



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

Danilo Furtado Veras

**GAMIFICAÇÃO E *SERIOUS GAMES* NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS PARA O
ENSINO FUNDAMENTAL**

São Luís – MA

2024

Danilo Furtado Veras

**GAMIFICAÇÃO E *SERIOUS GAMES* NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS PARA O
ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática, através do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

Orientadora: Professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

São Luís – MA

2024

Veras, Danilo Furtado.

Gamificação e *serious games* no ensino da matemática: uma sequência didática sobre operações com números naturais para o ensino fundamental. / Danilo Furtado Veras. – São Luís, MA, 2024.

114 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Estadual do Maranhão, 2024.

Orientador: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1. Ensino de Matemática. 2. Gamificação. 3. Jogos Sérios. 4. Números Naturais. I. Título.

CDU: 51-8:37.091.3

Danilo Furtado Veras


GAMIFICAÇÃO E SERIOUS GAMES NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA
SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS PARA O
ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Maranhão - UEMA, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática, através do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.


Orientadora: Professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

Aprovado em: 22 / 05 / 2024


Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 SANDRA IMACULADA MOREIRA NETO
Data: 18/06/2024 18:51:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto (Orientadora)
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Documento assinado digitalmente
 ALBERTO LEANDRO CORREIA COSTA
Data: 17/06/2024 15:17:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Professor Dr. Alberto Leandro Correia Costa (Examinador Interno)
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Documento assinado digitalmente
 RAYANE DE JESUS SANTOS MELO
Data: 17/06/2024 14:40:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Professora Dra. Rayane de Jesus Santos Melo (Examinadora Externa)
Universidade Federal do Maranhão - UFMA

“Porque Deus amou o mundo de tal maneira que deu o seu Filho unigênito, para que todo aquele que nele crê não pereça, mas tenha a vida eterna”.

João 3:16

Dedico esta conquista primeiramente a Deus, sem Ele nada disso seria possível; à minha família, em especial aos meus pais Célia Maria da Conceição Furtado Veras e Nilo Alves Veras, pelos cuidados e ensinamentos; e à minha linda noiva Bianca Nathali Lima Serra, por todo apoio que tem me dado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter me dado o fôlego de vida, a saúde e as demais condições para eu chegar até aqui. Toda honra e glória seja dada a Ele!

Aos meus pais Célia Maria da Conceição Furtado Veras e Nilo Alves Veras, por todo o apoio nessa jornada e pela educação que me deram ao longo da vida.

À minha noiva Bianca Nathali Lima Serra, por ter dedicado muito tempo para me ajudar nas construções dos jogos, desde as edições gráficas até as confecções finais, além de ter me incentivado e ter entendido minha ausência em momentos nos quais me dediquei para o desenvolvimento desta dissertação.

À professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, por ter me orientado com maestria e paciência na realização dessa pesquisa.

À professora Dra. Rayane de Jesus Santos Melo e ao professor Dr. Alberto Leandro Correia Costa, por aceitaram o convite em participar da banca examinadora e pelas suas excelentes considerações para a melhoria deste estudo e, assim, chegar à versão final da dissertação.

Aos meus colegas de curso, com quem convivi durante esses anos, por compartilharem comigo tantas experiências e conhecimentos que foram essenciais para a minha formação.

À professora Dra. Lélia de Oliveira Cruz, pelas orientações imprescindíveis para a realização desta pesquisa na disciplina de “Trabalho de Conclusão de Curso”.

Ao professor Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto, docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí (IFPI), pelas suas aulas na disciplina de “Resolução de Problemas” que foram um divisor de águas para minha aprovação no Exame Nacional de Qualificação (ENQ), aprovação essa que aconteceu na minha primeira prova.

Aos demais professores do PROFMAT da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), que me ajudaram de alguma forma na minha formação acadêmica durante a realização do mestrado.

À secretária Annanda Santos do PROFMAT/UEMA, pela parceria e por sempre estar pronta a ajudar em qualquer assunto relacionado ao curso.

À escola municipal de São Luís – MA na qual realizei esta pesquisa, bem como à coordenação, à direção e aos alunos, por contribuírem com a concretização deste trabalho.

RESUMO

Na educação básica é possível observar com frequência muitos estudantes desmotivados em sala de aula, principalmente nas aulas de componentes curriculares como a Matemática. Frente a isso, os professores são desafiados diariamente a utilizar metodologias que estimulem a aprendizagem dos alunos. Além disso, sabe-se que as operações matemáticas básicas são essenciais para os estudos futuros do estudante e também para sua vida cotidiana. Nesse sentido, este estudo tem como objetivo analisar a implementação da gamificação e dos jogos sérios no processo de ensino e aprendizagem das operações com números naturais, incluindo a potenciação. O estudo se caracteriza por ser uma pesquisa de campo e possui abordagens quantitativa e qualitativa, sendo utilizados questionários e observações como instrumentos de coleta de dados. Foi elaborada uma sequência didática, dividida em sete etapas, que propõe o uso da gamificação e de dois jogos (“UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP”) para o ensino das operações com números naturais. A sequência didática foi aplicada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de São Luís – MA. Na conclusiva, observou-se que a aplicação da gamificação e dos *serious games* contribuiu para um aumento expressivo no desempenho dos alunos nas operações com números naturais. Além disso, constatou-se também um maior engajamento por parte dos estudantes nas aulas. Por fim, acredita-se que este estudo contribuiu para o ensino das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, por apresentar estratégias diferenciadas e por gerar melhores resultados na motivação e na aprendizagem dos discentes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Gamificação; Jogos Sérios; Números Naturais.

ABSTRACT

In basic education, it is often possible to observe many unmotivated students in the classroom, especially in classes covering curricular components such as Mathematics. Faced with this, teachers are challenged daily to use methodologies that stimulate student learning. Furthermore, it is known that basic mathematical operations are essential for the student's future studies and also for their everyday life. In this sense, this study aims to analyze the implementation of gamification and serious games in the process of teaching and learning operations with natural numbers, including potentiation. The study is characterized by being a field research and has quantitative and qualitative approaches, using questionnaires and observations as data collection instruments. A didactic sequence was created, divided into seven stages, which proposes the use of gamification and two games (“UNO ASMDP” and “CORRIDA ASMDP”) to teach operations with natural numbers. The didactic sequence was applied to a 6th year elementary school class at a municipal school in São Luís – MA. In conclusion, it was observed that the application of gamification and serious games contributed to a significant increase in students' performance in operations with natural numbers. Furthermore, there was also greater engagement on the part of students in classes. Finally, it is believed that this study contributed to teaching the operations of addition, subtraction, multiplication, division and potentiation with natural numbers, by presenting different strategies and generating better results in student motivation and learning.

Keywords: Teaching Mathematics; Gamification; Serious Games; Natural Numbers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Unidade 1 da primeira Seção do <i>Duolingo</i>	34
Figura 2 – Alguns elementos de jogos presentes no <i>Duolingo</i>	35
Figura 3 – Estado de <i>flow</i>	37
Figura 4 – Conceitos comumente confundidos com gamificação.	40
Figura 5 – Tipos de cartas +2.	46
Figura 6 – Carta Retorno.	47
Figura 7 – Carta Bloqueio.	47
Figura 8 – Carta Coringa.	48
Figura 9 – Carta Coringa +4.	48
Figura 10 - Exemplo de Carta Numérica.	49
Figura 11 – Exemplo de Carta Operacional.	49
Figura 12 – CORRIDA ASMDP	51

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Acertos por questionário.	66
Gráfico 2 – Número de acertos por questão em cada questionário.	68
Gráfico 3 – Número de acertos por desafio em cada questionário.	70
Gráfico 4 – Número de acertos no questionário II por aluno na turma sem gamificação.	71
Gráfico 5 – Percentual de acertos por questão no questionário II em cada turma.	73
Gráfico 6 - Percentual de acertos por desafio do questionário II em cada turma.	74
Gráfico 7 – Os jogos “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP” ajudaram na melhoria de sua aprendizagem nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação?	75
Gráfico 8 – Como você avalia as atividades que foram desenvolvidas ao longo da pesquisa?	77
Gráfico 9 – Você se sentiu motivado (a) com as atividades gamificadas que foram desenvolvidas nas últimas aulas?	78

LISTA DE FOTOS

Foto 1 - Aplicação do questionário I.	59
Foto 2 – Revisão sobre adição e subtração.	59
Foto 3 – Revisão sobre multiplicação e divisão.	60
Foto 4 – Revisão sobre potenciação.	60
Foto 5 – Um dos grupos jogando o “UNO ASMDP”	61
Foto 6 – Alunos em grupos jogando o “UNO ASMDP”	61
Foto 7 – Alunos jogando a “CORRIDA ASMDP”.	62
Foto 8 – Alunos vencedores com suas premiações.	63
Foto 9 – Aplicação do questionário II.	64
Foto 10 – Aplicação do questionário II em outra turma.	65

LISTA DE SIGLAS

ASMDP – Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão e Potenciação.

BNCC – Base Nacional Comum Curricular.

DGBL – *Digital Game-Based Learning*.

GBL – *game-based learning*.

SG – *serious games*.

TDIC - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	NÚMEROS NATURAIS	19
2.1	AXIOMAS DE PEANO	19
2.2	PRINCÍPIO DA INDUÇÃO MATEMÁTICA.....	19
2.3	ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS	21
2.3.1	Propriedades da Adição	22
2.4	ORDEM ENTRE NÚMEROS NATURAIS.....	24
2.5	PRODUTO DE NÚMEROS NATURAIS.....	26
2.5.1	Propriedades da Multiplicação.....	26
3	GAMIFICAÇÃO.....	31
3.1	ENTENDENDO A GAMIFICAÇÃO.....	31
3.1.1	<i>Duolingo</i>	33
3.2	TEORIA DO <i>FLOW</i>	36
3.3	<i>SERIOUS GAMES</i>	38
3.4	GAMIFICAÇÃO E O USO DE JOGOS NA EDUCAÇÃO E NO ENSINO DE MATEMÁTICA	41
4	JOGOS SÉRIOS DESENVOLVIDOS NA PESQUISA	45
4.1	UNO ASMDP	45
4.1.1	Cartas de Ação	46
4.1.2	Cartas Numéricas	48
4.1.3	Cartas Operacionais	49
4.1.4	Outras Regras.....	50
4.2	CORRIDA ASMDP.....	50
4.2.1	Regras do Jogo.....	51
5	METODOLOGIA	53
5.1	ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	53
5.2	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA/INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO	54
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	58
6.1	APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	58
6.2	QUESTIONÁRIOS I E II	65
6.3	COMPARAÇÃO ENTRE AS TURMAS.....	70
6.4	ANÁLISES COMPLEMENTARES.....	74
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	81

REFERÊNCIAS	85
APÊNDICES	88
APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS.....	89
APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	90
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO I	97
APÊNDICE D – MATERIAL DE APOIO.....	98
APÊNDICE E – “UNO ASMDP”.....	101
APÊNDICE F – “CORRIDA ASMDP”	112
APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO II.....	114

1 INTRODUÇÃO

É inquestionável a importância do engajamento dos alunos para que o processo de ensino e aprendizagem seja eficaz em qualquer área de conhecimento, e elaborar estratégias para estimular esses estudantes é um desafio constante para os professores. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da educação básica só se materializam mediante um conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação. Uma dessas decisões é: “conceber e por em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os alunos nas aprendizagens” (Brasil, 2018, p. 17).

Para o ensino da Matemática não é diferente, essa disciplina é culturalmente considerada, por muitos alunos, como complexa e chata. Como consequência desse fato, esses alunos se sentem desmotivados em sala de aula e possuem dificuldades em se concentrar nas aulas e nos estudos de conteúdos relacionados à disciplina. Sem esse engajamento, que é necessário, os estudantes não conseguem alcançar a aprendizagem esperada para o seu nível e isso gera uma “bola de neve” que vai acarretar em outras dificuldades futuras em seus estudos.

As operações com números naturais são exemplos de conteúdos que são essenciais para a vida escolar e cotidiana de todos os estudantes que cursam os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). De acordo com a BNCC, é esperado que esses alunos resolvam problemas com números naturais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos (Brasil, 2018).

Dessa forma, frente ao desafio de vencer a falta de motivação de muitos alunos, faz-se necessário, por parte dos professores, a utilização de metodologias que tornem o ensino de Matemática mais atrativo, de modo que a aprendizagem ocorra de forma mais prazerosa. Um exemplo de metodologia inovadora que tem sido usada de forma crescente nos últimos anos na educação básica, em especial no ensino de Matemática, é a gamificação (Ritter; Bulegon, 2021). A gamificação, em inglês *gamification*, se fundamenta em utilizar elementos de jogos, como recompensas, níveis/fases, *feedbacks* imediatos, regras, *rankings* e outros, visando instigar pessoas nas realizações de tarefas em situações que geralmente não são jogos.

É possível observar aplicações do uso da gamificação também em diversas outras áreas, como é o caso de aplicativos de bancos e carteiras digitais, ou em sites e aplicativos de lojas digitais, que são ambientes virtuais que estimulam o consumo ao oferecer *cashbacks* como recompensa pela compra de produtos. Além disso, algumas plataformas de educação

também utilizam gamificação em seu funcionamento, como é o caso do *Duolingo*, que é um curso de idiomas, que está disponível também em formato de aplicativo e possui elementos de jogos como *rankings*, pontuações, fases e outros.

Outra maneira de engajar os estudantes nas aulas de Matemática é a utilização de jogos sérios, em inglês *serious games*, que são jogos completos que possuem como principal objetivo a aprendizagem de algo, deixando a diversão e o entretenimento em segundo plano. Entretanto, Menezes *et. al.* (2014) apontam que os jogos sérios giram em volta da aplicação da gamificação em atividades ligadas a diferentes situações de aprendizagem como, por exemplo, na educação básica, em treinamento de equipes de funcionários de uma empresa, e em serviços relacionados à saúde, entre outros contextos. Dessa forma, as definições de gamificação e de jogos sérios se entrelaçam e objetivam alcançar aprendizagens, podendo cada uma dessas estratégias seguir caminhos distintos para isso.

Como mencionado, os jogos sérios são muito comuns em treinamentos de funcionários de empresas. Se levarmos em consideração, por exemplo, empresas do setor industrial ou de construção civil, com esses jogos geralmente busca-se simular situações no ambiente de trabalho e ensinar o empregado a como proceder em situações de risco. Outra aplicação dos *serious games* está nos simuladores de autoescolas em que o aprendiz adquire certa experiência no trânsito da vida real através de um jogo. Nesses exemplos é possível notar que os jogos servem para que o indivíduo adquira conhecimentos a serem aplicadas na vida real, diminuindo assim os possíveis erros que poderiam cometer e, conseqüentemente os riscos.

No ensino da Matemática, a gamificação e os jogos sérios podem ser utilizados nos mais variados níveis de ensino, almejando, principalmente, a aprendizagem do conteúdo abordado. Para tanto, é necessário haver um planejamento a fim de que as atividades propostas almejem alcançar os objetivos de aprendizagens e, dessa forma, os *games* aplicados em sala de aula não sejam confundidos com simples jogos que oferecem apenas entretenimento e os alunos os assemelhem a meras brincadeiras desconectadas da seriedade e que não oferecem aprendizagem.

Nesse sentido, esta pesquisa foi desenvolvida com os alunos de uma das turmas do 6º ano de uma escola da rede municipal de São Luís, tendo em vista que estes estudantes se mostravam desmotivados nas aulas e, além disso, eles começaram a ter aulas de Matemática ano letivo de 2023 somente a partir do mês de junho. Neste caso, houve a necessidade de desenvolver uma metodologia que os ajudassem na aprendizagem das operações com números naturais, incluindo a potenciação, tendo em vista que estes são conhecimentos fundamentais para a aprendizagem de outros conteúdos matemáticos mais avançados a serem

estudados por eles no futuro. Além disso, também se pensou na necessidade de manter os alunos interessados nas aulas que o professor pretendia realizar, com o objeto de melhorar seus desempenhos e, conseqüentemente, suas aprendizagens.

Sendo assim, visou-se criar uma seqüência didática com o uso da gamificação e de *serious games*, visando o ensino e aprendizagem das operações com números naturais: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. A proposta buscou revisar esses conteúdos de forma que os alunos se mantivessem engajados, isto é, instigados e concentrados nas aulas para que a aprendizagem se tornasse mais prazerosa e eficaz.

O estudo desenvolvido se caracteriza por ser uma pesquisa de campo e possui abordagens quantitativa e qualitativa. A seqüência didática que foi elaborada utiliza a gamificação e os jogos sérios como fator incentivador para a aprendizagem das operações com números naturais, incluindo a potenciação. Para tanto, a seqüência didática é composta de 7 (sete) etapas, que são divididas em aulas teóricas de revisões das cinco operações citadas, e aplicações de dois jogos sérios, a saber: “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP”. Os instrumentos para a coleta de dados foram dois questionários (inicial e final) e também observações feitas pelo professor ao analisar o desempenho e o nível de motivação dos alunos.

Sendo assim, para esta pesquisa, investiga-se: **quais as contribuições da gamificação e dos jogos sérios para o ensino e aprendizagem das operações com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental?** Visando responder o problema de pesquisa, elaborou-se como objetivo geral: analisar a implementação da gamificação e dos jogos sérios no processo de ensino e aprendizagem das operações com números naturais, incluindo a potenciação. Devido à abrangência do objetivo norteador, foi necessário elaborar objetivos específicos, a saber: construir uma seqüência didática que propõe o uso da gamificação e dos jogos sérios para o ensino das operações com números naturais, incluindo a potenciação; descrever a aplicação da seqüência didática e, por fim, analisar o desempenho dos alunos em operações com números naturais do início ao final da aplicação da seqüência didática.

Dessa forma, esta pesquisa está estruturada com os seguintes capítulos:

No capítulo 2 descrevemos sobre os números naturais, especificamente relacionados aos temas a seguir: Axiomas de Peano; Princípio da Indução Matemática, que foi necessário para demonstrar a maioria das propriedades apresentadas no referido capítulo; definições e propriedades da adição e da multiplicação com números naturais, bem como suas respectivas demonstrações; e propriedades da ordem entre números naturais, também sendo todas demonstradas.

No 3º capítulo apresentou-se o referencial teórico sobre gamificação, respaldado nas palavras de autores consagrados no tema. Destacamos o *Duolingo*, que é um curso *online* que utiliza gamificação para o ensino de línguas. Também foram abordados alguns temas que estão conectados de alguma maneira com a gamificação, como a teoria do *flow* e os *serious games*. Por fim, discorremos sobre a utilização da gamificação na educação e no ensino de Matemática.

A apresentação dos jogos sérios “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP”, que foram criados pelo autor desta pesquisa, bem como suas regras, foi descrita no capítulo 4. Já o capítulo 5 descreve a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa, destacando: os procedimentos realizados para alcançar os objetivos estabelecidos; o tipo de pesquisa; os sujeitos da pesquisa e os instrumentos de coleta e análise de dados.

No capítulo 6 encontra-se a análise e as discussões dos resultados do estudo, que foram feitas a partir dos dados coletados com as aplicações dos questionários e com as observações feitas em sala de aula pelo pesquisador. Por fim, são apresentadas as considerações finais sobre a pesquisa desenvolvida, inclusive a relevância da mesma para a comunidade docente que ensina Matemática, além de sugestões para estudos posteriores relacionados à gamificação e aos jogos sérios no ensino desse componente curricular.

2 NÚMEROS NATURAIS

Neste capítulo, apresentaremos definições e propriedades relacionadas aos números naturais (\mathbb{N}). Inicialmente, abordamos sobre os Axiomas de Peano, bem como o Princípio da Indução Finita, que por sua vez foi uma ferramenta muito utilizada para a maioria das demonstrações das propriedades presentes ao longo do capítulo. Na sequência, descrevemos sobre as definições e propriedades de adição, ordem e multiplicação de números naturais, em cada um destes foram demonstradas todas estas propriedades. Para fundamentar a escrita sobre os números naturais e os temas citados, utilizamos como referência as obras de Morgado e Carvalho (2022), Lima (2013) e Frid (2010).

2.1 AXIOMAS DE PEANO

O conjunto dos números naturais, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$, é definido a partir dos *Axiomas de Peano*. São eles:

1. \mathbb{N} possui um elemento que denotamos por 1, ou seja, $1 \in \mathbb{N}$.
2. Existe uma função $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que satisfaz:
 - (a) s é injetora, ou seja, dados $m, n \in \mathbb{N}$, $s(m) = s(n)$ se e somente se $m = n$;
 - (b) $s(\mathbb{N}) = \mathbb{N} \setminus \{1\}$.

Para cada número natural n , $s(n)$ é chamado de sucessor de n que denotamos por $s(n) = n + 1$. Assim, (b) afirma que 1 é o único elemento de \mathbb{N} que não é sucessor de nenhum número natural.

3. Se $A \subset \mathbb{N}$ é tal que $1 \in A$ e $s(A) \subset A$, ou seja, $n \in A$ implica $n + 1 \in A$, então $A = \mathbb{N}$.

Esses são chamados de Axiomas de Peano em homenagem ao matemático italiano Giuseppe Peano (1858 – 1932), que foi criador da lógica simbólica, entre outras coisas (Frid, 2010). Além disso, O terceiro axioma mencionado é conhecido como *Princípio da Indução Matemática*. Falaremos sobre esse princípio a seguir.

2.2 PRINCÍPIO DA INDUÇÃO MATEMÁTICA

O Princípio da Indução Matemática, também conhecido como *Axioma da Indução*, é a base de um eficiente método de demonstração de proposições referentes a números naturais, que são as chamadas demonstrações por indução. O enunciado se formula assim:

Seja P uma proposição acerca dos números naturais. Vamos supor que P seja tal que:

- i) $P[1]$ é válida, ou seja, 1 verifica a proposição P ;
- ii) Para todo $n \in \mathbb{N}$, se $P[n]$ é válida, então vale $P[n + 1]$, ou seja, se n verifica a proposição P , então seu sucessor $n + 1$ também verifica.

Portanto, P é válida para todo $n \in \mathbb{N}$.

Demonstração:

Chamando de A o conjunto dos números naturais que satisfazem P . Dessa maneira, por hipótese, temos $1 \in A$; e se $n \in A$ então $n + 1 \in A$. Assim, temos que $A = \mathbb{N}$, pelo terceiro axioma de Peano, como queríamos demonstrar.

As demonstrações matemáticas que aplicam o Princípio da Indução Matemática são chamadas *provas por indução*. No passo de indução ii, a hipótese de que $P[n]$ é válida é chamada de *hipótese de indução*.

Como $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \setminus \{1\}$ é uma bijeção, existe a função inversa $s^{-1}: \mathbb{N} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{N}$ que associa a cada $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ o número $s^{-1}(n)$ cujo sucessor é n . Nesse caso, $s^{-1}(n) = n - 1$, para todo $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$.

É importante destacar que o terceiro axioma de Peano também implica que todos os números naturais podem ser obtidos a partir de 1. Começando do próprio 1 e tomando-se, sem cessar, a aplicação do sucessor s , obtemos, sucessivamente:

$$1 + 1, 1 + 1 + 1, 1 + 1 + 1 + 1, \dots$$

As notações e os nomes para a sequência de sucessores de 1 no sistema decimal são bastante conhecidos:

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 2; \\ 1 + 1 + 1 &= 3; \\ 1 + 1 + 1 + 1 &= 4; \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 5; \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 6; \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 7; \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 8; \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 &= 9; \end{aligned}$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 10;$$

.....

2.3 ADIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Através da aplicação do sucessor de um número podemos com facilidade definir a operação de adição (ou soma) de dois números naturais quaisquer. De forma intuitiva, podemos estabelecer que a soma dos números natural m e n é obtida aplicando-se n vezes seguidas a operação de tomar o sucessor de m , isto é,

$$m + n = m + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n \text{ vezes}}. \quad (\text{I})$$

Em particular, $m + 1$ é o sucessor de m , enquanto que $m + 2$ é o sucessor do sucessor de m , e assim por diante. Por exemplo, tem-se $3 + 2 = 5$ simplesmente porque 5 é o sucessor do sucessor de 3.

Entretanto, a rigor, a definição de soma de dois números naturais dada acima não é precisa de forma lógica, pois utilizamos a expressão “ n vezes” cujo significado matemático não foi definido ainda. Nesse caso, o procedimento mais correto é definir essa operação utilizando o princípio de indução.

Dessa forma, primeiramente vamos definir:

$$m + 1 = s(m). \quad (\text{II})$$

Essa igualdade está de acordo com a notação $m + 1$ que usamos como o sucessor de m , ou seja, $s(m)$. Como já temos a definição de $m + n$ para $n = 1$, podemos definir de maneira recursiva:

$$m + (n + 1) = (m + n) + 1. \quad (\text{III})$$

Dessa forma, se já tivermos definido, para algum $n \in \mathbb{N}$, quem é $m + n$, resultará também imediatamente definido, por meio de (III), quem é $m + (n + 1)$. Esse procedimento é chamado de definição por indução (indutiva) ou definição por recorrência (recursiva).

2.3.1 Propriedades da Adição

A operação de adição possui as propriedades de *associatividade*, *comutatividade* e a *lei do corte*. Para todas elas, podemos provar usando o Princípio da Indução. Dessa forma, para todos $m, n, p \in \mathbb{N}$, temos:

Associatividade: $m + (n + p) = (m + n) + p$.

Demonstração:

Fixando $m, n \in \mathbb{N}$, vamos provar que, para todo $p \in \mathbb{N}$, vale a igualdade $m + (n + p) = (m + n) + p$. Para tanto, usaremos indução em p .

- i) Quando $p = 1$, a igualdade $m + (n + 1) = (m + n) + 1$ é verdadeira pela definição de adição (III). Logo, $P[1]$ é válido.
- ii) Vamos supor que o resultado é válido para um certo p , isto é, $m + (n + p) = (m + n) + p$. Dessa forma, vamos verificar que vale para $p + 1$, assim:

$$\begin{aligned} m + [n + (p + 1)] &=^1 m + [(n + p) + 1] \\ &=^2 [m + (n + p)] + 1 \\ &=^3 [(m + n) + p] + 1 \\ &=^4 (m + n) + (p + 1). \end{aligned}$$

Em que as igualdades 1, 2 e 4 seguem da definição de adição (III) e a igualdade 3 se fundamenta na hipótese de indução. Logo, temos que:

$$m + [n + (p + 1)] = (m + n) + (p + 1).$$

Portanto, a associatividade da adição é válida para quaisquer $m, n, p \in \mathbb{N}$.

Comutatividade: $m + n = n + m$.

