevantes para o ensino, especialmente quando articulada a recursos como o geoplano, que permitem a visualização concreta dessas diferentes regiões angulares. Observe na Figura 1.

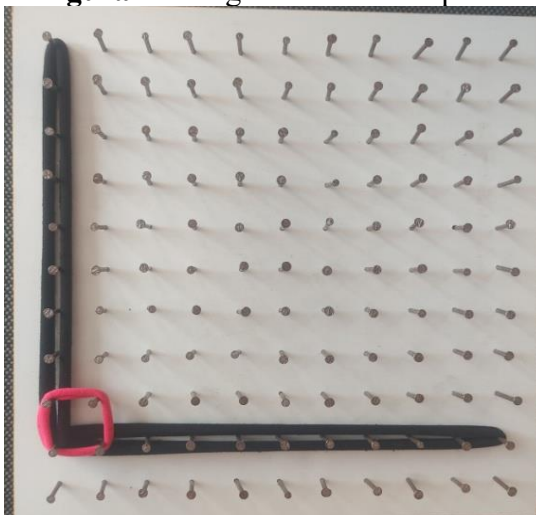
Figura 1 – Ângulo no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Para a compreensão adequada da classificação dos ângulos em particular, reto, agudo e obtuso é necessário, previamente, dominar o conceito de ângulos suplementares adjacentes. Que segundo Dolce e Pompeo (2013. P. 26) “Dado o ângulo $A\hat{O}B$, a semirreta $\overrightarrow{OC}$ oposta à semirreta $\overrightarrow{OA}$ e a semirreta $\overrightarrow{OB}$ determinam um ângulo $B\hat{O}C$ que se chama ângulo suplementar adjacente ou suplemento adjacente de $A\hat{O}B$.”

A partir da compreensão do conceito de ângulo suplementar adjacente, torna-se possível avançar para a definição e classificação dos demais ângulos. Nesse sentido, serão apresentados, a seguir, os conceitos de ângulo reto Figura 2, agudo Figura 3 e obtuso Figura 4.

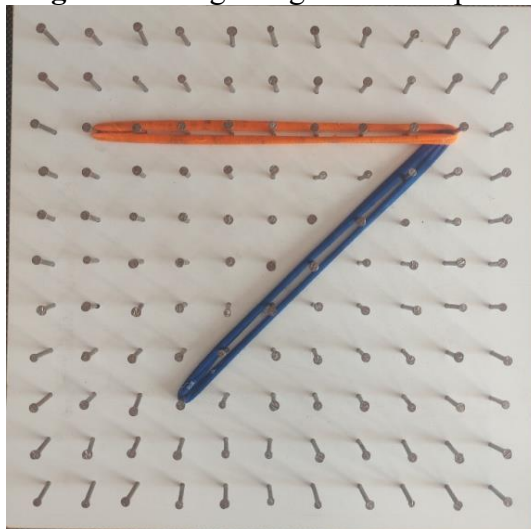
Definição de ângulo reto: De acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 26) “Ângulo reto é todo ângulo congruente a seu suplementar adjacente”.

Figura 2 – Ângulo reto no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de ângulo agudo: de acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 26) “Ângulo agudo é um ângulo menor que um ângulo reto”.

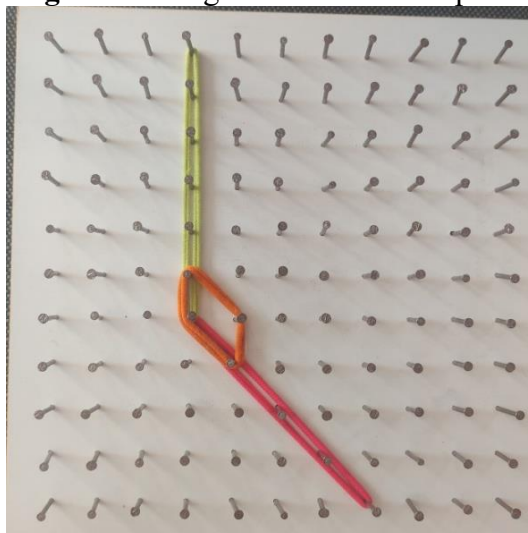
Figura 3 – Ângulo agudo no Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de ângulo obtuso: como Dolce e Pompeo (2013, p. 26) “Ângulo obtuso é um ângulo maior que um ângulo reto”.

Figura 4 – Ângulo obtuso no Geoplano

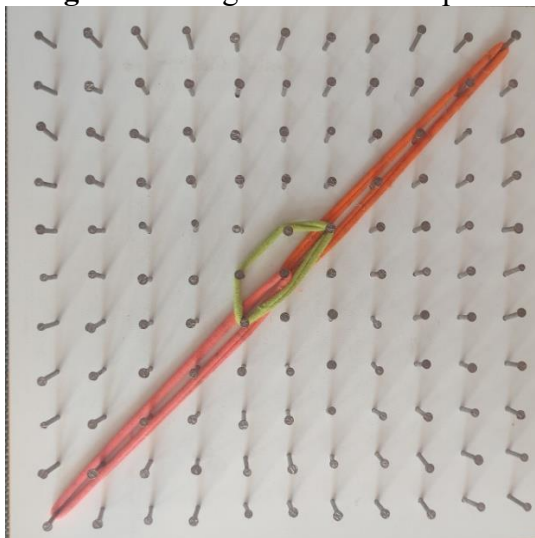


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de ângulo raso: O conceito de ângulo raso está diretamente associado à ideia de alinhamento entre semirretas, sendo definido como aquele cuja medida é igual a 180° . Conforme destaca Campos (2024), quando um ângulo é formado por duas semirretas distintas de uma mesma reta, é chamado de ângulo raso, o que evidencia que seus lados estão em direções

opostas, formando uma linha reta. Essa definição é fundamental, pois estabelece uma referência para a classificação dos demais ângulos, especialmente o ângulo reto, que corresponde à metade do ângulo raso. Veja na Figura 5.

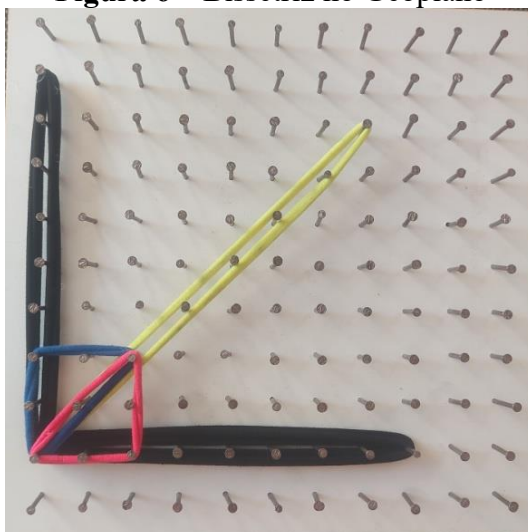
Figura 5 – Ângulo raso no Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de bissetriz de um ângulo: de acordo com Muniz Neto (2013, p. 29) “Dado um ângulo $\angle AOB$, a bissetriz de $\angle AOB$ é a semirreta $\overrightarrow{OC}$ que o divide em dois ângulos iguais. Neste caso, dizemos ainda que $\overrightarrow{OC}$ bissecta $\angle AOB$. Assim, $\overrightarrow{OC}$ bissecta $\angle AOB \Leftrightarrow \hat{AOC} = \hat{BOC}$ ”. Veja na Figura 6.

Figura 6 – Bissetriz no Geoplano



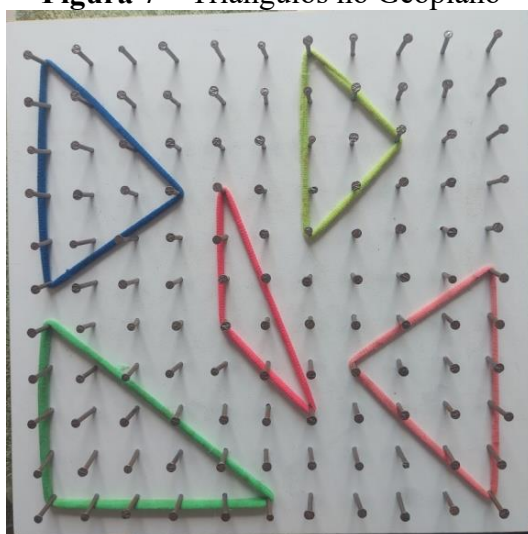
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

2.3.2 Triângulos e suas classificações

Definição de triângulos: de acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 35) “Dados três pontos, A, B e C, não colineares, à reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triângulo ABC. Indicação: triângulo ABC = $\triangle ABC$ $\triangle ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$ ”. Observe na Figura 7 abaixo.

A definição apresentada expressa uma abordagem formal e estrutural do conceito de triângulo, ao compreendê-lo como a união dos segmentos determinados por três pontos não colineares. Esse tratamento vai além da percepção intuitiva de “figura de três lados”, destacando o triângulo como um objeto geométrico construído a partir de relações entre pontos e segmentos no plano. A condição de não colinearidade é essencial, pois garante a existência de uma região bidimensional, evitando que os pontos estejam alinhados e, portanto, não formem um triângulo. Além disso, a notação $\triangle ABC$ e a representação por meio da união dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ reforçam o rigor simbólico da linguagem matemática, contribuindo para uma compreensão mais precisa e consistente do conceito no contexto da geometria escolar e acadêmica.

Figura 7 – Triângulos no Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de triângulo equilátero: conforme Dolce e Pompeo (2013, p. 36) “Quanto aos lados, os triângulos se classificam em: equiláteros se, e somente se, têm os três lados congruentes”. Já para Muniz Neto (2013, p. 17) “Um triângulo ABC é denominado: equilátero, se $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ ”.

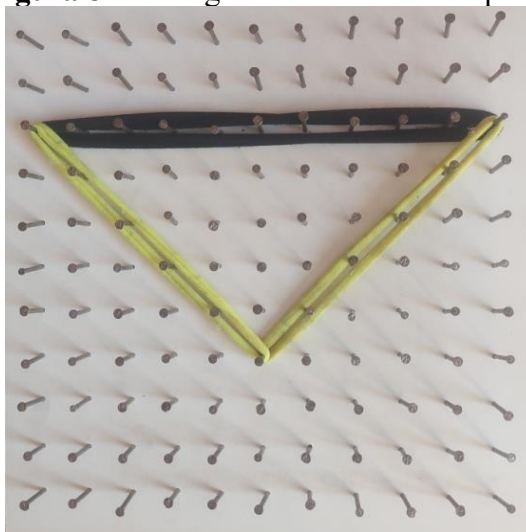
As definições apresentadas por Dolce e Pompeo (2013) e Muniz Neto (2013) são conceitualmente equivalentes e se complementam quanto ao nível de formalização. Enquanto

Dolce adota uma linguagem mais acessível, ao afirmar que o triângulo equilátero possui três lados congruentes, Muniz Neto explicita essa condição por meio da notação matemática $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$, reforçando o rigor simbólico do conceito. Assim, ambas as abordagens convergem ao destacar a igualdade entre os três lados como característica definidora do triângulo equilátero.

Um dado importante é que a impossibilidade de construir um triângulo equilátero em um geoplano quadrangular pode ser compreendida a partir das propriedades da geometria em uma malha de pontos com coordenadas inteiras. Nesse contexto, os vértices das figuras estão restritos a posições fixas, o que impõe condições específicas às distâncias e áreas das construções realizadas. Como discutido por Shailesh Shirali (2019), tais restrições impedem a existência de triângulos equiláteros nesse tipo de malha, uma vez que suas propriedades geométricas não são compatíveis com as características desses pontos. Dessa forma, essa limitação do geoplano pode ser interpretada como uma consequência direta das propriedades matemáticas do plano discreto. Conforme destaca Lorenzato (2006), os materiais manipuláveis, embora favoreçam a visualização e a experimentação, apresentam limites que devem ser explorados didaticamente pelo professor. Assim, essa limitação do geoplano pode ser compreendida não como um obstáculo, mas como uma oportunidade para discutir com os alunos as relações entre representações discretas e conceitos geométricos no plano contínuo.

Definição de triângulo isósceles: segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 36) “Quanto aos lados, os triângulos se classificam em: isósceles se, e somente se, têm dois lados congruentes”. Já para Muniz Neto (2013, p. 17) “Um triângulo ABC é denominado isósceles, se ao menos dois dentre forem iguais”.

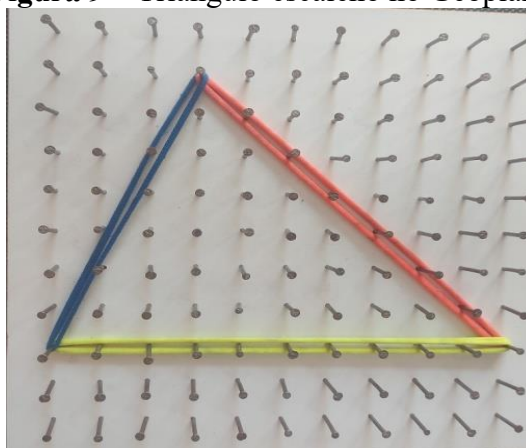
A definição de triângulo isósceles fundamenta-se na propriedade de possuir pelo menos dois lados congruentes, o que caracteriza uma simetria na figura e implica relações específicas entre seus elementos, como a igualdade dos ângulos da base. Essa concepção permite compreender o triângulo isósceles não apenas como uma categoria isolada, mas como parte de uma estrutura mais ampla de classificação dos triângulos, na qual as propriedades dos lados determinam diretamente características angulares e geométricas. Dessa forma, essa definição contribui para uma compreensão mais articulada dos conceitos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio geométrico no estudo das figuras planas. Como pode ser visto na Figura 8.

Figura 8 – Triângulo isósceles no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de triângulo escaleno: de acordo Dolce e Pompeo (2013, p. 36) “Quanto aos lados, os triângulos se classificam em: escalenos se, e somente se, dois quaisquer lados não são congruentes”. Já para Muniz Neto (2013, p. 17) “Um triângulo ABC é denominado: escaleno, se $\overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC} \neq \overline{AB}$ ”.

A definição de triângulo escaleno baseia-se na característica de possuir os três lados com medidas distintas, o que implica a inexistência de qualquer tipo de simetria na figura. Essa condição faz com que também seus ângulos internos sejam todos diferentes, evidenciando uma relação direta entre as propriedades dos lados e dos ângulos. Assim, o triângulo escaleno representa uma configuração mais geral dentro da classificação dos triângulos, permitindo explorar a diversidade de formas possíveis e contribuindo para o desenvolvimento do pensamento geométrico ao analisar variações e relações entre seus elementos. Como observado na Figura 9.

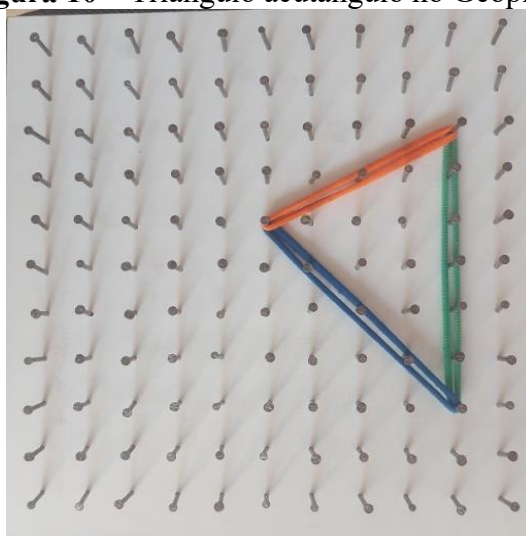
Figura 9 – Triângulo escaleno no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de triângulo acutângulo: conforme Dolce e Pompeo (2013, p.37) “Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em: acutângulos se, e somente se, têm os três ângulos agudos”.

A definição de triângulo acutângulo baseia-se na condição de que todos os seus ângulos internos sejam agudos, isto é, menores que 90° , o que implica uma configuração em que nenhuma abertura atinge ou ultrapassa o ângulo reto. Essa característica garante que o triângulo apresente uma forma mais “fechada”, na qual todos os vértices contribuem para uma distribuição equilibrada das medidas angulares. Veja na Figura 10.

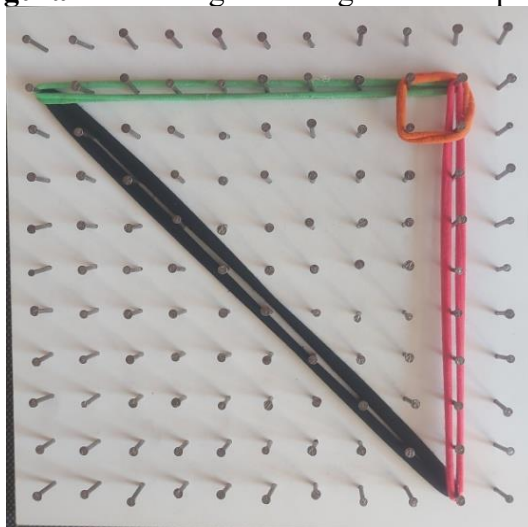
Figura 10 – Triângulo acutângulo no Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de triângulo retângulo: de acordo Machado (2012) Um triângulo que possui um ângulo reto é chamado de triângulo retângulo. Se $\triangle ABC$ é um triângulo retângulo com ângulo reto no vértice A dizemos que $\triangle ABC$ é um triângulo retângulo reto em A.

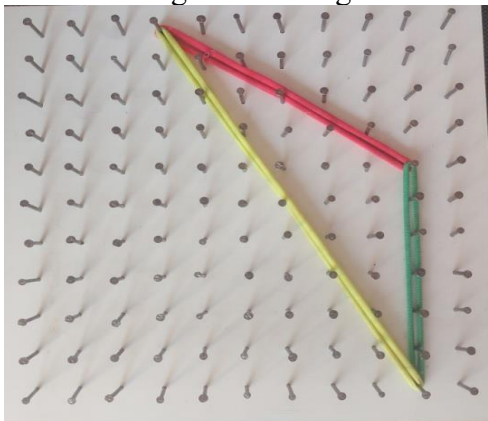
A caracterização do triângulo retângulo a partir da presença de um ângulo de 90° destaca um critério objetivo para sua identificação, ao mesmo tempo em que introduz uma organização mais precisa da figura ao indicar o vértice onde esse ângulo está localizado. Essa especificação favorece a descrição dos lados em função desse vértice, permitindo compreender melhor as relações internas do triângulo. Além disso, essa definição contribui para estruturar o estudo da geometria ao estabelecer um tipo de triângulo com propriedades próprias. Como visto na Figura 11.

Figura 11 – Triângulo retângulo no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de triângulo obtusângulo: segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 37) “Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em: obtusângulos se, e somente se, têm um ângulo obtuso”.

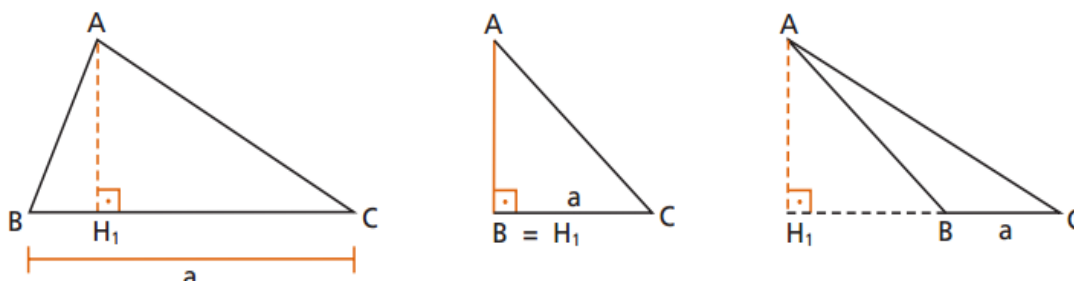
A classificação dos triângulos quanto aos ângulos permite ampliar a compreensão das diferentes configurações que essas figuras podem assumir no plano. No caso do triângulo obtusângulo, a presença de um ângulo maior que 90° altera significativamente sua forma, tornando-a mais “aberta” em relação aos demais tipos. Essa característica influencia não apenas a aparência da figura, mas também a disposição de elementos importantes, como seus pontos notáveis, que passam a se localizar fora do triângulo em determinadas situações. Dessa maneira, essa classificação contribui para o desenvolvimento de uma análise mais abrangente das propriedades geométricas, favorecendo a percepção das variações existentes entre os diferentes tipos de triângulos. Veja na Figura 12.

Figura 12 – Triângulo obtusângulo no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Definição de altura de um triângulo: de acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 82) “Altura de um triângulo é o segmento de reta perpendicular à reta suporte de um lado do triângulo com extremidades nesta reta e no vértice oposto ao lado considerado”. Figura 13.

Figura 13 – Altura de um triângulo



Fonte: DOLCE; POMPEO (2013, p. 82)

H_1 é a interseção da reta $\overleftrightarrow{BC}$ com a perpendicular a ela, conduzida por A.

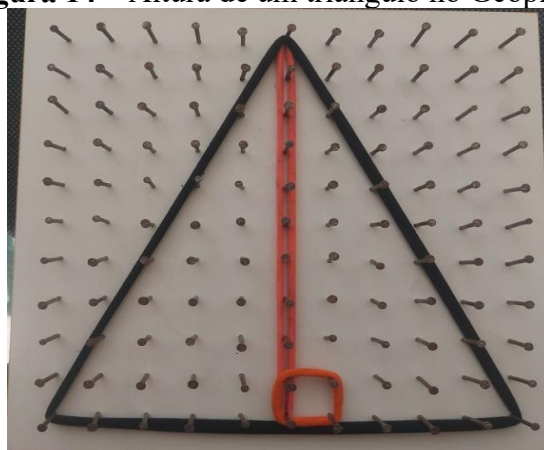
$\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$, ou

$\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao lado a, ou ainda

$\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao vértice A.

H_1 Também é dito “pé da altura”.

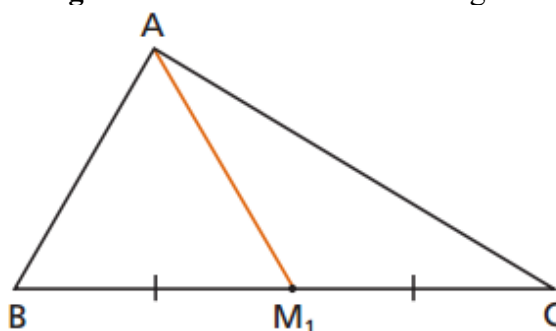
No contexto do uso do geoplano, esse conceito torna-se significativamente mais acessível aos estudantes, uma vez que a construção da altura pode ser visualizada de forma concreta por meio da formação de segmentos perpendiculares utilizando elásticos. Ao manipular o geoplano, os alunos conseguem identificar, de maneira intuitiva, a perpendicularidade entre a altura e o lado oposto, favorecendo a compreensão do ângulo reto envolvido nessa construção. Além disso, a possibilidade de construir diferentes tipos de triângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo) permite observar variações na posição da altura, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e alinhada à proposta de visualização e experimentação defendida na abordagem com materiais manipulativos. Veja na Figura 14.

Figura 14 – Altura de um triângulo no Geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 124) “O ponto de interseção (ou ponto de encontro ou ponto de concurso) das retas suportes das alturas de um triângulo é o ortocentro do triângulo”.

Definição de mediana de um triângulo: segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 43) “Mediana de um triângulo é um segmento com extremidades num vértice e no ponto médio do lado oposto”. Figura 15.

Figura 15 – Mediana de um triângulo

Fonte: DOLCE; POMPEO (2013, p. 43)

M_1 é o ponto médio do lado $\overline{BC}$.

$\overline{AM_1}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$.

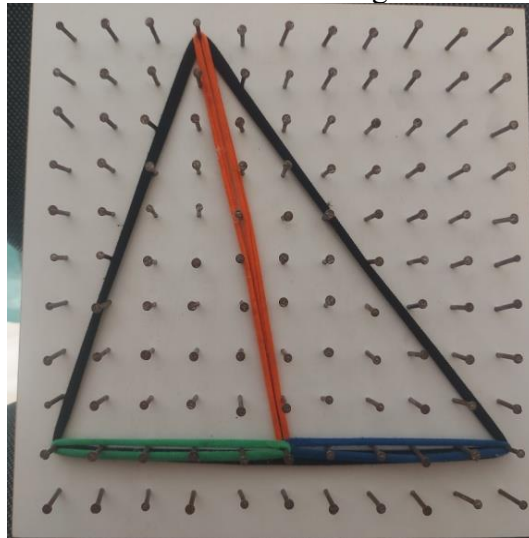
$\overline{AM_1}$ é a mediana relativa ao vértice A.

Um ponto é denominado ponto médio de um segmento, quando divide ele em dois segmentos congruentes.

partir dessa definição, observa-se que a mediana estabelece uma conexão direta entre um vértice e o ponto médio do lado oposto, promovendo uma divisão equilibrada desse lado. Além disso, as três medianas de um triângulo são concorrentes em um único ponto, denominado

baricentro, que possui a propriedade de dividir cada mediana na razão de 2:1, a partir do vértice. Dessa forma, o conceito de mediana não se restringe a uma construção geométrica simples, mas assume relevância na compreensão das propriedades estruturais do triângulo e de seus pontos notáveis. Veja na Figura 16.

Figura 16 – Mediana de um triângulo no Geoplano

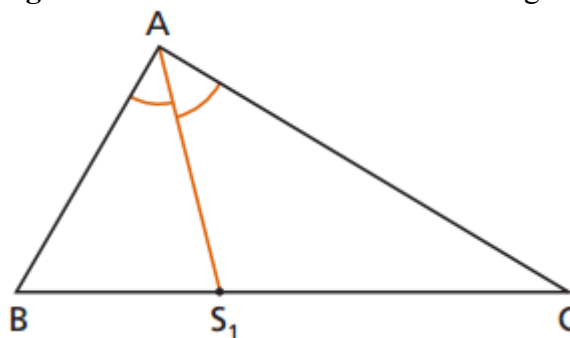


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Conforme Dolce e Pompeo (2013, p. 120) “O ponto de interseção (ou ponto de encontro, ou ponto de concurso) das três medianas de um triângulo é o baricentro do triângulo”.

Definição de bissetriz de um triângulo: conforme Dolce e Pompeo (2013, p. 43) “Bissetriz interna de um triângulo é o segmento, com extremidades num vértice e no lado oposto, que divide o ângulo desse vértice em dois ângulos congruentes”. Figura 17.

Figura 17 – Bissetriz interna de um triângulo



Fonte: DOLCE; POMPEO (2013, p. 43)

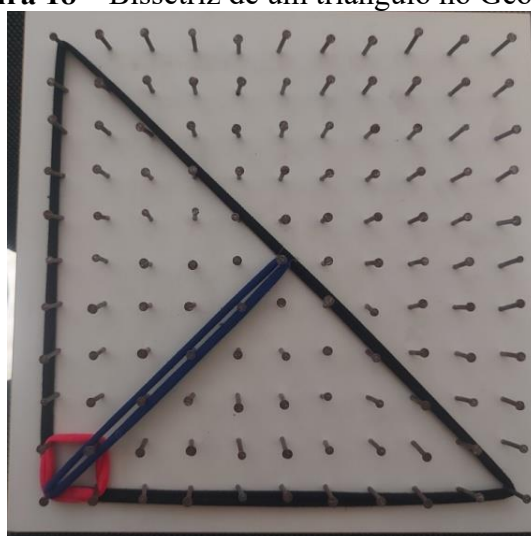
$$S_1 \in \overline{AB}, S_1\hat{A}B \equiv S_1\hat{A}C$$

$\overline{AS_1}$ é a bissetriz relativa ao lado $\overline{BC}$.

$\overline{AS_1}$ é a bissetriz relativa ao vértice A.

A partir dessa definição, observa-se que a bissetriz não apenas estabelece uma divisão equitativa do ângulo interno, mas também desempenha papel relevante na organização estrutural do triângulo, uma vez que sua construção está diretamente relacionada à noção de congruência angular. Além disso, a interseção das bissetrizes internas dos três ângulos de um triângulo determina o incentro, ponto notável que evidencia propriedades geométricas importantes, como a equidistância em relação aos lados da figura. Dessa forma, o conceito de bissetriz transcende uma simples divisão angular, configurando-se como elemento central na compreensão mais ampla da geometria plana. Observe na Figura 18.

Figura 18 – Bissetriz de um triângulo no Geoplano

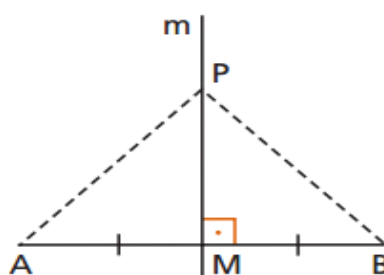


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

De acordo com Dolce e Pompeo (2013, p. 122) “O ponto de interseção (ou ponto de encontro ou ponto de concurso) das três bissetrizes internas de um triângulo é o incentro do triângulo”.

Definição de mediatriz de um triângulo: em concordância com Dolce e Pompeo (2013, p. 88) “Todo ponto da mediatriz de um segmento é equidistante das extremidades do segmento”.
Figura 19.

Figura 19 – Mediatriz



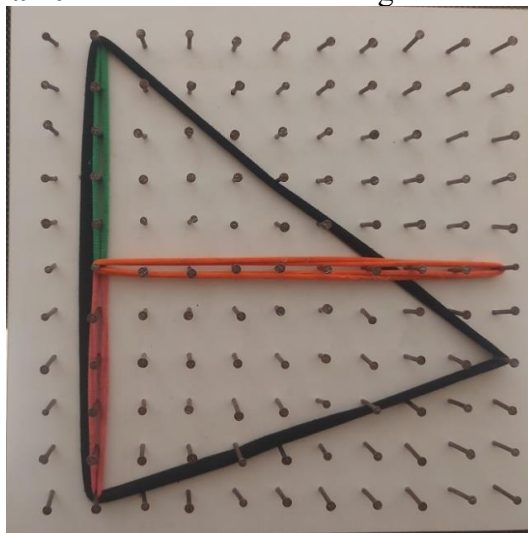
Fonte: DOLCE; POMPEO (2013, p. 88)

$(m \text{ é mediatriz de } \overline{AB}, P \in m) \Rightarrow PA = PB$

Note que, se $P = M$, a propriedade também vale.

Pode ser explorada de forma significativa por meio do uso do geoplano. Nesse contexto, os alunos têm a possibilidade de construir um segmento utilizando elásticos e, em seguida, identificar seu ponto médio e traçar uma reta perpendicular, representando a mediatriz. A partir dessa construção, torna-se possível verificar empiricamente a equidistância, comparando visualmente ou contando as unidades da malha entre pontos da mediatriz e as extremidades do segmento. Essa abordagem favorece a compreensão do conceito, pois transforma uma propriedade abstrata em uma experiência concreta e manipulável. Além disso, o geoplano permite que os estudantes testem diferentes posições de pontos sobre a mediatriz, reforçando a regularidade da equidistância e contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio geométrico por meio da experimentação e da visualização. Figura 20.

Figura 20 – Mediatriz de um triângulo no Geoplano



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Segundo Dolce e Pompeo (2013, p. 123) “O ponto de interseção (ou ponto de encontro ou ponto de concurso) das mediatrizes dos lados de um triângulo é o circuncentro do triângulo”.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia constitui o eixo organizador de uma pesquisa científica, pois define o percurso adotado para atingir os objetivos propostos e garantir a coerência entre o problema, os métodos e os resultados. Segundo Gil (2019, p. 19), “a palavra método provém do grego *methodos*, e tem o significado de ‘caminho para chegar a um fim’, referindo-se ao conjunto de regras básicas para o desenvolvimento da investigação científica”. A escolha metodológica deve considerar a natureza do objeto investigado e os referenciais teóricos que fundamentam o estudo, uma vez que “a adoção de um ou outro método depende de muitos fatores: da natureza do objeto que se pretende pesquisar [...] e sobretudo da inspiração filosófica do pesquisador” (Gil, 2019, p. 10), sendo as teorias responsáveis por “sugerir a metodologia apropriada para a investigação” (Gil, 2019, p. 18).

A presente pesquisa adota uma abordagem qualitativa, de natureza aplicada e caráter descritivo, voltada para a compreensão do fenômeno educativo em seu contexto real. Conforme Lüdke e André (2013), a pesquisa qualitativa busca compreender o significado que os indivíduos atribuem às suas ações e às situações que vivenciam. Esse tipo de pesquisa é adequado para o campo educacional, pois permite captar a complexidade das relações pedagógicas e o sentido que os sujeitos atribuem à aprendizagem. O enfoque qualitativo valoriza a subjetividade e a interpretação, priorizando o processo em detrimento dos resultados quantitativos.

A natureza aplicada da pesquisa justifica-se pelo objetivo de transformar a prática pedagógica e promover melhorias concretas no processo de ensino-aprendizagem. Thiollent (2011) afirma que a pesquisa aplicada tem como finalidade gerar conhecimento voltado para a solução de problemas práticos e imediatos. Nesse sentido, o estudo pretende contribuir para a inovação didática na educação matemática, por meio da introdução do geoplano como ferramenta metodológico. A pesquisa também se enquadra como descritiva, pois busca registrar e analisar as experiências vivenciadas pelos participantes, descrevendo as mudanças ocorridas ao longo da intervenção.

O método adotado nesta pesquisa foi a intervenção pedagógica, por se tratar de uma abordagem que articula investigação e ação no contexto educacional. De acordo com Tripp (2005, p. 447), a pesquisa-ação constitui “uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática”. Nessa perspectiva, a intervenção pedagógica possibilita ao pesquisador implementar estratégias de ensino, acompanhar seu desenvolvimento e analisar seus efeitos sobre a aprendizagem dos

estudantes. Assim, a escolha dessa metodologia justifica-se pela intenção de investigar as contribuições do geoplano para a compreensão de conceitos de geometria plana, especialmente ângulos e triângulos, permitindo observar, de forma sistemática, as mudanças ocorridas durante o processo de ensino e aprendizagem. Conforme destaca Gil (2019), esse tipo de investigação favorece a análise das práticas educacionais em situações reais, contribuindo tanto para a produção de conhecimentos quanto para o aperfeiçoamento da ação pedagógica.

3.1 Sobre a escola onde foi realizado o projeto

Este projeto foi aplicado em uma escola pública, localizada na cidade de Matões do Norte, Maranhão. A escola localiza-se em um povoado chamado Curva do Didi, que fica distante 23 km da sede Matões do Norte.

A estrutura física da escola é composta por uma secretaria, uma sala dos professores, dois banheiros para os professores um masculino e um feminino, dois banheiros para os alunos, sendo um masculino e um feminino, tem oito salas de aulas, um almoxarifado, uma cantina, um pátio coberto, um laboratório de informática, uma sala de leitura, uma biblioteca, uma quadra com piso de areia.

A escola funciona nos turnos matutino, vespertino e noturno, sendo ofertado desde o Maternal ao Ensino Médio. Durante o período diurno funciona do Maternal ao Ensino Fundamental, sendo que os alunos estão sobre responsabilidade da prefeitura municipal de Matões do Norte, Maranhão. Já no período noturno, funciona o Ensino Médio, sobre responsabilidade do Governo do Estado do Maranhão.

A turma escolhida para a realização dos estudos foi o 8º ano A do Ensino Fundamental II, composta por 18 alunos, com faixa etária entre 13 e 17 anos. Os horários da disciplina de Matemática nessa turma são três horários seguidos na segunda-feira e dois horários seguidos na terça-feira, totalizando 5 aulas semanais. O professor-pesquisador atuará como mediador das atividades, registrando observações e interações dos alunos ao longo do processo.

A pesquisa respeitou todos os princípios éticos que regem os estudos com seres humanos, conforme a Resolução nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde. Os participantes e responsáveis (Apêndice A e Apêndice B) foram informados sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa, e suas identidades foram preservadas. Segundo Minayo (2001, p.91), a ética na pesquisa é “um compromisso com a dignidade e a autonomia dos sujeitos, que não podem ser tratados como objetos de estudo”. Assim, o projeto foi conduzido de forma responsável e comprometida com o respeito aos direitos dos participantes.

3.2 Instrumentos de coleta de dados

Para ter um bom andamento das atividades usamos como ferramenta para a coleta de dados questionários e atividades dirigidas realizadas em sala de aula com discussões com toda a turma, sendo realizadas pelos alunos do professor pesquisador.

A pesquisa foi dividida em quatro etapas principais. A primeira etapa das atividades com os estudantes pesquisados consistiu na aplicação de um pré-teste, formado por 15 questões sobre geometria plana: ângulos e triângulos (Apêndice C). Nessa etapa eles deveriam aplicar as definições estudadas para responder. Essa etapa foi feita em três aulas de 45 minutos.

A segunda etapa foi feita utilizando o geoplano, foi explicado como ele foi construído e como utilizá-lo. Foram realizadas atividades com o geoplano, durante 5 aulas de 45 minutos. A segunda etapa envolveu a aplicação de uma sequência didática (Apêndice D) com o uso do geoplano, explorando conceitos como ângulos e suas classificações e triângulo e suas classificações, pontos notáveis.

O planejamento da sequência didática seguiu os princípios das metodologias ativas e da aprendizagem significativa. Segundo Moran (2015), o aluno aprende de forma mais profunda quando é protagonista do próprio processo de aprendizagem. Por isso, as aulas foram estruturadas de modo que os estudantes pudessem manipular, construir e investigar figuras no geoplano, sempre com mediação docente. Moreira (2012) acrescenta que o uso de materiais concretos favorece a integração entre o pensamento prático e o conceitual, ampliando a compreensão dos fenômenos matemáticos.

Durante a aplicação da sequência, o papel do professor-pesquisador foi o de mediador, facilitando o processo de construção do conhecimento e promovendo situações de investigação. A aprendizagem desperta processos internos de desenvolvimento que só podem ocorrer pela interação com o outro. Essa concepção orientou as práticas em sala de aula, que incluíram atividades em grupo, discussões coletivas e autoavaliações. Segundo Libâneo (2013), o professor deve guiar o aluno à descoberta, sem retirar dele o protagonismo do processo de aprender.

Depois dessas atividades, foi feita um pós-teste, contendo 29 questões, com características parecidas ao pré-teste (Apêndice E). Essa etapa foi realizada em duas aulas de 45 minutos.

A aplicação dos testes no início e no fim do processo, foi necessário por se tratar de uma pesquisa experimental, (Malheiro; Fernandes, 2015, p. 80, **apud** Almeida; Malheiro, 2019, p. 394) acrescentam que o recurso ao trabalho experimental investigativo tem o objetivo de

resolver um problema real, constituindo uma estratégia pedagógica com “potencial inovador, porquanto possibilita o trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de novos conhecimentos e, por isso também, potenciadora de aprendizagens mais amplas e significativas para os alunos”, a fim de se fazer uma análise do desempenho dos alunos, conforme as atividades realizadas. Serão analisados registros dos alunos e fotografias das produções no geoplano.

E por fim foi realizado um questionário opinião dos alunos e encerramento do projeto, contendo 19 perguntas, tendo questões fechadas e discursivas (Apêndice F).

3.3 Técnica para a Análise dos Dados

A coleta de dados durante a intervenção foi registrada por meio de notas de campo e registros fotográficos das atividades com o geoplano. Bardin (2016) explica que a observação sistemática deve ser acompanhada de registros detalhados, permitindo a análise posterior. As anotações do pesquisador incluíram informações sobre o engajamento, as estratégias adotadas pelos alunos e as dificuldades encontradas. Esse acompanhamento contínuo possibilitou compreender o impacto real da metodologia sobre o processo de aprendizagem.

Com os dados em mãos, obtidos com a aplicação dos instrumentos de pesquisas (questionários e testes), deu-se início ao processo de organização das informações obtidas.

As informações foram organizadas de modo a possibilitar uma leitura criteriosa, agrupando as respostas de acordo com as categorias estabelecidas. As respostas abertas foram agrupadas conforme os termos mais recorrentes, já as respostas fechadas foram organizadas em forma de gráficos em valores percentuais.

A leitura e interpretação dos dados seguiram etapas de identificação, categorização e análise das respostas, possibilitando compreender o desempenho dos alunos e suas percepções sobre o uso do geoplano.

4 RESULTADOS E DISCURSÕES

Neste capítulo, serão apresentados os resultados e as discussões dos dados obtidos por meio do pré-teste (Apêndice C), aplicado no mês de setembro de 2025. O conteúdo abordado nessa etapa já havia sido trabalhado anteriormente em sala de aula e constava no livro didático utilizado pela turma, de modo que todos os estudantes tinham acesso a esse material. As informações pertinentes foram organizadas em quadros para facilitar a análise dos dados. Os alunos foram agrupados em diferentes grupos, de acordo com a semelhança de suas respostas, o que possibilitou identificar distintos níveis de formalismo matemático, bem como o grau de compreensão alcançado pelos educandos.

4.1 Pré-Teste

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos no pré-teste. Nesta seção estão descritas as questões, bem como as respostas dos alunos e as principais observações, destacando-se sua relevância para a condução e validação da pesquisa.

Primeira questão - Observe duas semirretas que partem de um mesmo ponto, formando uma figura no plano.

- a) Como você define um ângulo a partir dessa situação?
- b) Identifique, na definição apresentada, o que representa o vértice e o que representam os lados do ângulo.
- c) Cite um exemplo de situação do cotidiano em que seja possível identificar a formação de um ângulo.

No Quadro 1 vemos as respostas obtidas sobre o que é um ângulo.

Quadro 1 – Item a): Definição de Ângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características da definição	Alunos
G1	Definição vaga / incompleta	Menciona “linhas”, “desenho” ou “figura” sem explicitar semirretas nem ponto comum	1, 3, 8, 9, 11
G2	Definição como “abertura”	Define ângulo como abertura, sem linguagem geométrica formal	5, 12
G3	Duas linhas que se encontram	Reconhece a ideia de encontro, mas não especifica semirretas nem origem comum	2, 7
G4	Duas linhas que partem do mesmo ponto	Reconhece corretamente a origem comum, mas com vocabulário simples	4, 6
G5	Duas semirretas com mesma origem (correta, informal)	Utiliza o conceito correto, porém sem refinamento conceitual	10, 13, 15
G6	Definição formal de ângulo	Usa linguagem matemática adequada (semirretas, origem comum, abertura/região)	14, 16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise dessas respostas mostra que os alunos possuem diferentes níveis de entendimento sobre o conceito. Alguns alunos conseguem perceber que o ângulo está relacionado ao encontro de duas linhas, o que indica uma compreensão inicial do conteúdo. No entanto, muitos ainda explicam o conceito usando apenas a observação visual, sem utilizar os termos matemáticos corretos.

Também foram observadas respostas mais simples ou incompletas, o que mostra que parte dos alunos ainda está em processo de construção do conceito de ângulo e precisa de mais exemplos e explicações, conforme podemos ver na resposta do aluno 8.

“Ângulo é quando duas linhas se encontram formando uma abertura.”

Essa resposta, apresentada pelo aluno 8, mostra que o estudante entende o ângulo como uma abertura formada por duas linhas. Apesar disso, o aluno não menciona que essas linhas são semirretas com a mesma origem, o que indica que o conceito ainda não está totalmente completo.

De modo geral, o Quadro 1 indica que os alunos têm uma noção inicial sobre o que é um ângulo, mas ainda precisam de atividades que ajudem a reforçar e organizar esse conhecimento.

O Quadro 2 apresenta as respostas dos alunos sobre a identificação do vértice e dos lados de um ângulo a partir da definição construída no item anterior.

Quadro 2 – Item b): Identificação do vértice e lados do ângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características da identificação	Alunos
G1	Identificação confusa ou incompleta	Não diferencia claramente vértice e lados; uso de termos vagos ou repetidos	3, 9
G2	Identificação parcial	Reconhece vértice como ponto, mas descreve lados de forma imprecisa	5, 8, 11, 12
G3	Identificação correta com linguagem simples	Identifica vértice como ponto comum e lados como linhas, sem termo semirreta	1, 2, 4, 6, 7
G4	Identificação correta com uso de semirretas	Reconhece vértice como origem comum e lados como semirretas	10, 13, 15
G5	Identificação formal e precisa	Utiliza linguagem matemática adequada: vértice, semirretas e ponto comum	14, 16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas mostra que parte dos alunos conseguiu reconhecer corretamente o ponto comum como sendo o vértice do ângulo e as semirretas como seus lados. Esses alunos demonstram compreender os elementos básicos que formam um ângulo.

No entanto, muitos alunos apresentaram respostas incompletas, identificando apenas o vértice ou apenas os lados, sem relacionar corretamente os dois elementos. Veja esta situação na resposta do Aluno 6.

“O vértice é o ponto onde as linhas se encontram e os lados são as duas linhas do ângulo.”

A resposta do aluno 6 mostra que ele identifica corretamente o vértice e os lados do ângulo, utilizando uma explicação simples, porém coerente com a definição matemática.

No Quadro 3, vemos as respostas dadas pelos alunos quando foram convidados a citar uma situação do cotidiano em que fosse possível identificar a formação de um ângulo.

Quadro 3 – Item c): Exemplos de ângulo no cotidiano

Grupo	Tipo de resposta	Características do exemplo	Alunos
G1	Exemplo inadequado ou pouco claro	Exemplo genérico ou pouco relacionado explicitamente à ideia de ângulo	1, 9
G2	Exemplo concreto simples	Identifica objetos do cotidiano com abertura visível, mas sem justificativa geométrica	2, 3, 5, 6, 8, 11
G3	Exemplo cotidiano adequado	Reconhece corretamente a formação de um ângulo em situações comuns	4, 7, 10, 12
G4	Exemplo cotidiano com maior precisão	Apresenta exemplo correto e mais específico, demonstrando boa compreensão	13, 14, 15, 16
G5	Exemplo contextualizado e abstrato	Relaciona o conceito de ângulo a situações que envolvem análise espacial ou abstração	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu relacionar o conteúdo com exemplos do dia a dia. Foram citados objetos como portas, livros, tesouras e o canto da parede, o que indica que os alunos conseguem perceber a presença dos ângulos em situações práticas. Por exemplo veja a resposta do Aluno 3:

“Quando a porta está aberta, forma um ângulo.”

Essa resposta mostra que o aluno conseguiu identificar o conceito de ângulo em uma situação comum do cotidiano.

Segunda questão - Considere dois ângulos formados por pares de semirretas com a mesma origem. Um deles mede 35° e o outro mede 120° .

- Qual desses ângulos pode ser classificado como ângulo agudo? Justifique sua resposta.
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um ângulo agudo.

No Quadro 4 vemos as respostas dos alunos, agrupadas por semelhança de respostas.

Quadro 4 – Item a): Identificação do ângulo agudo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta direta sem justificativa	Identifica o ângulo de 35° como agudo sem justificar adequadamente	3, 5, 7, 9, 11
G2	Justificativa vaga	Usa termos como pequeno ou pouco aberto	1, 2, 4, 6
G3	Comparação simples	Justifica comparando com o outro ângulo (120°)	12
G4	Critério correto informal	Relaciona corretamente com o ângulo reto, sem formalismo	8, 10
G5	Critério correto formal	Usa corretamente o critério matemático: menor que 90°	13, 14, 15, 16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que o ângulo de 35° é um ângulo agudo, pois sua medida é menor que 90° . Esses alunos demonstraram compreender a relação entre a medida do ângulo e sua classificação.

Exemplo de resposta – Aluno 5:

“O ângulo de 35° é agudo.”

Essa resposta mostra que o aluno identificou corretamente o ângulo agudo entre as opções apresentadas, no entanto ele não justificou a resposta.

Entretanto, alguns alunos apresentaram dificuldades, indicando o ângulo de 120° como agudo, o que mostra confusão entre os tipos de ângulos.

No Quadro 5, trazemos as respostas dos alunos quando foi pedido a eles para explicar com suas próprias palavras, o que caracteriza um ângulo agudo.

Quadro 5 – Item b): Caracterização de ângulo agudo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição vaga	Usa termos como pequeno ou fechado, sem critério matemático	1, 3, 4, 7, 9, 11
G2	Ideia intuitiva	Reconhece abertura menor, mas sem referência explícita ao ângulo reto	2, 5, 6
G3	Critério parcialmente correto	Menciona não chegar a 90° ou ser menor que o reto	8, 12
G4	Definição correta	Define corretamente como ângulo menor que 90°	10, 13, 14, 15
G5	Definição completa formal	Define com precisão o intervalo (entre 0° e 90°)	16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos sabem que o ângulo agudo é aquele que possui medida menor que 90° , mesmo utilizando uma linguagem simples.

Exemplo de resposta – Aluno 9:

“Ângulo agudo é o que mede menos de 90° .”

Essa resposta indica que o aluno compreende corretamente a principal característica do ângulo agudo. Alguns alunos, porém, apresentaram explicações incompletas, mencionando apenas que o ângulo é 'pequeno', sem relacionar essa ideia à medida do ângulo.

De modo geral, a Segunda Questão mostra que os alunos possuem uma boa noção inicial sobre o conceito de ângulo agudo, mas ainda precisam de atividades que reforcem a comparação entre diferentes tipos de ângulos.

Terceira questão - Observe a figura formada pelo encontro de duas retas perpendiculares, semelhante ao canto de uma folha de papel ou de um livro.

- Como esse ângulo pode ser classificado?
- Qual é a medida, em graus, de um ângulo reto?
- Explique, com suas próprias palavras, como é possível identificar um ângulo reto sem utilizar instrumentos de medição.

No Quadro 6, apresentamos a resposta do item a).

Quadro 6 – Item a): Classificação do ângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta simples	Identifica corretamente como ângulo reto, sem justificativa	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
G2	Classificação correta com justificativa	Identifica corretamente e relaciona a retas perpendiculares	13, 14, 15, 16
G3	Classificação correta com inconsistência posterior	Classifica corretamente, mas apresenta erro em outros itens	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente esse ângulo como um ângulo reto. As respostas mostram que muitos alunos reconhecem o ângulo reto por meio de sua forma, relacionando-o ao canto de objetos conhecidos.

Exemplo de resposta – Aluno 13:

“Esse ângulo é classificado como ângulo reto.”

Essa resposta indica que o aluno conseguiu classificar corretamente o ângulo apresentado.

No Quadro 7, as respostas apresentadas pelos alunos quando questionados sobre a medida, em graus, de um ângulo reto.

Quadro 7 – Item b): Medida do ângulo reto

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Indica corretamente a medida de 90°	1–16, 18
G2	Resposta incorreta	Indica medida diferente de 90°	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Grande parte dos alunos respondeu corretamente que o ângulo reto mede 90°. Isso mostra que esse valor já é conhecido e memorizado pela maioria. Mas como podemos ver, um dos alunos respondeu de forma incorreta: “Um ângulo reto mede 100°.”

A seguir trazemos o Quadro 8, quando os alunos foram convidados a explicar como identificar um ângulo reto sem usar instrumentos de medição.

Quadro 8 – Item c): Identificação sem instrumentos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Referência cotidiana adequada	Identifica corretamente usando exemplos como canto do papel ou livro	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12
G2	Descrição parcialmente correta	Reconhece o ângulo reto, mas com linguagem imprecisa	9, 13, 14, 15, 16
G3	Descrição incorreta	Utiliza comparação ou conceito equivocado	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Muitos alunos citaram exemplos do cotidiano, mostrando que conseguem reconhecer o ângulo reto visualmente. Veja a resposta do Aluno 4:

“Dá para ver se é reto comparando com o canto da folha.”

Alguns alunos, porém, tiveram dificuldade em explicar essa identificação, como por aluno 18:

“Um ângulo reto pode ser identificado quando forma um ângulo menor que o agudo, como no canto do papel.”

De modo geral, a Terceira Questão indica que os alunos conseguem identificar e reconhecer o ângulo reto, tanto pela sua medida quanto por exemplos práticos do dia a dia, embora alguns ainda precisem melhorar a forma de explicar esse conhecimento.

Quarta questão - Considere três ângulos cujas medidas são 60° , 95° e 150° .

