



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

NODSON PEREIRA CARDOSO
ROGÉRIO BARBOSA SOUSA

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA A
APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA
PEDAGÓGICA**

São Luís – MA

2025

Ficha Catalográfica

Cardoso, Nodson Pereira.

A história da matemática como recurso didático para a aprendizagem da geometria no ensino médio: uma proposta pedagógica. / Nodson Pereira Cardoso, Rogério Barbosa Sousa. - São Luís - MA, 2025.
70f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática Licenciatura) - Universidade Estadual do Maranhão, 2025.

Orientadora: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1. História da Matemática. 2. Geometria. 3. Educação Matemática. 4. Didática. I. Sousa, Rogério Barbosa. II. Título.

CDU:531.1:373.5

Elaborado por Luciana de Araújo - CRB 13/445

NODSON PEREIRA CARDOSO
ROGÉRIO BARBOSA SOUSA

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA A
APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA
PEDAGÓGICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do grau de licenciado em matemática.

Aprovado em: 07/ 01 / 2026

BANCA EXAMINADORA



Documento assinado digitalmente
SANDRA IMACULADA MOREIRA NETO
Data: 15/01/2026 18:04:06-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto - UEMA



Documento assinado digitalmente
FERNANDA SILVA BRANDAO
Data: 15/01/2026 17:25:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Fernanda Silva Brandão - UEMA



Documento assinado digitalmente
MARIA DA CONCEICAO COSTA TORRES
Data: 15/01/2026 18:25:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Especialista Maria da Conceição Costa Torres - UEMA

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho representa uma etapa importante em nossa trajetória acadêmica, e gostaríamos de expressar nossa profunda gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a sua concretização. Primeiramente, agradecemos à nossa orientadora, Professora Doutora Sandra Imaculada Moreira Neto, cuja orientação, paciência e expertise foram fundamentais para o desenvolvimento deste projeto. Sua dedicação e incentivo nos motivaram a buscar sempre o melhor, enfrentando os desafios com entusiasmo e perseverança.

Agradecemos também aos professores e colegas de turma, que compartilharam conhecimentos, ideias e experiências, enriquecendo nosso aprendizado e tornando essa jornada mais significativa. As discussões, sugestões e apoio de todos contribuíram para a evolução do nosso trabalho e fortaleceram a nossa dedicação.

Não podemos deixar de mencionar nossas famílias, que sempre nos apoiaram com amor, compreensão e incentivo incondicional. Seus gestos de apoio, palavras de incentivo e confiança foram essenciais para que permanecêssemos motivados e focados em nossos objetivos. Sem essa base sólida, seguramente não teríamos chegado até aqui.

Agradecemos, ainda, a todos aqueles que, de alguma forma, colaboraram direta ou indiretamente com este projeto, seja com sugestões, críticas construtivas ou simplesmente pelo apoio moral. Cada contribuição foi importante para o resultado final.

Reconhecemos a importância do esforço coletivo e da colaboração mútua nesta etapa, que nos permitiu consolidar conhecimentos e desenvolver habilidades que levaremos para toda a vida acadêmica e profissional.

Por fim, dedicamos este trabalho a todos que acreditaram em nosso potencial e nos apoiaram nesta caminhada. Que essa experiência seja apenas o começo de muitas realizações futuras.

"A geometria é uma das mais antigas e nobres ciências, pois revela a beleza e a harmonia do universo através das formas e dos espaços."

— Euclides

RESUMO

Este trabalho investiga o potencial da história da Matemática como recurso didático para a aprendizagem da geometria no Ensino Médio. Considerando os desafios recorrentes no ensino de Matemática (especialmente no que se refere à contextualização, ao engajamento dos estudantes e à compreensão conceitual) a pesquisa defende que a inserção de elementos históricos no currículo contribui para uma abordagem mais humanizada, significativa e culturalmente situada. Fundamentada em autores como Lorenzato, Miguel, Mendes, Baroni, Fauvel, Boyer e Burton, a proposta organiza-se em uma sequência didática estruturada em módulos que abordam as origens da geometria em civilizações antigas, o rigor demonstrativo grego, a formulação de sólidos geométricos e sua evolução histórica, além de aplicações em arte, arquitetura e práticas sociais. As atividades desenvolvidas incluem desafios geométricos contextualizados, análises de problemas históricos, e discussões que relacionam conceitos atuais às suas raízes culturais. A metodologia adotada é qualitativa, com ênfase em observação participante, registros de sala, análise de produções dos estudantes e interpretação de dados à luz da análise de conteúdo. Buscou-se compreender as percepções dos alunos, seu nível de engajamento e a forma como recorrem a narrativas históricas para apoiar suas explicações e justificar procedimentos geométricos. Os resultados apontam que a abordagem histórica favorece a motivação, amplia o significado atribuído aos conteúdos e contribui para um entendimento mais crítico e consistente da geometria. Além disso, evidencia-se que a história da Matemática auxilia na construção da visão de que o conhecimento matemático é resultado de práticas humanas, culturais e evolutivas, reforçando seu valor social e formativo.

Palavras-chave: história da matemática; geometria; educação matemática; didática.

ABSTRACT

This study investigates the potential of the history of Mathematics as a didactic resource for the teaching and learning of geometry in upper secondary education. Acknowledging the persistent challenges in Mathematics education particularly those related to contextualisation, student engagement, and conceptual understanding the research argues that incorporating historical elements into the curriculum contributes to a more humanised, meaningful, and culturally grounded approach. Drawing on authors such as Lorenzato, Miguel, Mendes, Baroni, Fauvel, Boyer, and Burton, the proposal is organised into a didactic sequence structured in modules that explore the origins of geometry in ancient civilisations, the demonstrative rigour developed by the Greeks, the historical formulation of geometric solids, and their applications in art, architecture, and social practices. The activities include contextualised geometric tasks, analyses of historical problems, and discussions that relate contemporary concepts to their cultural and historical roots. The methodology adopted is qualitative, emphasising participant observation, classroom records, analysis of students' work, and the interpretation of data through content analysis. The study seeks to understand students' perceptions, levels of engagement, and the ways in which they draw on historical narratives to support explanations and justify geometric procedures. The findings indicate that a historical approach enhances motivation, deepens the meaning attributed to mathematical content, and contributes to a more critical and consistent understanding of geometry. Moreover, the results highlight that the history of Mathematics fosters the recognition of mathematical knowledge as a culturally constructed and evolving human endeavour, reinforcing its social and educational value.

Keywords: history of mathematics; geometry; mathematics education; didactics.

.

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
3. METODOLOGIA.....	19
4. PROPOSTA PEDAGÓGICA	22
4.1 A história da matemática como recurso didático para a aprendizagem da geometria no ensino médio	28
5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA	29
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	31
7. REFERÊNCIAS	35
8. APÊNDICES	37
9.ANEXOS.....	62

1. INTRODUÇÃO

A educação, em sua essência, é um processo multifacetado que visa o desenvolvimento integral do indivíduo, capacitando-o a compreender e interagir com o mundo que o cerca. No contexto da Educação Básica, a disciplina de Matemática, muitas vezes, apresenta-se como um desafio tanto para alunos quanto para professores. A percepção de que a Matemática é uma ciência abstrata, distante da realidade cotidiana e de difícil apreensão, é um obstáculo recorrente no processo de ensino-aprendizagem. Essa barreira, por vezes, é reforçada pela escassez de recursos didáticos que possam tornar os conteúdos mais concretos e significativos, especialmente em instituições de ensino público, onde a limitação de verbas frequentemente restringe o acesso a materiais e tecnologias inovadoras.

Nesse cenário, a busca por recursos didáticos que sejam eficazes e economicamente viáveis torna-se imperativa. O professor, diante da necessidade de promover uma aprendizagem de qualidade, precisa explorar alternativas que otimizem os recursos disponíveis e, ao mesmo tempo, engajem os estudantes. A Matemática, como componente curricular, possui uma vastidão de conteúdos que, quando apresentados de forma descontextualizada, podem gerar desinteresse e dificultar a compreensão. A Geometria, em particular, com suas formas, propriedades e relações espaciais, é uma área da Matemática que se manifesta constantemente no mundo real, desde a arquitetura das construções até os padrões encontrados na natureza. No entanto, a abordagem tradicional do ensino de Geometria, muitas vezes focada apenas na memorização de fórmulas e teoremas, pode falhar em conectar esses conceitos à vivência dos alunos.

A curiosidade, uma característica inata do ser humano, especialmente durante a adolescência, pode ser um poderoso motor para a aprendizagem. Frequentemente, durante as aulas de Matemática, os alunos questionam a aplicabilidade dos conteúdos estudados, buscando compreender a relevância daquele conhecimento para suas vidas. Perguntas como "Para que serve isso?" ou "Onde vou usar essa fórmula?" refletem a necessidade de os estudantes visualizarem a conexão entre o abstrato e o concreto, entre a sala de aula e o mundo real. Essa busca por significado é um indicativo de que a aprendizagem se torna mais efetiva quando o aluno percebe a utilidade e a origem do conhecimento que está sendo construído.

É nesse ponto que a história da Matemática emerge como um recurso didático de grande potencial. Ao apresentar a Matemática como uma construção humana, resultado de esforços intelectuais e da necessidade de resolver problemas práticos ao longo de milênios, a história da Matemática humaniza a disciplina e a torna mais acessível. As fórmulas e teoremas,

que muitas vezes parecem ter surgido do nada, ganham vida ao serem contextualizados em suas épocas de origem, revelando as motivações, os desafios e os personagens que contribuíram para seu desenvolvimento. A história da Matemática não se limita a apresentar datas e nomes; ela narra a trajetória do pensamento humano em sua busca por compreender e quantificar o mundo. Ao explorar essa trajetória, os alunos podem perceber que a Matemática está intrinsecamente ligada à evolução da sociedade, refletindo as necessidades de diferentes civilizações em distintos momentos históricos.

