

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CENTRO DE ESTUDOS SUPERIORES DE CAXIAS
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

MAYCON SILVA ALVES

ENSINANDO ÂNGULOS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA

CAXIAS-MA

2021

MAYCON SILVA ALVES

ENSINANDO ÂNGULOS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA

Monografia apresentada ao Curso de Matemática Licenciatura, do Centro de Estudos Superiores de Caxias, da Universidade Estadual do Maranhão CESC/UEMA, como requisito básico para conclusão do Curso.

Orientadora: Prof. Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz

CAXIAS-MA
2021

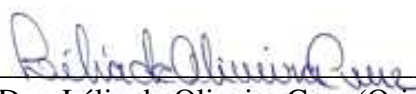
.MAYCON SILVA ALVES

ENSINANDO ÂNGULOS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA

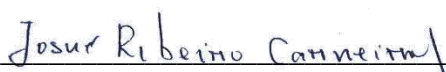
Monografia apresentado ao curso de Matemática Licenciatura, do Centro de Ensino Superior de Caxias, da Universidade Estadual do Maranhão - CESC/UEMA, como requisito básico para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 17/08/2021

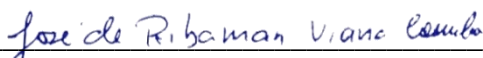
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz (Orientadora)
CESC-UEMA



Prof. Esp. Josué Ribeiro Carneiro
CESC-UEMA



Prof. Me. José de Ribamar Viana Coimbra
CESC-UEMA

A474e Alves, Maycon Silva

Ensinando ângulos com o software geogebra / Maycon Silva
Alves. __Caxias: CESC/UEMA, 2021.

47f.

Orientador: Prof^ª. Dra. Lélia de Oliveira Cruz.

Monografia (Graduação) – Centro de Estudo de Estudos Superiores
de Caxias, Curso de Licenciatura em Matemática.

1. Geometria plana. 2. Ângulos – Estudos. 3. Geogebra. I. Título.

CDU 514.112:004.4

A Deus o criador de toda
existência, e a minha família
pelo apoio e incentivo durante
todo esse percurso na
Universidade.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por que sem ele nada disso poderia acontecer, em segundo o apoio da minha família que sempre me incentivou e me apoiaram independente das dificuldades, principalmente meus pais que quando eu pensei em desistir eles não deixaram, me mostrando que eu era capaz de conseguir.

A minha namorada que foi a pessoa esteve ao meu lado sempre, me dando força e apoio e incentivando, pedindo que eu não desistisse e que viu toda dificuldade que foi chegar até aqui.

A professora Lélia pela dedicação enquanto a minha orientadora, pelas ajuda, e pelas dicas que foi de grande importância para a conclusão do trabalho, sem dúvida a melhor orientadora que eu poderia escolher.

Agradecer também a alguns amigos que me ajudaram de alguma forma.

RESUMO

O presente trabalho denominado Ensinando ângulos com o *software* GeoGebra, teve como finalidade investigar a importância do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, na Geometria Plana, no estudo de ângulos no ensino fundamental. A finalidade de usar o GeoGebra, se deve a variedade de recursos que ele pode oferecer e auxiliar no ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Os pressupostos anteriores, justificam, em parte, a escolha do tema, contudo o motivo principal, é a possibilidade de trabalhar um conteúdo abstrato, no caso, ângulo com o *software* GeoGebra, tornando seu ensino interativo e permitindo que os alunos aprendam de modo mais significativo. Com essa perspectiva elaboramos o problema de pesquisa – Como o uso do GeoGebra pode auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de habilidades geométricas no ensino da Geometria Plana? Na viabilidade de responder o problema foi estabelecido o objetivo geral – Investigar a importância do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de ângulo na Educação Básica. Para nortear a investigação formulou-se os objetivos específicos: pontuar aspectos importantes do GeoGebra para o ensino e aprendizagem Matemática; destacar vantagens e desvantagens no uso do GeoGebra para o ensino e aprendizagem de Matemática; aplicar atividades envolvendo a construção de ângulos no GeoGebra e analisar a aplicação do GeoGebra no desenvolvimento de atividade em sala de aula. O caminho metodológico para o estudo iniciou com pesquisas bibliográficas, apresentação do *software*, aplicação e análise das atividades de construção de ângulos desenvolvidas com crianças da vizinhança e parentes, que cursam o 6º ano do ensino fundamental. A experiência era novidade para maioria dos participantes e os resultados foram significativos, visto que, os participantes acharam muito interessante aprender usando o aplicativo.

Palavras-Chave: Geometria Plana, Estudo de Ângulos, GeoGebra.

ABSTRACT

The present work, called Teaching angles with the GeoGebra software, aimed to investigate the importance of using GeoGebra in the teaching and learning of mathematics, mainly in Plane Geometry, in the study of angles in elementary school. The purpose of using Geogebra is due to the variety of resources it can offer and assist in teaching-learning of mathematical content. The previous assumptions partly justify the choice of the theme. However, the main reason is the possibility of working an abstract content, in this case, an angle with the GeoGebra software, making its teaching interactive and allowing students to learn more significant. With this perspective, we elaborated the research problem – How the use of GeoGebra can help teachers and students in the development of geometric skills in the teaching of Plane Geometry? In the feasibility of answering the problem, the general objective was established – To investigate the importance of using GeoGebra in teaching and learning from an angle in Basic Education. To guide the investigation, specific objectives were formulated: to point out important aspects of GeoGebra for teaching and learning mathematics; highlight advantages and disadvantages in using Geogebra for teaching and learning Mathematics; apply activities involving the construction of angles in GeoGebra and analyze the application of GeoGebra in the development of activities in the classroom. The methodological path for the study began with bibliographical research, software presentation, application and analysis of the angle building activities developed with neighborhood children and relatives, who are in the 6th grade of elementary school. The experience was new to most participants and the results were significant, as participants found it very interesting to learn using the application.

Keywords: Plane Geometry, Angle Study, GeoGebra.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 - Região convexa e não convexa de um ângulo.....	17
Figura 2 – Classificação de ângulos.....	18
Figura 3 – Ângulos consecutivos.....	18
Figura 4 – Ângulo de 90°	19
Figura 5 – Ângulo de 90° com bissetriz.....	19
Figura 6 – Ângulos complementares.....	20
Figura 7 – Ângulos suplementares.....	20
Figura 8 – Ângulos oposto pelo vértice.....	21
Figura 9 – Tesouras com aberturas diferentes formando ângulos.....	21
Figura 10 – Relógio de ponteiros.....	22
Figura 11 – Campo de futebol mostrando onde pode-se encontrar ângulos.....	22
Figura 12 – Tipos de Geogebra disponíveis para <i>download</i>	28
Figura 13 – Tela principal do Geogebra.....	29
Figura 14 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	29
Figura 15 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	30
Figura 16 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	30
Figura 17 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	31
Figura 18 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	31
Figura 19 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	32
Figura 20 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	32
Figura 21 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	33
Figura 22 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	33
Figura 23 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	34
Figura 24 – Barra de ferramenta do GeoGebra.....	34
Figura 25 – Ângulo de 45°	37
Figura 26 – Ângulo de 90°	37
Figura 27- Ângulo de 180°	38
Figura 28 – Ângulo de 60°	39
Figura 29 – Ângulo de 60° com bissetriz.....	39
Figura 30 - Ângulo agudo.....	40
Figura 31 – ângulo obtuso.....	41

Figura 32 – Ângulo raso.....	41
Figura 33 - Triângulo e os valores da soma de seus ângulos.....	42
Figura 34 - Triângulo e suas medidas de ângulos internos e externos.....	44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. GEOMETRIA PLANA UMA BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO.....	13
3. DEFINIÇÃO DE ÂNGULO	16
3.1 O ÂNGULO NO ENSINO DA MATEMÁTICA	17
3.2 APLICAÇÕES DO ÂNGULO NO COTIDIANO	21
3.3 A IMPORTANCIA DO ESTUDO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	23
4. TECNOLOGIA E O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA.....	24
4.1 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA MEDIADA POR TECNOLOGIA	25
4.3 VANTAGENS E DESVANTAGENS DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	26
4.2 CONHECENDO O GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA	27
5. PERCURSO METODOLÓGICO.....	35
6. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA CONSTRUÇÃO DE ÂNGULOS NO GEOGEBRA.....	36
7. CONCLUSÃO.....	45
REFERÊNCIAS.....	46

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho procura-se compreender a relação Matemática e GeoGebra, identificando a relevância do uso do aplicativo no Ensino de Ângulos, visto que, nos dias atuais, a Geometria Plana continua pouco explorada na sala de aula da Educação Básica.

O aplicativo GeoGebra tem se revelado um recurso metodológico essencial na apresentação de temas matemáticos, a partir das variedades de recursos que o *software* dispõe e podem ser utilizados nas aulas de Matemática, tanto nas salas de aula presencial e/ou remota, bem como, nas aulas em Ensino à Distância – EaD. O *software* se bem utilizado, pode enriquecer as aulas tornando os conteúdos significativos para os estudantes.

Na intenção de observar estratégias de ensino de ângulos, com o uso de tecnologias digitais, como o GeoGebra, elaborou-se o problema de pesquisa – Como o uso do GeoGebra pode auxiliar professores e alunos no desenvolvimento de habilidades geométricas no ensino da Geometria Plana? Na viabilidade de responder o problema foi estabelecido o objetivo geral – Investigar a importância do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de ângulo na Educação Básica, para nortear a investigação formulou-se os objetivos específicos: pontuar aspectos importantes do GeoGebra para o ensino e aprendizagem Matemática; destacar vantagens e desvantagens no uso do Geogebra para o ensino e aprendizagem de Matemática; aplicar atividades envolvendo a construção de ângulos no GeoGebra e analisar a aplicação do GeoGebra no desenvolvimento de atividade em sala de aula.

O estudo foi desenvolvido a partir de uma pesquisa bibliográfica, apresentação do *software* e aplicação de uma sequência de atividades para construção de ângulos e, posteriormente, análise das atividades desenvolvidas com crianças da vizinhança e parentes, que cursam o 6º ano do ensino fundamental, usando o celular dos participantes. A experiência era novidade para maioria dos participantes e os resultados foram significativos, visto que, os participantes acharam muito interessante aprender usando o aplicativo.

O trabalho está estruturado em sete seções, a primeira seção é a introdução apresentando a ideia, o problema de pesquisa e os objetivos geral e específicos. A seção seguinte traz uma breve contextualização da Geometria Plana, destacando concepções de pesquisadores relacionadas à temática. Na terceira seção, apresentamos a definição de ângulos, a importância do estudo da Geometria na Educação Básica, bem como, o estudo e aplicações de ângulos no cotidiano. A quarta seção aborda a tecnologia e o ensino da Geometria Plana, com ênfase nas vantagens e desvantagens do uso do *software* GeoGebra no ensino de ângulos.