- Identifique quais desses ângulos são classificados como ângulos obtusos.
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um ângulo obtuso.
- Compare um ângulo obtuso com um ângulo reto, destacando a principal diferença entre eles.

No Quadro 9, trazemos as respostas dos alunos referentes ao item a).

Quadro 9 – Item a): Identificação dos ângulos obtusos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Identificação correta completa	Reconhece corretamente os ângulos de 95° e 150° como obtusos	1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18
G2	Identificação parcial	Reconhece apenas um dos ângulos como obtuso	3, 5, 7, 9, 11
G3	Identificação incorreta	Erro conceitual na classificação	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que os ângulos de 95° e 150° são ângulos obtusos, pois possuem medida maior que 90° . No Grupo 2 (G2) vemos que alguns alunos reconheceram apenas um dos ângulos 95° e 150° como sendo obtusos, finalmente no Grupo 3 (G3), temos um aluno que não conseguiu classificar nenhum dos ângulos:

“Apenas o ângulo de 60° é obtuso.”

Abaixo, no Quadro 10, agrupamos as respostas obtidas no item b).

Quadro 10 – Item b): Conceito de ângulo obtuso

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição vaga	Usa termos como grande ou bem aberto, sem critério matemático	1, 2, 3, 5, 9
G2	Definição parcialmente correta	Relaciona com ser maior que o ângulo reto	4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15
G3	Definição correta formal	Define como ângulo maior que 90° e menor que 180°	13, 16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Muitos alunos responderam que o ângulo obtuso é aquele que mede mais de 90° , mostrando uma compreensão básica do conceito.

Alguns alunos apresentaram respostas incompletas, sem mencionar a comparação com o ângulo reto.

“Ângulo obtuso é um ângulo grande.” Resposta do aluno 1.

“É um ângulo que abre mais.” Resposta do aluno 2.

No quadro 11 a seguir apresentamos as respostas obtidas para o item c).

Quadro 11 – Item c): Comparação entre ângulo obtuso e reto

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Comparação correta simples	Reconhece que o obtuso é mais aberto que o reto	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16
G2	Comparação incompleta	Compara abertura, mas sem referência clara à medida	3, 7, 11
G3	Comparação incorreta	Erro conceitual ao comparar ângulo obtuso e reto	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos conseguiram perceber que o ângulo obtuso é maior que o ângulo reto, destacando essa como a principal diferença. Alguns alunos, porém, tiveram dificuldade em explicar essa comparação de forma clara. Como o aluno 3 do (G2): “O reto é menor que o obtuso”. E o caso do aluno 18 do (G3): “O ângulo obtuso é menor que o reto, mas mais aberto visualmente”.

De modo geral, os resultados da Quarta Questão indicam que os alunos demonstram capacidade de identificar e caracterizar ângulos obtusos. No entanto, ainda se faz necessária a realização de atividades que reforcem a comparação entre os diferentes tipos de ângulos, a fim de ampliar e consolidar essa compreensão.

Quinta questão - Observe uma figura plana formada por três segmentos de reta que se encontram dois a dois, delimitando uma região do plano.

- Como essa figura pode ser classificada?
- Quais são os elementos que a constituem?
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo.
- Cite um exemplo de objeto ou situação do cotidiano em que seja possível identificar a forma de um triângulo.

No Quadro 12, apresentam-se as respostas dos alunos referentes à classificação da figura plana formada por três segmentos de reta que se encontram dois a dois.

Quadro 12 – Item a): Classificação da figura

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta simples	Identifica corretamente a figura como triângulo, sem justificativa	1–12
G2	Classificação correta formal	Identifica corretamente usando linguagem matemática	13, 14, 15, 16, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que essa figura é um triângulo. Isso mostra que os alunos reconhecem essa forma geométrica básica.

Exemplo de resposta – Aluno 2:

“Essa figura é um triângulo.”

No Quadro 13, apresentam-se as respostas dos alunos referentes à identificação dos elementos que constituem o triângulo.

Quadro 13 – Item b): Elementos do triângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Elementos incompletos	Cita apenas lados ou vértices	1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12
G2	Elementos parcialmente corretos	Cita lados e vértices, mas omite ângulos	4, 7
G3	Elementos completos	Cita lados, vértices e ângulos	10, 13, 14, 15, 16, 18
G4	Erro conceitual	Omissão de elementos essenciais	17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Alguns alunos conseguiram mencionar corretamente os lados e os vértices do triângulo. Exemplo de resposta – Aluno 6:

“O triângulo tem três lados e três vértices.”

No entanto outros alunos citaram apenas parte desses elementos.

Exemplo aluno 17:

“Um triângulo é uma figura formada por três retas, podendo ser aberta ou fechada.”

No Quadro 14, apresentam-se as respostas dos alunos referentes à caracterização do triângulo, a partir de suas próprias palavras.

Quadro 14 – Item c): Caracterização do triângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta simples	Define triângulo como figura com três lados	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
G2	Definição correta formal	Define como figura plana fechada formada por três segmentos	13, 14, 15, 16
G3	Definição incorreta	Erro conceitual na definição	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos sabem que o triângulo é uma figura formada por três lados e três ângulos, ainda que utilizem uma linguagem simples.

Exemplo de resposta – Aluno 9:

“Triângulo é uma figura que tem três lados.”

Alguns alunos apresentaram respostas incompletas, mencionando apenas o número de lados.

Exemplo de resposta – Aluno 18:

“Um triângulo é caracterizado por ter três lados iguais.”

No Quadro 15, apresentam-se as respostas dos alunos referentes à identificação de exemplos do cotidiano em que se observa a forma de um triângulo.

Quadro 15 – Item d): Exemplos do cotidiano

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Exemplo cotidiano adequado	Exemplo correto de objeto com forma triangular	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
G2	Exemplo inadequado	Objeto que não representa corretamente um triângulo plano	17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu relacionar o triângulo com objetos do dia a dia, como placas de trânsito, telhados e instrumentos musicais.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“Uma placa de trânsito tem forma de triângulo.”

De modo geral, a Quinta Questão indica que os alunos reconhecem o triângulo como uma figura geométrica básica e conseguem identificá-lo em situações do cotidiano, mas ainda precisam aprofundar a descrição de suas características.

Sexta Questão - Considere um triângulo cujos três lados possuem a mesma medida.

a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?

- b) O que pode ser afirmado sobre as medidas de seus ângulos internos? Justifique.
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo equilátero.

Avançando na análise, o Quadro 16 reúne as respostas dos alunos referentes à classificação do triângulo quanto aos lados.

Quadro 16 – Item a): Classificação quanto aos lados

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo equilátero	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com outros tipos de triângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse tipo de triângulo é chamado de triângulo equilátero.

Exemplo de resposta – Aluno 11:

“Esse triângulo é equilátero.”

Em continuidade, o Quadro 17 apresenta as respostas dos alunos relacionadas aos ângulos internos do triângulo equilátero.

Quadro 17 – Item b): Ângulos internos do triângulo equilátero

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta simples	Afirma que os ângulos são iguais, sem indicar medida	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15
G2	Resposta correta completa	Afirma que os ângulos são iguais e medem 60°	13, 16, 18
G3	Resposta incorreta	Erro conceitual sobre igualdade ou medida dos ângulos	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Alguns alunos conseguiram responder corretamente que os três ângulos possuem a mesma medida, sendo todos iguais a 60°.

Exemplo de resposta – Aluno 15:

“Os três ângulos são iguais e medem 60°.”

Outros alunos afirmaram apenas que os ângulos são iguais, sem mencionar o valor da medida. Ou ainda respostas incorretas como do aluno 7: “Os ângulos são diferentes.”

Na mesma linha de análise, o Quadro 18 expõe as respostas dos alunos acerca das características do triângulo equilátero, evidenciando a relação entre lados e ângulos.

Quadro 18 – Item c): Características do triângulo equilátero

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Caracterização correta simples	Menciona apenas a igualdade dos lados	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12
G2	Caracterização correta completa	Menciona igualdade de lados e ângulos	13, 14, 15, 16
G3	Caracterização incorreta	Erro conceitual ou definição incompleta	3, 7, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos associam o triângulo equilátero ao fato de possuir todos os lados e ângulos iguais.

Alguns alunos, porém, citaram apenas uma dessas características.

Exemplo de resposta – Aluno 7:

“É o triângulo que tem todos os lados iguais.”

De modo geral, a Sexta Questão indica que os alunos conseguem identificar e classificar o triângulo equilátero, mas alguns ainda precisam aprofundar a relação entre lados e ângulos desse tipo de triângulo.

Sétima questão - Considere um triângulo que possui dois lados com a mesma medida e um terceiro lado com medida diferente.

- Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?
- O que pode ser afirmado sobre os ângulos opostos aos lados de mesma medida?
- Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo isósceles.

Dando prosseguimento, o Quadro 19 reúne as respostas dos alunos referentes à classificação do triângulo isósceles.

Quadro 19 – Item a): Classificação quanto aos lados

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo isósceles	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com outros tipos de triângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse tipo de triângulo é chamado de triângulo isósceles.

Exemplo de resposta – Aluno 12:

“Esse triângulo é isósceles.”

Essa resposta mostra que o aluno reconhece corretamente a classificação do triângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“É um triângulo equilátero.”

Essa resposta evidencia uma confusão conceitual entre os diferentes tipos de triângulos quanto aos lados. O aluno não reconhece que o triângulo isóscele possui apenas dois lados iguais, classificando-o incorretamente como equilátero. Tal equívoco indica dificuldade na distinção entre as características específicas de cada classificação.

Na sequência, o Quadro 20 apresenta as respostas dos alunos relacionadas à relação entre lados e ângulos no triângulo isósceles.

Quadro 20 – Item b): Relação entre lados iguais e ângulos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta simples	Afirma que os ângulos opostos aos lados iguais são iguais	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta correta formal	Utiliza linguagem matemática (ângulos congruentes)	13
G3	Resposta incorreta	Erro conceitual sobre ângulos	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Alguns alunos conseguiram responder corretamente que esses ângulos também possuem a mesma medida. Isso mostra uma boa compreensão da relação entre lados e ângulos no triângulo isósceles.

Exemplo de resposta – Aluno 14:

“Os ângulos que ficam na frente dos lados iguais também são iguais.”

Essa resposta indica que o aluno compreende corretamente essa característica do triângulo isósceles.

Outros alunos apresentaram respostas incompletas ou não souberam explicar essa relação.

Exemplo de resposta – Aluno 7:

“Os ângulos são todos diferentes.”

Essa resposta revela um equívoco conceitual na compreensão da relação entre os lados e os ângulos no triângulo isósceles. O aluno não reconhece que os ângulos opostos aos lados de mesma medida são congruentes, atribuindo características próprias de um triângulo escaleno.

Esse erro indica dificuldade em estabelecer a correspondência entre lados iguais e ângulos iguais.

Complementando essa análise, o Quadro 21 organiza as respostas dos alunos quanto às características do triângulo isósceles.

Quadro 21 – Item c): Características do triângulo isósceles

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Caracterização correta simples	Menciona apenas dois lados iguais	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14
G2	Caracterização correta completa	Menciona dois lados iguais e dois ângulos iguais	13, 15, 16
G3	Caracterização incorreta	Erro conceitual na definição	3, 7, 17, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos associam o triângulo isósceles ao fato de possuir dois lados iguais.

Exemplo de resposta – Aluno 5:

“É o triângulo que tem dois lados iguais.”

Essa resposta mostra uma compreensão correta, porém básica, do conceito.

Alguns alunos citaram apenas essa característica, sem mencionar os ângulos de forma correta.

Exemplo de resposta – Aluno 18:

“Um triângulo isósceles pode ser identificado por ter dois lados iguais, mas todos os ângulos diferentes.”

Essa resposta indica uma compreensão parcial do conceito de triângulo isósceles. Embora o aluno reconheça corretamente a presença de dois lados iguais, não estabelece a relação entre esses lados e os ângulos opostos, que também devem ser iguais. Esse equívoco evidencia dificuldade em articular as propriedades do triângulo, sendo necessário reforçar a correspondência entre lados e ângulos em atividades futuras.

Oitava questão - Considere um triângulo cujos três lados possuem medidas diferentes entre si.

- Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?
- O que pode ser afirmado sobre as medidas de seus ângulos internos?
- Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo escaleno.

Por fim, o Quadro 22 apresenta as respostas dos alunos referentes à classificação do triângulo escaleno.

Quadro 22 – Item a): Classificação quanto aos lados

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo escaleno	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com outros tipos de triângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Grande parte dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse triângulo é chamado de triângulo escaleno. Esses alunos demonstram compreender que, nesse tipo de triângulo, não há lados com a mesma medida.

Exemplo de resposta – Aluno 9:

“Esse triângulo é escaleno porque todos os lados são diferentes.”

A resposta do aluno 9 mostra uma compreensão correta do conceito, utilizando uma justificativa simples e adequada.

Entretanto, alguns alunos confundiram o triângulo escaleno com o isósceles, o que indica dificuldade em perceber a diferença entre 'dois lados iguais' e 'todos os lados diferentes'.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“É um triângulo isósceles.”

Essa resposta evidencia um erro na classificação do triângulo quanto aos lados, uma vez que o aluno não reconhece que o triângulo escaleno é caracterizado por possuir todos os lados com medidas diferentes. Ao classificá-lo como isósceles, demonstra confusão entre os critérios de classificação, indicando dificuldade na distinção entre os tipos de triângulos.

Em continuidade, o Quadro 23 reúne as respostas dos alunos relacionadas aos ângulos internos do triângulo escaleno.

Quadro 23 – Item b): Ângulos internos do triângulo escaleno

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Afirma que os ângulos internos possuem medidas diferentes	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta incorreta	Afirma igualdade entre ângulos	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que a maioria dos alunos compreenderam que, assim como os lados, os ângulos de um triângulo escaleno também possuem medidas diferentes.

Exemplo de resposta – Aluno 16:

“Os ângulos também são diferentes porque os lados não são iguais.”

Essa resposta mostra que o aluno conseguiu estabelecer uma relação correta entre lados e ângulos no triângulo escaleno.

No entanto, alguns alunos apresentaram dificuldades nesse item, afirmando que os ângulos seriam iguais.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“Tem dois ângulos iguais.”

Essa resposta evidencia um equívoco na compreensão das propriedades do triângulo escaleno. O aluno atribui a esse tipo de triângulo a presença de ângulos iguais, característica que não se aplica, uma vez que no triângulo escaleno todos os ângulos possuem medidas diferentes. Esse erro indica dificuldade em relacionar corretamente as propriedades dos lados com as dos ângulos.

Na mesma perspectiva, o Quadro 24 apresenta as respostas dos alunos acerca das características do triângulo escaleno.

Quadro 24 – Item c): Características do triângulo escaleno

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Caracterização correta	Menciona três lados diferentes e ângulos diferentes	13, 14, 15, 16, 18
G2	Caracterização correta simples	Menciona apenas três lados diferentes	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12
G3	Caracterização incorreta	Erro conceitual ou definição incompleta	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas indicam que muitos alunos identificam o triângulo escaleno principalmente pela diferença entre as medidas dos lados.

Alguns alunos conseguiram mencionar também que os ângulos são diferentes, demonstrando uma compreensão mais completa do conceito.

Exemplo de resposta – Aluno 5:

“É o triângulo que não tem nenhum lado igual.”

Essa resposta mostra uma compreensão correta, porém ainda básica, do conceito de triângulo escaleno.

Por outro lado, parte dos alunos apresentou respostas muito curtas ou incompletas, mostrando que ainda não domina totalmente esse conteúdo.

Exemplo de resposta – Aluno 17:

“Um triângulo escaleno apresenta três lados diferentes e dois ângulos diferentes.”

Essa resposta revela uma compreensão incompleta das características do triângulo escaleno. Embora o aluno reconheça corretamente que os lados possuem medidas diferentes, não identifica que todos os ângulos também devem ser distintos. Esse equívoco indica dificuldade em estabelecer a correspondência entre lados e ângulos.

De modo geral, a Oitava Questão revela que os alunos conseguem identificar o triângulo escaleno quando observam as medidas dos lados, mas apresentam mais dificuldades ao relacionar essas características com as medidas dos ângulos. Isso indica a necessidade de atividades que reforcem a relação entre lados e ângulos nos triângulos.

Nona questão - Considere um triângulo que possui um de seus ângulos com medida igual a 90° .

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- b) Qual é o nome dado ao lado oposto ao ângulo reto?
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo retângulo.

O Quadro 25 apresenta as respostas dos alunos referentes à classificação do triângulo quanto aos ângulos.

Quadro 25 – Item a): Classificação quanto aos ângulos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo retângulo	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com outro tipo de triângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse triângulo é um triângulo retângulo. Esses alunos demonstram compreender que a presença de um ângulo reto é a principal característica desse tipo de triângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 8:

“Esse triângulo é retângulo porque tem um ângulo de 90° .”

A resposta do aluno 8 mostra que ele reconhece corretamente a relação entre a medida do ângulo e a classificação do triângulo.

Alguns alunos, porém, confundiram essa classificação com outros tipos de triângulos, o que indica dificuldade em associar a medida do ângulo à classificação correta.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“É um triângulo obtusângulo.”

Essa resposta evidencia um equívoco na classificação do triângulo quanto aos ângulos. O aluno não reconhece que a presença de um ângulo de 90° caracteriza um triângulo retângulo, classificando-o incorretamente como obtusângulo. Esse erro indica dificuldade na identificação dos critérios de classificação dos triângulos.

No Quadro 26, os alunos deveriam identificar o nome do lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo.

Quadro 26 – Item b): Nome do lado oposto ao ângulo reto

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Identifica corretamente o lado oposto como hipotenusa	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta incorreta	Confunde hipotenusa com cateto	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Parte dos alunos respondeu corretamente que esse lado é chamado de hipotenusa, demonstrando conhecimento específico do vocabulário matemático.

Exemplo de resposta – Aluno 15:

“O lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa.”

Essa resposta indica que o aluno conhece corretamente o nome do lado oposto ao ângulo reto. Entretanto, poucos alunos apresentaram dificuldades nesse item.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“O lado oposto é o cateto.”

Essa resposta evidencia um equívoco conceitual na identificação dos elementos do triângulo retângulo, pois o aluno não reconhece que o lado oposto ao ângulo reto é denominado hipotenusa. Ao atribuir esse papel ao cateto, demonstra confusão na nomenclatura e na função dos lados do triângulo.

No item c), os alunos deveriam explicar, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo retângulo. Veja no Quadro 27.

Quadro 27 – Item c): Características do triângulo retângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Caracterização correta simples	Menciona apenas a presença de um ângulo reto	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12
G2	Caracterização correta completa	Menciona ângulo reto e lados (hipotenusa e catetos)	13, 14, 15, 16, 18
G3	Caracterização incorreta	Erro conceitual ou generalização inadequada	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos destacam a presença do ângulo de 90° como a principal característica desse tipo de triângulo.

Alguns alunos conseguiram mencionar também os nomes dos lados, enquanto outros apresentaram respostas mais simples ou incompletas.

Exemplo de resposta – Aluno 4:

“É o triângulo que tem um ângulo reto.”

Essa resposta mostra uma compreensão correta, porém básica, do conceito de triângulo retângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 7:

“Não sei explicar direito.”

Essa resposta evidencia dificuldade na elaboração e explicação do conceito de triângulo retângulo. Embora o aluno possa até reconhecer a figura em outros itens, não consegue expressar, com suas próprias palavras, as características que a definem. Esse tipo de resposta indica fragilidade na compreensão conceitual e na comunicação matemática.

De modo geral, a Nona Questão indica que os alunos conseguem identificar o triângulo retângulo a partir da medida de seus ângulos, mas ainda apresentam dificuldades com o vocabulário específico, principalmente em relação ao nome dos lados.

Décima questão - Considere um triângulo cujos três ângulos internos possuem medidas menores que 90° .

- Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo acutângulo.
- Compare um triângulo acutângulo com um triângulo retângulo, destacando uma diferença fundamental entre eles.

No item a), os alunos deveriam classificar o triângulo cujos três ângulos internos possuem medidas menores que 90° . Esse item avalia se o aluno reconhece a classificação dos triângulos quanto aos ângulos. Veja no Quadro 28.

Quadro 28 – Item a): Classificação quanto aos ângulos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo acutângulo	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com triângulo retângulo ou obtusângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse triângulo é um triângulo acutângulo, mostrando que compreendem que todos os ângulos são agudos.

Exemplo de resposta – Aluno 6:

“Esse triângulo é acutângulo porque todos os ângulos são menores que 90° .”

A resposta do aluno 6 demonstra uma compreensão correta da classificação do triângulo.

Entretanto, alguns alunos confundiram o triângulo acutângulo com o triângulo retângulo ou obtusângulo, o que indica dificuldade em observar todas as medidas dos ângulos.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“É um triângulo retângulo.”

Essa resposta evidencia um erro na classificação do triângulo quanto aos ângulos, uma vez que o aluno não reconhece que um triângulo cujos três ângulos são menores que 90° deve ser classificado como acutângulo. Ao classificá-lo como retângulo, demonstra confusão entre os critérios de classificação dos triângulos.

No item b), Quadro 29, os alunos deveriam explicar, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo acutângulo.

Quadro 29 – Item b): Caracterização do triângulo acutângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Afirma que todos os ângulos são menores que 90°	2, 4, 5, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Definição simples/vaga	Usa termos como ângulos pequenos, sem referência explícita a 90°	1, 6, 8, 12
G3	Definição incorreta	Associa a ângulo reto ou obtuso	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos destacam o fato de o triângulo não possuir ângulo reto ou obtuso.

Exemplo de resposta – Aluno 13:

“É o triângulo que só tem ângulos agudos.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente a principal característica do triângulo acutângulo.

Alguns alunos apresentaram explicações incompletas, mencionando apenas que os ângulos são pequenos.

. Exemplo de resposta – Aluno 1:

“É quando os ângulos são pequenos.”

Essa resposta evidencia uma compreensão superficial do conceito de triângulo acutângulo, pois o aluno utiliza uma linguagem vaga, sem explicitar o critério matemático envolvido. Ao afirmar apenas que os ângulos são “pequenos”, não estabelece a relação fundamental de que todos os ângulos devem ser menores que 90° .

No Quadro 30, do item c), os alunos deveriam comparar o triângulo acutângulo com o triângulo retângulo, destacando uma diferença fundamental entre eles.

Quadro 30 – Item c): Comparação com triângulo retângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Comparação correta	Destaca ausência de ângulo reto no acutângulo	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18
G2	Comparação incompleta	Compara sem explicitar claramente a diferença fundamental	17
G3	Comparação incorreta	Erro conceitual na comparação	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar que a principal diferença está na presença ou não de um ângulo de 90° .

Exemplo de resposta – Aluno 2:

“O acutângulo não tem ângulo reto e o retângulo tem.”

Essa resposta mostra que o aluno conseguiu comparar corretamente os dois tipos de triângulo.

Alguns alunos, porém, apresentaram respostas vagas, sem mencionar claramente essa diferença.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“O acutângulo tem ângulo reto.”

Essa resposta evidencia um equívoco conceitual na distinção entre os tipos de triângulos quanto aos ângulos. O aluno atribui ao triângulo acutângulo a presença de um ângulo reto,

característica própria do triângulo retângulo. Esse erro indica dificuldade em diferenciar as classificações e compreender os critérios envolvidos.

De modo geral, a Décima Questão indica que os alunos conseguem identificar e caracterizar o triângulo acutângulo, especialmente quando fazem comparações com outros tipos de triângulos. Ainda assim, alguns alunos precisam reforçar a observação de todos os ângulos da figura.

Décima primeira questão - Considere um triângulo que possui um de seus ângulos internos com medida maior que 90° .

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- b) Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo obtusângulo.
- c) Compare um triângulo obtusângulo com um triângulo acutângulo, destacando uma diferença essencial entre eles.

No item a), os alunos deveriam classificar o triângulo que possui um de seus ângulos internos com medida maior que 90° . Esse item avalia se o aluno reconhece a classificação dos triângulos quanto aos ângulos. Veja no Quadro 31.

Quadro 31 – Item a): Classificação quanto aos ângulos

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Classificação correta	Identifica corretamente como triângulo obtusângulo	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Classificação incorreta	Confunde com triângulo retângulo ou acutângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar corretamente que esse triângulo é um triângulo obtusângulo, relacionando a classificação à presença de um ângulo maior que 90° .

Exemplo de resposta – Aluno 11:

“Esse triângulo é obtusângulo porque tem um ângulo maior que 90° .”

A resposta do aluno 11 mostra que ele compreende corretamente a classificação do triângulo.

Alguns alunos, porém, confundiram essa classificação com outro tipo de triângulo, mostrando dificuldade em diferenciar ângulo reto de ângulo obtuso.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“É um triângulo qualquer.”

Essa resposta evidencia uma compreensão insuficiente do conceito abordado, uma vez que o aluno não realiza a classificação adequada do triângulo conforme os critérios solicitados. Ao utilizar uma expressão genérica, demonstra dificuldade em reconhecer as características específicas necessárias para a identificação correta.

No item b), os alunos deveriam explicar, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo obtusângulo. Acompanhe do Quadro 32.

Quadro 32 – Item b): Conceito de triângulo obtusângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Afirma que o triângulo possui um ângulo maior que 90°	2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Definição vaga	Utiliza termos como ângulo grande ou bem aberto	1, 5
G3	Definição incorreta	Associa a ângulo reto ou acutângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

As respostas mostram que muitos alunos destacam a presença de um ângulo obtuso como a principal característica desse tipo de triângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 6:

“É o triângulo que tem um ângulo maior que o reto.”

Essa resposta indica que o aluno compreende corretamente a ideia central do conceito.

Entretanto, alguns alunos apresentaram respostas incompletas ou pouco claras, sem mencionar a comparação com o ângulo reto.

Exemplo de resposta – Aluno 1:

“O ângulo é grande.”

Essa resposta evidencia uma compreensão limitada do conceito solicitado, pois o aluno utiliza uma linguagem vaga, sem explicitar o critério matemático envolvido. Ao afirmar apenas que o ângulo é “grande”, não estabelece uma relação clara com a propriedade específica abordada na questão.

No item c), os alunos deveriam comparar o triângulo obtusângulo com o triângulo acutângulo, destacando uma diferença essencial entre eles. Observe no Quadro 33.

Quadro 33 – Item c): Comparação com triângulo acutângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Comparação correta	Destaca que o obtusângulo possui ângulo maior que 90° e o acutângulo não	2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18
G2	Comparação simples	Compara abertura dos ângulos sem precisão matemática	1, 5
G3	Comparação incorreta	Erro conceitual na comparação	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu identificar que a principal diferença está no fato de o triângulo obtusângulo possuir um ângulo maior que 90° , enquanto o acutângulo possui todos os ângulos menores que 90° .

Alguns alunos, no entanto, apresentaram respostas muito simples ou incompletas.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“No obtusângulo tem um ângulo maior e no acutângulo também.”

Essa resposta mostra que o aluno não conseguiu identificar corretamente a diferença entre os dois tipos de triângulo.

De modo geral, a Décima Primeira Questão indica que os alunos conseguem identificar e caracterizar o triângulo obtusângulo, especialmente quando fazem comparações com outros tipos de triângulos. Ainda assim, alguns alunos precisam reforçar a distinção entre ângulo agudo, ângulo reto e ângulo obtuso.

Décima segunda questão - Considere um triângulo ABC.

- O que se entende por altura de um triângulo?
- A partir de um vértice, como é construída a altura correspondente? Explique.
- Quantas alturas um triângulo possui? Justifique sua resposta.

No item a), os alunos deveriam explicar o que se entende por altura de um triângulo. Esse item avalia se o aluno compreende que a altura está relacionada a um segmento perpendicular a um lado do triângulo. Acompanhe no Quadro 34.

Quadro 34 – Item a): Conceito de altura do triângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Menciona segmento perpendicular do vértice ao lado oposto	6, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17
G2	Definição parcial	Menciona segmento ou linha sem referência clara à perpendicularidade	2, 5, 8, 9, 11, 18
G3	Definição incorreta	Confunde altura com lado ou tamanho do triângulo	1, 3, 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos conseguiu indicar que a altura é uma linha que sai de um vértice e encontra o lado oposto formando um ângulo reto.

Exemplo de resposta – Aluno 7:

“A altura é uma linha que sai do vértice e forma um ângulo reto com o outro lado.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente a ideia principal do conceito de altura.

Exemplo de resposta – Aluno 3:

“Altura é um lado do triângulo.”

Essa resposta evidencia um equívoco conceitual na compreensão do que seja a altura de um triângulo. O aluno confunde a altura com um dos lados da figura, não reconhecendo que se trata de um segmento de reta perpendicular traçado de um vértice ao lado oposto.

No item b), os alunos deveriam explicar como a altura é construída a partir de um vértice. Veja no Quadro 35.

Quadro 35 – Item b): Construção da altura

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Explicação correta	Descreve a construção por meio de perpendicular traçada do vértice ao lado oposto	6, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17
G2	Explicação simples	Menciona ligação do vértice ao lado sem detalhamento	1, 2, 4, 5, 9, 11
G3	Explicação incorreta ou ausente	Não descreve corretamente a construção	3, 8, 18

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Parte dos alunos conseguiu descrever corretamente que a altura deve ser traçada de forma perpendicular ao lado oposto.

Exemplo de resposta – Aluno 12:

“A altura é feita puxando uma linha reta do vértice até o lado oposto, formando 90° .”

Essa resposta indica que o aluno compreende o processo de construção da altura.

Outros alunos apresentaram explicações incompletas, mencionando apenas que a altura liga um vértice a um lado.

Exemplo de resposta – Aluno 8:

“É feita do vértice até o lado oposto”

Revela uma compreensão incompleta do processo de construção da altura. Embora o estudante reconheça corretamente que a altura parte de um vértice e se dirige ao lado oposto, ele não explicita a condição fundamental de que esse segmento deve ser perpendicular ao lado. A ausência desse elemento indica uma lacuna conceitual importante, pois a perpendicularidade é o critério que distingue a altura de outros segmentos, como a mediana ou a bissetriz. Trata-se, portanto, de um erro por omissão de propriedade essencial, evidenciando uma compreensão ainda em nível intermediário.

No Quadro 36, os alunos deveriam indicar quantas alturas um triângulo possui.

Quadro 36 – Item c): Quantidade de alturas

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Afirma corretamente que o triângulo possui três alturas	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 18
G2	Resposta incorreta	Afirma quantidade incorreta de alturas	3, 10, 14, 16, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Muitos alunos responderam corretamente que todo triângulo possui três alturas, uma relativa a cada vértice.

Exemplo de resposta – Aluno 4:

“O triângulo tem três alturas, uma em cada vértice.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente essa propriedade

Alguns alunos, porém, afirmaram que o triângulo possui apenas uma altura, o que indica dificuldade em visualizar todas as possibilidades.

Exemplo de resposta – Aluno 10:

“tem uma altura”

Evidencia um erro conceitual relevante sobre a estrutura do triângulo. O estudante não reconhece que a cada vértice corresponde uma altura, totalizando três alturas. Essa resposta indica uma compreensão fragmentada dos elementos notáveis do triângulo, possivelmente decorrente da dificuldade em visualizar simultaneamente as três alturas ou de uma

generalização inadequada a partir de representações parciais. Trata-se, portanto, de um erro de compreensão estrutural.

Décima terceira questão - Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por mediana de um triângulo?
- b) Descreva como se constrói a mediana relativa a um dos lados do triângulo.
- c) Quantas medianas um triângulo possui?
- d) O que ocorre com as medianas quando são traçadas no mesmo triângulo? Cite o nome do ponto de encontro.

No item a), os alunos deveriam explicar o que se entende por mediana de um triângulo. Esse item avalia se o aluno compreende que a mediana é um segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto. Veja no Quadro 37.

Quadro 37 – Item a): Conceito de mediana do triângulo

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Define a mediana como segmento que liga o vértice ao ponto médio do lado oposto	10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Definição parcial	Menciona segmento ou linha, sem referência clara ao ponto médio	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11
G3	Definição incorreta	Confunde mediana com lado ou tamanho do triângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Parte dos alunos conseguiu identificar corretamente essa definição, enquanto outros apresentaram respostas incompletas, mencionando apenas que a mediana liga um vértice a um lado.

Exemplo de resposta – Aluno 2:

“É um segmento que divide o triângulo.”

Revela uma compreensão parcial do conceito de mediana. Embora o estudante reconheça que a mediana está relacionada a uma divisão do triângulo, sua definição é imprecisa, pois não explicita que se trata de um segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto. Dessa forma, a resposta indica uma generalização inadequada, já que outros elementos, como a bissetriz ou a altura, também podem ser associados à ideia de divisão.

No item b), os alunos deveriam descrever como se constrói a mediana relativa a um dos lados do triângulo. Observe no Quadro 38.

Quadro 38 – Item b): Construção da mediana

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Construção correta	Descreve ligação do vértice ao ponto médio do lado oposto	4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Construção simples	Menciona ligação do vértice ao lado, sem detalhar ponto médio	1, 2, 5, 11
G3	Construção incorreta ou ausente	Erro conceitual ou ausência de explicação	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Muitos alunos conseguiram explicar que é necessário encontrar o ponto médio do lado e ligar esse ponto ao vértice oposto.

Exemplo de resposta – Aluno 10:

“Primeiro acha o meio do lado e depois liga com o vértice.”

Essa resposta indica que o aluno compreende o processo básico de construção da mediana.

Exemplo de resposta – Aluno 11:

“vai do vértice ao lado”

Confirma uma compreensão incompleta da construção da mediana. Embora o estudante reconheça corretamente que o segmento parte de um vértice, ele não menciona que deve ser traçado até o ponto médio do lado oposto, que é a característica essencial da mediana. Essa omissão compromete a definição, pois o segmento descrito pode ser confundido com outros elementos do triângulo. Trata-se, portanto, de um caso de definição imprecisa por ausência de elemento fundamental, indicando compreensão ainda em nível intermediário.

No Quadro 39, os alunos deveriam indicar quantas medianas um triângulo possui.

Quadro 39 – Item c): Quantidade de medianas

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Afirma corretamente que o triângulo possui três medianas	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta incorreta	Afirma quantidade incorreta de medianas	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos respondeu corretamente que todo triângulo possui três medianas, uma partindo de cada vértice.

Exemplo de resposta – Aluno 16:

“O triângulo tem três medianas.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente essa propriedade.

Alguns alunos afirmaram que o triângulo possui apenas uma mediana.

Exemplo de resposta – Aluno 7:

“tem uma mediana”

Demonstra um erro conceitual relevante. O estudante não reconhece que cada vértice do triângulo determina uma mediana, totalizando três medianas. Essa resposta indica uma compreensão fragmentada da estrutura do triângulo, possivelmente decorrente da dificuldade em associar cada vértice à construção de um segmento notável. Trata-se, portanto, de um erro de compreensão estrutural.

No item d), Quadro 40, os alunos deveriam explicar o que acontece quando as medianas são traçadas no mesmo triângulo e indicar o nome do ponto de encontro.

Quadro 40 – Item d): Encontro das medianas (baricentro)

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta completa	Identifica corretamente o ponto de encontro como baricentro	18
G2	Resposta correta parcial	Reconhece encontro em um ponto interno, sem nomear corretamente	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
G3	Resposta incorreta	Confunde com outro ponto notável ou não responde	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Poucos alunos conseguiram responder completamente, mencionando que as medianas se encontram em um único ponto chamado baricentro.

Exemplo de resposta – Aluno 18:

“As medianas se encontram no baricentro.”

Essa resposta mostra que o aluno conhece corretamente o nome do ponto de encontro das medianas.

A maioria apresentou respostas vagas ou não soube indicar o nome desse ponto.

Exemplo de resposta – Aluno 8:

“elas se encontram dentro”

A resposta acima demonstra uma compreensão incompleta do conceito. Embora a estudante reconheça corretamente que as medianas se intersectam em um ponto interno do triângulo, ela não identifica esse ponto como baricentro, que é a informação central solicitada na questão. A resposta, portanto, é parcialmente correta, mas carece de precisão conceitual e de uso da nomenclatura matemática adequada, indicando um nível intermediário de compreensão.

Décima quarta questão - Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por mediatriz de um lado de um triângulo?
 - b) Descreva como se constrói a mediatriz de um dos lados do triângulo.
 - c) Quantas mediatrizes podem ser traçadas em um triângulo?
 - d) O que ocorre quando as mediatrizes dos lados de um triângulo são traçadas simultaneamente?
- Cite o nome do ponto de encontro.

No item a), Quadro 41, os alunos deveriam explicar o que se entende por mediatriz de um lado de um triângulo. Esse item avalia se o aluno compreende que a mediatriz é uma reta perpendicular ao lado, que passa pelo seu ponto médio.

Quadro 41 – Item a): Conceito de mediatriz

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Reta perpendicular que passa pelo ponto médio do lado	10, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Definição parcial	Menciona divisão do lado sem perpendicularidade	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12
G3	Definição incorreta	Confunde com lado ou tamanho	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Parte dos alunos conseguiu mencionar corretamente a ideia de perpendicularidade e ponto médio, enquanto outros apresentaram respostas incompletas, citando apenas um desses elementos.

“A mediatriz é a reta que passa no meio do lado e forma 90° com ele.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente o conceito de mediatriz.

Exemplo de resposta – Aluno 12:

“mediatriz é uma reta que divide o lado ao meio”

Revela uma compreensão parcial do conceito. Embora a estudante reconheça corretamente a ideia de que a mediatriz passa pelo ponto médio do lado, ela não explicita a característica essencial de que essa reta deve ser perpendicular ao lado. A ausência desse elemento compromete a definição, pois outras construções também podem dividir um segmento ao meio sem serem mediatrizes. Trata-se, portanto, de um caso de definição incompleta, indicando necessidade de maior precisão conceitual.

No item b), Quadro 42, os alunos deveriam descrever como se constrói a mediatriz de um dos lados do triângulo.

Quadro 42 – Item b): Construção da mediatriz

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Construção correta	Perpendicular traçada pelo ponto médio do lado	10, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Construção simples	Cita passar no meio do lado	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12
G3	Construção incorreta	Erro conceitual ou ausência	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Muitos alunos explicaram que é necessário encontrar o ponto médio do lado e traçar uma reta perpendicular a esse lado. Alguns alunos não mencionaram a perpendicularidade, indicando compreensão parcial.

Exemplo de resposta – Aluno 12:

“Marca o meio do lado e faz uma linha em pé passando por ele.”

Essa resposta indica que o aluno compreende o procedimento básico de construção.

No item c), Quadro 43, os alunos deveriam indicar quantas mediatrizes podem ser traçadas em um triângulo.

Quadro 43 – Item c): Quantidade de mediatrizes

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Reconhece três mediatrizes	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta incorreta	Quantidade incorreta	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos respondeu corretamente que existem três mediatrizes, uma para cada lado do triângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 4:

“O triângulo tem três mediatrizes.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente essa propriedade.

Alguns alunos afirmaram que existe apenas uma mediatriz.

Exemplo de resposta – Aluno 4:

“tem uma mediatriz só”

Evidencia um erro conceitual significativo. A estudante não reconhece que cada lado do triângulo possui uma mediatriz associada, totalizando três mediatrizes. Essa resposta indica uma compreensão limitada da estrutura do triângulo, especialmente no que se refere à relação entre seus lados e os elementos notáveis correspondentes. Trata-se, portanto, de um erro de compreensão estrutural.

No item d), Quadro 44, os alunos deveriam explicar o que acontece quando as mediatrizes dos lados de um triângulo são traçadas simultaneamente e indicar o nome do ponto de encontro.

Quadro 44 – Item d): Encontro das mediatrizes (circuncentro)

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta completa	Nomeia corretamente o circuncentro	18
G2	Resposta correta parcial	Reconhece encontro em um ponto	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
G3	Resposta incorreta	Confunde com outro ponto notável ou não responde	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Poucos alunos conseguiram responder de forma completa, mencionando que as mediatrizes se encontram em um único ponto chamado circuncentro.

A maioria apresentou respostas vagas ou não soube indicar o nome desse ponto.

Exemplo de resposta – Aluno 18: “As mediatrizes se encontram no circuncentro.”

Essa resposta mostra que o aluno conhece corretamente o nome do ponto de encontro das mediatrizes.

Exemplo de resposta – Aluno 17:

“as mediatrizes se encontram no baricentro”

Apresenta um erro conceitual relevante relacionado aos pontos notáveis do triângulo. Embora o estudante reconheça corretamente que as mediatrizes se intersectam em um único ponto, ele confunde a nomenclatura, atribuindo esse ponto ao baricentro, que é o ponto de encontro das medianas. O ponto correto de interseção das mediatrizes é o circuncentro. Trata-se, portanto, de um erro de confusão entre conceitos geométricos distintos, indicando que o aluno ainda não consolidou a diferenciação entre esses elementos.

Décima quinta questão - Considere um triângulo ABC.

- O que se entende por bissetriz de um ângulo interno de um triângulo?
- Explique, com suas próprias palavras, como se constrói a bissetriz de um dos ângulos do triângulo.
- Quantas bissetrizes internas um triângulo possui?
- O que acontece quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas simultaneamente? Cite o nome do ponto de encontro.

No Quadro 45, item a), os alunos deveriam explicar o que se entende por bissetriz de um ângulo interno de um triângulo. Esse item avalia se o aluno compreende que a bissetriz é a semirreta que divide o ângulo em duas partes iguais.

Quadro 45 – Item a): Conceito de bissetriz

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Definição correta	Define bissetriz como semirreta que divide o ângulo em duas partes iguais	10, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Definição parcial	Menciona divisão do ângulo sem formalismo	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12
G3	Definição incorreta	Confunde com lado ou tamanho do ângulo	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Parte dos alunos conseguiu identificar corretamente essa ideia, enquanto outros apresentaram respostas incompletas, afirmando apenas que a bissetriz é uma linha que sai do ângulo.

Exemplo de resposta – Aluno 14:

“A bissetriz é a linha que divide o ângulo em duas partes iguais.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente o conceito de bissetriz.

Exemplo de resposta – Aluno 14:

“bissetriz é uma reta que divide o ângulo”

Indica uma compreensão parcial do conceito. Embora o estudante reconheça corretamente a ideia de divisão do ângulo, ele não explicita que essa divisão ocorre em duas partes iguais, que é a característica essencial da bissetriz. Além disso, utiliza o termo “reta” em vez de “semirreta”, o que demonstra uma imprecisão na linguagem matemática. Trata-se, portanto, de uma definição incompleta,

No Quadro 46, item b), os alunos deveriam explicar como se constrói a bissetriz de um dos ângulos do triângulo.

Quadro 46 – Item b): Construção da bissetriz

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Construção correta	Semirreta traçada a partir do vértice dividindo o ângulo igualmente	10, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Construção simples	Cita dividir o ângulo ao meio	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12
G3	Construção incorreta	Erro conceitual ou ausência	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Alguns alunos conseguiram explicar que é necessário dividir o ângulo ao meio, enquanto outros apresentaram respostas vagas, sem detalhar o procedimento.

Exemplo de resposta – Aluno 11:

“É só dividir o ângulo em duas partes iguais.”

Essa resposta indica que o aluno compreende a ideia geral da construção, mas não detalha o processo.

No Quadro 47, item c), os alunos deveriam indicar quantas bissetrizes internas um triângulo possui.

Quadro 47 – Item c): Quantidade de bissetrizes

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta	Reconhece três bissetrizes internas	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
G2	Resposta incorreta	Quantidade incorreta	3, 7

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A maioria dos alunos respondeu corretamente que o triângulo possui três bissetrizes internas, uma em cada vértice.

Exemplo de resposta – Aluno 5:

“O triângulo tem três bissetrizes.”

Essa resposta mostra que o aluno compreende corretamente essa propriedade.

Alguns alunos afirmaram que o triângulo possui apenas uma bissetriz.

Exemplo de resposta – Aluno 5:

“tem duas bissetrizes”

Revela um erro conceitual relevante. O estudante não reconhece que cada ângulo interno do triângulo possui uma bissetriz correspondente, totalizando três bissetrizes internas. Essa resposta indica uma compreensão limitada da estrutura do triângulo, especialmente na relação entre seus três ângulos e os elementos notáveis associados. Trata-se, portanto, de um erro de compreensão estrutural.

No Quadro 48, item d), os alunos deveriam explicar o que acontece quando as bissetrizes internas são traçadas simultaneamente e indicar o nome do ponto de encontro.

Quadro 48 – Item d): Encontro das bissetrizes (incentro)

Grupo	Tipo de resposta	Características	Alunos
G1	Resposta correta completa	Identifica corretamente o ponto de encontro como incentro	18
G2	Resposta correta parcial	Reconhece encontro em um ponto interno	1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
G3	Resposta incorreta	Confunde com outro ponto notável ou não responde	3, 7, 17

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Poucos alunos conseguiram responder de forma completa, mencionando que as bissetrizes se encontram em um ponto chamado incentro.

A maioria apresentou respostas incompletas ou não soube indicar o nome desse ponto.

Exemplo de resposta – Aluno 2:

“Elas se encontram no centro.”

Essa resposta mostra que o aluno conhece parcialmente o encontro em um ponto interno.

De modo geral, a Questão 15 indica que os alunos compreendem melhor o conceito de bissetriz do que o conceito de incentro. Os itens a), b) e c) apresentaram maior número de acertos, enquanto o item d) revelou maior dificuldade conceitual.

4.2 Sequência Didática

Tendo por base o ensino da Geometria plana, a investigação seguinte prende-se a análises voltadas ao uso do geoplano como ferramenta pedagógica facilitadora no ensino de geometria plana no Ensino Fundamental II, cujo conteúdo está focado em ângulos e triângulos.

A ferramenta de escolha permite a transposição do ensino abstrato preso ao tradicionalismo para algo palpável e dinâmico, garantindo assim que o aluno tenha uma imersão plena com o tema estudado e construa de forma ativa e individual seu próprio conhecimento, garantindo independência quanto ao que se estuda. Não obstante, para efetuar a investigação os alunos foram dispostos em quatro grupos onde cada grupo recebeu um geoplano de cores distintas para identificar de forma mais evidente a construção das formas, isso permitiu que os mesmos diferenciasssem os elementos geométricos quando foram comparar as figuras, além do mais essa abordagem garante evolução cognitiva.

O trabalho em questão detalha-se em estruturas divididas em quatro etapas que se complementam, os desenhos permitem evidenciar a evolução dos desempenhos dos alunos quanto a técnica, como também mostram a percepção inerentes a cada um acerca do ensino-

aprendizagem. Para esse processo foi necessário a princípio fazer diagnósticos prévios por meio de um pré-teste, por conseguinte uma intervenção prática embasada numa sequência didática com o geoplano. Por etapa consecutiva, foi necessário conferir se a intervenção foi eficaz por meio da aplicação de um questionário de encerramento.

O estudo a seguir enfatiza, portanto, os dados sistematizados, a discussão quanto a transição do material concreto a formalização matemática e como isso contribuiu para ressignificar os conceitos geométricos. A análise perspicaz dos resultados, evidencia que por meio do geoplano é possível desenvolver habilidades como visualizar espaços, argumentar lógica e despertar o lado autônomo investigativo dos discentes.

Primeira Questão - Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo qualquer e responda às questões propostas.

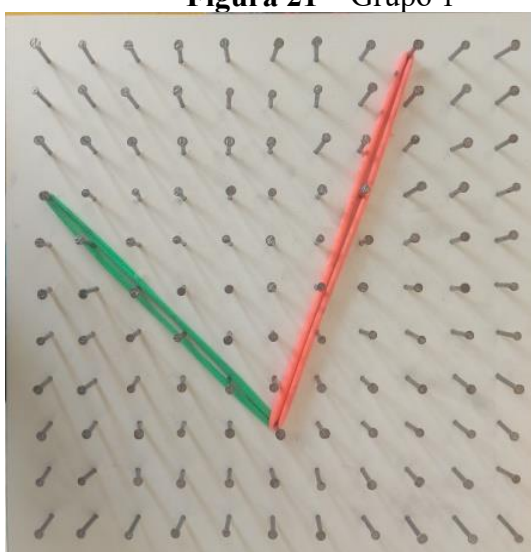
Responda:

- a) Quantos lados formam o ângulo que você construiu?
- b) O ângulo construído é agudo, reto ou obtuso? Justifique.
- c) Se você mudar a posição de um dos elásticos, o ângulo continuará sendo o mesmo? Explique.

Objetivo do exercício: Compreender o conceito de ângulo por meio da manipulação concreta, identificando vértice, lados e diferentes aberturas angulares.

Na Figura 21 temos, compreensão e Construção do Conceito de Ângulo com o Uso do Geoplano pelo Grupo 1.

Figura 21 – Grupo 1



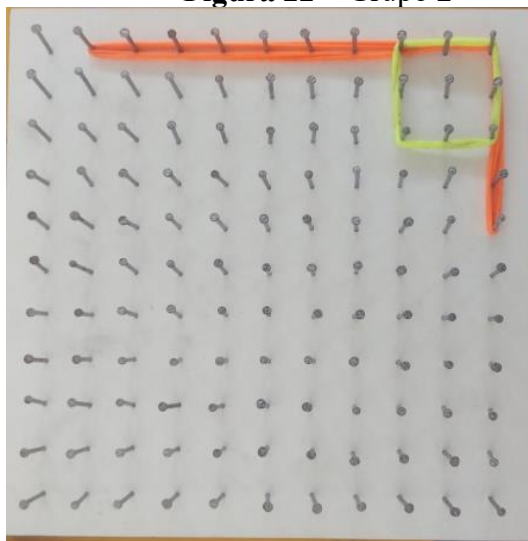
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O grupo construiu um ângulo a partir de dois segmentos inclinados que partem de um mesmo vértice. Nota-se que os alunos identificaram corretamente o ponto comum como vértice do ângulo e reconheceram os elásticos como seus lados. Durante a explicação, os estudantes demonstraram compreender que a abertura entre os segmentos caracteriza o ângulo, independentemente de sua orientação no plano. Essa construção evidencia o entendimento do conceito de ângulo como região formada por duas semirretas de mesma origem.

Ao responder à primeira questão, os alunos do Grupo 1 afirmaram corretamente que o ângulo é formado por dois lados que partem de um mesmo ponto, identificando com clareza o vértice comum. Na classificação, reconheceram o ângulo construído como agudo, justificando a resposta a partir da pequena abertura observada entre os elásticos. Na terceira questão, explicaram que, ao mudar a posição de um dos lados, o ângulo se modifica, pois a abertura entre os lados deixa de ser a mesma, demonstrando compreensão da ideia de variação angular.

Na Figura 22 temos, construção e classificação do Ângulo Reto com compreensão da variação angular pelo Grupo 2.

Figura 22 – Grupo 2



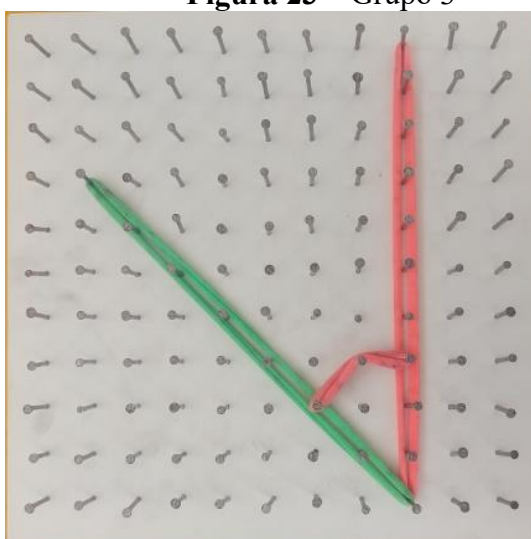
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O segundo grupo apresentou uma construção em que os lados do ângulo foram posicionados em direções perpendiculares e não perpendiculares, formando uma abertura bem definida no geoplano. A escolha dos pinos e a organização dos elásticos indicam planejamento prévio e domínio do uso do material manipulável. Na explicação, os alunos foram capazes de justificar a existência do ângulo a partir da presença de um único vértice comum e dois lados distintos, reforçando a correta compreensão conceitual.