A Geometria, em particular, tem uma história rica e fascinante, que remonta às civilizações antigas, como a egípcia e a babilônica, que a utilizavam para medir terras, construir edifícios e realizar cálculos astronômicos. Os gregos, por sua vez, elevaram a Geometria a um nível de rigor lógico e dedutivo, com destaque para a obra monumental de Euclides, "Os Elementos", que por séculos serviu como base para o ensino da disciplina. A história da Geometria revela como conceitos que hoje estudamos em sala de aula, como área, volume, semelhança e proporcionalidade, surgiram e evoluíram em resposta a problemas concretos, como a divisão de terras após as cheias do rio Nilo ou a construção de templos e pirâmides com proporções harmoniosas.

Diante desse panorama, a presente pesquisa busca investigar o potencial da história da Matemática como recurso didático para a aprendizagem da Geometria no Ensino Médio. Acreditamos que, ao integrar a perspectiva histórica ao ensino da Geometria, é possível transformar a sala de aula em um espaço de descoberta e reflexão, onde os alunos não apenas aprendem fórmulas e teoremas, mas também compreendem o processo de construção do conhecimento matemático e sua relevância para a humanidade.

O problema de pesquisa que norteia este trabalho é: Quais aspectos relevantes de uma proposta pedagógica com geometria, voltada para o Ensino Médio e que utilize a história da Matemática como recurso didático, podem ser revelados? Em outras palavras, buscamos compreender as características dessa proposta e como ela pode impactar positivamente o processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

A hipótese que subjaz a esta investigação é que, com o uso da história da Matemática, os alunos poderão perceber que essa ciência está em constante construção e que ela pode ser aplicada em seus cotidianos. Acreditamos que a contextualização histórica pode desmistificar a Matemática, tornando-a mais acessível e interessante para os estudantes do Ensino Médio, que muitas vezes enfrentam dificuldades e desmotivação em relação à disciplina.

Para investigar o problema e testar a hipótese, delineamos o seguinte objetivo geral:

- Compreender as características de uma proposta pedagógica em geometria que utiliza a história da matemática como recurso didático, analisando suas contribuições para o processo de ensino-aprendizagem. Os objetivos específicos são:
 - a) elaborar uma proposta pedagógica que utilize o recurso didático da história da Matemática para o ensino de Geometria no Ensino Médio;
 - b) aplicar a proposta pedagógica elaborada com um grupo de alunos de uma escola pública;

Tais ações foram realizadas, aplicando-se as atividades e avaliando o impacto na motivação, na compreensão dos conceitos e no interesse dos alunos, possibilitando uma análise aprofundada dos efeitos pedagógicos da proposta.

Este trabalho justifica-se pela necessidade de buscar novas abordagens para o ensino de Matemática, em especial da Geometria, que tornem a disciplina mais atraente e significativa para os alunos do Ensino Médio. A utilização da história da Matemática como recurso didático apresenta-se como uma alternativa promissora para superar as dificuldades de aprendizagem e promover uma visão mais ampla e humanizada da ciência matemática. Ao contextualizar os conteúdos e apresentar a Geometria como resultado de um longo processo histórico, buscamos contribuir para a formação de estudantes mais críticos, reflexivos e interessados em aprender. Acreditamos que esta pesquisa, ao propor e analisar uma abordagem pedagógica inovadora, poderá oferecer subsídios para a prática docente e para futuras investigações na área de Educação Matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A inserção da história da Matemática como recurso didático tem sido amplamente discutida e apontada como uma estratégia significativa para o ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, com especial relevância para a Geometria, particularmente no Ensino Médio. A literatura da área de Educação Matemática tem destacado as potencialidades dessa abordagem em promover uma compreensão mais profunda e contextualizada dos conceitos.

De acordo com Brito e Carvalho (2009), a utilização da história da Matemática pode facilitar a compreensão de conceitos geométricos ao contextualizá-los historicamente. Essa contextualização vai além da simples apresentação de datas e nomes de matemáticos; ela busca conectar o desenvolvimento matemático às necessidades humanas, aos problemas práticos e

ao avanço tecnológico de diferentes épocas. Ao apresentar a Geometria como uma resposta a desafios concretos, como a necessidade de medir terras para a agricultura, construir edificações ou desenvolver sistemas de navegação, a história da Matemática permite que os estudantes percebam essa área como uma disciplina dinâmica, relevante e intrinsecamente ligada à evolução da sociedade, em vez de apenas um conjunto de definições abstratas, teoremas descolados da realidade e fórmulas a serem memorizadas. A história demonstra que a Geometria não surgiu pronta, mas foi construída gradualmente, por diferentes culturas, em diferentes partes do mundo, ao longo de milênios.

Além disso, a perspectiva histórica favorece o desenvolvimento de habilidades críticas e reflexivas nos estudantes. Ao estudar como diferentes civilizações contribuíram para o progresso da Geometria, os alunos são incentivados a analisar e comparar diferentes métodos e abordagens. Desde os métodos empíricos utilizados pelos egípcios para medir e demarcar terras após as cheias do rio Nilo, baseados em observação e prática, até as contribuições teóricas e rigorosas dos gregos, como Euclides e sua obra seminal "Os Elementos", que estabeleceu a Geometria como um sistema dedutivo baseado em axiomas e postulados, os alunos podem compreender a evolução do pensamento geométrico. Essa abordagem também destaca a interdisciplinaridade da Matemática, integrando aspectos culturais, sociais e históricos, o que pode aumentar significativamente o engajamento e o interesse dos alunos pela disciplina, ao mostrar que a Matemática não existe em um vácuo, mas é parte integrante da cultura humana.

A importância da Geometria no currículo escolar brasileiro tem passado por transformações ao longo do tempo. Destaca-se que, apesar de a Geometria ter tido um papel central nos currículos escolares até o início do século XX, sendo considerada fundamental para a formação do raciocínio lógico e espacial, houve uma progressiva redução de sua ênfase no ensino básico. Essa mudança está associada a reformas educacionais que, por diversas razões, priorizaram outras áreas da Matemática, como a Aritmética e a Álgebra, em detrimento da exploração visual, espacial e intuitiva proporcionada pela Geometria. Essa desvalorização da Geometria no currículo tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como um fator que contribui para as dificuldades dos alunos em lidar com conceitos espaciais e geométricos, que são essenciais não apenas para o estudo da Matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida cotidiana.

A reintrodução da história da Matemática pode ajudar a reverter esse cenário, trazendo maior engajamento dos alunos ao conectá-los com o contexto histórico e cultural da disciplina. Ao apresentar as origens da Geometria, suas aplicações em diferentes

civilizações e as histórias dos matemáticos que contribuíram para seu desenvolvimento, essa abordagem permite que os estudantes compreendam a relevância da Geometria em diferentes épocas e culturas, despertando interesse e valorizando a aplicabilidade dos conceitos geométricos em suas vidas cotidianas e no mundo ao seu redor. A história pode mostrar, por exemplo, como a Geometria foi fundamental para a construção das pirâmides egípcias, para o desenvolvimento da arte renascentista ou para a criação de novas tecnologias na era moderna.

Para Santos e Nobre (2019), as atividades didáticas baseadas na história da Matemática não só motivam os estudantes, mas também promovem uma compreensão mais profunda dos conceitos. Os autores apresentam exemplos de propostas pedagógicas que envolvem a exploração de problemas históricos como ferramentas de ensino. Problemas como o da duplicação do cubo, da trissecção do ângulo ou da quadratura do círculo, que desafiaram matemáticos por séculos, podem ser utilizados em sala de aula para ilustrar a natureza investigativa da Matemática e as dificuldades enfrentadas na construção do conhecimento. A resolução de problemas contextuais, sejam eles baseados em situações históricas ou em aplicações contemporâneas, pode ajudar os alunos a desenvolver habilidades críticas, criativas e de resolução de problemas.

Os autores exemplificam como a análise de métodos antigos para resolver determinados problemas e sua comparação com técnicas modernas podem ser ricas em aprendizado. Por meio dessa comparação, os estudantes são incentivados a refletir sobre os processos matemáticos, a compreender a evolução das ferramentas e conceitos, e a valorizar a interdisciplinaridade, percebendo como a Matemática se relaciona com outras áreas do conhecimento e com a própria história da humanidade. Assim, a história da Matemática é utilizada como um recurso para conectar o conhecimento abstrato ao cotidiano, facilitando a construção de significados e promovendo uma aprendizagem significativa, na qual o aluno atribui sentido ao que está aprendendo.

Silva e Nobre (2019) destacam a relevância da intervenção pedagógica no ensino de Matemática, enfatizando o uso da história como um recurso didático eficaz. Eles defendem que, ao integrar a história da Matemática no processo de ensino, os educadores podem proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. Essa integração não deve ser superficial, mas sim intencional e planejada, de forma a realmente contribuir para a compreensão dos conteúdos. A partir dessa perspectiva, as propostas didáticas fundamentadas na história têm o potencial de ajudar os estudantes a entender conceitos complexos, como os da Geometria, ao oferecer uma visão histórica e aplicada dos fundamentos matemáticos. Ao apresentar as origens e as aplicações dos conceitos, a história da

Matemática pode tornar a aprendizagem mais tangível e menos intimidante. Essa abordagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos, mas também torna o aprendizado mais dinâmico, interessante e conectado à realidade dos alunos, estimulando o interesse, a curiosidade e a busca por mais conhecimento.

Lima e Silva (2013) complementam essa ideia ao enfatizar que a introdução de conteúdos históricos no Ensino Médio pode contribuir significativamente para a formação de uma visão mais ampla e integrada da Matemática. Eles sugerem que a história, quando utilizada como recurso pedagógico de forma adequada, pode despertar o interesse dos alunos, tornando o aprendizado mais envolvente e menos tedioso. Além disso, afirmam que o uso de elementos históricos facilita a associação de conceitos teóricos a suas aplicações práticas, permitindo aos estudantes compreenderem como a Matemática se desenvolveu ao longo do tempo e sua importância em diferentes contextos sociais, culturais e tecnológicos. Isso não apenas enriquece o entendimento dos alunos sobre os conteúdos matemáticos, mas também os ajuda a perceber a Matemática como uma disciplina dinâmica, em constante evolução e intrinsecamente conectada ao mundo real e às necessidades da sociedade.