O percurso metodológico, apresentado na quinta seção, traz a trajetória da investigação. Na penúltima seção, apresentamos a sequência de atividades desenvolvida na aplicação da pesquisa, ao tempo que, analisamos os resultados e finalmente, temos a conclusão do trabalho com os resultados alcançados.

2. GEOMETRIA PLANA UMA BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO

A Geometria teve seu início na Grécia Antiga, conhecida também, como Geometria Euclidiana, em homenagem a um grande mentor da área Euclides de Alexandria. Conforme afirma Ferret (2007, s/p.), “Foi em 300 a.C. que o grande geômetra Euclides de Alexandria desenvolveu grandiosos trabalhos matemático-geométricos e os publicou em sua obra intitulada Os Elementos. Essa foi, e continua sendo, a maior obra já publicada – desse ramo – de toda a história da humanidade”. A Geometria Euclidiana, atualmente, é conhecida como Geometria Plana.

Outros estudiosos apresentam o desenvolvimento da geometria ao longo da história, ressaltando sua importância para o desenvolvimento da humanidade e, sua organização para fins didáticos. Segundo Macedo (2014, p. 10):

A Geometria vem sendo construída há muitos séculos. É um ramo da Matemática que tem por objetivo estudar as características e as propriedades das Figuras geométricas, independentes de seus tamanhos. O estudo da Geometria pode ser dividido em duas partes: Geometria plana que estuda os objetos cujos elementos estão contidos em um mesmo plano e a Geometria espacial que estuda os objetos cujos elementos estão contidos em diferentes planos.

A Geometria é parte importante dos currículos de Matemática da Educação Básica, pois pode desenvolver nos estudantes capacidades como, compreensão, espírito de investigação, representação e resolução de problemas (BRASIL, 2006). Os conhecimentos geométricos possibilitam, também, uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática (LORENZATO, 1995). Apesar destes benefícios a Geometria continua sendo pouco estudada nas escolas de educação básica. Conforme destaca Lorenzato (1995), ao afirmar:

O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje. Presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la. Mas é preciso romper esse círculo de ignorância geométrica, mesmo porque já passou o tempo do "Ler, Escrever e Contar". (LORENZATO, 1995 p.4)

A constatação de Lorenzato (1995), sobre o ensino de geometria, começou a ser corrigida com a implantação dos Parâmetros Curriculares – PCN, em 1997, e continuou sendo adequada a realidade do ensino brasileiro no decorrer do tempo, atualmente, seu ensino começa

nos anos iniciais com a percepção de espaço e os conceitos básicos de localização, distância e outros.

Os documentos oficiais apresentam a importância do ensino dos conteúdos geométricos desde os anos iniciais de escolarização, como condição para que os alunos desenvolvam o pensamento geométrico necessário a compreensão do espaço a sua volta. Sobre isso os PCN asseveram que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997, p. 36).

Outro documento que reforça a importância de se ensinar Geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental, além de destacar a necessidade de consolidar e ampliar os conceitos construídos nos anos iniciais do ensino fundamental, é Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Segundo o documento:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de Figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p. 217).

A Geometria tem papel fundamental no ensino de Matemática, visto que, suas aplicações fazem parte do cotidiano dos alunos. Neste sentido, se faz necessário, que seu ensino seja contextualizado, relacionando o conteúdo da sala de aula com o ambiente exterior, fazendo interações que viabilizem a compreensão dos entes geométricos. Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual (LORENZATO, 1995).

É através da geometria que se desenvolve as habilidades visuais; os conhecimentos das formas presente na natureza e as características que elas apresentam, passam a ter sentido. De acordo como destaca Brasil (2006), ao afirmar que:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006 p.75)

A Geometria auxilia bastante nas atividades cotidianas, mais não deve ser valorizada apenas por isso, é preciso que os professores entendam que, é uma das partes mais importante da Matemática, por ser, uma das áreas que está mais ligada a realidade. Logo, deve ser trabalhada com a exigência do nível de ensino e considerando suas subdivisões, a saber: geometria plana, espacial e analítica. O trabalho em epígrafe, versa sobre a Geometria Plana e o ensino dos ângulos, temática que será abordada na seção seguinte.

3. DEFINIÇÃO DE ÂNGULO

Sobre o conceito de ângulo na Matemática destacaremos as definições de alguns autores importantes e suas compreensões. São inúmeras as definições de ângulo, iniciaremos destacando o que afirmou Euclides, em seu livro Elementos é que serviu e serve como fundamentação até hoje. No Livro I, Definição 8, Euclides (1944, p.4), postulou “Ângulo plano é a inclinação recíproca de duas linhas, que se tocam em uma superfície plana, sem estarem em direitura uma com outra”.

Já Hilbert (1952, p. 10-11) define ângulo como:

[...] seja α (alfa) um plano qualquer e sejam h , k duas semi-rectas quaisquer, diferentes, no plano α , que partem do ponto O e que pertencem a rectas distintas. Ao sistema destas semi-rectas h , k chamamos ângulo e representámo-lo por $\angle(h, k)$ ou por $\angle(k, h)$. As semi-rectas h , k chamam-se lados do ângulo e o ponto O chama-se o vértice do ângulo.

Podemos perceber que às duas definições foram apresentadas com linguagens diferentes, mas ao fazer a leitura com atenção é possível perceber que fala da mesma coisa, entretanto, com palavras diferentes, ou seja, a primeira apresentada em linguagem materna e a segunda em linguagem Matemática. Então é possível concluir que, toda definição de ângulo sempre vai ter o mesmo conceito, a diferença será a forma de apresentação. Pensamento que encontra eco na fala de Gomes e Ralha (2005) quando afirmam:

O conceito de ângulo, como praticamente todos os conceitos matemáticos, é multifacetado: é, em particular, possível encontrar várias definições de ângulo, não só ao longo de textos históricos como numa consulta a diversos manuais escolares atuais. Tal fato não sendo invulgar também não surge frequentemente reconhecido de forma explícita, isto é, tanto quanto nos foi dado perceber no estudo que conduzimos, mas também em conversas informais que fomos mantendo com muitos outros intervenientes no processo de ensino/aprendizagem da Matemática, o ator comum (professores e alunos) no ensino/aprendizagem de Matemática não parece estar acostumado à constatação de que um mesmo conceito matemático pode ter, em manuais escolares da atualidade, definições distintas. (GOMES, RALHA, 2005 p. 116)

Ainda que estas definições possam ser, no âmbito da geometria, consideradas elementares, qualquer uma delas impõe limitações específicas ao conceito de ângulo. Por exemplo, a definição dada por Euclides não inclui os ângulos côncavos nem se quer o ângulo raso, enquanto a definição de Hilbert também não inclui os ângulos côncavos (GOMES, RALHA p. 116). Dessa forma, entende-se que seja qual for as definições, poderão ser usadas em vários contextos, pois qualquer uma define o conceito de ângulo.

3.1 O ÂNGULO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

No Documento do Curricular do Território Maranhense, o objeto de conhecimento, Ângulos: noção, usos e medida é parte da unidade temática Grandezas e medidas, e tem como habilidades a serem construídas, no sexto ano do ensino fundamental:

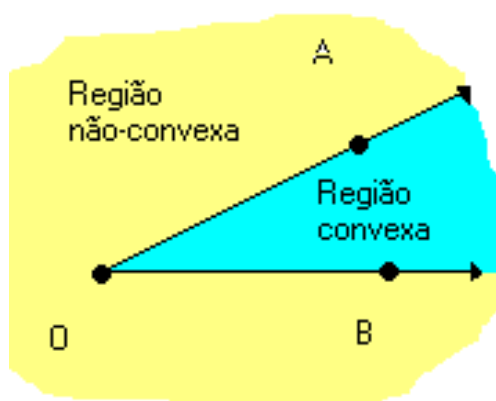
- (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às Figuras geométricas.
- (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
- (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais (BRASIL, 2019, p. 341)

No mesmo documento, há uma proposta de atividades a serem realizadas com os alunos, visando o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Propõe-se que o professor apresente imagens de Figuras geométricas por meio das mídias digitais e dos *softwares* matemáticos, destacando o valor dos ângulos em graus, como também a associação existente entre a abertura do ângulo e seu valor, ou seja, quanto maior for a abertura do ângulo, maior será seu valor. Vale também destacar para os alunos que a grandeza grau é uma unidade de medida do ângulo. Resolver situações-problema do cotidiano que envolvam a aplicabilidade do conceito de ângulos em situações reais. Usar compasso para construção de circunferência no intuito de mostrar ao estudante que, com ajuda de transferidor, é possível mensurar um ângulo, bem como recorrer à tecnologia para obter as medidas de ângulos (BRASIL, 2019, p. 341).

Tomamos como base, para aprofundar o estudo sobre ângulo, as concepções apresentadas no livro “A conquista da Matemática” escrito por José Ruy Giovanni Jr. e Benedicto Cas trucci. Com o intuito de analisar as definições, conceitos e classificação de ângulos, conforme apresenta a Figura 1.

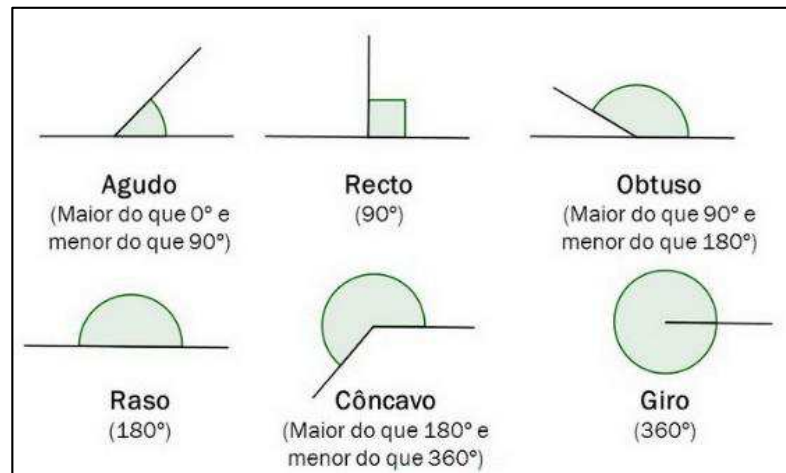
Figura 1 – Região convexa e não convexa de um ângulo.



Fonte: GIOVANNI JR.; CASTRUCCI (2018, p. 203)

A Figura 1, destaca a região convexa, parte interna do ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$ que está representada de azul, e a região não-convexa, parte externa do ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$ que está representada de amarelo. Contudo, os autores destacam que, “ângulo é toda região, convexa ou não, do plano determinada por duas semirretas de mesma origem” (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2018, p. 203). A Figura 2, mostra como os ângulos podem ser classificados de acordo com suas medidas.

Figura 2 - Classificação dos ângulos.



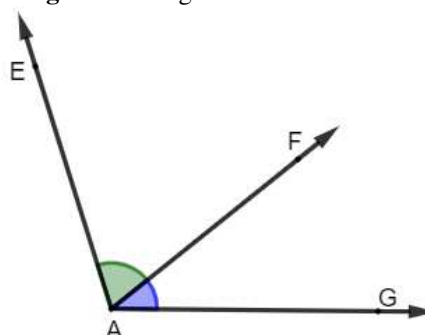
Fonte: <https://amigopai.wordpress.com/2016/09/26/angulos/>.