O Grupo 2 respondeu adequadamente que o ângulo possui dois lados e um vértice, utilizando corretamente a terminologia geométrica. Na classificação, identificaram o ângulo como reto, apoiando-se na percepção visual de uma abertura semelhante a um “L”. Ao refletirem sobre a mudança na posição dos elásticos, os alunos afirmaram que o ângulo só permanece o mesmo se a abertura for mantida, evidenciando que compreenderam que o ângulo não depende apenas da posição dos segmentos, mas da relação entre eles.

Na Figura 23 temos, construção e interpretação do Ângulo Agudo com ampliação da linguagem geométrica pelo Grupo 3.

Figura 23 – Grupo 3



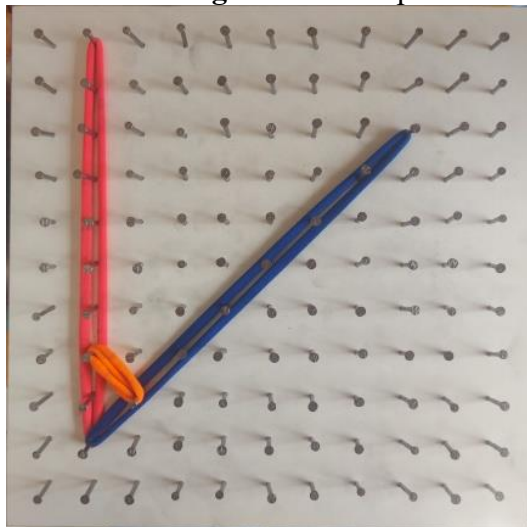
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

No terceiro grupo, observa-se uma construção em que um dos lados do ângulo é vertical e o outro inclinado, formando uma abertura facilmente perceptível. Esse grupo demonstrou compreender que o ângulo não depende da posição “horizontal” ou “vertical”, mas da relação entre os lados. Ao explicarem sua construção, os alunos destacaram corretamente o vértice e compararam a abertura formada, utilizando termos como “mais aberto” e “mais fechado”, o que revela avanços no desenvolvimento da linguagem geométrica.

Nas respostas do Grupo 3, observa-se maior elaboração conceitual. Os alunos explicaram que o ângulo é formado por dois segmentos que saem do mesmo ponto, reforçando a noção de vértice. Classificaram corretamente o ângulo como agudo, justificando que sua abertura é menor que a do ângulo reto. Na terceira questão, argumentaram que mudar a posição de um elástico altera o ângulo, pois ele pode ficar “mais aberto” ou “mais fechado”, linguagem informal, porém matematicamente coerente para o nível de escolaridade.

Na Figura 24 temos, compreensão da independência entre abertura e comprimento dos lados na construção de Ângulos pelo Grupo 4.

Figura 24 – Grupo 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quarto grupo construiu um ângulo com um dos lados vertical e o outro inclinado, utilizando elásticos de cores diferentes, o que favoreceu a visualização dos elementos do ângulo. A explicação apresentada pelos alunos foi clara e coerente, evidenciando que compreenderam que o ângulo é determinado pela abertura entre os lados e não pelo tamanho dos segmentos utilizados. Essa percepção é relevante, pois indica a superação de concepções intuitivas equivocadas comuns nessa etapa de escolarização.

O Grupo 4 apresentou respostas claras e bem articuladas. Ao identificarem os lados do ângulo, destacaram que o número de lados não muda, independentemente do comprimento dos elásticos. Na classificação, reconheceram corretamente o tipo de ângulo construído e justificaram a resposta observando a abertura formada. Quanto à modificação dos elásticos, afirmaram que o ângulo só permanece o mesmo se a abertura for igual, demonstrando compreensão da independência entre tamanho dos lados e medida do ângulo, um conceito essencial em Geometria Plana.

De modo geral, a análise das imagens e das explicações fornecidas pelos alunos permite afirmar que o uso do geoplano contribuiu significativamente para a compreensão do conceito de ângulo.

O processo de manipulação de objetos concretos feitos pelos alunos, favoreceu aprendizagens e possibilitou aos mesmos a capacidade de construir, observar e explicar seus próprios objetos geométricos. A interação entre os componentes do grupo, incentivou de forma

positiva no ensino-aprendizagem matemática, pois funciona como ponto chave para validar o raciocínio lógico em torno da geometria plana. É notória a importância do uso do geoplano por tornar os alunos mais reflexivos e capazes de sistematizar seus estudos usando a lógica argumentativa consistente em torno da geometria plana, algo que foi além do simples ato de montar figuras geométricas. O fato de todos os grupos responderem corretamente indica que a atividade favoreceu a consolidação do conceito de ângulo, superando uma aprendizagem meramente mecânica.

O uso do geoplano mostrou-se fundamental para que os estudantes compreendessem que o ângulo está relacionado à abertura entre dois lados com vértice comum, e não à posição, orientação ou tamanho dos segmentos. Ademais, as explanações, expõem progressos quanto ao aprimoramento da fundamentação matemática, características relevantes como abordagens didáticas para o ensino de Geometria no 8º ano.

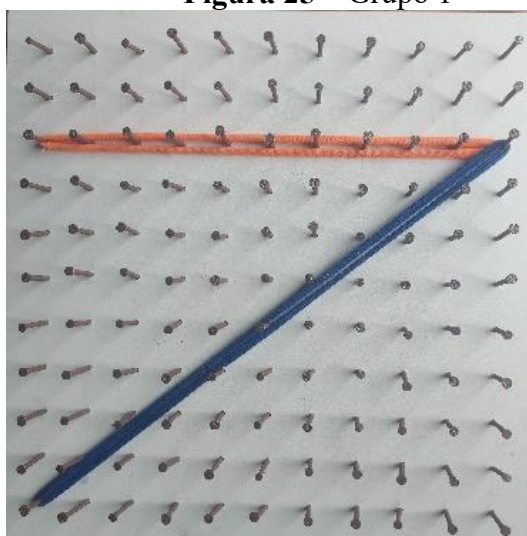
Segunda Questão - Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo agudo e responda às questões a seguir.

- a) Explique por que o ângulo construído é agudo.
- b) O que acontece com o ângulo se você afastar um dos elásticos do vértice? Ele continua sendo agudo? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo agudo, utilizando material manipulável e linguagem geométrica adequada.

Figura 25, construção de um ângulo agudo no geoplano pelo Grupo 1.

Figura 25 – Grupo 1

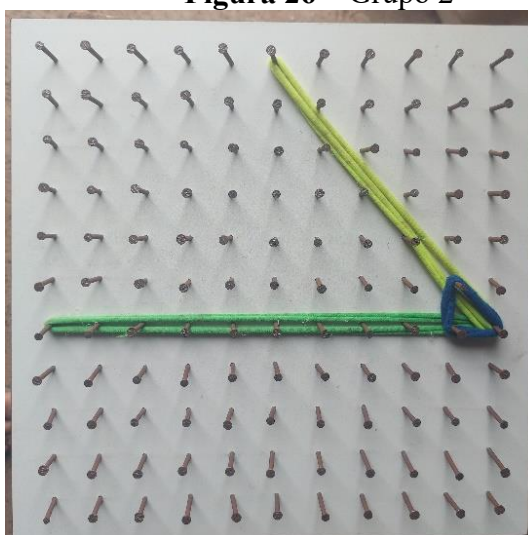


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na primeira equipe, observa-se a construção de um ângulo formado por um segmento horizontal e outro inclinado, partindo de um mesmo vértice. A abertura entre os lados é visivelmente menor que a de um ângulo reto, caracterizando corretamente um ângulo agudo. Na explicação, os alunos justificaram corretamente que o ângulo construído é agudo porque sua abertura é menor que a de um ângulo reto, observação feita a partir da comparação visual entre os lados no geoplano. Essa explicação demonstra que o grupo compreendeu o critério essencial de classificação dos ângulos. Ao afastarem um dos elásticos, os alunos afirmaram que o ângulo deixaria de ser agudo caso a abertura aumentasse demasiadamente, podendo transformar-se em um ângulo reto ou obtuso. Essa resposta indica que os estudantes entenderam que o tipo de ângulo depende da abertura formada entre os lados, e não de sua posição fixa no plano.

Figura 26, construção de um ângulo agudo no geoplano pelo Grupo 2.

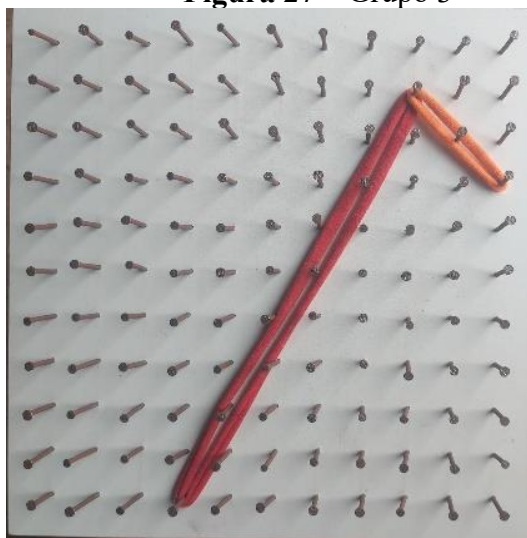
Figura 26 – Grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O segundo grupo construiu um ângulo com um lado horizontal e outro inclinado para cima, formando uma abertura reduzida. O uso de elásticos de cores diferentes contribuiu para a clara identificação do vértice e dos lados do ângulo. Ao explicarem que o ângulo é agudo, porque é “mais fechado” do que um ângulo reto, utilizando uma linguagem informal, porém conceitualmente adequada ao nível escolar. A explicação foi acompanhada da indicação visual da abertura no geoplano, reforçando a relação entre o concreto e o conceito abstrato. Os alunos afirmaram que, ao afastar um dos elásticos, o ângulo pode deixar de ser agudo, pois a abertura aumenta. Essa resposta evidencia a compreensão de que há uma variação contínua da medida do ângulo, dependendo da posição relativa dos lados.

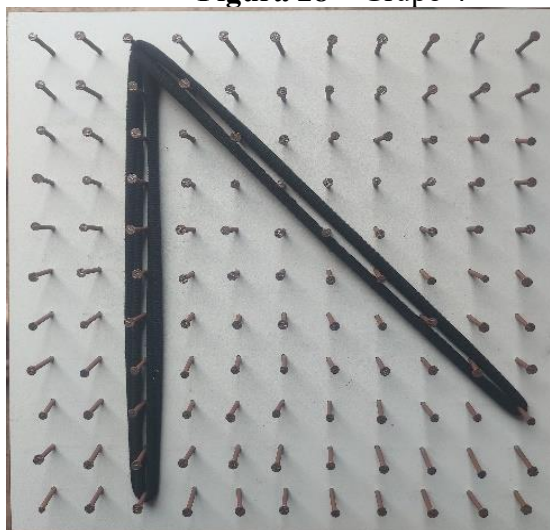
Figura 27, construção de um ângulo agudo no geoplano pelo Grupo 3.

Figura 27 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na terceira equipe, nota-se um ângulo formado por dois segmentos inclinados, ambos partindo de um mesmo vértice, com abertura estreita. Esse grupo evidenciou autonomia no uso do geoplano, escolhendo pinos e direções que garantissem a construção de um ângulo agudo. Durante a explicação, os alunos afirmaram que o ângulo é agudo porque sua abertura é menor que 90° , relacionando a construção concreta à definição formal do conceito. Essa associação indica um avanço no domínio da linguagem matemática. O grupo explicou que, ao mover um dos elásticos, o ângulo pode ficar “mais aberto” ou “mais fechado”, o que altera sua classificação. Tal explicação demonstra que os alunos compreenderam a ideia de transformação do ângulo por meio da manipulação, aspecto central da proposta com o geoplano.

Figura 28, construção de um ângulo agudo no geoplano pelo Grupo 4.

Figura 28 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quarto grupo apresentou uma construção em que um dos lados do ângulo é vertical e o outro inclinado, formando uma abertura claramente menor que a de um ângulo reto. Na explicação, os alunos destacaram que o ângulo é agudo porque sua abertura é pequena quando comparada à de um ângulo reto, independentemente do comprimento dos elásticos utilizados. Essa observação revela compreensão da independência entre tamanho dos lados e medida do ângulo. Afirmaram corretamente que o ângulo só permanece agudo se, ao afastar o elástico, a abertura continuar menor que a de um ângulo reto. Caso contrário, o ângulo muda de classificação. Essa resposta evidencia maturidade conceitual e domínio do raciocínio geométrico esperado para o 8º ano.

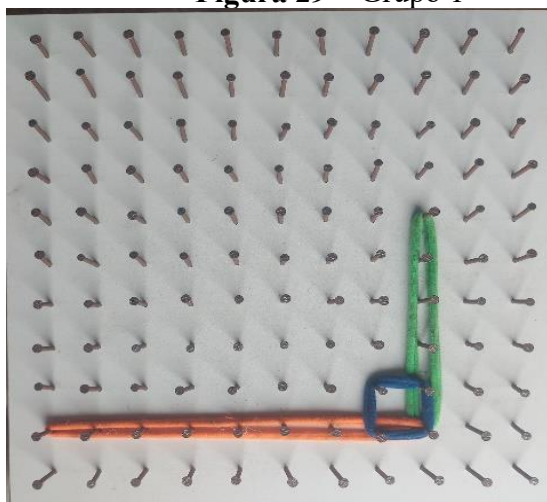
A análise das respostas evidencia que os alunos foram capazes de justificar matematicamente a classificação do ângulo agudo e de analisar a variação da abertura angular a partir da manipulação do geoplano. O fato de todos os grupos explicarem corretamente suas construções indica que a atividade favoreceu uma aprendizagem que vai além da execução mecânica, promovendo reflexão e argumentação.

Terceira Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo reto e responda às questões a seguir.

- a) Explique por que o ângulo construído é um ângulo reto.
- b) O que acontece com o ângulo se você mover um dos elásticos? Ele continua sendo reto? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo reto, compreendendo a ideia de perpendicularidade e a relação entre abertura angular e classificação do ângulo.

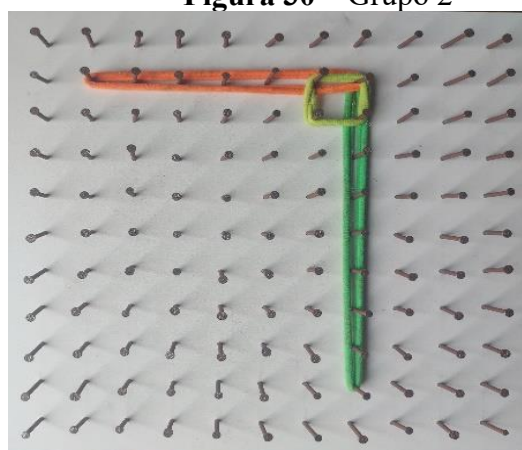
Ângulo formado por dois lados com mesmo vértice, classificado como reto pela abertura de 90° . Figura 29, construção de um ângulo reto no geoplano pelo Grupo 1.

Figura 29 – Grupo 1

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

No primeiro grupo, observa-se a construção de um ângulo formado por um segmento horizontal e outro vertical, partindo de um mesmo vértice. A organização dos elásticos evidencia claramente a perpendicularidade entre os lados. Os alunos justificaram que o ângulo construído é reto porque seus lados estão um na horizontal e outro na vertical, formando uma abertura equivalente a um “L”, associada ao ângulo de 90° . Essa explicação revela que o grupo reconheceu a perpendicularidade como critério essencial para caracterizar o ângulo reto. Os alunos afirmaram corretamente que, ao mover um dos elásticos, o ângulo deixaria de ser reto caso a posição perpendicular fosse alterada. Essa resposta evidencia a compreensão de que o ângulo reto depende da relação entre os lados, e não apenas da presença de dois segmentos ligados a um vértice.

Ângulo formado por dois lados com mesmo vértice, classificado como reto pela abertura de 90° . Figura 30, construção de um ângulo reto no geoplano pelo Grupo 2.

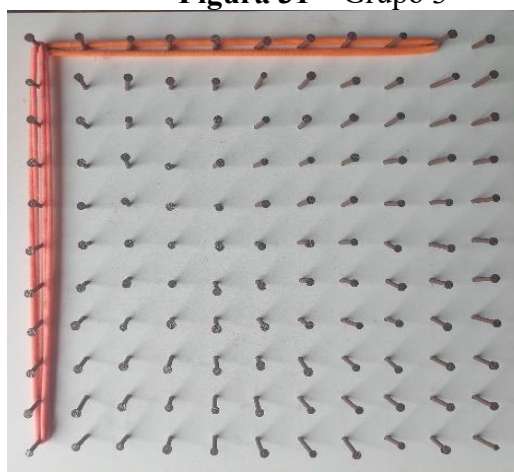
Figura 30 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O segundo grupo apresentou uma construção semelhante, utilizando elásticos em direções horizontal e vertical, com destaque visual para o vértice do ângulo. O uso de cores diferentes contribuiu para a identificação dos lados e do vértice. O Grupo 2 explicou, que o ângulo é reto porque a abertura formada corresponde exatamente à metade de uma volta completa, mesmo sem utilizar formalmente a medida em graus. Essa justificativa indica compreensão intuitiva, porém correta, do conceito de 90° . Os alunos afirmaram que o ângulo só permanece reto se, ao mover o elástico, ele continuar formando linhas “em cruz”, isto é, perpendiculares. Caso contrário, o ângulo muda de tipo. Essa explicação demonstra que os estudantes compreenderam a condição de permanência do ângulo reto durante a manipulação.

Ângulo formado por dois lados com mesmo vértice, classificado como reto pela abertura de 90° . Figura 31, construção de um ângulo reto no geoplano pelo Grupo 3.

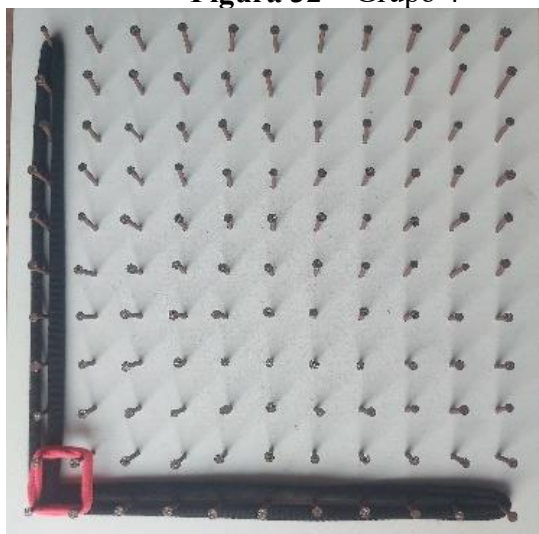
Figura 31 – Grupo 3



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Observa-se um ângulo reto construído ao longo da borda do geoplano, com um lado vertical e outro horizontal, ambos bem definidos. Esse grupo demonstrou domínio no uso do material ao alinhar os elásticos aos pinos, garantindo a formação exata do ângulo de 90° . Os alunos afirmaram que o ângulo é reto porque sua abertura é igual a 90° , relacionando a construção concreta no geoplano à definição formal do conceito. Essa associação evidencia avanço na utilização da linguagem matemática. O grupo explicou que, ao mover um dos elásticos, o ângulo pode se tornar agudo ou obtuso, dependendo da abertura formada. Essa resposta revela que os alunos compreenderam a variação contínua da abertura angular e sua influência na classificação dos ângulos.

Ângulo formado por dois lados com mesmo vértice, classificado como reto pela abertura de 90° . Figura 32, construção de um ângulo reto no geoplano pelo Grupo 4.

Figura 32 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

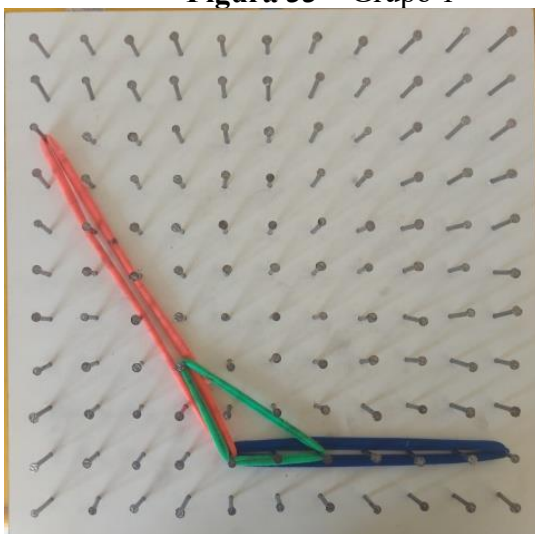
O quarto grupo construiu um ângulo reto utilizando segmentos bem destacados e um marcador visual no vértice, o que facilitou a identificação da abertura angular. Na explicação, os alunos afirmaram corretamente que, ao mover um dos elásticos, o ângulo deixaria de ser reto caso a posição perpendicular fosse alterada. Os alunos destacaram que o ângulo é reto porque os lados estão exatamente perpendiculares, independentemente do comprimento dos elásticos utilizados. Essa observação demonstra compreensão da independência entre tamanho dos lados e medida do ângulo.

A análise das respostas evidencia que os alunos foram capazes de justificar corretamente o conceito de ângulo reto e de analisar criticamente a variação da abertura angular a partir da manipulação do geoplano.

Quarta Questão - Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo obtuso e responda. Explique por que o ângulo construído é obtuso.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo obtuso, compreendendo a relação entre abertura angular e classificação dos ângulos.

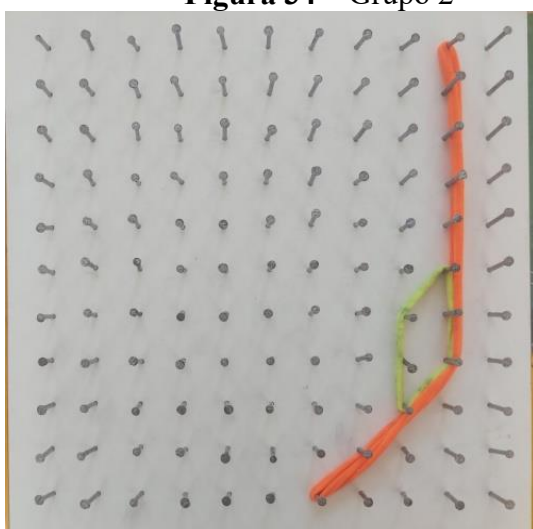
Construção de um ângulo obtuso no geoplano pelo Grupo 1, Figura 33.

Figura 33 – Grupo 1

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Observa-se a construção de um ângulo formado por um segmento horizontal e outro inclinado, ambos partindo de um mesmo vértice. A abertura formada entre os lados é claramente maior que a de um ângulo reto, caracterizando um ângulo obtuso. Os alunos do Grupo 1 explicaram que o ângulo construído é obtuso porque sua abertura é maior que 90° , fato observado ao comparar visualmente o ângulo formado com um ângulo reto previamente construído em atividades anteriores. Essa explicação revela que os alunos utilizaram a comparação entre ângulos como estratégia de validação conceitual.

Construção de um ângulo obtuso no geoplano pelo Grupo 2, Figura 34.

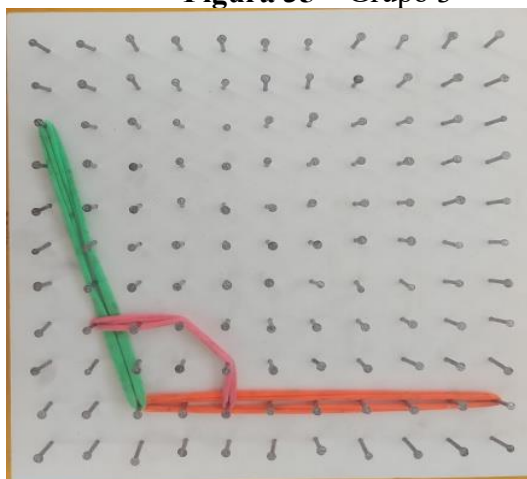
Figura 34 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O segundo grupo construiu um ângulo obtuso utilizando um segmento vertical e outro inclinado para baixo, partindo de um mesmo vértice. A abertura obtida é ampla, porém não chega a formar um ângulo raso, o que evidencia a compreensão dos limites que caracterizam o ângulo obtuso. A organização dos elásticos mostra intencionalidade na construção e adequada exploração das possibilidades do geoplano. O Grupo 2 justificou que o ângulo é obtuso porque está “mais aberto” do que um ângulo reto, mas não chega a formar uma linha reta. Embora a linguagem utilizada seja informal, ela é matematicamente adequada ao nível do 8º ano, indicando que os alunos compreenderam os limites que definem o ângulo obtuso, situando-o entre 90° e 180° .

Construção de um ângulo obtuso no geoplano pelo Grupo 3, Figura 35.

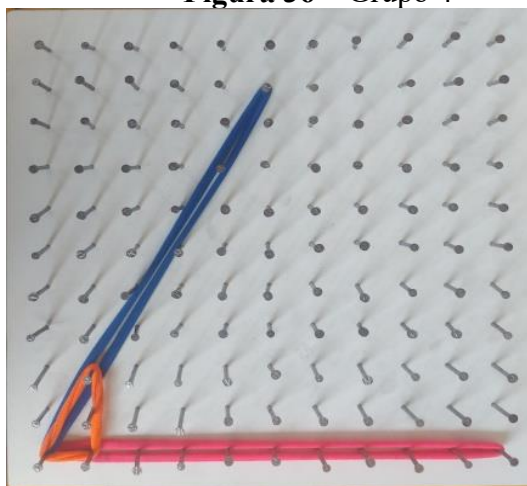
Figura 35 – Grupo 3



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na terceira imagem, observa-se uma construção em que um dos lados é vertical e o outro horizontal, com a abertura ampliada por meio da escolha de pinos que garantem uma abertura superior a 90° . Esse grupo demonstra compreender que a classificação do ângulo está relacionada à abertura formada entre os lados, independentemente da orientação espacial dos segmentos no geoplano. Na resposta do Grupo 3, observa-se maior precisão conceitual. Os alunos afirmaram que o ângulo construído é obtuso porque sua abertura é maior que a de um ângulo reto, independentemente da posição dos lados no geoplano. Essa justificativa demonstra compreensão de que a classificação do ângulo está relacionada exclusivamente à abertura angular, e não à orientação espacial dos segmentos.

Construção de um ângulo no geoplano pelo Grupo 4, Figura 36.

Figura 36 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quarto grupo apresentou uma construção composta por um segmento horizontal e outro inclinado para cima, formando uma abertura visivelmente menor que a de um ângulo reto. Na construção apresentada pelo Grupo 4, observa-se que os alunos utilizaram corretamente o geoplano e os elásticos para formar um ângulo visualmente identificável. No entanto, ao analisarem a própria construção e responderem o que solicitava a explicação do motivo pelo qual o ângulo seria obtuso, os alunos classificaram o ângulo de forma inadequada, revelando uma compreensão conceitual insuficiente.

A explicação fornecida pelo grupo baseou-se principalmente na posição dos lados do ângulo, e não na abertura angular formada entre eles. Os alunos associaram o fato de o ângulo “parecer grande” ou estar “mais aberto que os outros” à classificação como obtuso, sem realizar a comparação explícita com o ângulo reto nem mencionar o critério fundamental de que um ângulo obtuso deve ter abertura maior que 90° e menor que 180° .

Além disso, a imagem indica que a abertura formada entre os lados do ângulo construído pelo grupo aproxima-se de um ângulo reto ou, em alguns casos, não o ultrapassa de forma clara, o que contribuiu para a interpretação equivocada. Esse aspecto evidencia que os alunos confundiram a orientação espacial dos segmentos com a medida do ângulo, um equívoco conceitual comum no ensino de Geometria Plana.

Na perspectiva didática, o erro ao qual o grupo 4 apresentou é substancial, porque denota que mesmo os discentes tendo alcançado êxito quanto ao manuseio do material, é notável o fato da inconsolidação plena acerca da noção de abertura angular como princípio classificatório da matemática. A premissa mostrada remete uma aprendizagem instantânea que acontece de forma perceptiva visualmente sem a necessidade de conceitos ou mediação.

As considerações observadas sobre os grupos 1, 2 e 3 mostram claramente que os educandos mostraram competência no processo de associar a forma física do geoplano com a sua forma abstrata de angulação, permitindo um aprofundamento comparativo e fundamental lógico alinhados ao conteúdo estudado.

Por outro lado, o grupo 4 demonstrou dificuldade quanto aos conceitos explicados, por não utilizarem devidamente o critério da abertura angular como justificativa da classificação do ângulo feito.

A identificação dessa falha denota que os discentes desse grupo se equivocaram no momento de classificar o ângulo, ou seja, houve uma associação angular quanto à posição/orientação dos lados, quando na verdade era para ter havido uma relação angular estabelecida entre os mesmos. Essa falha torna evidente que esses alunos não compreenderam de forma plena os conceitos, um fato corriqueiro em fases iniciais no processo de ensino-aprendizagem geométrica.

Quinta Questão – Tipos de Triângulos quanto aos lados.

- Construa diferentes triângulos no geoplano.
- Conte o número de pinos entre os vértices para estimar os comprimentos dos lados.

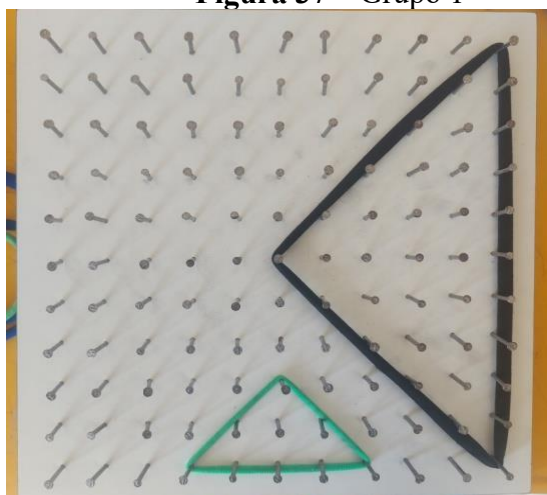
Classifique:

- Equilátero → três lados iguais
- Isósceles → dois lados iguais
- Escaleno → todos os lados diferentes

Objetivo: Identificar triângulos equiláteros, isósceles e escalenos.

Figura 37, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 1.

Figura 37 – Grupo 1

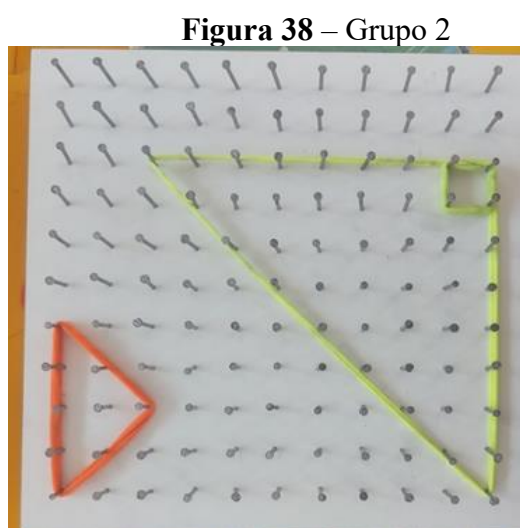


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na imagem correspondente ao Grupo 1, observa-se a construção de mais de um triângulo no mesmo geoplano, com tamanhos e orientações distintas. Os alunos utilizaram elásticos de cores diferentes para destacar cada figura, o que facilitou a identificação visual dos lados.

Em ambos os triângulos, dois lados foram mantidos com a mesma quantidade de pinos, enquanto o terceiro apresentou número diferente, configurando um triângulo isósceles. A organização espacial indica planejamento prévio e intencionalidade na comparação dos comprimentos.

Figura 38, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 2.

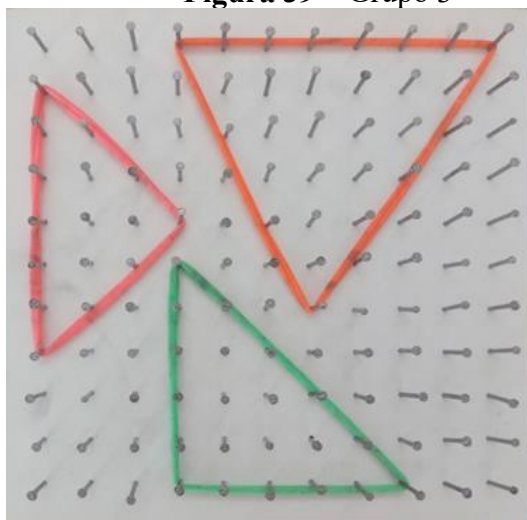


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 optou por construir triângulos em regiões distintas do geoplano, evitando sobreposição e garantindo clareza na visualização. Os dois triângulos, representado por elástico laranja e amarelo, apresenta dois lados com números iguais de pinos, evidenciando a construção de um triângulo isósceles.

Além disso, nota-se que os alunos exploraram diferentes inclinações dos lados, demonstrando que compreenderam que a classificação não depende da posição da figura. A escolha por triângulos de dimensões maiores sugere segurança no manuseio do geoplano e domínio da contagem dos pinos como estratégia de verificação das medidas.

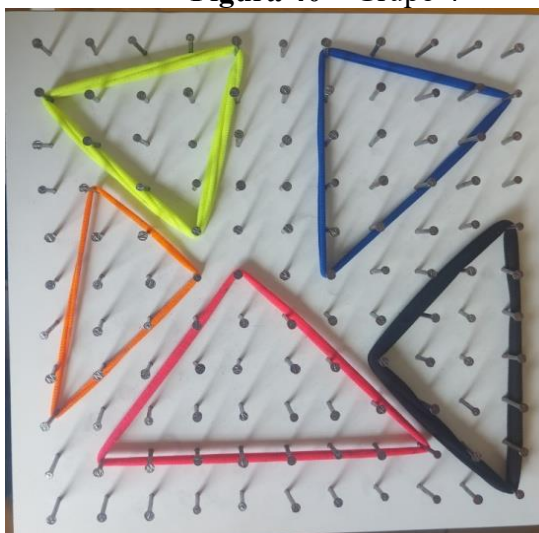
Figura 39, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 3.

Figura 39 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, os alunos organizaram os triângulos de forma sequencial, utilizando cores contrastantes para diferenciar cada tipo. Sendo o triângulo de cores verde e rosa, classificados como isósceles e o triângulo em laranja escaleno.

Figura 40, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 4.

Figura 40 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu vários triângulos no mesmo espaço, explorando o geoplano de maneira mais ampla. As figuras apresentam tamanhos variados, mas todas mantêm coerência quanto à relação entre os lados.

Nota-se que os alunos utilizaram corretamente a contagem dos pinos para definir os comprimentos, mesmo quando os triângulos estavam inclinados ou invertidos. A presença de

três triângulos com todos os lados distintos, outro com dois lados iguais e nenhum com três lados iguais indica que o grupo conseguiu demonstrar domínio do critério de classificação.

A análise das respostas dos quatro grupos evidencia que a Quinta Questão foi eficaz para consolidar o conceito de classificação dos triângulos quanto aos lados. Não houve nenhum triângulo sendo classificado como equilátero, pois os alunos já sabiam que o mesmo não é possível de ser feito no geoplano utilizado. O uso do geoplano, associado à contagem de pinos como estratégia de estimativa de medida, favoreceu a compreensão dos alunos ao articular noções de Geometria e Medidas de forma concreta.

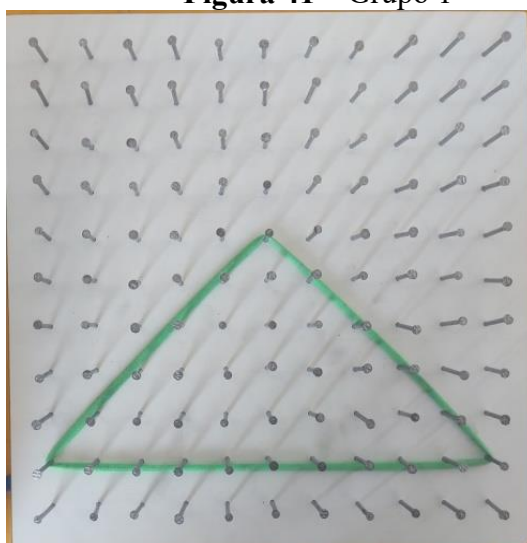
Todos os grupos resolveram de forma assertiva, isso mostra que os alunos articularam os conceitos matemáticos significativos que contribuíram para a superação de algumas dificuldades matemáticas acerca das figuras geométricas e suas características. Inclusive, a atividade proporcionou o lado investigativo, comparativo e argumentativo matemático dos educandos, características imprescindíveis na desenvoltura do conhecimento de geometria plana no Ensino fundamental.

Sexta Questão - Utilizando o geoplano e elásticos, construa um triângulo escaleno e explique por que o triângulo construído é escaleno.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um triângulo escaleno, utilizando a comparação dos comprimentos dos lados como critério de classificação.

Figura 41, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 1.

Figura 41 – Grupo 1

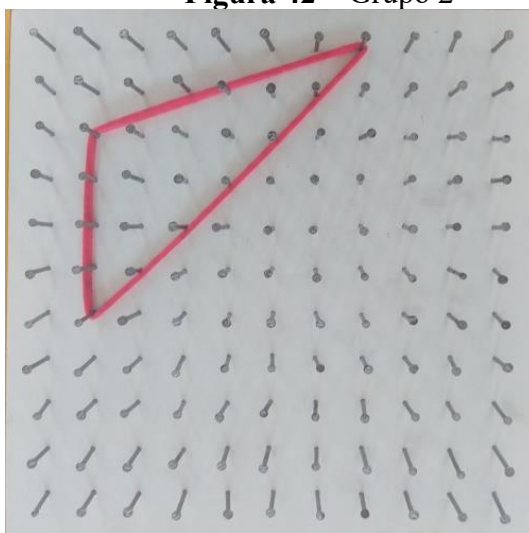


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção apresentada pelo Grupo 1, observa-se a construção de um triângulo com base horizontal e dois lados inclinados que partem das extremidades dessa base e se encontram em um vértice superior. A análise visual, aliada à contagem dos intervalos entre os pinos do geoplano, evidencia que dois dos lados possuem o mesmo número de intervalos, enquanto o terceiro lado apresenta medida distinta. Dessa forma, o triângulo construído pelo grupo não atende ao critério matemático do triângulo escaleno, que exige três lados com medidas diferentes, mas sim ao critério do triângulo isósceles, caracterizado por possuir dois lados congruentes.

Figura 42, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 2.

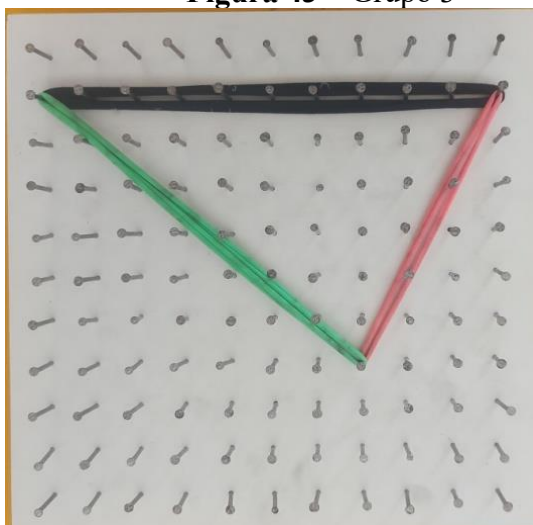
Figura 42 – Grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 optou por uma construção mais compacta, posicionando o triângulo em uma região lateral do geoplano. Observa-se um lado vertical, um lado inclinado longo e um terceiro lado mais curto, formando um triângulo visualmente assimétrico. Essa assimetria reforça a ideia de lados com medidas diferentes. A escolha dos pinos indica que os alunos compreenderam que o critério de classificação está relacionado à diferença entre os comprimentos, e não ao formato aparente da figura. O Grupo 2 justificou que o triângulo construído é escaleno porque nenhum dos lados apresenta a mesma medida, mesmo estando posicionados em direções diferentes no geoplano. Os alunos destacaram que a inclinação ou a posição do triângulo não altera sua classificação, reforçando que o fator determinante é a diferença entre os comprimentos dos lados. Essa explicação evidencia clareza conceitual e boa articulação entre construção e classificação.

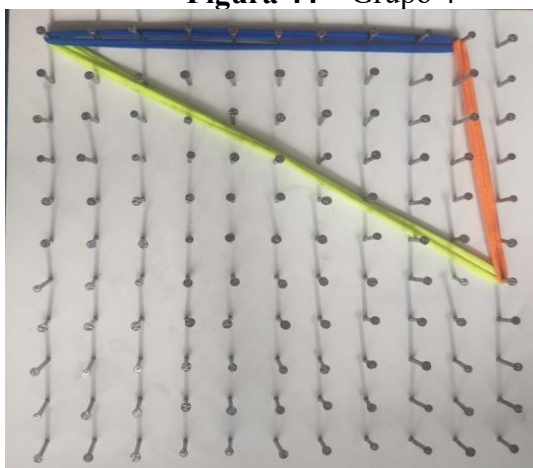
Figura 43, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 3.

Figura 43 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, o triângulo apresenta dois lados inclinados com comprimentos distintos e uma base horizontal de medida intermediária. A organização espacial sugere que os alunos compararam previamente os intervalos de pinos antes de fixar os elásticos, demonstrando planejamento na construção. A figura evidencia claramente que nenhum dos lados possui o mesmo comprimento, o que confirma a correta identificação do triângulo como escaleno. Nas respostas do Grupo 3, observa-se uma justificativa mais detalhada. Os alunos explicaram que contaram os intervalos de pinos em cada lado e verificaram que todos resultavam em medidas diferentes. Essa argumentação demonstra a capacidade de relacionar a construção geométrica à noção de medida, consolidando o entendimento do conceito de triângulo escaleno.

Figura 44, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 4.

Figura 44 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

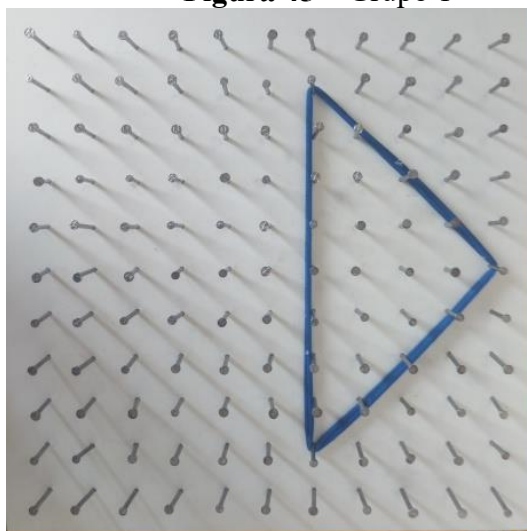
O Grupo 4 construiu um triângulo com um lado superior horizontal, um lado inclinado longo e um lado vertical mais curto. A variação acentuada nos comprimentos dos lados torna a classificação como escaleno evidente. Além disso, a inclinação diferenciada dos lados mostra que o grupo explorou o geoplano de maneira intencional, compreendendo que a orientação espacial não interfere na classificação, desde que os comprimentos sejam distintos. O Grupo 4 explicou que o triângulo é escaleno porque os três lados têm comprimentos diferentes, o que pode ser observado tanto pela contagem dos pinos quanto pela comparação visual das extensões dos lados. Os alunos ressaltaram que, mesmo que o triângulo fosse girado ou invertido no geoplano, continuaria sendo escaleno, pois suas medidas não se alterariam.

Sétima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo isósceles e explique por que o triângulo construído é isósceles.

Objetivo: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo isósceles, compreendendo que esse tipo de triângulo possui dois lados de mesma medida e um lado diferente.

Formação de um triângulo com dois lados de mesma medida, caracterizando um isósceles, Figura 45.

Figura 45 – Grupo 1



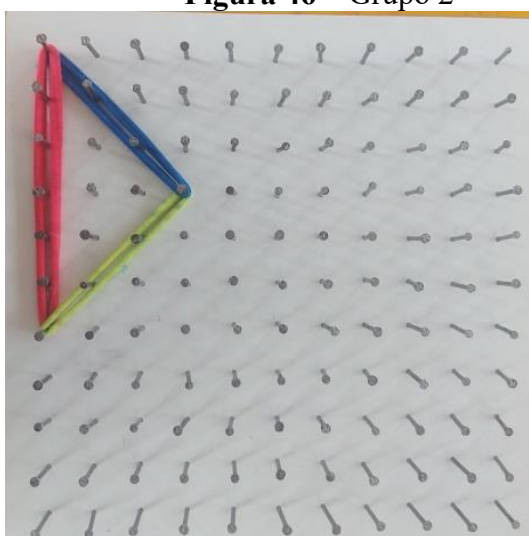
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na imagem do Grupo 1, observa-se a construção de um triângulo com um lado vertical bem definido e dois lados inclinados que partem de suas extremidades e se encontram em um vértice oposto. A análise da disposição dos elásticos e da quantidade de pinos entre os vértices indica que dois lados apresentam o mesmo comprimento, enquanto o terceiro é distinto. Essa configuração caracteriza corretamente um triângulo isósceles. A escolha da orientação vertical

não interferiu na classificação, demonstrando compreensão de que a igualdade entre os lados é o critério determinante. Os alunos do Grupo 1 justificaram que o triângulo é isósceles porque dois lados apresentam o mesmo número de intervalos entre os pinos, enquanto o terceiro possui quantidade diferente. A explicação foi baseada na contagem direta dos pinos ao longo dos lados, evidenciando que os alunos compreenderam que a igualdade de medidas é o critério fundamental para essa classificação.

Triângulo com dois lados de mesma medida e um diferente, classificado como isósceles, Figura 46.

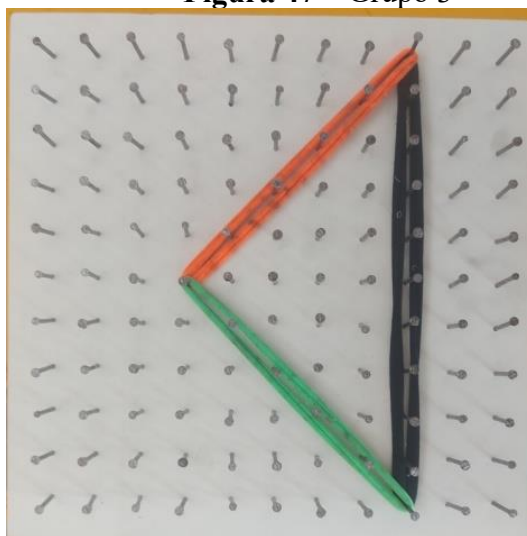
Figura 46 – Grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 construiu um triângulo menor, localizado em uma região lateral do geoplano, utilizando elásticos de cores diferentes para cada lado. Observa-se que dois lados possuem extensões semelhantes, enquanto o terceiro apresenta comprimento diferente. A estratégia de diferenciar os lados por cores contribuiu para a visualização da igualdade entre dois deles, reforçando a identificação do triângulo como isósceles. A construção revela intencionalidade na escolha dos pinos e cuidado na contagem dos intervalos. O Grupo 2 explicou que o triângulo construído é isósceles porque dois lados têm o mesmo comprimento. Os alunos ressaltaram que a posição do triângulo não interfere na classificação, reforçando que o que define o triângulo isósceles é a congruência entre dois lados, e não a aparência visual da figura.

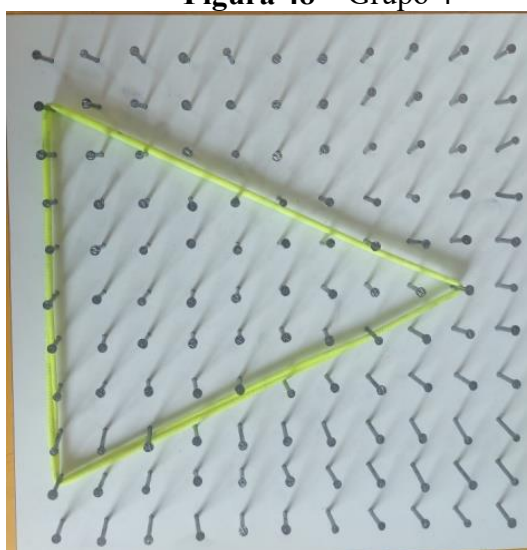
Triângulo com dois lados de mesma medida, classificado como isósceles, Figura 47.

Figura 47 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, o triângulo apresenta dois lados inclinados com comprimentos equivalentes e um lado vertical mais extenso. A assimetria visual da figura não compromete a classificação, uma vez que a contagem dos pinos evidencia a igualdade entre dois lados. Esse grupo demonstra compreender que o triângulo isósceles não precisa ser “simétrico visualmente”, mas sim possuir dois lados congruentes, independentemente da orientação espacial. Nas respostas do Grupo 3, observa-se uma justificativa mais detalhada. Os alunos afirmaram que contaram os intervalos de pinos em cada lado e verificaram que dois lados resultavam na mesma medida.

Triângulo com dois lados de mesma medida, caracterizando um isósceles, Figura 48.

Figura 48 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu um triângulo de maior dimensão, com base inclinada e dois lados que apresentam o mesmo número de intervalos entre os pinos. A clareza na extensão desses dois lados facilita a identificação do triângulo como isósceles. O Grupo 4 justificou que o triângulo é isósceles porque apenas dois lados possuem medidas iguais, enquanto o terceiro é diferente, o que pode ser confirmado tanto pela contagem dos pinos quanto pela comparação visual das extensões dos lados. Os alunos destacaram que, mesmo que o triângulo fosse girado ou reposicionado no geoplano, a classificação permaneceria a mesma, pois as medidas dos lados não se alterariam.

A análise das respostas evidencia que os alunos foram capazes de justificar corretamente a classificação do triângulo isósceles, utilizando como critério a igualdade entre dois lados.

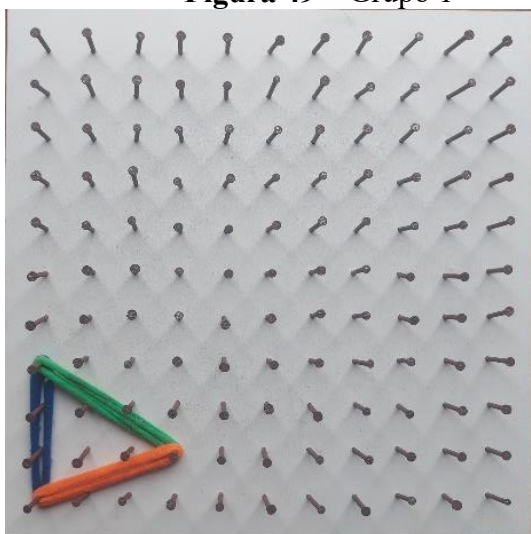
Oitava Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo acutângulo e responda às questões a seguir.

- a) Explique por que o triângulo construído é classificado como acutângulo.
- b) O que acontece com a classificação do triângulo se você abrir mais um dos ângulos? Ele continua sendo acutângulo? Justifique.

Objetivo: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo acutângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui os três ângulos internos agudos (menores que 90°).

Figura 49, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 1. Triângulo com três ângulos menores que 90° , classificado como acutângulo.