Demonstração:

Fixando $m \in \mathbb{N}$, provaremos que $m + n = n + m$ para qualquer $n \in \mathbb{N}$, por meio da indução em n .

i) Quando $n = 1$, a igualdade $m + 1 = 1 + m$ será provada por indução em m . Para $m = 1$ a igualdade $1 + 1 = 1 + 1$ é óbvia. Supondo que $m + 1 = 1 + m$ é válida para algum m , temos:

$$(m + 1) + 1 = (1 + m) + 1 = 1 + (m + 1).$$

Em que a primeira igualdade vale pela hipótese de indução e a segunda pela associatividade da adição já provada. Assim, $m + 1 = 1 + m$ para todo $m \in \mathbb{N}$.

ii) Vamos supor agora que $m + n = n + m$ é válida para um certo n (hipótese de indução), então:

$$\begin{aligned} m + (n + 1) & \stackrel{1}{=} (m + n) + 1 \stackrel{2}{=} (n + m) + 1 \\ & \stackrel{3}{=} 1 + (n + m) \\ & \stackrel{4}{=} (1 + n) + m \\ & \stackrel{5}{=} (n + 1) + m. \end{aligned}$$

Em que a igualdade 1 é referente a definição de adição (III), a igualdade 2 se fundamenta na hipótese de indução, 3 e 5 no caso particular $m + 1 = 1 + m$ já provado e a igualdade 4 na propriedade associatividade também já provada.

Portanto, está provada a comutatividade da adição para quaisquer $m, n \in \mathbb{N}$.

Lei do Corte: Se $m + p = n + p$, então $m = n$.

Demonstração:

Faremos uma indução simples em p .

- i) Quando $p = 1$, temos $m + 1 = n + 1 \Rightarrow m = n$, pois números com o mesmo sucessor são iguais. Assim, $P[1]$ é válido.
- ii) Vamos supor que $m + p = n + p$ implica $m = n$. Nesse caso,

$$\begin{aligned} m + (p + 1) = n + (p + 1) & \Rightarrow^1 (m + p) + 1 = (n + p) + 1 \\ & \Rightarrow^2 m + p = n + p \\ & \Rightarrow^3 m = n. \end{aligned}$$

Em que a implicação 1 provém da definição de adição (III), 2 se justifica pelo fato de $(m + p)$ e $(n + p)$ terem o mesmo sucessor, por isso são iguais, e 3 deve-se à hipótese de indução.

Portanto, a lei do corte para a adição é válida para quaisquer $m, n, p \in \mathbb{N}$.

2.4 ORDEM ENTRE NÚMEROS NATURAIS

Sejam os números naturais m e n , diz-se que m é menor que n , isto é, $m < n$, se $p \in \mathbb{N}$, de forma que $m + p = n$. Além disso, dizemos que n maior que m , escreve-se $n > m$, se $m < n$, enquanto que a notação $m \leq n$ (m menor ou igual que n) equivale a $m < n$ ou $m = n$. O número natural p , tal que $m + p = n$, que provém de $m < n$, é denotado $n - m$. Essa última notação é coerente com $n - 1$, notação para o antecessor de n .

Sendo $m, n, p \in \mathbb{N}$, a relação $m < n$ tem as seguintes propriedades abaixo:

Transitividade: Se $m < n$ e $n < p$ então $m < p$.

Demonstração:

Pela hipótese temos que $m < n$ e $n < p$. Sendo assim, existem $a, b \in \mathbb{N}$ tais que $n = m + a$ e $p = n + b$. Portanto, pela associatividade temos

$$p = (m + a) + b \Rightarrow p = m + (a + b) \Rightarrow m < p.$$

Portanto, está concluída a demonstração da transitividade.

Tricotomia: É válida uma, e somente uma, das três possibilidades seguintes: $m < n$, $m = n$ ou $n < m$.

Demonstração:

Inicialmente, vamos mostrar que são sempre comparáveis dois números naturais m e n , em outras palavras, $m < n$ ou $m = n$ ou $n < m$. Vamos fixar $m \in \mathbb{N}$ e provar que todo número natural n é comparável com m . Como 1 é comparável com todo número natural, pois qualquer número natural $n \neq 1$ é sucessor de outro, então n é da forma $n = p + 1$, o que implica que $1 < n$. Nesse caso, podemos supor $m \neq 1$.

Tomando o conjunto A dos números comparáveis com m . Provaremos por indução que $A = \mathbb{N}$. Como já visto, $1 \in A$. Devemos demonstrar que se $p \in A$ então $p + 1 \in A$.

Se $p \in A$ então temos que $m < p$, $m = p$ ou $p < m$. Analisando inicialmente os casos em que $m < p$ ou $m = p$, obtemos claramente que $m < p + 1$, logo $p + 1 \in A$, já que $p + 1$ é comparável com m . Por outro lado, se $p < m$ então $m = p + a$, com $a \in \mathbb{N}$. Se $a = 1$ teremos $m = p + 1$, assim, $p + 1$ também é comparável com m , ou seja, $p + 1 \in A$. Agora, se $a \neq 1$ então $a = 1 + b$, com $b \in \mathbb{N}$, e $m = p + 1 + b$, o que implica que $p + 1 < m$ e, novamente, $p + 1 \in A$, pois $p + 1$ é comparável com m . A conclusão da prova por indução de que $A = \mathbb{N}$ nos leva a afirmar que dados $m \neq n \in \mathbb{N}$, temos $m < n$ ou $n < m$.

Além disso, não se pode ter simultaneamente $m < n$ e $n < m$, já que teríamos, respectivamente, $n = m + a$ e $m = n + b$, com $a, b \in \mathbb{N}$, assim, lembrando que o sucessor de um número natural é único, temos:

$$n = n + b + a \Rightarrow n + 1 = n + b + a + 1.$$

Pela lei do corte e pela associatividade, obtemos:

$$1 = (b + a) + 1.$$

O que é um absurdo, já que 1 seria o sucessor de $b + a$.

Sendo assim, a tricotomia está provada.

Monotonicidade: Se $m < n$ então, para todo $p \in \mathbb{N}$, temos $m + p < n + p$.

Demonstração:

Sabe-se que $m < n$ implica em $n = m + a$, com $a \in \mathbb{N}$. Portanto,

$$\begin{aligned} n + p &= m + a + p \Rightarrow n + p = m + p + a \\ &\Rightarrow m + p < n + p. \end{aligned}$$

Assim, a monotonicidade para a adição está demonstrada.

2.5 PRODUTO DE NÚMEROS NATURAIS

O produto (ou multiplicação) de dois números naturais m e n , que denotamos por $m \cdot n$, também pode ser definido de forma recursiva, assim como a adição. Sendo assim:

$$m \cdot 1 = m, \quad (\text{IV})$$

$$m \cdot (n + 1) = m \cdot n + m. \quad (\text{V})$$

Em outras palavras, em (IV) vemos que multiplicar um número natural m por 1 não o traz nenhuma alteração. Além disso, na linha (V) observamos que se sabemos como multiplicar todo número natural m por n , também podemos multiplicar pelo sucessor de n , sendo suficiente fazer $m \cdot (n + 1) = m \cdot n + m$.

A definição mostrada é a forma com maior rigor matemático em comparação com a expressão informal conhecida popularmente:

$$m \cdot n = \underbrace{m + m + m + \dots + m}_{n \text{ vezes}}.$$

Com frequência, na multiplicação $m \cdot n$, ocultamos o “pontinho” e denotamos esse produto simplesmente por mn .

2.5.1 Propriedades da Multiplicação

A operação de multiplicação possui as propriedades de *distributividade*, *comutatividade*, *associatividade*, *lei do corte* e *monotonicidade*. A seguir provaremos cada uma delas. Sendo assim, sejam $m, n, p \in \mathbb{N}$ teremos:

Distributividade: $m(n + p) = mn + mp$.

Demonstração:

Provaremos por indução em p que $m(n + p) = mn + mp$ com $p \in \mathbb{N}$. Para isso, vamos fixar $m, n \in \mathbb{N}$.

- i) Quando $p = 1$ a igualdade é verdadeira, pois $m(n + 1) = mn + m$ pela definição de multiplicação (V). Logo, $P[1]$ é válido.

- ii) Supondo a igualdade verdadeira para algum $p \in \mathbb{N}$, devemos provar que $m[n + (p + 1)] = mn + m(p + 1)$. De fato,

$$\begin{aligned} m[n + (p + 1)] &=^1 m[(n + p) + 1] \\ &=^2 m(n + p) + m \\ &=^3 (mn + mp) + m \\ &=^4 mn + (mp + m) \\ &=^5 mn + m(p + 1). \end{aligned}$$

Em que a igualdade 1 se fundamenta na definição de adição (III), 2 e 5 vem da definição de multiplicação (V), 3 da hipótese de indução e 4 provém da associatividade da adição.

Portanto, a distributividade é válida para quaisquer $m, n, p \in \mathbb{N}$.

Comutatividade: $mn = nm$.

Demonstração:

Provaremos que $mn = nm$ por indução em $n \in \mathbb{N}$. Para isso, fixaremos $m \in \mathbb{N}$.

- i) Inicialmente, quando $n = 1$, devemos provar por indução que $m \cdot 1 = 1 \cdot m$, para todo $m \in \mathbb{N}$. Pela definição de multiplicação (IV), sabe-se que $m \cdot 1 = m$. Sendo assim, devemos mostrar que $1 \cdot m = m$ por indução. Essa igualdade é óbvia quando $m = 1$ e, além disso, se for válida para um certo m , então teremos:

$$1 \cdot (m + 1) =^1 1 \cdot m + 1 =^2 m + 1.$$

Em que a igualdade 1 provém da definição de multiplicação (V) e 2 vem da hipótese de indução. Sendo assim, $m \cdot 1 = 1 \cdot m$, para todo $m \in \mathbb{N}$.

- ii) Agora, vamos supor que $mn = nm$. Assim, vamos provar que $m \cdot (n + 1) = (n + 1) \cdot m$. De fato,

$$\begin{aligned} m \cdot (n + 1) &=^1 mn + m \\ &=^2 nm + m \\ &=^3 (n + 1) \cdot m. \end{aligned}$$

Em que a igualdade um é a definição de multiplicação (V), 2 provém da hipótese de indução e 3 da distributividade.

Logo, está concluída a demonstração da comutatividade da multiplicação para quaisquer $m, n \in \mathbb{N}$.

Associatividade: $(mn)p = m(np)$.

Demonstração:

Fixaremos $m, n \in \mathbb{N}$, vamos provar que, para todo $p \in \mathbb{N}$, vale a igualdade $(mn)p = m(np)$. Para isso, usaremos indução em p .

- i) Quando $p = 1$, devemos provar que vale a igualdade $(mn) \cdot 1 = m(n \cdot 1)$. Sabe-se que $(mn) \cdot 1 = mn$ pela definição de multiplicação (IV). Além disso, como $n \cdot 1 = n$, também da definição (IV), então $m(n \cdot 1) = mn$. Assim, $(mn) \cdot 1 = m(n \cdot 1)$.
- ii) Agora, vamos supor que $(mn)p = m(np)$ também é válida para algum $p \in \mathbb{N}$. Assim temos que,

$$\begin{aligned} (mn)(p+1) &=^1 (mn)p + (mn) \cdot 1 \\ &=^2 m(np) + mn \\ &=^3 m(np+n) \\ &=^4 m[n(p+1)]. \end{aligned}$$

Em que a igualdade 1 vem da definição de multiplicação (V) e 2 provém da hipótese de indução e 3 e 4 são frutos da distributividade. Assim, $(mn)(p+1) = m[n(p+1)]$.

Portanto, está provada a associatividade da multiplicação para quaisquer $m, n, p \in \mathbb{N}$.

Lei do Corte: Se $mp = np$ então $m = n$.

Demonstração:

A prova será feita por contradição. Suponhamos inicialmente que $m < n$. Nesse caso, existe um $a \in \mathbb{N}$ tal que:

$$\begin{aligned}
 n = m + a &\Rightarrow^1 np = (m + a)p \\
 &\Rightarrow^2 np = mp + ap \\
 &\Rightarrow^3 mp < np.
 \end{aligned}$$

Em que a primeira implicação é o resultado da multiplicação por p , a segunda vem da propriedade distributiva e a implicação 3 provém da definição de ordem.

O que é um absurdo.

De forma análoga, agora vamos supor que $n < m$. Assim, existe algum $b \in \mathbb{N}$ tal que:

$$\begin{aligned}
 m = n + b &\Rightarrow mp = (n + b)p \\
 &\Rightarrow mp = np + bp \\
 &\Rightarrow np < mp.
 \end{aligned}$$

Sendo isso também um absurdo.

Por tricotomia, sabe-se que dados dois números naturais m e n temos uma, e somente uma, das possibilidades: $m < n$, $m = n$ ou $n < m$. Portanto, Se $mp = np$ então $m = n$.

Monotonicidade: Se $m < n$ então $mp < np$.

Demonstração:

Sabe-se que $m < n$ implica em $n = m + a$, com $a \in \mathbb{N}$. Dessa forma,

$$\begin{aligned}
 n = m + a &\Rightarrow^1 pn = p(m + a) \\
 &\Rightarrow^2 pn = pm + pa \\
 &\Rightarrow^3 np = mp + ap \\
 &\Rightarrow^4 mp < np.
 \end{aligned}$$

Em que a implicação 1 encontramos ao realizar a multiplicação por p , 2 vem da propriedade distributiva, 3 da comutatividade da multiplicação e 4 da definição de ordem. O que conclui a prova da monotonicidade para a operação de multiplicação com números naturais.

Para todo $m, k \in \mathbb{N}$, definimos m^k estabelecendo $m^1 = m$ e $m^{k+1} = m^k \cdot m$, tal operação sendo conhecida como potenciação, a qual podemos expressar de forma menos formal como:

$$m^k = \underbrace{m \cdot m \cdot \dots \cdot m}_{k \text{ vezes}}$$

3 GAMIFICAÇÃO

Neste capítulo descrevemos o conceito de gamificação e algumas situações em que ela é utilizada, destacando, por exemplo, o aplicativo *Duolingo*, que é um curso online de idiomas que utiliza elementos de jogos para motivar os alunos na aprendizagem. Além disso, discorreremos sobre temas que possuem alguma relação com a gamificação, a saber: a teoria do *flow*, que estuda o que faz uma pessoa sentir felicidade; os *serious games* (jogos sérios), que são jogos completos que possuem como objetivo primário a aprendizagem de algo e, por último, abordamos a utilização da gamificação e dos jogos na educação e no ensino de Matemática.

3.1 ENTENDENDO A GAMIFICAÇÃO

Atualmente, a gamificação vem ganhando força como uma estratégia que estimula as pessoas nas realizações de tarefas em diferentes áreas da vida. Podemos notar isso, por exemplo, em diversos aplicativos de bancos ou de carteiras digitais, em sites de vendas e em plataformas educativas. Nestes, é possível perceber elementos que incentivam o participante a consumir produtos ou a permanecer conectado com as atividades por mais tempo. Nesse sentido, Kapp (2012) afirma que a gamificação (ou *gamification*, em inglês) consiste em utilizar elementos de jogos, tais como pontos, recompensas e pódios de jogadores, em outros contextos não necessariamente relacionados a jogos.

Ritter e Bulegon (2021) apontam que a gamificação é uma estratégia bastante utilizada na atualidade para atrair as pessoas na realização de diversas atividades, como, por exemplo, em treinamentos, cursos e na aprendizagem de línguas estrangeiras, como é o caso do aplicativo *Duolingo*. Dessa forma, essa estratégia pode ser utilizada para envolver pessoas nos mais variados contextos como: o empresarial, por meio de treinamentos de funcionários; o comercial, em que se objetiva lucros por meio de vendas e, também, o educacional, em que a aprendizagem de conteúdos é o objetivo mais almejado.

A estratégia também visa envolver os sujeitos a fim de que os mesmos dediquem mais tempo e empenho nas atividades a serem desenvolvidas. Corroborando com esse pensamento, Boller e Kapp (2018, p. 41) afirmam que “A gamificação é eficaz quando se quer que o indivíduo se mantenha envolvido com o conteúdo ou com a experiência por um longo período de tempo”. Assim, notamos que os sistemas gamificados buscam, em grande parte, a

manutenção da atenção e da participação dos usuários em determinada atividade por um período de tempo mais prolongado.

A gamificação é baseada no uso de elementos de jogos para se alcançar objetivos preestabelecidos, levando em consideração a forte atração que essa estratégia proporciona nas pessoas. Essa atração se justifica pelo fato de que os jogos conseguem prender a atenção dos jogadores que, por sua vez, são envolvidos pelos *games*. Conforme Alves (2014), a gamificação é a utilização de mecânica, estética e pensamentos baseados em *games* para impulsionar pessoas, despertar a ação, promover a aprendizagem e resolver problemas.

Alves (2014) ainda destaca elementos de jogos muito comuns em sistemas gamificados, alguns dos principais citados pela autora são:

- **Narrativa:** permite estabelecer uma relação com um contexto, criando sentido para o sistema gamificado, a fim de que não se torne um empilhado de elementos abstratos;
- **Desafios:** são os objetivos propostos ao jogador que os impulsiona a buscar a vitória e a enfrentar novos desafios futuros;
- **Sorte:** é um elemento que dá ao jogador a sensação de que há alguma aleatoriedade envolvida, como por exemplo acontece em jogos de cartas ou de dados;
- **Cooperação e competição:** são opostas, mas ambas despertam no jogador a vontade de estar com outras pessoas. Dizem respeito à possibilidade ou necessidade de que pessoas construam algo juntas ou uma supere a outra em seus resultados;
- **Feedback:** faz com que o jogador acompanhe o seu progresso, o que possibilita a ele escolher diferentes estratégias;
- **Recompensas:** são benefícios que as pessoas conquistam ao longo do jogo como, por exemplo, medalhas, moedas, vidas ou o direito a jogar novamente;
- **Turnos:** se referem às jogadas alternadas entre um participante e outro. São comuns em até jogos mais simples como o “jogo da velha”;
- **Avatares:** mostram alguma representação visual do personagem do jogador;
- **Badges:** são as representações visuais das ações ou resultados alcançados;
- **Desbloqueio de conteúdos:** refere-se à liberação de algum conteúdo. Neste caso, é necessário conseguir realizar alguma coisa para ganhar o acesso ao novo conteúdo;
- **Rankings ou learbord:** permite ao jogador ver sua posição em relação aos demais participantes por meio de um ranqueamento;
- **Níveis:** são graus progressivos de dificuldades que são apresentados ao jogador à medida que ele avança no *game*, de maneira que suas habilidades são desenvolvidas enquanto ele sobe de nível;

➤ **Pontos:** se refere à pontuação acumulada no decorrer do jogo.

Além disso, Schlemmer (2014) frisa que a gamificação tem como finalidade analisar os elementos presentes no *design* de jogo, que o fazem ser divertido, e adaptar esses elementos a situações que normalmente não são consideradas jogos. Dessa forma, para criar um sistema gamificado é necessário utilizar os elementos de *games* que mais se adaptam aos objetivos preestabelecidos e que tornem a atividade atraente e divertida.

Assim, na gamificação a atração é gerada pelos elementos dos *games*, mas o objetivo não é a criação de jogos e, portanto, essa estratégia está presente em ambientes que não são necessariamente jogos. Segundo Bunchball (2010, *apud* Campos; Moraes; Mélo, 2022), a gamificação é uma metodologia que utiliza os mecanismos de jogos em ambientes chamados *non-game* e não objetiva criar jogos.

Para Gomes (2017), na atualidade, deparamo-nos com crianças, jovens e adultos que são fascinados pelos *games* e é quase impossível encontrarmos quem nunca tenha jogado um jogo de cartas ou de tabuleiro, ou pelo menos um game de celular ou de computador. Os jogos possuem mecânicas atrativas e envolventes, de modo que as pessoas passam horas e, até mesmo dias, empenhadas em determinado jogo.

3.1.1 *Duolingo*

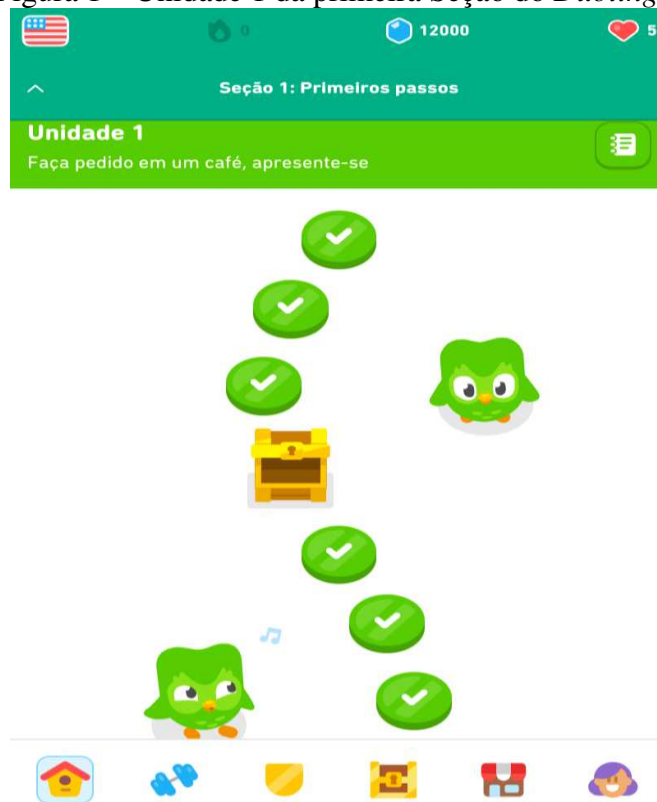
O *Duolingo* foi criado por Luis von Ahn e Severin Hacker, em 2012, e é uma plataforma que ensina línguas à distância (Corrêa, 2019). O curso utiliza gamificação para o ensino de idiomas e está disponível gratuitamente também em formato de aplicativo. A plataforma possui uma grande variação de línguas estrangeiras disponíveis e utiliza elementos de jogos para ensinar lições do cotidiano relacionadas a temas como saudações, cardápios de restaurantes, viagens, encontros entre pessoas e vários outros.

Ao abrir o aplicativo, pergunta-se qual língua se quer aprender. Para os falantes de língua portuguesa estão disponíveis os seguintes idiomas: Inglês, Espanhol, Francês, Alemão e Italiano. Aos que falam Inglês estão disponíveis um total de 39 línguas. Segundo o relatório de 2023 do *Duolingo*, são oferecidos mais de 100 cursos de línguas ensinados a mais de 40 idiomas. Além disso, o relatório aponta que o *Duolingo* é o aplicativo de educação mais baixado do planeta. O relatório de 2022 afirma que a plataforma contava até então com mais de 500 milhões de alunos em todo o mundo.

Para cadastrar o seu perfil, o estudante pode colocar uma foto sua ou criar seu próprio avatar, de acordo com seu desejo, além de registrar o seu nome para ser identificado pelos

outros participantes do *Duolingo*. Após realizar o cadastro inicial e criar o acesso ao aplicativo, é possível iniciar as seções. Atualmente, o aplicativo conta com um total de 10 seções, cada uma com várias unidades ou níveis incluídos. Inicialmente, apenas as primeiras seções são liberadas e, para desbloquear as seções subsequentes, o estudante deve avançar nas unidades das seções iniciais. A Figura 1 a seguir mostra a parte inicial da seção 1 (primeiros passos) em que se estuda principalmente como se fazer pedidos em restaurantes e como apresentar-se a outras pessoas.

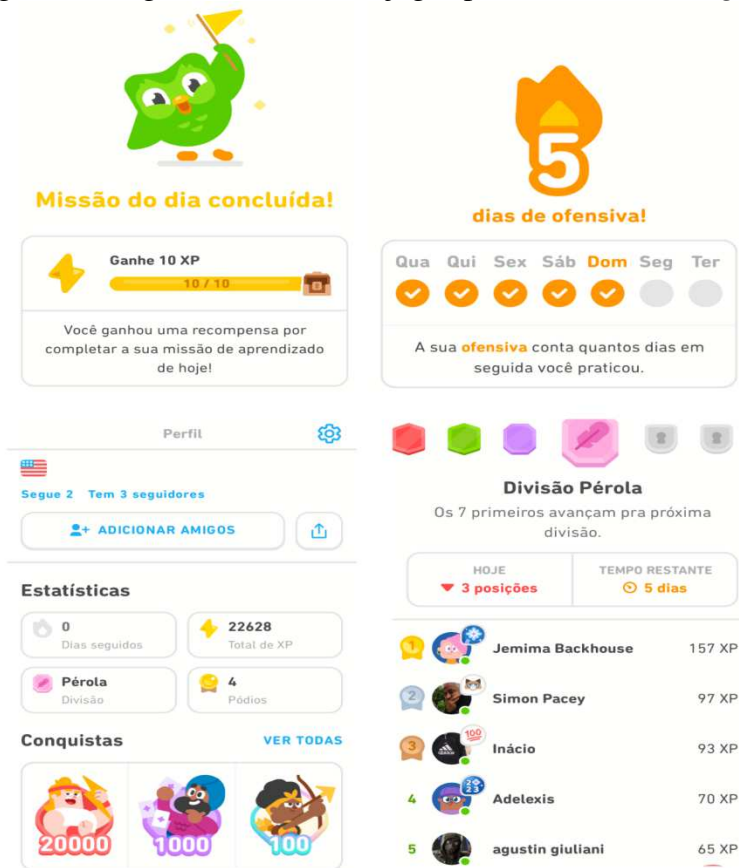
Figura 1 – Unidade 1 da primeira Seção do *Duolingo*.



Fonte: Aplicativo *Duolingo*.

Além dos níveis, o aplicativo utiliza vários outros elementos de jogos como missões, recompensas, metas, *feedbacks*, pontuações, vidas e *rankings*. Com isso, os usuários se mantêm mais engajados com as tarefas a serem realizadas. Somado a isso, todos os estudantes do curso possuem um objetivo comum que os impulsionam ainda mais a permanecer utilizando o aplicativo: aprender uma nova língua. A Figura 2 abaixo apresenta algumas telas do aplicativo, nas quais aparecem alguns dos elementos citados.

Figura 2 – Alguns elementos de jogos presentes no *Duolingo*.



Fonte: Aplicativo *Duolingo*.

Os “dias de ofensiva” mostrados na figura são relacionados aos dias seguidos em que o estudante cumpriu as metas diárias de pontuações por meio das lições realizadas. O *ranking*, que também aparece na imagem, dá aos participantes uma maior motivação para adquirirem mais pontos em busca de uma melhor posição, já que os três primeiros recebem medalhas (ouro, prata e bronze) como recompensa, além de que os sete primeiros colocados avançam para a próxima divisão, que conseqüentemente possui participantes mais experientes na plataforma e na língua que estudam. Dependendo das posições do restante dos participantes na classificação final, eles podem permanecer na mesma divisão ou até mesmo ser rebaixados para uma inferior.