Na Figura 2, vemos as classificações dos ângulos que são eles: o agudo que é maior que 0° e menor 90° , o Reto que tem medida de 90° , o Obtuso que é maior que 90° e menor que 180° , o Raso que tem medida de 180° , o côncavo que é maior que 180° e menor que 360° , e o Giro que mede 360° .

Ângulos adjacentes

Dois ângulos são consecutivos quando possuem o mesmo vértice e tem um lado em comum, como mostra na Figura 3:

Figura 3 – Ângulos consecutivos.



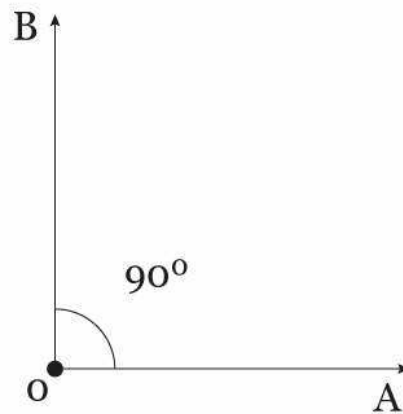
Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/angulos.htm>

Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns são denominados ângulos adjacentes. Sendo assim, no exemplo da Figura 3, $\widehat{EAG}$ e $\widehat{FAE}$ são adjacentes.

Bissetriz de um Ângulo

Seja um ângulo $\widehat{AOB}$ da imagem seguinte que mede $(\widehat{AOB}) = 90^\circ$. A partir do vértice O traçamos $\widehat{OC}$ que divide AOB em dois ângulos adjacentes de mesma medida. $\widehat{AOC}$ damos o nome de bissetriz de $\widehat{AOB}$. Observe as Figuras que seguem:

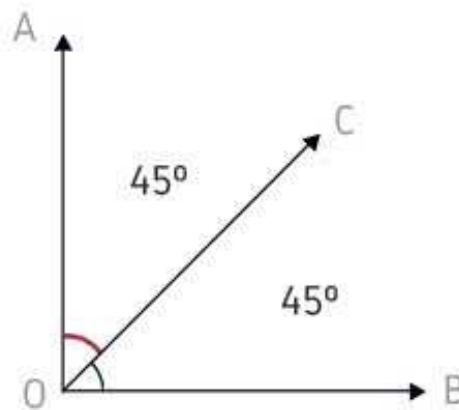
Figura 4 – Ângulo de 90° .



Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/angulos>

A Figura 4, um ângulo $\widehat{AOB}$, classificado como ângulo reto, porque mede 90° . A partir do vértice O , traçamos $\widehat{OC}$ que divide AOB em dois ângulos adjacentes de mesma medida. $\widehat{AOC}$ damos o nome de bissetriz de $\widehat{AOB}$. A Figura 5, apresenta o ângulo de 90° com a bissetriz:

Figura 5 – Ângulo de 90° com bissetriz.



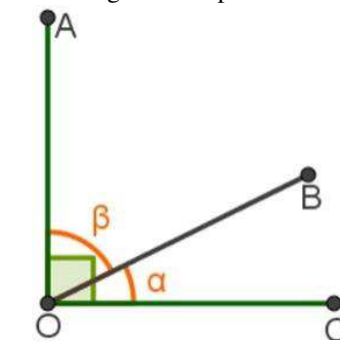
Fonte: <https://www.todamateria.com.br/angulos/>

A partir da Figura 5, podemos perceber que a bissetriz de um ângulo, é uma reta que divide o ângulo em lado congruentes, ou seja, de mesma medida. Na sequência apresentamos ângulos adjacentes com medidas diferentes.

Ângulos complementares

Dois ângulos adjacentes são complementares quando a soma de suas medidas são iguais a 90° . Como podemos ver na Figura 6, $\hat{A}OB$ e $\hat{B}OC$, são ângulos adjacentes e complementares por que possuem um lado comum e suas somas são iguais a 180° .

Figura 6 – Ângulos complementares.



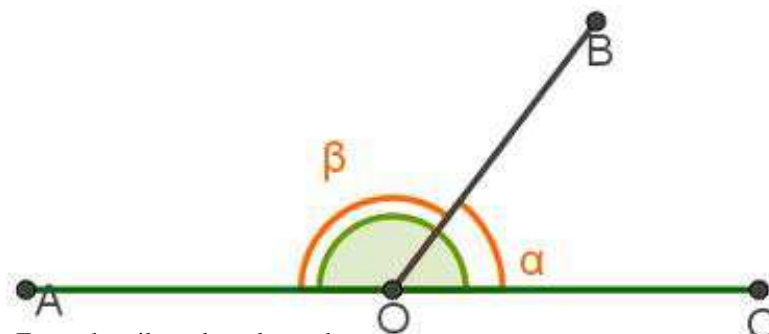
Fonte: brasilescola.uol.com.br

A Figura 6, mostra dois ângulos, $\hat{B}OC$ que mede α , e $\hat{A}OB$ que mede β (beta), se somarmos $\beta + \alpha$, podemos perceber que formarão um ângulo de 90° , assim podemos concluir que $\hat{A}OB$ e $\hat{B}OC$ são ângulos complementares.

Ângulos suplementares

Dois ângulos adjacentes são suplementares quando suas medidas são iguais a 180° . Como podemos ver na Figura 7, $\hat{A}OB$ e $\hat{B}OC$ que são ângulos adjacentes, e suplementares por que um é suplemento do outro.

Figura 7 – imagem de ângulos suplementares



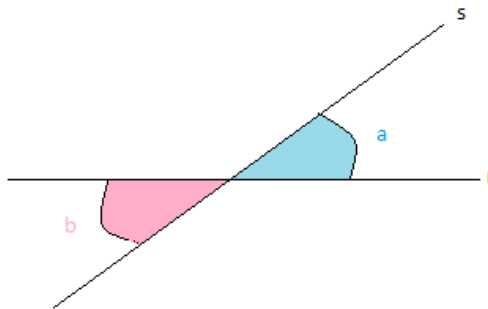
Fonte: brasilescola.uol.com.br

Se $\widehat{A\hat{O}B}$ mede β , consequentemente por ser ângulos suplementares, o valor de $\widehat{B\hat{O}C}$ será $180 - \beta$.

Ângulos oposto pelo vértice

São formados pelo encontro de duas retas e são congruentes. Como podemos ver na Figura 8, a reta r e s se cruzam em único ponto, formando quatro ângulos. Destacamos apenas dois ângulos a e b para mostrar que os dois são oposto pelo vértice (O.P.V).

Figura 8– Ângulos oposto pelo vértice.



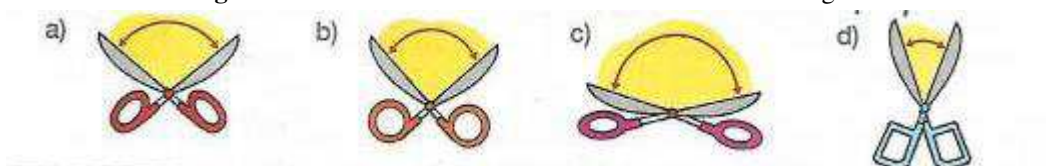
Fonte: <http://www.lislene.com/2013/05/angulos.html>

Analisando a Figura 8, é possível identificar os dois ângulos opostos pelo vértice, o ângulo “a” representado de azul e ângulo “b” representado de rosa. Sabemos que, quando se traça duas semirretas que se cruzam em único ponto, forma-se quatro ângulos, e se dois são opostos pelo vértice, com certeza os outros dois, também, são opostos pelo vértice e têm a mesma medida.

3.2 APLICAÇÕES DO ÂNGULO NO COTIDIANO

Desde a antiguidade, a Matemática está presente em grande parte das nossas atividades diárias e com ângulos não é diferente. Os ângulos se apresentam de várias formas no nosso cotidiano. Por exemplo, com uma tesoura pode apresentar vários tipos de ângulos, de acordo com seu posicionamento, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 – Tesouras com aberturas diferentes formando ângulos

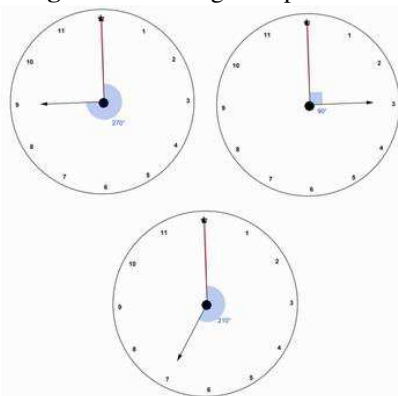


Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/30959565>

Como podemos ver na imagem anterior as tesouras **a**, **b**, **c** e **d** tem aberturas diferentes formando ângulos com medidas distintas, assim podemos concluir que a tesoura pode ser um recurso auxiliar em sala de aula, ou seja, uma ferramenta de ensino.

Existem outras aplicações de ângulos no cotidiano, como, por exemplo, os ponteiros do relógio, no futebol os cantos, as traves, até nos próprios móveis de casa, como cadeiras, mesas e quadros. Podemos observar alguns exemplos nas figuras seguintes:

Figura 10 – Relógio de ponteiros

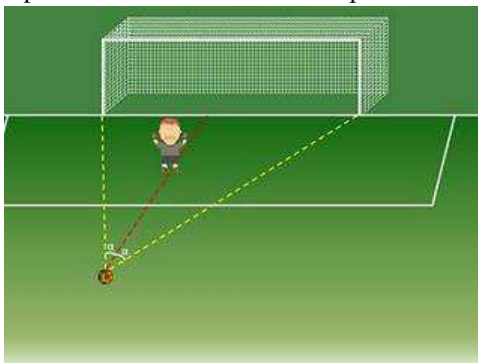


Fonte – <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=57662>.

Os ponteiros do relógio permitem construir ângulos diferentes. A Figura 10, destaca algumas possibilidades, como, por exemplo quando o ponteiro do relógio marca 9:00, vamos ter ângulo 270° , quando for 3:00h o ângulo vai medir 90° , e no momento que o relógio marcar 7:00, teremos 210° , são apenas alguns exemplos de como o relógio de ponteiros pode auxiliar nas aulas.

No futebol podemos destacar as marcações do campo, onde podemos perceber que se formam ângulos, e a maioria desses ângulos são de 90° , por serem ângulos retos, na Figura 11, destacamos apenas um ângulo, mais ao observar a figura cuidadosamente, percebe-se vários ângulos.

Figura 11 – Campo de futebol mostrando onde pode-se encontrar ângulos.



Fonte – <http://matematicaemacao7.blogspot.com/matematica-no-futebol.html>

O ângulo destacado na Figura 11, foi de uma bola na marca do pênalti e se traçou uma reta, partindo da marca do pênalti em direção ao lado da trave direito e outra reta partindo da mesma marca do pênalti para o lado da trave esquerda, assim, podemos perceber que se forma um ângulo como mostra a imagem. A terceira reta, foi traçada partindo da marca do pênalti em direção ao meio do gol, essa reta se comporta como a bissetriz, por que ela divide o ângulo ao meio.