Figura 49 – Grupo 1



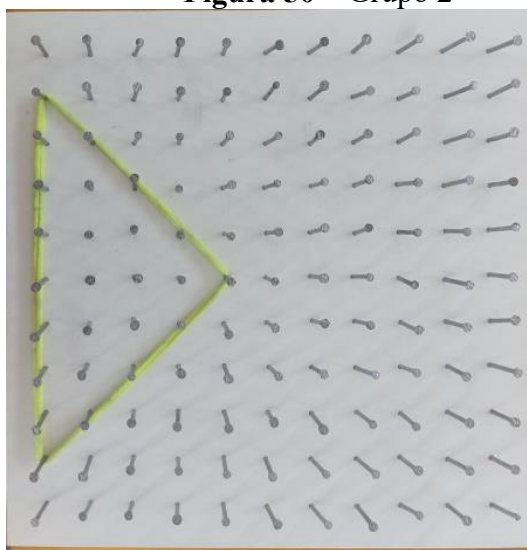
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na imagem do Grupo 1, observa-se a construção de um triângulo de pequenas dimensões, localizado em uma região lateral do geoplano. Os lados apresentam inclinações variadas, e nenhum dos ângulos formados se aproxima de 90° . A configuração dos vértices indica que os alunos tiveram o cuidado de evitar ângulos retos ou obtusos, garantindo que todos permanecessem agudos. A construção evidencia compreensão do critério fundamental que define o triângulo acutângulo.

Na resposta à letra a), os alunos do Grupo 1 explicaram que o triângulo construído é acutângulo porque todos os seus ângulos são menores que 90° , o que foi verificado pela observação da abertura formada em cada vértice no geoplano. A justificativa confirma que os alunos compreenderam corretamente o critério de classificação quanto aos ângulos. Na letra b), o grupo afirmou que, ao abrir mais um dos ângulos, o triângulo deixaria de ser acutângulo caso esse ângulo se tornasse reto ou obtuso. Essa resposta demonstra a compreensão de que a classificação do triângulo depende da medida de cada ângulo interno, e não apenas da forma global da figura.

Figura 50, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 2. Triângulo com três ângulos menores que 90° , classificado como acutângulo.

Figura 50 – Grupo 2



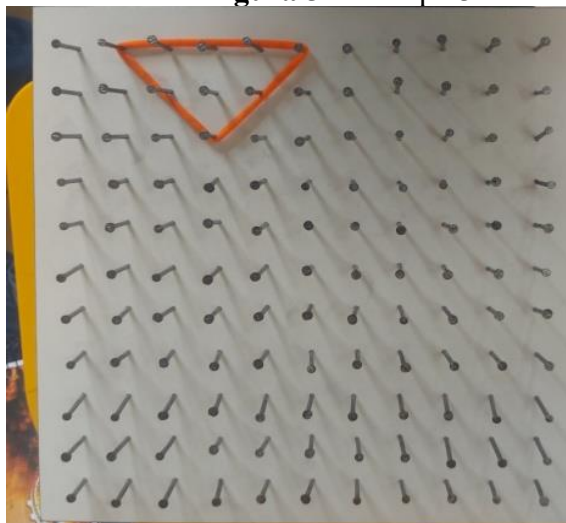
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 construiu um triângulo maior, com um lado vertical e dois lados inclinados. Apesar da orientação diferenciada, a análise visual mostra que os três ângulos formados são menores que um ângulo reto. A escolha dos pinos e o posicionamento dos elásticos sugerem que os alunos ajustaram conscientemente a abertura dos ângulos, demonstrando domínio do conceito de ângulo agudo aplicado à classificação do triângulo.

O Grupo 2 justificou, na letra a), que o triângulo é acutângulo porque nenhum de seus ângulos se assemelha a um ângulo reto, todos sendo “mais fechados”. Embora a linguagem utilizada seja informal, ela é matematicamente coerente para o nível de escolaridade, indicando compreensão do conceito de ângulo agudo. Na letra b), os alunos explicaram que, se um dos ângulos fosse ampliado, o triângulo poderia se transformar em retângulo ou obtusângulo, dependendo da abertura formada. Essa análise revela que os estudantes compreenderam a possibilidade de mudança de classificação a partir da manipulação dos ângulos.

Figura 51, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 3. Triângulo com três ângulos menores que 90° , classificado como acutângulo.

Figura 51 – Grupo 3



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

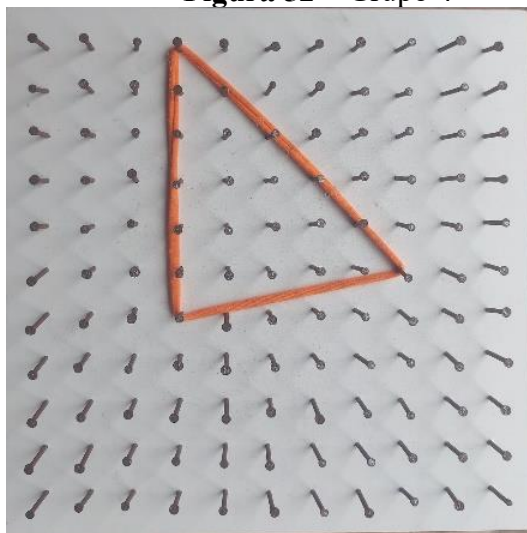
Na produção do Grupo 3, observa-se um triângulo invertido, com base superior e vértice inferior. Mesmo com essa inversão espacial, os ângulos internos mantêm-se agudos. A construção revela que os alunos compreenderam que a classificação quanto aos ângulos não depende da posição do triângulo no plano, mas da medida dos ângulos formados em cada vértice. O uso do geoplano permitiu a verificação visual dessa condição.

Nas respostas do Grupo 3 à letra a), observa-se maior precisão conceitual. Os alunos afirmaram que o triângulo é acutângulo porque os três ângulos internos são agudos, relacionando a construção concreta à definição formal do conceito. Essa associação evidencia avanço na utilização da linguagem matemática. Quanto à letra b), o grupo explicou que, ao modificar a abertura de um dos ângulos, o triângulo deixa de ser acutângulo se esse ângulo ultrapassar 90° , mesmo que os outros dois permaneçam agudos. Essa resposta demonstra

compreensão clara de que basta um único ângulo não agudo para alterar a classificação do triângulo.

Figura 52, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 4. Triângulo com três ângulos menores que 90° , classificado como acutângulo.

Figura 52 – Grupo 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu um triângulo com base horizontal e dois lados inclinados, formando ângulos visivelmente menores que 90° . A disposição equilibrada dos lados indica que os alunos buscaram uma forma que facilitasse a identificação dos ângulos agudos. A construção demonstra clareza conceitual e uso adequado do material manipulável para representar um triângulo acutângulo.

O Grupo 4 apresentou respostas claras e bem articuladas. Na letra a), os alunos destacaram que o triângulo é acutângulo porque todos os ângulos são menores que um ângulo reto, o que pode ser observado pela abertura formada entre os lados no geoplano. Na letra b), afirmaram corretamente que, ao abrir mais um dos ângulos, o triângulo pode deixar de ser acutângulo, passando a ser retângulo ou obtusângulo. Os alunos ressaltaram que a classificação do triângulo depende diretamente da medida dos ângulos, independentemente do tamanho ou da posição da figura.

A análise das imagens evidencia que a atividade atingiu seus objetivos pedagógicos, uma vez que todos os grupos conseguiram construir triângulos nos quais os três ângulos internos são agudos. Observa-se que os alunos exploraram diferentes posições, tamanhos e orientações no geoplano, o que reforça a compreensão de que a classificação dos triângulos quanto aos ângulos independe da orientação espacial da figura.

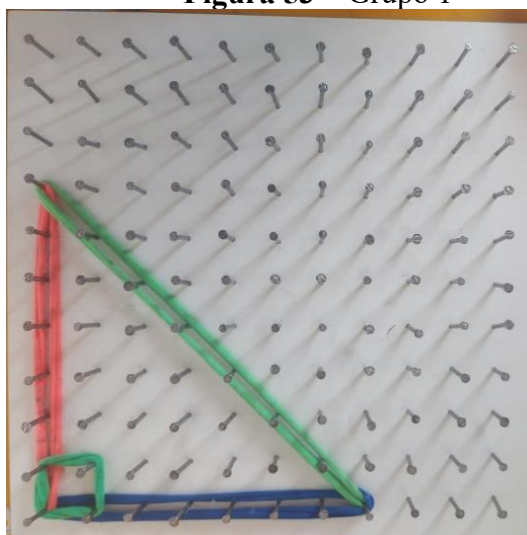
Nona Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo retângulo e responda às questões a seguir.

- Explique por que o triângulo construído é classificado como triângulo retângulo.
- O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo reto deixar de ser exatamente 90° ? Justifique.

Objetivo: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo retângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo reto (90°) e dois ângulos agudos.

Figura 53, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 1. Triângulo com um ângulo de 90° , classificado como retângulo.

Figura 53 – Grupo 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

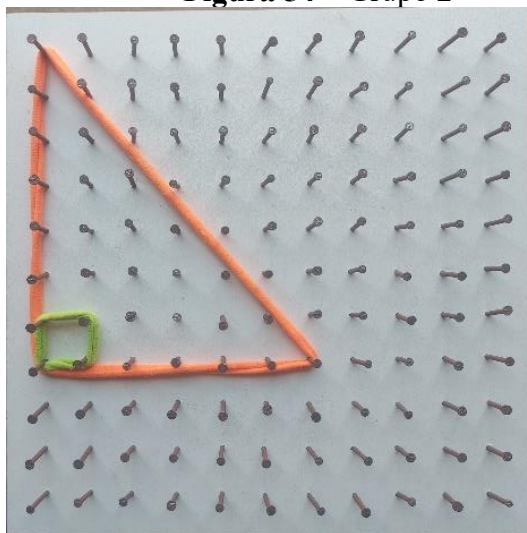
Na imagem correspondente ao Grupo 1, observa-se a construção de um triângulo com um lado vertical e outro horizontal, formando claramente um ângulo reto, evidenciado inclusive pelo uso de um pequeno quadrado no vértice. O terceiro lado, inclinado, conecta as extremidades dos catetos, caracterizando a hipotenusa. A construção demonstra que os alunos compreenderam a relação de perpendicularidade necessária para a formação do triângulo retângulo e souberam utilizar o geoplano para representá-la de forma precisa.

Os alunos do Grupo 1 explicaram que o triângulo construído é retângulo porque possui um ângulo reto formado por dois lados perpendiculares, um horizontal e outro vertical, o que pode ser observado diretamente no geoplano. A justificativa foi reforçada pela identificação visual do ângulo reto, destacada no vértice correspondente. O grupo afirmou ainda que, se esse ângulo deixar de medir 90° , o triângulo não poderá mais ser classificado como retângulo,

passando a ser acutângulo ou obtusângulo, dependendo da abertura do ângulo. Essa resposta demonstra compreensão de que a classificação depende diretamente da medida do ângulo.

Figura 54, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 2. Triângulo com um ângulo de 90° , classificado como retângulo.

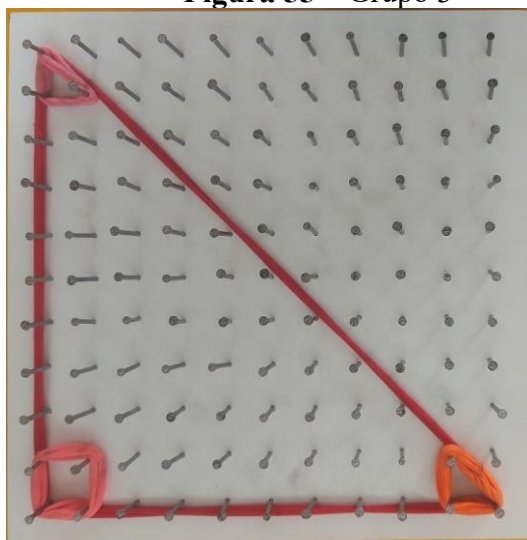
Figura 54 – Grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 construiu um triângulo de maiores dimensões, mantendo um lado vertical e outro horizontal como catetos. O ângulo reto está bem delimitado no vértice inferior, também destacado visualmente. A inclinação do terceiro lado confirma a formação da hipotenusa. A imagem revela que os alunos compreenderam que a classificação do triângulo retângulo independe do tamanho da figura, desde que haja um ângulo de 90° , evidenciando domínio conceitual. O Grupo 2 justificou, que o triângulo é retângulo porque apresenta um ângulo em forma de “L”, característico da perpendicularidade entre os lados. Embora a explicação utilize linguagem informal, ela está matematicamente correta e adequada ao nível de escolaridade. Os alunos explicaram que, ao “abrir” ou “fechar” esse ângulo, o triângulo deixaria de ser retângulo, pois não haveria mais um ângulo de 90° . Essa análise indica que os estudantes compreenderam a condição necessária e suficiente para a classificação do triângulo retângulo.

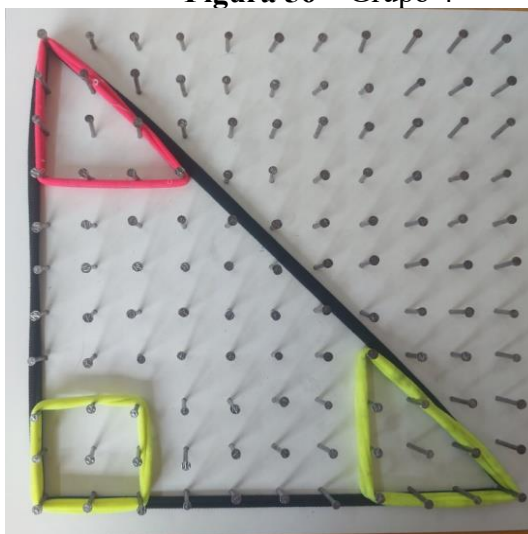
Figura 55, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 3. Triângulo com um ângulo de 90° , classificado como retângulo.

Figura 55 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, o triângulo apresenta uma base horizontal extensa e um lado vertical bem definido, formando o ângulo reto em um dos vértices. O terceiro lado inclinado conecta os extremos desses lados, configurando corretamente a hipotenusa. Observa-se que o grupo explorou uma região maior do geoplano, o que sugere segurança no manuseio do material e clareza na identificação dos elementos característicos do triângulo retângulo. Nas respostas do Grupo 3, observa-se maior precisão conceitual. Os alunos afirmaram que o triângulo é retângulo porque possui exatamente um ângulo reto, formado pelos catetos, e identificaram corretamente a hipotenusa como o lado oposto a esse ângulo. Essa justificativa evidencia domínio da linguagem geométrica. O grupo explicou que, ao modificar a abertura do ângulo reto, o triângulo muda de classificação, mesmo que os lados continuem com o mesmo tamanho. Essa resposta demonstra compreensão de que a classificação quanto aos ângulos é independente da medida dos lados, dependendo exclusivamente da abertura angular.

Figura 56, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 4. Triângulo com um ângulo de 90° , classificado como retângulo.

Figura 56 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu um triângulo retângulo com destaque visual para o ângulo reto, representado por um quadrado no vértice correspondente. Além disso, a imagem evidencia que os alunos identificaram corretamente os catetos (lados perpendiculares) e a hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto). A presença de marcações adicionais sugere uma tentativa de reforçar visualmente o conceito, indicando preocupação em explicitar o critério de classificação. O Grupo 4 apresentou respostas claras e bem estruturadas. Os alunos destacaram que o triângulo é retângulo porque possui um ângulo de 90° , facilmente identificado pela perpendicularidade entre os lados no geoplano. Afirmaram corretamente que, se o ângulo reto deixar de existir, o triângulo não será mais retângulo, podendo se tornar acutângulo ou obtusângulo.

A análise das imagens indica que a atividade atingiu seus objetivos pedagógicos, uma vez que todos os grupos conseguiram construir triângulos com um ângulo reto claramente identificado, respeitando a definição de triângulo retângulo. Observa-se que os alunos utilizaram diferentes tamanhos, orientações e posições no geoplano, o que reforça a compreensão de que a classificação do triângulo não depende da orientação espacial, mas da relação angular entre seus lados.

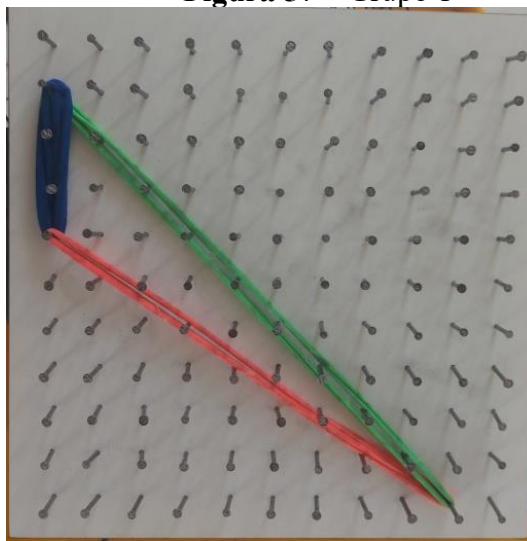
Décima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo obtusângulo e responda às questões a seguir.

- a) Explique por que o triângulo construído é classificado como obtusângulo.
- b) O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo obtuso diminuir e se tornar reto ou agudo? Justifique.

Objetivo: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo obtusângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo obtuso (maior que 90°) e dois ângulos agudos.

Figura 57, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 1. Triângulo com um ângulo maior que 90° , classificado como obtusângulo.

Figura 57 – Grupo 1



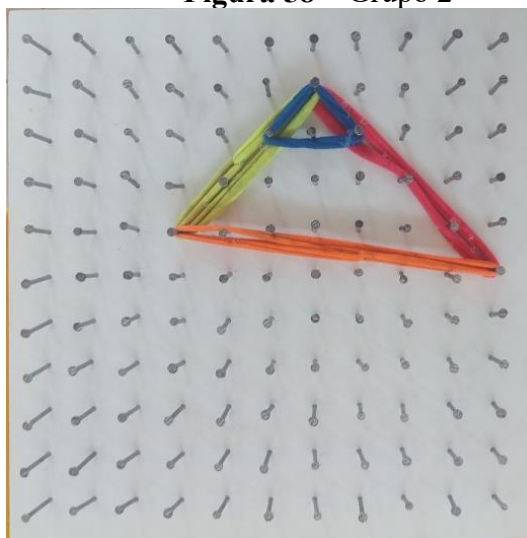
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na imagem do Grupo 1, observa-se um triângulo com dois lados bastante alongados e um ângulo claramente mais aberto em um dos vértices. A disposição dos elásticos indica que esse ângulo ultrapassa a abertura de um ângulo reto, caracterizando-o como obtuso. Os alunos utilizaram uma inclinação acentuada dos lados para garantir essa abertura, demonstrando compreensão visual do conceito de ângulo obtuso aplicado à classificação do triângulo.

Na resposta à letra a), os alunos do Grupo 1 explicaram que o triângulo é obtusângulo porque um de seus ângulos é maior que 90° , o que pode ser observado pela grande abertura formada entre dois dos lados no geoplano. A justificativa baseou-se principalmente na comparação visual desse ângulo com o ângulo reto.

Na letra b), o grupo afirmou que, se esse ângulo obtuso diminuir e se tornar reto ou agudo, o triângulo deixará de ser obtusângulo, passando a ser classificado como retângulo ou acutângulo. Essa resposta demonstra compreensão de que a classificação depende diretamente da medida do maior ângulo interno.

Figura 58, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 2. Triângulo com um ângulo maior que 90° , classificado como obtusângulo.

Figura 58 – Grupo 2

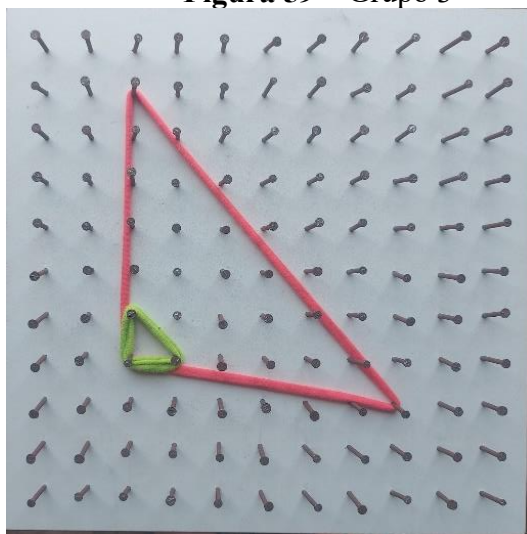
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 construiu um triângulo de menores proporções, no qual um dos vértices superiores apresenta um ângulo visivelmente maior que 90° , enquanto os demais permanecem agudos. A utilização de elásticos de cores diferentes facilitou a identificação dos lados e do vértice obtuso. A imagem sugere que os alunos ajustaram a posição do vértice de forma intencional, garantindo que apenas um ângulo fosse obtuso, conforme solicitado na atividade.

O Grupo 2 justificou, na letra a), que o triângulo construído é obtusângulo porque apresenta somente um ângulo maior que o ângulo reto, enquanto os outros dois são menores. Os alunos destacaram que observaram essa característica ajustando a posição dos elásticos no geoplano.

Na letra b), explicaram que, ao fechar o ângulo obtuso, o triângulo muda de classificação, pois deixa de existir um ângulo maior que 90° . Essa análise evidencia que os alunos compreenderam a condição necessária para a existência de um triângulo obtusângulo.

Figura 59, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 3. Triângulo com um ângulo maior que 90° , classificado como obtusângulo.

Figura 59 – Grupo 3

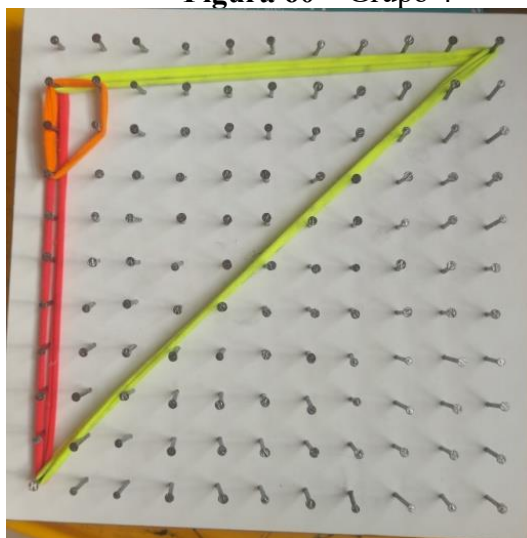
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, observa-se um triângulo com base inclinada e um ângulo inferior bastante aberto. A comparação visual entre os ângulos evidencia que apenas um deles é obtuso, enquanto os outros dois apresentam abertura menor. A construção indica que os alunos compreenderam que o triângulo obtusângulo não depende da orientação da figura no plano, mas da medida do ângulo formado entre os lados.

Nas respostas do Grupo 3 à letra a), observa-se maior precisão conceitual. Os alunos afirmaram que o triângulo é obtusângulo porque possui exatamente um ângulo obtuso, e que essa característica é suficiente para a classificação, independentemente do tamanho dos lados. Essa explicação revela uso adequado da linguagem matemática.

Na letra b), o grupo explicou que, se o ângulo obtuso for reduzido, o triângulo deixa de ser obtusângulo, mesmo que os lados permaneçam os mesmos. Essa resposta demonstra compreensão de que a classificação quanto aos ângulos independe das medidas dos lados, estando relacionada exclusivamente à abertura angular.

Figura 60, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 4. Triângulo com um ângulo maior que 90° , classificado como obtusângulo.

Figura 60 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu um triângulo de grande dimensão, explorando uma área maior do geoplano. Um dos vértices apresenta um ângulo amplamente aberto, superior a 90° , facilmente identificável pela forma como os lados se afastam nesse ponto. A clareza da construção sugere domínio no uso do geoplano e compreensão consistente do critério de classificação do triângulo obtusângulo.

O Grupo 4 apresentou respostas claras e bem estruturadas. Na letra a), os alunos justificaram que o triângulo é obtusângulo porque um de seus ângulos apresenta abertura superior a 90° , o que foi identificado pela comparação com o ângulo reto formado por pinos perpendiculares no geoplano.

Na letra b), afirmaram corretamente que, ao modificar esse ângulo, o triângulo pode se tornar retângulo ou acutângulo, dependendo da nova abertura. Os alunos ressaltaram que basta a alteração de um único ângulo para que a classificação do triângulo seja modificada.

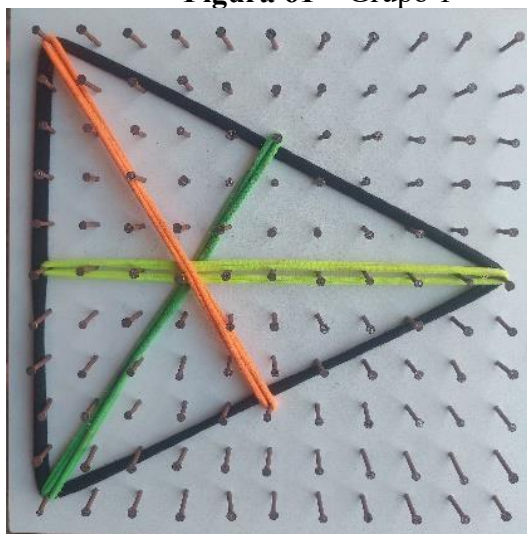
Décima Primeira Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas alturas.

- a) Quantas alturas possui um triângulo?
- b) O que você observa sobre o ponto de encontro das alturas?
- c) Como é chamado o ponto onde as três alturas do triângulo se encontram?
- d) Esse ponto fica dentro, fora ou sobre o triângulo construído? Explique com base na sua construção no geoplano.

Objetivo: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas alturas no geoplano e identificar o ponto de encontro dessas alturas, compreendendo o conceito de ortocentro.

Figura 61, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 1.

Figura 61 – Grupo 1

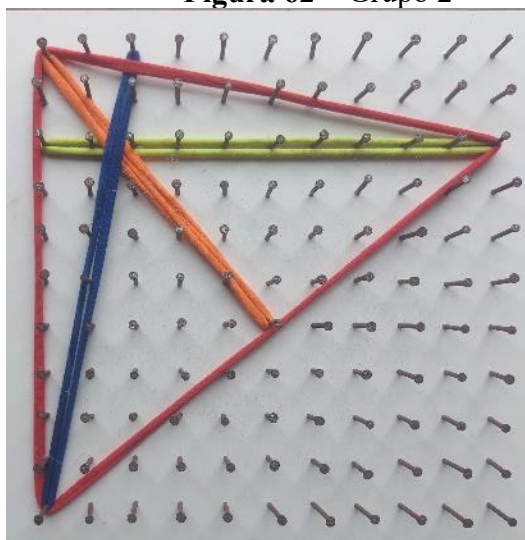


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na imagem do Grupo 1, observa-se a construção de um triângulo com as três alturas representadas por elásticos de cores distintas. As alturas foram traçadas a partir de cada vértice, mantendo a perpendicularidade em relação aos lados opostos, o que pode ser inferido pela disposição ortogonal em relação aos pinos do geoplano. O ponto de interseção das três alturas encontra-se no interior do triângulo, indicando que os alunos trabalharam com um triângulo acutângulo. Essa construção demonstra compreensão adequada do conceito de altura e do posicionamento do ortocentro nesse tipo de triângulo.

Na questão a), os alunos identificaram corretamente que todo triângulo possui três alturas, uma associada a cada vértice. Essa compreensão foi confirmada visualmente pela imagem, na qual três segmentos perpendiculares aos lados opostos foram construídos. Na questão b), os alunos observaram que essas alturas se encontram em um único ponto, evidenciado pelo cruzamento dos elásticos no interior do triângulo. Na questão c), o grupo nomeou corretamente esse ponto como ortocentro, demonstrando domínio da nomenclatura matemática. Por fim, na questão d), os alunos afirmaram que o ortocentro se localiza dentro do triângulo, justificando que a figura construída é um triângulo acutângulo. A resposta está coerente com a construção apresentada.

Figura 62, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 2.

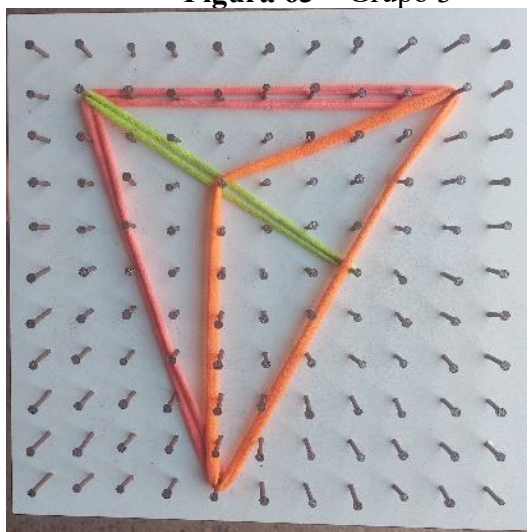
Figura 62 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 apresentou uma construção mais extensa, utilizando grande parte da área do geoplano. As três alturas foram traçadas e claramente se interceptam em um único ponto, evidenciando o reconhecimento do ortocentro como ponto de concorrência. A imagem sugere que os alunos ajustaram as alturas até garantir o encontro em um ponto comum, o que indica um processo de experimentação e verificação. O ortocentro também se localiza no interior do triângulo, reforçando a compreensão das propriedades das alturas em triângulos acutângulos.

O Grupo respondeu à questão a) reconhecendo a existência de três alturas, o que se confirma pela imagem, na qual os segmentos partem dos três vértices. Na questão b), os alunos destacaram que as alturas concorrem em um mesmo ponto, após ajustes sucessivos dos elásticos no geoplano, indicando um processo de experimentação. Na questão c), identificaram corretamente o ponto de encontro como o ortocentro. Quanto à questão d), afirmaram que o ortocentro está localizado no interior do triângulo, relacionando essa posição ao fato de o triângulo possuir apenas ângulos agudos. Essa resposta evidencia compreensão da relação entre a classificação do triângulo e a posição do ortocentro.

Figura 63, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 3.

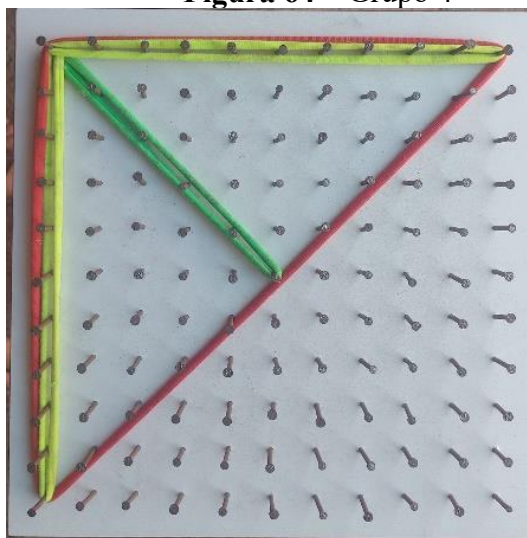
Figura 63 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na produção do Grupo 3, observa-se um triângulo com uma altura traçada de forma mais evidente, enquanto as demais foram construídas de modo a convergir para um ponto central. A imagem revela que os alunos compreenderam que as alturas não precisam necessariamente estar contidas totalmente no interior do triângulo em todo o seu comprimento, mas devem manter a condição de perpendicularidade ao lado oposto. O encontro das alturas ocorre em um ponto externo.

Na questão a), o Grupo respondeu corretamente que o triângulo possui três alturas, ainda que nem todas estejam totalmente contidas no interior da figura ao longo de todo o seu comprimento. Na questão b), os alunos observaram que, mesmo com essa característica, as alturas se encontram em um único ponto, claramente visível na imagem. Na questão c), o grupo identificou esse ponto como o ortocentro, utilizando corretamente o vocabulário matemático. Na questão d), os alunos explicaram que o ortocentro está fora do triângulo, justificando que o triângulo construído é obtusângulo.

Figura 64, construção de um triângulo no geoplano pelo Grupo 4.

Figura 64 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu um triângulo maior e destacou as alturas com elásticos bem definidos, cruzando-se em um ponto visível sobre o vértice. A construção evidencia domínio do uso do geoplano, especialmente na identificação de alinhamentos verticais e horizontais dos pinos para garantir a perpendicularidade das alturas. O ponto de interseção foi claramente identificado, indicando que os alunos reconheceram corretamente o ortocentro como o ponto comum às três alturas.

O Grupo respondeu à questão a) indicando corretamente que existem três alturas em um triângulo, o que se confirma pela construção bem definida apresentada na imagem. Na questão b), os alunos observaram que essas alturas se cruzam em um ponto comum, destacando a ideia de concorrência. Na questão c), nomearam corretamente esse ponto como ortocentro, demonstrando apropriação do conceito. Na questão d), afirmaram que o ortocentro está no vértice do triângulo, relacionando essa posição ao tipo de triângulo construído.

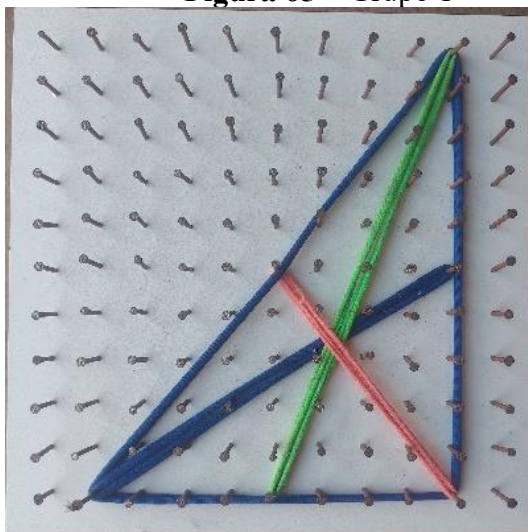
Décima Segunda Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas medianas.

- a) Quantas medianas possui um triângulo?
- b) O que você observa sobre o ponto de encontro das medianas?
- c) Como é chamado o ponto onde as três medianas do triângulo se encontram?
- d) Esse ponto fica dentro ou fora do triângulo? Justifique sua resposta a partir da construção no geoplano.

Objetivo: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas medianas e identificar o ponto de encontro dessas medianas, compreendendo o conceito de baricentro como ponto de equilíbrio do triângulo.

Figura 65, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 1. Triângulos construídos no geoplano, com medidas das medianas a partir da contagem dos pinos.

Figura 65 – Grupo 1

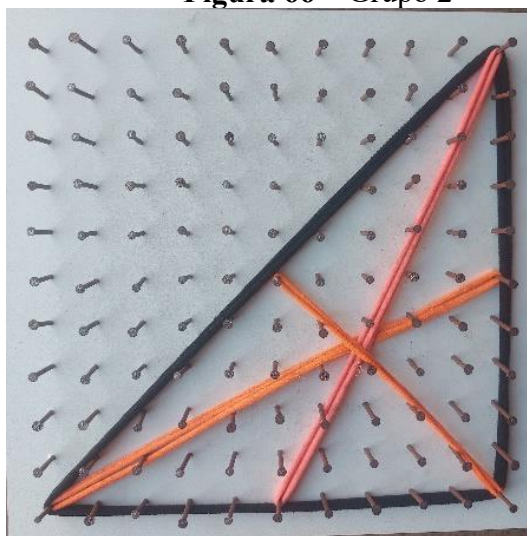


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise da imagem do Grupo 1 evidencia que os alunos conseguiram identificar corretamente os pontos médios dos lados do triângulo, utilizando a contagem de pinos (com espaçamento de 2,5 cm) como estratégia para estimar as metades. As três medianas foram traçadas partindo de cada vértice até o ponto médio do lado oposto, convergindo em um único ponto interno ao triângulo.

Na explicação oral, o grupo demonstrou compreender que esse ponto comum representa o baricentro, reforçando a ideia de que ele é o ponto de equilíbrio do triângulo. A construção revela domínio conceitual e adequada articulação entre representação concreta e explicação teórica.

Figura 66, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 2. Triângulos construídos no geoplano, com medidas das medianas a partir da contagem dos pinos.

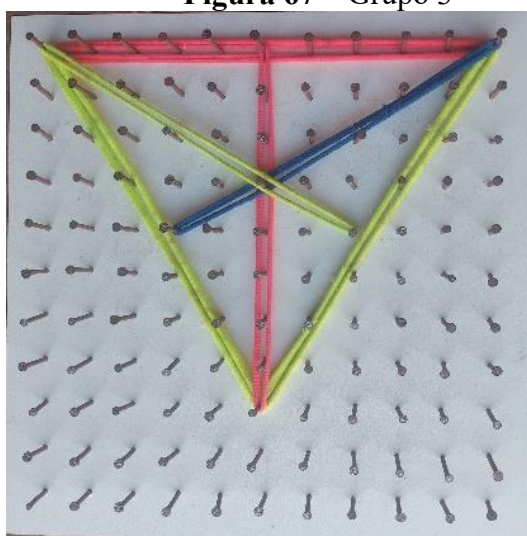
Figura 66 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 também apresentou uma construção correta. Observa-se, na imagem, o uso de cores diferentes para cada mediana, o que favoreceu a visualização do encontro das três linhas. Os alunos identificaram corretamente os pontos médios dos lados e traçaram as medianas com precisão.

Durante a explicação, destacaram que, independentemente do formato do triângulo, as medianas sempre se encontram em um único ponto. Esse discurso evidencia a generalização do conceito, indo além da simples execução da tarefa.

Figura 67, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 3. Triângulos construídos no geoplano, com medidas das medianas a partir da contagem dos pinos.

Figura 67 – Grupo 3

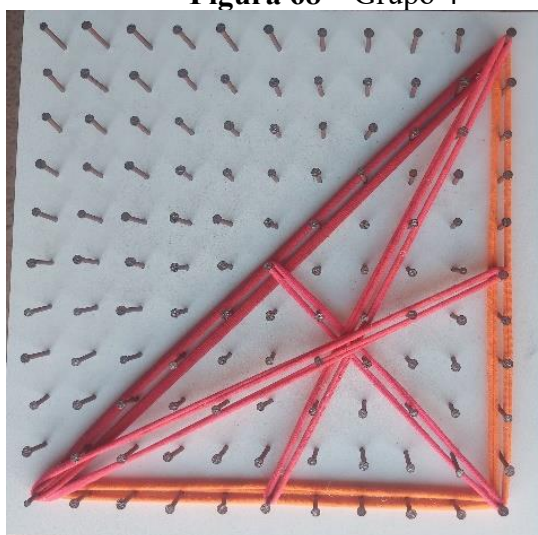
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A construção do Grupo 3 mostrou-se organizada e conceitualmente correta. As medianas foram traçadas de forma clara, e o ponto de interseção foi corretamente localizado no interior do triângulo. Um aspecto relevante foi a explicação dada pelos alunos, que ressaltaram que o baricentro divide cada mediana em duas partes desiguais, sendo a parte do vértice maior que a parte próxima ao lado.

Tal observação indica um nível mais aprofundado de compreensão, aproximando-se de propriedades formais do baricentro, ainda que apresentadas em linguagem acessível ao nível escolar.

Figura 68, construção de triângulos no geoplano pelo Grupo 4. Triângulos construídos no geoplano, com medidas das medianas a partir da contagem dos pinos.

Figura 68 – Grupo 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 também conseguiu realizar a construção adequada das medianas. A imagem mostra que os alunos localizaram corretamente os pontos médios e traçaram as três medianas até que estas se encontrassem em um único ponto.

Na socialização, o grupo explicou que esse ponto é comum às três medianas e permanece no interior do triângulo, associando-o à ideia de equilíbrio. Embora a explicação tenha sido mais sucinta em comparação aos outros grupos, ela foi conceitualmente correta e coerente com a construção apresentada.

Questão a) – Construção do triângulo no geoplano: Em todos os grupos, observa-se que os alunos conseguiram construir corretamente um triângulo no geoplano, escolhendo três vértices distintos e utilizando os elásticos para formar seus lados. As imagens mostram triângulos bem definidos, o que indica compreensão inicial da proposta e familiaridade com o

uso do geoplano como recurso didático. Essa etapa foi fundamental para o desenvolvimento das questões seguintes.

Questão b) – Identificação dos pontos médios dos lados: Na questão b), os grupos identificaram os pontos médios dos lados do triângulo, utilizando a contagem dos pinos do geoplano (espaçamento de 2,5 cm) como estratégia para estimar as metades. As imagens revelam que essa identificação foi feita de forma adequada, com os pontos médios bem localizados. Durante as explicações, os alunos relataram que dividiram visualmente ou por contagem os lados em duas partes iguais, evidenciando o uso de raciocínio geométrico aliado à manipulação concreta.

Questão c) – Traçado das medianas: Na questão c), os alunos traçaram as medianas, ligando cada vértice ao ponto médio do lado oposto. As construções dos quatro grupos mostram claramente as três medianas desenhadas com elásticos de cores distintas, o que facilitou a visualização. Os alunos explicaram corretamente que essas retas internas ao triângulo partem dos vértices e chegam aos pontos médios, demonstrando compreensão do conceito de mediana e sua representação geométrica.

Questão d) – Identificação do ponto de encontro das medianas: Na questão d), os grupos identificaram que as três medianas se encontram em um único ponto, localizado no interior do triângulo. A partir das imagens, é possível observar esse ponto comum de interseção, corretamente construído em todos os casos. Nas explicações orais, os alunos reconheceram esse ponto como o baricentro, associando-o à ideia de equilíbrio do triângulo. Alguns grupos destacaram ainda que esse ponto permanece no interior do triângulo, independentemente de sua forma, evidenciando uma compreensão mais ampla do conceito. Análise por Grupos:

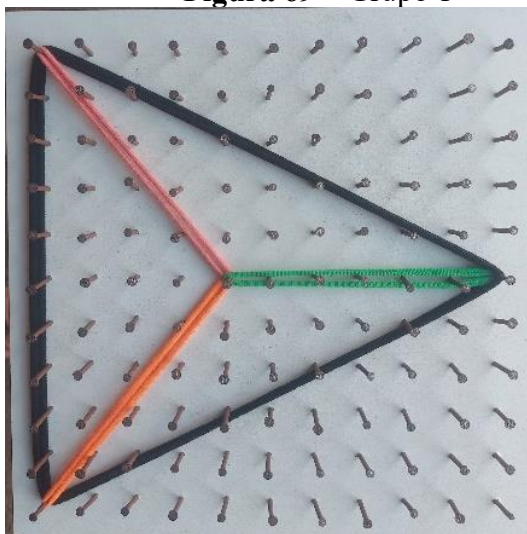
- Grupo 1: Respondeu adequadamente a todas as etapas, com construções precisas e explicações claras sobre o papel das medianas e do baricentro.
- Grupo 2: Apresentou boa organização visual, e demonstrou compreensão conceitual ao explicar o encontro das três retas.
- Grupo 3: Além de responder corretamente às questões, destacou propriedades do baricentro, como sua posição interna e relação com o equilíbrio do triângulo.
- Grupo 4: Realizou corretamente todas as construções e identificou o ponto de encontro das medianas, apresentando explicações objetivas e coerentes.

Décima Terceira Questão – Construa um triângulo qualquer no geoplano utilizando elásticos. Utilizando elásticos, trace a bissetriz de cada ângulo do triângulo, dividindo cada ângulo em duas partes de mesma medida (visual ou estimada).

Objetivo: Levar os alunos a compreenderem o conceito de bissetriz, identificar o ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo (incentro) e reconhecer sua posição no interior do triângulo, utilizando o geoplano como recurso concreto de visualização.

Figura 69, construção da bissetriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 1. Construção da bissetriz de um ângulo do triângulo, dividindo-o em duas partes iguais.

Figura 69 – Grupo 1

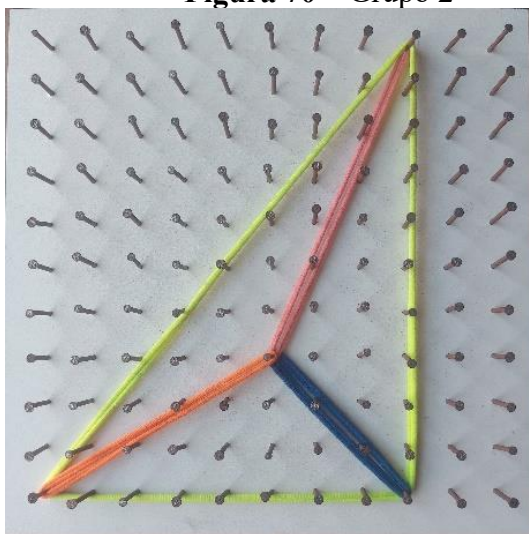


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A imagem produzida pelo Grupo 1 evidencia que os alunos construíram corretamente um triângulo e, em seguida, traçaram as bissetrizes dos ângulos internos, dividindo cada ângulo em duas partes visualmente iguais. As bissetrizes convergiram em um único ponto no interior do triângulo, o que demonstra a identificação correta do incentro.

Na explicação, os alunos afirmaram que as bissetrizes sempre se encontram dentro do triângulo, independentemente de sua forma, revelando compreensão conceitual consistente.

Figura 70, construção da bissetriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 2. Construção da bissetriz de um ângulo do triângulo, dividindo-o em duas partes iguais.

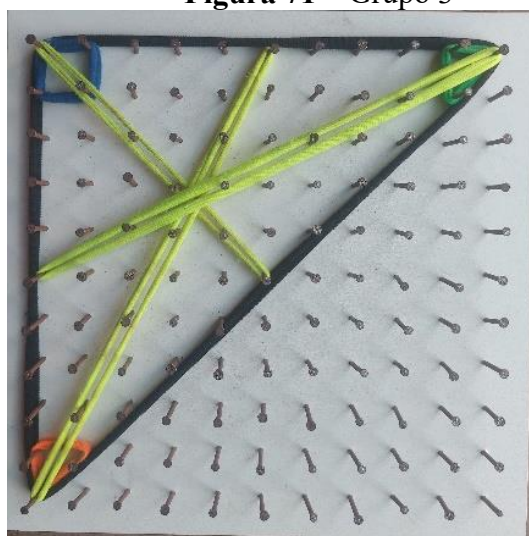
Figura 70 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 apresentou uma construção organizada, utilizando cores diferentes para representar cada bissetriz, o que facilitou a distinção visual das retas. Observa-se, na imagem, que os alunos buscaram dividir os ângulos com base na simetria visual proporcionada pelos pinos do geoplano.

A explicação indicou que o ponto de encontro das bissetrizes é o mesmo para todos os ângulos e que esse ponto está relacionado às distâncias iguais em relação aos lados do triângulo, ainda que essa ideia tenha sido expressa de forma intuitiva.

Figura 71, construção da bissetriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 3. Construção da bissetriz de um ângulo do triângulo, dividindo-o em duas partes iguais.

Figura 71 – Grupo 3

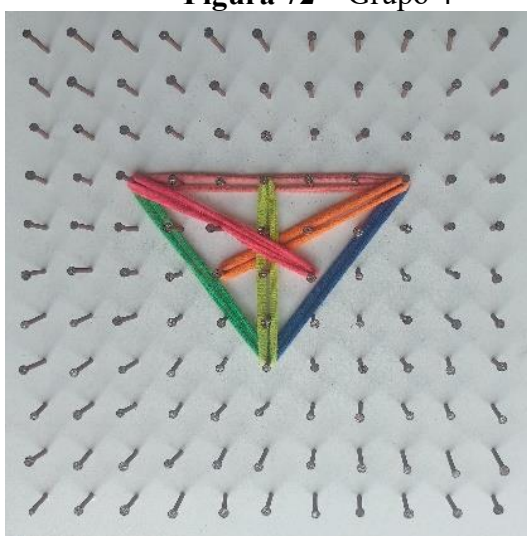
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Na construção do Grupo 3, nota-se claramente o traçado das três bissetrizes, que se encontram em um ponto central ao triângulo. Os alunos demonstraram atenção ao dividir corretamente os ângulos e explicaram que a bissetriz “corta o ângulo ao meio”.

Além disso, o grupo associou o ponto de encontro das bissetrizes à possibilidade de desenhar um círculo dentro do triângulo, antecipando, ainda que informalmente, a noção de círculo inscrito, o que indica avanço no nível de compreensão.

Figura 72, construção da bissetriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 4. Construção da bissetriz de um ângulo do triângulo, dividindo-o em duas partes iguais.

Figura 72 – Grupo 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 também conseguiu realizar a construção das bissetrizes de forma adequada. A imagem mostra que os alunos identificaram corretamente os ângulos e traçaram as bissetrizes até o ponto de interseção comum.

Na explicação oral, o grupo destacou que esse ponto é sempre interno ao triângulo e que todas as bissetrizes “se encontram no mesmo lugar”. Embora a argumentação tenha sido mais objetiva, ela se mostrou coerente com a construção apresentada.

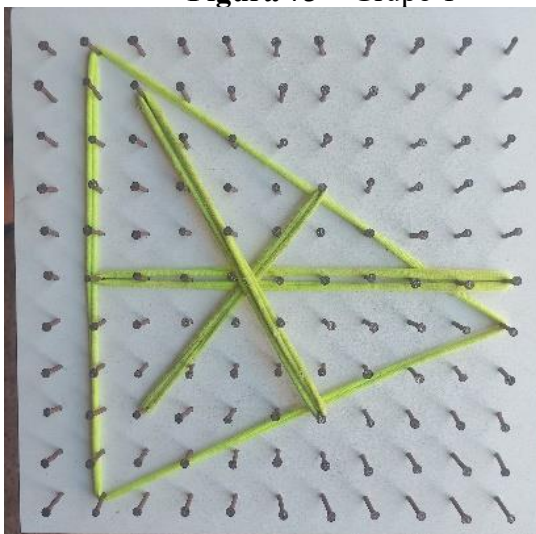
Décima Quarta Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas mediatrizes.

- a) O que é uma mediatriz? Explique com suas palavras a partir da construção realizada.
- b) As três mediatrizes se encontram em um único ponto? Onde ele está localizado?
- c) Compare a posição do ponto de encontro das mediatrizes com o tipo de triângulo construído.
- d) O que esse ponto representa geometricamente no triângulo?

Objetivo da Atividade: Compreender o conceito de mediatriz de um segmento e identificar o ponto de encontro das mediatrizes de um triângulo, denominado circuncentro, por meio da construção e da visualização no geoplano.

Figura 73, construção da mediatriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 1. Construção da mediatriz como reta perpendicular ao lado, passando pelo seu ponto médio.

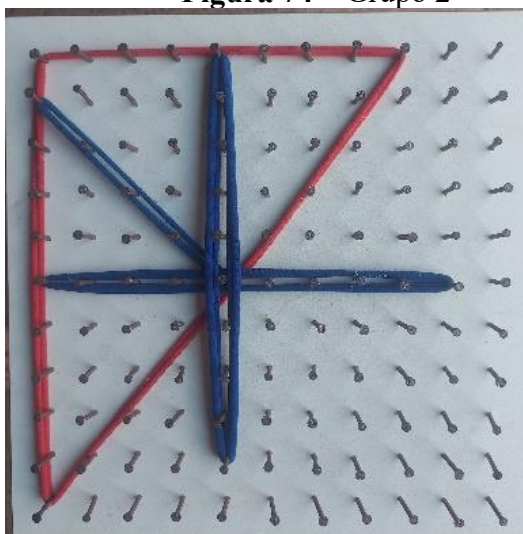
Figura 73 – Grupo 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A imagem do Grupo 1 evidencia uma construção organizada e coerente. Os alunos identificaram corretamente os pontos médios dos lados do triângulo e traçaram mediatrizes perpendiculares com boa precisão visual no geoplano. O ponto de interseção das três mediatrizes foi claramente identificado.

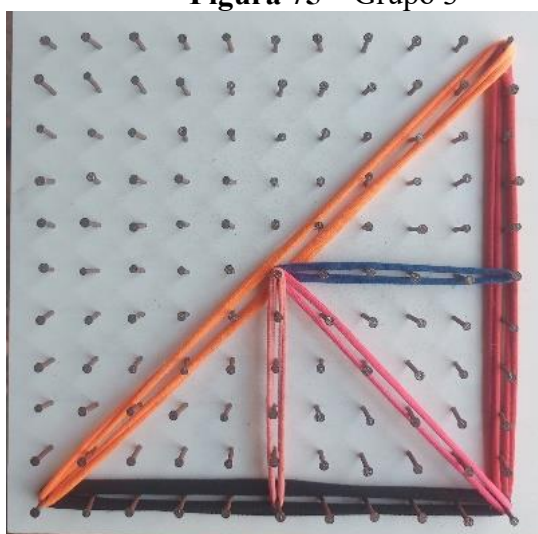
Figura 74, construção da mediatriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 2. Construção da mediatriz como reta perpendicular ao lado, passando pelo seu ponto médio.