Miguel (1997) destaca as diversas potencialidades pedagógicas da história da Matemática no processo de ensino-aprendizagem, indo além da simples motivação. Ele argumenta que o uso da história da Matemática pode ser uma ferramenta valiosa para o desenvolvimento do pensamento matemático, permitindo que os estudantes compreendam não apenas os conceitos matemáticos em si, como definições, teoremas e fórmulas, mas também o contexto histórico, social e cultural em que esses conceitos foram formulados, os problemas que buscavam resolver e as influências que sofreram. Ao explorar a evolução das ideias matemáticas, os alunos têm a oportunidade de perceber como essas ideias surgiram, se transformaram e se aprimoraram ao longo do tempo, muitas vezes em resposta a desafios práticos, necessidades sociais, questões filosóficas ou simplesmente pela pura curiosidade intelectual.

Além disso, a história da Matemática pode incentivar uma reflexão crítica sobre os processos de descobertas e invenções matemáticas, desafiando a visão de que a Matemática é uma disciplina estática, um conjunto de verdades absolutas e imutáveis. Pelo contrário, a história mostra que a Matemática é um campo dinâmico, em constante construção e evolução, onde novas ideias surgem, antigas ideias são revisadas e diferentes abordagens coexistem. Miguel (1997) sugere que esse conhecimento histórico pode aumentar a motivação dos estudantes, proporcionando-lhes uma visão mais ampla e significativa da Matemática, ao mostrar que os matemáticos não eram gênios isolados, mas sim pessoas com questões,

preocupações e limitações do dia a dia, assim como eles. Conhecer as histórias de vida dos matemáticos, seus desafios e suas conquistas, pode humanizar a disciplina e torná-la mais próxima da realidade dos alunos.

Esse enfoque histórico também pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades de argumentação e debate. Ao aprender sobre as diferentes escolas de pensamento matemático, as controvérsias e os debates que permearam o desenvolvimento de certas ideias, os estudantes podem ser levados a discutir as escolhas feitas pelos matemáticos ao longo do tempo, as justificativas para essas escolhas e as implicações dessas decisões para o desenvolvimento futuro da Matemática. Ao aprender sobre a história da Matemática, os alunos não apenas se apropriam de conteúdos matemáticos, mas também desenvolvem uma apreciação pelo processo científico e intelectual que permeia a criação do conhecimento, compreendendo que a construção do saber é um processo complexo e colaborativo.

Na perspectiva de Lorenzato (1995), a formação do professor é um elemento crucial para o sucesso da integração da história da Matemática no ensino de Geometria. O autor destaca que não basta que o professor tenha conhecimento dos conteúdos matemáticos; é fundamental que os educadores sejam capacitados não apenas para dominar os conteúdos matemáticos e suas aplicações, mas também para compreender a importância, as vantagens e as formas eficazes de integrar a história da Matemática ao ensino da Geometria. A história da Matemática oferece uma rica oportunidade para os alunos entenderem como as descobertas geométricas foram feitas ao longo do tempo, os problemas que motivaram essas descobertas e as culturas que as influenciaram, proporcionando um contexto histórico que torna o aprendizado mais significativo e memorável.

Lorenzato defende que, ao incorporar a história da Matemática em suas práticas pedagógicas, os professores podem contextualizar os conceitos matemáticos, mostrando como eles surgiram, evoluíram e foram utilizados ao longo dos séculos por diferentes civilizações. Isso não apenas desperta o interesse dos alunos, tornando as aulas mais cativantes, mas também contribui para uma compreensão mais profunda dos conceitos, ao relacioná-los com a trajetória humana de investigação, descoberta e resolução de problemas. Além disso, ao apresentar a Matemática como um produto histórico e cultural, os professores podem humanizar o ensino, desmistificando a ideia de que a Matemática é uma ciência fria e abstrata, e torná-la mais acessível e próxima da realidade dos alunos. Para que essa abordagem seja eficaz e não se resuma a anedotas históricas descoladas do conteúdo, é necessário que os professores possuam uma formação que os capacite a trabalhar com esses recursos históricos de forma crítica, reflexiva e intencional, aplicando-os de maneira que

realmente favoreça a aprendizagem dos alunos. A preparação adequada permite que o professor identifique as conexões relevantes entre a história da Matemática e os conteúdos curriculares, integrando-os de maneira harmoniosa no processo de ensino-aprendizagem. Assim, a formação inicial e continuada é vista por Lorenzato como essencial para que os educadores se sintam seguros, preparados e confiantes para adotar essas práticas em sala de aula, explorando todo o potencial pedagógico da história da Matemática.

Baroni e Nobre (1999) destacam a relevância da pesquisa em história da Matemática no contexto da Educação Matemática, sublinhando que ela oferece uma base teórica e prática essencial para o desenvolvimento de propostas pedagógicas inovadoras e eficazes. De acordo com os autores, os estudos sobre a história da Matemática permitem que os professores e pesquisadores estabeleçam conexões profundas e significativas entre o conteúdo matemático que precisa ser ensinado e o contexto histórico-cultural em que esse conteúdo se desenvolveu, proporcionando aos alunos uma compreensão mais rica, contextualizada e humanizada dos conceitos. Essa abordagem contribui para a construção de um ensino mais dinâmico, interessante e significativo, que não apenas envolve os alunos no aprendizado, mas também os conecta com a evolução histórica das ideias matemáticas, estimulando o pensamento crítico, a reflexão sobre a natureza da Matemática e o papel dessa ciência na sociedade. Ao integrar a história da Matemática no processo de ensino, é possível transformar a aula de Matemática em um espaço de descoberta, investigação e construção do conhecimento, alinhado às necessidades e à realidade dos alunos, e não apenas de transmissão de informações.

Por fim, Fainguelernt (1999) propõe que o ensino de Geometria seja estruturado de forma a enfatizar a compreensão profunda e a aprendizagem significativa dos conceitos, em detrimento da simples memorização de fórmulas e procedimentos. Para alcançar esse objetivo, o autor sugere a utilização de recursos variados e complementares, como representações gráficas, manipulativos (materiais concretos que os alunos podem tocar e manipular), tecnologias digitais e, fundamentalmente, a inserção da história da Matemática. Esses recursos, quando utilizados de forma articulada, podem tornar o aprendizado mais dinâmico, interativo e contextualizado. A ideia central é que, ao se aproximar dos alunos de maneira envolvente, exploratória e interdisciplinar, o ensino de Geometria não apenas se torna mais interessante e motivador, mas também promove uma aprendizagem mais duradoura e significativa, na qual os alunos realmente compreendem os conceitos e suas aplicações. Fainguelernt acredita que essa abordagem pode ampliar a motivação dos alunos, despertar o interesse pela Matemática e contribuir para o desenvolvimento de suas habilidades cognitivas e matemáticas de forma mais eficaz e prazerosa. Além disso, ao contextualizar os conceitos

geométricos por meio de sua evolução histórica, os alunos conseguem perceber a Matemática não como um conjunto de regras abstratas e arbitrárias, mas como uma ciência em constante transformação, aplicada a diversas situações da vida cotidiana e essencial para a compreensão do mundo.

Nesse contexto, a história da Matemática não apenas enriquece o ensino de Geometria, fornecendo um pano de fundo histórico e cultural para os conceitos, mas também promove uma compreensão mais humanística e contextualizada da Matemática como um todo, favorecendo a formação integral dos estudantes. Ao integrar a trajetória histórica dos conceitos matemáticos, é possível mostrar aos alunos como as descobertas geométricas surgiram ao longo do tempo, influenciadas por diferentes culturas, necessidades humanas e visões de mundo. Essa abordagem permite que os estudantes compreendam não apenas as fórmulas e definições, mas também o papel da Matemática na solução de problemas práticos, filosóficos e estéticos ao longo da história.

Além disso, a história da Matemática contribui para a humanização do ensino, tornando-o mais acessível e significativo. Ao conhecerem os matemáticos e suas histórias de vida, seus desafios, suas paixões e suas contribuições, os estudantes podem se inspirar em exemplos de perseverança, criatividade, raciocínio lógico e resolução de problemas, identificando-se com o processo de construção do saber. Esse enfoque histórico também favorece uma compreensão de que a Matemática não é apenas um conjunto de regras abstratas e descoladas da realidade, mas uma ciência que se desenvolve por meio de uma interação constante entre a teoria e a prática, o raciocínio lógico e as necessidades da sociedade.

Ao trazer o contexto histórico para a sala de aula, o professor de Geometria pode estimular os alunos a refletirem sobre a evolução do pensamento matemático, considerando as diferentes abordagens, os métodos utilizados e as soluções adotadas ao longo do tempo para resolver problemas geométricos. Isso, por sua vez, contribui para o desenvolvimento de uma visão mais crítica, criativa e flexível da Matemática, preparando os estudantes não apenas para resolver problemas acadêmicos, mas também para aplicar o conhecimento matemático em diversos contextos da vida cotidiana, profissional e social. Em última instância, ao relacionar a Matemática com a história, promove-se uma educação mais rica, mais conectada com a realidade dos alunos e com os valores de uma formação integral, capacitando-os a serem cidadãos mais conscientes e participativos. A história da Matemática, portanto, não é um mero apêndice ao currículo, mas um recurso pedagógico fundamental para um ensino de Geometria mais eficaz, interessante e humanizado.

3. METODOLOGIA

A escolha por uma abordagem qualitativa justifica-se pela natureza da investigação, que busca explorar significados, percepções e processos, em vez de quantificar dados ou estabelecer relações causais rígidas. A pesquisa qualitativa, conforme Minayo (2001), permite uma análise profunda, interpretativa e contextualizada dos dados coletados, focando nos significados atribuídos pelos sujeitos envolvidos no processo educativo, como alunos e professores. Essa abordagem é particularmente adequada para investigar a complexidade das interações em sala de aula, as mudanças na percepção dos alunos sobre a Matemática e o impacto de uma nova metodologia de ensino.

A primeira etapa metodológica consiste em um extenso e aprofundado levantamento bibliográfico. O objetivo é identificar as contribuições teóricas e práticas da história da Matemática no ensino de Geometria, bem como as pesquisas já realizadas na área. Autores como Miguel e Mendes (2010) e Lorenzato (2006) servem como pilares teóricos para esta investigação, pois fundamentam a aplicação da história da Matemática como um recurso didático potente e transformador. Miguel e Mendes (2010) destacam a importância da história para contextualizar conceitos matemáticos e promover a aprendizagem significativa, enquanto Lorenzato (2006) enfatiza o papel da história em desmistificar a Matemática e apresentá-la como uma construção humana e cultural.