3.3 A IMPORTANCIA DO ESTUDO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Sabemos da importância do estudo de ângulo na educação básica, os conhecimentos geométrico e a construção da percepção de espaço, localização e formas, começa nos anos iniciais de escolarização, bem como, os conhecimentos prévios e noções do estudo da Geometria. Entretanto, é importante que esse conhecimento seja trabalhado com o propósito de desenvolver nos alunos, o pensamento geométrico necessário a compreensão dos conteúdos, nos anos subsequentes, que envolvam Geometria e o ensino dos ângulos.

O ângulo pode desenvolver habilidades ligadas à forma, espaço, distância, percepção, entre outros, permitindo uma maneira de compreender, descrever e representar organizadamente, o mundo em que vivemos, bem como, estabelecer aplicações práticas nas atividades cotidianas (CARVALHO; TUCCI, 2011).

Quando o ensino de geometria tem o apoio das tecnologias digitais, como estratégia metodológica, a aprendizagem se torna mais significativa. Na seção seguinte, apresentaremos a importância da tecnologia no ensino da Geometria Plana.

4. TECNOLOGIA E O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Conforme postulado na BNCC (2018, p. 536), [...] o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações.

Neste sentido, será investigado o uso do GeoGebra no ensino da Geometria Plana, a partir do estudo de conceitos primitivos, representação e construção de ângulos. Comungando com o que afirma Silva (2015, s/p)

A Geometria Plana estuda o comportamento de estruturas no plano, a partir de conceitos básicos primitivos como ponto, reta e plano. Estuda o conceito e a construção de Figuras planas como quadriláteros, triângulos, círculos, suas propriedades, formas, tamanhos e o estudo de suas áreas e perímetro. Os conceitos básicos, ou primitivos, da geometria plana, são chamados de axiomas, ou seja, são aceitos sem demonstrações. São apenas noções que auxiliam no entendimento de conceitos mais completos.

O uso do aplicativo no ensino da Geometria Plana é uma proposta atual, inovadora e que responde às exigências do ensino remoto, auxiliando professores e alunos na exploração do conteúdo matemático. Outros benefícios que o *software* GeoGebra pode trazer, aos alunos, a compreensão e valorização dos temas geométricos, necessários a compreensão e localização espacial.

Foi através da necessidade de compreender o que está ao seu redor que surgiu a Geometria Plana. Como relata Ferret (2007, s/p):

Muitos acontecimentos se deram, ainda no campo da Geometria Subconsciente, até que a mente humana fosse capaz de absorver propriedades das formas antes vistas intuitivamente. Nasce com esse feito a Geometria Científica ou Ocidental. Essa geometria, vista nas instituições de ensino, incorpora uma série de regras e sequências lógicas responsáveis pelas suas definições e resoluções de problemas de cunho geométrico. Foi em 300 a.C. que o grande geômetra Euclides de Alexandria desenvolveu grandiosos trabalhos matemático-geométricos e os publicou em sua obra intitulada Os Elementos. Essa foi, e continua sendo, a maior obra já publicada - desse ramo - de toda a história da humanidade. A Geometria plana, como é popularmente conhecida nos dias atuais, leva também o título de Geometria Euclidiana em homenagem ao seu grande mentor Euclides de Alexandria.

A geometria, conforme destacado por Ferret (2007), desde os primórdios, tem a função de situar o homem no espaço, a partir de suas regras e definições de cunho geométrico. Contudo, nas escolas da Educação Básica, acontece de forma tímida, Lorenzato (1995), chamava para o entendimento da necessidade de estudar Geometria, desde os anos iniciais de escolarização, afirmando,

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que foram geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Duas décadas depois, a afirmação de Lorenzato, ainda é percebida nas abordagens metodológicas dos conteúdos que envolvem o pensamento geométrico. Na busca por alternativas metodológicas para ensinar os conteúdos geométricos com significação, rompendo com a abstração marcada por simbolismo lógico-formal precoce e raramente apropriado para os educandos. Apresentamos o trabalho didático-pedagógico com o de uso de ferramentas tecnológicas, em especial o *software* GeoGebra, um aplicativo livre cuja funcionalidade permite aos estudantes relacionar teoria e prática no contexto da resolução de problemas.

O uso do aplicativo no ensino da Geometria Plana é uma proposta atual, inovadora e que responde às exigências do ensino remoto, auxiliando professores e alunos na exploração do conteúdo. Aos alunos, outros benefícios o *software* pode trazer: compreensão e valorização dos temas geométricos, considerados abstratos; a inserção das tecnologias no estudo da Matemática, facilitando a aprendizagem, a partir da manipulação dos entes geométricos; a interação aluno professor no ensino *online* e/ou presencial com atribuição de função pedagógica, ao celular.

4.1 APRENDIZAGEM MATEMÁTICA MEDIADA POR TECNOLOGIA

A tecnologia digital no apoio ao ensino é algo que vem se destacando a cada dia, e sabendo usar de forma metodológica, pode auxiliar no ensino e na aprendizagem. Os recursos tecnológicos disponíveis nos sites, devem ser usados na busca novos métodos de ensino e fonte de conhecimento. Conforme destaca Petla (2008), ao afirmar

A utilização do computador ou de outra tecnologia em Educação denota dois campos de opiniões conflitantes, há segmentos educacionais que defendem sua utilização como ferramenta facilitadora da aprendizagem, seu uso como complemento educacional, enfatizando que não é apenas a tecnologia que fará com que o aluno aprenda, mas também uma mudança metodológica aliada a essa tecnologia. (PETLA, 2008, p. 10)

Outros pesquisadores veem de forma cética a utilização da tecnologia, que seu uso deixaria o aluno “preguiçoso”, apenas um operador de comandos, um repetidor de tarefas. (BORBA; PENTEADO, 2007). Contudo, a realidade atual, com o ensino remoto, obrigou

professores e alunos a investirem no uso de tecnologias. Neste sentido, o uso da tecnologia para ensinar tornou-se uma necessidade.

4.3 VANTAGENS E DESVANTAGENS DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

As vantagens do GeoGebra é que, através do *software* podemos ministrar aulas de diferentes conteúdos, trazendo informações que no quadro branco não ficaria tão compreensível.

Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. O GeoGebra é um programa bastante intuitivo e auto-explicativo, adequado a usuários com conhecimentos avançados em informática ou para iniciantes, sendo que o conhecimento matemático é o ponto fundamental de sua utilização. Por ser um *software* livre há colaboração de vários programadores inclusive brasileiros os quais disponibilizaram uma versão totalmente em português, o que facilita muito sua utilização em nosso país. (PETLA, 2008, p. 20 - 21)

No entanto, algumas barreiras quanto ao uso do *software* devem ser apontadas e corrigidas o mais rápido possível. Algumas delas são a dificuldade de adaptação e uso das ferramentas disponibilizadas no GeoGebra que requerem preparo minucioso das aulas, estudo e capacitação contínua do professor (FARIA, SOUZA, FERNANDES, 2015).

Os teóricos destacam que os professores precisam de capacitação para poderem dinamizar as aulas e adquirir mais conhecimentos das ferramentas. As concepções postas se confirmam nas falas de Borba (1996) e Petla (2008), respectivamente.

Um dos argumentos mais conhecidos e usados pelos profissionais da educação é, “eu aprendi assim e dessa forma vou ensinar”. Porém cabe uma reflexão mais aprofundada, os nossos alunos vivem num mundo “midiocêntrico” rodeado de mídias e tecnologia e está sendo forçado a aprender somente com lápis e papel, o que pode ser extremamente prejudicial (BORBA, 1996).

[...] observamos que passada mais de uma década os problemas apresentados são os mesmos. Muitos dos alunos daquela época são os professores de hoje, e a filosofia do “aprendi apenas com lápis e papel e é assim que vou ensinar”, vem se repetindo em muitos casos (PETLA, 2008, p.10).

Tendo em visto tudo que foi exposto, muitos professores se prendem ao quadro (de giz ou branco), principalmente, professores de Matemática na resolução de problemas, demonstrações, resolução de questões. O quadro é, uma tecnologia importante no ensino da Matemática, mais às vezes é muito limitado.

4.2 CONHECENDO O GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Um método para reformular ou mesmo apresentar novas possibilidades metodológicas é o uso da tecnologia no ensino da Matemática, em especial do *software* GeoGebra. Segundo Faria, Souza e Fernandes (2015, p. 68).

Criado por Markus Hohenwarter em 2021, o GeoGebra é um *software* gratuito de Matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino. O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente e, quando usado para o ensino da geometria, pode auxiliar o professor a trabalhar de maneira dinâmica e interativa em um ambiente de caráter laboratorial.

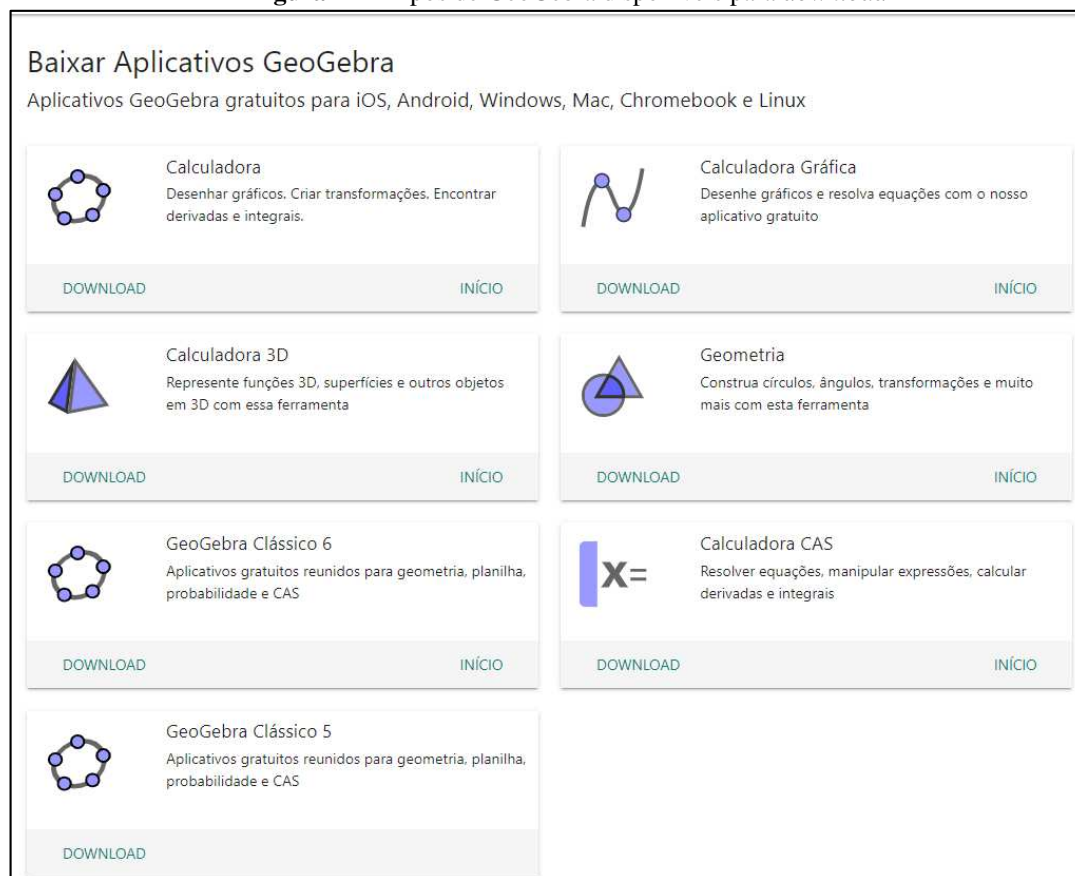
Esse poderoso *software*, é uma ferramenta que pode auxiliar os professores no ensino, principalmente, no ensino aprendizagem de geometria, onde muitos alunos, têm uma dificuldade maior de compreensão, e com o GeoGebra essa dificuldade pode ser diminuída, ao fazer representações geométricas e mostrar exemplos de construções geométricas, bem como, de outros conteúdos matemáticos, que a ferramenta possibilita fazer.