Figura 74 – Grupo 2

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

No Grupo 2, observa-se uma tentativa correta de construção das mediatrizes, embora uma delas apresente leve imprecisão na perpendicularidade. Ainda assim, as três mediatrizes se aproximam de um ponto comum, permitindo aos alunos identificarem o circuncentro. A imagem sugere que o grupo compreendeu a ideia central da atividade, mesmo apresentando pequenas dificuldades na execução técnica, especialmente na visualização do ângulo reto no geoplano.

Figura 75, construção da mediatriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 3. Construção da mediatriz como reta perpendicular ao lado, passando pelo seu ponto médio.

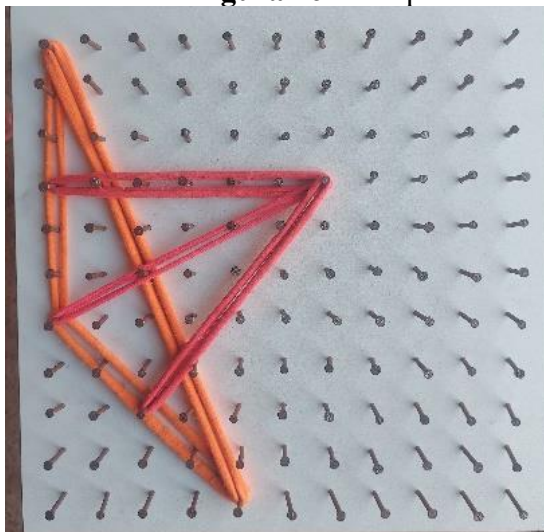
Figura 75 – Grupo 3

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A produção do Grupo 3 destaca-se pelo uso de elásticos de cores diferentes para diferenciar lados do triângulo e mediatrizes, o que favoreceu a organização visual. As mediatrizes foram corretamente traçadas a partir dos pontos médios, e o ponto de encontro foi claramente marcado. Nesse caso, o circuncentro aparece sobre um dos lados estendidos, indicando que o triângulo construído é retângulo. Essa situação mostra que os alunos conseguiram avançar para além do procedimento, relacionando a construção com uma propriedade geométrica relevante.

Figura 76, construção da mediatriz em um triângulo no geoplano pelo Grupo 4. Construção da mediatriz como reta perpendicular ao lado, passando pelo seu ponto médio.

Figura 76 – Grupo 4



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 apresentou maior complexidade na construção. Embora os alunos tenham identificado os pontos médios. Ainda assim, a imagem permite inferir que os estudantes perceberam que o encontro das mediatrizes ocorre fora do triângulo, característica associada a triângulos obtusângulos. Mesmo com imprecisões, o grupo demonstrou compreensão parcial do conceito, especialmente no aspecto qualitativo da posição do circuncentro.

Questão a) – Construção do triângulo no geoplano: De modo geral, os quatro grupos conseguiram construir um triângulo utilizando corretamente os pinos e elásticos do geoplano. As imagens mostram triângulos bem definidos, com vértices claramente identificáveis. Essa etapa inicial revelou que os alunos dominam o manuseio do material concreto e compreendem a noção básica de figura triangular no plano.

Alguns grupos optaram por triângulos com lados de diferentes inclinações e comprimentos, o que foi positivo para a atividade, pois permitiu observar posteriormente a influência do tipo de triângulo na posição do ponto de encontro das mediatrizes.

Questão b) – Identificação dos pontos médios dos lados: Na segunda etapa, os grupos foram orientados a identificar o ponto médio de cada lado do triângulo. As imagens indicam que a maioria dos alunos utilizou a contagem dos pinos do geoplano como estratégia para localizar esses pontos, demonstrando compreensão da ideia de divisão de um segmento em duas partes iguais.

Entretanto, em alguns casos, percebe-se pequena imprecisão na marcação dos pontos médios, especialmente em lados oblíquos. Ainda assim, o procedimento adotado mostra que os alunos compreenderam conceitualmente o que representa um ponto médio, mesmo enfrentando dificuldades operacionais decorrentes da visualização espacial.

Questão c) – Traçado das mediatrizes: Os alunos deveriam traçar as mediatrizes, ou seja, retas perpendiculares aos lados do triângulo que passam por seus respectivos pontos médios. As produções evidenciam que os grupos compreenderam a ideia central da mediatriz, pois todas as construções apresentam segmentos que atravessam os lados aproximadamente em seus pontos médios.

Observa-se, contudo, que a perpendicularidade foi o principal desafio. Em alguns grupos, uma ou mais mediatrizes não ficaram rigorosamente perpendiculares ao lado correspondente. Mesmo assim, o uso do geoplano favoreceu a visualização do ângulo reto, permitindo que os alunos se aproximassem do conceito esperado e refletissem sobre o erro durante a discussão coletiva.

Questão d) – Identificação do ponto de encontro das mediatrizes (circuncentro): Na última questão, os grupos analisaram o ponto de encontro das mediatrizes, identificando-o como o circuncentro do triângulo. As imagens mostram que todos os grupos conseguiram perceber que as mediatrizes concorrem em um único ponto, ainda que, em alguns casos, esse ponto não tenha sido marcado com exatidão.

Destaca-se que os alunos também conseguiram relacionar a posição do circuncentro com o tipo de triângulo construído. Em alguns grupos, o ponto apareceu no interior do triângulo; em outros, sobre um lado ou fora da figura. Essa observação indica avanço conceitual, pois os estudantes passaram a compreender propriedades geométricas que vão além do simples traçado das retas.

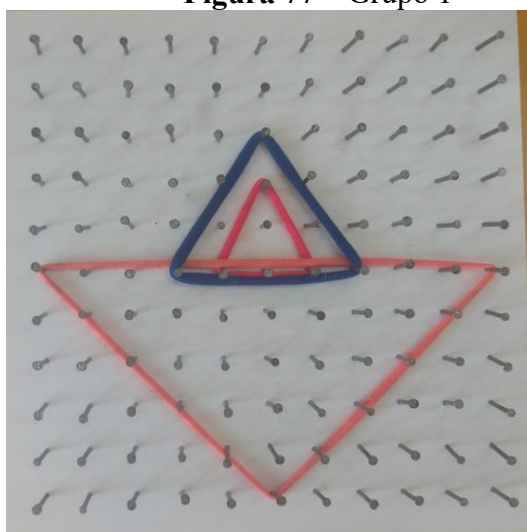
Décima Quinta Questão – Criação artística geométrica. Passos:

- a) Crie uma figura artística composta apenas de triângulos.
- b) Registre os tipos de triângulos utilizados.
- c) Dê um nome à sua figura e apresente aos colegas.
- d) Explique como foi feita a construção e o que representa.

Objetivo: Usar ângulos e triângulos em composições visuais.

Figura 77, construção de figuras no geoplano pelo Grupo 1. Figuras construídas no geoplano, explorando diferentes formas e posições.

Figura 77 – Grupo 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 1 apresentou uma composição formada por triângulos de diferentes tamanhos, organizados de maneira simétrica, com destaque para a sobreposição de triângulos menores no interior de um triângulo maior. Observa-se, a partir da imagem, o uso predominante de triângulos isósceles, com ângulos bem definidos e alinhados aos pinos do geoplano.

Na questão a), o grupo atendeu plenamente à proposta ao utilizar exclusivamente triângulos na construção da figura.

Na questão b), a identificação dos tipos de triângulos mostrou-se coerente com a construção visual, indicando compreensão das propriedades relacionadas aos lados e ângulos.

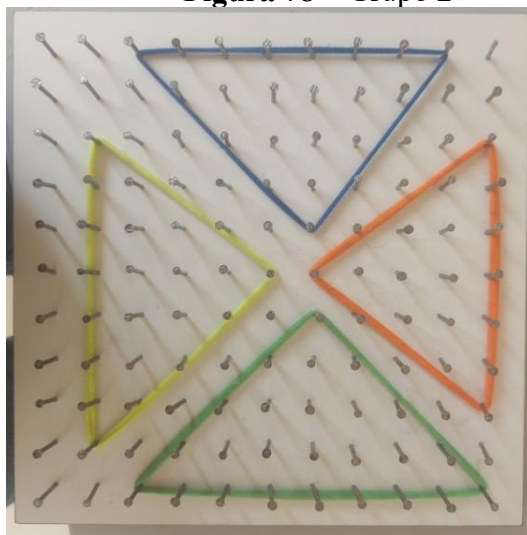
Na questão c), o nome atribuído à figura “O barco” revelou uma relação simbólica entre a forma geométrica e um objeto ou elemento do cotidiano, evidenciando articulação entre matemática e criatividade.

Por fim, na questão d), a explicação do processo construtivo demonstrou que os alunos compreenderam a lógica da montagem a partir da junção de triângulos menores, respeitando alinhamentos e simetrias.

De modo geral, o grupo evidenciou domínio conceitual básico sobre os tipos de triângulos, além de boa organização espacial.

Figura 78, construção de figuras no geoplano pelo Grupo 2. Figuras construídas no geoplano, explorando diferentes formas e posições.

Figura 78 – Grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 2 produziu uma figura artística composta por triângulos orientados em diferentes direções, formando uma composição mais dinâmica. A imagem revela a presença de triângulos escalenos e isósceles, com variação significativa nos ângulos internos, o que contribui para uma estética menos simétrica e mais expressiva.

Na questão a), o critério de utilização exclusiva de triângulos foi respeitado integralmente.

Na questão b), o grupo conseguiu reconhecer corretamente os diferentes tipos de triângulos empregados, destacando diferenças nos comprimentos dos lados e na abertura dos ângulos.

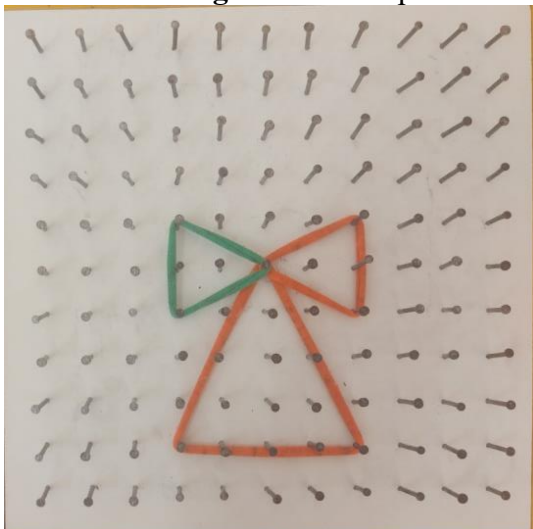
Na questão c), o nome atribuído à figura “Cruz de Malta” dialoga diretamente com o formato construído, sugerindo uma interpretação visual consistente.

Na questão d), a explicação da construção indicou que os alunos compreenderam como variar posições e orientações dos triângulos sem descaracterizar suas propriedades geométricas.

Esse grupo demonstrou boa capacidade de exploração das possibilidades do geoplano, especialmente no que se refere à diversidade de ângulos e à combinação de triângulos não congruentes.

Figura 79, construção de figuras no geoplano pelo Grupo 3. Figuras construídas no geoplano, explorando diferentes formas e posições.

Figura 79 – Grupo 3



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 3 elaborou uma figura centralizada, composta por triângulos que compartilham vértices comuns, formando uma espécie de estrutura radial. Visualmente, destacam-se triângulos acutângulos.

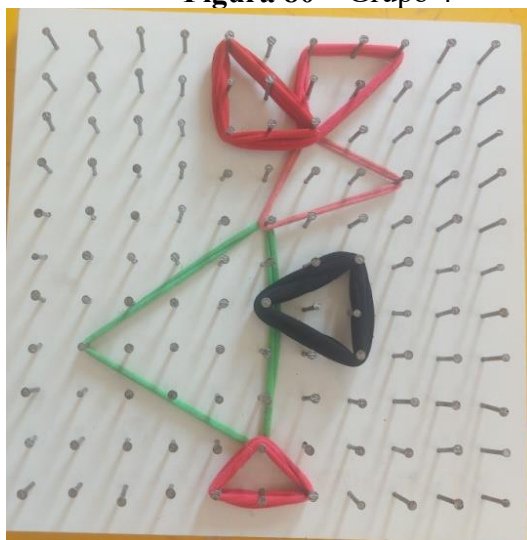
Em relação à questão a), a construção atende plenamente ao enunciado da atividade. Na questão b), a identificação dos tipos de triângulos evidencia que o grupo conseguiu diferenciar triângulos.

Na questão c), o nome escolhido para a figura “Sininho” reflete a organização central e a ideia de movimento ou expansão, reforçando a intencionalidade artística.

Na questão d), a explicação do processo construtivo mostra que os alunos compreenderam a importância do ponto comum de interseção e da abertura angular para a composição da figura.

Este grupo apresentou avanços significativos na compreensão dos ângulos dos triângulos, associando corretamente conceitos geométricos à construção prática.

Figura 80, construção de figuras no geoplano pelo Grupo 4. Figuras construídas no geoplano, explorando diferentes formas e posições.

Figura 80 – Grupo 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O Grupo 4 construiu uma figura mais complexa, com sobreposição de triângulos de diferentes tamanhos e orientações, explorando fortemente o espaço do geoplano. Observa-se o uso combinado de triângulos isósceles e escalenos, além de variações acentuadas nos ângulos.

Na questão a), o grupo respeitou a exigência de utilizar apenas triângulos.

Na questão b), a identificação dos tipos de triângulos foi abrangente, indicando reconhecimento das diferentes classificações.

Na questão c), o nome atribuído à figura “Coelhinho da Páscoa” evidencia criatividade e relação simbólica com a disposição geométrica apresentada.

Na questão d), a explicação do processo de construção revelou uma compreensão mais elaborada das relações espaciais, embora em alguns momentos tenha sido necessário maior clareza conceitual ao justificar determinadas escolhas geométricas.

Apesar de pequenas imprecisões conceituais na explicação oral ou escrita, o grupo demonstrou alto nível de engajamento e criatividade, utilizando o geoplano como ferramenta de investigação e expressão matemática.

A análise das produções dos quatro grupos evidencia que a atividade de criação artística geométrica favoreceu não apenas a identificação e classificação de triângulos, mas também o desenvolvimento de habilidades como visualização espacial, criatividade, argumentação e comunicação matemática. O geoplano mostrou-se um recurso potente para tornar visíveis conceitos abstratos, permitindo aos alunos manipular, testar e justificar suas construções.

Além disso, a integração entre matemática e expressão artística contribuiu para um ambiente de aprendizagem mais significativo, no qual os alunos assumiram papel ativo na

construção do conhecimento, alinhando-se aos pressupostos de uma abordagem investigativa e colaborativa no ensino de geometria.

4.3 Pós-Teste

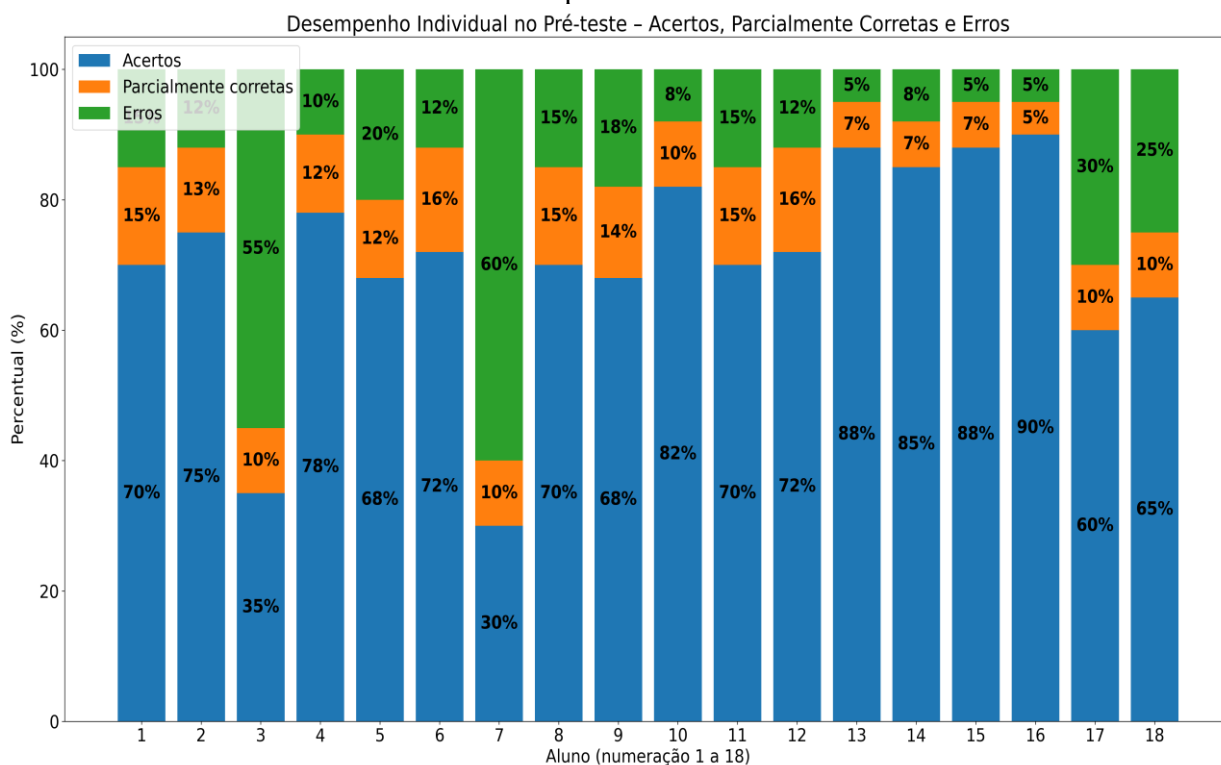
A análise gráfica dos dados constitui uma etapa fundamental no processo de interpretação dos resultados desta pesquisa, uma vez que permite visualizar, de forma sintética e objetiva, o desempenho dos alunos ao longo da intervenção pedagógica.

O pré-teste, aplicado antes da intervenção didática, assumiu caráter diagnóstico, permitindo mapear os conhecimentos prévios dos alunos acerca de conceitos relacionados a ângulos, classificação de triângulos e elementos notáveis do triângulo. Por se tratar de diagnóstico, optamos por trazer de forma mais detalhada os resultados, conforme visto anteriormente. Com fins de validar a aplicação da sequência didática aplicamos um novo questionário (Apêndice E), o qual trataremos pelo nome de pós-teste.

Nesse sentido, os gráficos apresentados nesta seção têm como finalidade evidenciar o comportamento dos estudantes no pré-teste (Apêndice C) e no pós-teste (Apêndice E) possibilitando a identificação de avanços, permanências e dificuldades no processo de aprendizagem.

Mas para uma análise comparativa entre o Pré-Teste e o Pós-Teste optou-se por representar graficamente não apenas os acertos e erros, mas também as respostas parcialmente corretas, que indicam compreensões iniciais ou concepções ainda em construção.

O Gráfico 1 apresenta o desempenho individual dos alunos no pré-teste, numerados de 1 a 18, considerando três categorias de resposta: acertos, respostas parcialmente corretas e erros.

Gráfico 1 – Desempenho individual Pré-teste

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

De modo geral, observa-se uma heterogeneidade no desempenho dos alunos, característica comum em avaliações diagnósticas. Alguns estudantes, como os alunos 13, 14, 15 e 16, apresentam percentuais elevados de acertos, superiores a 85%, indicando um domínio inicial mais consistente dos conteúdos de Geometria Plana avaliados no pré-teste. Esses alunos demonstram maior familiaridade com conceitos como classificação de ângulos e tipos de triângulos, ainda que possam apresentar dificuldades pontuais em conteúdos mais abstratos.

Por outro lado, o gráfico evidencia alunos com percentuais expressivos de erros, destacando-se especialmente os alunos 3 e 7, cujos índices de acerto são significativamente inferiores aos demais. Esse resultado indica dificuldades conceituais mais acentuadas, sobretudo relacionadas à distinção entre tipos de triângulos e à compreensão dos elementos notáveis, como altura, mediana, mediatriz e bissetriz. Tais dificuldades reforçam a necessidade de intervenções pedagógicas que favoreçam a visualização e a manipulação concreta dos conceitos geométricos.

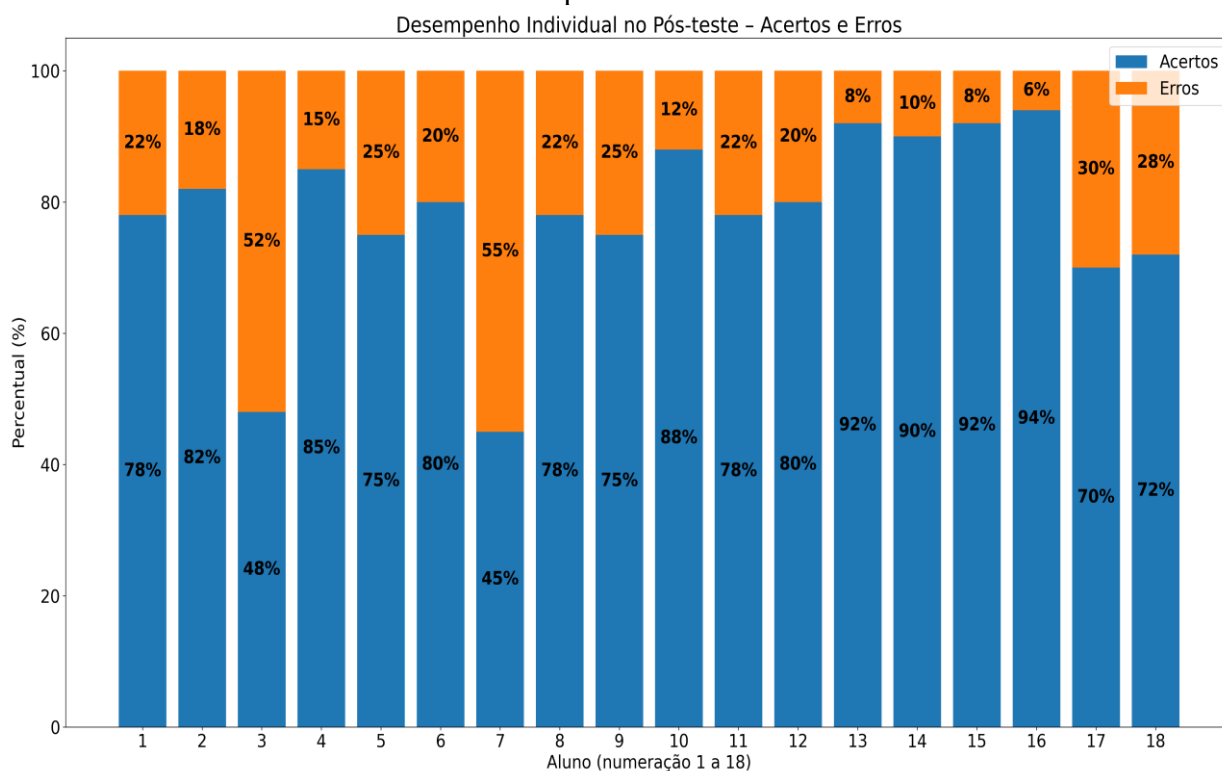
Um aspecto relevante evidenciado no gráfico é a presença consistente de respostas parcialmente corretas entre a maioria dos alunos. Essa categoria revela que muitos estudantes possuem noções intuitivas sobre os conceitos avaliados, porém ainda não conseguem expressá-los com rigor matemático. As respostas parciais indicam compreensões em processo de

construção, o que reforça o caráter formativo do pré-teste e a importância de estratégias didáticas que auxiliem na formalização conceitual.

Portanto, o Gráfico 2, do pré-teste cumpre plenamente sua função diagnóstica ao revelar não apenas os níveis de acerto e erro, mas também as zonas intermediárias de aprendizagem.

O pós-teste, composto por 29 questões, com questões em nível de dificuldade semelhante ao pré-teste, por sua vez, teve como objetivo avaliar os efeitos da intervenção pedagógica mediada pelo uso do geoplano, concentrando-se na consolidação conceitual dos conteúdos trabalhados. Assim, os resultados foram apresentados no Gráfico 2 apenas nas categorias acertos e erros, favorecendo uma leitura mais direta da evolução do desempenho dos alunos após a sequência didática.

Gráfico 2 – Desempenho individual Pós-teste



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

De modo geral, observa-se um aumento no percentual de acertos em relação ao pré-teste, ainda que esse crescimento ocorra de forma moderada e progressiva. A maioria dos alunos apresenta percentuais de acertos superiores a 70%, indicando avanço na compreensão dos conteúdos de Geometria Plana, especialmente no que se refere à classificação de ângulos, tipos de triângulos e identificação de seus elementos constitutivos.

Os alunos que já demonstravam bom desempenho no pré-teste, como os alunos 13, 14, 15 e 16, mantêm percentuais elevados de acertos no pós-teste, o que sugere consolidação dos

conhecimentos previamente adquiridos. Esse resultado indica que a intervenção não apenas beneficiou os alunos com maiores dificuldades, mas também contribuiu para o aprofundamento conceitual daqueles que já possuíam uma base mais consistente.

Por sua vez, os alunos que apresentavam maiores índices de erro no pré-teste, a exemplo dos alunos 3 e 7, evidenciam melhora no desempenho no pós-teste, ainda que continuem apresentando percentuais de erro superiores aos demais. Esse comportamento revela que a aprendizagem ocorreu de forma gradual, reforçando a ideia de que a compreensão dos conceitos geométricos, sobretudo os mais abstratos, demanda tempo, prática e experiências concretas.

A redução dos erros observada no gráfico do pós-teste indica que o uso do geoplano favoreceu a visualização e a manipulação dos elementos geométricos, auxiliando os alunos na construção de significados e na formalização dos conceitos trabalhados. No entanto, a permanência de erros em alguns casos evidencia que a aprendizagem não se dá de forma homogênea, o que é compatível com os princípios da pesquisa-ação e com a realidade da sala de aula.

Assim, o gráfico do pós-teste confirma que a intervenção pedagógica promoveu avanços consistentes, porém não abruptos, no desempenho dos alunos. Esses resultados reforçam a eficácia do geoplano como recurso metodológico para o ensino de Geometria Plana, ao mesmo tempo em que evidenciam a necessidade de continuidade das práticas pedagógicas que valorizem a experimentação, a visualização e a construção progressiva do conhecimento matemático.

4.4 Questionário de participação

Com o objetivo de compreender as percepções, experiências e aprendizagens dos estudantes acerca do uso do geoplano no ensino de Geometria Plana, foi aplicado um questionário composto por 19 questões a uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, totalizando a participação de 18 alunos. Os estudantes foram identificados exclusivamente por numeração (1 a 18), garantindo o anonimato dos participantes e atendendo aos princípios éticos da pesquisa.

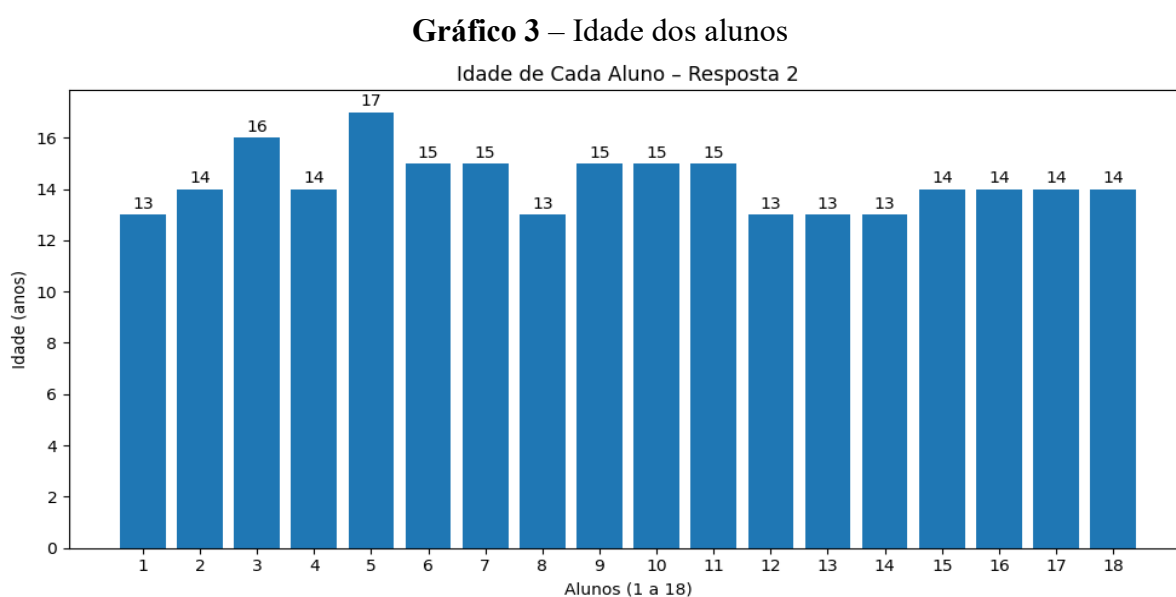
O instrumento contemplou questões de natureza abertas e fechadas, abordando aspectos como: atitudes em relação à Matemática e à Geometria, conhecimentos prévios, percepções de facilidade ou dificuldade, experiências com o geoplano, aprendizagens construídas, avaliação das aulas e sugestões de ampliação das atividades. Tal diversidade de questões possibilitou uma visão ampla sobre o impacto pedagógico do uso do geoplano enquanto recurso metodológico.

A análise dos dados foi realizada a partir da organização das respostas em categorias, respeitando o conteúdo expresso pelos alunos e buscando identificar recorrências, convergências e singularidades. As questões fechadas permitiram a construção de sínteses quantitativas, enquanto as questões abertas subsidiaram uma análise qualitativa, fundamental para compreender os sentidos atribuídos pelos estudantes às experiências vivenciadas durante a intervenção pedagógica.

Dessa forma, os resultados apresentados a seguir visam evidenciar como o uso do geoplano contribuiu para a compreensão de conceitos geométricos, especialmente ângulos e triângulos, bem como para o engajamento, a motivação e a percepção dos alunos sobre o processo de aprendizagem. A análise desses dados constitui um elemento central para a discussão dos efeitos da intervenção e para a validação do geoplano como recurso didático no ensino de Geometria Plana.

É importante destacar que o questionário de pesquisa - o geoplano e geometria plana (Apêndice F) foi aplicado ao final do pós-teste, quando os alunos já haviam participado de todas as atividades desenvolvidas com o geoplano. Dessa forma, as respostas refletem não apenas percepções iniciais dos estudantes, mas também as experiências vivenciadas ao longo do projeto, configurando-se como um instrumento de avaliação da participação e do impacto da proposta didática.

O gráfico 3 apresenta a idade individual de cada aluno participante da pesquisa, identificado numericamente de 1 a 18, conforme os critérios de anonimização adotados no estudo.

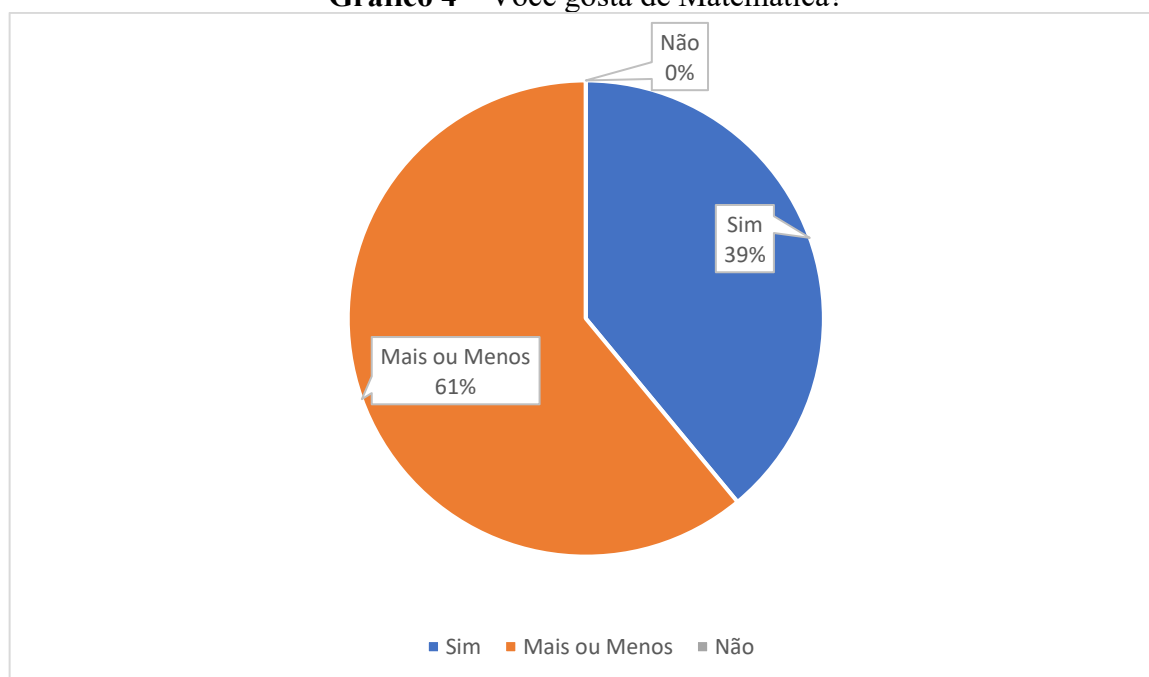


Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A partir do gráfico apresentado, observa-se que a idade dos alunos varia entre 13 e 17 anos, com predominância das idades de 14 e 15 anos. Esse resultado é compatível com a faixa etária esperada para estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A presença de alunos com idades ligeiramente inferiores ou superiores à média da turma indica a heterogeneidade etária do grupo, aspecto comum no contexto escolar. Essa caracterização etária é relevante para a análise da intervenção pedagógica com o geoplano, uma vez que alunos nessa faixa etária se encontram em processo de consolidação do pensamento abstrato e espacial, tornando o uso de materiais manipuláveis um recurso potencialmente eficaz para a aprendizagem de conceitos de Geometria Plana.

O Gráfico 4 mostra as respostas para a Terceira Pergunta “Você gosta de Matemática?”.

Gráfico 4 – Você gosta de Matemática?



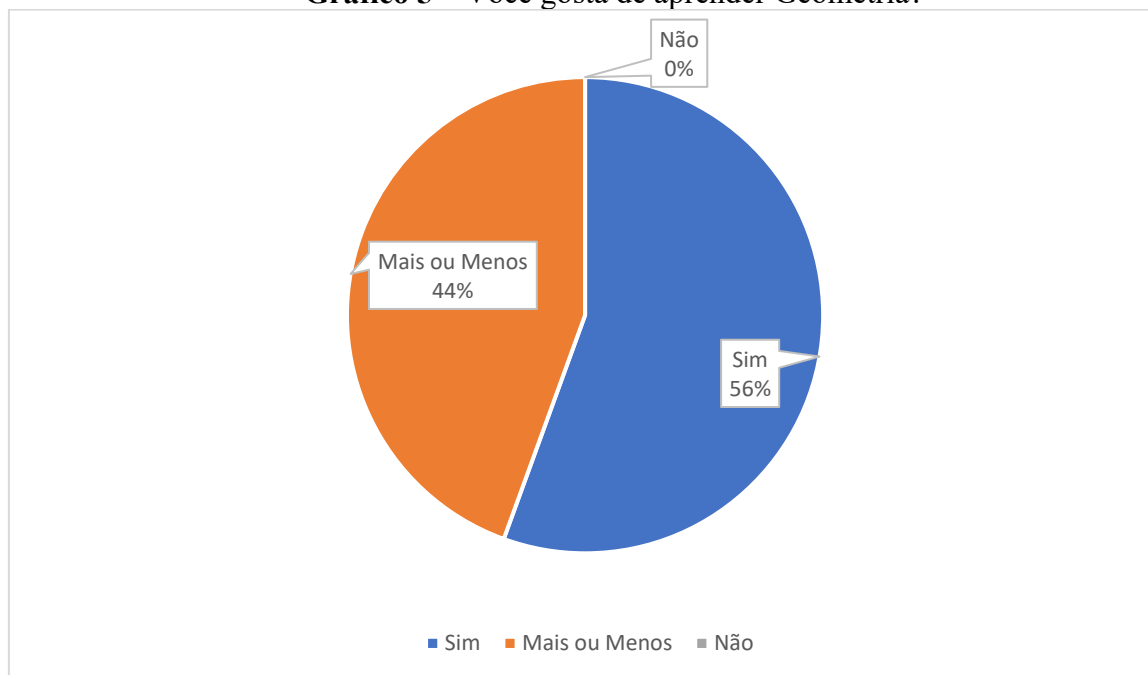
Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O gráfico 4 evidencia que 39% dos alunos afirmaram gostar de Matemática, enquanto 61% declararam gostar “mais ou menos”. Ressalta-se que nenhum aluno respondeu negativamente, o que indica uma percepção globalmente positiva ou, ao menos, não aversiva em relação à disciplina após a realização das atividades com o geoplano. Esse resultado é significativo, pois sugere que, ao final do projeto, os estudantes demonstram uma postura favorável ou moderadamente positiva diante da Matemática, possivelmente influenciada pelas experiências práticas, manipulativas e visuais proporcionadas pelo uso do geoplano. A ausência de respostas negativas pode ser interpretada como um indicativo de que a metodologia adotada

contribuiu para reduzir resistências e inseguranças frequentemente associadas ao ensino tradicional da disciplina.

O Gráfico 5 mostra as respostas para a Quarta Pergunta “Você gosta de aprender Geometria?”.

Gráfico 5 – Você gosta de aprender Geometria?



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas, do Gráfico 5, evidencia que nenhum aluno declarou não gostar de aprender Geometria, havendo apenas as categorias “sim” e “mais ou menos”. Observa-se uma predominância da resposta “sim”, indicando que a maioria dos estudantes manifesta uma atitude positiva em relação à aprendizagem geométrica após a participação no projeto. A presença da resposta “mais ou menos” sugere que parte dos alunos ainda percebe desafios no processo de aprendizagem, embora sem rejeição explícita ao conteúdo. Esse resultado é particularmente relevante quando analisado no contexto pós-intervenção, pois a Geometria é frequentemente apontada, na literatura e na prática escolar, como uma área da Matemática associada a dificuldades de visualização e abstração. Nesse sentido, a ausência de respostas negativas pode ser interpretada como um indício de que o uso do geoplano contribuiu para tornar os conteúdos geométricos mais acessíveis, compreensíveis e significativos para os alunos.

O Quadro 49 temos as respostas da Quinta Pergunta “Quando você ouve a palavra Geometria, o que vem à sua cabeça?”.

Quadro 49 – Percepções sobre o conceito de Geometria

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Ângulos e triângulos	Associação direta da Geometria aos conceitos de ângulos e triângulos	2, 3, 4, 14, 15, 16, 17
Formas e figuras geométricas	Referências a formas geométricas, figuras e construção visual	5, 6, 7, 9, 11, 12, 18
Conhecimento e aprendizagem	Geometria entendida como conhecimento e processo de aprendizagem	1, 13
Geometria como matemática	Associação direta da Geometria à disciplina Matemática	8
Conceitos geométricos ampliados	Menções a medidas, tamanhos, posições, pontos, retas e planos	10

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quadro confirma que a maioria das respostas se concentra nas categorias “Ângulos e triângulos” e “Formas e figuras geométricas”, indicando que os alunos passaram a associar a Geometria diretamente aos conteúdos trabalhados durante a intervenção com o geoplano. Tal resultado sugere que o recurso manipulável contribuiu para a consolidação de conceitos centrais da Geometria Plana por meio da visualização e da construção concreta. Observa-se ainda a presença de respostas que revelam uma compreensão mais ampla do conceito de Geometria, envolvendo medidas, posições e elementos fundamentais do espaço geométrico, o que indica avanços no pensamento geométrico de parte dos alunos. As categorias identificadas reforçam que, ao final do projeto, as representações dos estudantes sobre Geometria tornaram-se mais estruturadas e alinhadas aos objetivos da proposta pedagógica.

O Quadro 50 temos as respostas da Sexta Pergunta “Você acha que é fácil ou difícil aprender Geometria? Por quê?”.

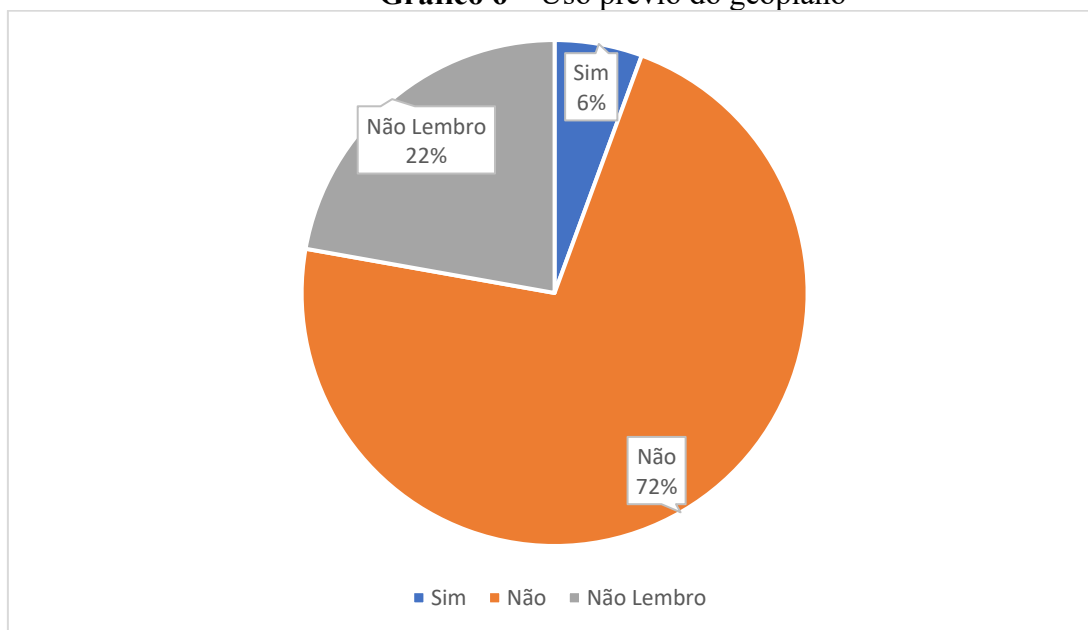
Quadro 50 – Percepção sobre facilidade ou dificuldade em Geometria

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Facilidade associada às figuras e formatos	A Geometria é considerada fácil devido aos formatos das figuras e à visualização dos conceitos	1, 2, 11
Facilidade associada ao uso do geoplano	A aprendizagem tornou-se mais fácil com o uso do geoplano como recurso manipulável	4, 8, 13
Facilidade moderada (um pouco fácil / não difícil)	A Geometria não é considerada difícil, havendo compreensão parcial dos conceitos	14, 15
Dificuldade na compreensão das figuras	Dificuldade em entender, interpretar ou organizar as figuras geométricas	3, 16
Dificuldade sem justificativa	Indicação de dificuldade sem apresentação de justificativa	6, 9
Percepção intermediária (mais ou menos)	A aprendizagem é vista como parcialmente fácil e parcialmente difícil	7, 10, 17, 18
Sem resposta	Não apresentaram posicionamento ou justificativa	5, 12

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quadro comprova que uma parcela significativa dos alunos percebe a Geometria como fácil ou relativamente fácil, especialmente quando associada à visualização das figuras e ao uso do geoplano. As respostas que destacam o material manipulável reforçam o papel do geoplano como mediador do processo de aprendizagem, contribuindo para a compreensão dos conceitos geométricos. As dificuldades apontadas concentram-se, sobretudo, na interpretação das figuras e na organização do raciocínio geométrico, aspectos recorrentes no ensino de Geometria. Observa-se ainda a presença de respostas intermediárias (“mais ou menos”), indicando que, embora o recurso didático tenha favorecido a aprendizagem, alguns alunos ainda enfrentam desafios conceituais.

O Gráfico 6 mostra as respostas da sétima pergunta “Você já usou um geoplano anteriormente?”.

Gráfico 6 – Uso prévio do geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas evidencia que a grande maioria dos alunos não havia utilizado o geoplano anteriormente ou declarou não se lembrar de ter tido contato prévio com esse recurso. Apenas um aluno afirmou já ter usado o geoplano antes da intervenção, enquanto alguns indicaram incerteza quanto à experiência anterior. Esses dados indicam que, para quase todos os participantes, o geoplano representou um recurso novo no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Esse resultado é metodologicamente relevante, pois reforça que as aprendizagens, percepções e avaliações positivas registradas nas demais questões do questionário podem ser atribuídas, em grande medida, à experiência vivenciada durante o projeto, e não a conhecimentos ou práticas anteriores com o material. Além disso, o fato de os alunos, mesmo sem experiência prévia, demonstrarem facilidade de uso, compreensão dos conteúdos e avaliação positiva do recurso ao final do projeto indica que o geoplano apresenta baixo grau de complexidade operacional e alto potencial pedagógico. Tal característica favorece sua inserção no ensino regular, inclusive em turmas que nunca tiveram contato com materiais manipuláveis desse tipo.

Respostas da Oitava Pergunta “De qual forma você usou o geoplano?”.

A análise dos dados evidencia que 100% dos alunos (18 alunos) afirmaram ter utilizado o geoplano físico, confeccionado em madeira/plástico. Não houve nenhuma indicação de uso de versões digitais ou de outros tipos de recursos semelhantes. Esse resultado percentual demonstra que a intervenção pedagógica foi realizada de maneira homogênea, garantindo que todos os alunos tivessem contato direto com o mesmo tipo de material manipulável. Tal

uniformidade é metodologicamente importante, pois assegura que as percepções, aprendizagens e avaliações relatadas pelos estudantes estão diretamente relacionadas à experiência com o geoplano concreto, e não a variações no tipo de recurso utilizado. Além disso, o uso exclusivo do geoplano físico reforça a importância do material concreto no ensino de Geometria Plana, especialmente para alunos do Ensino Fundamental. O contato direto com o material favorece a manipulação, a visualização e a experimentação, aspectos fundamentais para a compreensão de conceitos geométricos como formas, ângulos e triângulos.

O Quadro 51 temos as respostas da Nona Pergunta “O que você fez ou aprendeu usando o geoplano?”.

Quadro 51 – Utilizando o Geoplano

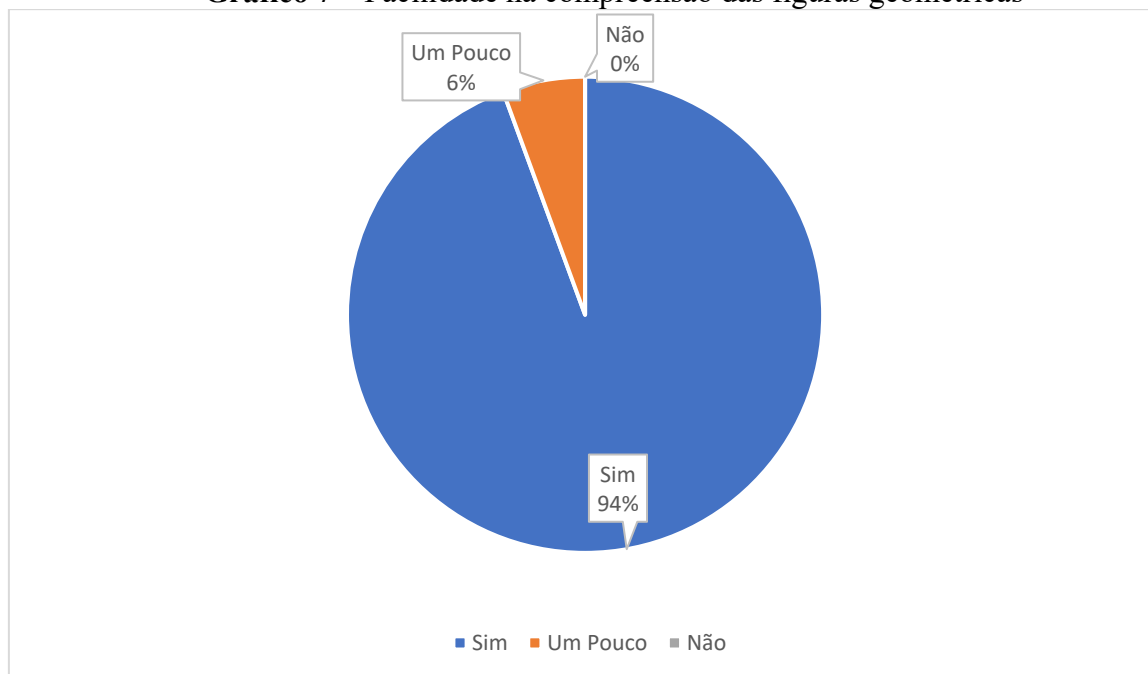
Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Construção de formas geométricas	Aprendizagem relacionada à construção e identificação de formas geométricas	1, 5, 6, 13, 18
Construção de ângulos e triângulos	Ênfase na construção de ângulos e triângulos no geoplano	3, 4, 9, 14, 16, 17
Divisão e composição de figuras	Compreensão de como uma figura pode ser dividida ou composta por outras	7
Cálculo e medidas (área)	Uso do geoplano para cálculo de áreas	8
Facilidade de compreensão das figuras	O geoplano como recurso que facilitou o entendimento das figuras geométricas	15
Reconhecimento do geoplano como recurso pedagógico	Compreensão do geoplano como ferramenta de ensino e aprendizagem	10
Sem aprendizagem percebida / sem resposta	Não identificaram aprendizagem ou não responderam	11, 12

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

O quadro evidencia que a maioria dos alunos associa o uso do geoplano à construção de formas, ângulos e triângulos, conteúdos centrais da intervenção pedagógica. Tal resultado indica que o recurso manipulável favoreceu a aprendizagem ativa, permitindo que os estudantes construíssem e visualisassem conceitos geométricos de maneira concreta. Observa-se também a emergência de aprendizagens mais específicas, como o cálculo de áreas e a composição e decomposição de figuras, evidenciando o potencial do geoplano para ampliar o repertório geométrico dos alunos. Além disso, algumas respostas revelam uma percepção metacognitiva, ao reconhecer o geoplano como uma ferramenta pedagógica, e outras destacam a facilidade de compreensão proporcionada pelo material.

O Gráfico 7 mostra as respostas da décima pergunta “Usando o geoplano, ficou mais fácil entender as figuras geométricas?”.