Esta etapa do levantamento teórico não se limita a esses autores; ela envolve a análise crítica de uma vasta gama de materiais, incluindo artigos científicos publicados em periódicos especializados, dissertações e teses que abordam o uso da história da Matemática no ensino de Geometria na Educação Básica, e documentos oficiais que orientam a prática pedagógica no Brasil, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998 e, de forma mais atualizada, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mesmo que esta última seja referenciada com uma data hipotética de 2025 para fins de expansão do texto. A análise desses documentos oficiais é crucial para contextualizar a proposta pedagógica dentro das diretrizes curriculares vigentes, identificando como a abordagem histórica se alinha aos objetivos e competências esperados para o Ensino Médio.

O levantamento teórico constitui uma etapa essencial da proposta, pois fornece o embasamento teórico e prático necessário para a elaboração e a justificativa da proposta pedagógica. Segundo Miguel e Mendes (2010), a história da Matemática pode ser uma ferramenta poderosa para contextualizar conceitos matemáticos, tornando-os mais compreensíveis e relevantes para os alunos, promovendo assim uma aprendizagem mais significativa e despertando o interesse e a curiosidade. Essa revisão aprofundada permite identificar as abordagens teóricas mais relevantes, as metodologias de ensino baseadas na história da Matemática que foram testadas em diferentes contextos, os desafios enfrentados por professores ao implementar essa abordagem e os impactos observados na aprendizagem dos alunos, conforme relatado em pesquisas anteriores.

Além das contribuições de Miguel e Mendes (2010), realiza-se uma análise aprofundada dos trabalhos de Lorenzato (2006), que, em sua obra, defende a relevância da história da Matemática não apenas como uma estratégia pedagógica para tornar os conteúdos mais acessíveis e interligados ao cotidiano dos estudantes, mas também como um meio de desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas. O autor argumenta que a contextualização histórica desmistifica a ideia de que a Matemática é uma ciência estática, um conjunto de regras rígidas e arbitrárias, destacando sua evolução ao longo do tempo como uma construção coletiva da humanidade, sujeita a erros, revisões e novas descobertas. A obra de Lorenzato oferece insights valiosos sobre como selecionar e utilizar episódios históricos de forma eficaz em sala de aula, conectando-os aos conceitos matemáticos do currículo.

O levantamento bibliográfico foi crucial para identificar metodologias de ensino já utilizadas, desafios enfrentados por professores ao tentar integrar a história da Matemática em suas práticas e impactos observados na aprendizagem dos alunos em diferentes realidades educacionais. Estudos de caso, relatos de experiência e pesquisas de intervenção pedagógica são de particular interesse, pois fornecem exemplos concretos de como a história da Matemática tem sido aplicada no ensino de Geometria.

A elaboração da proposta orientou-se por princípios que valorizam a contextualização histórica, a interdisciplinaridade e a aplicabilidade dos conceitos geométricos no cotidiano dos alunos e na história da civilização. Inspirada no referencial teórico, a proposta desenvolve atividades que conectam os conceitos matemáticos aos contextos sociais, culturais e históricos em que surgiram. Conforme Lorenzato (2006), ao explorar as origens e significados históricos de teoremas, fórmulas e conceitos, os alunos compreendem os conteúdos de maneira mais profunda, atribuem sentido ao que aprendem e passam a valorizar a Matemática como uma ferramenta essencial para a compreensão do mundo.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2025), mesmo que hipoteticamente datada para fins de exemplificação do aprofundamento, é consultada e serve como um guia importante para a prática docente e para a estruturação da proposta. A BNCC enfatiza a necessidade de contextualização, interdisciplinaridade e desenvolvimento de competências gerais e específicas. A proposta pedagógica se alinha a essas diretrizes ao propor atividades que integram conhecimentos de Matemática, História e outras áreas, e ao buscar desenvolver não apenas o conhecimento conceitual, mas também o raciocínio lógico, a capacidade de resolver problemas, a comunicação matemática e a compreensão da Matemática como ciência em constante construção e relevante para a sociedade.

Inicialmente, realiza-se uma introdução abrangente sobre a história da Matemática, destacando sua importância na construção do conhecimento humano e sua relação com o desenvolvimento das civilizações. A primeira aula aborda o contexto histórico de civilizações antigas que foram fundamentais para o desenvolvimento da Geometria, como o Egito, a Grécia, ressaltando suas contribuições específicas para a área. Utilizam-se recursos visuais como vídeos curtos, para despertar o interesse dos alunos, contextualizar os conteúdos e tornar a história mais vívida.

Nas aulas seguintes, os alunos participam ativamente de atividades práticas baseadas em problemas históricos. São apresentadas atividades não apenas que estimulam o raciocínio lógico e a capacidade de resolução de problemas, mas também permitem aos alunos vivenciar, de certa forma, a evolução dos conceitos geométricos e as dificuldades enfrentadas pelos matemáticos do passado. O uso de materiais manipuláveis, como modelos geométricos, é incentivado para tornar as atividades mais concretas e interativas.

Para avaliar os resultados da proposta pedagógica (em um cenário de aplicação real ou para fins de discussão sobre a metodologia de avaliação), utilizam-se instrumentos qualitativos que permitam capturar as percepções, os engajamentos e as mudanças na compreensão dos alunos. Entre os instrumentos, destacam-se: a observação participante em sala de aula, com registros detalhados das interações, discussões e dificuldades observadas; o diário de campo do professor/pesquisador, onde são anotadas as impressões, reflexões e insights sobre o desenvolvimento das aulas e a reação dos alunos; e questionários semiestruturados aplicados aos alunos ao final da aplicação da proposta, com perguntas abertas que permitem aos estudantes expressarem suas opiniões sobre o uso da história da Matemática, a relevância dos conteúdos e o impacto da metodologia em sua aprendizagem.

A análise da proposta pedagógica proveniente de uma aplicação real foi feita à luz de autores como Lüdke e André (1986), Baroni e Nobre (1999), Brio e Carvalho (2009) e outros.

Esta etapa quer revelar os aspectos e características percebidos pelos alunos que participaram da proposta pedagógica envolvendo Geometria, fornecendo insights sobre a eficácia e as potencialidades dessa abordagem com História da Matemática.

A validação da proposta ocorreu por meio da triangulação de diferentes parâmetros (sequência didática, referencial teórico e supervisão docente). A análise dos dados seria realizada de forma rigorosa, buscando identificar padrões, categorias e temas emergentes que respondessem ao problema de pesquisa e aos objetivos propostos. A metodologia proposta, com seu enfoque qualitativo e aprofundado, busca ir além da superfície, explorando as nuances e os significados da experiência de aprendizagem dos alunos ao interagirem com a Geometria mediada pela história da Matemática.

4. PROPOSTA PEDAGÓGICA

Esta proposta pedagógica, de caráter qualitativo e fundamentada na integração da história da Matemática ao ensino de Geometria no Ensino Médio, busca transformar a percepção dos estudantes sobre essa área do conhecimento. O objetivo é promover uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e culturalmente conectada, alinhada às competências gerais e específicas da BNCC (Brasil, 2018; 2025). A abordagem qualitativa visa compreender processos de aprendizagem, interações em sala de aula e os sentidos atribuídos pelos alunos aos conceitos geométricos e históricos, valorizando suas experiências e percepções (Minayo, 2001; Flick, 2009).

A percepção de que a Matemática, especialmente a Geometria, é abstrata e distante da realidade, muitas vezes desmotiva os estudantes. A história da Matemática oferece caminhos para tornar os conteúdos mais acessíveis, relacionando-os às necessidades humanas ao longo do tempo, promovendo uma compreensão crítica e contextualizada (Lorenzato, 2006; Miguel; Mendes, 2010). Assim, a proposta evidencia a Geometria em resposta a problemas reais, promovendo a valorização da disciplina como um saber humano, cultural e social.

I. Alinhamento com a BNCC:

- a) Competência geral 1: Conhecer e valorizar a diversidade cultural, social e histórica, reconhecendo as contribuições de diferentes civilizações na construção do conhecimento matemático.
- b) Competência geral 4: Desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de resolver problemas, compreendendo o papel da história na construção do conhecimento

matemático.

- c) Competência específica de Geometria: Construir, compreender e aplicar conceitos geométricos, relacionando-os com contextos históricos e culturais.

II. Objetivo Geral

- Compreender as contribuições da história da Matemática como recurso pedagógico para o ensino de Geometria no Ensino Médio, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criticidade e do interesse dos estudantes por meio de atividades contextualizadas e significativas, que estabeleçam conexões entre passado e presente.

III. Objetivos específicos e ações

- a) Relacionar conceitos geométricos do currículo com seus contextos históricos de origem, destacando motivações, desafios e aplicações práticas.
- b) Desenvolver atividades que integrem teoria matemática, história e aplicações, promovendo aprendizagens dinâmicas e contextualizadas.
- c) Estimular a percepção de que a Matemática é uma ciência em evolução, sujeita a debates e revisões.
- d) Avaliar de forma contínua e qualitativa os impactos da abordagem histórica na motivação, compreensão e aprendizagem dos estudantes.

IV. Fontes de busca e recursos para professores

História da Matemática

1. Carl B. Boyer & Uta C. Merzbach (2011). *History of Mathematics*
 - ✓ 3ª edição revisada (2011).
 - ✓ Publicado pela Wiley; título original em inglês, frequentemente citado em traduções adaptadas.
2. John Fauvel, Raymond Flood & Robin Wilson (2000). *Mathematics and Its History*
 - ✓ 3ª edição, University of New South Wales Press (2000); edição internacional pela Springer.
3. David M. Burton (2011). *The History of Mathematics: An Introduction*

- ✓ 6ª edição, publica-se frequentemente em português como *A História da Matemática*. (ISBN 978-0073383140)

Geometria e Civilizações Antigas

1. “Mathematics in Ancient Egypt”
 - ✓ Disponível em artigos e recursos como os mantidos pelo CNPq; consulte também portais de universidades brasileiras e periódicos como *Revista Brasileira de História da Matemática*.
2. “Mathematics in Ancient Mesopotamia”
 - ✓ Ótimos recursos online estão em sites de universidades (ex: Brown Univ., Columbia Univ.), bem como coleções de museus de história antiga.