Segundo Soares (2012, p. 6):

O GeoGebra é um *software* para o estudo da Matemática que tem como diferencial a possibilidade de representação de objetos, como por exemplo, pontos, retas, segmentos de retas, planos, polígonos e gráficos de funções, possibilitando a fluência entre as representações tanto algébricas quanto geométricas.

O GeoGebra pode ser utilizado através de celulares, *tablets*, computadores, e notebooks, para utilizar esse *software*, primeiro precisamos fazer o *download* desse aplicativo, na loja do aparelho, ou acessar o GeoGebra online, através do *link*: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT. O aplicativo é totalmente gratuito, para iOS, *Android*, *Windows*, *Mac*, *Chromebook* e *Linux*, e não precisa de cadastro para sua utilização, apenas fazer o *download*. Quando for fazer o *download* do aplicativo, vários tipos de GeoGebra estarão disponíveis, como calculadora, calculadora gráfica, calculadora 3D, Geometria, GeoGebra clássico 5, calculadora CAS, GeoGebra clássico 6. Cada um desse aplicativo desenvolve uma função diferente, como mostra a Figura 12.

Figura 12 – Tipos de GeoGebra disponíveis para *download*

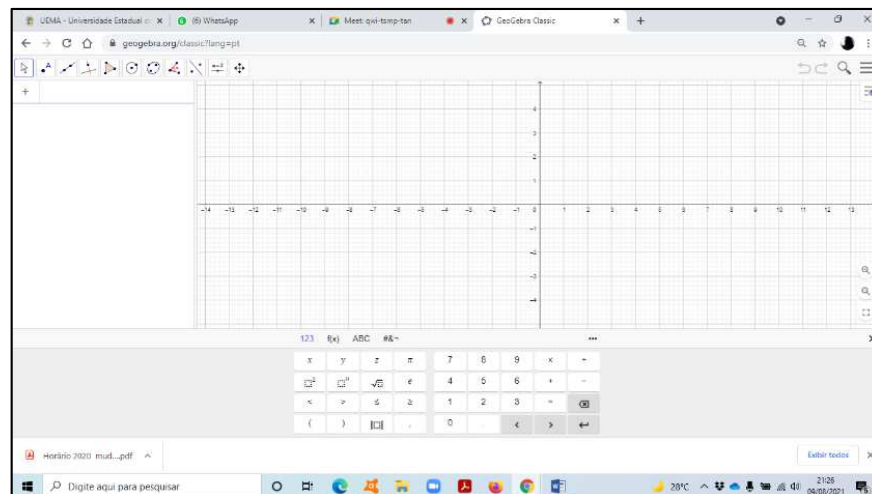


Fonte: *Print* do aplicativo.

Os aplicativos apresentados na Figura 12, serão apresentados, de forma breve, para melhor situar cada um. A Calculadora nos permite desenhar gráficos, fazer transformações, encontrar derivadas e integrais. A Calculadora Gráfica, possibilita desenhar gráficos e resolver equações; a Calculadora 3D, como o nome indica, serve para representar os gráficos das funções, superfícies e outros objetos em 3D; a Geometria possibilita a construção de círculos, ângulos, triângulos, transformações, e muito mais; o GeoGebra Clássico 6, este reuni geometria, planilha, probabilidade e calculadora; a Calculadora CAS pode ser utilizada para resolver equações, manipular expressões, calcular derivadas e integrais; o GeoGebra clássico 5, tem as mesmas funções do GeoGebra clássico 6, os dois aplicativos reúnem geometria, planilha, probabilidade e calculadora CAS.

Qualquer um dos aplicativos apresentados, anteriormente, exigem *download*. O primeiro passo após baixar o aplicativo é acessar, clicando no ícone do aplicativo, ao fazer o primeiro acesso, vai aparecer uma tela, como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Tela principal do GeoGebra

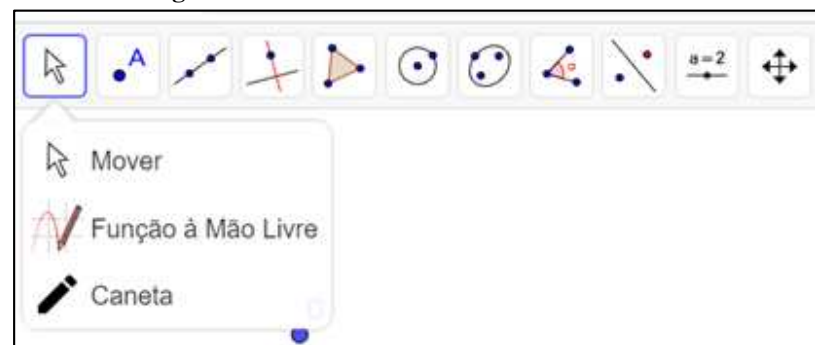


Fonte: *Print* do aplicativo.

Para fazermos construções de ângulos através do Geogebra precisa-se ter o conhecimento da barra de ferramentas desse *software*. Assim para facilitar aprendizagem apresentaremos alguns itens da barra de ferramenta do GeoGebra.

No primeiro item da barra de ferramenta do GeoGebra, existe três funções. São elas: mover, função à mão livre e caneta, como mostra na Figura 14.

Figura 14 - Barra de ferramenta do GeoGebra



Fonte: *Print* do aplicativo.

No segundo item da barra de ferramenta do GeoGebra, aparece oito funções. São elas: ponto, ponto em objeto, vincular / desvincular ponto, intersecção de dois objetos, ponto médio ou centro, número complexo, otimização e raízes, veja Figura 15.

Figura 15- Barra de ferramenta do GeoGebra.

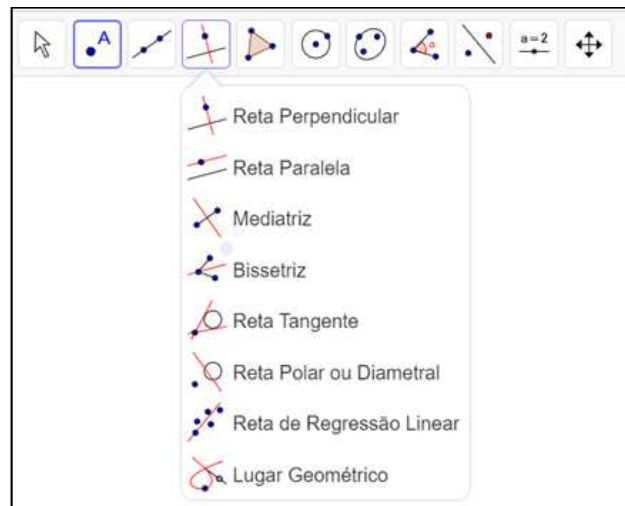
Fonte: *Print* do aplicativo.

O terceiro item da barra de ferramenta do GeoGebra, contém sete funções, são elas: reta, segmento, segmento com comprimento fixo, semirreta, caminho poligonal, vetor e vetor a partir de um ponto, como mostra na Figura 16.

Figura 16 - Barra de ferramenta do GeoGebra

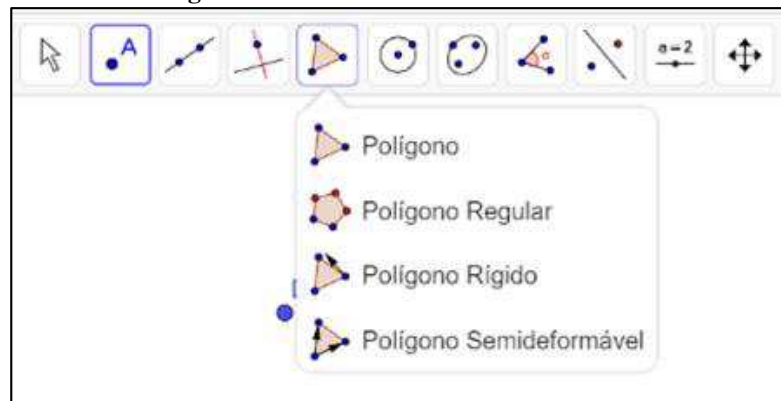
Fonte: *Print* do software GeoGebra.

O quarto item da barra de ferramenta do GeoGebra abrange oito funções, são elas: reta perpendicular, reta paralela, mediatriz, bissetriz, reta tangente, reta polar ou diametral, reta regressão linear e lugar geométrico, como podemos ver na Figura 17.

Figura 17 - Barra de ferramenta do GeoGebra.

Fonte: *Print* do aplicativo.

O quinto item da barra de ferramenta do GeoGebra contém quatro funções, são elas: polígono, polígono regular, polígono rígido e polígono semideformável, a Figura 18 é uma representação do aplicativo.

Figura 18 - Barra de ferramenta do GeoGebra.

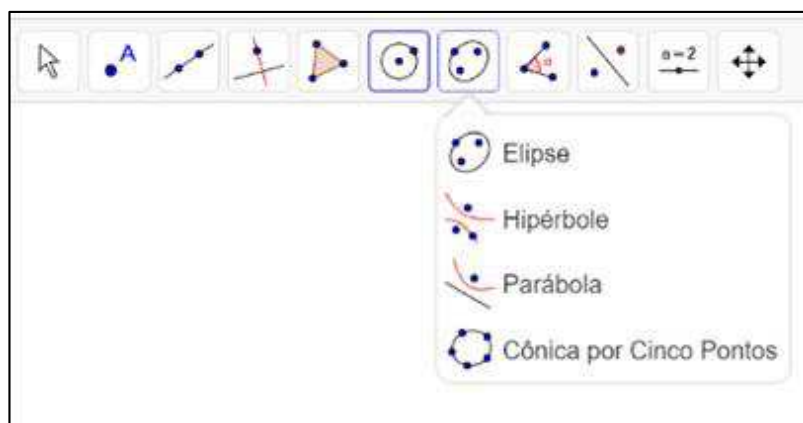
Fonte: *Print* do aplicativo.