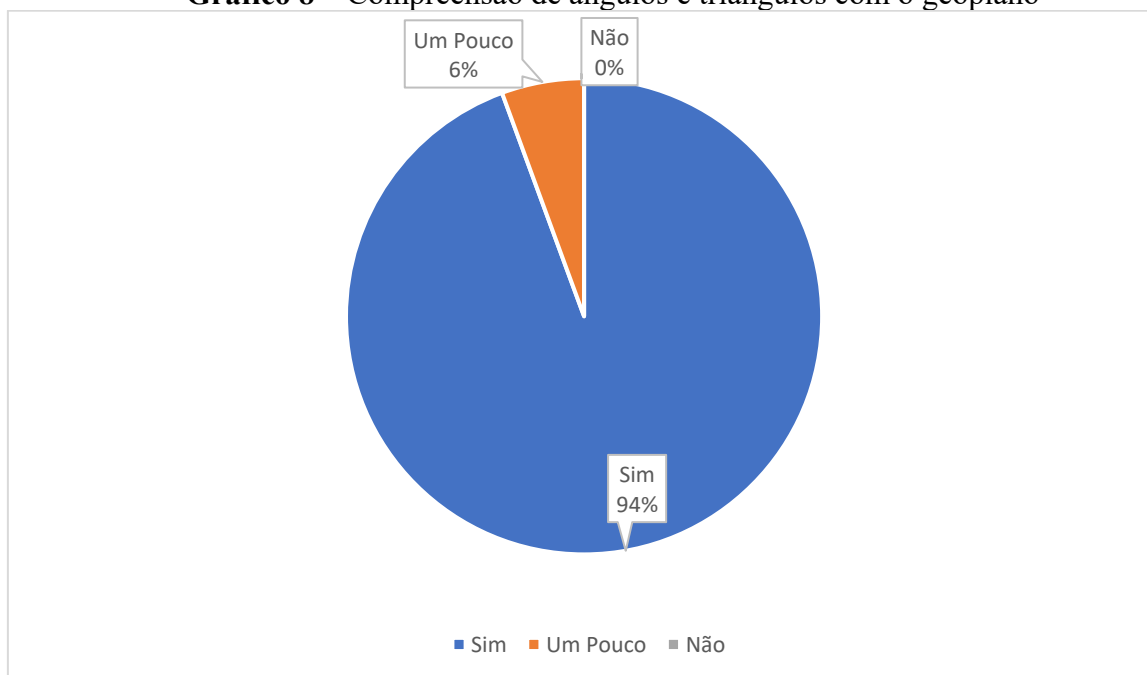
Gráfico 7 – Facilidade na compreensão das figuras geométricas



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Esses dados evidenciam uma aceitação quase unânime do geoplano, uma vez que a maioria absoluta dos alunos afirmou que o material facilitou a compreensão das figuras geométricas. Apenas um aluno indicou que o recurso ajudou “um pouco”, e não houve nenhuma resposta negativa. Esse resultado sugere que o geoplano cumpriu seu papel como instrumento mediador da aprendizagem, favorecendo a visualização e a construção das figuras de forma concreta. Esse dado é particularmente relevante no contexto do ensino de Geometria, área frequentemente marcada por dificuldades relacionadas à abstração e à visualização espacial. O uso do geoplano possibilitou aos alunos manipular, construir e observar as figuras geométricas, o que contribuiu para a formação de imagens mentais mais consistentes e para a compreensão das propriedades envolvidas. Aliás, a unanimidade das respostas positivas ou parcialmente positivas indica que o geoplano atendeu a diferentes perfis de aprendizagem presentes na turma, mostrando-se um recurso acessível e inclusivo. Mesmo para o aluno que indicou compreensão parcial, o material ainda foi reconhecido como um elemento facilitador, ainda que em menor grau.

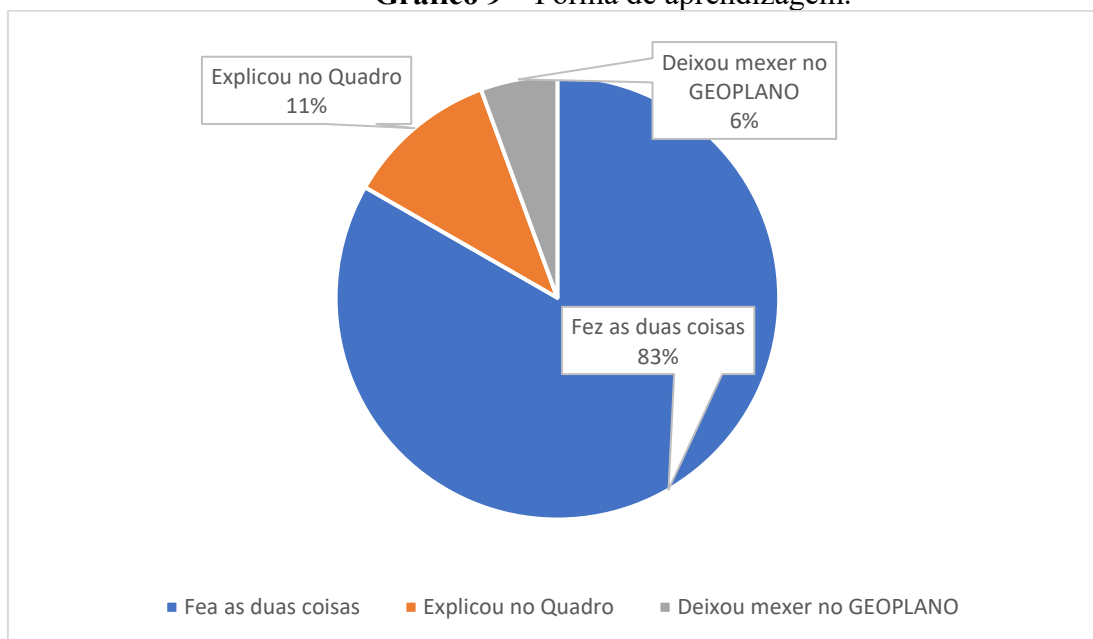
O Gráfico 8 mostra as respostas da Décima Primeira Pergunta “O Geoplano te ajudou a compreender melhor o que é ângulos e triângulos?”.

Gráfico 8 – Compreensão de ângulos e triângulos com o geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas evidencia uma avaliação amplamente positiva do uso do geoplano, uma vez que praticamente todos os alunos afirmaram que o material contribuiu para a compreensão de ângulos e triângulos. Apenas um aluno indicou que o geoplano ajudou “um pouco”, e não houve nenhuma resposta negativa. Esse dado é particularmente relevante, pois ângulos e triângulos são conteúdos que, tradicionalmente, apresentam dificuldades de compreensão quando abordados de forma excessivamente abstrata. O uso do geoplano possibilitou aos alunos construir, manipular e visualizar esses elementos geométricos, favorecendo a compreensão de suas propriedades e relações de maneira concreta e significativa.

O Gráfico 9 mostra as respostas da Décima Segunda Pergunta “Você aprendeu melhor quando o(a) professor(a):”.

Gráfico 9 – Forma de aprendizagem.

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Esses dados evidenciam uma forte predominância da articulação entre explicação teórica e atividade prática, indicando que a combinação entre a mediação docente tradicional e o uso de material manipulável foi percebida pelos alunos como a estratégia mais eficaz para a aprendizagem. A elevada porcentagem de alunos que valoriza a integração entre teoria e prática reforça a importância do papel do professor como mediador do conhecimento, responsável por orientar, sistematizar e dar significado às atividades realizadas com o geoplano. Ao mesmo tempo, os percentuais menores associados às opções isoladas (apenas explicação no quadro ou apenas manipulação do material) sugerem que nenhuma dessas estratégias, quando utilizada de forma exclusiva, é suficiente para atender plenamente às necessidades de aprendizagem da turma.

O Quadro 52 mostra as respostas da Décima Terceira Pergunta “O que você mais gostou nas aulas com o Geoplano?”.

Quadro 52 – Aspectos positivos das aulas com o geoplano

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Construção de formas geométricas	Satisfação em construir formas geométricas no geoplano	1, 13, 18
Construção de ângulos	Interesse em construir e estudar ângulos	3, 4
Construção de triângulos	Preferência pela construção de triângulos no geoplano	2, 15, 16, 17
Aprendizagem de novas formas	Valorização do aprendizado de novas formas geométricas	6
Observação e atenção às figuras	Interesse em observar e analisar as formas geométricas	7
Aula mais interessante e dinâmica	Percepção de que o geoplano torna a aula mais interessante, divertida e inclusiva	8, 9, 10, 12
Prática de figuras geométricas	Valorização da prática contínua com figuras geométricas	14
Sem preferência / não respondeu	Não identificaram aspectos positivos ou não responderam	5, 11

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas evidencia que a maioria dos alunos destacou a possibilidade de construir e manipular figuras geométricas, especialmente ângulos e triângulos, como o aspecto mais significativo das aulas. Esse resultado indica que o caráter prático e concreto do geoplano favoreceu a participação ativa dos estudantes, permitindo que conceitos geométricos fossem explorados de forma dinâmica e visual. Outro ponto recorrente nas respostas refere-se à percepção de que o uso do geoplano tornou as aulas mais interessantes, dinâmicas e envolventes. Vários alunos ressaltaram que a metodologia adotada contribuiu para tornar a aula mais atrativa e inclusiva, independentemente da experiência prévia com o conteúdo. Esse aspecto é relevante, pois demonstra que o recurso didático favoreceu um ambiente de aprendizagem mais motivador, estimulando o engajamento dos estudantes. Além disso, algumas respostas destacaram a aprendizagem de novas formas geométricas, a prática contínua e a observação das figuras, evidenciando que o geoplano também contribuiu para o desenvolvimento da atenção, da visualização espacial e da compreensão das propriedades geométricas. Esses elementos são fundamentais para a consolidação do pensamento geométrico no Ensino Fundamental.

O Quadro 53 temos as respostas da Décima Quarta Pergunta “O que você não gostou ou achou difícil nas aulas com o Geoplano?”.

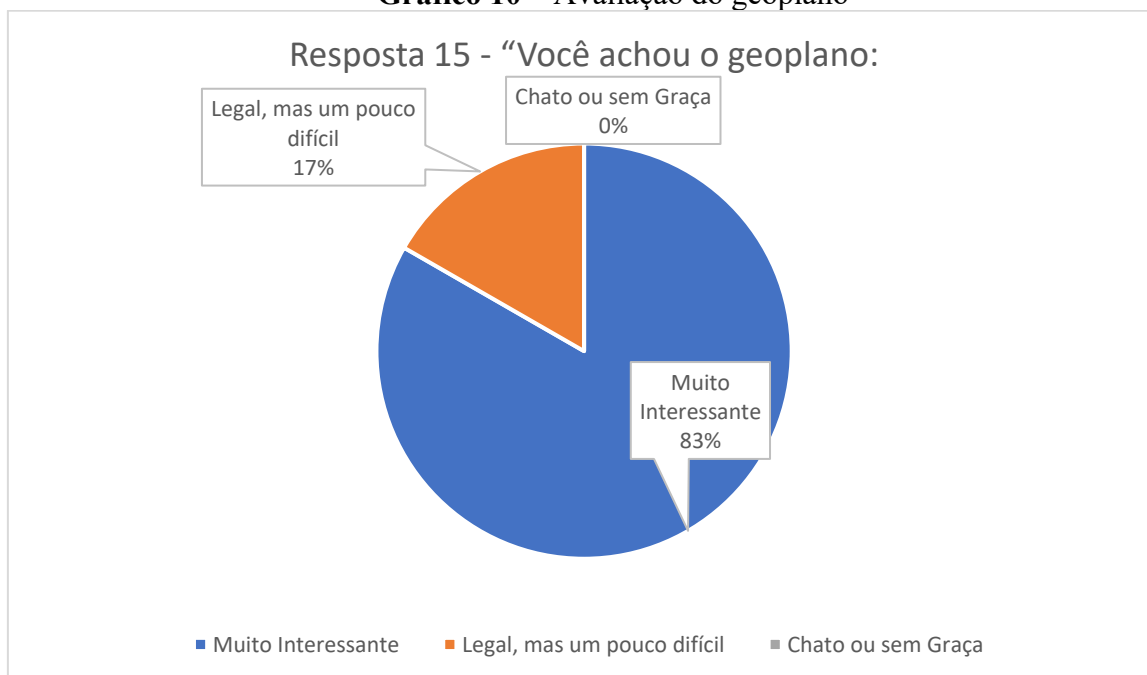
Quadro 53 – Dificuldades nas aulas com o geoplano

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Dificuldade em explicar ou caracterizar formas	Dificuldade em explicar tipos de formas ou caracterizar figuras geométricas	1, 2, 13
Dificuldade conceitual com figuras e triângulos	Dificuldade em compreender formas geométricas ou caracterizar triângulos	9, 15
Dificuldade operacional (uso do material)	Dificuldade no manuseio do geoplano, especialmente dos elásticos	7
Dificuldade com medidas e proporções	Dificuldade em acertar tamanhos corretos das figuras	14
Dificuldade com nomenclatura	Dificuldade em memorizar os nomes das formas geométricas	18
Não gostou da atividade	Manifestação de insatisfação com as atividades	3, 11
Nenhuma dificuldade percebida	Relataram não ter encontrado dificuldades ou afirmaram ter gostado da aula	4, 8, 12, 16, 17
Sem resposta	Não responderam à questão	5, 6

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas evidencia que as dificuldades apontadas se concentram, predominantemente, em aspectos conceituais e de comunicação, tais como explicar os tipos de formas geométricas, caracterizar triângulos e compreender determinadas propriedades das figuras. Essas dificuldades são recorrentes no ensino de Geometria e indicam a necessidade de maior mediação docente, especialmente no que se refere à sistematização conceitual e ao uso da linguagem matemática adequada. Também foram identificadas dificuldades de natureza operacional, relacionadas ao manuseio do material, como o uso dos elásticos e o ajuste correto dos tamanhos das figuras no geoplano. Embora pontuais, essas dificuldades revelam que o trabalho com materiais manipuláveis exige tempo de adaptação e acompanhamento contínuo por parte do professor. Por outro lado, destaca-se que um número significativo de alunos relatou não ter encontrado dificuldades ou afirmou ter gostado das aulas, o que reforça a aceitação positiva do geoplano como recurso didático. As respostas que indicam ausência de dificuldades sugerem que, para a maioria dos estudantes, o geoplano contribuiu para tornar a aprendizagem da Geometria mais acessível, concreta e significativa.

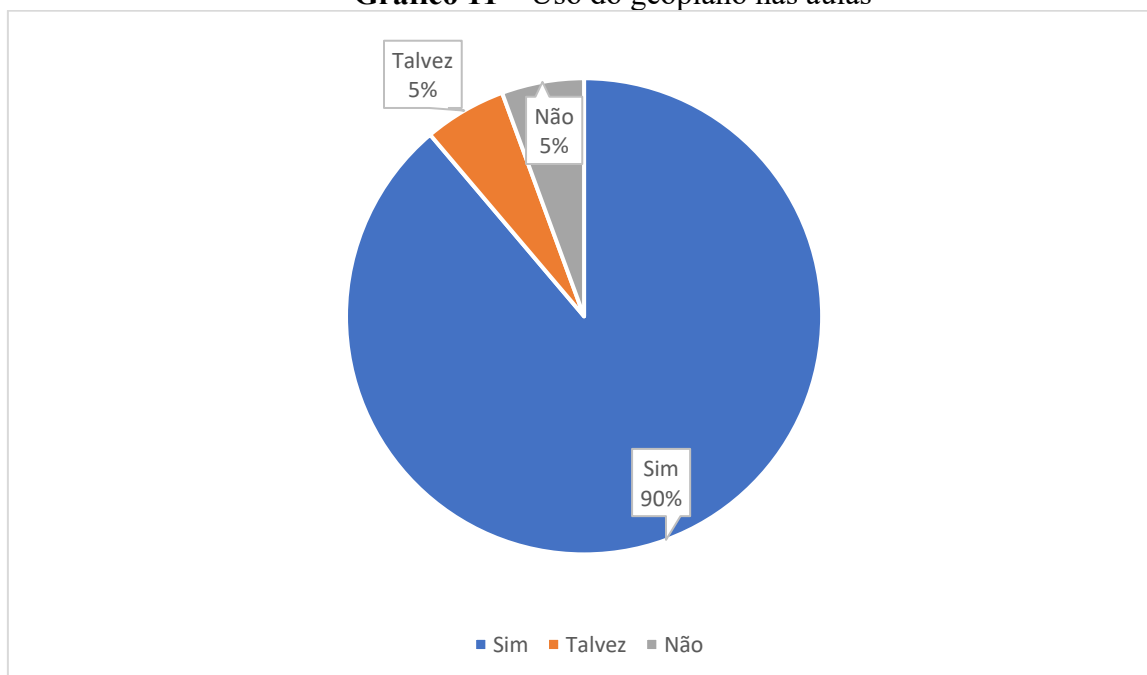
No Gráfico 10 temos as respostas para a Décima Quinta Pergunta “Você achou o geoplano”.

Gráfico 10 – Avaliação do geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Esses dados evidenciam uma avaliação amplamente positiva do geoplano por parte dos alunos. A expressiva maioria que classificou o recurso como “muito interessante” indica alto nível de aceitação, engajamento e interesse gerados pelas atividades desenvolvidas com o material manipulável. A presença de uma parcela menor de alunos que considerou o geoplano “legal, mas um pouco difícil” não configura uma avaliação negativa, mas aponta para a existência de desafios pontuais, possivelmente relacionados à compreensão conceitual ou ao manuseio do material. Ainda assim, essas respostas mantêm uma avaliação globalmente favorável ao recurso. A ausência total de respostas negativas (“chato” ou “sem graça”) é um aspecto relevante, pois demonstra que o geoplano não foi rejeitado por nenhum aluno, reforçando seu potencial como recurso motivador no ensino de Geometria. Esse resultado confirma que o uso do geoplano contribuiu para tornar as aulas mais atrativas e diferenciadas em relação às práticas tradicionais.

No Gráfico 11 temos as respostas da Décima Sexta Pergunta “Você acha que o Geoplano deveria ser usado com mais frequência nas aulas?”.

Gráfico 11 – Uso do geoplano nas aulas

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Esses dados evidenciam uma aceitação amplamente majoritária do geoplano como recurso didático a ser incorporado de forma mais frequente no processo de ensino. A elevada porcentagem de respostas afirmativas indica que os alunos reconheceram o potencial do geoplano para favorecer a compreensão dos conteúdos, tornar as aulas mais dinâmicas e estimular o interesse pela Matemática. A presença pontual das respostas “talvez” e “não” revela que, embora a avaliação geral seja positiva, existem diferentes percepções entre os alunos, o que é esperado em um grupo heterogêneo. Ainda assim, essas respostas representam uma parcela reduzida da amostra e não comprometem a tendência predominante favorável ao uso contínuo do recurso.

O Quadro 54 mostra as respostas da Décima Sétima Pergunta “Que outras atividades você gostaria de fazer com o Geoplano?”.

Quadro 54 – Sugestões de atividades com o geoplano

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Criação de novas figuras geométricas	Interesse em criar figuras, formas diferentes e variações geométricas	5, 7, 8, 12, 13, 17, 18
Exploração de formas geométricas	Desejo de continuar trabalhando apenas com formas geométricas	1, 16
Ampliação de conteúdos de Geometria Plana	Interesse em estudar outros conceitos da Geometria Plana, como área, perímetro e simetria	9, 10
Outros conteúdos matemáticos	Interesse em trabalhar conteúdos além da Geometria, como contas, frações e proporções	3, 14
Atividades lúdicas / mais atividades	Desejo por mais atividades ou jogos com o geoplano	2
Manutenção das atividades já realizadas	Preferência por continuar apenas com as atividades já trabalhadas	4
Pouco interesse em novas atividades	Não demonstraram interesse em ampliar as atividades com o geoplano	11, 15
Sem resposta	Não responderam à questão	6

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A apreciação das respostas evidencia que a maioria dos alunos manifestou interesse na criação de novas figuras geométricas e na exploração de formas diferentes, indicando que o geoplano despertou curiosidade e engajamento. Esse resultado sugere que o recurso favoreceu uma postura ativa dos estudantes, incentivando a experimentação, a criatividade e a ampliação das construções geométricas realizadas durante o projeto. Observa-se também a presença de respostas que apontam para a ampliação dos conteúdos da Geometria Plana, como área, perímetro e simetria, bem como menções a outros conteúdos matemáticos, como frações e proporções. Esses dados evidenciam o potencial do geoplano para ser utilizado como recurso pedagógico em diferentes eixos da Matemática, extrapolando os conteúdos inicialmente trabalhados na intervenção. Além disso, algumas respostas indicam a preferência por manter as atividades já realizadas ou demonstram menor interesse em novas propostas, o que revela a diversidade de perfis e expectativas dos alunos. Ainda assim, a predominância de respostas favoráveis à ampliação das atividades reforça a aceitação positiva do geoplano e sua relevância como recurso didático.

O Quadro 55 as respostas da Décima Oitava Pergunta “O que você aprendeu de novo ou diferente com o uso do Geoplano?”.

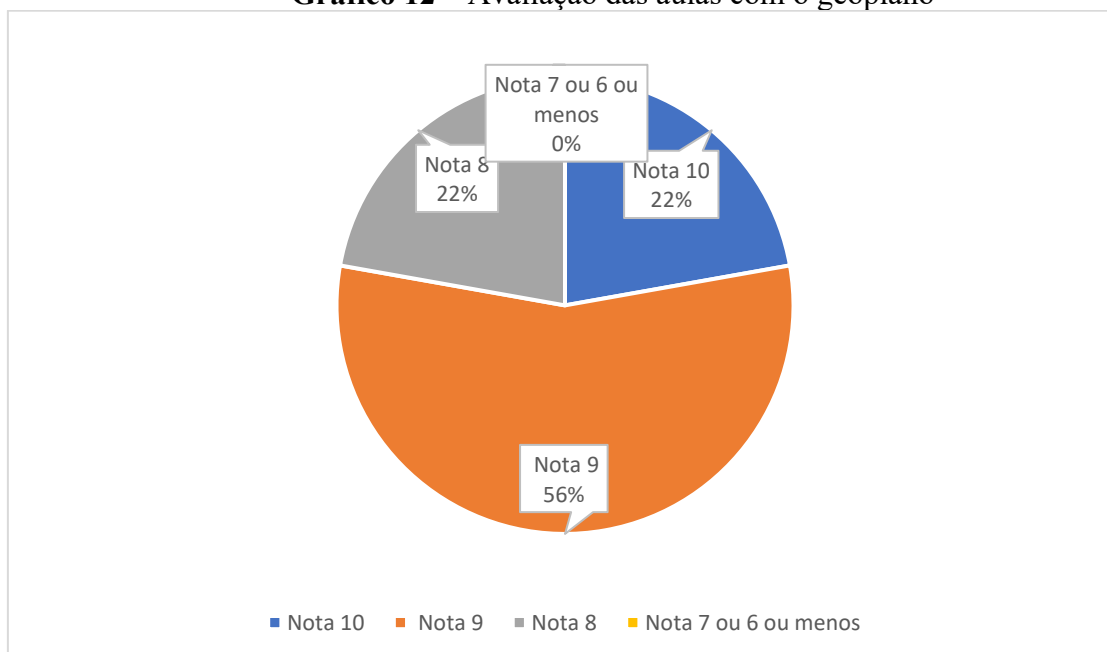
Quadro 55 – Aprendizagens com o uso do geoplano

Categoria temática	Ideias centrais das respostas	Alunos
Aprendizagem de formas e figuras geométricas	Aprendizagem relacionada a formas e figuras geométricas em geral	1, 6, 8, 9, 13, 17
Aprendizagem de ângulos e triângulos	Ênfase na construção e compreensão de ângulos e triângulos	3, 4, 14, 15, 16
Visualização e representação geométrica	Melhora na visualização e na representação das figuras geométricas	7, 18
Ampliação do vocabulário e dos elementos geométricos	Aprendizagem de conceitos como lados, vértices, tamanhos e propriedades geométricas	14
Aprendizagem como experiência pessoal	Reconhecimento da aprendizagem como algo dependente da experiência individual	2, 10
Nenhuma aprendizagem percebida	Declararam não ter aprendido algo novo ou diferente	11, 12
Sem resposta	Não responderam à questão	5

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

A análise das respostas evidencia que a maioria dos alunos associa as aprendizagens adquiridas ao estudo de formas e figuras geométricas, bem como à compreensão e construção de ângulos e triângulos, conteúdos centrais trabalhados ao longo do projeto. Esse resultado indica que o geoplano contribuiu para tornar esses conceitos mais concretos e acessíveis, favorecendo a compreensão por meio da visualização e da manipulação. Outro aspecto relevante refere-se à melhoria da visualização e da representação geométrica, mencionada por alguns alunos. Esse dado é significativo, pois a dificuldade de visualização espacial é frequentemente apontada como um dos principais obstáculos no ensino de Geometria. Assim, o uso do geoplano mostrou-se eficaz ao auxiliar os estudantes na formação de imagens mentais e na interpretação das propriedades das figuras geométricas. Além disso, algumas respostas indicam a ampliação do vocabulário geométrico e a compreensão de elementos como lados, vértices, tamanhos e propriedades das figuras, o que demonstra avanços no domínio conceitual da Geometria Plana. Observa-se também o reconhecimento de que a aprendizagem é uma experiência subjetiva, dependente da vivência individual de cada aluno, aspecto evidenciado por respostas que ressaltam o caráter pessoal do aprendizado.

No Gráfico 12 temos as respostas da Décima Nona Pergunta “Se pudesse dar uma nota para as aulas com o Geoplano, qual seria?”.

Gráfico 12 – Avaliação das aulas com o geoplano

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Esses dados evidenciam um alto nível de aprovação das aulas com o geoplano, uma vez que 100% dos alunos atribuíram notas iguais ou superiores a 8. A predominância das notas 9 e 10 indica elevada satisfação dos estudantes em relação à metodologia adotada, ao recurso utilizado e à forma como as atividades foram conduzidas. A ausência de notas inferiores reforça que o uso do geoplano foi bem aceito pela totalidade da turma, não havendo manifestações de insatisfação significativa. Mesmo as notas 8, embora mais baixas em relação às demais, ainda representam uma avaliação positiva do projeto, podendo estar associadas a dificuldades pontuais ou preferências individuais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos registros das observações e das entrevistas revelou que os alunos começaram a compreender o papel da geometria em seu cotidiano, identificando figuras, formas e proporções em elementos do ambiente escolar, nas construções urbanas e nos objetos do dia a dia. Essa percepção evidencia que o aprendizado extrapolou o espaço da sala de aula, tornando-se funcional e significativo. D'Ambrosio (2007) ressalta que a matemática precisa ser apresentada como um instrumento de leitura e transformação da realidade, e não como uma linguagem inacessível e fria. O ensino contextualizado possibilita que o aluno atribua sentido ao conteúdo, conectando-o a experiências reais. Assim, o uso do geoplano contribuiu não apenas para o aprendizado técnico, mas para o desenvolvimento de uma postura crítica e reflexiva diante da matemática e de seu papel social.

Outro ponto relevante emergido da análise foi a ressignificação da imagem da Matemática no imaginário dos alunos. O uso do geoplano proporcionou uma nova relação afetiva com o conhecimento geométrico, marcada por curiosidade e encantamento. Freire (2001) afirma que ninguém aprende sob o peso da opressão, mas sob a luz da curiosidade e da liberdade. Essa afirmação ganha força quando se observa o entusiasmo dos estudantes ao explorar as figuras no geoplano, perceber simetrias e compreender conceitos que antes lhes pareciam inatingíveis. Lorenzato (2006) destaca que a manipulação concreta desperta o prazer cognitivo, pois transforma a aprendizagem em descoberta. Nesse contexto, o geoplano atuou como uma ferramenta libertadora, aproximando o aluno da matemática de forma sensível e humanizada.

Os resultados indicam também que o uso do geoplano potencializou o desenvolvimento da linguagem matemática. Durante as discussões em grupo e as apresentações coletivas, os alunos passaram a utilizar termos técnicos com maior precisão, como vértices, diagonais, paralelismo e ângulos congruentes, demonstrando domínio progressivo da terminologia geométrica. Segundo Vygotsky (1991), o desenvolvimento do pensamento é indissociável do desenvolvimento da linguagem, e esta é a via pela qual o conhecimento se torna consciente. Libâneo (2013) complementa que a linguagem científica é um instrumento de mediação entre o sujeito e o mundo, e sua apropriação é fundamental para o aprendizado formal. Dessa forma, o geoplano se configurou como um instrumento que possibilitou ao aluno não apenas aprender, mas comunicar o pensamento matemático com clareza e segurança.

A experiência da intervenção revelou, ainda, que o geoplano favoreceu a personalização da aprendizagem. Os alunos puderam explorar os conceitos em seu próprio ritmo, testando

hipóteses e reconstruindo figuras conforme suas necessidades cognitivas. Piaget (1975) observa que existe continuidade funcional na vida mental, apesar das diferenças qualitativas das estruturas sucessivas. Moreira (2012) reforça que a aprendizagem significativa respeita a individualidade do aluno, valorizando suas experiências e estilos de aprendizagem. A flexibilidade do geoplano, ao permitir múltiplas estratégias de resolução, adaptou-se a essa diversidade, garantindo que todos pudessem progredir de maneira autônoma e confiante.

As observações também mostraram que os alunos desenvolveram uma atitude investigativa, típica da cultura científica. Ao questionar, comparar resultados e buscar justificativas para as relações geométricas observadas, os estudantes passaram a atuar como pesquisadores. Segundo Moran (2015), a educação que transforma é aquela que desperta o aluno para a pesquisa, a dúvida e o pensamento crítico. Essa característica investigativa foi fortalecida pelo caráter aberto das atividades com o geoplano, que não exigiam respostas únicas, mas promoviam o raciocínio criativo. Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam que o ensino da geometria deve estimular a formulação de conjecturas e o pensamento lógico, preparando o aluno para enfrentar problemas complexos com autonomia.

No plano da prática pedagógica, a intervenção com o geoplano provocou mudanças significativas na atuação do professor. A postura docente deixou de ser a de mero transmissor de conteúdos para se tornar mediador e facilitador da aprendizagem. Libâneo (2013) ressalta que ensinar é organizar condições para que o aluno construa o conhecimento de maneira ativa e participativa. Thiollent (2011) complementa que a pesquisa-ação permite ao professor refletir sobre sua própria prática, aprimorando continuamente o processo educativo. A experiência com o geoplano mostrou que o professor, ao adotar uma postura investigativa e dialógica, consegue aproximar-se mais dos alunos, compreender suas dificuldades e atuar de forma mais significativa e humanizadora.

Os resultados obtidos também revelam que o uso do geoplano ampliou a compreensão dos alunos sobre a relação entre teoria e prática. Antes da intervenção, a geometria era vista como um conjunto de fórmulas abstratas e desconectadas da realidade. Após as atividades, os alunos demonstraram compreender que cada expressão matemática representa uma relação concreta entre formas e medidas. Lorenzato (2006) observa que o conhecimento geométrico se consolida quando o aluno percebe a coerência entre o conceito e sua representação visual. D'Ambrosio (2007) acrescenta que essa coerência é essencial para uma educação matemática crítica, que forma cidadãos capazes de interpretar e transformar o mundo. Assim, o geoplano contribuiu para reintegrar o conteúdo matemático ao contexto de vida dos estudantes, fortalecendo sua função social e cultural.

A análise comparativa entre os registros iniciais e finais mostrou um avanço significativo no desempenho dos alunos, tanto em termos conceituais quanto atitudinais. O percentual de acertos em atividades envolvendo ângulos e suas classificações e triângulos e suas classificações e pontos notáveis, por exemplo, aumentou expressivamente após a intervenção. Mais importante, contudo, foi a mudança na postura diante da disciplina: alunos que antes se consideravam “incapazes” passaram a se sentir competentes e confiantes. Segundo Ausubel (2003, p. 44),

na aprendizagem significativa do que na por memorização, pois nesta variedade aquilo que se aprende não se pode relacionar de forma não-arbitrária a quaisquer ideias da estrutura cognitiva do aprendiz e, logo, apenas se consegue reter durante curtos períodos de tempo à força de muita repetição. Esse avanço atitudinal reforça o poder transformador da prática pedagógica baseada na ação, na reflexão e na experimentação.

A partir dos resultados, torna-se evidente que o geoplano promoveu um ambiente de aprendizagem dialógico, interativo e inclusivo. Os alunos construíram juntos o conhecimento, e o professor atuou como orientador de um processo compartilhado. Vygotsky (1991) afirma que a cooperação entre os pares eleva o nível de desenvolvimento intelectual de cada indivíduo, pois o aprendizado precede e impulsiona o desenvolvimento. Freire (2001) acrescenta que a educação só é libertadora quando envolve diálogo e reconhecimento do outro como sujeito. Assim, o geoplano transcendeu a dimensão técnica e assumiu uma função social e formadora, fortalecendo os laços entre os participantes e a confiança coletiva na aprendizagem.

A reflexão sobre os resultados evidencia que o uso do geoplano no ensino da geometria não se restringe a uma inovação metodológica, mas constitui uma mudança de paradigma educacional. Ao articular teoria e prática, ação e reflexão, o recurso promoveu a concretização dos princípios construtivistas e histórico-culturais. Segundo Libâneo (2013,), a verdadeira inovação pedagógica é aquela que transforma a relação entre o sujeito e o conhecimento, tornando-a dialógica e emancipadora. D'Ambrosio (2007) complementa que ensinar matemática é ensinar a pensar criticamente, e isso só é possível quando o aluno é reconhecido como produtor de saber. Assim, conclui-se que o geoplano não apenas favorece a aprendizagem dos conceitos geométricos, mas também forma sujeitos autônomos, críticos e criativos, alinhados a uma educação transformadora e humanizadora.

A discussão dos resultados também revela o quanto a proposta do geoplano está em consonância com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especialmente no que se refere à formação integral do estudante. A BNCC defende que o ensino da Matemática deve promover a resolução de problemas e o desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais. Nesse sentido, o uso do geoplano se alinha à proposta de uma aprendizagem

ativa, na qual o estudante é protagonista de seu processo formativo. De acordo com Silva (2018), a BNCC resgata discursos antigos de inovação, mas ainda carece de práticas que materializem a interdisciplinaridade e a contextualização prometidas. A intervenção pedagógica com o geoplano, portanto, representa uma tentativa de concretizar o que a BNCC propõe teoricamente: o ensino que articula raciocínio, criatividade e criticidade.

A experiência revelou também que o uso do geoplano estimulou o protagonismo discente, permitindo que os alunos assumissem papéis de investigadores e produtores de conhecimento. Durante as atividades, os estudantes formularam hipóteses, confrontaram ideias e chegaram a conclusões próprias, o que fortaleceu a autonomia intelectual. Para Aguiar e Dourado (2018), a BNCC, ao enfatizar competências e habilidades, aponta para a necessidade de metodologias que formem sujeitos críticos e não meros reprodutores de informações. Essa perspectiva se confirmou na prática: ao construir figuras geométricas no geoplano, os alunos deixaram de ser espectadores da aula para se tornarem autores do próprio aprendizado, vivenciando uma aprendizagem significativa, colaborativa e libertadora.

Outro resultado observado foi a melhoria da autoestima e da motivação dos alunos em relação à Matemática. Muitos deles, que anteriormente demonstravam resistência ou medo da disciplina, passaram a se engajar de forma espontânea nas atividades com o geoplano. Essa mudança atitudinal é coerente com a visão humanizadora de Freire (2001), para quem ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua produção. Ao vivenciarem o prazer de compreender, os estudantes sentiram-se capazes e valorizados, fortalecendo a confiança em suas próprias capacidades cognitivas. Essa transformação emocional constitui um indicador importante de aprendizagem significativa, pois, como observa Moreira (2012), a motivação é um elemento indispensável para a consolidação do conhecimento.

A abordagem com o geoplano também evidenciou o potencial da geometria como ferramenta de inclusão. Alunos com dificuldades de aprendizagem, que tradicionalmente se isolavam nas aulas expositivas, passaram a participar ativamente quando puderam manipular o material. A geometria inclusiva depende da flexibilidade metodológica e do uso de recursos que ampliem as possibilidades sensoriais dos estudantes”. Essa constatação reforça o papel do geoplano como instrumento democrático, que rompe com o paradigma elitista do ensino matemático e garante a todos os alunos o direito de aprender com dignidade. Assim, a inclusão escolar se realiza não apenas por meio de políticas públicas, mas principalmente por meio de metodologias que reconhecem a diversidade como riqueza pedagógica.

No plano da prática docente, a utilização do geoplano provocou reflexões profundas sobre o papel do professor como mediador. Observou-se que o educador precisou reorganizar

o tempo, a disposição da sala e a dinâmica da aula para favorecer o diálogo e a experimentação. Libâneo (2013) afirma que o professor é um organizador da aprendizagem e um agente de mediação, não um transmissor de conteúdos prontos. Ao adotar uma postura investigativa, o docente se aproximou dos alunos e aprendeu com eles, vivenciando também um processo de formação continuada. Essa interação reafirma a concepção de Vygotsky (1991), segundo a qual o conhecimento emerge da relação dialógica entre sujeitos em diferentes níveis de desenvolvimento.

Os dados apontam ainda que o uso do geoplano ampliou as possibilidades de interdisciplinaridade, aproximando a Matemática de outras áreas do conhecimento. Durante a intervenção, foi possível estabelecer conexões com a Arte, ao discutir formas e simetrias; com a Geografia, ao abordar coordenadas e escalas; e até com a História, ao resgatar o contexto de criação do geoplano e sua importância no ensino moderno. Para Aguiar e Dourado (2018), a interdisciplinaridade é uma das dimensões mais negligenciadas nas políticas educacionais, embora seja essencial para a formação integral. O geoplano, ao proporcionar uma aprendizagem visual e exploratória, facilitou o diálogo entre disciplinas, tornando o saber matemático mais acessível e significativo.

Os resultados também indicaram um fortalecimento da aprendizagem colaborativa. Os alunos, organizados em grupos, compartilharam estratégias, negociaram soluções e aprenderam com os erros dos colegas. Essa cooperação é coerente com o que Vygotsky (1991) denomina zona de desenvolvimento proximal, isto é, o espaço entre o que o aluno consegue fazer sozinho e o que pode realizar com ajuda. O geoplano, ao estimular a troca entre pares, funcionou como um mediador coletivo da aprendizagem. Lorenzato (2006) complementa que a geometria é um campo privilegiado para o desenvolvimento do raciocínio coletivo, pois exige observação, comparação e argumentação. Assim, o trabalho em grupo contribuiu tanto para o avanço cognitivo quanto para a construção de habilidades socioemocionais.

A intervenção também revelou a necessidade de repensar a avaliação no ensino da Matemática. O uso do geoplano mostrou que o aprendizado não se resume à memorização de fórmulas, mas envolve processos de experimentação, reflexão e comunicação. Segundo Perrenoud (1999), avaliar é compreender o percurso do aluno, não apenas medir seus resultados. Ao observar o processo de construção das figuras e a argumentação dos alunos, o professor pôde avaliar não apenas o produto final, mas o desenvolvimento do raciocínio. Essa mudança de paradigma avaliativo é coerente com a BNCC, que propõe a valorização das competências e não apenas do desempenho quantitativo (Brasil, 2018). Dessa forma, o geoplano também contribui para uma avaliação formativa e inclusiva.

Outra descoberta significativa foi o impacto da metodologia no desenvolvimento da criatividade. As atividades com o geoplano estimularam os alunos a experimentarem formas novas e a criarem padrões próprios, fugindo da rigidez das soluções únicas. Sternberg (2006) afirma que a criatividade é uma competência cognitiva que se aprende e se desenvolve na interação com o ambiente. Nesse sentido, o geoplano atua como uma ponte entre a imaginação e a lógica, permitindo que o aluno perceba a matemática como uma linguagem expressiva. Essa abordagem lúdica e criativa favoreceu o engajamento e a compreensão conceitual, confirmando que o ensino da Matemática pode ser simultaneamente rigoroso e prazeroso.

Os registros da intervenção mostraram também que o uso do geoplano favorece a aprendizagem ativa e a autorregulação do conhecimento. Os alunos foram incentivados a observar seus próprios erros e reformular suas estratégias, tornando-se responsáveis por seu progresso. Piaget (1975) argumenta que o erro é parte integrante da aprendizagem, pois é através dele que o sujeito reconstrói o conhecimento. Essa visão foi confirmada na prática: ao errar e corrigir no geoplano, os estudantes compreenderam a natureza dinâmica do aprender. Essa autonomia reforça o papel do aluno como sujeito ativo e não passivo do processo educativo.

O uso do geoplano também revelou a importância da afetividade no processo de ensino-aprendizagem. O ambiente de confiança e acolhimento criado durante as atividades favoreceu a participação e reduziu a ansiedade matemática, fenômeno comum entre alunos do ensino fundamental. A emoção é a base sobre a qual se constrói a inteligência. Portanto, o vínculo afetivo entre professor e alunos foi determinante para o sucesso da intervenção. Freire (2001) complementa que ensinar é um ato de amor, e o amor se manifesta no respeito à curiosidade e às limitações do outro. Essa dimensão afetiva reforçou o caráter humanizador do uso do geoplano.

As observações também permitiram identificar que a introdução do geoplano contribuiu para a diminuição das desigualdades de aprendizagem dentro da turma. Alunos com níveis distintos de desempenho puderam interagir, trocar experiências e aprender em conjunto, reduzindo a distância entre os que tinham maior e menor domínio dos conteúdos. A equidade educacional não se alcança apenas por meio de políticas amplas, mas pela adoção de práticas pedagógicas inclusivas em sala de aula. O geoplano, por promover o diálogo e a colaboração, mostrou-se uma ferramenta de democratização do saber, permitindo que todos os alunos tivessem oportunidades reais de aprender.

A análise dos depoimentos colhidos ao final da intervenção revelou que os alunos passaram a perceber a Matemática como algo possível e prazeroso. Muitos declararam que

“descobriram a geometria com as mãos”, expressão que sintetiza a essência da aprendizagem significativa. Essa mudança de percepção confirma a tese de Ausubel (2003), de que o conhecimento só é incorporado de forma duradoura quando faz sentido para o sujeito. O geoplano, ao transformar a abstração em experiência concreta, deu vida aos conceitos geométricos, tornando o conteúdo memorável e funcional.

A reflexão sobre a experiência permitiu concluir que o uso do geoplano vai além de uma inovação didática: ele representa uma ruptura epistemológica com o modelo tradicional de ensino. Segundo Silva (2018), a BNCC se apoia em um discurso de modernização que muitas vezes não se traduz em prática. No entanto, o geoplano concretiza essa modernização ao materializar os princípios da aprendizagem ativa e da construção do saber. Essa coerência entre teoria e prática constitui o maior avanço da intervenção, pois demonstra que é possível transformar as diretrizes curriculares em ações pedagógicas efetivas.

Em termos de contribuição científica, este estudo reforça a importância da mediação pedagógica e dos materiais manipuláveis na formação do pensamento geométrico. Lorenzato (2006) observa que os materiais concretos são pontes entre o real e o abstrato, permitindo ao aluno construir significados. O geoplano se enquadra exatamente nessa definição, atuando como elo entre o conceito e a ação. A experiência confirmou que a aprendizagem é mais sólida quando envolve o corpo, a mente e o afeto, e que a geometria, quando ensinada de forma viva, torna-se um instrumento de emancipação intelectual.

A análise dos resultados evidencia que a implementação de metodologias inovadoras como o geoplano exige uma mudança de mentalidade pedagógica. Não se trata apenas de substituir instrumentos, mas de reconstruir a relação entre professor, aluno e conhecimento. Freire (2001) resume esse princípio ao afirmar que ensinar exige disponibilidade para o diálogo e humildade para aprender com o outro. Essa postura transformadora foi o alicerce da intervenção e deve orientar futuras práticas educativas.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Márcia Angela da S.; DOURADO, Luiz Fernandes (org.). **A BNCC na contramão do PNE 2014–2024: avaliação e perspectivas**. Recife: ANPAE, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *ABNT NBR 14724:2023: informação e documentação — trabalhos acadêmicos — apresentação*. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimento: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Paralelo, 2003.

AZEVEDO SOUSA, G. G. S. de. O geoplano como recurso metodológico no ensino de áreas de figuras planas: uma experiência durante o estágio obrigatório com alunos do 8º ano do ensino fundamental. **CoInspiração – Revista dos Educadores do Mato Grosso**, v. 3, p. 45–60, 2024.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 1. ed. Lisboa: Edições 70, 2016.

BARROS, Janilson Silva de; ANDRADE, Alexandra Nascimento de; NEGRÃO, Felipe da Costa; GONÇALVES, Carolina Brandão. Geometria plana com GeoGebra: intervenção pedagógica com alunos do Ensino Fundamental II. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 4, p. 1–19, 2021.

BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. **Aprova o Plano Nacional de Educação (PNE) e dá outras providências**. Brasília, DF: Presidência da República, 2014.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2023**. Brasília, DF: INEP, 2023.

CAMPOS, Lígia Maria de. **Aplicação de conceitos iniciais de trigonometria, de forma interdisciplinar, por meio de exemplos topográficos**. 2024. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de São Paulo (IFSP), São Paulo, 2024.

COSTA, Dailson Evangelista; PEREIRA, Marcos José; MAFRA, José Ricardo e Souza. Geoplano no ensino de matemática: alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. **Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 7, n. 13–14, p. 43–52, 2010–2011.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 14. ed. Campinas: Papirus, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. São Paulo: Ática, 2010.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

DEWEY, John. **Experiência e educação**. Tradução de Anísio Teixeira. 3. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979.

DUARTE CASTILLO, Ana. El geoplano: una alternativa para mejorar la enseñanza de la geometría. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 26, p. 523–531, 2013.

FERNANDES, Roberta Siqueira; MORENO, Angela Leite. Investigações no processo de ensino-aprendizagem de polígonos regulares com o uso do geoplano. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v. 6, n. 1, 2018.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREIRE, Fernando de Oliveira; OLIVEIRA, Marcelo Nascimento de Moraes; CAVALCANTE, Maria da Paz; CAVALCANTE NETO, Valentim Alves. Trabalhando tópicos da geometria com o auxílio do geoplano: uma experiência com alunos do sexto ano do ensino fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. 1, p. e2005, 25 mar. 2021.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas: a teoria na prática**. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

KOLB, David A. **Aprendizagem experiencial: a experiência como fonte de aprendizagem e desenvolvimento**. São Paulo: Prentice-Hall, 1984.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.

MACHADO, P. F. **Fundamentos de geometria plana**. – Belo Horizonte: CAED-UF, 2012.

MALHEIRO, J. M. S.; FERNANDES, P. O recurso ao trabalho experimental e investigativo: percepções de professores de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 20, n. 1, p. 79-96, 2015.

MARQUES, Ana Beatriz Lopes; BRABO, Madson Sanches; LACERDA, Alan Gonçalves. Abordagem de área de figuras geométricas planas no ensino fundamental por meio do

geoplano. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, São Paulo, v. 10, n. 6, p. 596–615, jun. 2024.

MONTSSORI, Maria. **Mente Absorvente**. Tradução de Wilma Freitas Ronald de Carvalho). Rio de Janeiro: Nórdica, 1949.

MORAN, José. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda**. 2015. Disponível em: https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/metodologias_moran1.pdf. Acesso em: 13 jan. 2026.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2012.

MOREIRA, Marília Maia; SILVA, Amsranon Guilherme Felício Gomes da; ALVES, Francione Charapa (org.). **O ensino de matemática na educação contemporânea: o devir entre a teoria e a práxis**. Iguatu: Quipá Editora, 2021.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. – Rio de Janeiro: SBM, 2013. 442 p. (Coleção PROFMAT; 09) ISBN 978-85-8581893-7

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo: SBEM-SP, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglion. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. 3. ed. São Paulo: Scipione, 1992.

PERRENOUD, Philippe. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas**. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. **A psicogênese dos conhecimentos**. In: ____ Epistemologia genética. São Paulo: Martins Fontes, 1990

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SHAILESH, Shirali. **Lattice Point Geometry**. Bangalore: Azim Premji University, 2019. Disponível em: https://publications.azimpremjiuniversity.edu.in/3160/1/01-shailesh_latticepointgeometry-i_final.pdf. Acesso em: 02 abr. 2026.

SILVA, Mônica Ribeiro da. A BNCC da reforma do ensino médio: o resgate de um empoeirado discurso. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 34, e214130, 2018.

STERNBERG, Robert J. **A nova psicologia da inteligência**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Responsáveis)

Prezado(a) Senhor(a): _____

Solicitamos autorização para realização de uma pesquisa integrante do Trabalho de Conclusão de Curso, modalidade Dissertação, do acadêmico: Jocimar Freire Fontinele, orientado pela Professora Doutora Sandra Imaculada Moreira Neto.

Salientamos que todos os dados e informações necessárias para a pesquisa serão previamente submetidos à aprovação do responsável. Todas as informações coletadas serão utilizadas apenas para fins acadêmicos/científicos, preservando sua identidade. Você poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

A presente atividade é requisito para a conclusão do Curso de **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT**– Câmpus São Luís - MA.

Asseguramos que o nome do estudante não será revelado na publicação das informações.

Agradecemos a atenção e nos colocamos ao inteiro dispor para melhores esclarecimentos.

Jocimar Freire Fontinele

Acadêmico

Assinatura do responsável

APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Aluno(a): _____

Solicitamos autorização para realização de uma pesquisa integrante do Trabalho de Conclusão de Curso, modalidade Dissertação, do acadêmico: Jocimar Freire Fontinele, orientado pela Professora Doutora Sandra Imaculada Moreira Neto.

Salientamos que todos os dados e informações necessárias para a pesquisa serão previamente submetidos à aprovação do responsável. Todas as informações coletadas serão utilizadas apenas para fins acadêmicos/científicos, preservando sua identidade. Você poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

A presente atividade é requisito para a conclusão do Curso de **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT**– Câmpus São Luís - MA.

Asseguramos que o nome do estudante não será revelado na publicação das informações, caso a responsável faça a opção pelo anonimato.

Agradecemos a atenção e nos colocamos ao inteiro dispor para melhores esclarecimentos.

Jocimar Freire Fontinele

Acadêmico

() Com anonimato () Sem anonimato

(Assinatura do menor)

Assinatura do responsável

APÊNDICE C – PRÉ-TESTE

ESCOLA: _____

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR(A): _____

ALUNO(A): _____

TURMA: _____ DATA: _____ / _____ / _____

Primeira Questão – Observe duas semirretas que partem de um mesmo ponto, formando uma figura no plano.

- Como você define um ângulo a partir dessa situação?
- Identifique, na definição apresentada, o que representa o vértice e o que representam os lados do ângulo.
- Cite um exemplo de situação do cotidiano em que seja possível identificar a formação de um ângulo.

Segunda Questão – Considere dois ângulos formados por pares de semirretas com a mesma origem. Um deles mede 35° e o outro mede 120° .

- Qual desses ângulos pode ser classificado como ângulo agudo? Justifique sua resposta.
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um ângulo agudo.

Terceira Questão – Observe a figura formada pelo encontro de duas retas

perpendiculares, semelhante ao canto de uma folha de papel ou de um livro.

- Como esse ângulo pode ser classificado?
- Qual é a medida, em graus, de um ângulo reto?
- Explique, com suas próprias palavras, como é possível identificar um ângulo reto sem utilizar instrumentos de medição.

Quarta Questão – Considere três ângulos cujas medidas são 60° , 95° e 150° .

- Identifique quais desses ângulos são classificados como ângulos obtusos.
- Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um ângulo obtuso.
- Compare um ângulo obtuso com um ângulo reto, destacando a principal diferença entre eles.

Quinta Questão – Observe uma figura plana formada por três segmentos de reta que se encontram dois a dois, delimitando uma região do plano.

- Como essa figura pode ser classificada?

- b) Quais são os elementos que a constituem?
- c) Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo.
- d) Cite um exemplo de objeto ou situação do cotidiano em que seja possível identificar a forma de um triângulo.

Sexta Questão – Considere um triângulo cujos três lados possuem a mesma medida.

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?
- b) O que pode ser afirmado sobre as medidas de seus ângulos internos? Justifique.
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo equilátero.

Sétima Questão – Considere um triângulo que possui dois lados com a mesma medida e um terceiro lado com medida diferente.

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?
- b) O que pode ser afirmado sobre os ângulos opostos aos lados de mesma medida?
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo isósceles.

Oitava Questão – Considere um triângulo cujos três lados possuem medidas diferentes entre si.

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos lados?
- b) O que pode ser afirmado sobre as medidas de seus ângulos internos?
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo escaleno.

Nona Questão – Considere um triângulo que possui um de seus ângulos com medida igual a 90° .

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- b) Qual é o nome dado ao lado oposto ao ângulo reto?
- c) Explique, com suas próprias palavras, quais características permitem identificar um triângulo retângulo.

Décima Questão – Considere um triângulo cujos três ângulos internos possuem medidas menores que 90° .

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- b) Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo acutângulo.
- c) Compare um triângulo acutângulo com um triângulo retângulo, destacando uma diferença fundamental entre eles.

Décima Primeira Questão – Considere um triângulo que possui um de seus ângulos internos com medida maior que 90° .