Além disso, à medida que o usuário vai realizando as lições, ele recebe pontos e cristais como recompensa. Caso o estudante erre alguma questão, o aplicativo dá a ele a chance de se recuperar respondendo novamente a mesma pergunta ao final da lição. Entretanto, se persistir o erro, o próprio *Duolingo* mostra a resposta correta e o estudante perde uma vida no aplicativo. O participante pode recuperar as vidas perdidas e ganhar outras fazendo novas lições. Se a quantidade de vidas acabar, será dado a ele a opção de comprar

novas vidas com os cristais conquistados. Além de tudo, para cada lição realizada é dado um *feedback* que mostra o percentual de acerto, a pontuação obtida e o tempo em que a mesma foi realizada.

3.2 TEORIA DO *FLOW*

A teoria do *flow* foi criada pelo psicólogo húngaro Mihaly Csikszentmihalyi na década de 1960 e busca explicar o que leva uma pessoa a se sentir feliz (Campos, 2021). A teoria tem sido aplicada em várias áreas, inclusive na educação e nos jogos. Essa teoria também tem uma grande importância no contexto da gamificação, já que com a gamificação é possível provocar nos sujeitos um sentimento de satisfação e bem estar, tornando-a uma ferramenta capaz de estimular pessoas nas realizações de atividades.

O psicólogo criou um modelo chamado de *experiência ótima*, também conhecida como *experiência autotélica*, que é “uma atividade autossuficiente, feita sem a expectativa de algum benefício futuro, mas simplesmente porque realizá-la é a própria recompensa” (Csikszentmihalyi, 1990, *apud* Diana *et al.*, 2014, p. 44). Em outras palavras, quando uma pessoa passa por uma experiência ótima, não são necessárias premiações extras para que o sujeito se sinta motivado, pois o simples fato de passar pela experiência já proporciona satisfação.

Ainda segundo Diana *et al.* (2014), a pesquisa de Csikszentmihalyi (1990) se expandiu por alguns países e alcançou mais de 8000 entrevistados que relataram sobre atividades que traziam a eles prazer e felicidade. O pesquisador percebeu então que a experiência ótima e as condições psicológicas das pessoas pareciam ser semelhantes em todo o mundo, ou seja, a sensação de felicidade descrita pelas pessoas, independentemente do gênero, cultura ou classe social, era descrita de maneira parecida. Ao analisar os resultados da pesquisa, ele constatou que a palavra que as pessoas mais utilizavam para descrever seu estado mental quando realizavam atividades que traziam prazer e felicidade era “*flow*” (fluxo, em português). Com isso, foi a partir do modelo da experiência ótima que o conceito de *flow* foi criado pelo autor.

De acordo com Csikszentmihalyi (1990):

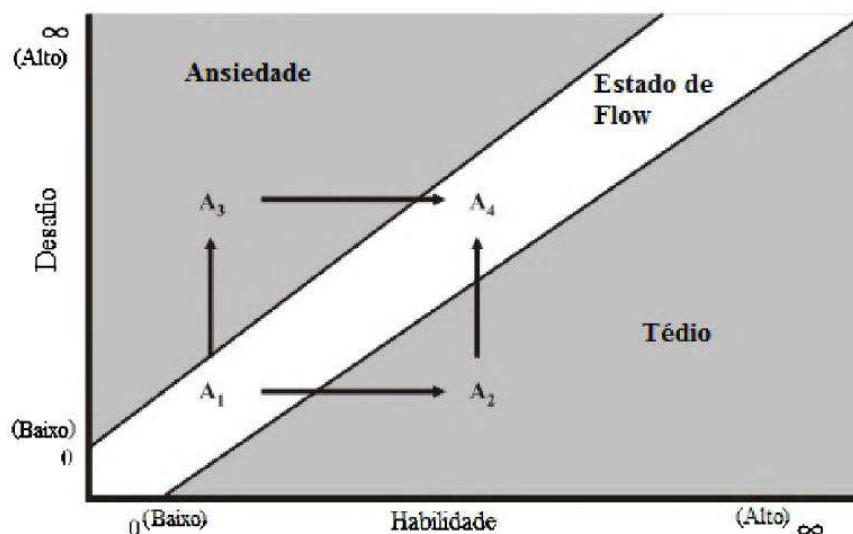
O conceito de *flow* foi criado a partir da definição do estado em que as pessoas se envolvem em determinadas atividades a ponto de nada mais ao seu redor apresentar importância, pois a própria experiência proporciona prazer e uma sensação agradável de felicidade (*apud* Diana *et al.*, 2014, p. 46).

Sendo assim, *flow* é a maneira como as pessoas descrevem seu estado de espírito quando estão realizando algo que proporciona uma sensação de felicidade, fazendo com que elas queiram continuar realizando a atividade em questão para seu bem próprio. Além disso, de acordo com Campos (2021), ao atingir o estado de *flow* o indivíduo está em total concentração e motivação e, assim, pode desenvolver também a criatividade.

Diana *et al.* (2014), baseados nas ideias de Csikszentmihalyi (2004), ainda apontam sete características presentes quando uma pessoa está em estado de *flow*, que são: (1) foco e concentração, já que a pessoa acaba se envolvendo mais com a atividade e esquece os problemas externos; (2) êxtase, que é uma sensação de estar fora da realidade do cotidiano; (3) clareza *feedback*, pois o retorno imediato em relação ao que está sendo realizado contribui para um maior envolvimento e ajuda a renovar o sentimento de satisfação e de prazer com a atividade feita; (4) habilidades, sendo necessário um equilíbrio entre o desafio e as habilidades que a pessoa possui para então se chegar ao prazer; (5) crescimento, sensação de se estar crescendo; (6) perda da sensação de tempo, porque a noção de tempo se torna diferente do que realmente é; e (7) motivação intrínseca, pois a principal recompensa está em realizar a atividade e não naquilo que ela pode trazer como consequência.

Como mencionado, os desafios estabelecidos devem estar em harmonia com as habilidades que o indivíduo possui para que a atividade realizada seja prazerosa e satisfatória. Ainda segundo Diana *et al.* (2014), essa sensação de prazer oferece também a sensação de descoberta, que leva a pessoa para uma nova realidade e/ou a adquirir algum conhecimento. A Figura 3 abaixo mostra esse equilíbrio para se alcançar o estado de *flow*.

Figura 3 – Estado de *flow*.



Fonte: Diana et al. (2014).

Os desafios e as habilidades estão representados pelos eixos do diagrama. Se, por exemplo, uma pessoa possui certa habilidade inicial e é desafiada de acordo com sua habilidade, provavelmente ela estará em estado de *flow* (A_1), entretanto isso pode se tornar logo em tédio (A_2), visto que a tendência é que suas habilidades aumentem. Porém, se um desafio mais avançado for lançado, a pessoa buscará superá-lo e voltará a atingir o *flow* (A_4).

Por outro lado, se o desafio for superior às suas habilidades, o indivíduo pode sentir inicialmente ansiedade (A_3), mas depois poderá conseguir adquirir novas habilidades, superar o desafio e, então, voltar ao estado de fluxo (A_4). Para Diana *et al.* (2014), ao atingir esse estado a pessoa percebe que sua habilidade corresponde ao nível do desafio proposto e, dessa maneira, a motivação faz o indivíduo sempre buscar aumentar o nível de complexidade.

No ambiente escolar, em especial no ensino da Matemática, a teoria do *flow* pode ser utilizada para se alcançar resultados melhores na aprendizagem dos estudantes. Ao atingir o estado de fluxo, o aluno passa a desenvolver habilidades que os afastarão da ansiedade matemática, que acontece quando desafios são muito maiores do que suas habilidades. Para Campos (2021), a ansiedade matemática pode ser atenuada a partir dos elementos do *flow*, visto que esses elementos estão associados com: o *feedback* imediato, a concentração, a imaginação, a criatividade, a motivação e o desenvolvimento do raciocínio.

3.3 *SERIOUS GAMES*

Um conceito que comumente é confundido com gamificação é o de jogos sérios, em inglês *serious games*, que é uma categoria de jogos que propõe algo além da diversão, visando alcançar aprendizagem, aperfeiçoamento de algum conhecimento, desenvolvimento de alguma habilidade ou mudança de comportamento. Podemos observar alguns casos de jogos sérios que são culturalmente usados no Brasil, mesmo que sem o conhecimento sobre o que é *serious games*. Por exemplo, em brincadeiras de crianças em que as meninas são incentivadas a brincar de “casinha”, elas acabam sendo treinadas para se tornarem “donas de casa”, já os meninos são incentivados a, por exemplo, brincar de dirigir seus carrinhos e a manusear ferramentas, já que eles são esperados como os principais provedores financeiros da família (Serra, 2022).

Para Esquivel (2017) o conceito de *serious games*, que podemos representar por SG, são jogos nos quais a educação, em suas várias atuações, é o objetivo principal, em vez do entretenimento. Corroborando com esse pensamento, Hagglund (2012, *apud* Lindner; Kuntz, 2014) afirma que um jogo sério é desenvolvido com um propósito maior diferente de um puro

entretenimento e é projetado com a intenção de melhorar algum aspecto voltado à aprendizagem. Dessa forma, a diversão pode até se manifestar durante a aplicação de um jogo sério, porém a prioridade é o alcance da aprendizagem desejada.

Além disso, de acordo com Serra (2022, p.30):

Dentre as inúmeras aplicabilidades, um dos pontos mais interessantes ao utilizarmos jogos sérios, é a aplicabilidade de simular situações de risco, sem ter que vivenciá-las no mundo físico. Como exemplo, simular um acidente termonuclear permite ao jogador-aluno adquirir experiência perante a situação de risco, sem ter passado por ela.

Sendo assim, os jogos sérios são importantes também para aprendizagens em situações que proporcionam algum tipo de risco, em que se faz necessário um treinamento em forma de jogo, a fim de simular situações que podem acontecer na vida real. Outros exemplos de aplicações são os simuladores de direção nas autoescolas, os simuladores de voo, que são utilizados pelas agências espaciais, e treinamentos militares. Além disso, na construção civil, existem jogos que ajudam os funcionários em treinamentos de situações variadas, inclusive de risco.

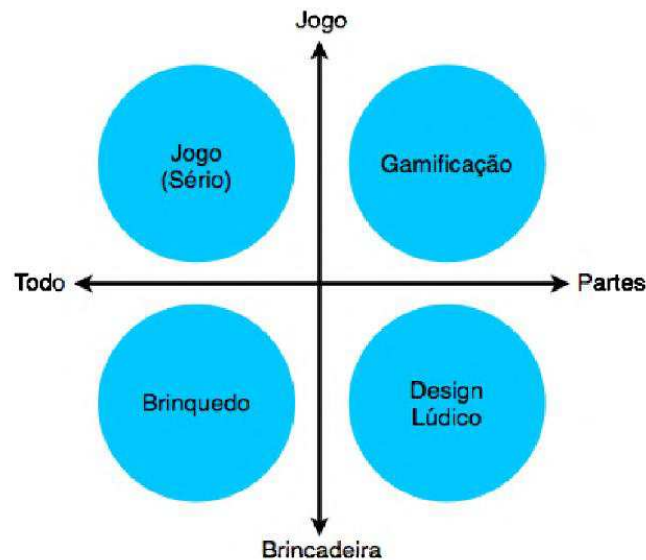
Além disso, o autor ainda ressalta que, na atualidade, esse modelo de utilização dos *serious games* tem se tornado mais eficaz em treinamentos do que os métodos tradicionais e, com isso, seu emprego é cada vez mais utilizado por empresas de diferentes ramos. Dessa forma, o crescimento do uso de jogos utilizados para o treinamentos de funcionários de empresas se dá pela junção entre a segurança que a operação proporciona e a aprendizagem eficaz adquirida no processo.

Esquivel (2017) afirma que gamificação e jogos sérios possuem objetivos semelhantes que estão relacionados à aprendizagem de algo, porém podem diferir nos caminhos trilhados para alcançar essa aprendizagem. Ambos buscam proporcionar melhores resultados no ensino e aprendizagem, entretanto, os SG utilizam jogos completos que instruem e provém conhecimento aos aprendizes. Já a gamificação utiliza apenas de elementos de jogos para o engajamento dos participantes, sem gerar com isso jogos inteiros.

Ainda segundo o autor, é comum associarmos os conceitos de jogos sérios e ensino lúdico, porque há uma proximidade entre eles, já que o lúdico é uma proposta educacional e está ligado ao ato de brincar e/ou de jogar. Quando a atividade lúdica está atrelada a um jogo, há uma proximidade com o conceito de SG, o qual se diferencia de gamificação, como já vimos. Entretanto, as atividades lúdicas possuem um caráter menos formal, sendo feitas, em alguns casos, por meio de brincadeiras e sem regras rígidas.

A Figura 4 abaixo apresenta as principais ideias de conceitos que são comumente confundidos com gamificação. Hulsebosh (2013, *apud* Lindner; Kuntz, 2014) define dois eixos: jogo (que é regido por regras) e brincadeira (que não é regido por regras rígidas); todo (jogos completos) e partes (elementos de jogos).

Figura 4 – Conceitos comumente confundidos com gamificação.



Fonte: Lindner e Kuntz (2014).

Observa-se que a gamificação está no quadrante que se refere a partes de jogos, ou seja, possui elementos de jogos, e que são regidos por regras. Enquanto que o jogo sério está no quadrante que também representa sujeição a regras, porém por meio de jogos completos. Por outro lado, nota-se também o lúdico que se apresenta em forma de brincadeiras, ou seja, é pouco sujeito a regras.

Nesse sentido, infere-se que a gamificação, os jogos sérios e as atividades lúdicas podem ser aplicados na educação visando, nesse caso, que o aluno adquira algum tipo de conhecimento, entretanto, nota-se que cada um desses conceitos se diferencia em algumas características e em alguns detalhes referentes ao caminho trilhado para a aprendizagem dos estudantes.

Outro conceito semelhante ao de *serious games* é o *game-based learning* (GBL), já que ambos possuem objetivos primários bem definidos voltados à aprendizagem e utilizam para isso jogos completos (Esquivel, 2017). A verdade é que nem sempre se pode distinguir com clareza entre SG e GBL, pois ambos utilizam jogos completos para um aprendizado mais eficiente. Além disso, Prensky (2001, *apud* Esquivel, 2017) refere-se a jogos digitais que são voltados para fins educacionais como *Digital Game-Based Learning* (DGBL).

3.4 GAMIFICAÇÃO E O USO DE JOGOS NA EDUCAÇÃO E NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Como já mencionado, vimos que a gamificação visa utilizar elementos de jogos com o objetivo de engajar pessoas, sem que com isso sejam criados jogos. Além disso, a gamificação pode ser utilizada em diferentes contextos, em especial na educação, na qual se busca a aprendizagem de conteúdos diversos. Por outro lado, os jogos por si só já são ferramentas que proporcionam algum tipo de aprendizagem. De acordo com Falkembach (2006, *apud* Serra, 2022, p. 31):

O jogo [...] sempre vai gerar uma aprendizagem que se prolonga fora da sala de aula, fora da escola, pelo cotidiano e acontece de forma interessante e prazerosa. Jogando a criança, o jovem ou mesmo o adulto sempre aprende algo, sejam habilidades, valores ou atitudes, portanto, pode-se dizer que todo jogo ensina algo. Isso não significa que tudo o que o jogo ensina é bom.

Nesse sentido, os jogos de forma geral sempre ensinam algo, seja bom ou ruim. Sendo assim, para a escolha dos jogos aplicados à educação é necessário haver uma seleção criteriosa por parte do professor, a fim de se obter a aprendizagem desejada. Podemos citar, por exemplo, os jogos sérios que visam alcançar a aprendizagem dos alunos de forma que a diversão possa estar presente, mas não sendo a prioridade.

Se tratando de gamificação dentro do contexto educacional, vemos resultados significativos. Isso se justifica pelo fato desse tipo de metodologia, aplicada por professores de diferentes disciplinas, despertar nos alunos o interesse e o estímulo, que são de extrema importância para o processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, é importante saber que “a gamificação tem por função primordial, quando aplicada à educação, unir estes dois aspectos tão importantes: os elementos motivacionais dos *games* e os importantes conteúdos do currículo escolar” (Esquivel, 2017, p. 27).

Além disso, de acordo com Fardo (2013, p. 03): “[...] a gamificação encontra na educação formal uma área bastante fértil para sua aplicação, pois lá ela encontra os indivíduos que carregam consigo muitas aprendizagens advindas das interações com *games*”. Dessa forma, o ambiente escolar é muito propício à utilização de elementos de jogos visando o ensino, visto que a maioria dos jovens é fascinada pelos *games* e dificilmente encontramos alguém que nunca tenha jogado algum tipo de jogo, seja esse digital ou não.

De acordo com Ritter e Bulegon (2021, p. 02):

As propostas gamificadas podem ser planejadas com ou sem o uso de recursos das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Isso depende dos recursos disponíveis, do objetivo que se deseja atingir e da criatividade do professor no planejamento dessas atividades.

Dessa forma, é importante destacar que a gamificação não é restrita apenas aos recursos digitais. Sendo assim, recursos de outros tipos de jogos, como os de tabuleiro e os de cartas, também podem ser utilizados para a gamificação de alguma atividade em diversas áreas de interesse, em especial em ambientes educacionais.

Os autores ainda afirmam que a essência da gamificação está em um ambiente que estimule a diversidade de caminhos de aprendizagem, os sistemas de decisão e recompensa, aumentando, assim, os níveis de engajamento, não sendo necessariamente ligada ao uso de tecnologias digitais.

Além disso, Alves (2014) afirma que a motivação é um elemento importante quando se fala de gamificação e aprendizagem, pois as pessoas se envolvem e dedicam tempo em determinada atividade em busca de diversão e emoções positivas. Daí surge a pergunta: como utilizar a gamificação na educação sem que se isso se torne uma simples brincadeira e ao mesmo tempo produza resultados de aprendizagem?

Ainda segundo a autora, a gamificação será eficiente no ensino e aprendizagem apenas se ela for usada para alcançar objetivos específicos de aprendizagem. Dessa forma, ao planejar uma aula gamificada, o professor deve ter o cuidado de elaborar objetivos de aprendizagem bem definidos e, além disso, o aluno deve ter as condições de conseguir identificar com clareza os conteúdos incluídos na atividade gamificada, para que assim o discente entenda que atividade em questão não se trata de uma mera brincadeira que oferece apenas diversão.

Na escola, a gamificação e o uso de jogos, aplicados ao ensino, podem ser utilizados das mais variadas maneiras, porém muitas pessoas e, até mesmo muitos professores, veem os jogos como brincadeiras e não como uma atividade que pode ser levada a sério e promover aprendizagem. Por outro lado, segundo Huizinga (2014, *apud.* Gomes, 2017), os jogos podem ser considerados como atividades sérias e, portanto, o seu significado não é definido pela falta de seriedade. Caso contrário, os jogos não teriam regras a serem obedecidas para permitir que ocorram de forma organizada. Sendo assim, os jogos no contexto da educação não devem ser considerados um passatempo desconectado dos processos de ensino e aprendizagem.

Ainda segundo Gomes (2017), inspirado pelas ideias de Huizinga (2014), a seriedade busca excluir o jogo, enquanto o jogo pode incluir a seriedade. Assim, observa-se que nos

jogos é possível notar elementos extremamente sérios como, por exemplo, as regras, e que podem ser utilizados para gerar algum tipo de conhecimento.

Dessa forma, é de grande valia que o professor saiba em que situações ele poderá utilizar a gamificação e os jogos educativos em sala de aula. Para Silva (2009) há três situações em que os jogos podem ser apropriados na escola: a primeira é quando se quer realizar recreação, que faz com que o aluno tenha aprimorado certas habilidades e sua atenção de forma mais divertida; a segunda é quando o objetivo for aprimorar os exercícios escolares e, a terceira se aplica a situações em que se visa promover um melhor envolvimento dos alunos para o ensino e aprendizagem. Portanto, a gamificação não exclui a utilização de outras metodologias de ensino, como as aulas expositivas. Ao contrário, ela poderá ser utilizada como a “cereja do bolo” com objetivos de, por exemplo, ajudar nas revisões de conteúdos e de cativar os alunos ao realizarem atividades.

De acordo com a pesquisa desenvolvida por Ritter e Bulegon (2021), a gamificação é uma metodologia inovadora que tem sido usada de forma crescente nos últimos anos no ensino de Matemática. Segundo o mapeamento realizado pelos autores sobre gamificação no ensino da Matemática, é possível notar que 34% dos trabalhos analisados propuseram a gamificação a partir do uso de jogos. Entretanto, é importante frisar que a gamificação utiliza elementos de jogos sem que isso exija criação de jogos completos (Boller; Kapp, 2018).

Além disso, a pesquisa dos autores constatou que o nível de ensino mais privilegiado com a metodologia de gamificação no ensino da Matemática é o Ensino Fundamental, porém foram identificados estudos desenvolvidos nos níveis médio e superior, além de trabalhos voltados para a formação continuada de professores e para a educação especial. Além disso, os conteúdos mais abordados nos trabalhos mapeados foram as quatro operações e outros relacionados à geometria.

Barbosa, Pontes e Castro (2020, p. 1608) afirmam:

A gamificação possui a capacidade de contribuir para o ensino de Matemática devido a utilização dos diferentes elementos dos *games*, como: a criação de objetivos, a utilização de regras específicas, o uso de *feedbacks*, a escala de pontos, o *ranking*, além do estímulo competitivo entre os alunos, o que acarreta como fator motivador ao aprendizado matemático.

Nesse sentido, a gamificação aplicada ao ensino de Matemática gera o incentivo ao aprendizado em virtude de elementos dos jogos, tais como: recompensas, níveis, tempo, entre outros, que despertam o empenho dos estudantes nos desenvolvimentos de cálculos e, como

consequência, podem também produzir o desejo nos alunos em aprender mais sobre os conceitos matemáticos.

O ensino e aprendizagem de matemática poderão ser então planejados pelo docente tendo a gamificação como metodologia. Esta, enquanto alternativa didática para ensinar conceitos matemáticos, pode ser considerada uma perspectiva diferenciada e dinâmica, além de oferecer uma série de possibilidades, a competição saudável, o ânimo e a autonomia (Busarello, 2016, *apud* Campos; Moraes; Mélo, 2022).

Gomes (2017) acredita que os alunos são fascinados por jogos, porém, a cada dia que passa, eles estão perdendo o interesse em aprender Matemática. Por outro lado, os desafios que encontramos nos jogos, também podem aparecer na Matemática. Nesse caso, cabe ao professor identificar de quais formas esses desafios podem ser estabelecidos para se alcançar objetivos de aprendizagem de Matemática, e quais os elementos de jogos podem ser utilizados para o processo de gamificação da atividade planejada.

4 JOGOS SÉRIOS DESENVOLVIDOS NA PESQUISA

Buscou-se neste capítulo apresentar os jogos “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP”, que foram criados pelo autor desta pesquisa, com o objetivo de ensinar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais. Como o objetivo principal na criação dos jogos foi o aprimoramento da aprendizagem nas operações matemáticas citadas, os *games* podem ser considerados como jogos sérios, conforme Esquivel (2017). Na seção destinada ao primeiro jogo são apresentados exemplos dos três tipos de cartas desse jogo, são elas: as cartas de ação, as numéricas e as operacionais. As características dos tipos de cartas, bem como as regras dos dois jogos, são apresentadas neste capítulo. Além disso, todas as cartas do “UNO ASMDP” e o formato mais ampliado da “CORRIDA ASMDP” estão disponíveis, respectivamente, nos Apêndices E e F.

4.1 UNO ASMDP

A inspiração da criação do “UNO ASMDP”, bem como algumas de suas regras, vieram do conhecido jogo de cartas chamado Uno. O tradicional Uno foi criado em 1971 na cidade de Reading, localizada em Ohio (EUA), por Merle Robbins, que era na ocasião dono de uma barbearia. Posteriormente os direitos do jogo foram comprados pela Mattel Jogos Internacionais, que hoje é quem trabalha em sua produção e distribuição (Cruz, 2022). Além disso, o Uno é composto por versões variadas, a mais comum é composta por 108 cartas, outro modelo possui 112 cartas, dentre outras atualizações.

Como o Uno é um jogo que ainda faz muito sucesso, em especial com crianças e jovens, pensou-se em realizar uma adaptação desse *game* acrescentando operações matemáticas, buscando com isso um maior engajamento dos estudantes no aprimoramento de aprendizagens relacionadas às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais.

O “UNO ASMDP” é formado por 88 cartas distribuídas entre as cores azul, vermelho, amarelo e verde, além das cartas coringas que possuem essas quatro cores. As cartas são classificadas em: (1) cartas de ação (+2, retorno, bloqueio, coringa e coringa +4); (2) cartas operacionais, que se referem às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, daí a sigla ASMDP, e (3) cartas numéricas, que são cartas que possuem algum número natural. No total existem 24 cartas de ação e 64 cartas operacionais ou numéricas. O

Figura 6 – Carta Retorno.



Fonte: Elaborado pelo autor.

- **Carta Bloqueio:** quando esta carta for colocada na mesa, o próximo jogador perde sua vez. Essa carta pode ser jogada sobre outra de bloqueio (de qualquer cor) ou sobre uma carta qualquer que tenha a mesma cor. Ela é representada por um sinal de proibido, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Carta Bloqueio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

- **Carta Coringa:** é uma carta preta que contém detalhes com as 4 cores (Figura 8). Ela pode ser jogada sobre qualquer outra carta. Ao jogar esta carta, o jogador determina qual cor o próximo participante deverá jogar.

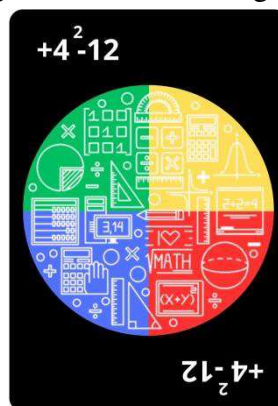
Figura 8 – Carta Coringa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

- **Carta Coringa +4:** esta carta tem as características da carta coringa, ou seja, o jogador pode lançá-la sobre outra de qualquer cor e escolhe a cor a ser jogada pelo participante seguinte. Além disso, se o jogador que receber a carta +4 não possuir outra carta coringa +4, ele deve comprar 4 cartas do monte e também perde a vez. Por outro lado, se esse jogador possuir outra carta coringa +4, ele pode jogá-la e o jogador seguinte receberá o total acumulado de 8 cartas ($+4 +4 = +8$), esse processo pode se repetir quantas vezes for possível. Essa carta possui a expressão numérica $4^2 - 12$, de acordo com a Figura 9.

Figura 9 – Carta Coringa +4.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.2 Cartas Numéricas

As cartas numéricas possuem algum número natural explícito em sua composição. Elas podem ser jogadas sobre uma de mesma cor ou sobre outra carta numérica de mesmo

número, ou ainda sobre uma carta operacional que possua resultado equivalente ao número da carta numérica a ser jogada. Um exemplo desse tipo de carta pode ser visto na Figura 10.