O sexto item da barra de ferramenta do GeoGebra abrange nove funções, são elas: círculos dados, círculo: centro e raio, compasso, círculo definido por três pontos, semicírculo, arco circular, arco circuncircular, setor circular e setor circuncircular, como mostra a Figura 19.

Figura 19- Barra de ferramenta do GeoGebra.

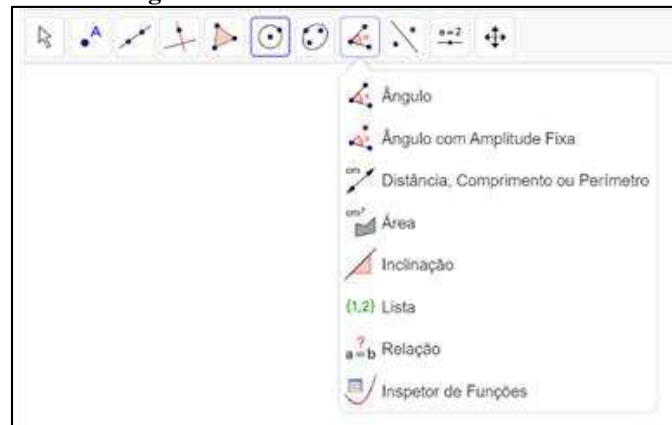
Fonte: *Print* do aplicativo.

O sétimo item da barra de ferramenta do GeoGebra contém quatro funções, são elas: elipse, hipérbole, parábola e cônica por cinco pontos, como podemos ver na Figura 20.

Figura 20 - Barra de ferramenta do GeoGebra.

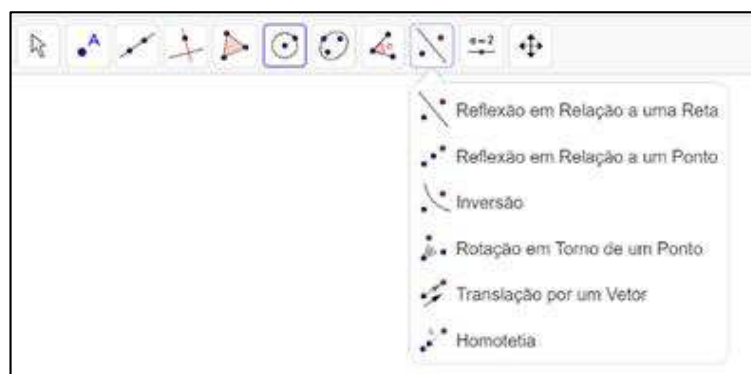
Fonte: *Print* do aplicativo.

As funções apresentadas no oitavo item da barra de ferramenta do GeoGebra, são: ângulos, ângulo com amplitude fixa, distância e comprimento ou perímetro, área, inclinação, lista, relação e inspetor de funções, como mostra na Figura 21.

Figura 21- Barra de ferramenta do GeoGebra.

Fonte: *Print* do aplicativo.

O nono item da barra de ferramenta do GeoGebra abrange seis funções, são elas: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, inversão, rotação em torno de um ponto, translação por um vetor e homotetia, como podemos ver na Figura 22.

Figura 22 - Barra de ferramenta do GeoGebra.

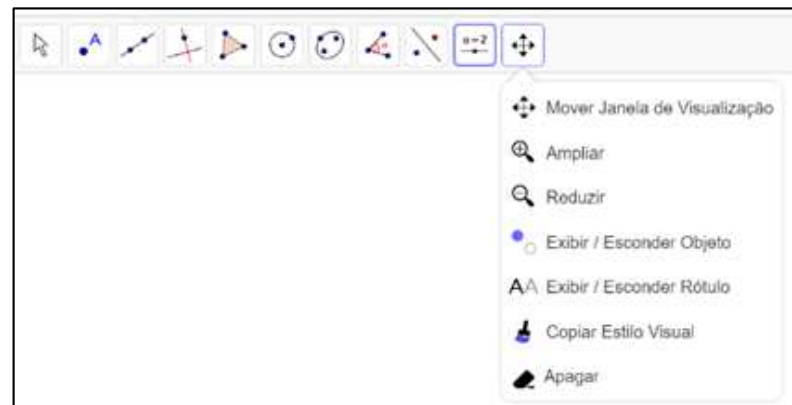
Fonte: *Print* do aplicativo.

O décimo item da barra de ferramenta do GeoGebra contém seis funções, são elas: controle deslizante, texto, inserir imagem, botão, caixa para exibir/esconder objetos, campo de entrada, conforme apresentado na Figura 23.

Figura 23 - Barra de ferramenta do GeoGebra.

Fonte: *Print* do aplicativo.

O décimo primeiro item da barra de ferramenta do GeoGebra aparece com seis funções, são elas: mover janela de visualização, ampliar, reduzir, exibir / esconder objeto, exibir / esconder rótulo, copiar estilo visual e apagar, como vemos na Figura 24.

Figura 24 - imagem da barra de ferramenta do GeoGebra.

Fonte: *Print* do aplicativo.

5. PERCURSO METODOLÓGICO

O procedimento metodológico deste trabalho, consistiu numa pesquisa bibliográfica, para fundamentação da temática e do *software*, e uma pesquisa de campo, realizada com crianças da vizinhança e parentes, que cursavam o, 6º ano do ensino fundamental. Todo trabalho foi realizado no celular dos participantes.

Na aplicação da pesquisa, iniciamos com a apresentação do *software*, após instalado no celular de cada um, em seguida, foi realizado uma revisão do conteúdo ângulo, com apresentação no software. Em outro encontro, foi apresentado uma sequência de atividades para construção de ângulos no GeoGebra, como desafio, para ver quem conseguiria resolver todos.

As atividades desenvolvidas foram analisadas. Todo trabalho foi construído, no espaço da *internet*, em atendimento as medidas protetivas contra o COVID-19, determinadas por resoluções. O acesso às obras aceitas nos meios acadêmicos, como: livros, artigos, monografias e outros materiais contribuir na construção das ideias.

6. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA CONSTRUÇÃO DE ÂNGULOS NO GEOGEBRA.

Utilizando o GeoGebra foi possível desenvolver atividades com o tema ângulo, e através da realização dessas atividades, os alunos participantes puderam desenvolver habilidades e conhecimentos relativos à temática. Acreditamos que o fator preponderante, para despertar a curiosidade dos participantes, foi o apelo tecnológico, visto que, a nova geração gosta de manusear ferramentas tecnológicas.

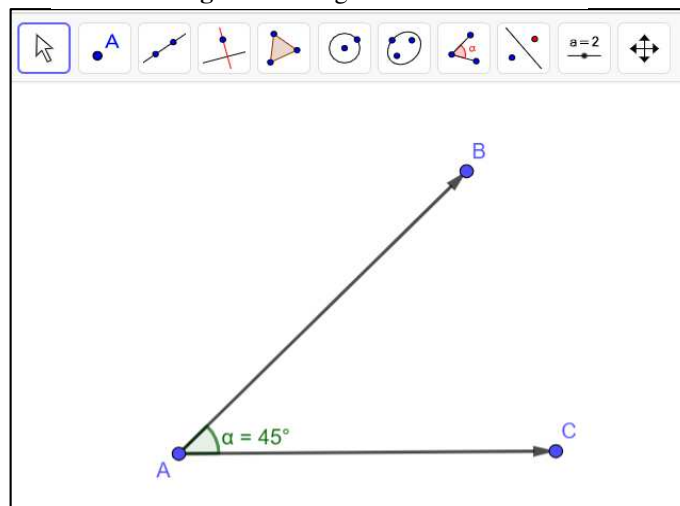
Outro ponto a ser destacado é a novidade, o fato de ainda não terem usado aplicativos em aulas de Matemática, principalmente, na resolução de questões e/ou problemas, fazendo manipulações, mesmo que no celular. A exploração dos recursos tecnológicos e/ou digitais permite a quebra da rotina do pincel e quadro, promoveu o envolvimento dos alunos, com a manipulação do software.

Neste sentido, o GeoGebra traz inovações ao permitir a construção das figuras geométricas, em vez de olhar ilustrações nos livros e/ou figuras no quadro construídas pelo professor. O aluno assume o protagonismo, faz suas próprias construções, busca compreender e seguir o passo a passo, para a execução do *software*.

Na sequência, algumas atividades que foram desenvolvidas usando o aplicativo, Iniciamos solicitando que fizessem no GeoGebra, a construção e identificassem os ângulos mais conhecidos, como o de 45° , 60° e 90° . Para construir qualquer tipo de ângulo podemos utilizar, uma reta, uma semirreta, um segmento, ou um vetor.

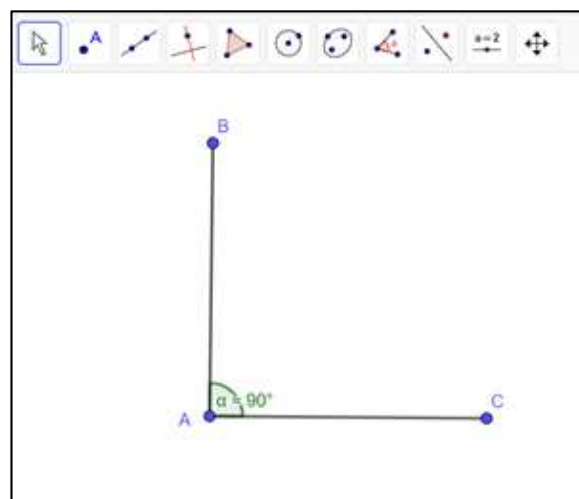
Questão 1. Utilizando o GeoGebra construa ângulos de 45° , 90° e 180° .

Para construir um ângulo $\widehat{BAC}$ de 45° , foi solicitado que selecionassem o ícone vetor, ao clicar em dois lugares diferentes da tela, serão criados dois pontos A e B, através desse dois ponto cria-se um vetor AB. Em seguida clica no ponto A do vetor AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, pronto, criamos o vetor AC. Podemos perceber que depois desse procedimento um ângulo foi criado, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo de 45° , clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até chegar no 45° . Como podemos observar na Figura 25.

Figura 25- Ângulo de 45° .

Fonte: Print do aplicativo.

Para construir qualquer tipo ângulo podemos utilizar, uma reta, uma semirreta, um segmento, ou um vetor. Através do GeoGebra podemos ver, a construção de um ângulo de 90° , para fazer a construção desse ângulo utilizamos alguns itens da barra de ferramenta, como: dois segmentos, ângulo, e o mover. A Figura 26, apresenta o ângulo de 90° , construído no GeoGebra.