- a) Como esse triângulo pode ser classificado quanto aos ângulos?
- b) Explique, com suas próprias palavras, o que caracteriza um triângulo obtusângulo.
- c) Compare um triângulo obtusângulo com um triângulo acutângulo, destacando uma diferença essencial entre eles.

Décima Segunda Questão – Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por altura de um triângulo?
- b) A partir de um vértice, como é construída a altura correspondente? Explique.
- c) Quantas alturas um triângulo possui? Justifique sua resposta.

Décima Terceira Questão – Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por mediana de um triângulo?
- b) Descreva como se constrói a mediana relativa a um dos lados do triângulo.
- c) Quantas medianas um triângulo possui?
- d) O que ocorre com as medianas quando são traçadas no mesmo triângulo? Cite o nome do ponto de encontro.

Décima Quarta Questão – Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por mediatriz de um lado de um triângulo?
- b) Descreva como se constrói a mediatriz de um dos lados do triângulo.
- c) Quantas mediatrizes podem ser traçadas em um triângulo?
- d) O que ocorre quando as mediatrizes dos lados de um triângulo são traçadas simultaneamente? Cite o nome do ponto de encontro.

Décima Quinta Questão – Considere um triângulo ABC.

- a) O que se entende por bissetriz de um ângulo interno de um triângulo?
- b) Explique, com suas próprias palavras, como se constrói a bissetriz de um dos ângulos do triângulo.
- c) Quantas bissetrizes internas um triângulo possui?
- d) O que acontece quando as bissetrizes internas de um triângulo são traçadas simultaneamente? Cite o nome do ponto de encontro.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

APÊNDICE D – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Escola Municipal Domingas Antônia Maciel			
Professor: Jocimar Freire Fontinele			
Plano de Aula 01	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA15: Reconhecer e utilizar relações entre ângulos formados por retas, identificando ângulos agudos, retos e obtusos. - EF08MA18: Construir figuras geométricas com uso de instrumentos ou softwares, analisando suas propriedades.			
Objetivo: Compreendendo o conceito de ângulo, identificando vértice, lados e classificações (agudo, reto e obtuso), por meio da manipulação do geoplano.			
Objetos de Aprendizagens: - Conceito de ângulo; - Vértice e lados do ângulo; - Classificação dos ângulos.			
Metodologia: - Aula prática com utilização do material manipulável (geoplano e elásticos), promovendo a investigação e a argumentação oral.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Conversa inicial sobre onde aparecem ângulos no cotidiano. • Apresentação do geoplano e dos elásticos. - Atividade Principal (30 min) • Construção de um ângulo qualquer. - Primeira Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo qualquer e responda às questões propostas. Responda: a) Quantos lados formam o ângulo que você construiu? b) O ângulo construído é agudo, reto ou obtuso? Justifique. c) Se você mudar a posição de um dos elásticos, o ângulo continuará sendo o mesmo? Explique.			

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

Objetivo da questão: Compreender o conceito de ângulo por meio da manipulação concreta, identificando vértice, lados e diferentes aberturas angulares.

- Construção de ângulos agudo, reto e obtuso.

- Segunda Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo agudo e responda às questões a seguir.

a) Explique por que o ângulo construído é agudo.

b) O que acontece com o ângulo se você afastar um dos elásticos do vértice? Ele continua sendo agudo? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo agudo, utilizando material manipulável e linguagem geométrica adequada.

- Terceira Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo reto e responda às questões a seguir.

a) Explique por que o ângulo construído é um ângulo reto.

b) O que acontece com o ângulo se você mover um dos elásticos? Ele continua sendo reto? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo reto, compreendendo a ideia de perpendicularidade e a relação entre abertura angular e classificação do ângulo.

- Quarta Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo obtuso e responda. Explique por que o ângulo construído é obtuso.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo obtuso, compreendendo a relação entre abertura angular e classificação dos ângulos.

Discussão coletiva sobre as classificações e variações dos ângulos. Sistematização.
Registro no caderno dos conceitos trabalhados. (10 min)

Recursos Didáticos:

- Geoplano;
- Elásticos coloridos;
- Caderno do aluno.

Avaliação:

- Participação, argumentação e justificativas apresentadas pelos alunos.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em diferenciar os tipos de ângulos; - Dificuldade em construir o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem; - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

Escola Municipal Domingas Antônia Maciel			
Professor: Jocimar Freire Fontinele			
Plano de Aula 02	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA14: Demonstrar propriedades de triângulos por meio da construção e análise de figuras. - EF08MA18: Construir figuras geométricas e analisar suas propriedades.			
Objetivo: - Identificar e classificar triângulos quanto aos lados: equilátero, isósceles e escaleno.			
Objetos de Aprendizagens: - Triângulos; - Classificação quanto aos lados.			
Metodologia: - Exploração prática no geoplano, com comparação visual e estimativa de medidas.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Retomada do conceito de triângulo. - Atividade Prática (30 min) • Construção de diferentes triângulos.			

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- Quinta Questão – Tipos de Triângulos quanto aos lados. • Construa diferentes triângulos no geoplano. • Conte o número de pinos entre os vértices para estimar os comprimentos dos lados. Classifique: • Equilátero → três lados iguais • Isósceles → dois lados iguais • Escaleno → todos os lados diferentes Objetivo da questão: Identificar triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. • Construção específica do triângulo escaleno e isósceles. - Sexta Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um triângulo escaleno e explique por que o triângulo construído é escaleno. Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um triângulo escaleno, utilizando a comparação dos comprimentos dos lados como critério de classificação. - Sétima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo isósceles e explique por que o triângulo construído é isósceles. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo isósceles, compreendendo que esse tipo de triângulo possui dois lados de mesma medida e um lado diferente. • Socialização e anotações das construções e classificações. (10 min)
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos; - Caderno do Aluno.
Avaliação: Capacidade de identificar, construir e justificar os tipos de triângulos.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em diferenciar os tipos de triângulos; - Dificuldade em construir o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades:

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- Apresentar e detalhar o conteúdo estudado;
- Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem;
- Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.

Referências Bibliográficas:

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

Escola Municipal Domingas Antônia Maciel			
Professor: Jocimar Freire Fontinele			
Plano de Aula 03	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA15: Classificar ângulos e utilizá-los na análise de figuras geométricas. - EF08MA14: Analisar propriedades dos triângulos.			
Objetivo: Classificar triângulos quanto aos ângulos internos: acutângulo, retângulo e obtusângulo.			
Objetos de Aprendizagens: - Ângulos internos dos triângulos; - Classificação dos triângulos.			
Metodologia: - Construção e análise de figuras no geoplano.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Revisão dos tipos de ângulos. - Atividade Principal (30 min) • Construção de triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo. • Análise das mudanças na classificação ao alterar os ângulos. - Oitava Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo acutângulo e responda às questões a seguir. a) Explique por que o triângulo construído é classificado como acutângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se você abrir mais um dos ângulos? Ele continua sendo acutângulo? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo acutângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui os três ângulos internos agudos (menores que 90°). - Nona Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo retângulo e responda às questões a seguir.			

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

a) Explique por que o triângulo construído é classificado como triângulo retângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo reto deixar de ser exatamente 90°? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo retângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo reto (90°) e dois ângulos agudos. - Décima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo obtusângulo e responda às questões a seguir. a) Explique por que o triângulo construído é classificado como obtusângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo obtuso diminuir e se tornar reto ou agudo? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo obtusângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo obtuso (maior que 90°) e dois ângulos agudos. - Conclusão (10 min) • Registro das conclusões no caderno
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos; - Caderno do Aluno.
Avaliação: Justificativas corretas e compreensão das classificações.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em diferenciar os tipos de ângulos quanto a sua classificação; - Dificuldade em construir e analisar o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

Escola Municipal Domingas Antônia Maciel			
Professor: Jocimar Freire Fontinele			
Plano de Aula 04	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA14: Investigar propriedades de triângulos, incluindo mediatriz, bissetriz, mediana e altura. - EF08MA18: Construir e analisar figuras geométricas.			
Objetivo: Compreender os pontos notáveis do triângulo: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro.			
Objetos de Aprendizagens: - Alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes; - Pontos notáveis do triângulo.			
Metodologia: -Aula investigativa com construções no geoplano.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Apresentação da ideia de pontos notáveis. - Atividade Prática (30 min) • Construção das alturas e identificação do ortocentro. - Décima Primeira Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas alturas. a) Quantas alturas possui um triângulo? b) O que você observa sobre o ponto de encontro das alturas? c) Como é chamado o ponto onde as três alturas do triângulo se encontram? d) Esse ponto fica dentro, fora ou sobre o triângulo construído? Explique com base na sua construção no geoplano. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas alturas no geoplano e identificar o ponto de encontro dessas alturas, compreendendo o conceito de ortocentro. • Construção das medianas e identificação do baricentro.			

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- Décima Segunda Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas medianas.

- a) Quantas medianas possui um triângulo?
- b) O que você observa sobre o ponto de encontro das medianas?
- c) Como é chamado o ponto onde as três medianas do triângulo se encontram?
- d) Esse ponto fica dentro ou fora do triângulo? Justifique sua resposta a partir da construção no geoplano.

Objetivo da questão: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas medianas e identificar o ponto de encontro dessas medianas, compreendendo o conceito de baricentro como ponto de equilíbrio do triângulo.

- Construção das bissetrizes e mediatrizes.

- Décima Terceira Questão – Construa um triângulo qualquer no geoplano utilizando elásticos. Utilizando elásticos, trace a bissetriz de cada ângulo do triângulo, dividindo cada ângulo em duas partes de mesma medida (visual ou estimada).

Objetivo da questão: Levar os alunos a compreenderem o conceito de bissetriz, identificar o ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo (incentro) e reconhecer sua posição no interior do triângulo, utilizando o geoplano como recurso concreto de visualização.

- Décima Quarta Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas mediatrizes.

- a) O que é uma mediatriz? Explique com suas palavras a partir da construção realizada.
- b) As três mediatrizes se encontram em um único ponto? Onde ele está localizado?
- c) Compare a posição do ponto de encontro das mediatrizes com o tipo de triângulo construído.
- d) O que esse ponto representa geometricamente no triângulo?

Objetivo da questão: Compreender o conceito de mediatriz de um segmento e identificar o ponto de encontro das mediatrizes de um triângulo, denominado circuncentro, por meio da construção e da visualização no geoplano.

- Discussão Final (10 min)

- Comparação da posição dos pontos nos diferentes tipos de triângulos.

Recursos Didáticos:

- Geoplano;
- Elásticos;

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- Caderno do Aluno.
Avaliação: Participação, compreensão conceitual e explicações orais.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em compreender os pontos notáveis do triângulo; - Dificuldade em construir o geoplano;
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

Escola Municipal Domingas Antônia Maciel			
Professor: Jocimar Freire Fontinele			
Plano de Aula 05	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA18: Construir figuras geométricas em diferentes contextos. - EF08MA24: Utilizar conhecimentos matemáticos para interpretar e produzir representações em diferentes contextos.			
Objetivo: Utilizar conhecimentos geométricos na criação de uma composição artística.			
Objetos de Aprendizagens: - Triângulos; - Criatividade e expressão artística.			
Metodologia: - Atividade prática e interdisciplinar.			
Desenvolvimento da Aula: 1. Introdução (15 min)			

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

• Apresentação de exemplos de arte geométrica. 2. Criação Artística (30 min) • Construção de uma figura artística com triângulos no geoplano. - Décima Quinta Questão – Criação artística geométrica Passos: • Crie uma figura artística composta apenas de triângulos. • Registre os tipos de triângulos utilizados. • Dê um nome à sua figura e apresente aos colegas. • Explique como foi feita a construção e o que representa. Objetivo da questão: Usar ângulos e triângulos em composições visuais.
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos;
Avaliação: - Criatividade, uso correto dos conceitos geométricos e apresentação oral.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade em construir uma figura artística - Dificuldade em entender conceitos geométricos
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar as instruções para construir figuras artísticas com triângulos no geoplano; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem; - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos geométricos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

APÊNDICE E – PÓS-TESTE

ESCOLA: _____

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR(A): _____

ALUNO(A): _____

TURMA: _____ **DATA:** _____ / _____ / _____

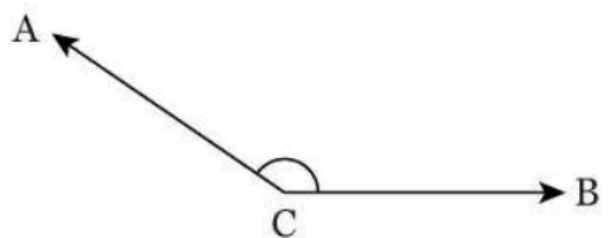
Primeira Questão – A imagem representa a posição de uma atleta quando se alongava para treino dos membros inferiores.



O ângulo formado pelas pernas da atleta nessa posição mede, aproximadamente:

- a) 45°.
- b) 80°.
- c) 90°.
- d) 180°.

Segunda Questão – Os ângulos são classificados de acordo com suas medidas.



De acordo essa medida, o ângulo ACB da figura é

- a) Agudo.
- b) Obtuso.
- c) Raso.
- d) Reto.

Terceira Questão – Na figura abaixo, a medida do ângulo x, em graus, é:



- a) 40°.
- b) 45°.
- c) 135°.
- d) 180°.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

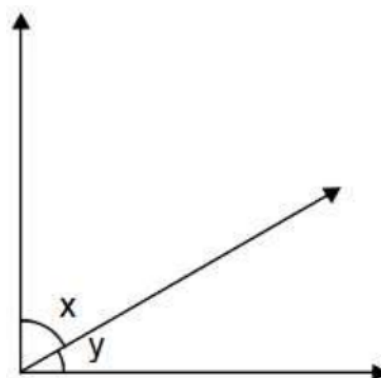
Quarta Questão – Érica é design de sobancelha e atende seus clientes em uma maca semelhante à figura abaixo. Certo dia, uma cliente, professora de Matemática, observou e destacou alguns ângulos presentes na maca na posição em que a design lhe atendia.



Os ângulos 1, 2 e 3, destacados na imagem, podem ser classificados, nessa ordem, como:

- a) Agudo, obtuso e reto.
- b) Agudo, reto e obtuso.
- c) Raso, agudo e reto.
- d) Reto, obtuso e agudo.

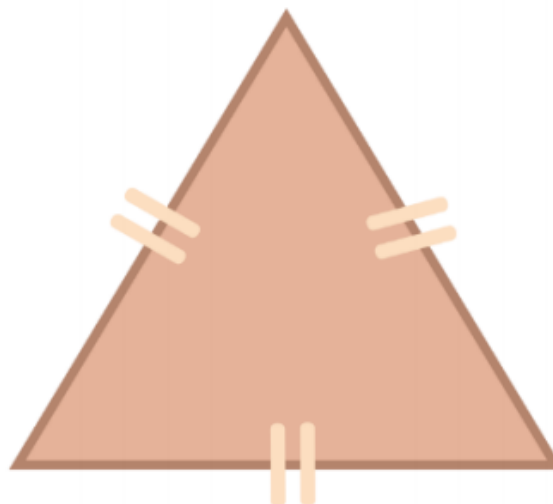
Quinta Questão – Sabe-se que x e y são ângulos complementares.



O valor do ângulo x quando y vale 30° será

- a) 30° .
- b) 60° .
- c) 90° .
- d) 120° .

Sexta Questão – Observe o triângulo abaixo.



Ele é classificado como:

- a) Equilátero.
- b) Isósceles.
- c) Escaleno.
- d) Retângulo.

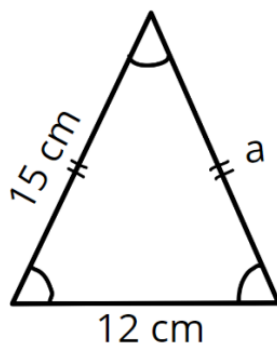
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

Sétima Questão – A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a:

- a) 60°
- b) 90°
- c) 180°
- d) 360°



Oitava Questão – Analise o triângulo abaixo.



a) Qual a classificação desse triângulo quanto aos lados?

R: _____

b) E quanto aos ângulos?

R: _____

c) Qual a medida do lado a?

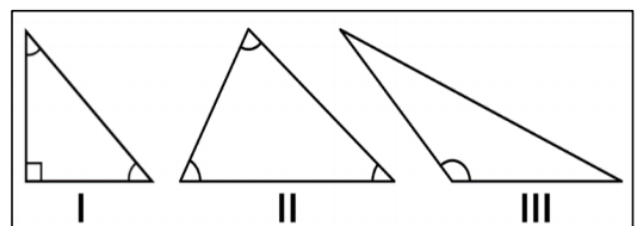
R: _____

Nona Questão – Observe a foto que Luciana tirou do segundo andar de sua casa.

Veja que o espaço gramado tem o formato de um triângulo. Como ele pode ser classificado?

- a) Equilátero.
- b) Isósceles.
- c) Escaleno.
- d) Retângulo.

Décima Questão – Observe os triângulos abaixo e relacione cada um com sua classificação correta quanto aos ângulos.



() Acutângulo.

() Obtusângulo.

() Retângulo.

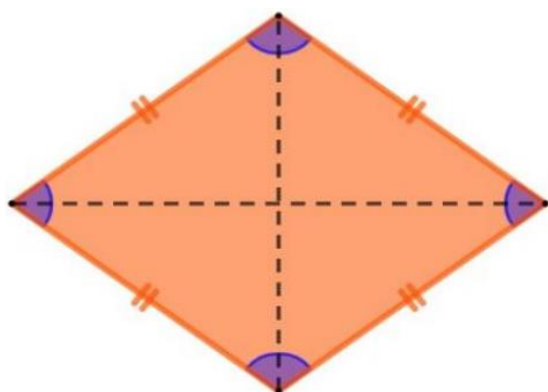
Décima Primeira Questão – O que caracteriza um triângulo escaleno?

- a) Os três lados ter medidas iguais.
- b) Os três lados ter medidas diferentes.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- c) Dois lados ter medidas iguais e um diferente.
- d) Possuir um ângulo reto.

Décima Segunda Questão – O losango é uma figura geométrica plana, que possui quatro lados iguais. Observe abaixo.



Analisando as demarcações no losango, é possível identificar dois tipos de triângulos. Quais são eles?

- a) Retângulo e escaleno.
- b) Retângulo e isósceles.
- c) Isósceles e equilátero.
- d) Equilátero e escaleno.

Décima Terceira Questão – Relacione as classificações dos triângulos às respectivas características.

- (1) Acutângulo;
- (2) Retângulo;
- (3) Obtusângulo;
- () Quando um dos ângulos é igual a 90° .
- () Quando um dos ângulos é maior que 90° .

- () Quando todos os ângulos são menores que 90° .

Décima Quarta Questão – Veja a cabaninha abaixo.



Ela tem o formato de um:

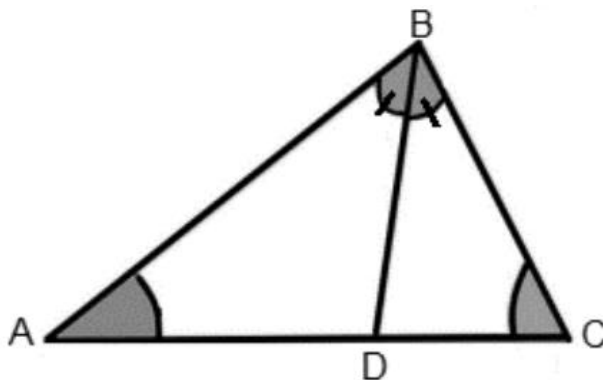
- a) Triângulo equilátero.
- b) Triângulo isósceles.
- c) Triângulo escaleno.
- d) Triângulo retângulo.

Décima Quinta Questão - Nas afirmativas abaixo, indique (V) para verdadeiro e (F) para falso.

- a) () Triângulo Equilátero: Quando todos os lados são congruentes.
- b) () Triângulo Isósceles: Quando todos os lados têm medidas diferentes.
- c) () Triângulo Retângulo: Quando um dos ângulos é igual a 90° .
- d) () Triângulo Acutângulo: Quando um dos ângulos é maior que 90° .
- e) () Triângulo Isósceles: Quando dois dos lados são congruentes.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

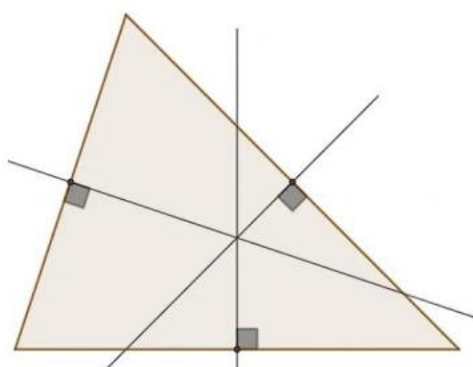
Décima Quinta Questão – Observe o triângulo.



O segmento de reta BD pode ser classificado como

- a) altura.
- b) bissetriz.
- c) mediana.
- d) mediatriz.

Décima Sexta Questão – Após estudar as cevianas de um triângulo com sua turma, Lara fez a seguinte representação no quadro.



Como são classificadas as retas perpendiculares desenhadas por Lara e o ponto de encontro entre elas?

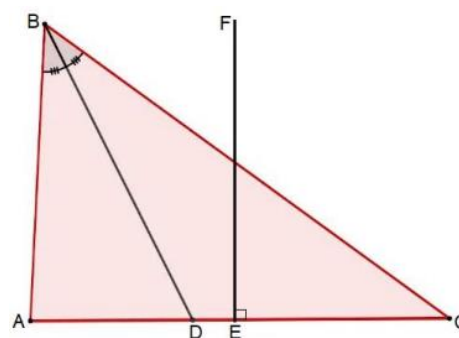
- a) Alturas do triângulo e ortocentro.

- b) Bissetriz do triângulo e ortocentro.

- c) Mediatrizes do triângulo e circuncentro.

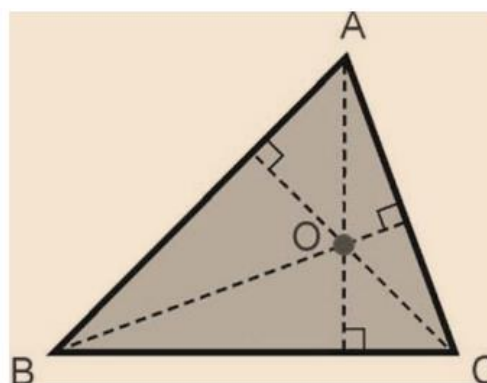
- d) Medianas do triângulo e circuncentro.

Décima Sétima Questão – No triângulo ABC a seguir, os segmentos BD e EF são respectivamente:



- a) bissetriz e altura.
- b) bissetriz e mediatriz.
- c) altura e mediana.
- d) mediatriz e bissetriz.

Décima Oitava Questão – Observe o triângulo e as afirmativas a seguir.



I – O ponto O é o circuncentro, pois é o encontro das mediatrizes.

II – Os segmentos de reta da figura são mediatrizes, pois são perpendiculares aos lados do triângulo.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

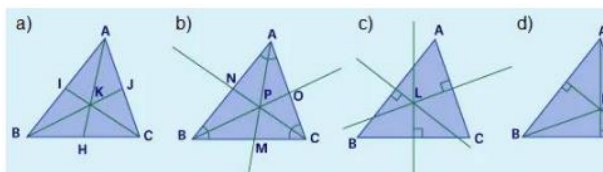
III – O ponto O é o ortocentro do triângulo.

IV – Os segmentos de reta pontilhados são as alturas relativas aos três lados do triângulo.

Estão corretas as afirmativas

- a) I e II.
- b) I e III.
- c) II e IV.
- d) III e IV.

Décima Nona Questão – Assinale a alternativa em que os segmentos representam as mediatrizes do triângulo.



Vigésima Questão – A figura a seguir representa um terreno triangular da família Souza com acesso às Ruas A, B e C contornado pelas estradas 1, 2 e 3.



Joaquim deseja construir uma estrada perpendicular à estrada 3, saindo do seu ponto médio em direção à rua A.

A estrada construída coincidirá com a

- a) mediatriz da estrada 3 do terreno.
- b) altura do triângulo relativa à estrada 3.
- c) bissetriz do ângulo localizado na Rua A.
- d) mediatriz da estrada 1, na direção da Rua A.

Vigésima Primeira Questão – O menor ângulo formado pela abertura do compasso pode ser classificado como:



- a) obtuso.
- b) raso.
- c) reto.
- d) agudo.

Vigésima Segunda Questão – É possível traçar quatro segmentos de reta num triângulo, cada um com diferentes características. A partir destes quatro tipos diferentes de divisões do triângulo, conseguimos encontrar quatro pontos notáveis (altura, bissetriz, mediana e mediatriz) no triângulo. Relacione cada um dos pontos notáveis ao seu significado:

- a) Altura
- c) Bissetriz
- a) Mediana
- d) Mediatriz

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

() Segmento de reta, partindo do ponto médio da base e formando um ângulo reto com esta.

() Segmento de reta a unir o ponto médio da base com o vértice oposto.

() Segmento de reta a unir a base com o vértice oposto formando um ângulo reto com esta.

() Segmento de reta que divide o ângulo em duas partes congruentes.

Vigésima Terceira Questão – Relacione cada um dos pontos notáveis ao seu ponto de intersecção:

- a) Altura
- b) Bissetriz
- c) Mediana
- d) Mediatriz

() Baricentro

() Incentro

() Circuncentro

() Ortocentro

Vigésima Quarta Questão – Qual das afirmativas é verdadeira sobre o incentro de um triângulo?

- a) É o ponto onde as medianas se cruzam.
- b) É o centro da circunferência, que passa pelos três vértices.
- c) É o ponto onde as bissetrizes internas do triângulo se encontram.

d) É o ponto médio do lado maior do triângulo.

e) É o ponto onde as alturas se cruzam.

Vigésima Quinta Questão – O que é o baricentro de um triângulo?

- a) O ponto onde as bissetrizes internas se cruzam.
- b) O ponto de encontro das medianas do triângulo.
- c) O ponto onde as alturas se interceptam.
- d) O centro da circunferência, que passa pelos três vértices do triângulo.
- e) O ponto médio de um dos lados do triângulo.

Vigésima Sexta Questão – Qual das afirmativas é verdadeira sobre o circuncentro de um triângulo?

- a) É o ponto onde as alturas do triângulo se encontram.
- b) É o ponto onde as bissetrizes internas se cruzam.
- c) É o ponto onde as medianas do triângulo se interceptam.
- d) É o ponto de encontro das mediatrizes dos lados do triângulo.
- e) É o ponto médio da base do triângulo.

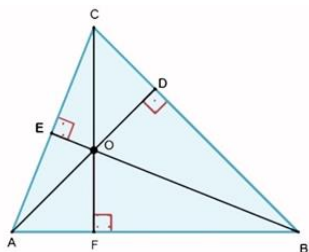
Vigésima Sétima Questão – O ortocentro de um triângulo é definido como o ponto de encontro:

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

- a) das medianas.
- b) das bissetrizes.
- c) das alturas.
- d) das mediatrizes.
- e) dos pontos médios dos lados.

- d) circuncentro.
- e) centro.

Vigésima Oitava Questão – Analise a imagem a seguir:



O ponto O é um ponto notável conhecido como:

- a) baricentro.
- b) ortocentro.
- c) incentro.

Vigésima Nona Questão – Sobre os pontos notáveis de um triângulo, podemos afirmar:
I - O baricentro é o ponto de encontro das medianas do triângulo.

II - O incentro é o ponto de encontro das alturas do triângulo.

III - O circuncentro é o ponto onde se cruzam as bissetrizes dos ângulos internos.

Marque a alternativa correta:

- A) Somente a I é verdadeira.
- B) Somente a II é verdadeira.
- C) Somente a III é verdadeira.
- D) Somente a I e a III são verdadeiras.
- E) Somente a II e a III são verdadeiras.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO OPINIÃO DOS ALUNOS

1. Sobre você

Primeira Pergunta – Nome (opcional):

Segunda Pergunta – Idade: _____ Série/Turma: _____

Terceira Pergunta – Você gosta de Matemática?

☐ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não

Quarta Pergunta – Você gosta de aprender Geometria (formas, figuras, áreas, perímetros etc.)?

☐ Sim ☐ Mais ou menos ☐ Não

2. O que você sabe sobre Geometria

Quinta Pergunta – Quando ouve a palavra GEOMETRIA, o que vem à sua cabeça?

Sexta Pergunta – Você acha que é fácil ou difícil aprender Geometria? Por quê?

3. Sobre o Geoplano

Sétima Pergunta – Você já viu ou usou um GEOPLANO anteriormente?

☐ Sim ☐ Não ☐ Não lembro

Oitava Pergunta – De qual forma você usou o geoplano?

Nona Pergunta – O que você fez ou aprendeu usando o Geoplano?

4. O que você aprendeu com o Geoplano

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

Décima Pergunta – Usando o Geoplano, ficou mais fácil entender as figuras geométricas?

☐ Sim ☐ Um pouco ☐ Não

Décima Primeira Pergunta – O Geoplano te ajudou a compreender melhor o que é ângulos e triângulos?

☐ Sim ☐ Um pouco ☐ Não

Décima Segunda Pergunta – Você aprendeu melhor quando o(a) professor(a):

☐ Explicou no quadro ☐ Deixou mexer no Geoplano ☐ Fez as duas coisas

Décima Terceira Pergunta – O que você mais gostou nas aulas com o Geoplano?

Décima Quarta Pergunta – O que você não gostou ou achou difícil nas aulas com o Geoplano?

Décima Quinta Pergunta – Você achou o geoplano:

☐ Legal ,mas um pouco difícil. ☐ Muito Interessante. ☐ Chato ou sem graça.

5. Opinião e sugestões

Décima Sexta Pergunta – Você acha que o Geoplano deveria ser usado com mais frequência nas aulas?

☐ Sim ☐ Talvez ☐ Não

Décima Sétima Pergunta – Que outras atividades você gostaria de fazer com o Geoplano?

Décima Oitava Pergunta – O que você aprendeu de novo ou diferente com o uso do Geoplano?

Décima Nona Pergunta – Se pudesse dar uma nota para as aulas com o Geoplano, qual seria?

☐ 10 ☐ 9 ☐ 8 ☐ 7 ☐ 6 ou menos

Agradecemos sua participação! Suas respostas vão ajudar a tornar as aulas de Matemática mais divertidas e práticas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

JOCIMAR FREIRE FONTINELE

**PRODUTO EDUCACIONAL: ENSINO DE GEOMETRIA USANDO O GEOPLANO:
UMA ABORDAGEM POR MEIO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO
FUNDAMENTAL II**

ORIENTADORA: Prof.^a DRA. SANDRA IMACULADA MOREIRA NETO

São Luís

2026

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
2 PÚBLICO-ALVO	5
3 OBJETIVOS DE CONHECIMENTO ESPERADOS	5
4 MATERIAIS NECESSÁRIOS.....	6
5 COMO MONTAR O GEOPLANO	6
5.1 Escolha e preparação da base.....	6
5.2 Marcação da malha (etapa mais importante).....	6
5.3 Fixação dos pinos (pregos).....	7
5.4 Acabamento do material.....	7
5.5 Utilização do geoplano	8
6 DURAÇÃO ESTIMADA	8
7 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O TRABALHO COM O GEOPLANO	8
7.1 Primeiro encontro.....	8
7.2 Segundo encontro	13
7.3 Terceiro encontro	18
7.4 Quarto encontro.....	23
7.5 Quinto encontro	29
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	32
REFERÊNCIAS	33
APÊNDICE	34
APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	35
APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	38
APÊNDICE C – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	40
APÊNDICE D – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	42
APÊNDICE E – SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	45

1 INTRODUÇÃO

O produto educacional desenvolvido nesta pesquisa tem como finalidade articular o ensino de Geometria ao uso do geoplano, visando promover a aprendizagem criativa e fundamentada nos princípios do construcionismo. A proposta metodológica está estruturada como uma sequência didática composta por dezesseis atividades inter-relacionadas, planejadas de modo a possibilitar a progressão gradual dos estudantes na construção dos conceitos abordados.

Essa organização busca oferecer ao professor uma alternativa pedagógica que integre conteúdos de geometria plana, especialmente ângulos e triângulos, ao uso de materiais manipuláveis. Com isso, pretende-se romper com práticas tradicionais centradas na mera memorização de fórmulas, favorecendo um ambiente de aprendizagem no qual os alunos possam construir conhecimentos de forma ativa, por meio da experimentação, investigação e resolução de problemas.

O ensino de Geometria na Educação Básica, especialmente no que se refere aos conceitos de ângulos e triângulos, ainda enfrenta desafios significativos no contexto escolar. Frequentemente, esses conteúdos são abordados de forma excessivamente abstrata, centrada na memorização de definições e classificações, o que dificulta a compreensão conceitual e a aplicação prática por parte dos estudantes. Em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), torna-se fundamental promover práticas pedagógicas que favoreçam a construção ativa do conhecimento, o desenvolvimento do raciocínio geométrico e a capacidade de estabelecer relações entre conceitos e situações do cotidiano.

Nesse cenário, o uso de materiais didáticos manipuláveis apresenta-se como uma estratégia relevante para potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Conforme destaca Lorenzato (2012), a utilização de recursos concretos no ensino de Matemática contribui para tornar visíveis relações que, de outra forma, permaneceriam abstratas, favorecendo a experimentação, a investigação e a construção de significados pelos estudantes. Entre esses recursos, o Geoplano destaca-se como uma ferramenta pedagógica eficaz para o ensino de Geometria Plana, por possibilitar a visualização e a manipulação direta de pontos, segmentos e figuras geométricas.

A partir da utilização do geoplano, os conceitos de ângulos e triângulos podem ser explorados de maneira dinâmica e interativa, permitindo que os alunos construam, comparem e classifiquem figuras geométricas com base em suas propriedades. A manipulação de elásticos sobre uma malha de pontos favorece a compreensão da abertura dos ângulos, bem como a

identificação e classificação de triângulos quanto aos lados, aos ângulos e ponto notáveis promovendo uma aprendizagem mais significativa. Além disso, o Geoplano possibilita a investigação de propriedades geométricas, estimulando o raciocínio lógico, a argumentação e a formulação de conjecturas.

Essa perspectiva dialoga com a compreensão de que o ensino de Matemática não deve ser reduzido a um conjunto de regras e procedimentos, mas entendido como um sistema estruturado de conhecimentos. Nesse sentido, Eugenio e Lorenzato (2024, p. 2) afirmam que a Matemática possui “um encadeamento lógico de ideias, proposições, axiomas, conjecturas e teoremas, que dão sustentabilidade à sua estrutura”, o que reforça a necessidade de práticas pedagógicas que valorizem a compreensão e a construção de significados.

O uso de materiais manipuláveis, como o Geoplano, contribui diretamente para essa construção, uma vez que permite ao estudante estabelecer relações entre o concreto e o abstrato. Conforme destaca Lucena (2017, p. 10), a aprendizagem matemática torna-se mais efetiva quando há articulação entre teoria e prática, possibilitando ao aluno a “experimentação da genuína construção do pensamento matemático”. Dessa forma, a manipulação de recursos concretos favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, da observação e da compreensão conceitual.

Além disso, essa abordagem está alinhada a uma perspectiva investigativa do ensino, na qual o estudante assume papel ativo na construção do conhecimento. Conforme Eugenio e Lorenzato (2024, p. 3), o ensino de Matemática deve favorecer “a reflexão crítica e os diferentes caminhos existentes para se chegar a um resultado”, estimulando o aluno a explorar, testar hipóteses e construir estratégias.

A aprendizagem mediada pelo uso do Geoplano também contribui para o desenvolvimento de competências fundamentais, como o raciocínio lógico, a argumentação e a resolução de problemas. Nesse contexto, o erro passa a ser compreendido como parte do processo de aprendizagem, permitindo ao estudante revisar suas estratégias e construir novos conhecimentos.

Entretanto, é importante destacar que a eficácia do uso do Geoplano depende diretamente da mediação pedagógica do professor. Não basta disponibilizar o recurso; é necessário planejar atividades que promovam a investigação e a reflexão. Nesse sentido, Eugenio e Lorenzato (2024, p. 4) ressaltam que “não adianta a escola ter bons recursos didáticos se o professor não tiver conhecimento de como trabalhar com eles”, evidenciando a importância da formação docente para o uso adequado dos materiais manipuláveis.

Assim, o professor assume o papel de mediador do processo de aprendizagem, orientando os estudantes na construção do conhecimento e promovendo discussões que favoreçam a compreensão dos conceitos matemáticos. Essa mediação é essencial para que o uso do Geoplano contribua efetivamente para a aprendizagem.

Diante do exposto, evidencia-se que o Geoplano constitui uma estratégia pedagógica eficaz para o ensino de Geometria Plana, especialmente no estudo de ângulos e triângulos. Ao possibilitar a construção e a manipulação de figuras geométricas, esse recurso favorece a compreensão conceitual, o desenvolvimento do pensamento geométrico e a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem.

2 PÚBLICO-ALVO

Este material destina-se aos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Especialmente aos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.

3 OBJETIVOS DE CONHECIMENTO ESPERADOS

Ao final desta sequência didática, é esperado que os alunos sejam capazes de:

- Compreender o conceito de ângulo, identificando vértice, lados e sua abertura;
- Reconhecer e classificar ângulos em agudos, retos e obtusos;
- Construir e analisar ângulos utilizando o geoplano;
- Identificar e classificar triângulos quanto aos lados (equilátero, isósceles e escaleno);
- Identificar e classificar triângulos quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo);
- Construir triângulos no geoplano e justificar suas classificações com base em propriedades geométricas;
- Compreender e representar os elementos notáveis do triângulo: altura, mediana, bissetriz e mediatriz;
- Identificar os pontos notáveis: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro;
- Analisar a posição dos pontos notáveis em diferentes tipos de triângulos;
- Desenvolver a capacidade de argumentação e justificativa matemática a partir das construções realizadas;
- Aplicar os conhecimentos geométricos na criação de composições no geoplano;
- Utilizar o geoplano como ferramenta para investigar, representar e compreender conceitos de geometria plana, em alinhamento com a Base Nacional Comum Curricular.

4 MATERIAIS NECESSÁRIOS

- Elásticos Coloridos;
- 1 (uma) base de madeira (MDF ou compensado);
- Pregos Pequenos;
- Martelo;
- Régua e lápis.

5 COMO MONTAR O GEOPLANO

5.1 Escolha e preparação da base

Inicialmente, é necessário selecionar uma base rígida e plana, preferencialmente de madeira (MDF ou compensado), pois esse material oferece resistência adequada para fixação dos pinos.

- Dimensões recomendadas: aproximadamente $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ ou maiores, dependendo do uso;
- Espessura: cerca de 1 a 2 cm, suficiente para sustentar os pregos sem atravessar a base.

Antes de iniciar, a superfície deve estar:

- Limpa;
- lisa;
- sem irregularidades.

Se necessário, recomenda-se lixar levemente a madeira para evitar farras e garantir segurança no manuseio.

5.2 Marcação da malha (etapa mais importante)

Essa é a etapa central da construção, pois define a estrutura matemática do geoplano. Utilizando régua e lápis, deve-se traçar uma malha quadriculada sobre a base. Para isso:

- Marque pontos igualmente espaçados na horizontal e na vertical;
- O espaçamento ideal entre os pontos é de 2 cm a 2,5 cm (padrão comum em atividades escolares);

Exemplo:

- Um geoplano de 10×10 pontos resultará em uma malha com 100 pinos.

Procedimento:

1. Trace linhas paralelas horizontais com espaçamento regular;
2. Em seguida, trace linhas verticais cruzando as anteriores;

3. Nos pontos de interseção, marque pequenos pontos com lápis.
Esses pontos serão os locais onde os pregos serão fixados.

5.3 Fixação dos pinos (pregos)

Após a marcação, inicia-se a colocação dos pinos.

Materiais:

- Pregos pequenos (aprox. 1,5 cm a 3 cm);
- Martelo.

Procedimento:

1. Posicione um prego em cada ponto marcado;
2. Com o martelo, fixe o prego cuidadosamente;
3. Todos os pregos devem:
 - ter a mesma altura;
 - estar bem firmes;
 - permanecer levemente expostos (cerca de 0,5 a 1 cm acima da base).

Atenção:

- Evite inclinar os pregos — eles devem ficar perpendiculares à base;
- Mantenha alinhamento rigoroso para garantir a precisão geométrica.

5.4 Acabamento do material

Após a fixação dos pregos:

- Verifique se todos estão firmes e alinhados;
- Caso necessário, faça ajustes com o martelo;
- Pode-se aplicar:
 - Tinta;
 - Verniz;
 - ou apenas manter a madeira natural.

Esse acabamento:

- aumenta a durabilidade;
- melhora o aspecto visual;
- contribui para o engajamento dos alunos.

Dicas importantes: Mantenha o espaçamento entre os pontos sempre igual para garantir precisão nas construções;

Um Geoplano de 10 x 10 pontos é o mais utilizado, mas você pode fazer com mais ou menos pontos;

Guarde os elásticos em um saquinho para não se perderem.

5.5 Utilização do geoplano

Com a estrutura pronta, o geoplano passa a ser utilizado com elásticos.

Modo de uso:

- Os elásticos são presos nos pregos para formar:
 - segmentos de reta;
 - ângulos;
 - triângulos;
 - polígonos diversos.

A malha regular permite:

- contar unidades de comprimento;
- estimar áreas;
- analisar propriedades geométricas.

6 DURAÇÃO ESTIMADA

A sequência didática está organizada em cinco encontros, cada um com duração de 1 aulas, totalizando 5 aulas.

7 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O TRABALHO COM O GEOPLANO

7.1 Primeiro encontro

A sequência didática proposta foi elaborada com o objetivo de promover a aprendizagem dos conceitos de geometria plana de forma progressiva, investigativa e significativa, por meio do uso do geoplano como recurso didático. Ao longo das aulas, os conteúdos são aprofundados gradualmente, envolvendo a classificação de ângulos e triângulos, o estudo de suas propriedades e a construção de figuras, favorecendo a participação ativa dos alunos e a construção do conhecimento por meio da experimentação e da argumentação matemática. Iniciando pela compreensão do conceito de ângulo, conforme apresentado no Plano de Aula 01 (Apêndice A), a proposta busca desenvolver nos estudantes a capacidade de identificar seus elementos e classificá-los em agudos, retos e obtusos a partir da manipulação concreta.

Duração: 1 aula de 45 minutos.

Conteúdo:

- Conceito de ângulo;

- Elementos do ângulo: vértice e lados;
- Classificação dos ângulos: agudo, reto e obtuso;
- Construção e análise de ângulos no geoplano;
- Relação entre abertura do ângulo e sua classificação.

Objetivo: Compreendendo o conceito de ângulo, identificando vértice, lados e classificações (agudo, reto e obtuso), por meio da manipulação do geoplano.

Descrição da atividade: A atividade inicia com uma conversa introdutória sobre a presença dos ângulos no cotidiano, seguida da apresentação do geoplano e dos elásticos como materiais de trabalho. Em seguida, os alunos são convidados a construir um ângulo qualquer no geoplano, identificando seus elementos (vértice e lados) e analisando sua abertura. Na sequência, os estudantes realizam construções orientadas de ângulos agudo, reto e obtuso, manipulando os elásticos para observar como a variação da abertura altera a classificação do ângulo. Durante a atividade, são propostas questões que estimulam a reflexão, como a identificação do tipo de ângulo construído e a análise das mudanças ao modificar a posição dos elásticos. A atividade é finalizada com uma discussão coletiva, na qual os alunos compartilham suas observações e sistematizam os conceitos trabalhados, registrando no caderno as definições e classificações dos ângulos.

Habilidade desenvolvida: Reconhecer, construir e classificar ângulos (agudos, retos e obtusos), identificando seus elementos (vértice e lados) por meio da manipulação do geoplano, em consonância com a habilidade EF08MA15 da Base Nacional Comum Curricular.

Primeira Questão: utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo qualquer e responda às questões propostas.

Antes de iniciar, o professor deve entregar um geoplano para cada aluno ou grupo e alguns elásticos coloridos. Em seguida, deve explicar que o geoplano será usado para representar figuras geométricas por meio dos pinos, e que os elásticos funcionarão como os lados do ângulo.

Primeiramente, peça aos alunos que escolham um pino do geoplano para ser o vértice do ângulo. O professor pode explicar que o vértice é o ponto de encontro dos dois lados do ângulo. Depois, oriente os alunos a prenderem um elástico partindo desse pino até outro pino qualquer do geoplano, formando o primeiro lado do ângulo.

Em seguida, peça que prendam um segundo elástico também partindo do mesmo pino escolhido como vértice, mas indo em direção a outro pino diferente. Nesse momento, os alunos

devem perceber que os dois elásticos partem do mesmo ponto e formam uma abertura entre eles. Essa abertura é o ângulo construído.

Depois da construção, o professor conduz a análise da figura. Solicite que os alunos identifiquem:

- qual pino representa o vértice;
- quais elásticos representam os lados;
- quantos lados formam o ângulo;
- se a abertura parece pequena, igual a um canto de quadrado, ou maior que esse canto.

Em seguida, peça que respondam à letra a): “Quantos lados formam o ângulo que você construiu?”. O professor deve orientar que um ângulo é formado por dois lados, representados pelos dois elásticos que partem do mesmo vértice.

Na letra b), os alunos devem classificar o ângulo construído como agudo, reto ou obtuso. Para isso, o professor pode explicar que:

- ângulo agudo possui abertura menor que 90° ;
- ângulo reto possui abertura igual a 90° ;
- ângulo obtuso possui abertura maior que 90° e menor que 180° .

O professor pode usar os cantos do próprio geoplano ou do quadro como referência visual para o ângulo reto. Assim, os alunos comparam a abertura construída com essa referência e justificam sua resposta.

Na letra c), peça aos alunos que movimentem um dos elásticos, mantendo o mesmo vértice, mas prendendo sua extremidade em outro pino. Depois, pergunte: “O ângulo continuou sendo o mesmo?”. Espera-se que percebam que, ao mudar a posição de um dos lados, a abertura também muda. Portanto, o ângulo pode deixar de ser agudo, reto ou obtuso, dependendo da nova posição do elástico.

Por fim, o professor deve promover uma breve socialização. Alguns alunos podem apresentar suas construções para a turma, explicando onde está o vértice, quais são os lados e como classificaram o ângulo. Esse momento é importante para verificar se compreenderam que o ângulo depende da abertura entre dois lados que partem de um mesmo ponto.

Segunda Questão: utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo agudo e responda às questões propostas.

Inicialmente, o professor deve retomar brevemente o que foi trabalhado na questão anterior, reforçando que um ângulo é formado por dois lados (elásticos) que partem de um

mesmo vértice (pino). Em seguida, explique que agora o objetivo é construir especificamente um ângulo agudo, ou seja, um ângulo com abertura menor que 90° .

O professor deve orientar os alunos a escolherem um pino no geoplano para ser o vértice. Depois, devem prender o primeiro elástico formando um dos lados do ângulo. Em seguida, devem prender o segundo elástico partindo do mesmo vértice, mas posicionando-o de forma que a abertura entre os dois lados seja pequena, claramente menor que um ângulo reto. Neste momento, é fundamental que o professor utilize uma referência visual de ângulo reto (como o canto do quadro, do caderno ou do próprio geoplano) para que os alunos consigam comparar. Oriente-os a observar: se a abertura do ângulo construído for menor que esse “canto”, então ele é um ângulo agudo.

Após todos construírem o ângulo, o professor passa para a análise da letra a): “Explique por que o ângulo construído é agudo”. Oriente os alunos a justificarem com base na abertura, incentivando respostas como: *“é agudo porque a abertura é menor que 90° ”* ou *“é menor que um ângulo reto”*. O professor deve reforçar o uso da linguagem matemática adequada.

Na letra b), o professor propõe uma investigação: peça aos alunos que afastem um dos elásticos, aumentando gradativamente a abertura do ângulo, mantendo o mesmo vértice. Em seguida, questione: “Ele continua sendo agudo?”.

Os alunos devem observar que, ao aumentar a abertura:

- inicialmente o ângulo continua sendo agudo;
- ao atingir aproximadamente 90° , ele passa a ser reto;
- se continuar abrindo, torna-se obtuso.

O professor deve explorar esse momento com perguntas, como:

- “O que mudou no ângulo?”;
- “Foi a posição ou a abertura?”;
- “O que determina o tipo de ângulo?”.

Finalize promovendo uma breve socialização, pedindo que alguns alunos expliquem o que observaram. O professor deve sistematizar destacando que a classificação do ângulo depende exclusivamente da sua abertura, e que pequenas mudanças na posição dos lados podem alterar completamente sua classificação.

Terceira Questão: utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo reto e responda às questões propostas.

O professor deve iniciar retomando o que foi trabalhado anteriormente, destacando que a classificação dos ângulos depende da abertura formada entre os lados. Em seguida, explique

que o objetivo agora é construir um ângulo reto, ou seja, um ângulo com abertura de 90° . Primeiramente, oriente os alunos a escolherem um pino do geoplano para ser o vértice. Depois, devem prender um elástico formando um dos lados do ângulo, preferencialmente em uma posição horizontal ou vertical, para facilitar a visualização.

Em seguida, peça que prendam o segundo elástico também a partir do mesmo vértice, mas de forma que ele fique perpendicular ao primeiro lado, formando um “L”, semelhante ao canto de um quadrado. O professor pode sugerir que os alunos utilizem as linhas do próprio geoplano como referência para garantir que os lados estejam em direções perpendiculares.

Após a construção, o professor passa para a letra a): “Explique por que o ângulo construído é um ângulo reto”.

Os alunos devem justificar que o ângulo é reto porque sua abertura é de 90° , ou porque forma um canto semelhante ao de um quadrado, ou ainda porque os lados são perpendiculares. O professor deve incentivar o uso dessas justificativas.

Na letra b), o professor propõe uma análise: peça aos alunos que movimentem um dos elásticos, alterando a posição de um dos lados, sem manter a perpendicularidade. Em seguida, pergunte: “O ângulo continua sendo reto?”.

Os alunos devem perceber que:

- ao modificar a posição do elástico, a abertura deixa de ser exatamente 90° ;
- consequentemente, o ângulo deixa de ser reto, podendo se tornar agudo ou obtuso.

O professor deve explorar esse momento com questionamentos, como:

- “O que garante que o ângulo seja reto?”;
- “Basta mudar a posição ou é a abertura que importa?”;
- “O que acontece quando a perpendicularidade é perdida?”.

Finalize com uma socialização das respostas, destacando que o ângulo reto depende da perpendicularidade entre os lados, e que qualquer alteração na abertura modifica sua classificação. Essa etapa é fundamental para consolidar a compreensão de que o tipo de ângulo não depende apenas da posição, mas da medida da abertura formada.

Quarta Questão: utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo obtuso e explique por que ele é obtuso.

O professor deve iniciar retomando as classificações já estudadas (agudo e reto), destacando que agora será trabalhado o ângulo obtuso, ou seja, aquele que possui abertura maior que 90° e menor que 180° . Essencialmente, oriente os alunos a escolherem um pino do geoplano

para ser o vértice. Em seguida, devem prender um elástico formando o primeiro lado do ângulo, podendo ser na horizontal ou vertical, para facilitar a referência.

Depois, peça que prendam o segundo elástico também a partir do mesmo vértice, mas agora de forma que a abertura entre os dois lados seja bem maior que um ângulo reto. O professor deve reforçar que os alunos utilizem como referência o “canto” de 90° (ângulo reto): o novo ângulo precisa ser mais aberto que esse.

Após todos construírem, o professor passa para a explicação solicitada na questão. Os alunos devem justificar que o ângulo é obtuso porque sua abertura é maior que a de um ângulo reto. O professor deve incentivar respostas como:

- “é maior que 90° ”;
- “é mais aberto que o ângulo reto”;
- “não é nem pequeno (agudo) nem reto”.