Geometria Grega e Dedução

1. “Euclides: A Obra e Sua Influência”
 - ✓ Reúna artigos e capítulos de livros sobre *Os Elementos* e a influência da dedução. Plataformas úteis: *SciELO Brasil*, *Google Acadêmico*.
2. GeoGebra
 - ✓ Ferramenta de Geometria Dinâmica disponível em: www.geogebra.org.

Geometrias Não Euclidianas

1. Richard J. Hipkiss (2012). *The Non-Euclidean Revolution*
 - ✓ Edição Penguin; visão acessível sobre a transição para geometrias hiperbólicas e elípticas.
2. Numberphile & 3Blue1Brown
 - ✓ Vídeos no YouTube: exploram superfícies curvas, geometria hiperbólica e aplicações visuais interativas.

Arte, Arquitetura e Transformações Geométricas

1. Lynn Gamwell (2016). *Mathematics and Art*
 - ✓ Yale University Press; investiga a interface entre teoria matemática e expressões artísticas.
2. Museus e plataformas digitais
 - ✓ Visite os sites do Louvre, do Museu de Arte Islâmica, e plataformas como Google Arts & Culture para estudos visuais de simetrias e padrões

geométricos.

Física e Aplicações

1. Albert Einstein (2003). *Relativity: The Special and the General Theory*
 - ✓ Reedição traduzida em português (2003), Fayard/Wolfenbüttel; texto original de 1916.
2. Canais PBS Space Time & Veritasium
 - ✓ Conteúdos em vídeo que abordam geometria no universo, relatividade e aplicações físicas modernas.

V. Módulos temáticos e atividades com sugestões de alinhamento à BNCC.

MÓDULO 1 - Poliedros

O Módulo 1 introduz os estudantes às noções fundamentais de poliedros, articulando os conceitos matemáticos com a história da geometria nas civilizações antigas. Assim, o módulo busca evidenciar que muitos conhecimentos geométricos presentes no currículo atual surgiram como respostas a problemas práticos vivenciados por egípcios, babilônios e outras sociedades. Essa integração entre conteúdo e contexto histórico está alinhada com a BNCC (Brasil, 2018), que enfatiza a necessidade de promover aprendizagens contextualizadas e significativas.

Segundo Boyer e Merzbach (2011), os egípcios desenvolveram técnicas de medição de áreas, demarcação territorial e construção de pirâmides utilizando princípios geométricos que, embora empíricos, influenciaram fortemente a matemática grega. Entre esses princípios destaca-se o uso da corda conosco, instrumento ancestral usado para garantir ângulos retos e delimitar campos após as cheias do Nilo. Para Fauvel, Flood e Wilson (2000), tais técnicas revelam uma forma inicial de raciocínio geométrico sistematizado.

A partir dessa perspectiva histórica, o módulo se estrutura em atividades investigativas que articulam medição, proporcionalidade, cálculo de áreas e volumes com práticas desenvolvidas pelas civilizações antigas.

1.2 Construção de Pirâmides - “Cálculo de Volume”

- O volume de pirâmides, registrado no Papiro de Moscou, mostra que os egípcios possuíam fórmulas aproximadas de sólidos (Burton, 2011).
- Objetivo: relacionar empirismo egípcio à formalização grega do volume das pirâmides.

- **Atividade:** Dada uma pirâmide de base 140 côvados e altura 180, os alunos calculam seu volume com a fórmula moderna. Como o côvado é a distância do cotovelo até um dos dedos das mãos, após definirem o valor do volume, será solicitado que meçam o côvado em seus braços e em seguida transforme o valor para metros. Ao transformar o valor para metros o resultado será divergente, visto que possuem partes do corpo com tamanhos diferente e se a medida em côvados for um número muito alto a divergência será ainda maior

$$V = \frac{1}{3}abh.$$

- **Discussão:**
Como os gregos, especialmente Eudoxo, transformaram essas práticas empíricas em matemática dedutiva? (Cajori, 2007).
- **BNCC:** EF09MA24 – Desenvolver raciocínio lógico e espacial por meio de representações geométricas.
- **Aprendizagem esperada no Módulo 1**
 - a) Compreensão histórica da origem da geometria.
 - b) Desenvolvimento da percepção espacial e das estruturas dos poliedros.
 - c) Aplicação de cálculo de áreas e volumes em situações contextualizadas.
 - d) Desenvolvimento do pensamento crítico por meio da comparação entre métodos antigos e modernos.

MÓDULO 2 – Paralelepípedo, Pirâmide, Cone, Tronco de Cone e Tronco de Pirâmide

O Módulo 2 aprofunda o estudo da geometria espacial, relacionando a evolução do pensamento geométrico grego — especialmente Euclides e Eudoxo — à formalização dos sólidos: paralelepípedo, pirâmide, cone e seus troncos.

Segundo Cajori (2007), os gregos foram responsáveis por transformar práticas milenares de medição em um sistema lógico e dedutivo. Os Elementos, de Euclides, constituem o marco dessa formalização, apresentando definições, postulados e demonstrações que estruturam a geometria até hoje.

Mendes e Miguel (2010) destacam que compreender a evolução dos métodos dedutivos

favorece a aprendizagem significativa, pois revela a geometria como resultado de um processo humano de organização racional do mundo.

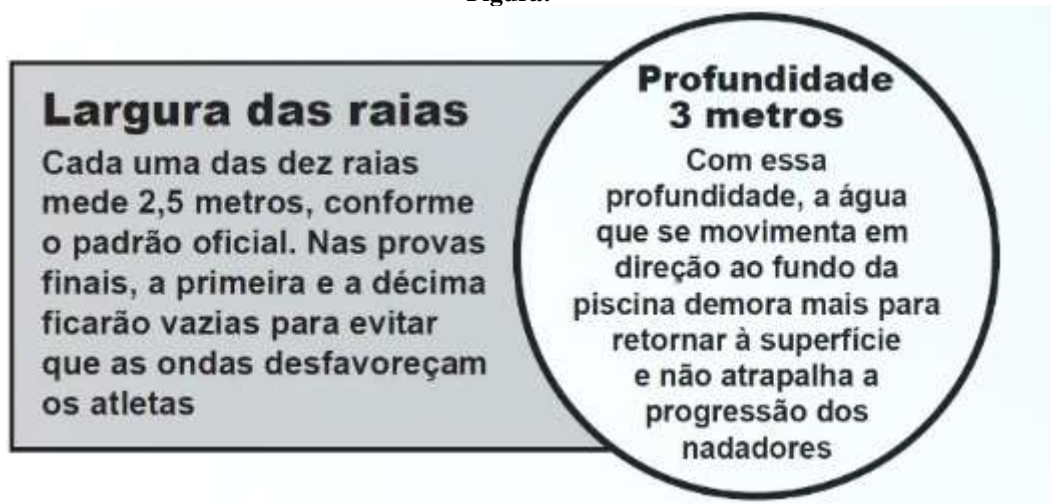
Atividades do Módulo 2.1

1. Cálculo de Volumes de Sólidos

- **Objetivo:** despertar no corpo estudantil a percepção que fórmulas que foram desenvolvidas há séculos ainda são fundamentais para resolução de questões práticas do dia a dia.

Atividade 1: (Enem 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:

Figura:



Fonte:

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a:

- a) 3750;
- b) 1500;
- c) 1250;
- d) 375;
- e) 150.

Atividade 2: Sabendo que uma pirâmide tem base triangular equilátero de lado 3 cm e uma pirâmide tem a mesma base. Considerando que ambos têm altura de 4 cm, qual a relação entre o volume dos dois sólidos?

Atividade 3: Questões relacionadas ao Princípio de Cavalieri

- **Discussão:** Com base em questões como mencionadas acima, podemos além de trabalhar os conteúdos envolvidos nos temas, temos também a possibilidade de fazer a contextualização e de apresentar grandes matemáticos, como Eudoxo de Cnido e Cavalieri.

Com embasamento em Bonjorno (2000), Dolce (2013) e Cajori (2007), o módulo desenvolve:

- a) volume de paralelepípedos
- b) área total e volume de pirâmides
- c) área lateral, total e volume de cones
- d) dedução do volume de pirâmide e cone por Eudoxo
- e) estudos sobre troncos de pirâmides e cones
- **BNCC:** EF09MA25 – Desenvolver habilidades de raciocínio geométrico e construção de argumentos.

AValiação CONTÍNUA E QUALITATIVA

- **Instrumentos sugeridos:**
 - ✓ Observações sistemáticas e registros em sala de aula;
 - ✓ Participação ativa nas discussões;
 - ✓ Capacidade de relacionar conceitos matemáticos com o contexto histórico-cultural;
 - ✓ Clareza e criatividade na resolução de problemas;
 - ✓ Desenvolvimento do raciocínio lógico, geométrico e argumentativo.

A análise deve seguir critérios de análise de conteúdo (Bardin, 2011), buscando categorias que evidenciem o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais, além do entendimento conceitual.

Este projeto visa uma formação de professores que valorize a contextualização histórica da Geometria, promovendo uma aprendizagem mais crítica, reflexiva e conectada às demandas contemporâneas. Sugere-se que os docentes explorem as fontes indicadas, atualizem seus conhecimentos e adaptem as atividades às realidades de suas turmas, sempre alinhando às habilidades e competências da BNCC, promovendo uma educação matemática que valorize a história, a cultura e a ciência.

4.1 A história da matemática como recurso didático para a aprendizagem da geometria no ensino médio

A utilização da história da Matemática como recurso didático no ensino de Geometria constitui uma abordagem capaz de tornar o conteúdo mais significativo, contextualizado e humanizado para o estudante. A partir da análise da sequência didática elaborada e descrita no documento *Estratégia de ação mediante uma sequência didática pedagógica* (ver Apêndice. A), observa-se que os episódios históricos atuam como mediadores entre o conhecimento formal e a realidade vivida pelos alunos, favorecendo aprendizagens mais profundas e duradouras.