Figura 10 - Exemplo de Carta Numérica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.3 Cartas Operacionais

A maioria das cartas do “UNO ASMDP” é formada por cartas operacionais. Elas exigem que o participante realize cálculos relacionados às operações matemáticas citadas anteriormente. Esta carta pode ser jogada sobre uma que possua a mesma cor ou sobre uma carta numérica que possua número equivalente ao resultado da expressão contida na carta operacional inicial, ou ainda pode ser jogada sobre outra carta operacional que tenha mesmo resultado. Um exemplo desse tipo de carta está na Figura 11.

Figura 11 – Exemplo de Carta Operacional.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.4 Outras Regras

O jogo pode ser disputado por 2 a 8 jogadores que são dispostos em círculo. Inicialmente, cada um deles recebe 7 cartas e, então, é retirada uma carta do monte para dar início ao jogo. Essa carta inicial não poderá ser uma de ação, caso for retirada uma carta de ação, essa deverá ser devolvida ao monte e será retirada outra. Esse processo se repete até que se consiga uma carta que possibilite o início do jogo.

Para definir o primeiro jogador, os participantes podem escolher a forma que julgarem melhor, porém sugere-se que cada participante retire uma carta do monte e o primeiro jogador será aquele que encontrar o maior valor contido na carta retirada, para isso não é permitida uma carta de ação. Se algum dos participantes retirar uma carta de ação, esse não poderá ser o primeiro a jogar na rodada inicial.

Após definir o primeiro a jogar, a ordem dos próximos é definida, inicialmente, em sentido horário. Esse sentido poderá ser mudado ao longo do jogo pela carta de ação “Retorno”. Quando o jogador tiver apenas uma carta em mãos, esse deverá, obrigatoriamente, dizer “Uno”, caso contrário o jogador receberá uma carta do monte. Vence o jogo aquele que primeiro conseguir se livrar de todas as cartas. A partir da segunda partida, o participante a iniciar o jogo será sempre o vencedor da partida anterior.

4.2 CORRIDA ASMDP

O jogo “CORRIDA ASMDP” também foi criado com o objetivo de aprimorar os conhecimentos nas operações com números naturais, incluindo a potenciação, em estudantes da educação básica. Além disso, buscou-se elaborar um jogo que ajudasse os estudantes no desenvolvimento do cálculo mental e do raciocínio lógico. Assim como no jogo “UNO ASMDP”, a sigla ASMDP também representa as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação.

A corrida possui 5 pistas, em que cada uma é destacada com sua cor, sendo utilizadas as cores laranja, verde, amarelo, azul e vermelho, e cada uma das pistas é segmentada em 12 casas (1 a 12), conforme a Figura 12. Assim, podem jogar 2 a 5 pessoas, sendo que cada jogador recebe um carrinho para movimentar conforme as regras do jogo.

Figura 12 – “CORRIDA ASMDP”

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.1 Regras do Jogo

Inicialmente os carrinhos são colocados alinhados antes da casa de número 1 de suas respectivas pistas. Para avançar o carrinho, cada jogador, em sua vez, deve jogar três dados de seis faces e realizar uma combinação com os três números sorteados e quaisquer operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação, divisão ou potenciação) de forma a obter, inicialmente, o número 1 como resultado e, assim, avançar para a 1ª casa. Em outras palavras, o jogador deverá formar uma expressão numérica com os três números sorteados e duas operações matemáticas (podendo ser a mesma operação) para encontrar o valor desejado e então avançar o carrinho.

Por exemplo, a pessoa que precisa avançar o carrinho para a casa de número 1, ela deverá primeiramente encontrar o resultado 1. Se esse jogador lançou os dados e obteve os números 5, 4 e 2, ele poderá criar a seguinte expressão: $2 - (5 - 4) = 1$, e assim movimentar o carrinho para a 1ª casa.

Os jogadores devem realizar os cálculos em até 50 segundos, sendo assim é importante utilizar um cronômetro. Cada jogador tem direito a jogar apenas uma vez por rodada, ou seja, deverá sempre passar a vez para o próximo jogador.

O jogador que estiver na 1ª casa precisa passar para a casa 2. Nesse caso, ele deve obter o número 2 como resultado. Se, por exemplo, ele obteve os números 6, 2 e 1 no lançamento dos dados, o jogador tem a opção de fazer o seguinte cálculo: $6 \div 2 - 1 = 2$, e dessa maneira avançar para a 2ª casa. Ao necessitar avançar para a casa 3 e obter os números 2, 3 e 5, ele pode, por exemplo, realizar: $2^3 - 5 = 3$. Se ele tiver que avançar para a casa 4 e

for sorteados os números 3, 1 e 1, tem como opção: $(3 + 1) \cdot 1 = 4$. Dessa forma, o resultado a ser obtido é sempre o número da casa seguinte ao que o carrinho do jogador se encontra.

O vencedor da corrida é aquele que primeiro chegar à casa de número 12. Portanto, caso o participante esteja na casa 11 e obtive os números 4, 3 e 2, ele poderá realizar, por exemplo, o seguinte cálculo: $2^3 + 4 = 12$, e assim avançar para a 12ª casa que corresponde à linha de chegada e, dessa maneira, ser considerado o vencedor da corrida.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos a abordagem metodológica e o tipo de pesquisa utilizada, além dos sujeitos que participaram da pesquisa. Na sequência, descrevemos sobre os instrumentos de coleta e análise de dados e os procedimentos realizados para o desenvolvimento da pesquisa.

5.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para o desenvolvimento desta pesquisa optou-se pelas abordagens quantitativa e qualitativa. Sobre a abordagem quantitativa, Vieira (2010, p.107) escreve:

As pesquisas quantitativas são aquelas que propõem a explicar, por meio de dados quantificáveis, as causas, as consequências e as inter-relações entre os fenômenos. Em geral, uma pesquisa quantitativa se pauta pela busca da comprovação ou da negação de uma hipótese assumida quando do delineamento do trabalho por meio da coleta, do levantamento de dados, a fim de que estes possam ser sistematizados com o objetivo de descobrir padrões e tendências que possam confirmar ou não essa hipótese.

A pesquisa necessitou de observações no campo de estudo para serem analisadas, assim, escolheu-se, também, a abordagem qualitativa. Para Vieira (2010), o pesquisador que optar por essa abordagem precisa estar livre de hipóteses preconcebidas, a fim de que sua capacidade de observação não seja interferida. Ainda segundo o autor, na pesquisa qualitativa, o pesquisador precisa estar imerso em sua pesquisa, isto é, exige-se um olhar minucioso do contexto e do local em que é executada. Nesse sentido, o autor ressalta a importância da interação entre o pesquisador e o objeto, pois o olhar desatento e distanciado do observador não seria capaz de apurar muitas das informações disponíveis.

Nesse sentido, a abordagem utilizada foi a quali-quantitativa que tem começado a aparecer com mais frequência nos últimos anos (Borba; Almeida; Gracias, 2018). Para os autores, nessa abordagem o pesquisador pode lançar mão de técnicas qualitativas e quantitativas de modo que uma dê, mais confiabilidade a outra. Complementando esse pensamento, Goldenberg (1999) afirma:

A integração da pesquisa quantitativa e qualitativa permite que o pesquisador faça um cruzamento de suas conclusões de modo a ter maior confiança que seus dados não são produto de um procedimento específico ou de alguma situação particular. Ele não se limita ao que pode ser coletado em uma entrevista: pode entrevistar repetidamente, pode aplicar questionários, pode investigar diferentes questões em

diferentes ocasiões, pode utilizar fontes documentais e dados estatísticos. (*apud* Borba; Almeida; Gracias, 2018, p. 78-79).

Tendo em vista que o estudo foi realizado na sala de aula de uma determinada escola, a fim de se obter informações diretamente do objeto de estudo, então esta é caracterizada como uma pesquisa de campo. De acordo com Gonçalves (2001, *apud* Piana, 2009), na pesquisa de campo, busca-se a informação diretamente com a população pesquisada. Assim, o pesquisador precisa ir ao espaço em que o fenômeno ocorre, ou já ocorreu, e reunir informações procuradas. Ou seja, essa pesquisa exige do pesquisador um encontro mais direto como o objeto de estudo.

A pesquisa de campo foi realizada com 28 alunos em uma das turmas do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de São Luís – MA. Além disso, vale ressaltar que a turma tinha um total de 32 alunos, porém 4 deles não foram considerados para os resultados e discussões por motivos como: não entregar ao professor o termo de autorização dos pais/responsáveis; faltas excessivas ou não ter respondido algum dos questionários. Vale ressaltar que a escolha da escola deu-se por ser meu ambiente de trabalho e por eu ter sido na ocasião o professor de Matemática da referida turma.

5.2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA/INSTRUMENTOS DE INVESTIGAÇÃO

Foi criada uma sequência didática utilizando a gamificação e jogos sérios como estratégia para o ensino das operações com números naturais, incluindo a potenciação. A sequência didática foi aplicada nos horários de Matemática e, para isso, foram necessários cerca de 15 horários de 50 minutos para a sua conclusão. Conforme especificado no Apêndice B, essa sequência didática foi dividida em 7 (sete) etapas, a saber:

- 1ª etapa: questionário I (tempo necessário: 50 min);
- 2ª etapa: aula de revisão sobre adição e subtração (tempo necessário: 150 min);
- 3ª etapa: aula de revisão sobre multiplicação e divisão (tempo necessário: 150 min);
- 4ª etapa: aula de revisão sobre potenciação (tempo necessário: 150 min);
- 5ª etapa: aplicação do jogo “UNO ASMDP” (tempo necessário: 100 min);
- 6ª etapa: aplicação do jogo “CORRIDA ASMDP” (tempo necessário: 100 min);
- 7ª etapa: questionário II (tempo necessário: 60 min).

Todas as etapas acima foram registradas com fotografias, tendo em vista que elas ajudam a contextualizar a realidade com a qual se defronta o pesquisador, sendo também muito importantes para apontar alguns aspectos culturais (Vieira, 2010).

Dias antes do início das aplicações das etapas, foi necessário criar um termo de autorização dos responsáveis (Apêndice A), deixando claro que os alunos iriam participar de uma pesquisa que contribuiria para a aprendizagem deles nas operações com números naturais, e que seria indispensável o registro das etapas realizadas por meio de fotografias. Entretanto, também ficou explícito no documento que o anonimato dos alunos seria preservado, ou seja, não seriam publicados os nomes nem a identificação do rosto de cada aluno. Ao receberem os termos, os alunos tiveram um prazo de 3 (três) dias para devolvê-los ao professor com a assinatura do responsável, informando a autorização ou não da participação do aluno.

Nas etapas 2 (dois) a 4 (quatro) foram realizadas aulas de revisão sobre adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, operações essas realizadas dentro do universo dos números naturais (\mathbb{N}). É importante destacar que para as revisões desses conteúdos foram necessárias criações de listas de exercícios, sendo uma para cada etapa de aula (no total 3 listas). Em cada lista havia um desafio que deveria ser realizado pelo aluno. Além das listas, o professor precisou utilizar outros recursos, como quadro branco e pincéis, para, dessa forma, revisar conceitos e responder, com a participação dos alunos, algumas questões da lista.

Entretanto, já nessas aulas, foi utilizada a gamificação para despertar o interesse dos alunos ao realizarem as atividades solicitadas pelo professor. As atividades consistiram em responder as outras questões não feitas no quadro em sala de aula. Como estratégia de gamificação, o docente criou um *ranking* ao atribuir “estrelinhas” aos alunos por missões realizadas. A cada missão cumprida, o aluno recebia uma “estrelinha”. Ao final de todas as etapas, o professor premiou os 4 (quatro) primeiros do *ranking* com caixas de bombom, barras de chocolates e materiais escolares. Além disso, as “estrelinhas” foram convertidas em pontuações que ajudaram em alguma das notas dos alunos.

Em cada uma dessas etapas de revisão de conteúdo (etapas 2 a 4), havia duas missões, que consistiam basicamente em: (1) estar presente no dia da realização da etapa e (2) entregar a atividade totalmente concluída, inclusive com o desafio, que deveria ser feito pelo aluno em sala de aula ou em casa.

Nas etapas 5 (cinco) e 6 (seis) foram aplicados dois jogos envolvendo os conteúdos estudados nas etapas anteriores. Na 5ª etapa os alunos participaram do jogo “UNO ASMDP” e, na etapa seguinte (etapa 6), foi a vez da aplicação do jogo “CORRIDA ASMDP”. Os dois jogos foram criados e confeccionados com antecedência e, além disso, são considerados *serious games*, ou seja, jogos sérios que possuem fins educacionais. Estes jogos tiveram por objetivo melhorar o nível de empenho dos alunos na realização das operações matemáticas,

que por sua vez são necessárias ao jogar e, assim, proporcionar uma melhor aprendizagem. Nessas etapas, também foi atribuída uma “estrelinha” a cada aluno que venceu cada uma das partidas dos jogos.

É importante frisar que, durante as aplicações dos jogos (cada jogo em seu dia respectivo), os alunos foram organizados em grupos para realizarem as disputas, e os integrantes poderiam mudar de grupo ao final de cada rodada. Para a disputa do jogo “UNO ASMDP”, cada grupo poderia ter até 8 (oito) jogadores. Já no jogo “CORRIDA ASMDP”, cada grupo teria no máximo 5 (cinco) integrantes.

Como visto na primeira e na última etapa, para a realização das coletas de dados, foram utilizados dois questionários. No primeiro questionário havia 10 (dez) questões abertas sobre adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, sendo duas questões de cada conteúdo. Além disso, havia 2 (dois) desafios que tinham um nível de dificuldade maior do que as outras questões. Com este questionário foi possível ter um diagnóstico dos conhecimentos da turma em relação aos conteúdos citados.

Já o segundo questionário também conteve 10 (dez) questões (duas de cada conteúdo) e 2 (dois) desafios, sendo que esses desafios também possuíam um nível de dificuldade maior do que as dez questões iniciais do mesmo questionário. Além disso, o questionário conteve mais 4 (quatro) questões, sendo três fechadas e uma aberta, relacionadas à opinião dos alunos sobre as contribuições da gamificação em suas aprendizagens em relação às operações com números naturais, e se essa metodologia os ajudaram a se concentrar e se motivar para realizarem as atividades. É importante frisar que se buscou elaborar os dois questionários de forma que ficassem equilibrados em relação ao nível de dificuldade das questões, a fim de se obter dados que representem a real situação dos alunos e realizar uma melhor comparação dos resultados nos dois questionários.

Para que a análise fosse mais precisa, o questionário II também foi aplicado em outra turma de 6º ano em que a metodologia de gamificação não foi utilizada. Destaca-se que eu não era o professor de Matemática dessa turma, porém a mesma não foi prejudicada por falta de professor no ano letivo da aplicação do questionário. Essa aplicação se justifica pela necessidade de se realizar as devidas comparações com a turma em que a gamificação foi aplicada. Nesse questionário foram excluídas as 4 (quatro) questões relacionadas à opinião dos alunos sobre as contribuições da gamificação para a aprendizagem deles, já que essa metodologia não foi utilizada com eles. A aplicação alcançou um total de 23 alunos dessa turma.

No momento da análise dos dados, Borba e Almeida e Gracias (2018, p. 81) afirmam que: “a voz da literatura quase some, já as vozes dos dados – seja a voz dos professores, dos alunos envolvidos e dos participantes da pesquisa que estejam aí colocadas – é fortemente destacada a partir da voz do autor, que entrelaça, tece e analisa mantendo viva a voz da teoria”.

Dessa forma, por meio dos resultados obtidos nestes questionários foi realizada uma análise comparativa dos resultados individuais e coletivos dos alunos, a fim de tirar conclusões sobre o desempenho dos mesmos nas operações com números naturais e, com isso, avaliar se a gamificação contribuiu para o ensino e aprendizagem dos discentes nos conteúdos mencionados.

A análise dos dados desses questionários foi feita por meio de tabelas e gráficos, que foram classificados por categorias. Vieira (2010) afirma que em pesquisas quantitativas, feitas por meio de questionários, é fundamental organizar os dados coletados em tabelas. Nesse processo de tabulação, os dados são trabalhados, a fim de se obter um quadro detalhado em termos de valores e estatísticas que demonstrem a realidade observada. A análise também foi feita por meio de cálculos de medidas de tendência central (média aritmética, moda e mediana) e algumas medidas de dispersão, como amplitude e desvio-padrão.

Além disso, outra técnica utilizada para a coleta de dados consistiu em realizar observações para fins de analisar a participação dos alunos durante todas as etapas. Foi observado se a gamificação contribuiu ou não para elevar o nível de engajamento e concentração dos mesmos durante a aplicação da sequência didática. Além disso, foi verificado se as respostas dos alunos nas questões que solicitaram suas opiniões sobre as contribuições da gamificação em suas aprendizagens e no nível de motivação que essa metodologia os proporcionou, presentes no questionário II, estavam em harmonia com o que foi observado pelo professor em sala de aula.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Detalhamos, neste capítulo, acerca da aplicação de todas as etapas da sequência didática que foi proposta neste estudo. Na sequência, discorreremos sobre os resultados e discussões dos dados obtidos por meio das observações feitas pelo autor desta pesquisa e dos questionários I e II, que foram aplicados na turma que participou das aulas gamificadas. A análise foi complementada com os resultados encontrados no questionário final aplicado em outra turma, que por sua vez não participou da metodologia de gamificação e de jogos sérios aplicada na turma inicial. Foi realizada uma comparação entre os desempenhos obtidos pelas duas turmas para então verificar a eficácia ou não da metodologia utilizada na primeira turma.

No final do capítulo também analisamos os resultados encontrados com outras questões do questionário II, em que foi perguntado aos alunos sobre a importância da gamificação e dos jogos no ensino da Matemática, e se essa metodologia utilizada os ajudou na aprendizagem das operações com números naturais.

6.1 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Após a elaboração da sequência didática, bem como a preparação dos materiais necessários e a devida autorização dos pais/responsáveis, começou-se a aplicação das etapas da proposta de gamificação. Foi dito aos alunos a importância da pesquisa a ser realizada e o quanto eles poderiam se beneficiar com conhecimentos das operações com números naturais, incluindo a potenciação, tendo em vista que esses conteúdos são de extrema importância para se resolver problemas do cotidiano e para a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos que serão abordados futuramente.

Como previsto, a primeira etapa foi a aplicação do questionário I (Apêndice C), conforme a Foto 1, que teve como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais. Os alunos tiveram um tempo máximo de 50 minutos para responder o questionário.

Foto 1 - Aplicação do questionário I.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Em seguida, deu-se início as etapas de aulas de revisões dos conteúdos matemáticos (etapas 2 a 4). Em cada uma dessas etapas foram necessárias 3 (três) aulas de 50 minutos para a revisão desses conteúdos, tendo em vista que, além do tempo de aula expositiva com o auxílio do quadro branco, pincéis, apagador e da lista de exercícios (Apêndice D), foi necessário, também, receber os desafios passados aos alunos para atribuir-lhes “estrelinhas”. A Foto 2 abaixo mostra a aplicação da etapa 2, na qual aconteceu a aula de revisão sobre adição e subtração com números naturais.

Foto 2 – Revisão sobre adição e subtração.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Dando sequência, partimos para a etapa 3, a qual contemplou as multiplicações e divisões com números naturais. Foi possível notar que, dentre as etapas de revisões, essa foi uma das mais esperadas por alunos que tinham dificuldades principalmente em divisão. Um desses alunos afirmou: “*professor, quando vai ser divisão? eu não sei calcular divisão*”. A Foto 3 mostra a aplicação dessa etapa.

Foto 3 – Revisão sobre multiplicação e divisão.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

A Foto 4 a seguir mostra a última etapa de revisões de conteúdos: a etapa 4, que teve como objetivo revisar a potenciação com números naturais. Nessa etapa não foram abordadas as propriedades de potenciação, tendo em visto que a aplicação foi feita em uma turma do 6º ano.

Foto 4 – Revisão sobre potenciação.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

É importante destacar que já nessas etapas de revisões de conteúdos, também foi aplicado a gamificação como metodologia para o ensino e aprendizagem de Matemática, já que elementos de jogos se fizeram presentes em vários momentos das aulas. Os alunos que cumpriam desafios recebiam “estrelinhas” e, com isso, um *ranking* foi criado e os 4 (quatro) primeiros colocados seriam premiados com recompensas. Isso gerou uma disputa sadia entre vários alunos, o que elevou o nível de concentração e engajamento dos alunos nas realizações das atividades.

Feito isso, iniciou-se as etapas mais aguardadas pelos alunos: as aplicação das etapas 5 e 6, referentes aos jogos sérios voltados para os conteúdos já abordados nas etapas anteriores. Na etapa 5 foi a aplicação do “UNO ASMDP” (Apêndice E), enquanto que na etapa 6 foi a vez da “CORRIDA ASMDP” (Apêndice F). Foi notório o engajamento que esses jogos proporcionaram aos alunos. Observou-se que os discentes se empenharam nas disputas e se motivaram para resolver as operações matemáticas necessárias para o andamento dos jogos.

Na aplicação do “UNO ASMDP”, a turma foi dividida em 5 (cinco) grupos, sendo cada grupo com até 6 (seis) integrantes. Foi solicitado aos alunos que cada um estivesse com papel e caneta/lápis para realizar as contas necessárias. Além dos papéis, eles também utilizaram cálculos mentais nos casos mais imediatos. Nas Fotos Foto 5 e Foto 6 é possível ver o entusiasmo e a empolgação dos alunos jogando. Um dos alunos chegou até a pedir para continuar a aplicação do jogo por mais um horário, já que no horário seguinte não teria professor na turma, e o pedido foi aceito.

Foto 5 – Um dos grupos jogando o “UNO ASMDP”.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

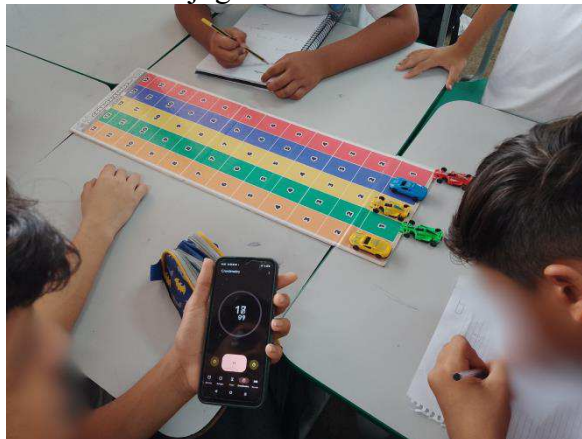
Foto 6 – Alunos em grupos jogando o “UNO ASMDP”.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Com o jogo “CORRIDA ASMDP”, na etapa 6, também houve grande aceitação por parte dos alunos, os quais aproveitaram e se divertiram ao jogar os dados e movimentar os carrinhos. A turma também foi dividida em 5 (cinco) grupos, alguns grupos com 5 (cinco) integrantes e outros com 6 (seis). Nesse jogo, além de poderem revisar as operações vistas anteriormente (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação), os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver a agilidade de raciocínio, pois, tinham que elaborar estratégias para montar expressões numéricas com os números disponíveis (ao lançar os três dados) e as cinco operações e, para isso, eles tinham um tempo máximo de 50 segundos para encontrar os números desejados e, assim, avançar os carrinhos na pista. Por conta da necessidade da marcação do tempo, os alunos utilizaram o cronômetro no celular. A aplicação do jogo pode ser vista na Foto 7.

Foto 7 – Alunos jogando a “CORRIDA ASMDP”.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Na aplicação da “CORRIDA ASMDP” também foi necessária a utilização de papel e caneta, já que cada jogador, em sua vez, teve que explicar o seu cálculo aos demais colegas do grupo a fim demonstrar que estava correto.

Em cada um dos dois jogos, a cada rodada vencida, o(a) aluno(a) recebia uma “estrelinha” que era computada no *ranking*. Destaca-se uma das alunas que no dia da aplicação do “UNO ASMDP” venceu 5 (cinco) rodadas e, portanto, recebeu cinco “estrelinhas” naquele dia. A cada vez que um deles vencia uma rodada, havia muita comemoração e rapidamente eles pediam que o professor computasse sua “estrelinha”, e logo na sequência voltavam a jogar. Era possível notar também a disputa gerada entre os alunos ao buscarem as melhores colocações no *ranking*.

Após apurar a quantidade de “estrelinhas” de cada aluno, o *ranking* foi finalizado e foram dadas as premiações aos merecidos vencedores. Os quatro mais bem colocados foram premiados, conforme a Foto 8, que mostra, na ordem da esquerda para a direita, o 1º ao 4º. Os quatro alunos receberam como recompensa um conjunto de caneta cada um e, além disso, o 3º colocado recebeu uma barra de chocolate, já o 1º e a 2ª receberam uma caixa de bombom cada um. Além do mais, todos os alunos foram recompensados com pontos, que foram gerados de forma proporcional a quantidade de “estrelinhas” que haviam conseguido conquistar ao longo da sequência didática. Esses pontos foram úteis ao ajudá-los em uma das notas do bimestre.

Foto 8 – Alunos vencedores com suas premiações.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Dessa forma, vários elementos de jogos, tais como *ranking*, desafios, pontos, *feedback*, competição e recompensa, se fizeram presentes nas aplicações das etapas da sequência didática, o que caracteriza este como um sistema gamificado, conforme Alves (2014).

Além disso, é importante inferir que todos os alunos em algum momento atingiram o estado de *flow* durante a aplicação da sequência didática, visto que algumas características de quando uma pessoa atinge esse estado foram evidentes nas observações feitas pelo pesquisador. Por exemplo, um dos alunos chegou a pedir ao professor um horário extra de aula de Matemática, para que a aplicação do jogo “UNO ASMDP” continuasse por um tempo mais prolongado, o que demonstra prazer e perda da sensação de tempo (Diana *et al.*, 2014).

Outros elementos observados que também caracterizam o estado de *flow* foram observados nos estudantes, visto que eles se mostraram mais concentrados, criativos e motivados com as atividades propostas e com os jogos aplicados, além de ficarem em êxtase

em alguns momentos que foram marcantes para eles, momentos esses que representaram alguma conquista alcançada que, por sua vez, foi impulsionada pelo desenvolvimento de alguma habilidade. (Diana *et al.*, 2014; Campos, 2021).

Finalizando a aplicação da sequência didática nessa turma de 6º ano, foi realizada a aplicação do questionário II (Apêndice G), como mostra a Foto 9, que teve como objetivos: identificar os conhecimentos sobre as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, adquiridos pelos alunos ao longo da aplicação da sequência didática, e detectar opiniões dos educandos em relação à metodologia de gamificação utilizada e qual a importância dela para o processo de aprendizagem em conteúdos matemáticos.

Foto 9 – Aplicação do questionário II.