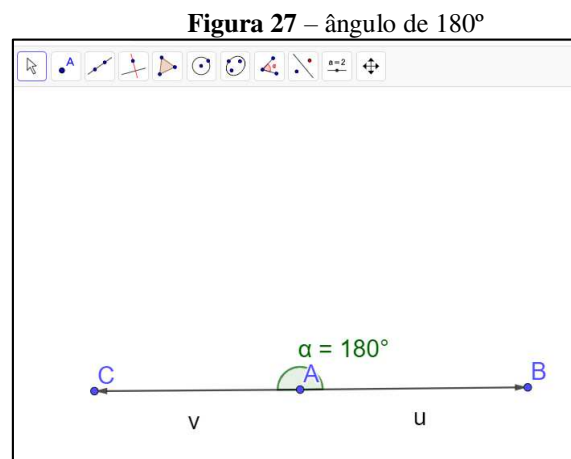
Figura 26 - Ângulo de 90° .

Fonte: Print do aplicativo.

Para construí o ângulo $\widehat{BAC}$, foi selecionado o ícone segmento, clicar em dois lugares diferentes da tela para criar dois pontos A e B, através desse dois ponto é gerado o segmento AB, logo em seguida, clica no ponto A do segmento AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, criamos o segmento AC, podemos perceber que depois desse procedimento criou um ângulo, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e

ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo de 90° , clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até chegar no 90° . Outra questão apresentada aos alunos, permitiu perceberem que os ângulos podem ser originados do cruzamento de retas .

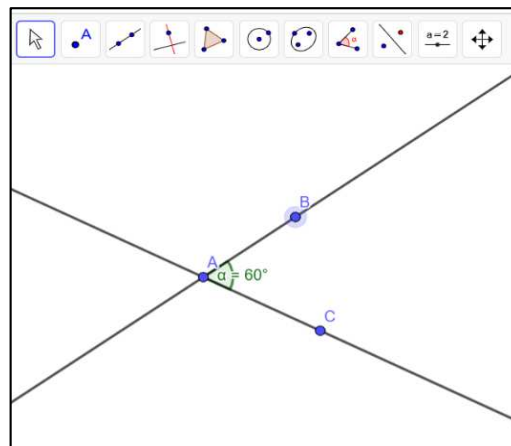
Para construí um ângulo $\widehat{BAC}$ de 180° , foi solicitado que selecionassem o ícone vetor, ao clicar em dois lugares diferentes da tela, serão criados dois pontos A e B, através desse dois ponto cria-se um vetor AB. Em seguida clica no ponto A do vetor AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, pronto, criamos o vetor AC. Podemos perceber que depois desse procedimento um ângulo foi criado, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo de 180° , clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até chegar no 180° . Como podemos observar na Figura 27.



Fonte: *Print* do aplicativo.

Questão 2. Utilizando o *software* construa um ângulo de 60° .

Para construí um ângulo $\widehat{BAC}$ 60° , vamos selecionar o ícone semirreta, clicar em dois lugares diferentes da tela para criar dois pontos A e B, através desse dois ponto criasse um semirreta AB, logo em seguida clica no ponto A da semirreta AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, criamos a semirreta AC, podemos perceber que depois desse procedimento criou um ângulo, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo de 60° , clicamos no item mover, e movemos a semirreta, até chegar nos 60° . Como podemos ver na figura 28.

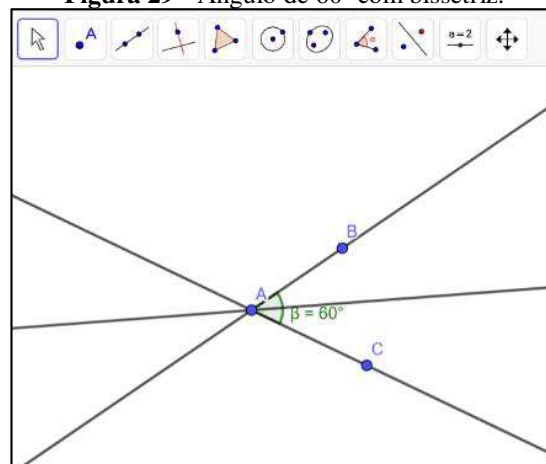
Figura 28 - Ângulo de 60° 

Fonte: *Print* do aplicativo.

A questão seguinte, permitir entender que uma bissetriz é traçada dividindo ao meio um ângulo independente de sua medida

Questão 3. Utilizando o *software* construa um ângulo de 60° com bissetriz.

Para construí um ângulo $B\hat{A}C$, com uma bissetriz, vamos selecionar o ícone semirreta, clicar em dois lugares diferentes da tela para criar dois pontos A e B, através desse dois ponto criasse um semirreta AB, logo em seguida clica no ponto A da semirreta AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, criamos a semirreta AC, podemos perceber que depois desse procedimento criou um ângulo, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo de 60° , clicamos no item mover, e movemos a semirreta, até chegar nos 60° , logo em seguida clicamos ícone bissetriz, e o *software* vai traçar automaticamente a bissetriz. Como podemos ver na figura 28.

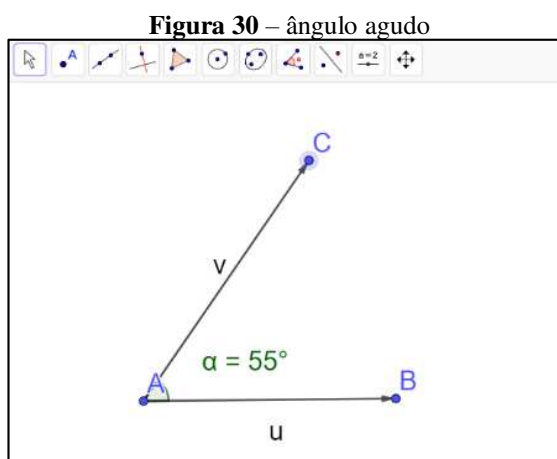
Figura 29 - Ângulo de 60° com bissetriz.

Fonte: *Print* do aplicativo.

Com a intenção de fazer os alunos compreenderem a diferença de ângulo agudo para obtuso, e verificar que o agudo é menor que 90° , e o obtuso que é maior que 90° , foi proposta a atividade seguinte.

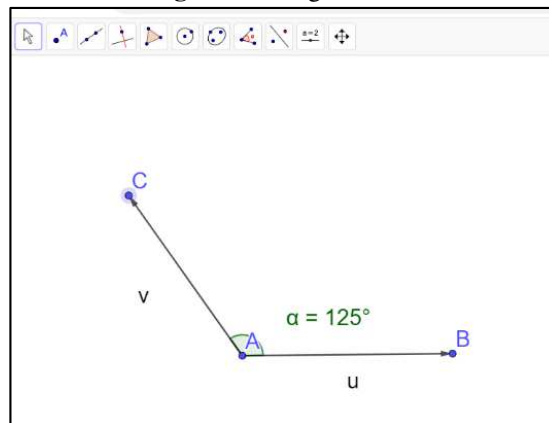
Questão 4. Com o GeoGebra construa um ângulo agudo e outro obtuso.

Para construí um ângulo $\widehat{BAC}$ conhecido como agudo, por se um ângulo maior que 0° e menor que 90° , foi solicitado que selecionassem o ícone vetor, ao clicar em dois lugares diferentes da tela, serão criados dois pontos A e B, através desses dois pontos cria-se um vetor AB. Em seguida, clica no ponto A do vetor AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, pronto, criamos o vetor AC. Podemos perceber que, depois do procedimento um ângulo foi criado, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone, ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo agudo, clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até ele ficar menor que 90° . Como podemos observar na Figura 30.



Fonte: *Print* do aplicativo.

Para construí um ângulo $\widehat{BAC}$ conhecido como obtuso por se um ângulo maior que 90° e menor que 180° , foi solicitado que selecionassem o ícone vetor, ao clicar em dois lugares diferentes da tela, serão criados dois pontos A e B, através desse dois ponto cria-se um vetor AB. Em seguida clica no ponto A do vetor AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, pronto, criamos o vetor AC. Podemos perceber que depois desse procedimento um ângulo foi criado, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo obtuso, clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até ele ficar maior que 90° . Como podemos observar na Figura 31.

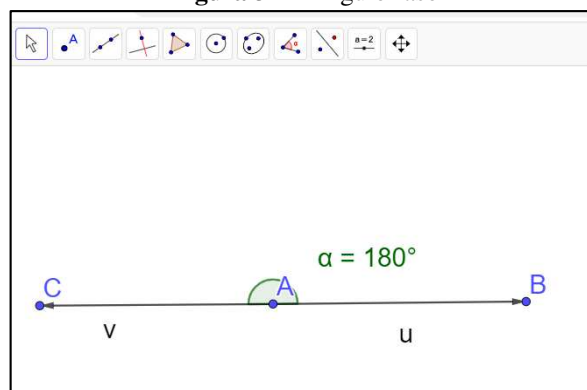
Figura 31 - ângulo obtuso

Fonte: *Print* do aplicativo.

Questão 5. Usando o *software* construa um ângulo raso com base no que foi estudado.

Através da questão 5 o aluno vai poder identificar como ficaria um ângulo de 180° conhecido como ângulo raso.

Para construí um ângulo raso $\widehat{BAC}$, foi solicitado que selecionassem o ícone vetor, ao clicar em dois lugares diferentes da tela, serão criados dois pontos A e B, através desse dois ponto cria-se um vetor AB. Em seguida clica no ponto A do vetor AB e depois clicar em um ponto diferente da tela para criar o ponto C, pronto, criamos o vetor AC. Podemos perceber que depois desse procedimento um ângulo foi criado, para saber a medida desse ângulo, clicamos no ícone ângulo, e ele automaticamente vai dizer o grau desse ângulo, como queremos um ângulo raso e sabendo que ele tem como medida 180° , clicamos no ícone mover, e movemos o segmento, até chegar no 180° . Como podemos observar na Figura 31.

Figura 32 – Ângulo raso

Fonte: *Print* do aplicativo.

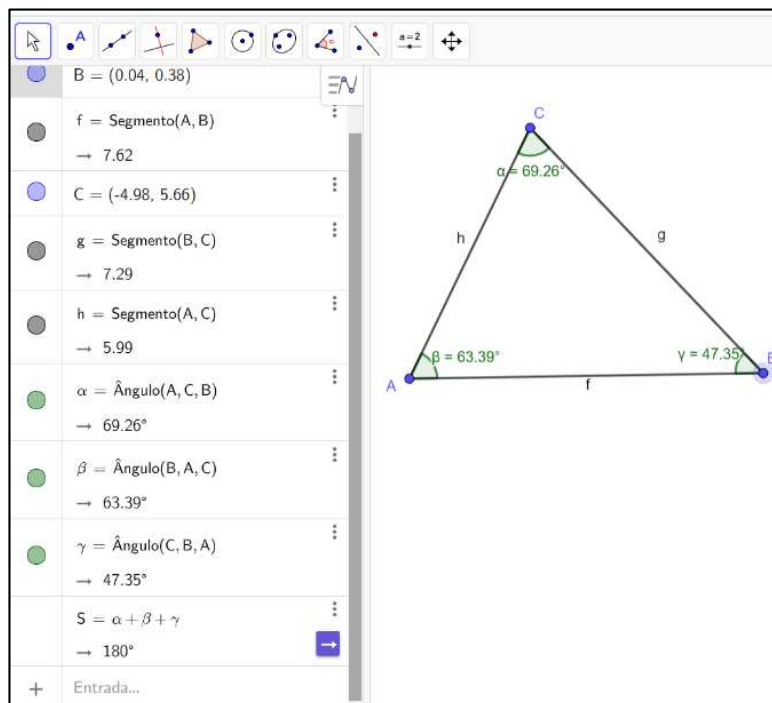
Questão 6. Utilizando o GeoGebra construa um triângulo e em seguida some as medidas dos ângulos internos do triângulo.