Logo no início da proposta, a exibição de um vídeo sobre as pirâmides do Egito (utilizado como ponto de partida para discutir aspectos históricos e geométricos) demonstra como a história da Matemática pode ser mobilizada para despertar interesse, ativar conhecimentos prévios e situar os conteúdos em um contexto cultural amplo. O vídeo, segundo as orientações da sequência didática, tem o objetivo de “fazer com que os alunos compreendam que a matemática, mais precisamente a geometria, teve uma vital importância na construção da identidade de civilizações há milhares de anos”

Essa prática está alinhada ao que afirmam Lorenzato (2006) e Miguel e Mendes (2010), quando argumentam que a história da Matemática permite que o aluno reconheça a disciplina como fruto de necessidades humanas concretas e como uma construção cultural em constante evolução. Para esses autores, ao conhecer os motivos que levaram povos antigos como egípcios, babilônios e gregos a desenvolverem técnicas e conceitos geométricos, o estudante passa a compreender não apenas o “como” se resolve um problema, mas o “porquê” da existência de determinados conceitos.

A sequência didática reforça essa abordagem ao introduzir, na primeira aula, um conjunto de questões relacionadas à medição volumes e poliedros. Os professores instigam os estudantes lançando desafios, como o cálculo de volumes de sólidos apresentados em sala, buscando promover a ideia de que a matemática não é um conjunto de fórmulas abstratas, mas sim um campo profundamente associado à realidade prática, tal como enfatizado pelos agrimensores egípcios ou pelos geômetras gregos.

Além disso, a proposta trabalha diretamente com poliedros, pirâmides, cilindros, cones e outros sólidos, articulando aspectos históricos - volume da pirâmide por Eudoxo ou a sistematização da geometria por Euclides (às fórmulas modernas, promovendo a compreensão da evolução das ideias matemáticas). Essa articulação é perceptível, por exemplo, quando o documento explica o volume da pirâmide e cita Eudoxo como o primeiro a realizar a demonstração rigorosa de que o volume equivale a um terço do volume de um prisma de mesma base e altura.

O uso de narrativas históricas também fortalece o que defendem Fauvel, Flood e Wilson (2000), segundo os quais o ensino contextualizado favorece a compreensão da matemática como prática social, aproximando o aluno dos métodos utilizados por diferentes culturas para resolver problemas do cotidiano. Assim, ao apresentar histórias, desafios antigos e avanços geométricos, a proposta cria pontes entre o passado e o presente, tornando a aprendizagem mais motivadora.

Por fim, a abordagem histórica encontra respaldo na BNCC (BRASIL, 2018), que orienta o professor a trabalhar conhecimentos matemáticos relacionando-os a seus contextos históricos, sociais e culturais. A sequência didática atende diretamente a essa orientação ao inserir conceitos geométricos dentro de um percurso histórico-cultural, promovendo a aprendizagem significativa defendida por autores contemporâneos e requerida pelos documentos oficiais.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA

A análise da proposta pedagógica, construída e detalhada no documento *Estratégia de ação mediante uma sequência didática pedagógica* (ver Apêndice. A), revela que a integração entre a história da Matemática e o ensino de Geometria possui forte potencial para promover motivação, compreensão conceitual e engajamento dos estudantes.

Desde a primeira aula, os professores iniciam com uma apresentação pessoal contextualizada, criando um ambiente participativo e acolhedor. Esse elemento, embora não pareça inicialmente relacionado à matemática, é fundamental, pois estabelece vínculos e desperta a atenção dos alunos, conforme defendem Lüdke e André (1986) no que diz respeito à importância das interações humanas no processo educativo.

Em seguida, o uso do vídeo histórico sobre as pirâmides do Egito desperta curiosidade e conduz os alunos ao entendimento da matemática como força motriz das civilizações humanas. Essa estratégia de introdução - evidenciada no arquivo ao afirmar que o objetivo é mostrar “a importância da geometria nas civilizações antigas e na sociedade contemporânea” - reforça o aspecto motivador destacado por Brito e Carvalho (2009), que defendem que narrativas históricas funcionam como porta de entrada para a aprendizagem significativa.

A análise dos materiais e atividades apresentada nos arquivos mostra que a proposta promove continuamente a participação ativa dos estudantes, desde perguntas diagnósticas (“quantos sabem definir um metro cúbico?”) até desafios envolvendo cálculos de sólidos geométricos. Tais procedimentos, buscam não apenas verificar conhecimentos prévios, mas

estimular o raciocínio, o debate e o protagonismo discente elementos essenciais para práticas investigativas promovidas pela BNCC.

Outro ponto relevante é o uso de exemplos concretos da história da matemática combinados com atividades práticas, como:

- a) análise de pirâmides, cones e cilindros com demonstrações e cálculos baseados em obras de Ruy Giovanni e Bonjorno (2000), Dolce (2013) e Cajori (2007); e
- b) contextualização de poliedros e da fórmula de Euler com narrativas históricas e biográficas.

Essas práticas favorecem a compreensão profunda dos conceitos, conforme destacado por Lorenzato (2006), que afirma que objetos e narrativas históricas ampliam a capacidade de abstração e visualização espacial.

Do ponto de vista avaliativo, a sequência prevê observação da participação dos alunos, questionamentos, respostas e resolução de atividades, evidenciando uma avaliação formativa e contínua, coerente com metodologias qualitativas de pesquisa educacional, como propõe Minayo (2001).

Há também um alinhamento explícito à BNCC, especialmente à habilidade EM13MAT309, que orienta o trabalho com cálculo de áreas e volumes em situações reais, o que está claramente presente nas atividades propostas.

A análise geral permite concluir que a proposta humaniza a matemática, ao aproximar os alunos da realidade histórica dos conceitos; aumenta o engajamento, ao trazer temas culturais e exemplos visuais que despertam curiosidade; melhora a compreensão, ao articular narrativa histórica, prática e formalização matemática; desenvolve autonomia e pensamento crítico, por meio de desafios, problematizações e debates; atua de forma interdisciplinar, relacionando matemática, história, arte e arquitetura; torna a geometria menos abstrata e mais significativa, como recomendam Baroni e Nobre (1999).

Dessa forma, a análise reforça que a sequência didática não apenas atende aos objetivos pedagógicos estabelecidos, mas se destaca como estratégia inovadora e eficaz, capaz de transformar o ensino de Geometria em um processo mais motivador, contextualizado e alinhado às necessidades educativas contemporâneas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente proposta pedagógica, ao explorar a integração da história da Matemática ao ensino de Geometria no Ensino Médio, evidencia que essa abordagem, quando planejada e implementada de forma intencional e estratégica, possui um potencial transformador

significativo para o processo de ensino-aprendizagem. Longe de ser um mero apêndice curioso ou uma coleção de anedotas históricas, a utilização da história da Matemática como recurso didático permite recuperar o percurso histórico da construção dos conceitos matemáticos, proporcionando aos estudantes a oportunidade de compreender não apenas o "como" aplicar fórmulas e procedimentos, mas, fundamentalmente, o "porquê" dos saberes geométricos, suas origens, motivações e sua evolução ao longo do tempo. Essa compreensão mais profunda e contextualizada favorece uma aprendizagem mais crítica, reflexiva e, acima de tudo, significativa para os alunos.

A literatura especializada, representada por autores como Lorenzato (2006), Miguel e Mendes (2010) e Baroni e Nobre (1999), corrobora as potencialidades pedagógicas da história da Matemática. Esses autores demonstram que o uso didático da história da Matemática contribui de forma decisiva para a desmistificação da disciplina, que muitas vezes é vista como árida e inacessível. Ao apresentar a Matemática como uma construção cultural e social, resultado dos esforços humanos para resolver problemas e compreender o mundo, a história humaniza a disciplina e a torna mais próxima da realidade dos alunos. Essa abordagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos, mas também contribui para o desenvolvimento de competências cognitivas essenciais, como o raciocínio lógico, a capacidade de resolver problemas de forma criativa e o pensamento crítico. Além disso, favorece o desenvolvimento de competências socioemocionais, como a valorização da diversidade de pensamentos e culturas que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática, bem como a perseverança diante de desafios intelectuais.

A proposta pedagógica aqui apresentada encontra forte respaldo nas diretrizes educacionais atuais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que orienta a adoção de metodologias ativas, o estímulo ao protagonismo dos alunos, a promoção da interdisciplinaridade e o uso de diferentes linguagens e recursos no processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, a proposta se configura como uma possibilidade viável, eficaz e atual de ressignificar o ensino de Matemática no Ensino Médio, tornando-o mais alinhado às demandas da sociedade contemporânea e às necessidades de formação dos jovens. A integração da história da Matemática não é apenas uma opção, mas uma estratégia que pode enriquecer profundamente a experiência de aprendizagem.