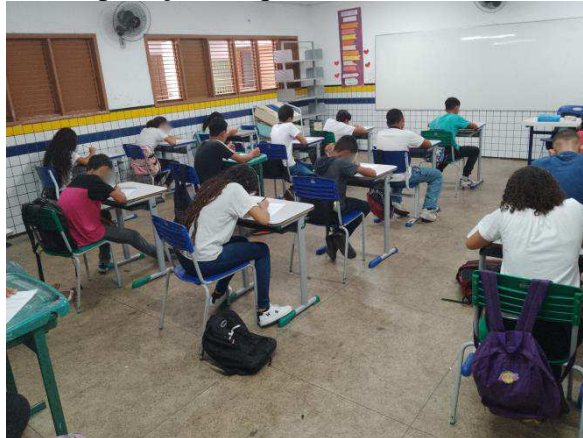


Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

Em comparação com o questionário I, o questionário II teve 4 (quatro) questões extras. Essas questões pediam as opiniões dos alunos sobre as metodologias de gamificação de dos jogos sérios que foram utilizadas. Por esse motivo os alunos tiveram um tempo máximo de 60 minutos para responderem o questionário, isto é, 10 minutos a mais que o questionário inicial.

O questionário II também foi aplicado em outra turma de 6º ano que não participou das aulas gamificadas e dos jogos. A aplicação desse questionário alcançou um total de 23 alunos, como mostra a Foto 10.

Foto 10 – Aplicação do questionário II em outra turma.



Fonte: Arquivo pessoal do pesquisador.

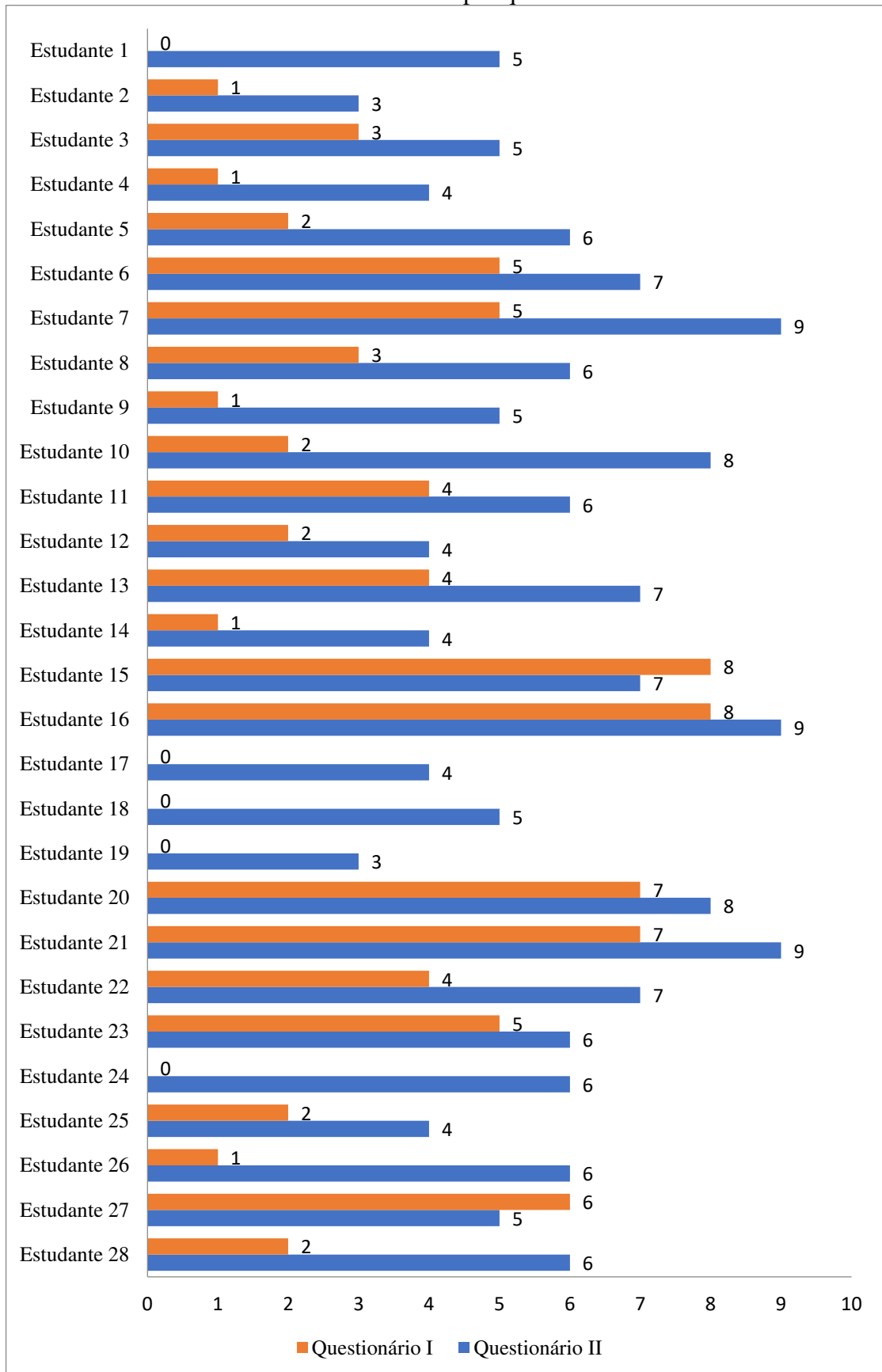
A aplicação desse questionário foi importante para se realizar uma análise mais precisa por meio da comparação com a turma em que a gamificação foi aplicada. Como essa segunda turma não participou da sequência didática, o questionário II foi aplicado com um tempo máximo de 50 minutos, já que no mesmo não havia as quatro questões que solicitavam as opiniões dos alunos sobre as metodologias de gamificação e de jogos sérios.

6.2 QUESTIONÁRIOS I E II

Após a conclusão de todas as etapas, deu-se início às devidas correções de ambos os questionários, a fim de verificar as quantidades de respostas corretas nas questões envolvendo as operações com números naturais, incluindo a potenciação. No segundo momento, iniciou-se a organização dos dados coletados para posteriormente realizar a análise e discussões dos mesmos. Dessa forma, os dados foram organizados em tabelas que foram posteriormente transformadas em gráficos, que serão apresentados a seguir.

Primeiramente, foi feita uma comparação entre os números de acertos dos questionários I e II, que foram aplicados na turma em que a gamificação foi utilizada. Nesse momento, foram consideradas as 10 questões de cada questionário, sendo que as duas questões de desafios ainda serão analisadas nessa seção. Para isso, omitimos os nomes dos alunos assim como prometido no termo de autorização dos pais/responsáveis. É possível notar pelo Gráfico 1 que a maioria dos alunos teve um rendimento melhor no questionário II.

Gráfico 1 - Acertos por questionário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que apenas os estudantes 15 e 27 obtiveram menos acertos no questionário II, o que corresponde a apenas 7,14% dos estudantes. Dentre os alunos que obtiveram um melhor rendimento no questionário II (92,86%), destacam-se os estudantes 1, 17, 18, 19 e 24, que tiveram nenhum acerto no primeiro questionário, já no segundo questionário acertaram pelo menos 3 questões cada, sendo que o estudante 24, por exemplo, passou de 0 (zero) para 6 acertos. Cabe destacar também o estudante 10, que foi um dos que teve maior avanço no número de acertos, passou de 2 para 8 respostas corretas.

Ao comparar os resultados dos dois questionários, é importante também analisar as medidas de tendência central. Inicialmente vemos que a média aritmética foi de 3 acertos por aluno no questionário I, enquanto que no questionário II essa média foi de aproximadamente 5,9 acertos por aluno.

No primeiro questionário, o conjunto de dados é trimodal, isto é, três valores representam a moda do número de acertos, são eles: 0, 1 e 2, em que cada um se repetiu cinco vezes, ou seja, a frequência absoluta de cada valor foi 5. Em contrapartida, no segundo questionário a moda foi de 6 acertos, que teve frequência absoluta igual a 7. Outra medida de tendência central importante a ser analisada é a mediana do número de acertos nos questionários I e II. Essas medianas foram, respectivamente, 2 e 6.

Portanto, nota-se que os números de acertos no questionário I ficaram mais concentrados entre 0, 1 e 2. No questionário seguinte, as quantidades de acertos se mantiveram mais concentradas em torno de 6 acertos, o que mostra resultados mais eficientes se comparado ao primeiro questionário. De modo geral, todas as medidas de tendência central (média aritmética, moda e a mediana) obtidas a partir do questionário II, foram melhores em comparação com as obtidas com os resultados do questionário inicial.

Além disso, também podemos calcular e analisar algumas medidas de dispersão, que nos indicam o grau de variação dos valores em um conjunto de dados. As medidas de dispersão analisadas serão a amplitude e o desvio-padrão. A amplitude nos dá o resultado da diferença entre o maior e o menor valor. O desvio-padrão também é utilizado para se saber o quanto os dados estão dispersos. Com ele é possível medir o quanto os dados estão afastados da média aritmética. Quanto maior for o desvio-padrão, mais afastados da média estão os valores, e quanto menor for o seu valor, mais próximos os dados estão da mesma, o que, nesse último caso, mostra que o conjunto de dados é mais homogêneo.

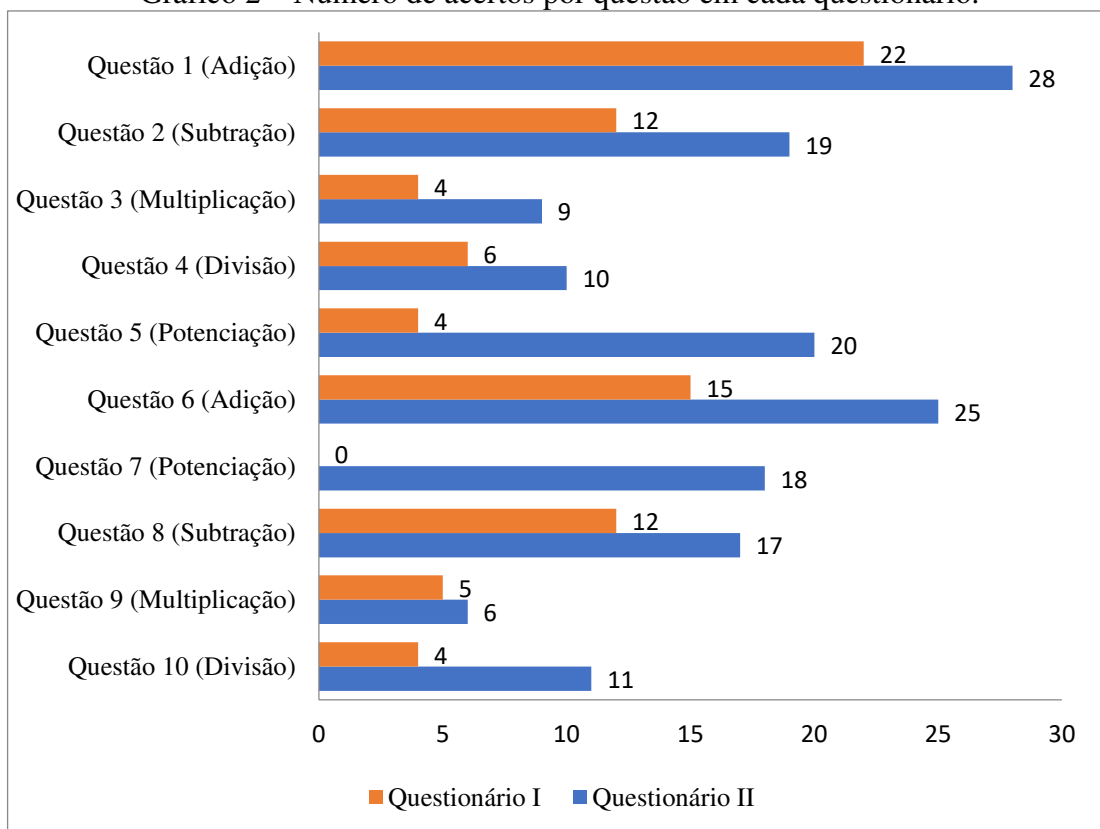
No questionário inicial, a amplitude das quantidades de acertos nas questões, por aluno, foi 8, resultado encontrado pela subtração entre 8 (maior nota) e 0 (menor nota), e o desvio-padrão calculado foi, aproximadamente, 2,5 acertos. Isso mostra que as notas dos

alunos estão cerca de 2,5 acertos de distância em relação à média aritmética. Já no questionário seguinte, a amplitude encontrada foi 6 e o desvio-padrão foi, aproximadamente, 1,7.

Como a amplitude e o desvio-padrão foram maiores no questionário I, então as notas dos alunos nesse questionário ficaram mais dispersas, o que mostra uma maior variabilidade desses dados. Isso significa que o desempenho dos estudantes no questionário II foi mais regular do que no questionário inicial.

Na sequência é possível notar também, por meio do Gráfico 2, o número de alunos que acertaram cada questão por questionário. Lembrando que foram 28 alunos participantes e, além disso, dentre as 10 questões, em ambos os questionários, havia duas questões de cada conteúdo, sendo: 1ª e 6ª de adição; 2ª e 8ª de subtração; 3ª e 9ª de multiplicação; 4ª e 10ª de divisão e 5ª e 7ª de potenciação. A cada um desses pares de questões de cada operação, uma questão era direta, ou seja, pedia-se apenas para efetuar as operações, e a outra era contextualizada ou possuía uma escrita por extenso.

Gráfico 2 – Número de acertos por questão em cada questionário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

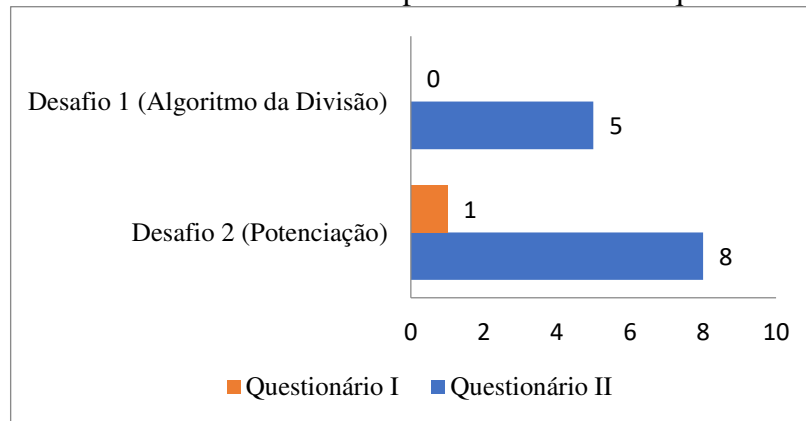
Nota-se que em todas as questões o número de acertos foi maior no questionário II. Além disso, dentre as cinco operações matemáticas envolvidas, podemos destacar a potenciação, que teve a maior recuperação quando comparamos os dois questionários. Inferimos isso ao analisar a questão 5, em que apenas 4 alunos (14,29% do total de alunos) acertaram no primeiro questionário e 20 estudantes (71,43%) responderam corretamente no segundo questionário. Já na questão 7, nenhum discente conseguiu acertar no questionário inicial, enquanto que esse número subiu para 18 (64,29%) no questionário II.

Destaca-se também a adição, que na questão 1 passou de 22 acertos para 28 (100% da turma). Já na questão 6, esse número saltou de 15 alunos para 25, um aumento de 66,67%. Em contrapartida, podemos destacar as questões envolvendo multiplicações, que tiveram menor aumento quando comparadas com as outras operações. Na questão 3, o número de alunos que responderam corretamente foi de 4 para 9, enquanto que na questão 9, o avanço foi mínimo, passando de 5 para apenas 6 estudantes. Sendo assim, no questionário II, 19 alunos (67,85%) ainda não haviam conseguido responder corretamente a questão 3 e 22 discentes (78,57%) ainda erraram a questão 9.

Essa pouca assertividade nas questões relacionadas à operação de multiplicação muito se justifica pela dificuldade dos alunos em resolver multiplicações em que ambos os fatores possuem duas ordens ou mais, por exemplo, $85 \cdot 74$ ou $465 \cdot 43$, em que é necessário fazer multiplicações iniciais e, por último, deve-se realizar corretamente a adição final. Muitos alunos pecavam nesses processos e conseqüentemente erravam a resposta final.

O Gráfico 3 nos ajuda a comparar o número de alunos que acertaram os desafios 1 e 2 de cada questionário. Os desafios do questionário II são semelhantes aos do questionário I. O primeiro desafio de cada questionário exige dos alunos o cálculo do valor do dividendo, sendo conhecidos os valores do divisor, quociente e resto. Um caminho a ser seguido para a resolução dessa questão é utilizar o algoritmo da divisão, que foi revisado nas aulas e no jogo “UNO ASMDP”. O desafio 2 aborda a potenciação e solicita o valor do expoente sendo conhecidos a base e o resultado da potência, ou seja, é uma questão de equação exponencial simples, porém a resolução é feita apenas utilizando as ideias básicas de potência. Esse tipo de questão também foi revisado em aula e no jogo “UNO ASMDP”.

Gráfico 3 – Número de acertos por desafio em cada questionário.



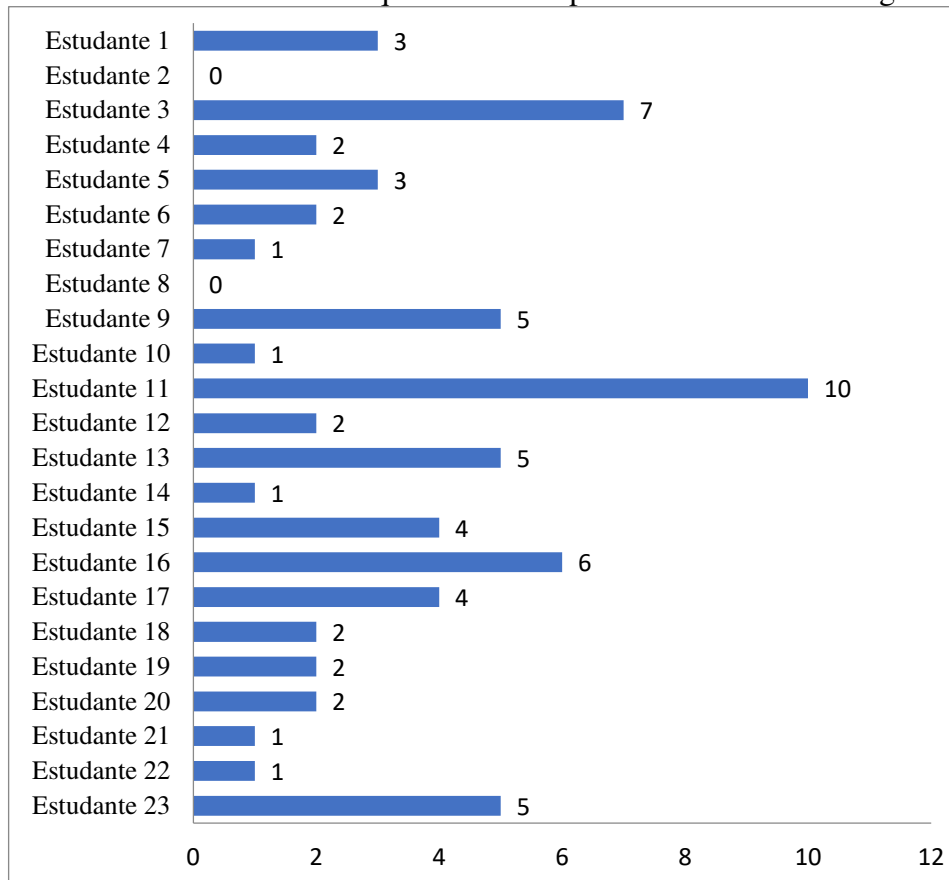
Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se que nos dois desafios, o aproveitamento foi melhor no questionário II. No primeiro questionário nenhum aluno acertou o desafio 1, já no segundo questionário esse número subiu para 5 alunos (17,86%). Em relação ao desafio 2, a quantidade de alunos que respondeu corretamente subiu de 1 (3,57%) para 8, o que corresponde a 28,57% da turma. É importante frisar que o nível de dificuldade dos desafios era mais elevado do que nas demais questões dos questionários, isso justifica as quantidades reduzidas dos acertos nesses desafios.

6.3 COMPARAÇÃO ENTRE AS TURMAS

Com o objetivo de realizar uma análise mais completa, o questionário II também foi aplicado em outra turma de 6º ano em que a gamificação não foi utilizada como metodologia para o ensino e aprendizagem das operações com números naturais. Esse questionário possuía as mesmas 10 questões de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação aplicadas na turma inicial. Essa aplicação foi feita com 23 alunos da turma. Destaca-se também que na ocasião eu não era o professor de Matemática da turma. No Gráfico 4 abaixo é possível ver a quantidade de acertos por aluno dessa turma.

Gráfico 4 – Número de acertos no questionário II por aluno na turma sem gamificação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando inicialmente as medidas de tendência central, observamos que a média aritmética de acertos por aluno foi igual a 3, a mediana foi 2 e a moda, 2 acertos. Como já mencionado, no questionário II, aplicado na turma com gamificação, a média aritmética foi aproximadamente 5,9 acertos por aluno, a mediana foi 6, e a moda, 6 acertos.

Dessa forma, nota-se que o número de acertos na turma sem gamificação ficou mais concentrado em volta da nota 2. Na turma que participou de aulas gamificadas e dos jogos sérios, essa quantidade se manteve mais concentrada em torno de 6 acertos, o que mostra resultados mais eficientes se comparados à turma sem gamificação. Além disso, todas as medidas de tendência central - média aritmética, moda e a mediana - obtidas a partir da turma com gamificação, foram melhores em comparação às que foram obtidas com os resultados do questionário na outra turma.

É importante também calcular a amplitude e o desvio-padrão para analisar a variabilidade das notas dos alunos. Como já vimos, essas medidas de dispersão já foram calculadas no questionário II na turma com gamificação. A amplitude foi 6 e o desvio-padrão foi, aproximadamente, 1,7 acertos. No questionário aplicado na turma sem gamificação, a

amplitude das quantidades de acertos nas questões, por aluno, foi 10, resultado encontrado pela subtração entre 10 (maior nota) e 0 (menor nota), e o desvio-padrão calculado foi, aproximadamente, 2,4 acertos. Isso mostra que as notas dos alunos estão cerca de 2,4 acertos de distância da média aritmética das notas.

Observa-se que a amplitude e o desvio-padrão foram maiores no questionário aplicado na turma em que a gamificação não foi utilizada, então as notas dos alunos dessa turma ficaram mais dispersas. É fácil ver isso pela amplitude (igual a 10), em que um aluno acertou todas as 10 questões, e alguns estudantes acertaram nenhuma, o que mostra uma maior variabilidade desses dados. Isso significa que o desempenho dos estudantes na turma com aulas gamificadas foi mais homogêneo, ou seja, mais regular.

O Quadro 1 a seguir mostra a comparação entre a quantidade de acertos do questionário II na turma do 6º ano em que a gamificação foi utilizada e na outra turma em que essa metodologia não foi aplicada.

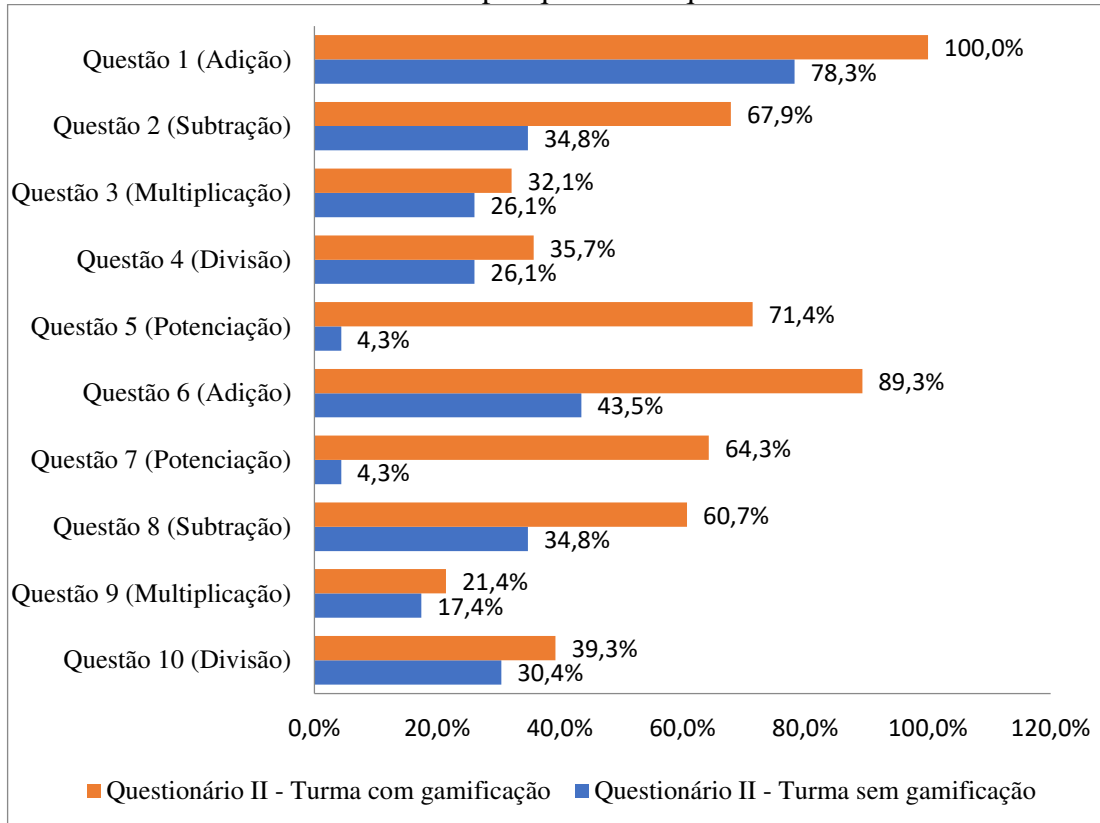
Quadro 1 – Número de acertos por questão no questionário II em cada turma.

Questão	Questionário II – Turma com gamificação (28 alunos)	Questionário II – Turma sem gamificação (23 alunos)
01 – Adição	28	18
02 – Subtração	19	8
03 – Multiplicação	9	6
04 – Divisão	10	6
05 – Potenciação	20	1
06 – Adição	25	10
07 – Potenciação	18	1
08 – Subtração	17	8
09 – Multiplicação	6	4
10 – Divisão	11	7
Desafio 01 – Algoritmo da divisão	5	0
Desafio 02 - Potenciação	8	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como a quantidade de alunos é diferente em ambas as turmas, é mais viável comparar as porcentagens de acertos, em cada questão, por turma, para assim realizar uma análise mais assertiva. O Gráfico 5 abaixo mostra essa comparação.

Gráfico 5 – Percentual de acertos por questão no questionário II em cada turma.