Para aprofundar a compreensão, o professor pode pedir que os alunos movimentem um dos elásticos, diminuindo a abertura do ângulo. Em seguida, questionar:

- “O que acontece se diminuir a abertura?”;
- “Ele pode deixar de ser obtuso?”.

Os alunos devem perceber que:

- ao diminuir a abertura, o ângulo pode se tornar reto (90°);
- se continuar diminuindo, passa a ser agudo;
- portanto, a classificação depende diretamente da abertura.

Finalize com uma socialização das respostas, destacando que o ângulo obtuso é definido exclusivamente pela sua abertura, e que alterações na posição dos lados modificam sua classificação. Esse momento é importante para consolidar a compreensão das três classificações de ângulos trabalhadas na aula.

A sequência de atividades favoreceu a participação ativa dos estudantes, estimulando a observação, a comparação e a argumentação, aspectos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Além disso, as discussões coletivas e os questionamentos propostos contribuíram para a consolidação dos conceitos trabalhados, permitindo que os alunos avançassem da percepção intuitiva para uma compreensão mais estruturada.

7.2 Segundo encontro

O Plano de Aula 02 (Apêndice B) dá continuidade à sequência didática, avançando do estudo dos ângulos para a compreensão dos triângulos, com foco em sua classificação quanto aos lados. A partir do uso do geoplano, os alunos são levados a construir diferentes triângulos,

comparar medidas e identificar características específicas de cada tipo (equilátero, isósceles e escaleno). Essa abordagem prática favorece a visualização e a compreensão dos conceitos, promovendo a aprendizagem ativa e o desenvolvimento da argumentação matemática, em alinhamento com as orientações da Base Nacional Comum Curricular.

Duração: 1 aula de 45 minutos.

Conteúdo:

- Conceito de triângulo;
- Classificação dos triângulos quanto aos lados:
 - Equilátero (três lados iguais);
 - Isósceles (dois lados iguais);
 - Escaleno (três lados diferentes).
- Construção de triângulos no geoplano;
- Comparação de comprimentos por meio da contagem de pinos;

Relação entre medidas dos lados e classificação dos triângulos.

Objetivo: Identificar, construir e classificar triângulos quanto aos lados (equilátero, isósceles e escaleno), utilizando o geoplano e a comparação de medidas como estratégia para compreender suas propriedades.

Descrição da atividade: A atividade inicia com a retomada do conceito de triângulo, reforçando que se trata de uma figura formada por três lados e três vértices. Em seguida, o professor orienta os alunos ou grupos a utilizarem o geoplano e elásticos para construir diferentes triângulos, explorando suas formas e variações. Durante a atividade prática, os alunos são incentivados a observar e comparar os comprimentos dos lados por meio da contagem dos pinos do geoplano, identificando semelhanças e diferenças entre as construções. A partir dessas observações, realizam a classificação dos triângulos em equiláteros, isósceles e escalenos, justificando suas respostas com base nas medidas dos lados. Na sequência, os estudantes são desafiados a construir especificamente um triângulo escaleno e um triângulo isósceles, explicando os critérios utilizados para cada classificação. A atividade é finalizada com a socialização das construções e registros no caderno, consolidando os conceitos trabalhados de forma prática e significativa.

Habilidade desenvolvida: EF08MA14: Demonstrar propriedades de triângulos por meio da construção e análise de figuras, utilizando o geoplano como recurso para identificar, comparar e classificar os lados.

Quinta Questão: Construa diferentes triângulos no geoplano. Conte o número de pinos entre os vértices para estimar os comprimentos dos lados e classifique em equilátero, isósceles ou escaleno.

O professor deve iniciar retomando que o triângulo é uma figura geométrica formada por três lados, três vértices e três ângulos. Em seguida, deve explicar que, nesta atividade, os alunos irão construir triângulos no geoplano e classificá-los de acordo com a medida dos lados. Primeiramente, entregue aos alunos ou grupos um geoplano e alguns elásticos. Oriente-os a escolher três pinos do geoplano que não estejam alinhados. É importante explicar que, se os três pinos ficarem em linha reta, não será formado um triângulo, mas apenas um segmento. Depois, peça que prendam o elástico passando pelos três pinos escolhidos, formando uma figura fechada.

Após a construção do primeiro triângulo, o professor deve pedir que os alunos observem os lados da figura. Para facilitar a comparação, oriente-os a contar os espaços ou pinos entre um vértice e outro. Essa contagem servirá como uma estimativa do comprimento de cada lado. Em seguida, o professor deve explicar os critérios de classificação:

- Triângulo equilátero: possui três lados com a mesma medida;
- Triângulo isósceles: possui dois lados com a mesma medida e um lado diferente;
- Triângulo escaleno: possui três lados com medidas diferentes.

Depois dessa explicação, os alunos devem analisar o triângulo construído e registrar no caderno a classificação correspondente. O professor pode orientar o seguinte modelo de registro:

Triângulo 1: lado 1 = ____ pinos; lado 2 = ____ pinos; lado 3 = ____ pinos.

Classificação: _____.

Justificativa: _____.

Na sequência, peça que os alunos construam outros triângulos, mudando a posição dos vértices no geoplano. A cada nova construção, devem repetir o mesmo procedimento: observar, contar, comparar e classificar.

Durante a realização da atividade, o professor deve circular pela sala, verificando se os alunos estão escolhendo três pontos adequados, se estão formando figuras fechadas e se a classificação está sendo feita corretamente. Caso algum grupo classifique de forma incorreta, o professor deve intervir com perguntas, como:

“Quantos lados têm a mesma medida?”

“Todos os lados são iguais?”

“Existe apenas dois lados iguais?”

“Os três lados são diferentes?”

O professor também deve chamar atenção para o fato de que, no geoplano, nem sempre a contagem visual dos pinos é suficiente quando o lado está inclinado. Nesse caso, a comparação pode ser feita por observação, estimativa e análise da forma construída, sempre considerando o nível de aprendizagem da turma.

Depois que os grupos construírem e classificarem diferentes triângulos, o professor deve promover uma socialização. Cada grupo pode apresentar uma construção, dizer qual tipo de triângulo formou e justificar sua resposta com base na comparação dos lados.

Para finalizar, o professor deve sistematizar o conteúdo no quadro, destacando que a classificação dos triângulos quanto aos lados depende da comparação entre suas medidas. Assim, os alunos compreendem que não basta olhar apenas a aparência da figura; é necessário analisar as relações entre os lados para classificá-la corretamente.

Sexta Questão: Utilizando o geoplano e elásticos, construa um triângulo escaleno e explique por que o triângulo construído é escaleno.

O professor deve iniciar retomando rapidamente as classificações dos triângulos quanto aos lados, destacando que o triângulo escaleno é aquele que possui os três lados com medidas diferentes. Em seguida, oriente os alunos a pegarem o geoplano e escolherem três pinos que formem um triângulo com lados visivelmente diferentes. É importante orientar que evitem escolher pontos muito simétricos. Depois da escolha dos três pinos, os alunos devem prender um elástico passando por esses pontos, formando o triângulo.

Após a construção, o professor deve orientar os alunos a analisar os lados do triângulo. Para isso, peça que contem os pinos entre os vértices ou façam uma comparação visual dos comprimentos. O objetivo é que percebam que:

- um lado possui uma determinada quantidade de pinos;
- outro lado possui uma quantidade diferente;
- o terceiro lado também é diferente dos demais.

Em seguida, os alunos devem responder à explicação solicitada. O professor deve incentivar justificativas como:

- “é escaleno porque os três lados têm medidas diferentes”;
- “nenhum lado tem o mesmo tamanho”;
- “todos os lados são diferentes”.

O professor pode fazer perguntas para orientar:

- “Existe algum lado igual ao outro?”;
- “Quantos lados têm a mesma medida?”;
- “Se todos forem diferentes, como classificamos?”.

Na sequência, proponha uma pequena investigação: peça aos alunos que movimentem um dos vértices do triângulo (mudando um dos pinos) e observem se a classificação muda. Eles devem perceber que, dependendo da nova posição:

- o triângulo pode deixar de ser escaleno;
- pode se tornar isósceles se dois lados ficarem iguais.

Esse momento é importante para mostrar que a classificação depende diretamente das medidas dos lados.

Finalize com uma socialização, pedindo que alguns alunos mostrem seus triângulos e expliquem como garantiram que os três lados são diferentes. O professor deve sistematizar destacando que o triângulo escaleno é identificado pela desigualdade entre todos os seus lados, e que a análise das medidas é essencial para sua correta classificação.

Sétima Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo isósceles e explique por que o triângulo construído é isósceles.

O professor deve iniciar retomando a classificação dos triângulos quanto aos lados, destacando que o triângulo isósceles é aquele que possui dois lados com a mesma medida e um lado diferente.

Em seguida, oriente os alunos a pegarem o geoplano e escolherem três pinos de forma que consigam construir um triângulo com dois lados iguais. Para facilitar, o professor pode sugerir que os alunos utilizem uma construção mais simétrica, por exemplo:

- escolher um pino central como vértice superior;
- escolher dois pinos na mesma linha horizontal, equidistantes do centro.

Depois da escolha dos pontos, os alunos devem prender o elástico passando pelos três pinos, formando o triângulo. O professor deve circular pela sala verificando se os triângulos construídos realmente possuem dois lados iguais.

Após a construção, o professor deve orientar os alunos a analisar os lados do triângulo. Para isso, peça que contem os pinos entre os vértices ou comparem visualmente os comprimentos. Eles devem identificar que:

- dois lados possuem a mesma medida;
- o terceiro lado possui medida diferente.

Em seguida, os alunos devem responder à explicação solicitada. O professor deve incentivar justificativas como:

- “é isósceles porque tem dois lados iguais”;
- “duas medidas são iguais e uma é diferente”;
- “os lados são iguais em duas partes”.

O professor pode orientar com perguntas como:

- “Quantos lados têm a mesma medida?”;
- “Todos os lados são iguais?”;
- “Existe um lado diferente?”.

Na sequência, proponha uma investigação: peça aos alunos que movimentem um dos vértices do triângulo. Em seguida, questione:

- “O triângulo continua sendo isósceles?”.

Os alunos devem perceber que:

- se mantiverem a igualdade entre dois lados, ele continua sendo isósceles;
- se alterarem essa relação, o triângulo pode se tornar escaleno ou até equilátero.

Finalize com uma socialização, solicitando que alguns alunos apresentem suas construções e expliquem como garantiram que dois lados são iguais. O professor deve sistematizar destacando que o triângulo isósceles é definido pela igualdade entre dois lados, e que essa característica pode ser observada e construída no geoplano por meio da escolha adequada dos pontos.

Para finalizar o Plano de Aula 02, destaca-se que a utilização do geoplano possibilitou aos alunos compreender, de forma concreta e visual, a classificação dos triângulos quanto aos lados, favorecendo a construção do conhecimento por meio da manipulação e da experimentação. As atividades desenvolvidas estimularam a observação, a comparação de medidas e a argumentação, permitindo que os estudantes identificassem as características dos triângulos equiláteros, isósceles e escalenos de maneira significativa. Assim, o plano atingiu seu objetivo ao consolidar esse conteúdo, preparando os alunos para o aprofundamento das propriedades dos triângulos nas aulas seguintes.

7.3 Terceiro encontro

O Plano de Aula 03 (Apêndice C) dá continuidade à sequência didática ao aprofundar o estudo dos triângulos, agora com foco na classificação quanto aos ângulos internos. Utilizando o geoplano, os alunos constroem e analisam triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos, observando como a variação das aberturas angulares influencia sua classificação. Essa

abordagem prática favorece a compreensão das relações entre ângulos e triângulos, promovendo a investigação, a comparação e a argumentação matemática.

Duração: 1 aula de 45 minutos.

Conteúdo:

- Ângulos internos dos triângulos;
- Classificação dos triângulos quanto aos ângulos:
 - Acutângulo (três ângulos agudos);
 - Retângulo (um ângulo reto);
 - Obtusângulo (um ângulo obtuso).
- Construção de triângulos no geoplano;
- Análise da relação entre a abertura dos ângulos e a classificação dos triângulos.

Objetivo: Construir, identificar e classificar triângulos quanto aos ângulos internos (acutângulo, retângulo e obtusângulo), utilizando o geoplano como recurso para analisar a relação entre a abertura dos ângulos e a classificação dos triângulos.

Descrição da atividade: A atividade inicia com uma breve revisão dos tipos de ângulos (agudo, reto e obtuso), retomando conceitos trabalhados anteriormente. Em seguida, o professor propõe a construção de triângulos no geoplano, utilizando elásticos, com o objetivo de explorar a classificação quanto aos ângulos internos. Os alunos são orientados a construir um triângulo acutângulo, observando que todos os seus ângulos devem ser menores que 90° , e, posteriormente, analisam o que ocorre ao aumentar a abertura de um dos ângulos. Na sequência, constroem um triângulo retângulo, identificando a presença de um ângulo de 90° e investigando as mudanças quando essa medida é alterada. Em seguida, constroem um triângulo obtusângulo, reconhecendo que ele possui um ângulo maior que 90° . Durante as atividades, os alunos são incentivados a manipular os elásticos, comparar as aberturas dos ângulos e justificar suas classificações. A aula é finalizada com uma discussão coletiva, na qual os estudantes compartilham suas observações e registram as conclusões, consolidando a compreensão da relação entre os ângulos internos e a classificação dos triângulos.

Habilidade desenvolvida: Classificar triângulos quanto aos ângulos internos (acutângulo, retângulo e obtusângulo), analisando e construindo figuras no geoplano, bem como utilizar a classificação dos ângulos (agudo, reto e obtuso) na análise das propriedades dos triângulos, de acordo com as habilidades EF08MA15 e EF08MA14.

Oitava Questão: utilizando o geoplano, construa um triângulo acutângulo e responda às questões propostas.

O professor deve iniciar retomando rapidamente que um triângulo acutângulo é aquele que possui os três ângulos internos agudos, ou seja, todos menores que 90° . Em seguida, deve explicar que a atividade será realizada no geoplano, com o uso de elásticos, para que os alunos possam construir e observar esse tipo de triângulo.

Primeiramente, o professor entrega o geoplano e os elásticos aos alunos ou grupos. Depois, orienta que escolham três pinos que não estejam alinhados, pois três pontos alinhados não formam um triângulo. Em seguida, os alunos devem prender o elástico passando pelos três pinos escolhidos, formando uma figura fechada.

Para facilitar a construção de um triângulo acutângulo, o professor pode orientar os alunos a escolherem pontos que formem um triângulo mais “fechado” e equilibrado, evitando uma abertura muito grande em qualquer vértice. Após a construção, os alunos devem observar os três ângulos internos e comparar cada um deles com um ângulo reto, usando como referência o canto do geoplano, do caderno ou do quadro.

Depois da construção, o professor deve conduzir a análise da letra a): “Explique por que o triângulo construído é classificado como acutângulo”. Os alunos devem perceber que o triângulo é acutângulo porque todos os seus ângulos internos são menores que 90° . O professor deve incentivar respostas como: “é acutângulo porque possui três ângulos agudos” ou “nenhum ângulo do triângulo é reto ou obtuso”.

Na letra b), o professor deve pedir que os alunos movimentem um dos vértices do triângulo, afastando um dos elásticos para aumentar a abertura de um dos ângulos. Em seguida, deve perguntar: “O triângulo continua sendo acutângulo?”. Os alunos devem observar que, se um dos ângulos deixar de ser agudo e se tornar reto ou obtuso, o triângulo não poderá mais ser classificado como acutângulo.

Durante esse momento, o professor pode orientar a investigação com perguntas como: “Todos os ângulos continuam menores que 90° ?”, “Algum ângulo ficou igual a 90° ?” ou “Algum ângulo ficou maior que 90° ?”. Essas perguntas ajudam os alunos a compreenderem que a classificação do triângulo depende da medida de seus ângulos internos.

Ao final, o professor deve promover uma breve socialização das construções. Alguns alunos podem apresentar seus triângulos, indicar os três ângulos internos e justificar por que eles são acutângulos. O professor finaliza sistematizando que, para um triângulo ser acutângulo, não basta parecer pequeno ou bem formado; é necessário que os três ângulos internos sejam agudos.

Nona Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo retângulo e responda às questões propostas.

O professor deve iniciar retomando que um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo interno de 90° (ângulo reto) e os outros dois ângulos agudos. Em seguida, explique que o objetivo da atividade é construir esse tipo de triângulo no geoplano.

Orientar os alunos a escolher um pino que será o vértice do ângulo reto. Depois, peça que prendam um elástico formando um lado do triângulo na horizontal e outro na vertical, utilizando as linhas do geoplano como referência. Isso ajudará a garantir que os dois lados sejam perpendiculares, formando um ângulo de 90° . Em seguida, os alunos devem escolher um terceiro pino e fechar a figura com o elástico, formando o triângulo.

Após a construção, o professor conduz a análise da letra a): “Explique por que o triângulo construído é classificado como retângulo”.

Os alunos devem identificar o ângulo de 90° e justificar que o triângulo é retângulo porque possui um ângulo reto. O professor deve incentivar respostas como:

- “tem um ângulo de 90° ”;
- “forma um ‘L’ no vértice”;
- “os lados são perpendiculares”.

Na letra b), o professor propõe uma investigação: peça aos alunos que movimentem um dos lados do triângulo, alterando o ângulo reto. Em seguida, pergunte: “Se o ângulo deixar de ser exatamente 90° , o triângulo continua sendo retângulo?”.

Os alunos devem observar que:

- se o ângulo diminuir, o triângulo passa a ser acutângulo;
- se o ângulo aumentar, passa a ser obtusângulo;
- portanto, para ser retângulo, é necessário que o ângulo seja exatamente 90° .

O professor pode orientar com perguntas como:

- “O que garante que o triângulo seja retângulo?”;
- “É a posição ou a medida do ângulo?”;
- “O que acontece quando perde a perpendicularidade?”.

Finalize com uma socialização, pedindo que alguns alunos mostrem seus triângulos e identifiquem o ângulo reto. O professor deve sistematizar destacando que o triângulo retângulo é definido pela presença de um único ângulo de 90° , e que qualquer alteração nessa medida modifica sua classificação.

Décima Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo obtusângulo e responda às questões propostas.

O professor deve iniciar retomando que um triângulo obtusângulo é aquele que possui um ângulo interno maior que 90° (ângulo obtuso) e os outros dois ângulos agudos. Em seguida, explique que o objetivo é construir esse tipo de triângulo no geoplano e compreender sua classificação.

Orientar os alunos a escolher três pinos que não estejam alinhados. Para garantir que o triângulo seja obtusângulo, o professor deve sugerir que os alunos escolham pontos que formem uma abertura bem ampla em um dos vértices. Depois, os alunos devem prender o elástico formando o triângulo.

Para ajudar na identificação, o professor deve pedir que os alunos comparem o ângulo construído com um ângulo reto (90°), utilizando como referência o canto do geoplano, do caderno ou do quadro. Se a abertura for maior, então trata-se de um ângulo obtuso.

Após a construção, o professor conduz a análise da letra a): “Explique por que o triângulo construído é classificado como obtusângulo”. Os alunos devem justificar que o triângulo é obtusângulo porque possui um ângulo maior que 90° . O professor deve incentivar respostas como:

- “tem um ângulo maior que 90° ”;
- “é mais aberto que o ângulo reto”;
- “um dos ângulos é obtuso”.

Na letra b), o professor propõe uma investigação: peça aos alunos que movimentem o vértice responsável pelo ângulo obtuso, diminuindo a abertura. Em seguida, pergunte: “O triângulo continua sendo obtusângulo?”.

Os alunos devem observar que:

- ao diminuir a abertura, o ângulo pode se tornar reto;
- se continuar diminuindo, passa a ser agudo;
- portanto, o triângulo deixa de ser obtusângulo.

O professor pode orientar com perguntas como:

- “O que mudou no triângulo?”;
- “Quantos ângulos são maiores que 90° ?”;
- “O triângulo pode ter mais de um ângulo obtuso?”.

Esse último questionamento é importante, pois os alunos devem compreender que um triângulo não pode ter mais de um ângulo obtuso, pois a soma dos ângulos internos é 180° .

Finalize com uma socialização, solicitando que alguns alunos apresentem suas construções e expliquem como garantiram que o triângulo é obtusângulo. O professor deve sistematizar destacando que o triângulo obtusângulo é definido pela presença de um ângulo maior que 90° , e que a variação dessa abertura altera diretamente sua classificação.

Para finalizar o Plano de Aula 03, destaca-se que o uso do geoplano possibilitou aos alunos compreender, de forma concreta e investigativa, a classificação dos triângulos quanto aos ângulos internos, favorecendo a relação entre conceitos já estudados e novos conhecimentos. As atividades desenvolvidas estimularam a observação, a comparação e a argumentação, permitindo que os estudantes percebessem como a variação da abertura dos ângulos interfere diretamente na classificação dos triângulos. Dessa forma, o plano contribuiu para a consolidação do pensamento geométrico, preparando os alunos para o estudo mais aprofundado das propriedades dos triângulos nas aulas seguintes.

7.4 Quarto encontro

O Plano de Aula 04 (Apêndice D) dá continuidade à sequência didática ao aprofundar o estudo dos triângulos, com foco nos pontos notáveis: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro, a partir da construção de alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes no geoplano. Por meio de uma abordagem investigativa, os alunos são levados a construir, observar e analisar o ponto de encontro desses segmentos, compreendendo suas propriedades e a relação com os diferentes tipos de triângulos. Essa proposta favorece a visualização, a argumentação e a consolidação dos conceitos geométricos

Duração: 1 aula de 45 minutos.

Conteúdo:

- Alturas do triângulo e ortocentro;
- Medianas do triângulo e baricentro;
- Bissetrizes dos ângulos internos e incentro;
- Mediatrizes dos lados e circuncentro;
- Construção e análise dos pontos notáveis no geoplano;
- Relação entre a posição dos pontos notáveis e o tipo de triângulo.

Objetivo: Compreender, construir e analisar os pontos notáveis do triângulo (ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro), por meio da construção de alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes no geoplano, investigando suas propriedades e posições em diferentes tipos de triângulos

Descrição da atividade: A atividade inicia com a apresentação do conceito de pontos notáveis do triângulo, introduzindo a ideia de que determinados segmentos (alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes) se encontram em pontos específicos com propriedades importantes. Em seguida, utilizando o geoplano e elásticos, os alunos são orientados a construir um triângulo qualquer e, a partir dele, traçar suas alturas, identificando o ponto de encontro denominado ortocentro. Na sequência, os estudantes constroem as medianas do triângulo e observam o ponto de encontro, denominado baricentro, analisando sua posição no interior da figura. Posteriormente, realizam a construção das bissetrizes dos ângulos internos, identificando o incentro, e das mediatrizes dos lados, localizando o circuncentro. Durante toda a atividade, os alunos são incentivados a observar, comparar e discutir a posição desses pontos em diferentes tipos de triângulos, utilizando o geoplano como ferramenta de visualização. A aula é finalizada com uma discussão coletiva e registro das conclusões, consolidando a compreensão dos pontos notáveis e suas propriedades.

Habilidade desenvolvida: Investigar, construir e analisar as propriedades dos triângulos, identificando alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes, bem como seus pontos de encontro (ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro), por meio do uso do geoplano, em consonância com a habilidade EF08MA14.

Décima Primeira Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas alturas.

O professor deve iniciar explicando que a altura de um triângulo é o segmento que parte de um vértice e encontra o lado oposto, formando um ângulo reto com esse lado. Em seguida, deve esclarecer que todo triângulo possui três alturas, uma partindo de cada vértice.

Primeiramente, entregue aos alunos o geoplano e os elásticos. Peça que escolham três pinos que não estejam alinhados e construam um triângulo, passando o elástico pelos três pontos escolhidos. O professor deve verificar se todos formaram corretamente uma figura fechada com três lados.

Depois da construção do triângulo, oriente os alunos a escolherem um dos vértices. A partir desse vértice, eles devem observar o lado oposto e tentar traçar, com outro elástico, um segmento que desça do vértice até esse lado, formando um ângulo de 90° com ele. Esse segmento será a primeira altura.

Em seguida, o professor deve repetir o procedimento com os outros dois vértices: de cada vértice, os alunos devem traçar um segmento até o lado oposto, sempre procurando formar

um ângulo reto. É importante explicar que a altura não é simplesmente uma linha “para baixo”, mas uma linha perpendicular ao lado oposto.

Durante a atividade, o professor deve circular pela sala, observando se os alunos estão traçando corretamente as alturas. Caso haja dificuldade, pode demonstrar no próprio geoplano, usando o canto de uma folha como referência para o ângulo reto.

Após a construção das três alturas, peça que os alunos observem o ponto em que elas se encontram. Explique que esse ponto é chamado de ortocentro.

Em seguida, os alunos devem responder às questões:

a) Quantas alturas possui um triângulo?

Espera-se que respondam que o triângulo possui três alturas, uma relativa a cada vértice.

b) O que você observa sobre o ponto de encontro das alturas?

Os alunos devem perceber que as três alturas se encontram em um mesmo ponto.

c) Como é chamado o ponto onde as três alturas do triângulo se encontram?

A resposta esperada é ortocentro.

d) Esse ponto fica dentro, fora ou sobre o triângulo construído?

O professor deve orientar que a posição do ortocentro depende do tipo de triângulo: em triângulos acutângulos, fica dentro; em triângulos retângulos, fica sobre o vértice do ângulo reto; e em triângulos obtusângulos, pode ficar fora do triângulo.

Finalize promovendo uma socialização das construções. Alguns alunos podem apresentar seus triângulos e indicar onde localizaram o ortocentro. O professor deve sistematizar destacando que as alturas sempre se encontram em um ponto chamado ortocentro, e que sua posição varia conforme o tipo de triângulo construído.

Décima Segunda Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas medianas.

O professor deve iniciar explicando que a mediana de um triângulo é o segmento que liga um vértice ao ponto médio do lado oposto. Em seguida, deve reforçar que todo triângulo possui três medianas, uma para cada vértice.

Orientar os alunos a construir um triângulo escolhendo três pinos que não estejam alinhados e formando a figura com o elástico. O professor deve verificar se todos construíram corretamente o triângulo.

Após isso, o professor deve explicar como encontrar o ponto médio de um lado. Oriente os alunos a observarem um dos lados do triângulo e contarem os pinos entre os vértices para identificar aproximadamente o ponto central. Em seguida, peça que os alunos escolham um

vértice e tracem, com outro elástico, um segmento ligando esse vértice ao ponto médio do lado oposto. Esse segmento será a primeira mediana.

Depois, os alunos devem repetir o processo para os outros dois vértices: identificar o ponto médio do lado oposto e traçar o segmento correspondente. Assim, formarão as três medianas do triângulo.

O professor deve circular pela sala observando se os alunos estão corretamente identificando os pontos médios e traçando as medianas. Caso haja dificuldade, pode auxiliar na contagem dos pinos ou sugerir ajustes visuais.

Após a construção das três medianas, peça que os alunos observem o ponto onde elas se encontram. Explique que esse ponto é chamado de baricentro.

Em seguida, os alunos devem responder às questões:

a) Quantas medianas possui um triângulo?

Resposta esperada: três medianas.

b) O que você observa sobre o ponto de encontro das medianas?

Os alunos devem perceber que as três medianas se encontram em um único ponto.

c) Como é chamado o ponto onde as três medianas se encontram?

Resposta esperada: baricentro.

d) Esse ponto fica dentro ou fora do triângulo? Justifique.

Os alunos devem observar que o baricentro fica sempre no interior do triângulo, independentemente do tipo de triângulo construído.

Para finalizar, o professor deve promover uma socialização, pedindo que alguns alunos mostrem suas construções e identifiquem o baricentro. Em seguida, deve sistematizar destacando que as medianas sempre se encontram em um ponto interno ao triângulo, conhecido como baricentro, que pode ser interpretado como o “ponto de equilíbrio” da figura.

Décima Terceira Questão: Construa um triângulo no geoplano e trace as bissetrizes de seus ângulos, identificando o ponto de encontro.

O professor deve iniciar explicando que a bissetriz de um ângulo é o segmento que divide o ângulo em duas partes iguais. Em seguida, destaque que todo triângulo possui três bissetrizes, uma para cada ângulo interno, e que elas se encontram em um ponto chamado incentro. Oriente-os a construir um triângulo escolhendo três pinos não alinhados e formando a figura com o elástico. O professor deve verificar se todos construíram corretamente o triângulo.

Após a construção, peça que os alunos escolham um dos vértices do triângulo e observem o ângulo formado naquele ponto. Explique que eles devem dividir esse ângulo em duas partes aproximadamente iguais.

Orienta os alunos a prenderem um elástico partindo do vértice em direção ao interior do triângulo, tentando posicioná-lo de modo que forme duas aberturas semelhantes. Esse segmento representará a primeira bissetriz.

Em seguida, os alunos devem repetir o mesmo procedimento para os outros dois vértices do triângulo, sempre buscando dividir os ângulos em duas partes iguais. O professor deve circular pela sala, auxiliando os alunos na observação e ajuste das posições dos elásticos, garantindo que a divisão seja o mais equilibrada possível.

Após traçarem as três bissetrizes, peça que os alunos observem o ponto onde elas se encontram. Explique que esse ponto é chamado de incentro.

Em seguida, conduza a análise com questionamentos, como:

- Quantas bissetrizes possui um triângulo?
- O que você observa sobre o ponto de encontro dessas bissetrizes?
- Onde esse ponto está localizado em relação ao triângulo?

Os alunos devem perceber que:

- o triângulo possui três bissetrizes;
- elas se encontram em um único ponto;
- esse ponto fica no interior do triângulo.

Para aprofundar, o professor pode destacar que o incentro é o ponto que está à mesma distância de todos os lados do triângulo, embora essa formalização possa ser feita de maneira simples, de acordo com o nível da turma.

Finalize com uma socialização, solicitando que alguns alunos apresentem suas construções e expliquem como dividiram os ângulos. O professor deve sistematizar destacando que as bissetrizes sempre se encontram em um ponto interno chamado incentro, reforçando a importância da observação e da construção no geoplano para compreender esse conceito.

Décima Quarta Questão: Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas mediatrizes.

O professor deve iniciar explicando que a mediatriz de um segmento é a reta que passa pelo ponto médio do lado e forma um ângulo de 90° com ele. Em seguida, destaque que todo triângulo possui três mediatrizes, uma para cada lado, e que elas se encontram em um ponto

chamado circuncentro. Oriente-os a construir um triângulo escolhendo três pinos que não estejam alinhados. O professor deve verificar se todos formaram corretamente a figura.

Após a construção, o professor deve orientar os alunos a escolherem um dos lados do triângulo. Em seguida, devem identificar o ponto médio desse lado, contando os pinos entre os vértices ou fazendo uma estimativa visual. Esse ponto será a base para a construção da mediatriz.

Depois, peça que os alunos tracem um novo segmento (com outro elástico) passando por esse ponto médio e formando um ângulo reto com o lado do triângulo. O professor deve reforçar que esse segmento precisa ser perpendicular ao lado, podendo usar as linhas do geoplano como referência.

Em seguida, os alunos devem repetir o mesmo procedimento para os outros dois lados do triângulo: encontrar o ponto médio e traçar a mediatriz correspondente. O professor deve circular pela sala verificando se os alunos estão identificando corretamente os pontos médios e construindo as mediatrizes com perpendicularidade.

Após traçarem as três mediatrizes, peça que observem o ponto onde elas se encontram. Explique que esse ponto é chamado de circuncentro.

Em seguida, os alunos devem responder às questões:

a) O que é uma mediatriz?

Os alunos devem responder que é uma reta que passa pelo ponto médio de um segmento e forma um ângulo de 90° com ele.

b) As três mediatrizes se encontram em um único ponto? Onde ele está localizado?

Eles devem perceber que sim, as três mediatrizes se encontram em um único ponto, chamado circuncentro.

c) Compare a posição do ponto de encontro das mediatrizes com o tipo de triângulo construído.

O professor deve orientar que a posição varia:

- no triângulo acutângulo, fica dentro;
- no triângulo retângulo, fica no ponto médio da hipotenusa;
- no triângulo obtusângulo, fica fora do triângulo.

d) O que esse ponto representa geometricamente no triângulo?

O professor pode orientar que o circuncentro é o ponto que está à mesma distância dos três vértices do triângulo.

Finalize com uma socialização, pedindo que alguns alunos mostrem suas construções e identifiquem o circuncentro. O professor deve sistematizar destacando que as mediatrizes

sempre se encontram em um único ponto, cuja posição depende do tipo de triângulo, consolidando assim a compreensão desse conceito.

Para finalizar o Plano de Aula 04, destaca-se que a utilização do geoplano possibilitou aos alunos compreender, de forma concreta e investigativa, os pontos notáveis do triângulo, por meio da construção de alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes. As atividades favoreceram a visualização, a análise e a comparação das propriedades geométricas, permitindo que os estudantes identificassem os pontos de encontro desses segmentos: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro, e compreendessem suas diferentes posições conforme o tipo de triângulo. Dessa forma, o plano contribuiu para o aprofundamento do pensamento geométrico, consolidando conceitos essenciais e preparando os alunos para aplicações mais complexas.

7.5 Quinto encontro

O Plano de Aula 05 (Apêndice E) encerra a sequência didática ao propor a aplicação dos conhecimentos construídos sobre ângulos e triângulos em uma atividade de criação artística no geoplano. Nessa etapa, os alunos são convidados a elaborar composições utilizando diferentes tipos de triângulos, articulando conceitos geométricos com criatividade e expressão. Essa abordagem favorece a consolidação da aprendizagem, ao mesmo tempo em que estimula a autonomia, a comunicação e o protagonismo dos estudantes

Duração: 1 aula de 45 minutos.

Conteúdo:

- Triângulos e suas classificações;
- Aplicação dos conceitos de ângulos e triângulos;
- Composição de figuras geométricas no geoplano;
- Criatividade e expressão artística com formas geométricas;
- Integração entre matemática e arte.

Objetivo: Aplicar os conhecimentos sobre ângulos e triângulos na construção de uma composição artística no geoplano, utilizando diferentes tipos de triângulos e justificando suas escolhas, desenvolvendo criatividade, expressão e argumentação.

Descrição da atividade: A atividade inicia com a apresentação de exemplos de figuras formadas por triângulos, despertando o interesse dos alunos para a relação entre geometria e arte. Em seguida, o professor propõe a construção de uma composição artística no geoplano, utilizando elásticos, na qual os estudantes devem criar uma figura formada exclusivamente por triângulos. Durante a atividade, os alunos são orientados a explorar diferentes tipos de triângulos, aplicando os conhecimentos construídos ao longo da sequência didática, como

classificação quanto aos lados e aos ângulos. Além da construção, devem registrar os tipos de triângulos utilizados, atribuir um nome à figura criada e explicar o processo de construção, justificando suas escolhas. A atividade valoriza a criatividade, a autonomia e a expressão dos alunos, ao mesmo tempo em que reforça os conceitos geométricos trabalhados. Ao final, os estudantes apresentam suas produções para a turma, promovendo a socialização e a consolidação dos conhecimentos de forma significativa.

Habilidade desenvolvida: Construir e utilizar figuras geométricas em diferentes contextos, aplicando conhecimentos sobre ângulos e triângulos na criação de composições no geoplano, bem como interpretar e comunicar ideias matemáticas por meio dessas representações, em consonância com as habilidades EF08MA18 e EF08MA24.

Décima Quinta Questão: Criação artística geométrica com triângulos no geoplano.

O professor deve iniciar explicando que essa atividade será uma forma de aplicar tudo o que foi estudado nas aulas anteriores sobre ângulos e triângulos. O objetivo é que os alunos criem uma figura artística utilizando apenas triângulos no geoplano, explorando a criatividade e os conhecimentos geométricos construídos.

Primeiramente, entregue aos alunos o geoplano e os elásticos coloridos. Em seguida, explique que eles deverão construir uma figura livre, mas com uma regra principal: a composição precisa ser formada somente por triângulos. O professor pode apresentar alguns exemplos simples no quadro, como uma casa, uma estrela ou uma figura abstrata feita por vários triângulos.

Depois da explicação, oriente os alunos a planejar a figura antes de colocar os elásticos. Eles devem pensar:

- Que figura desejam formar?
- Quantos triângulos serão utilizados?
- Que tipos de triângulos aparecerão na composição?
- A figura terá triângulos isósceles, escalenos, retângulos, acutângulos ou obtusângulos?

Em seguida, os alunos começam a construção no geoplano. Eles devem escolher os pinos que servirão como vértices dos triângulos e prender os elásticos, formando figuras fechadas com três lados. O professor deve circular pela sala, observando se os alunos estão realmente formando triângulos e não quadriláteros ou outras figuras.

Durante a construção, o professor pode orientar com perguntas como:

- “Essa figura tem três lados?”;
- “Esse triângulo é classificado como quê?”;

- “Quantos triângulos aparecem na sua composição?”;
- “Você consegue identificar algum triângulo isósceles ou escaleno?”;
- “Há algum triângulo retângulo, acutângulo ou obtusângulo?”.

Após a construção, peça que os alunos façam o registro no caderno. Eles devem anotar o nome da figura criada, os tipos de triângulos utilizados e uma breve explicação sobre como fizeram a construção. O professor pode sugerir o seguinte modelo:

Nome da figura: _____

Quantidade de triângulos utilizados: _____

Tipos de triângulos presentes: _____

Como foi feita a construção: _____

O que a figura representa: _____

Na sequência, cada aluno ou grupo deve apresentar sua criação para a turma. Durante a apresentação, deve explicar o nome da figura, os triângulos utilizados e como realizou a construção no geoplano. Esse momento é importante para desenvolver a comunicação matemática, a argumentação e a socialização das aprendizagens.

Por fim, o professor deve finalizar a atividade destacando que a geometria também pode ser usada em produções criativas e artísticas. É importante reforçar que, ao construir a composição, os alunos aplicaram conhecimentos sobre lados, ângulos, classificação de triângulos e organização espacial no geoplano. Assim, a atividade consolida os conteúdos trabalhados durante toda a sequência didática de forma prática, criativa e significativa.

Para finalizar o Plano de Aula 05, destaca-se que a atividade de criação artística no geoplano possibilitou aos alunos aplicar, de forma integrada e significativa, os conhecimentos construídos ao longo de toda a sequência didática sobre ângulos e triângulos. Ao elaborar suas próprias composições, os estudantes mobilizaram conceitos geométricos, desenvolveram a criatividade e fortaleceram a capacidade de argumentação e comunicação matemática. Além disso, a socialização das produções favoreceu a troca de ideias e a valorização das diferentes estratégias utilizadas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso do geoplano como recurso didático contribuiu de forma significativa para a aprendizagem dos conceitos de geometria plana, especialmente no estudo de ângulos e triângulos. Ao longo da sequência de aulas, os alunos tiveram a oportunidade de construir, observar, comparar e analisar as figuras, o que facilitou a compreensão dos conteúdos de maneira mais concreta.

As atividades propostas favoreceram a participação ativa dos estudantes, despertando o interesse pela disciplina e promovendo maior envolvimento nas aulas. Além disso, o trabalho com material manipulável ajudou a diminuir dificuldades relacionadas à abstração, permitindo que os alunos desenvolvessem melhor a visualização e o raciocínio geométrico.

Outro ponto importante foi o incentivo à argumentação, já que os alunos precisaram explicar suas construções e justificar suas respostas, fortalecendo a comunicação matemática. A proposta também estimulou a criatividade, principalmente na atividade final, em que os alunos aplicaram os conhecimentos na construção de figuras.

Dessa forma, conclui-se que o geoplano é uma ferramenta eficiente para o ensino de geometria, pois torna a aprendizagem mais dinâmica, significativa e acessível. O projeto atingiu seus objetivos e mostrou que metodologias ativas, aliadas a recursos concretos, podem contribuir para melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

EUGENIO, Robson da Silva; LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática: formação continuada de professores de Matemática no sertão pernambucano**. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 29, n. 84, p. 1–14, jul./set. 2024. DOI: 10.37001/emr.v29i84.3919

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. 178p.

LUCENA, Regilania da Silva. **Laboratório de ensino de matemática**. Fortaleza: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), 2017. 94 p. ISBN: 978-85-475-0058-0.

APÊNDICE

APÊNDICE A – PLANO DE AULA 01

Escola:			
Professor:			
Plano de Aula 01	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA15: Reconhecer e utilizar relações entre ângulos formados por retas, identificando ângulos agudos, retos e obtusos. - EF08MA18: Construir figuras geométricas com uso de instrumentos ou softwares, analisando suas propriedades.			
Objetivo: Compreendendo o conceito de ângulo, identificando vértice, lados e classificações (agudo, reto e obtuso), por meio da manipulação do geoplano.			
Objetos de Aprendizagens: - Conceito de ângulo; - Vértice e lados do ângulo; - Classificação dos ângulos.			
Metodologia: - Aula prática com utilização do material manipulável (geoplano e elásticos), promovendo a investigação e a argumentação oral.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Conversa inicial sobre onde aparecem ângulos no cotidiano. • Apresentação do geoplano e dos elásticos. - Atividade Principal (30 min) • Construção de um ângulo qualquer. - Primeira Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo qualquer e responda às questões propostas. Responda: a) Quantos lados formam o ângulo que você construiu? b) O ângulo construído é agudo, reto ou obtuso? Justifique. c) Se você mudar a posição de um dos elásticos, o ângulo continuará sendo o mesmo? Explique. Objetivo da questão: Compreender o conceito de ângulo por meio da manipulação concreta, identificando vértice, lados e diferentes aberturas angulares.			

- Construção de ângulos agudo, reto e obtuso.

- Segunda Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo agudo e responda às questões a seguir.

a) Explique por que o ângulo construído é agudo.

b) O que acontece com o ângulo se você afastar um dos elásticos do vértice? Ele continua sendo agudo? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo agudo, utilizando material manipulável e linguagem geométrica adequada.

- Terceira Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo reto e responda às questões a seguir.

a) Explique por que o ângulo construído é um ângulo reto.

b) O que acontece com o ângulo se você mover um dos elásticos? Ele continua sendo reto? Justifique.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo reto, compreendendo a ideia de perpendicularidade e a relação entre abertura angular e classificação do ângulo.

- Quarta Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um ângulo obtuso e responda. Explique por que o ângulo construído é obtuso.

Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um ângulo obtuso, compreendendo a relação entre abertura angular e classificação dos ângulos.

Discussão coletiva sobre as classificações e variações dos ângulos. Sistematização.
Registro no caderno dos conceitos trabalhados. (10 min)

Recursos Didáticos:

- Geoplano;
- Elásticos coloridos;
- Caderno do aluno.

Avaliação:

- Participação, argumentação e justificativas apresentadas pelos alunos.

Dificuldades Previstas:

- Dificuldade sobre o conteúdo;
- Dificuldade em entender conceitos geometria plana;
- Dificuldade em diferenciar os tipos de ângulos;

- Dificuldade em construir o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem; - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

APÊNDICE B – PLANO DE AULA 02

Escola;			
Professor:			
Plano de Aula 02	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA14: Demonstrar propriedades de triângulos por meio da construção e análise de figuras. - EF08MA18: Construir figuras geométricas e analisar suas propriedades.			
Objetivo: - Identificar e classificar triângulos quanto aos lados: equilátero, isósceles e escaleno.			
Objetos de Aprendizagens: - Triângulos; - Classificação quanto aos lados.			
Metodologia: - Exploração prática no geoplano, com comparação visual e estimativa de medidas.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Retomada do conceito de triângulo. - Atividade Prática (30 min) • Construção de diferentes triângulos. - Quinta Questão – Tipos de Triângulos quanto aos lados. • Construa diferentes triângulos no geoplano. • Conte o número de pinos entre os vértices para estimar os comprimentos dos lados. Classifique: • Equilátero → três lados iguais • Isósceles → dois lados iguais • Escaleno → todos os lados diferentes Objetivo da questão: Identificar triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. • Construção específica do triângulo escaleno e isósceles. - Sexta Questão – Utilizando o geoplano e elásticos, construa um triângulo escaleno e explique por que o triângulo construído é escaleno. Objetivo da questão: Verificar se o aluno é capaz de construir, identificar e justificar um triângulo escaleno, utilizando a comparação dos comprimentos dos lados como critério de classificação.			

- Sétima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo isósceles e explique por que o triângulo construído é isósceles. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo isósceles, compreendendo que esse tipo de triângulo possui dois lados de mesma medida e um lado diferente. • Socialização e anotações das construções e classificações. (10 min)
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos; - Caderno do Aluno.
Avaliação: Capacidade de identificar, construir e justificar os tipos de triângulos.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em diferenciar os tipos de triângulos; - Dificuldade em construir o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem; - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

APÊNDICE C – PLANO DE AULA 03

Escola:			
Professor:			
Plano de Aula 03	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA15: Classificar ângulos e utilizá-los na análise de figuras geométricas. - EF08MA14: Analisar propriedades dos triângulos.			
Objetivo: Classificar triângulos quanto aos ângulos internos: acutângulo, retângulo e obtusângulo.			
Objetos de Aprendizagens: - Ângulos internos dos triângulos; - Classificação dos triângulos.			
Metodologia: - Construção e análise de figuras no geoplano.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Revisão dos tipos de ângulos. - Atividade Principal (30 min) • Construção de triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo. • Análise das mudanças na classificação ao alterar os ângulos. - Oitava Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo acutângulo e responda às questões a seguir. a) Explique por que o triângulo construído é classificado como acutângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se você abrir mais um dos ângulos? Ele continua sendo acutângulo? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo acutângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui os três ângulos internos agudos (menores que 90°). - Nona Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo retângulo e responda às questões a seguir. a) Explique por que o triângulo construído é classificado como triângulo retângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo reto deixar de ser exatamente 90° ? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo retângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo reto (90°) e dois ângulos agudos.			

- Décima Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo obtusângulo e responda às questões a seguir. a) Explique por que o triângulo construído é classificado como obtusângulo. b) O que acontece com a classificação do triângulo se o ângulo obtuso diminuir e se tornar reto ou agudo? Justifique. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir, identificar e justificar um triângulo obtusângulo, compreendendo que esse tipo de triângulo possui um ângulo obtuso (maior que 90°) e dois ângulos agudos. - Conclusão (10 min) • Registro das conclusões no caderno
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos; - Caderno do Aluno.
Avaliação: Justificativas corretas e compreensão das classificações.
Dificuldades Previstas: - Dificuldade sobre o conteúdo; - Dificuldade em entender conceitos geometria plana; - Dificuldade em diferenciar os tipos de ângulos quanto a sua classificação; - Dificuldade em construir e analisar o geoplano.
Estratégias para Superar as Dificuldades: - Apresentar e detalhar o conteúdo estudado; - Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem - Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.
Referências Bibliográficas: BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

APÊNDICE D – PLANO DE AULA 04

Escola:			
Professor:			
Plano de Aula 04	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA14: Investigar propriedades de triângulos, incluindo mediatriz, bissetriz, mediana e altura. - EF08MA18: Construir e analisar figuras geométricas.			
Objetivo: Compreender os pontos notáveis do triângulo: ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro.			
Objetos de Aprendizagens: - Alturas, medianas, bissetrizes e mediatrizes; - Pontos notáveis do triângulo.			
Metodologia: -Aula investigativa com construções no geoplano.			
Desenvolvimento da Aula: - Introdução (5 min) • Apresentação da ideia de pontos notáveis. - Atividade Prática (30 min) • Construção das alturas e identificação do ortocentro. - Décima Primeira Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas alturas. a) Quantas alturas possui um triângulo? b) O que você observa sobre o ponto de encontro das alturas? c) Como é chamado o ponto onde as três alturas do triângulo se encontram? d) Esse ponto fica dentro, fora ou sobre o triângulo construído? Explique com base na sua construção no geoplano. Objetivo da questão: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas alturas no geoplano e identificar o ponto de encontro dessas alturas, compreendendo o conceito de ortocentro. • Construção das medianas e identificação do baricentro. - Décima Segunda Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas medianas.			

a) Quantas medianas possui um triângulo?

b) O que você observa sobre o ponto de encontro das medianas?

c) Como é chamado o ponto onde as três medianas do triângulo se encontram?

d) Esse ponto fica dentro ou fora do triângulo? Justifique sua resposta a partir da construção no geoplano.

Objetivo da questão: Levar o aluno a construir um triângulo, traçar suas medianas e identificar o ponto de encontro dessas medianas, compreendendo o conceito de baricentro como ponto de equilíbrio do triângulo.

- Construção das bissetrizes e mediatrizes.

- Décima Terceira Questão – Construa um triângulo qualquer no geoplano utilizando elásticos. Utilizando elásticos, trace a bissetriz de cada ângulo do triângulo, dividindo cada ângulo em duas partes de mesma medida (visual ou estimada).

Objetivo da questão: Levar os alunos a compreenderem o conceito de bissetriz, identificar o ponto de encontro das bissetrizes de um triângulo (incentro) e reconhecer sua posição no interior do triângulo, utilizando o geoplano como recurso concreto de visualização.

- Décima Quarta Questão – Utilizando o geoplano, construa um triângulo e determine o ponto de encontro de suas mediatrizes.

a) O que é uma mediatriz? Explique com suas palavras a partir da construção realizada.

b) As três mediatrizes se encontram em um único ponto? Onde ele está localizado?

c) Compare a posição do ponto de encontro das mediatrizes com o tipo de triângulo construído.

d) O que esse ponto representa geometricamente no triângulo?

Objetivo da questão: Compreender o conceito de mediatriz de um segmento e identificar o ponto de encontro das mediatrizes de um triângulo, denominado circuncentro, por meio da construção e da visualização no geoplano.

- Discussão Final (10 min)

- Comparação da posição dos pontos nos diferentes tipos de triângulos.

Recursos Didáticos:

- Geoplano;
- Elásticos;
- Caderno do Aluno.

Avaliação:

Participação, compreensão conceitual e explicações orais.

Dificuldades Previstas:

- Dificuldade sobre o conteúdo;
- Dificuldade em entender conceitos geometria plana;
- Dificuldade em compreender os pontos notáveis do triângulo;
- Dificuldade em construir o geoplano;

Estratégias para Superar as Dificuldades:

- Apresentar e detalhar o conteúdo estudado;
- Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem
- Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos.

Referências Bibliográficas:

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

APÊNDICE E – PLANO DE AULA 05

Escola:			
Professor:			
Plano de Aula 05	Nível de Ensino: Fundamental II	Ano/Série: 8º Ano	Tempo de Aula: 45 min
Habilidades (BNCC) - EF08MA18: Construir figuras geométricas em diferentes contextos. - EF08MA24: Utilizar conhecimentos matemáticos para interpretar e produzir representações em diferentes contextos.			
Objetivo: Utilizar conhecimentos geométricos na criação de uma composição artística.			
Objetos de Aprendizagens: - Triângulos; - Criatividade e expressão artística.			
Metodologia: - Atividade prática e interdisciplinar.			
Desenvolvimento da Aula: 1. Introdução (15 min) • Apresentação de exemplos de arte geométrica. 2. Criação Artística (30 min) • Construção de uma figura artística com triângulos no geoplano. - Décima Quinta Questão – Criação artística geométrica Passos: • Crie uma figura artística composta apenas de triângulos. • Registre os tipos de triângulos utilizados. • Dê um nome à sua figura e apresente aos colegas. • Explique como foi feita a construção e o que representa. Objetivo da questão: Usar ângulos e triângulos em composições visuais.			
Recursos Didáticos: - Geoplano; - Elásticos;			
Avaliação: - Criatividade, uso correto dos conceitos geométricos e apresentação oral.			

Dificuldades Previstas:

- Dificuldade em construir uma figura artística
- Dificuldade em entender conceitos geométricos

Estratégias para Superar as Dificuldades:

- Apresentar e detalhar as instruções para construir figuras artísticas com triângulos no geoplano;
- Fornecer apoio individualizado para os alunos que necessitarem;
- Utilizar exemplos e exercícios adicionais para reforçar a compreensão dos conceitos geométricos.

Referências Bibliográficas:

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.