Para avançar na utilização da história da Matemática como recurso didático e maximizar seu potencial, sugerem-se algumas direções para pesquisas futuras e ações no campo da Educação Matemática:

- a) Investigações em outros campos matemáticos: recomenda-se a realização de estudos

que explorem a história de outros campos matemáticos presentes no currículo do Ensino Médio, como Álgebra, Estatística, Probabilidade e Cálculo. O objetivo seria verificar os efeitos e as particularidades dessa abordagem histórica em diferentes tópicos curriculares e identificar as melhores estratégias para integrar a história a cada área específica;

- b) Programas de formação docente: é fundamental o desenvolvimento e a implementação de programas de formação inicial e continuada que capacitem os docentes a utilizar a história da Matemática como ferramenta didática de forma eficaz. Muitos professores não tiveram contato com a história da Matemática durante sua formação e podem sentir-se inseguros ao utilizá-la em sala de aula. Esses programas devem ir além da apresentação de conteúdos históricos, abordando metodologias de ensino baseadas na história e estratégias para superar limitações teóricas e práticas ainda presentes nas escolas;
- c) Criação e validação de recursos pedagógicos: é essencial a elaboração, o desenvolvimento e a validação de recursos pedagógicos diversificados que incorporem elementos históricos de forma acessível, atraente e articulada ao currículo escolar. Isso inclui a produção de livros didáticos e paradidáticos com seções dedicadas à história da Matemática, o desenvolvimento de jogos educativos que explorem contextos históricos, a produção de vídeos e documentários sobre a história de conceitos matemáticos e a criação de objetos digitais de aprendizagem interativos, que permitam aos alunos explorar a história da Matemática de forma autônoma;
- d) Pesquisas comparativas: futuras investigações podem realizar estudos de caráter comparativo, avaliando o desempenho e o engajamento de alunos submetidos a propostas de ensino de Geometria com e sem o uso da história da Matemática. Esses estudos, utilizando metodologias rigorosas, poderiam gerar evidências empíricas mais robustas sobre a eficácia da abordagem histórica em termos de aprendizagem de conteúdos e de desenvolvimento de habilidades;
- e) Práticas interdisciplinares aprofundadas: sugere-se investigar e desenvolver práticas interdisciplinares que articulem de forma mais profunda e orgânica a Matemática com outras áreas do conhecimento, como História, Arte, Filosofia, Geografia e Física, utilizando a história da Matemática como fio condutor. Essa abordagem interdisciplinar pode favorecer uma formação integral e crítica dos estudantes, mostrando as conexões entre os diferentes saberes e a relevância da Matemática para

a compreensão do mundo;

- f) Estudos longitudinais: é recomendável que estudos de caráter longitudinal avaliem os efeitos da abordagem histórica na formação cidadã dos alunos, em suas escolhas de carreiras científicas e tecnológicas e em sua atitude em relação à Matemática a longo prazo. Compreender o impacto da história da Matemática na vida dos estudantes após a conclusão do Ensino Médio pode fornecer insights valiosos sobre a relevância dessa abordagem para a formação integral.

Ao reconhecer a história da Matemática como uma potente aliada pedagógica e ao investir na formação de professores e na criação de recursos didáticos adequados, professores, pesquisadores e gestores educacionais podem contribuir de forma significativa para a construção de um ensino de Matemática mais reflexivo, dialógico, contextualizado e formativo, em consonância com os desafios e as necessidades da educação contemporânea. A história da Matemática não é apenas sobre o passado; é uma chave para compreender o presente e construir um futuro onde a Matemática seja vista por todos como uma ciência viva, vibrante e essencial.

A análise dos resultados seria realizada, após a aplicação das atividades propostas com os estudantes. Essa etapa incluiria a coleta de dados qualitativos e quantitativos, tais como:

- a) observações em sala de aula: registros sobre o engajamento, participação e interesse dos alunos durante as atividades;
- b) questionários de percepção: instrumentos elaborados para avaliar a compreensão dos conceitos geométricos e a percepção dos estudantes acerca do uso da história na aprendizagem;
- c) entrevistas ou relatos dos estudantes: depoimentos sobre as experiências vivenciadas e sugestões de melhorias;
- d) análise de trabalhos e atividades realizadas: verificando o entendimento dos conceitos e a contextualização histórica.

A partir desses dados, seria possível identificar aspectos relacionados à motivação, compreensão conceitual, conexão entre teoria e prática, além do impacto na valorização da história da Matemática no processo de aprendizagem. Mas infelizmente não foi possível cumprir todas estas etapas, mas no Apêndice B, trazemos um Diário de Campo com maiores explicações das atividades realizadas.

Este trabalho buscou elaborar uma proposta pedagógica que utilize episódios históricos das civilizações egípcia e grega como recursos para o ensino de Geometria no Ensino Médio. A proposta visou compreender as características da matemática egípcia e mesopotâmica como recurso didático, analisando suas contribuições para o processo de

ensino-aprendizagem.

A partir desse recorte, a fundamentação teórica reforçou a importância de contextualizar os conceitos geométricos, destacando a origem prática e cultural da disciplina, o que potencializa o interesse e a compreensão dos estudantes. A elaboração das atividades nesta etapa foi fundamentada na revisão bibliográfica, na análise de fontes históricas e na criação de sequências didáticas que integram teoria e prática. Essas ações visam oferecer uma experiência de aprendizagem mais significativa, motivadora e contextualizada, contribuindo para uma compreensão mais aprofundada dos conceitos geométricos e suas raízes históricas. Futuramente, a aplicação dessas atividades e a avaliação de seus efeitos possibilitarão verificar a efetividade da proposta pedagógica, bem como identificar possíveis melhorias para futuras intervenções. Espera-se que essa abordagem contribua para a formação de estudantes mais críticos, com maior interesse pela história da Matemática e pelo ensino de Geometria.

Por fim, destaca-se a importância de continuar investigando e inovando as estratégias de ensino, buscando sempre promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada, que valorize as raízes culturais e históricas da disciplina.

7. REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. **A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, p. 129-136, 1999.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1998.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L. **Utilizando a história da matemática no ensino de Geometria**. In: Miguel, A. et al. **História da Matemática em atividades didáticas**. São Paulo: Editora da Física, 2009.

BURTON, David M. **A história da matemática: uma introdução**. 7. ed. Boston: McGraw-Hill, 2011.

CAJORI, florian. Uma história da matemática: tradução de Lázaro Coutinho. Rio de janeiro. Editora: ciência moderna. 2007.

DOLCE, Osvaldo; NICOLAU POMPEO, José. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial, posição e métrica**. Edição 7, São Paulo. Editora Atual. 2013.

FAINGUELERNT, E. **Geometria**: ensino e aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FAUVEL, John; FLOOD, Raymond; WILSON, Robin (org.). **Mathematics and its history**. Oxford: Oxford University Press, 2000.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, C. A. **Educação Matemática**: uma introdução crítica. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. LIMA, E. S. DE; SILVA, J. F. DA. **História da Matemática no ensino médio**: teoria dos grafos. Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica, 3(1), 15-31, 2013.

LIMA, Helder R. **O volume da pirâmide no Papiro de Moscou**. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 4, n. 8, p. 15-28, 2004.

LORENZATO, S. **A Geometria e a formação do professor**. Campinas: Papirus, 1995. LORENZATO, S. **História da Matemática: uma ferramenta didática**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2006.

LORENZATO, Sergio. **O uso da história da matemática no ensino**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. São Paulo: EPU, 1986.

RUY GIOVANNI, José; ROBERTO BONJORNIO, José. **Matemática: uma nova abordagem**. Edição 2. São Paulo. Editora FTD. 2000.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Zetetiké, 5(8), 73-105, 1997.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. **História da matemática e o ensino**: implicações e possibilidades. In: Miguel, A. et al. (Orgs.). **História da Matemática e Ensino**: perspectivas

de pesquisa. Campinas: Mercado de Letras, 2010.

MIGUEL, A.; MENDES, M. A. **História da Matemática no ensino**: uma análise crítica. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2010.

MINAYO, M. C. de S. **O desafio do conhecimento**: pesquisa qualitativa em saúde. 12. ed. São Paulo: Hucitec, 2001.

SANTOS, A. L. DOS; NOBRE, S. R. História da Matemática em atividades de Geometria. **Revista Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, 6(17), 1-15, 2019.

APÊNDICE. A – Estratégia de ação mediante uma sequência didática pedagógica

Na primeira aula nós, Nodson Pereira e Rogério Barbosa, iremos nos apresentar para os alunos como acadêmicos do curso de matemática licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão informando-os que estamos realizando um projeto que será utilizado na defesa do nosso TCC (trabalho de conclusão de curso). Logo de início introduziremos um diálogo informal com os alunos com um “bom dia” promovendo um fluxo bilateral de informações, buscando sempre tornar o diálogo dinâmico e interativo impulsionado por algumas informações da nossa vida acadêmica e pessoal que iremos transmitir a eles.

Explanaremos com clareza para a professora que poderá sentir-se à vontade para a qualquer momento fazer qualquer intervenção durante a aula ou se desejar deixar alguma contribuição com nosso trabalho que fique à vontade.

Na aula inaugural faremos uma breve investigação sobre o conhecimento dos alunos a respeito de geometria lançando perguntas a classe para que alguém responda e saber quantos possuem esse conhecimento como por exemplo: quantos sabem definir um metro cúbico, um centímetro cúbico, milímetro cúbico, etc.

Logo no primeiro dia exibiremos um vídeo sobre as pirâmides do Egito que é considerada uma das sete maravilhas do mundo com o objetivo de fazer com que os alunos compreendam que a matemática, mais precisamente a geometria teve uma vital importância na construção da identidade de civilizações a milhares de anos atrás e que em conjunto com a arte, a arquitetura e construção civil vem contribuindo para transformação da humanidade.

Elaboramos então questão contextualizadas envolvendo situações da atualidade onde a matemática é empregue comparando-a com construções e conceitos históricos envolvendo a geometria sólida, esta Estratégia será empregada nas aulas subsequentes.

Na primeira aula serão expostas questões envolvendo geometria sólida, onde será lançado o desafio para que algum aluno consiga resolvê-los, o objetivo é que ao final das aulas o número máximo de alunos consiga resolvê-las.

Preâmbulo inicial da proposta

Componente curricular: Matemática

Unidade temática: Geometria

Competência específica de acordo com BNCC para o ensino médio.

Competência específica 3.

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidades de acordo com a BNCC

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Primeira aula.

Temática: Poliedros.

Duração: Duas horas/aula.

Objetivos:

Promover no corpo estudantil a concepção de que a matemática, em especial a geometria não é apenas um conjunto de fórmulas com o objetivo de testar o raciocínio lógico, mas que está em contante interação com a realidade presente e com o passado.

Possibilitar a compreensão do conceito de poliedros e suas características bem como apresentando diferentes tipos de poliedros considerando suas respectivas faces capacitando os alunos para realizar cálculo de área e de volume de sólidos geométricos.

Recursos utilizados:

- Quadro branco
- Pincel
- Apagador
- Data show
- Notebook

Procedimentos avaliativos:

Interação dos alunos em sala de aula mediante perguntas feitas pelos estudantes ao professor e respostas dadas ao professor sobre questionamentos feito aos alunos no decorrer da aula.