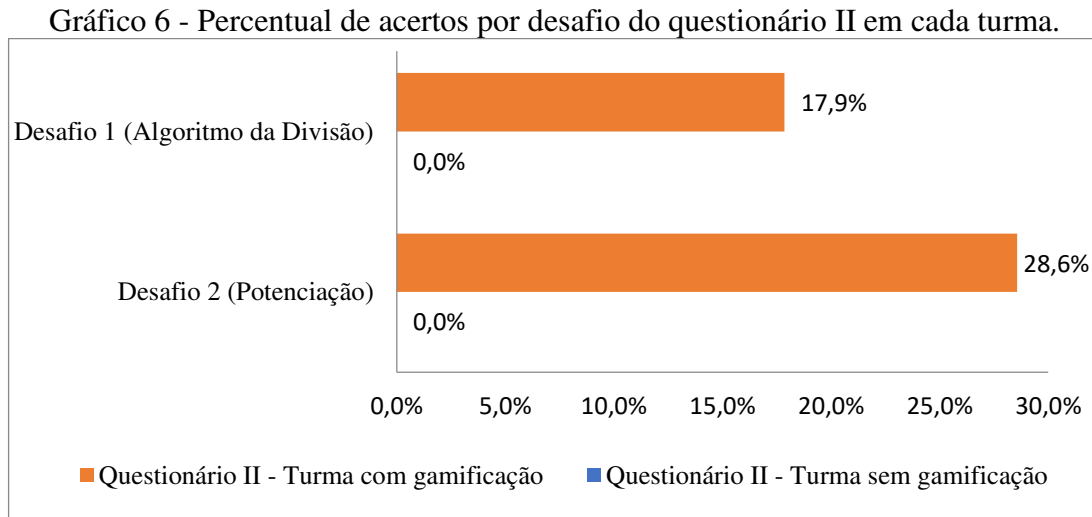


Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que em todas as questões o percentual de acerto foi maior na turma em que a gamificação foi utilizada. Podem-se destacar as questões 2, 5, 6 e 7 em que é notável maior superioridade no percentual de acertos. A operação que mais se destaca é novamente a potenciação, já que 71,4% da turma que teve aulas gamificadas acertou a questão 5 e apenas 4,3% da outra turma acertou essa questão. Na questão 7 a situação é semelhante, 64,3% dos alunos respondeu corretamente a questão contra apenas 4,3% da outra turma.

Por outro lado, apesar da superioridade no percentual de acertos em todas as cinco operações na turma em que a gamificação foi aplicada, podemos destacar novamente a multiplicação como a operação em que houve menos avanço. Na questão 3, houve um total de 32,1% de alunos que responderam com êxito na turma com gamificação, contra 26,1% de acertos da outra turma. Na questão 9 a diferença também é pequena, 21,4% em comparação com 17,4%.

Além das 10 questões do questionário II, podemos também comparar os percentuais de acertos dos desafios em ambas as turmas. A seguir o Gráfico 6 apresenta esses percentuais mencionados.



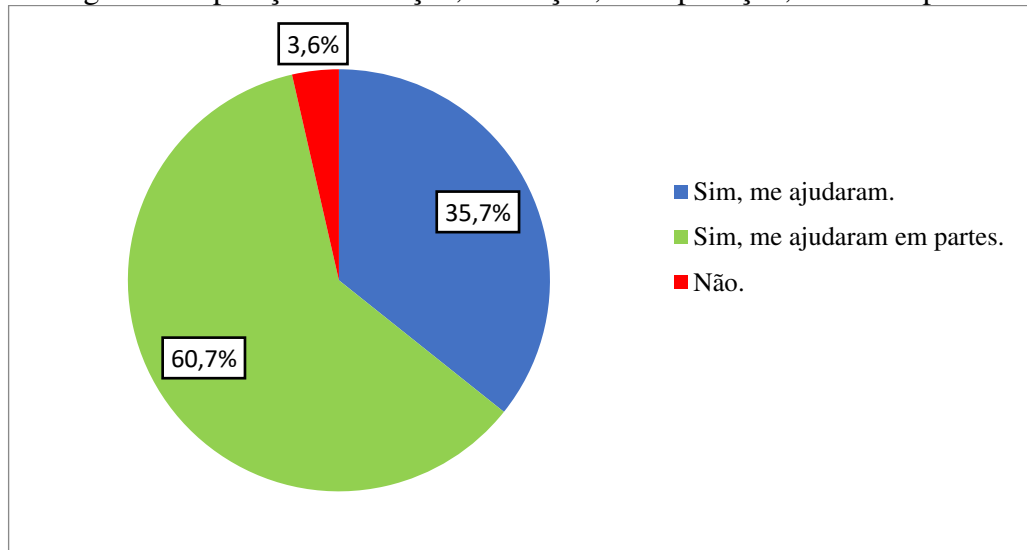
Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que houve nenhum acerto nos dois desafios na turma em que não foram feitas aulas gamificadas, enquanto que na turma com gamificação 17,9% dos alunos acertaram o primeiro desafio e 28,6% conseguiram responder com sucesso o desafio 2. Ressalta-se que esses percentuais são mais baixos pela dificuldade maior dos desafios em comparação com as outras questões dos questionários.

6.4 ANÁLISES COMPLEMENTARES

No questionário II da turma em que foi aplicada a gamificação havia também 4 questões que solicitavam as opiniões dos alunos sobre essa metodologia utilizada para o ensino e aprendizagem das operações com números naturais. Analisaremos a seguir os resultados obtidos nessas perguntas que correspondem às questões 11 a 14 do referido questionário. A questão 11 é uma pergunta fechada com três opções de resposta em que foi questionado se os jogos “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP” os ajudaram na aprendizagem das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. O Gráfico 7 apresenta os percentuais de cada resposta dessa questão.

Gráfico 7 – Os jogos “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP” ajudaram na melhoria de sua aprendizagem nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação?



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dentre os 28 alunos que participaram da pesquisa, na opinião da maioria deles, 27 alunos (96,4%), os dois jogos os ajudaram de alguma forma na aprendizagem das operações com números naturais. Apenas 1 (um) aluno da turma (3,6%) considerou que os jogos não o ajudaram a aprender essas operações.

Vejamos agora algumas respostas para a questão 12, que é uma pergunta aberta em que foi solicitada a opinião dos alunos sobre qual a importância do uso de jogos para o ensino e aprendizagem da Matemática:

Estudante 2: *“Ajuda muito. Enquanto jogamos aprendemos ao mesmo tempo”.*

Estudante 3: *“A importância é que isso alimenta o interesse na Matemática”.*

Estudante 4: *“Porque utilizando jogos incentiva as crianças a querer aprender mais”.*

Estudante 5: *“Para mim eu gostei dos dois jogos, assim eu pratico mais a Matemática”.*

Estudante 6: *“Eu achei muito bom porque ajuda muito nos cálculos”.*

Estudante 7: *“Nos jogos tem que fazer os cálculos”.*

Estudante 8: *“Eu acho que os jogos são bons para ensinar passo a passo porque ali você vai estar concentrado na Matemática”.*

Estudante 9: *“Muito bom. Aprendi muito”.*

Estudante 10: *“É importante para ajudar alguns alunos”.*

Estudante 11: *“Os jogos ajudam muito para aprender os cálculos e saber mais a Matemática e ajuda muito quem não sabe”.*

Estudante 12: *“Me ajudou a entender melhor”*.

Estudante 13: *“Muito importante! Com os jogos nós tínhamos que fazer as contas!”*.

Estudante 15: *“É importante tanto para o aprendizado de forma mais fácil quanto para a diversão”*.

Estudante 16: *“A importância é que as crianças gostam de jogos e os jogos matemáticos são muito bons para o aprendizado”*.

Estudante 17: *“Quando a pessoa está jogando e tem que calcular, isso ajuda. Muito bom”*.

Estudante 18: *“É bom porque a gente aprende brincando”*.

Estudante 19: *“Por que assim todo mundo se diverte e aprende”*.

Estudante 20: *“Para aprender mais e dominar todas as matérias, mas eu sou inteligente, não preciso muito, mas é importante”*.

Estudante 21: *“A importância desses jogos são para ensinar os alunos a aprender muito mais”*.

Estudante 22: *“É uma forma de se divertir e aprender”*.

Estudante 23: *“Para que consigamos calcular”*.

Estudante 24: *“Para evoluir mais e aprender mais coisas sobre a Matemática”*.

Estudante 26: *“Minha opinião é que o jogo foi muito massa e aprendi muita coisa”*.

Estudante 27: *“Ajudou no conhecimento e no desenvolvimento”*.

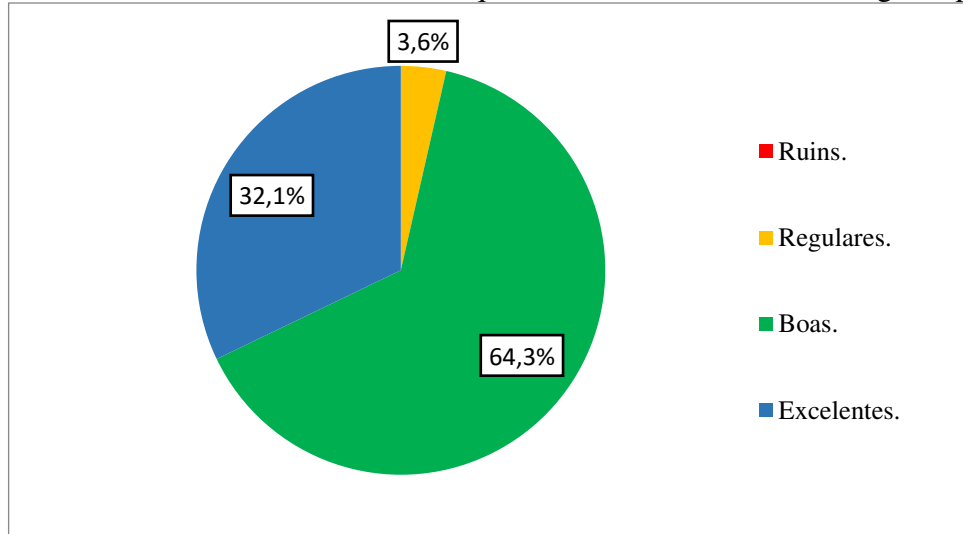
Estudante 28: *“Sim, é muito importante para os alunos, pois ajudam na aprendizagem”*.

Nota-se pelos relatos dos alunos que os jogos os ajudaram na concentração e eles tiveram a oportunidade de aprender se divertindo, isto é, de uma forma prazerosa. Sendo assim, por meio de suas respostas a essa pergunta, os alunos demonstraram ter atingido o estado de *flow*, fato esse que já havia sido constatado pelas observações do pesquisador em concordância com os estudos de Diana *et al.* (2014) e Campos (2021).

Além disso, todas as respostas acima enfatizam que o uso de jogos no ensino e aprendizagem de Matemática é importante por despertar no aluno a motivação em realizar as atividades embutidas nos jogos, já que o aluno consegue aprender brincando, ou seja, o educando se diverte, mas ao mesmo tempo realiza os cálculos necessários para avançar em diferentes momentos dos jogos, o que os ajuda na aprendizagem das operações matemáticas. Dessa forma, a abordagem dos conteúdos com o uso dos jogos foi bem recebida pelos estudantes. Isso mostra que eles estão abertos a novas atividades que envolvem o uso de jogos no ensino de Matemática.

A questão 13 também é uma pergunta fechada, com quatro opções de resposta, que solicitou a avaliação dos alunos sobre as atividades que foram desenvolvidas ao longo da pesquisa. A questão se refere a todas as etapas da pesquisa, desde as aulas teóricas gamificadas, com as listas de atividades, até a aplicação dos dois jogos. O Gráfico 8 apresenta os percentuais referentes a cada resposta.

Gráfico 8 – Como você avalia as atividades que foram desenvolvidas ao longo da pesquisa?

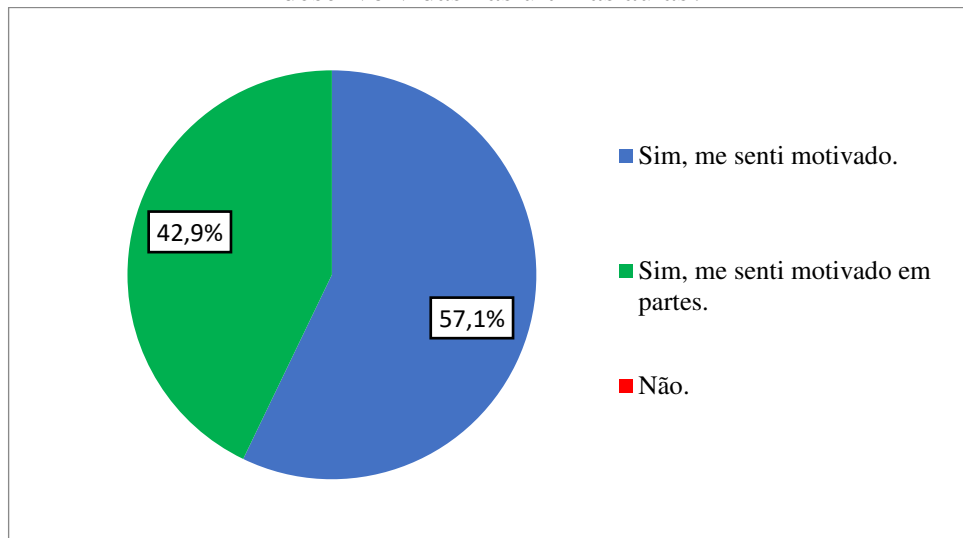


Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que nenhum aluno respondeu que as atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa foram ruins. Dentre os 28 alunos da turma, a maioria deles, 18 alunos, considerou que as atividades foram boas, 9 consideraram excelentes e apenas 1 aluno achou as atividades regulares. Sendo assim, 96,4% da turma afirmou que as atividades desenvolvidas foram boas ou excelentes.

Na sequência, o Gráfico 9 mostra os percentuais das respostas da questão 14, que também é uma pergunta fechada, com três opções de resposta. A questão perguntou aos alunos se eles se sentiram motivados com as atividades gamificadas que foram desenvolvidas nas aulas.

Gráfico 9 – Você se sentiu motivado (a) com as atividades gamificadas que foram desenvolvidas nas últimas aulas?



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que 16 alunos responderam que se sentiram motivados, 12 se sentiram motivados em partes e nenhum considerou que não se motivou. Dessa forma, vemos que todos os alunos da turma se sentiram motivados pelo menos em partes com a gamificação utilizada nas aulas. O percentual de 42,9%, que considerou ter se motivado em partes, pode se justificar pelas observações feitas pelo professor, em que foi notada maior motivação dos alunos ao jogar o “UNO ASMDP” e a “CORRIDA ASMDP” e uma motivação um pouco menor, por parte de alguns estudantes, nas etapas teóricas que antecederam a aplicação dos jogos.

Nas aulas teóricas iniciais, em que foi utilizada a gamificação para o ensino das operações com números naturais, foi confirmado que os desafios feitos aos alunos, por meio de atividades a serem realizadas em sala de aula ou em casa, e as “estrelinhas” atribuídas a eles pelo cumprimento desses desafios, foram fundamentais para a motivação dos estudantes, conforme o estudo feito por Costa (2014) em sua dissertação intitulada “Elementos dos jogos aplicados a um material instrucional sobre modelagem matemática de problemas físicos sob a ótica da Teoria da Aprendizagem Significativa”, no qual os alunos também recebiam “estrelinhas” pelo cumprimento de desafios, em forma de tarefas de casa, e isso serviu como um fator motivacional.

A motivação maior dos discentes nessas etapas iniciais se deu pelo fato de que as “estrelinhas” recebidas por eles eram importantes para melhorar suas posições no *ranking* e, assim, buscar melhores premiações ao final de todas as etapas. Com isso, gerou-se uma

competição entre eles pela disputa de quem entregava mais atividades, fator muito importante para a aprendizagem dos conteúdos.

De forma geral, foi observado então um ótimo engajamento dos alunos ao longo de todas as etapas em que a gamificação foi utilizada, em especial nas últimas etapas em que foram aplicados os jogos, nos quais os discentes disputavam com entusiasmo pelas vitórias. Eles se mostraram mais interessados no cumprimento das tarefas e nas disputas das vitórias nos jogos, pois com a realização das mesmas eles concorriam por melhores posições no *ranking* ao obterem mais “estrelinhas”. Dessa forma, foi notório o engajamento e a satisfação dos alunos durante as aulas, o que foi confirmado tanto pelos resultados da aplicação dos questionários quanto pelas observações do professor em sala de aula.

Esses resultados corroboram com os obtidos em outras pesquisas realizadas, nas quais a gamificação e jogos foram utilizados para o ensino de Matemática em turmas do Ensino Fundamental. Foi o caso do estudo feito por Martins, Maia e Tinti (2020) ao verificarem a utilização da gamificação em uma intervenção pedagógica por meio da aplicação de um jogo de cartas que envolvia os Números Inteiros e as quatro operações nas aulas de Matemática do 7º ano. Constatou-se nesse estudo que a gamificação pôde motivar os alunos para a ação e compreensão do conteúdo.

Além do mais, o presente estudo foi realizado com jogos sem a utilização de tecnologias digitais, situação similar ao que aconteceu com a pesquisa de dissertação de Andreotti (2019), intitulada “Gamificação de aulas de Matemática por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental”, na qual os alunos criaram jogos utilizando conceitos de tecnologia digital dos *games*, porém os mesmos não envolveram ferramentas digitais. Os resultados da pesquisa também apontam para a motivação dos estudantes e para a melhoria na aprendizagem. Além disso, a autora afirma que o processo de transformação de um conteúdo não jogável em jogável, encoraja os alunos a aprenderem.

Outra pesquisa recente que também utilizou a gamificação no ensino das quatro operações no 6º ano do Ensino Fundamental foi realizada por Alves, Carneiro e Carneiro (2022) intitulada “Gamificação no ensino da Matemática: uma proposta para o uso de jogos digitais nas aulas como motivadores da aprendizagem”. Porém, como o próprio título mostra, esse foi um estudo que utilizou jogos digitais para o ensino dessas operações, diferentemente do que realizamos no presente estudo em que não foram utilizados esses tipos de jogos.

Em contrapartida, assim como em nossa pesquisa, os autores também criaram uma sequência didática, em que essa propõe a aplicação do jogo “Tabuada do *Alien*” com foco principal no desenvolvimento do cálculo mental, partindo da tabuada e das quatro operações.

Os resultados também mostraram que a gamificação gerou bons resultados no engajamento dos estudantes, proporcionando uma aprendizagem significativa nos tópicos envolvidos.

Os resultados obtidos em nosso estudo também corroboram com os achados de outros pesquisadores, que também utilizaram a gamificação para o ensino de diferentes conteúdos de Matemática em turmas do Ensino Fundamental. Lara, Truquete e Nascimento (2023) descreveram a elaboração e confecção de jogos didáticos, a partir de materiais de baixo custo, que motivou o aprendizado de alunos do 6º e 7º ano em conteúdos relacionados às quatro operações, aos números inteiros e aos fracionários, e resultou na melhoria das suas médias escolares. Camargo *et al.* (2022) concluíram que o uso da gamificação e a aplicação de um jogo de cartas denominado *Framework*, que envolve frações, contornaram as dificuldades dos alunos de uma turma de 9º ano nesse conteúdo.

Entretanto, é importante frisar que “utilizar jogos em uma atividade didática não assegura sucesso, e a prática deve estar associada a metodologias que estimulem a troca de ideias e o pensamento crítico e lógico” (Serra, 2022, p.32). Dessa forma, os jogos devem ser bem planejados e alinhados com metodologias e objetivos de aprendizagem, de forma que estimulem os alunos a desenvolverem habilidades resultantes dos avanços nas fases e nos desafios contidos nos *games*. Corroborando com esse pensamento, Alves, Carneiro e Carneiro (2022, p. 02) afirmam que:

Compreender a importância dos jogos para o desenvolvimento da aprendizagem matemática é reconhecer que, por meio dos jogos e recreações, os discentes conseguem aprender de forma satisfatória os conceitos inseridos nessa metodologia de ensino, desde que a atividade seja planejada de acordo com os componentes curriculares e nível da turma em que será executado.

Com isso, observou-se que a metodologia de gamificação e os jogos aplicados neste estudo foram bem aceitos pelos alunos. Além disso, os resultados foram positivos e mostram notório engajamento dos estudantes e o desenvolvimento de suas habilidades nas operações com números naturais. É importante também frisar que só foi possível alcançar esse equilíbrio entre aprendizagem e diversão porque a metodologia utilizada tinha como principal objetivo a aprendizagem das operações e não o puro entretenimento.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo partiu do seguinte questionamento: quais as contribuições da gamificação e dos jogos sérios para o ensino e aprendizagem das operações com números naturais no 6º ano do Ensino Fundamental? Sendo assim, o objetivo geral foi analisar a implementação da gamificação e dos jogos sérios no processo de ensino e aprendizagem das operações com números naturais, incluindo a potenciação. Para isso, foi feita uma sequência didática, dividida em etapas, a ser aplicada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, que propôs o uso da gamificação e dos jogos sérios para o ensino dessas operações. Ao longo do processo de aplicação da pesquisa, foram feitas análises do desempenho dos alunos, principalmente no início e no final da aplicação da sequência didática por meio de questionários. Com base nos resultados encontrados com o desenvolvimento da pesquisa, pode-se afirmar que o objetivo proposto foi alcançado.

O principal resultado obtido foi que a gamificação e os jogos sérios aplicados, a saber: o “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP”, proporcionaram aos estudantes maior motivação e concentração nas aulas, o que resultou em outro achado interessante nesse estudo: a aprendizagem foi mais eficaz em consequência da aplicação dessa metodologia. Fato este que foi comprovado pelo aumento do desempenho dos alunos ao longo da pesquisa, o que foi constatado ao se analisar os resultados dos questionários inicial e final por meio dos cálculos de medidas de tendência central (média aritmética, moda e mediana) e de medidas de dispersão (amplitude e desvio-padrão). Notou-se que no questionário II todas essas medidas de tendência central foram maiores e as medidas de dispersão foram menores, o que representa melhores resultados e notas mais regulares nesse questionário final.

Além disso, a veracidade da contribuição do uso da gamificação e dos jogos sérios também foi comprovada pela comparação do desempenho da turma com os resultados encontrados em outra turma, também do 6º ano, que, por sua vez, não participou das aulas gamificadas. Nessa última turma foi feita a aplicação do mesmo questionário final que foi aplicado com a turma inicial. Essa análise também foi feita com as medidas de tendência central e com as medidas de dispersão citadas. Comprovou-se com esses resultados que a turma que participou das aulas diferenciadas teve melhor desempenho e as notas desses estudantes tiveram menos variabilidade, ou seja, foi mais regular em comparação com a outra turma.

Outros achados importantes nesse estudo dizem respeito às opiniões dos alunos sobre a metodologia de aulas gamificadas e o uso dos jogos para o ensino das operações com

números naturais. Foram no total 4 (quatro) questões relacionadas à essa temática: três questões fechadas e uma aberta. De maneira geral, todos os estudantes da turma afirmaram que essa metodologia os motivaram de alguma forma nas aulas de Matemática. Além do mais, 96,4% da turma afirmou que as atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa foram boas ou excelentes.

Apenas um aluno (3,6%), dentre os 28, respondeu que a metodologia utilizada não o ajudou na aprendizagem das operações. Na pergunta aberta, que pediu a opinião dos alunos sobre qual a importância do uso de jogos para o ensino e aprendizagem da Matemática, muitos relatos foram marcantes, os quais, em resumo, afirmavam que as atividades desenvolvidas foram satisfatórias, porque que eles tiveram a oportunidade de aprender brincando, já que nos jogos era necessário realizar cálculos. Ademais, afirmaram também que esses tipos de jogos alimentam o interesse dos alunos na Matemática.

Sendo assim, no desenvolvimento deste estudo foi possível inferir que a gamificação e os jogos sérios foram muito importantes para a aprendizagem nas operações com números naturais, inclusive da potenciação, na turma do 6º ano do Ensino Fundamental que participou do estudo. Pelas observações do pesquisador e pelas respostas dos alunos no questionário final, notou-se também que essa metodologia utilizada nas aulas contribuiu para um maior engajamento dos estudantes nas realizações de desafios/tarefas que foram propostos nas etapas teóricas iniciais, mas, especialmente, nas etapas posteriores, em que era necessário realizar cálculos para avançar nas fases dos jogos.

Com os resultados positivos que foram obtidos com essa pesquisa, acredita-se que esse estudo contribuirá com a comunidade docente por proporcionar uma ótima opção metodológica que auxilia no ensino das operações com números naturais, inclusive da potenciação, em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, de forma que os estudantes se mostrem mais participativos, motivados e concentrados e, com isso, as dificuldades de aprendizagem nessas operações sejam amenizadas. Como consequência disso, os discentes terão melhores condições para consolidarem a aprendizagem dos demais conhecimentos matemáticos a serem adquiridos no futuro, já que as operações citadas são essenciais para esse processo.

Pelos resultados encontrados com os questionários inicial e final na turma em que a gamificação e os jogos sérios foram aplicados visando o ensino e aprendizagem das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, com números naturais, foi possível notar que no segundo questionário houve um melhor desempenho em todas essas operações que fizeram parte do estudo. Isso também foi constatado por meio das observações feitas pelo

pesquisador. Entretanto, a operação de multiplicação foi a que menos mostrou crescimento no desempenho dos alunos.

Além disso, o questionário final também foi aplicado em outra turma, que por sua vez não participaram das aulas gamificadas nem dos *serious games*. Ao comparar os resultados das duas turmas, também foi constatado que o desempenho dos alunos da turma inicial foi melhor em todas as cinco operações. Em contrapartida, ainda comparando os resultados das duas turmas, notou-se que, apesar de melhores notas da turma inicial também em questões de multiplicação, a diferença de desempenho das turmas nessa operação não foi tão grande quanto nas outras operações.

Acredita-se que a metodologia utilizada nessa pesquisa proporcionou obter resultados significativos na aprendizagem dos estudantes, entretanto esse estudo abordou as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, apenas com números naturais, e foi aplicado somente no 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de São Luís – MA.

Nesse sentido, sugere-se que estudos posteriores se interessem por estudar formas de utilizar a gamificação e/ou os jogos, com ou sem tecnologias digitais, para o ensino e aprendizagem da operação de multiplicação com números naturais, especificamente no 6º ano do Ensino Fundamental, visando resultados ainda mais satisfatórios do que os encontrados nessa pesquisa. Outra sugestão é pesquisar de que formas essa metodologia pode auxiliar na aprendizagem das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, estendendo o estudo para os números inteiros (\mathbb{Z}), em turmas de 7º ano ou em outras turmas mais avançadas dos anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, seria interessante adaptar os jogos apresentados neste estudo, em que não se utilizou *games* digitais, e criar uma sequência didática para uma melhor organização dos passos a serem seguidos e, dessa forma, ser possível a aplicação por outros professores.