Para construir um triângulo ABC e sabermos a soma dos seus ângulos internos, vamos usar as seguintes ferramentas do GeoGebra: ponto, segmento, mover, ângulo e a janela de

álgebra. Primeiramente clicamos no ícone ponto, em seguida clicamos em dois ponto diferente da tela, para criar dois pontos A e B, depois clicamos no ícone segmento, para criar um segmento com extremidades A e B, em seguida, clicamos no ponto B e clicamos em um outro ponto da tela para criar o ponto C e criar o segmento BC e para fechar o triângulo clicamos no C e no ponto A para criar segmento AC e fechar nosso triângulo.

Como queremos saber a medida dos ângulos interno desse triângulo, vamos habilitar o ícone ângulo e em seguida clicar em B, A e C para exibir o valor do ângulo do vértice A, de maneira análoga podemos clicar em C,B e A para exibir o valor do ângulo do vértice B e clicando em A, C e B conhecemos o ângulo do vértice C, como queremos calcular o valor da soma dos ângulos internos desse triângulo, vamos somar os valores de α , β , e γ (Gamma) que são os valores dos ângulos do triângulo para fazer essa soma clicamos na linha de entrada do *software*, e adicionamos $S = \alpha + \beta + \gamma$ e clicamos em enter, cria-se uma janela com $S = 180^\circ$ que é valor da soma de $S = \alpha + \beta + \gamma$. Como vemos na Figura 32.

Figura 33 - Triângulo e os valore da soma de seus ângulos.



Fonte: Print do *software* GeoGebra.

Questão 7. Utilizando o GeoGebra construa um triângulo e em seguida some as medidas dos ângulos externo do triângulo.

A resolução da questão, permitiu verificar que a soma dos ângulos externos de um triângulo é igual 180° .

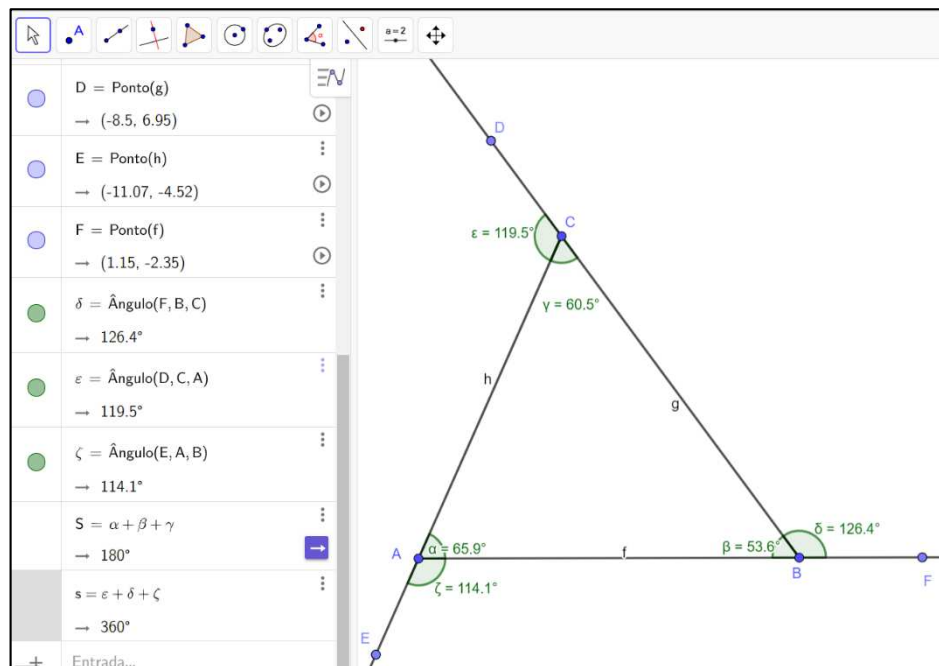
Para construir um triângulo ABC e sabermos a soma das medidas dos ângulos externos, vamos usar as seguintes ferramentas do GeoGebra: ponto, semirreta, mover, ângulo e a janela de álgebra. Primeiramente clicamos no ícone ponto, em seguida clicamos em três ponto diferente da tela, para criar três pontos A, B e F depois clicamos no ícone semirreta, para criar um semirreta ABF, logo em seguida clicamos no ponto B e clicamos e em mais dois outros ponto da tela para criar o ponto C e D e criar o semirreta BCD e para fechar o triangulo clicamos no ponto C e A. Clicamos em outro ponto da tela para criar o ponto E e formar a semirreta CAE, mais antes de saber os valores dos ângulo externo, e da soma dos ângulos externos vamos ter que calcular os valores dos ângulo internos e a soma dos valores do ângulo internos.

Como queremos saber primeiro, a medida dos ângulos interno desse triângulo, vamos habilitar o ícone ângulo e em seguida clicar em B, A e C para exibir o valor do ângulo do vértice A. De maneira análoga podemos clicar em C, B e A, para exibir o valor do ângulo do vértice B e clicando em A, C e B, conhecemos o ângulo do vértice C.

Para calcular o valor da soma dos ângulos internos desse triângulo, vamos somar os valores de α , β , e γ que são os valores dos ângulos do triângulo, para fazer essa soma clicamos na linha de entrada do *software*, e adicionamos $S = \alpha + \beta + \gamma$ e clicamos em enter, cria-se uma janela com $S = 180^\circ$ que é valor da soma de $S = \alpha + \beta + \gamma$. Para descobrir os valores do ângulo externo, vamos clicar novamente no ícone ângulo e clicar nos pontos E, A e B e descobrimos o valor externo do ângulo (E,A,B), vamos clicar novamente no ícone ângulo e clicar nos pontos F,B e C e descobriremos o valor externo do ângulo (F,B,C).

Clicando novamente no ícone ângulo e clicando nos pontos D, C e A conhecemos o ângulo externo do ângulo (D, C, A), depois de fazermos todo o processo, vamos descobrir a soma dos valores da soma dos ângulos externos, clicando em entrada e digitando a seguinte fórmula para calcular a soma desses ângulos, $s = \epsilon$ (Épsilon) + δ (Delta) + ζ (Dseda)

Figura 34 - Triângulo e suas medidas de ângulos internos e externos.



Fonte: *Print do software GeoGebra.*

Através do GeoGebra descobrimos os valores da soma dos ângulos internos de um triângulo como observamos anteriormente na figura 33, e também o valor da soma dos ângulo externo de um triângulo como vimos a na figura 34, e através do GeoGebra podemos provar que os valores da soma dos ângulo do interno do triangulo sempre vai ser igual 180° e a soma dos ângulo externo vai ser sempre igual 360° , provamos isso quando movimentamos esses triângulos no GeoGebra e esses valores não alteram.

7. CONCLUSÃO

O estudo iniciou com a perspectiva de investigar a importância do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, na Geometria Plana, no estudo de ângulos no ensino fundamental. Durante a investigação comprovamos que as ferramentas do aplicativo oferecem possibilidades de interação e manipulação dos entes geométricos, por alunos e professores.

Ao demonstrar que as tecnologias digitais permite inova nas aulas de geometria, um impasse se destacou, a necessidade dos professores se atualizarem, para atender a demanda do mercado e do mundo moderno. Uma forma de ressignificar o ensino e a aprendizagem da Matemática, e por extensão da Geometria, visto que, no ensino fundamental é uma unidade de estudo. O software GeoGebra se adequou perfeitamente, além de interativo, as ferramentas são de fácil compreensão e manuseio, conforme explicitado ao longo do texto.

As atividades desenvolvidas proporcionaram uma aprendizagem mais eficientes, pois os participantes conseguiram entender e resolver a sequência proposta sem dificuldades. Os erros cometidos pelos participantes, foram discutidos e ao refazer tiveram oportunidade de eliminar dúvidas. Com base no exposto, defendemos a inclusão das tecnologias digitais, como ferramentas metodológicas motivadoras do ensino de Geometria.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais** para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: maio de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares** para o Ensino Médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias, volume 2. Brasília, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Versão final. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: maio de 2021.

BRASIL, MINISTERIO DE EDUCAÇÃO. **Documento Curricular do Território Maranhense**: para a Educação Infantil e o Ensino fundamental. 1ª ed. Rio De Janeiro: FGV, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_ma.pdf

CARVALHO, Maria Aparecida da Silva de; CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de. O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. 2011. **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: <http://docplayer.com.br/19855509-O-ensino-de-geometria-nao-euclidiana-na-educacao-basica.html>.

EUCLIDES. **Elementos de Geometria** – primeiro livro. São Paulo: Edições Cultura, 1944. Disponível em: <https://www.livrosgratis.com.br/ler-livro-online-28943/elementos-de-geometria>

FARIA, Isabela Gobbo; SOUZA, Luciane de Fátima Rodrigues; FERNANDES, Estela Aparecida. Métodos informatizados contribuem para o ensino da Matemática: utilização do geogebra para o ensino de geometria-Revisão bibliográfica. **Revista Eletrônica de Educação e Ciência**, v. 5, n. 1, p. 65-70, 2015. Disponível em: http://fira.edu.br/revista/wp-content/uploads/2015/03/2015_vol5_num1_pag65.pdf

FERRET, Rodrigo Bozi. História e filosofia da Matemática. Aracaju: Gráf. UNIT, 2007. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/geometria-plana-conceitos-historicos-e-calculo-deareas>. Acesso em: abril de 2021.

GIOVANNI JR., José Rui; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 4ª edição. São Paulo: FTD, 2018.

GOMES, Alexandra; RALHA, Elfrida. O conceito de ângulo: experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1º ciclo. **Quadrante**, v. 14, n. 1, p. 109-131, 2005. Disponível em

HILBERT, David. **Fundamentos da Geometria**. 1ª edição. Gradiva, 2003

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, Florianópolis, SBEM 4, p. 3 – 13, 1995.

MACEDO, Darilene Maria Ribeiro. Resgatando alguns teoremas clássicos da Geometria Plana. **Dissertação** (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2014. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/8990/1/2014_dis_dmrmacedo.pdf

PETLA, Revelino José; ROLKOWSKI, Emerson. **Geogebra**–Possibilidades para o ensino de Matemática. Paraná: UFPR, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1419-8.pdf>

SILVA, Daniel Duarte da. Geometria Plana. **InfoEscola** – navegando e aprendendo, 2015. Disponível em: <https://www.infoescola.com/geometria-plana/>

SOARES, Luis Havelange. Tecnologia computacional no ensino de Matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional** de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8923/6598>