Portanto, na visão do autor, foi muito gratificante vivenciar esse processo e ver nos rostos dos alunos a satisfação em participarem de atividades diferenciadas que proporcionaram a eles aprender de uma forma divertida e prazerosa. Além de ótimos resultados obtidos ao longo da pesquisa, algumas falas dos alunos também foram marcantes, como, por exemplo, um aluno que pediu ao professor, em sala de aula, mais um horário de Matemática para que o jogo que estava sendo aplicado continuasse por mais tempo, situação essa que caracteriza um estado de *flow* do aluno. Dessa forma, o sentimento é de dever cumprido por contribuir de forma positiva com o conhecimento científico sobre o tema abordado e com a melhoria no ensino de Matemática na rede pública em nosso país, além de

saber que esses estudantes provavelmente terão ótimas lembranças dessas aulas, memórias essas que podem perdurar por muitos anos.

REFERÊNCIAS

ALVES, Flora. **Gamification**: como criar experiências de aprendizagens engajadoras: um guia completo do conceito à prática. 1. ed. São Paulo: DVS Editora, 2014.

BARBOSA, Francisco Ellivelton; PONTES, Márcio Matoso de; CASTRO, Juscileide Braga de. A utilização da gamificação aliada às tecnologias digitais no ensino da matemática: um panorama de pesquisas brasileiras. **Revista prática docente**, [s. L.], v. 5, n. 3, p. 1593–1611, 2020. DOI: 10.23926/rpd.2526-2149.2020.v5.n3.p1593-1611.id905. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/421>. Acesso em: out. 2023.

BLANCO, Cindy. Relatório de idiomas Duolingo 2022: informativo global. **Duolingo blog**, 06 dez. 2022. Disponível em: <https://blog.duolingo.com/pt/relatorio-de-idiomas-duolingo-2022-informativo-global/>. Acesso em: 10 fev. 2024.

BLANCO, Cindy. Relatório de idiomas Duolingo 2023. **Duolingo blog**, 04 dez. 2023. Disponível em: <https://blog.duolingo.com/pt/relatorio-de-idiomas-duolingo-2023/>. Acesso em: 26 fev. 2024.

BOLLER, Sharon. KAPP, Karl. **Jogar para aprender**: tudo o que você precisa saber sobre o design de jogos de aprendizagem eficazes. Tradução: Sally Titelli. São Paulo: DVS Editora, 2018.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; GRACIAS, Telma Aparecida de Souza. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes de uma investigação. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAMPOS, Ana. M. A. de. A Teoria do Flow como promotora motivacional para estudantes com ansiedade matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 1314–1324, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.4781. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4781>. Acesso em: jan. 2024.

CAMPOS, k.; MORAES, D. A. F.; MÉLLO, D. E. A gamificação como alternativa didática na aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais durante a pandemia da covid-19. **Ead em foco**, v. 12, n. 2, p. e1904, 2022. DOI: 10.18264/eadf.v12i2.1904. Disponível em: <https://eademfoco.cecierj.edu.br/index.php/revista/article/view/1904>. Acesso em: ago. 2023.

CORRÊA, Cláudio R. A gamificação e o ensino/aprendizagem de segunda língua: um olhar investigativo sobre o Duolingo. **Revista Linguagem & Ensino**, Pelotas, v.22, n. 4, p. 1020-1039, out.- dez. 2019. <https://doi.org/10.15210/rle.v22i4.16471>. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/rle/article/view/16471>. Acesso em: 13 fev. 2024.

COSTA, Thiago Machado da. **Elementos dos jogos aplicados a um material instrucional sobre modelagem matemática de problemas físicos sob a ótica da Teoria da Aprendizagem Significativa**. 172 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade de Brasília, 2014.

CRUZ, Thayna. Regras do Uno: aprenda no tutorial como jogar Uno. **Buscapé**, 13 jan. 2022. Disponível em: <https://www.buscapede.com.br/jogos/conteudo/regras-do-uno>. Acesso em: fev. 2024.

DIANA, Juliana; GOLFETTO, Ildo; BALDESSAR, Maria; SPANHOL, Fernando. Gamificação e teoria do flow. In: FADEL, Luciane Maria; ULBRICHT, Vania Ribas; BATISTA, Claudia Regina; VANZIN, Tarcísio (Org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 38-73. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=r6TcBAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT6&dq=livro+gamifica%C3%A7%C3%A3o+na+educa%C3%A7%C3%A3o&ots=fcOF1SCOIn&sig=Zei5iwWylq2kIQmVj5kXUAbeDes#v=onepage&q=livro%20gamifica%C3%A7%C3%A3o%20na%20educa%C3%A7%C3%A3o&f=false>. Acesso em: nov. 2023.

ESQUIVEL, Hugo. **Gamificação no ensino da matemática**: uma experiência no ensino fundamental. 64 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, 2017.

FARDO, M. L. A gamificação aplicada em ambientes de aprendizagem. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 11, n. 1, 2013. DOI: 10.22456/1679-1916.41629. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/41629>. Acesso em: 26 nov. 2023.

FRID, Hermano. **Análise real**. v. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

GOMES, Marcelo dos Santos. **Gamificação e Educação Matemática**: uma reflexão pela óptica da Teoria das Situações Didáticas. 2017. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

KAPP, K. **The gamification of learning and instruction**: game-based methods and strategies for training and education. John Wiley & Sons, 2012.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 2013.

LINDNER, Luís; KUNTZ, Viviane. Gamificação de redes sociais voltadas para a educação. In: FADEL, Luciane Maria; ULBRICHT, Vania Ribas; BATISTA, Claudia Regina; VANZIN, Tarcísio (Org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 227-256. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=r6TcBAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT6&dq=livro+gamifica%C3%A7%C3%A3o+na+educa%C3%A7%C3%A3o&ots=fcOF1SCOIn&sig=Zei5iwWylq2kIQmVj5kXUAbeDes#v=onepage&q=livro%20gamifica%C3%A7%C3%A3o%20na%20educa%C3%A7%C3%A3o&f=false>. Acesso em: nov. 2023.

MENEZES, G. S.; TARACHUCKY, L.; PELLIZZONI, R. C.; PERASSI, R. L.; GONÇALVES, M. M.; GOMEZ, L. S. R.; FIALHO, F. A. P. Reforço e recompensa: a Gamificação tratada sob uma abordagem behaviorista. **Projética**, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 9–18, 2014. DOI: 10.5433/2236-2207.2014v5n2p9. Disponível em: <https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/projetica/article/view/17746>. Acesso em: 9 dez. 2023.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo César Pinto. **Matemática discreta**. -3. ed.- Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 2022.

PIANA, Maria C. **A construção do perfil do assistente social no cenário educacional**. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. 233 p. ISBN 978-85-7983-038-9. Disponível em: <https://books.scielo.org/id/vwc8g/pdf/piana-9788579830%20389-06.pdf>. Acesso em: out. 2023.

RITTER, D.; BULEGON, A. M. Mapeamento das Publicações sobre Gamificação e Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 36, p. 1-20, 17 dez. 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/13010>. Acesso em: out. 2023.

SCHLEMMER, E. Gamificação em espaços de convivência híbridos e multimodais: design e cognição em discussão. **Revista da FAEEBA – Educação e contemporaneidade**, Salvador, v. 23, n. 42, p. 73-89, jul./dez. 2014. Disponível em: www.revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/download/1029/709. Acesso em: ago. 2023.

SERRA, Carlos Henrique Rocha. **Gamificação e ensino de matemática: proposta de um jogo para a aprendizagem de equações polinomiais de primeiro grau**. 98 f. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2022.

SILVA, Grazielle Cristine Moraes da. **O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do ensino fundamental com a utilização do jogo Contig 60@**. 2009. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

VIEIRA, José Guilherme Silva. **Metodologia de pesquisa científica na prática**. Curitiba: Editora Fael, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS

PREFEITURA DE SÃO LUÍS
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO – SEMED
U.E.B. Prof.^a CAMÉLIA COSTA VIVEIROS

AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS PARA PARTICIPAÇÃO DE PESQUISA

Senhor(a) pai e/ou responsável, eu, Prof.^o Danilo Furtado Veras, venho solicitar a autorização do aluno(a) _____, do 6º ano da escola Prof.^a Camélia Costa Viveiros, para participar da pesquisa intitulada **“GAMIFICAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: uma sequência didática sobre operações com números naturais para o 6º ano do Ensino Fundamental”**, que estou realizando para a minha dissertação do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, realizado pela Universidade Estadual do Maranhão – UEMA.

A pesquisa acontecerá na sala de aula, nos horários das aulas de Matemática, no período de 25/10/2023 a 14/11/2023.

Os instrumentos que serão utilizados para a implementação da pesquisa serão: questionários, listas de exercícios, jogos (Uno ASMDP e Corrida ASMDP) e fotografias. Todas as informações serão usadas somente para os fins dessa pesquisa, preservando assim o nome do(a) aluno(a), mas peço que autorize a publicação de fotografias, que serão necessárias, sem que se identifique diretamente o(a) aluno(a), mas apenas para o registro das atividades feitas em sala de aula.

Ressalto que a participação do(a) aluno(a) é de extrema importância para o seu aprendizado em operações com números naturais, tais como: adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação.

Aguardo sua compreensão e autorização.

Atenciosamente,

Prof.^o Danilo Furtado Veras.

Autorizo Não autorizo

Assinatura do pai e/ou responsável

São Luís, 23 de outubro de 2023.

APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

ETAPA 01: QUESTIONÁRIO I

- **Tempo estimado:** 50 minutos
- **Objetivo específico:** Identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais.
- **Material necessário:** Questionário I (Apêndice C).
- **Metodologia:**

Nessa etapa, deverá ser aplicado um questionário para verificar o nível de conhecimento dos alunos nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais. Esse questionário contém 10 questões abertas e dois desafios (Apêndice C) e deverá ser respondido em um tempo máximo de 50 minutos.

ETAPA 02: AULA DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- **Tempo estimado:** 150 minutos.
- **Habilidade da BNCC** (Brasil, 2018): Habilidade de número 3 para o 6º ano do Ensino Fundamental no componente curricular de Matemática (EF06MA03) – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- **Objetivos específicos:**
 - Compreender os conceitos de parcelas e soma (ou total) na operação de adição;
 - Associar a adição com as ideias de juntar quantidades e de acrescentar uma quantidade à outra;
 - Compreender os conceitos de minuendo, subtraendo e diferença na operação de subtração;
 - Associar a subtração com as ideias de tirar, comparar e completar;
 - Entender a subtração como a operação inversa da adição;
 - Calcular adições e subtrações com a utilização do algoritmo usual e, em casos mais simples, do cálculo mental.

➤ **Materiais necessários:** Quadro branco, apagador, pincel e material didático (Apêndice D).

➤ **Metodologia:**

Para o desenvolvimento dessa aula, os alunos receberão um material de apoio (Apêndice D) com exercícios e situações problemas a serem resolvidas em sala. Essas questões serão solucionadas pelo professor com a participação dos alunos.

O professor iniciará essa etapa destacando a importância do conhecimento, por parte dos alunos, das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com os números naturais para estudos de conteúdos matemáticos posteriores e para a resolução de problemas do cotidiano.

Em seguida, realizará uma revisão sobre adição e subtração com números naturais, destacando os conceitos de parcelas e soma, na operação de adição, e minuendo, subtraendo e diferença, na subtração.

Na operação de adição, o docente deverá associá-la com as ideias de **juntar** quantidades (3ª questão) e de **acrescentar** uma quantidade à outra (4ª questão). Já na operação de subtração, relacionará com as ideias de **tirar** uma quantidade de outra (6ª questão); **comparar** duas quantidades a fim de saber quanto uma delas tem mais que a outra (7ª questão) e, **completar**, ou seja, quando se tem duas quantidades e se quer saber quanto falta a uma delas para atingir a outra (8ª questão). Para os cálculos de adição e subtração, serão utilizados os algoritmos usuais e, em casos mais imediatos, cálculos mentais.

ETAPA 03: AULA DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

➤ **Tempo estimado:** 150 minutos.

➤ **Habilidade da BNCC** (Brasil, 2018): (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

➤ **Objetivos específicos:**

- Compreender os conceitos de fatores e produto na operação de multiplicação;
- Utilizar a multiplicação para adicionar parcelas iguais, contar elementos em uma organização retangular, calcular a quantidade de combinações e aplicar a ideia de proporcionalidade;

- Compreender os conceitos de dividendo, divisor, quociente e resto na operação de divisão;
 - Diferenciar divisões exatas e não exatas;
 - Realizar as operações de divisões por meio do algoritmo;
 - Associar a divisão com as ideias de dividir uma quantidade em partes iguais e de medida, ou seja, quando queremos saber quantos grupos são formados;
 - Entender a relação fundamental da divisão.
- **Materiais necessários:** Quadro branco, apagador, pincel e material didático (Apêndice D).
- **Metodologia:**

O professor realizará, nesta aula, uma revisão sobre multiplicação e divisão com números naturais, destacando os conceitos de fatores e produto na multiplicação; e dividendo, divisor, quociente e resto na divisão.

Para o desenvolvimento dessa aula, será necessário o material de apoio (Apêndice D), entregue na aula anterior, com questões a serem resolvidas em sala, incluindo situações problemas.

Na operação de multiplicação, o docente utilizará situações para mostrar que a multiplicação pode ser utilizada para **adicionar parcelas iguais** (14ª questão), **contar elementos em uma organização retangular** (15ª questão), calcular a **quantidade de combinações** (16ª questão) e aplicar a ideia de **proporcionalidade** (17ª questão). Já na operação de divisão, o professor associará esta com a ideia de dividir uma quantidade **em partes iguais** (questões 19 e 20) e com a ideia de **medida** (21ª questão), ou seja, quando queremos saber quantos grupos são formados, ou ainda, quando precisamos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Ainda na operação da divisão, dará exemplos de **divisões exatas** e **divisões não exatas** (13ª questão). Além disso, dará ênfase à **relação fundamental da divisão** (questões 23 e 24). Para os cálculos das operações de multiplicação e divisão, utilizará os algoritmos usuais e, em casos mais imediatos, cálculos mentais.

ETAPA 04: AULA DE POTENCIAÇÃO

- **Tempo estimado:** 150 minutos.

- **Habilidade da BNCC** (Brasil, 2018): (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- **Objetivos específicos:**
 - Compreender os conceitos de base, expoente e potência na operação de potenciação;
 - Realizar a leitura de potências;
 - Resolver problemas a partir de cálculos de potências;
 - Representar geometricamente uma potência quando o expoente for igual a 2 (quadrado de um número) ou igual a 3 (cubo de um número).
- **Materiais necessários:** Quadro branco, apagador, pincel e material didático (Apêndice D).
- **Metodologia:**

Para o desenvolvimento dessa aula, será necessário o material de apoio (Apêndice D), entregue na primeira aula, com questões a serem resolvidas em sala, incluindo situações problema.

Inicialmente, será realizada uma revisão sobre potenciação com números naturais, destacando os conceitos de **base, expoente e potência** (questões 25 a 27). Além disso, será trabalhado com os alunos o **quadrado e o cubo de um número natural**, bem como suas **representações geométricas** (32ª questão).

O professor destacará que quando um expoente for maior do que 3, não teremos uma representação geométrica para a potência, assim, a leitura dessas potências tem um certo padrão. Por exemplo, em 3^4 , lemos: “três elevado à quarta potência” ou “a quarta potência de três” (28ª questão).

ETAPA 05: JOGO “UNO ASMDP”

- **Tempo estimado:** 100 minutos.
- **Habilidade da BNCC** (Brasil, 2018): (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- **Objetivos específicos:**

- Resolver questões matemáticas contidas nas cartas do jogo “UNO ASMDP” (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação);
 - Calcular, mentalmente ou com o auxílio de papel, as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, por meio de estratégias variadas.
- **Materiais necessários:** Jogo “UNO ASMDP” (Apêndice E), papel, lápis ou caneta e borracha.
- **Metodologia:**

Inicialmente, o professor dividirá a turma em grupos de 2 a 8 jogadores (esse número de integrantes em cada grupo dependerá da quantidade de alunos presentes e de jogos disponíveis). Cada jogador deverá ter em mãos lápis ou caneta e papel para o desenvolvimento dos cálculos necessários. Em seguida, o docente distribuirá um jogo para cada grupo (Apêndice E) e explicará detalhadamente as regras que serão utilizadas para o desenvolvimento do mesmo. É importante destacar que as regras podem ser alteradas, de acordo com os objetivos que professor deseja alcançar.

No segundo momento, os grupos poderão começar a jogar sendo supervisionados pelo professor, que estará disponível para tirar as dúvidas que surgirem sobre as regras do jogo e/ou em relação aos cálculos necessários.

Como estratégia de gamificação, sugere-se ao professor premiar os ganhadores de cada rodada com “estrelinhas” que serão depois transformadas em pontos que poderão ajudar em alguma de suas notas. Outro tipo de premiação possível seria recompensar com caixas de bombons, barras de chocolate e/ou materiais escolares o (a) aluno (a) que mais vencer rodadas dentre todos os grupos. Para ter esse controle de pontuações, o professor poderá fazer anotações no quadro para que todos os alunos tenham um *feedback* imediato dos resultados e isso possa gerar uma disputa sadia também entre participantes de grupos distintos.

ETAPA 06 – JOGO “CORRIDA ASMDP”

- **Tempo estimado:** 100 minutos.
- **Habilidade da BNCC** (Brasil, 2018): (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- **Objetivos específicos:**

- Criar estratégias e desenvolver o raciocínio lógico por meio do jogo “CORRIDA ASMDP”;
 - Calcular, mentalmente ou com o auxílio de papel, as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, por meio de estratégias variadas.
- **Materiais necessários:** Jogo “CORRIDA ASMDP” (Apêndice F), papel, lápis ou caneta e borracha.
- **Metodologia:**

Inicialmente, o docente dividirá a turma em grupos de 2 a 5 jogadores (esse número de integrantes em cada grupo dependerá da quantidade de alunos presentes e de jogos disponíveis). Cada jogador deverá ter em mãos lápis ou caneta e papel para o desenvolvimento dos cálculos necessários. Em seguida, o professor distribuirá um jogo para cada grupo (Apêndice F) e explicará detalhadamente as regras que serão utilizadas para o desenvolvimento do mesmo. É importante destacar que as regras podem ser alteradas, de acordo com os objetivos que professor deseja alcançar.

No segundo momento, os grupos poderão começar a jogar sendo supervisionados pelo professor, que estará disponível para tirar as dúvidas que surgirem sobre as regras do jogo e/ou em relação aos cálculos necessários.

Como estratégia de gamificação, sugere-se ao professor premiar os ganhadores de cada rodada com “estrelinhas” que serão depois transformadas em pontos que poderão ajudar em alguma de suas notas. Outro tipo de premiação possível seria recompensar com caixas de bombons, barras de chocolate e/ou materiais escolares o (a) aluno (a) que mais vencer rodadas dentre todos os grupos. Para ter esse controle de pontuações, o professor poderá fazer anotações no quadro para que todos os alunos tenham um *feedback* imediato dos resultados e isso possa gerar uma disputa sadia também entre participantes de grupos distintos.

ETAPA 07 – QUESTIONÁRIO II:

- **Tempo estimado:** 60 minutos
- **Objetivos específicos:**
- Identificar os conhecimentos sobre as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, adquiridos pelos alunos ao longo da aplicação da sequência didática;

- Detectar opiniões dos educandos em relação à metodologia de gamificação utilizada e qual a importância dela para o processo de aprendizagem em conteúdos matemáticos.
- **Material necessário:** Questionário II (Apêndice G).
- **Metodologia:**

Nessa última etapa, deverá ser aplicado um questionário para identificar os conhecimentos sobre as operações com números naturais, incluindo a potenciação, adquiridos pelos alunos ao longo da aplicação da sequência didática. Esse questionário (Apêndice G) conterá um total de 16 questões, sendo 10 (dez) questões abertas sobre os conteúdos estudados, 2 (dois) desafios (questões abertas) e 4 (quatro) questões sobre a pesquisa realizada (uma questão abertas e três fechadas) e deverá ser respondido em um tempo máximo de 60 minutos.

Por fim, o professor agradecerá a participação dos alunos ao longo de todas as etapas da oficina e ressaltará, mais uma vez, a relevância da aprendizagem das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais, como pré-requisito para o conhecimento de novos conteúdos e como ferramenta importante para resoluções de problemas do cotidiano. Destacará ainda que o processo de ensino e aprendizagem de matemática pode ser divertido e ao mesmo tempo muito produtivo.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO I

Nas questões 1 a 5, resolva as operações:

1) $587 + 478 =$

2) $8526 - 584 =$

3) $254 \cdot 47 =$

4) $598 \div 23 =$

5) $3^4 =$

6) Joana participou de uma gincana composta de três fases. Na primeira fase ela fez 250 pontos; na segunda fase, fez 198 pontos; e, na terceira fase, 271 pontos. Qual o total de pontos ela conseguiu na gincana?

7) Calcule o valor do cubo de quatro.

8) De acordo com o planejamento de uma prefeitura, há espaço suficiente para 627 mudas de árvores no bairro em que Lucas mora. Já foram plantadas 386 mudas. Quantas mudas, no máximo, ainda podem ser plantadas nesse bairro?

9) Em um hotel, no salão de eventos é possível organizar, no máximo, 38 fileiras com 29 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras cabem nesse salão?

10) Em uma gincana da igreja, é oferecido 8 pontos ao participante cada vez que ele acerta o alvo em um jogo. Ezequiel adorou a brincadeira e conseguiu um total de 184 pontos. Determine a quantidade de vezes que Ezequiel acertou o alvo.

DESAFIOS:

1. Em uma divisão, o divisor é 65, o quociente é 20 e o resto é 7. Qual é o dividendo?

2. Sabe-se que se elevarmos o número 4 a um expoente n , encontraremos como resultado 64. Qual é o valor do expoente n ?

APÊNDICE D – MATERIAL DE APOIO

Etapa 02 – Adição e Subtração

1. Resolva as seguintes adições:

- a) $41 + 78 =$
- b) $854 + 26 =$
- c) $235 + 447 =$
- d) $4\ 532 + 859 =$
- e) $4\ 856 + 6\ 823 =$
- f) $96\ 315 + 85\ 324 =$
- g) $157 + 541 + 632 =$
- h) $957 + 123 + 987 =$

2. Resolva as seguintes subtrações:

- a) $25 - 13 =$
- b) $84 - 39 =$
- c) $584 - 498 =$
- d) $8\ 486 - 123 =$
- e) $3\ 654 - 786 =$
- f) $8\ 659 - 2\ 359 =$
- g) $45\ 768 - 35\ 689 =$
- h) $14\ 564 - 12\ 899 =$

3. Nos Jogos Olímpicos de 2016 realizados no Rio de Janeiro, no Brasil, a equipe de atletas brasileiros era composta de 256 atletas homens e 209 atletas mulheres. Qual é o total de atletas da equipe brasileira?

4. O preço de uma TV é de R\$ 2 457,00 para pagamento à vista. A compra pode, ainda, ser a prazo, financiada em 12 prestações iguais, mas, nesse caso, o preço sobre um acréscimo de R\$ 675,00. Qual é o preço da TV quando comprada a prazo?

5. O professor de Matemática pediu a dois alunos que calculassem a soma dos números 3 852 e 6 359.

- João fez $3\ 852 + 6\ 359$.
- Iago fez $6\ 359 + 3\ 852$.

a) Calcule os resultados obtidos por eles.

b) Você pode afirmar que $3\ 852 + 6\ 359 = 6\ 359 + 3\ 852$?

c) A afirmação “A ordem das parcelas não altera a soma” é verdadeira ou falsa?

6. Uma fábrica produziu 974 peças. Houve um problema em uma das máquinas e 216 peças saíram com defeito. Quantas peças foram produzidas sem defeito?

7. No ano de 2018 havia, no Brasil, 512 parlamentares na Câmara dos Deputados federais. A Câmara dos deputados federais é a instituição responsável pela elaboração das leis. Desses parlamentares, 54 eram mulheres e 458 eram homens. Quantos homens ocupam o cargo de deputado federal a mais que mulheres?

8. A produção mensal de uma olaria é 8.000 tijolos. Nesse mês, a olaria produziu 5 681 tijolos. Quantos tijolos ainda faltam para completar a produção mensal?

9. Dada a sequência 282, 276, 270, ..., qual é a posição ocupada pelo número 222 nessa sequência?

10. Encontre os números que faltam:

a) $? - 8\ 256 = 8\ 985$

b) $16\ 000 - ? = 6\ 998$

c) $? - 5\ 894 = 9\ 852$

d) $78\ 985 - ? = 56\ 223$

DESAFIO:

11. A calculadora de Bianca tem lugar para 8 algarismos. Ela digitou na calculadora dela o maior número possível, do qual subtraiu o número de habitantes do estado do Maranhão, obtendo, como resultado, 93 224 847. Qual era a população do estado do Maranhão nesse ano?

Etapa 03 – Multiplicação e Divisão

12. Resolva as seguintes multiplicações:

- a) $52 \times 7 =$
- b) $87 \times 4 =$
- c) $64 \times 21 =$
- d) $86 \times 47 =$
- e) $258 \times 58 =$
- f) $861 \times 99 =$
- g) $7\,960 \times 561 =$
- h) $2\,883 \times 406 =$

13. Resolva as divisões a seguir:

- a) $75 : 3 =$
- b) $120 : 4 =$
- c) $84 : 5 =$
- d) $515 : 5 =$
- e) $440 : 5 =$
- f) $396 : 6 =$
- g) $593 : 20 =$
- h) $320 : 32 =$
- i) $2\,412 : 12 =$
- j) $1\,092 : 12 =$
- k) $6\,834 : 34 =$

14. Leandro trabalha em uma quitanda e organizou algumas laranjas em grupos com 5 elementos, formando, ao todo, 7 grupos. Quantas laranjas Leandro organizou dessa forma?

15. Em um auditório, as cadeiras estão organizadas em filas. No total são 8 filas, cada uma com 12 cadeiras. Quantas cadeiras há nessa sala?

16. Mateus tem 5 camisas e 3 calças. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir usando sempre uma camisa e uma calça?

17. Ao fazer refresco de laranja, utilizam-se 5 copos de água para cada copo de suco concentrado. Quantos copos de água são necessários para preparar esse refresco usando 2 copos de suco concentrado? E usando 3 copos?

18. Um campo de futebol tem a forma retangular e mede 105 m por 80 m. A área

desse campo é obtida multiplicando o comprimento pela largura.

a) Qual é a área desse campo?

b) Qual é a área de um sítio que corresponde a 14 vezes a área desse campo?

19. Uma escola de educação fundamental tem como norma colocar o mesmo número de alunos em cada classe. Essa escola tem 252 alunos matriculados em 9 classes do 6º ano. Quantos alunos há em cada classe?

20. Uma editora enviou 230 livros pra a biblioteca de uma escola. Eles foram colocados em 15 caixas, de modo que todas as caixas tivessem o mesmo número de livros. Quantos livros foram colocados em cada caixa?

21. Uma equipe de voleibol é composta de 12 jogadores, sendo 6 titulares e 6 reservas. O professor de Educação Física de um colégio dispõe de 168 alunos para organizar um torneio de voleibol. Quantas equipes, com titulares e reservas, ele vai conseguir formar?

22. Uma professora tem 354 balas para dar a seus 30 alunos. Qual é o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas, sem sobrar nenhuma pra ela?

23. Observe as divisões a seguir e determine o valor do número natural n em cada uma delas:

$$\begin{array}{r|l} a) & n & 5 \\ & & \hline & 3 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} b) & n & 15 \\ & & \hline & 9 & 21 \end{array}$$

DESAFIO:

24. Em uma divisão, o divisor é 72, o quociente é 14 e o resto é 10. Qual é o dividendo?

Etapa 04 – Potenciação

25. Represente com números as potências descritas.

- a) Base 4 e expoente 3.
- b) Base 1 e expoente 10.
- c) Base 12 e expoente 54.

26. Represente na forma de potência as multiplicações a seguir.

- a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- b) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$
- c) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 =$

27. Escreva as multiplicações correspondentes a cada potência.

- a) $4^2 =$
- a) $3^4 =$
- b) $21^6 =$
- c) $6^{10} =$

28. Represente a potência correspondente.

- a) Sete elevado à quarta potência.
- b) Zero elevado à quinta potência.
- c) A sétima potência de onze.
- d) A décima potência de dezoito.
- e) O quadrado de cinco.
- f) O cubo de dois.

29. Calcule o valor de cada potência.

- a) $2^3 =$
- b) $5^2 =$
- c) $3^3 =$
- d) $5^1 =$
- e) $3^5 =$
- f) $2^8 =$
- g) $1^{20} =$
- h) $0^{58} =$
- i) $10^5 =$
- j) $10^9 =$
- k) $17^0 =$
- l) $74^1 =$
- m) $4^4 =$
- n) $0^{154} =$

- o) $15^2 =$
- p) $598^0 =$

30. O prédio onde Sandra mora tem 4 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Para cada apartamento há 4 vagas na garagem. Qual é a quantidade de vagas na garagem desse prédio?

31. Bianca comprou três caixas de chocolates. Em cada caixa há três fileiras com três chocolates em cada uma. Sabendo que cada chocolate custou R\$ 3,00, quanto ela gastou na compra?

32. Represente geometricamente as potências abaixo:

- a) 2^2
- b) 4^2
- c) 7^2
- d) 2^3
- e) 3^3
- f) 1^3

33. Sabe-se que se elevarmos o número 5 a um expoente n , encontraremos 625. Qual é o valor do expoente n ?

34. Calcule o valor de $2^5 - 5^2$.

DESAFIO:

35. Antônio recebeu um prêmio no valor de R\$ 700,00. Clóvis recebeu um prêmio, pago durante sete dias, da seguinte forma:

- R\$ 1,00 no primeiro dia;
- R\$ 3,00 no segundo dia;
- R\$ 9,00 no terceiro dia;
- R\$ 27,00 no quarto dia e assim por diante.

Considerando o valor total, quem recebeu o maior prêmio?

APÊNDICE E – “UNO ASMDP”





A QUARTA
POTÊNCIA DE TRÊS

**A QUARTA
POTÊNCIA
DE TRÊS**

A QUARTA
POTÊNCIA DE TRÊS

3^4

3^4

3^4

81

81

81

DEZ ELEVADO
À QUINTA
POTÊNCIA

**DEZ ELEVADO
À QUINTA
POTÊNCIA**

DEZ ELEVADO
À QUINTA
POTÊNCIA

POTÊNCIA DE BASE
10 E EXPOENTE 5

**POTÊNCIA
DE BASE 10 E
EXPOENTE 5**

POTÊNCIA DE BASE
10 E EXPOENTE 5

10^5

10^5

10^5

100 000

100 000

100 000

SE $3^n = 27$, QUAL
É O VALOR DO
EXPOENTE n ?

**SE $3^n = 27$, QUAL
É O VALOR DO
EXPOENTE n ?**

SE $3^n = 27$, QUAL
É O VALOR DO
EXPOENTE n ?

3

3

3

3^1

3^1

3^1

3

3

3

$+ 2^1$

$2^1 +$

$+ 2^1$

$2^1 +$

$+ 2^1$

$2^1 +$

$+ 2^1$

$2^1 +$

$+ 2^3 - 6$

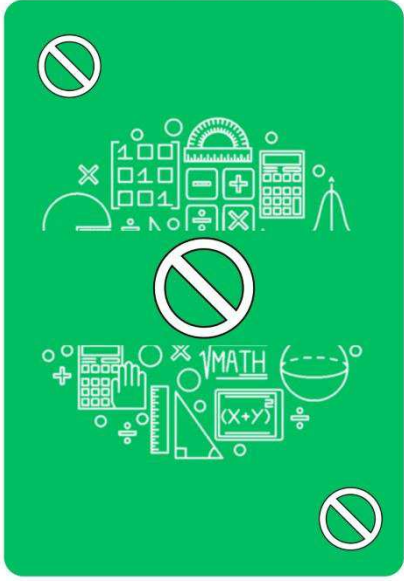
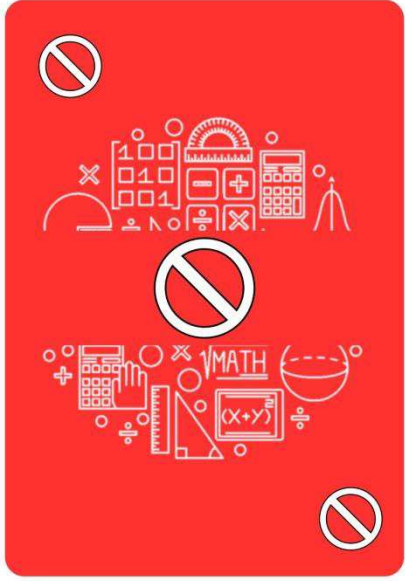
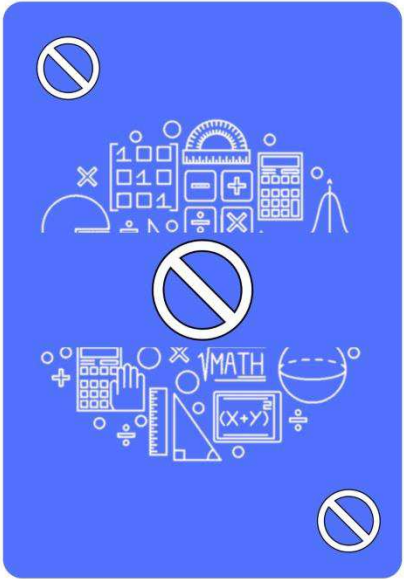
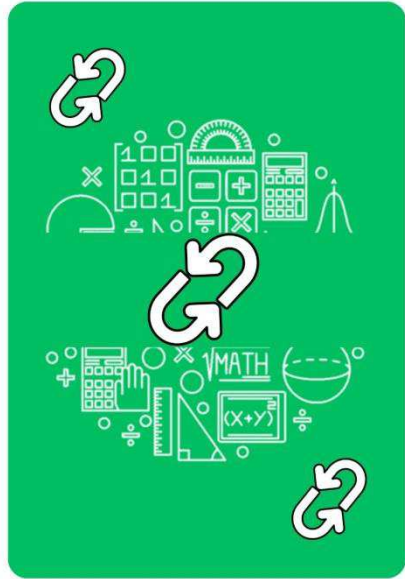
$9 - 2^3 +$

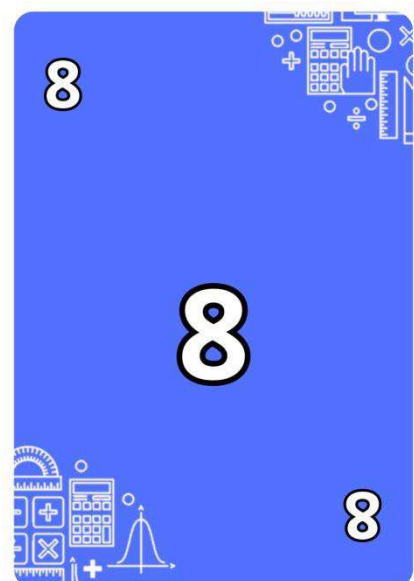
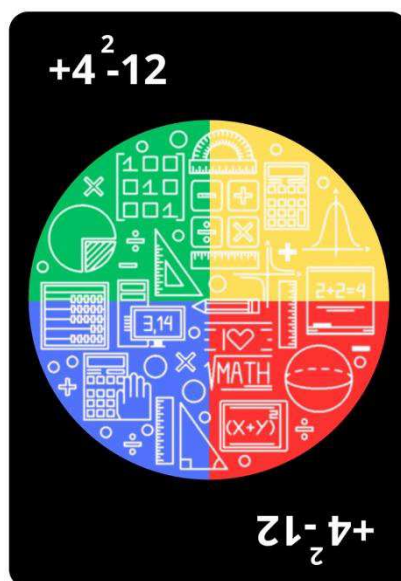
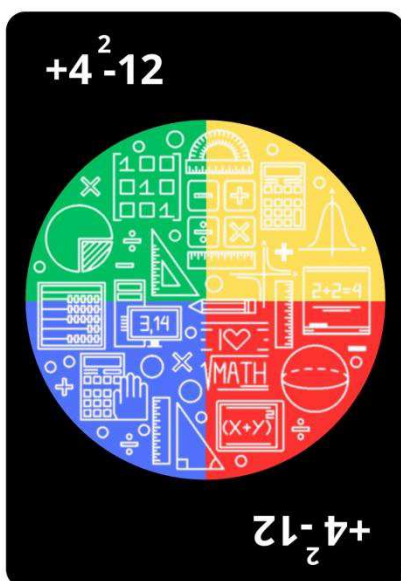
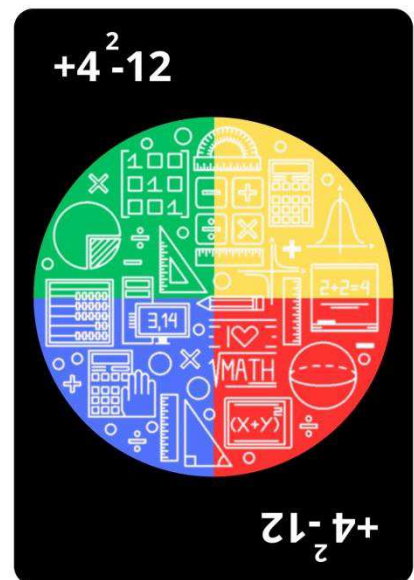
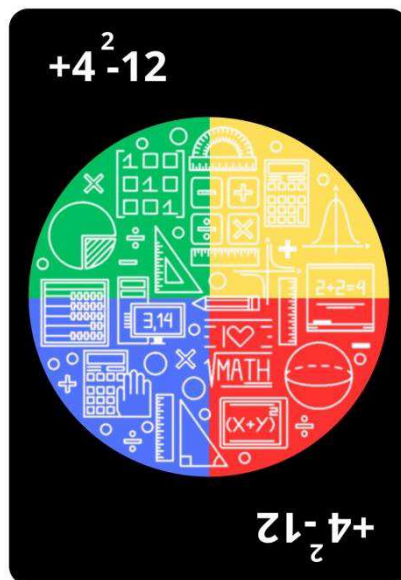
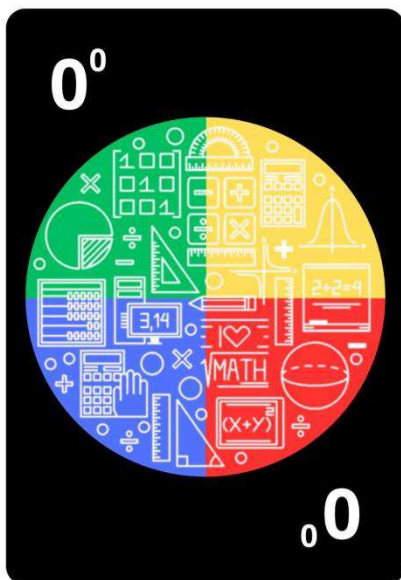
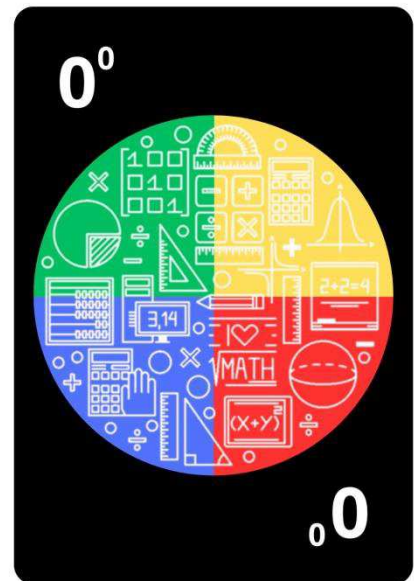
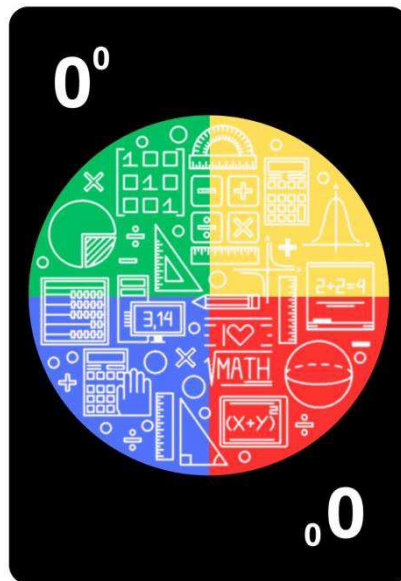
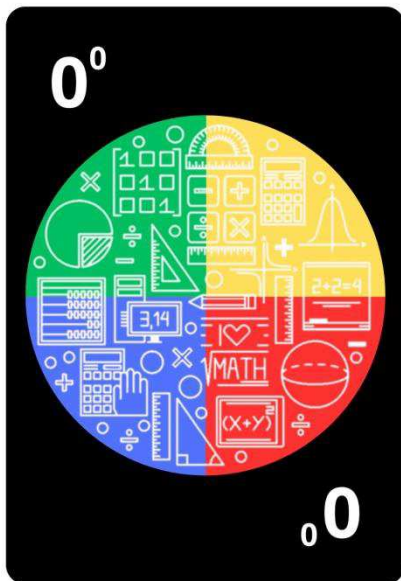
$+ 2^3 - 6$

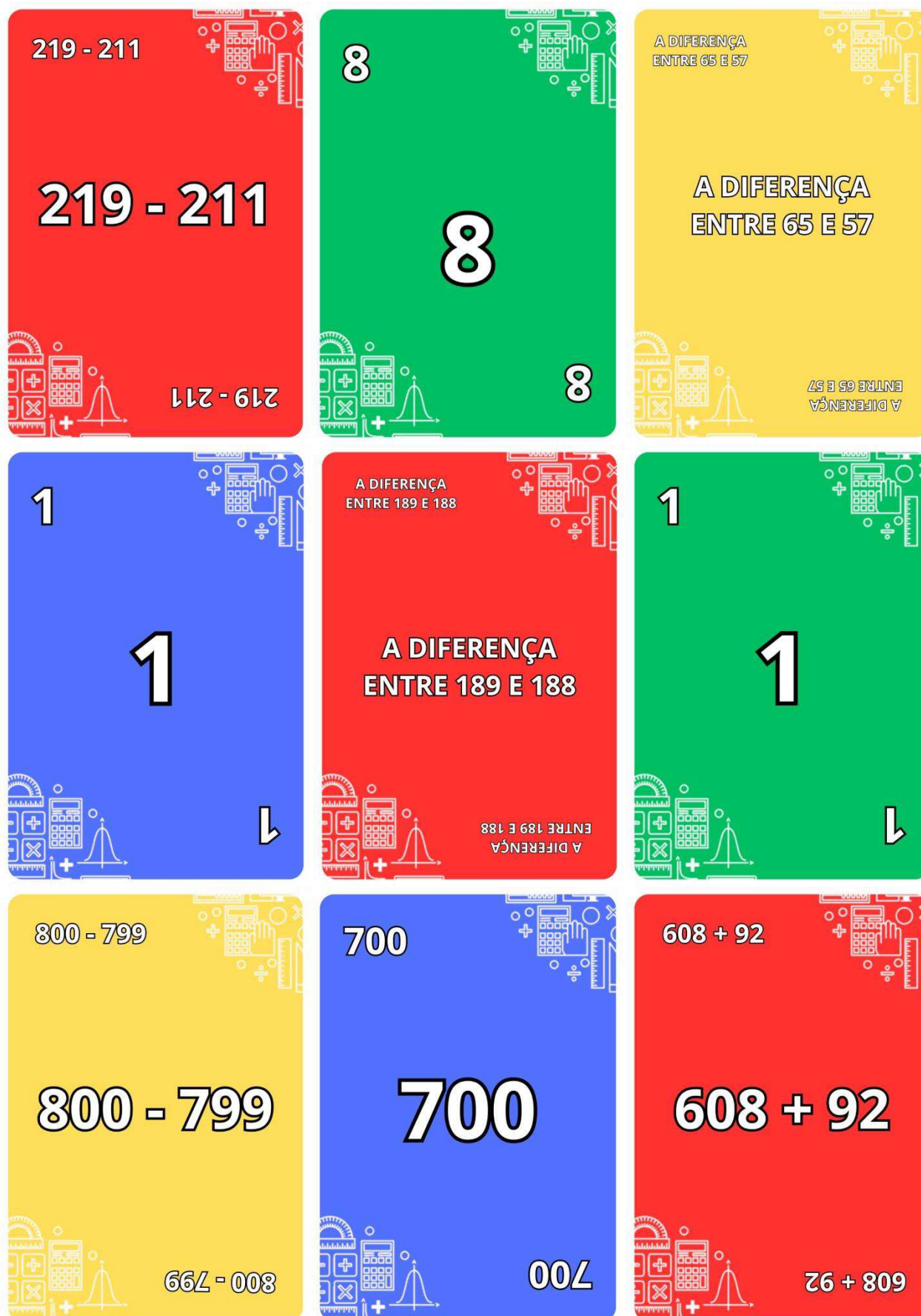
$9 - 2^3 +$

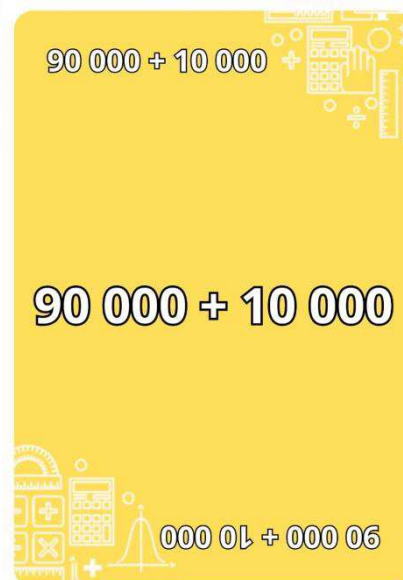
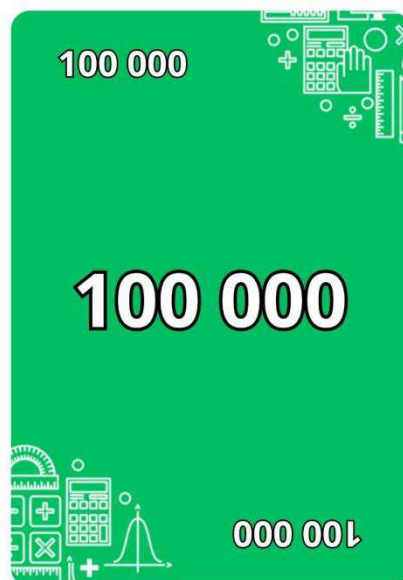
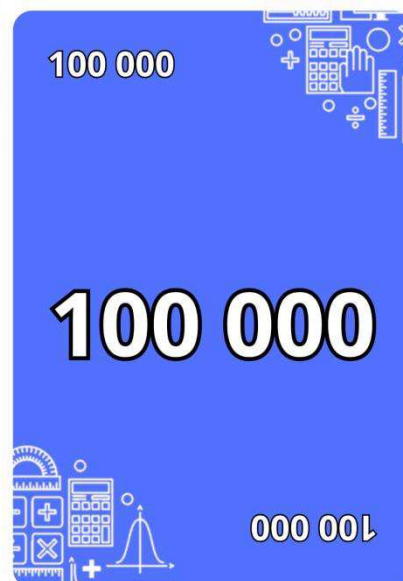
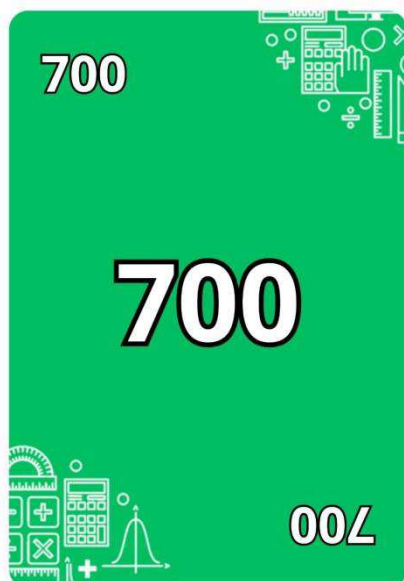
$+ 2^3 - 6$

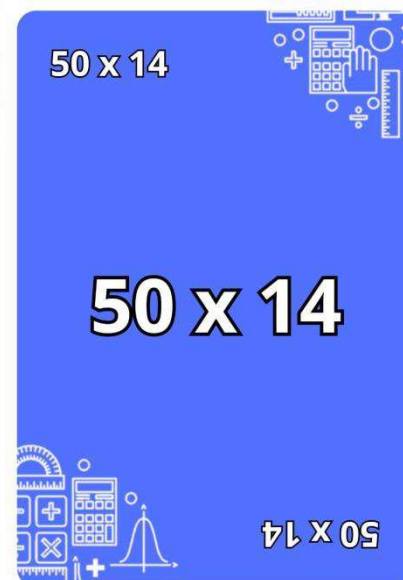
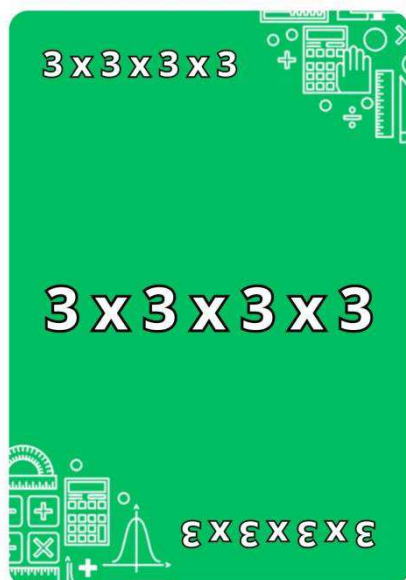
$9 - 2^3 +$











33

33

33

11 x 3

11 x 3

11 x 3

QUAL É O VALOR DO DIVIDENDO n?

$$\begin{array}{r} n \mid 5 \\ 3 \overline{) 6} \end{array}$$

QUAL É O VALOR DO DIVIDENDO n?

3 x 11

3 x 11

3 x 11

30 : 10

30 : 10

30 : 10

3

3

3

18 : 6

18 : 6

18 : 6

O QUOCIENTE ENTRE 99 E 33

O QUOCIENTE ENTRE 99 E 33

O QUOCIENTE ENTRE 99 E 33

102

102

102

816 : 8

816 : 8

816 : 8

408 : 4

408 : 4

408 : 4

102

102

102

396 : 12

396 : 12

396 : 12

33

33

33

33

33

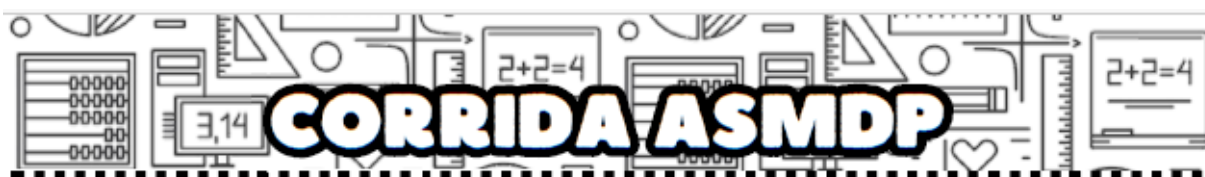
33

O QUOCIENTE
ENTRE 825 E 25

**O QUOCIENTE
ENTRE 825 E 25**

O QUOCIENTE
ENTRE 825 E 25

APÊNDICE F – “CORRIDA ASMDP”



CORRIDA ASMDP

CHEGADA

12	12	12	12	12
11	11	11	11	11
10	10	10	10	10
9	9	9	9	9
8	8	8	8	8
7	7	7	7	7

6	6	6	6	6
5	5	5	5	5
4	4	4	4	4
3	3	3	3	3
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1

APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO II

Nas questões 1 a 5, resolva as operações:

1) $159 + 753 =$

2) $8\,527 - 481 =$

3) $532 \cdot 45 =$

4) $648 \div 12 =$

5) $10^5 =$

6) No primeiro dia da colheita de uma plantação de feijão, foram colhidas 310 sacas; no segundo dia, 284 sacas; e, no terceiro dia, 189 sacas. Quantas sacas foram colhidas durante esses três dias?

7) Calcule o valor do quadrado de nove.

8) A prefeitura do município em que Yasmin vive tem um projeto de distribuição de mudas de árvores. No início do mês, foram distribuídas 327 mudas, e, nas primeiras semanas, 145 dessas mudas foram plantadas. Quantas mudas ainda não foram plantadas?

9) Em um teatro, onde há 28 fileiras com 35 cadeiras cada, é realizada uma apresentação de dança. Quantas cadeiras há nesse teatro?

10) Em um restaurante, a despesa de um grupo de 9 pessoas foi 297 reais. Sabendo que todos darão a mesma quantia para pagar a conta, determine o valor que cada um pagará.

11) Os jogos “UNO ASMDP” e “CORRIDA ASMDP” ajudaram a melhorar sua aprendizagem nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação?

() Sim, me ajudaram.

() Sim, me ajudaram em partes.

() Não.

12) Em sua opinião, qual é a importância do uso de jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática?

13) Como você avalia as atividades que foram desenvolvidas ao longo dessa pesquisa?

() Ruins.

() Regulares.

() Boas.

() Excelentes.

14) Você se sentiu motivado(a) com as atividades desenvolvidas nas últimas aulas?

() Sim, me motivou.

() Sim, me motivou em partes.

() Não.

DESAFIOS:

1. Em uma divisão, o divisor é 55, o quociente é 20 e o resto é 12. Qual é o dividendo?

2. Sabe-se que se elevarmos o número 3 a um expoente n , encontraremos como resultado 27. Qual é o valor do expoente n ?