Procedimentos metodológicos:

Apresentação dos autores da pesquisa informando aos alunos a finalidade de estarmos ali e que será fundamental a colaboração dos estudantes para a realização do nosso trabalho assim como estaremos dispostos a contribuir para seu desenvolvimento intelectual e a esclarecer

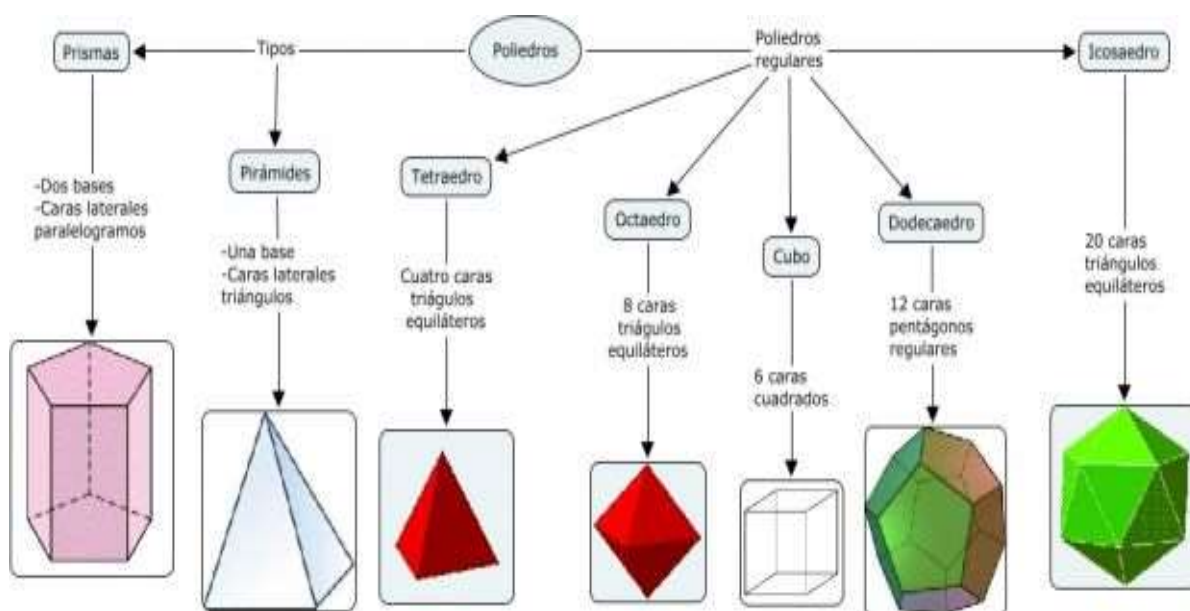
qualquer dúvida em relação ao tema.

Será exibido um vídeo de 12 minutos da BBC que está disponível em https://www.youtube.com/watch?v=8L4wGpw_47Q e que abordará fatos históricos sobre as pirâmides do Egito e a contribuição de conceitos e descobertas geométricas para a construção dessas pirâmides e faremos alguns comentários sobre o vídeo expondo algumas ideias sobre a importância da geometria nas civilizações antigas e na sociedade Contemporânea deixando espaço para que os alunos façam perguntas e em seguida faremos a definição de poliedros.

Conceito de poliedro e tipos de poliedros: Poliedros são aqueles sólidos cujas faces são formadas apenas por polígonos. Os elementos de um poliedro são: vértice, face e aresta. Vértices: “pontas” (encontro das arestas). Faces: polígonos (regiões planas). Na Figura 1 temos alguns exemplos de poliedros.

A esfera é um sólido geométrico que não atende essas condições, ou seja, não possui face que são polígonos, não possui vértices e também não tem arestas. Definir com precisão que são faces, arestas e vértices em uma figura geométrica é fundamental para identificarmos se um sólido geométrico é um poliedro ou não.

Figura 1: Poliedros.



Fonte: <https://www.iped.com.br/materias/enem-gratis/poliedros.html>.

Poliedros de platão:

São figuras geométricas que são caracterizadas por terem suas faces como polígonos

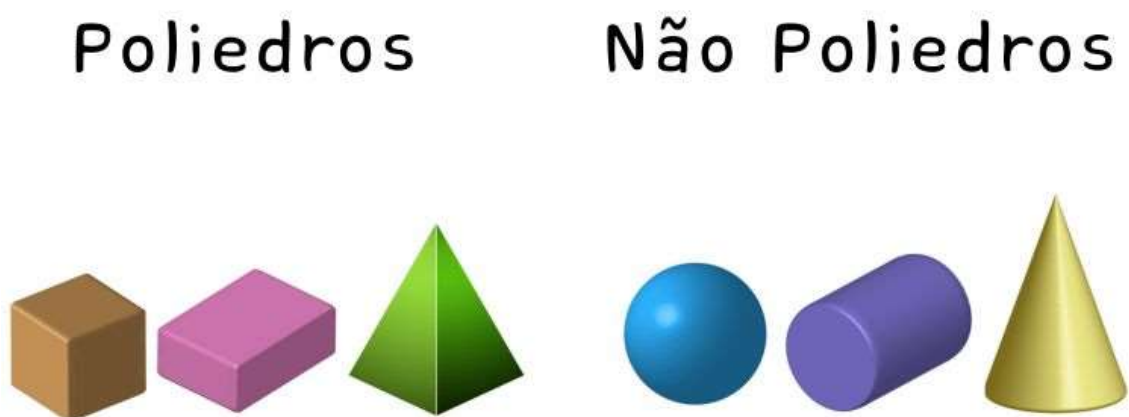
regulares, ou seja, todas as faces são iguais e são polígonos que os lados possuem a mesma medida, de maneira informal dizemos que os lados desses polígonos são congruentes. Exemplos de poliedros de platão são tetraedro, cubo (hexaedro), octaedro, dodecaedro e icosaedro. (DOLCE,2013).

O primeiro estudo mais profundo das características dos poliedros foi feito por Platão, o famoso filósofo grego discípulo de Sócrates, que o realizou no século VI antes de Cristo. Por este motivo, estes poliedros acabaram sendo conhecidos por todos como sendo os poliedros de Platão, ou os sólidos de Platão, que apresentam figuras que vão além dos simples poliedros. (CAJORI, 2007).

Para que um poliedro seja considerado como sendo um poliedro de Platão, é necessário que ele tenha pelo menos todas as faces em forma de polígonos, que podem ser regulares ou não, mas que tenham o mesmo número de lados. Além disto, é essencial que todos os seus bicos também sejam formados pelo mesmo número de arestas. (DOLCE, 2013).

A definição mais clássica de um poliedro tem a ver com o que se chama de poliedro regular, que é aquele cujas faces (polígonos) são regulares, idênticas e que apresentam todos os seus bicos igualmente idênticos. (DOLCE, 2013). Na Figura 2 podemos ver sólidos que são considerados poliedros e não poliedros.

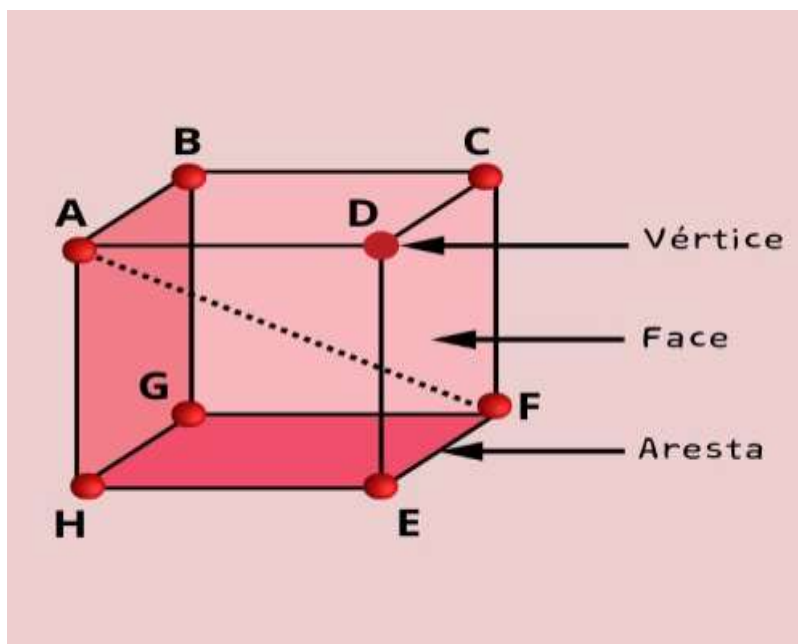
Figura 2: Poliedros e não poliedros



Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>.

Elementos de um poliedro: sabendo que poliedros são sólidos delimitados por faces poligonais, é possível destacar alguns elementos comuns a todos os poliedros, como é o caso das **faces, arestas, vértices e diagonais**. (DOLCE, 2013). Vejamos um exemplo desses elementos na Figura 3.

Figura 3: Elementos de um cubo.



Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>.

Muitas pessoas acreditam que as fórmulas matemáticas são complexas mas na verdade estas surgiram para facilitar as operações matemáticas (DOLCE, 2013). Veremos uma muito útil quando falamos de poliedro. Através da **fórmula de Euler** podemos notar que o número de faces, vértices e de arestas de um poliedro não são independentes. Vamos considerar que F é o número de faces, que V é o número de vértices e que A é o número de arestas. A fórmula de Euler é definida como $V + F = A - 2$. Observe o número de faces e de vértices do cubo, figura 3. se fizermos a substituição de F por 6 e de v por 8 teremos então o número de arestas, ou seja, $6 + 8 - A = 2$. Somando seis com oito teremos 14 e quando movemos a letra A para onde denominaremos o segundo termo afim de facilitar a compreensão da operação, onde teremos $14 = 2 + A$, movendo 2 para onde denominaremos primeiro termo teremos então $14 - 2 = A$, assim $12 = A$, assim o cubo possui 12 arestas. Podemos aplicar essa fórmula em qualquer poliedro, mas como e por quê surgiu a fórmula de Euler ?

Leonhard Euler nasceu em Basileia, Suíça em 15 de abril de 1707 e morreu em 18 de setembro de 1783 em São Petersburgo, Rússia. Euler fez importantes descobertas em vários ramos da Matemática e figura entre os matemáticos mais importantes da história, ao lado de Arquimedes, Isaac, Newton e Gauss.

Dentre suas grandes descobertas está a fórmula de Euler para poliedros, também conhecida apenas como relação de Euler, que foi demonstrada e publicada entre 1750 e 1751.

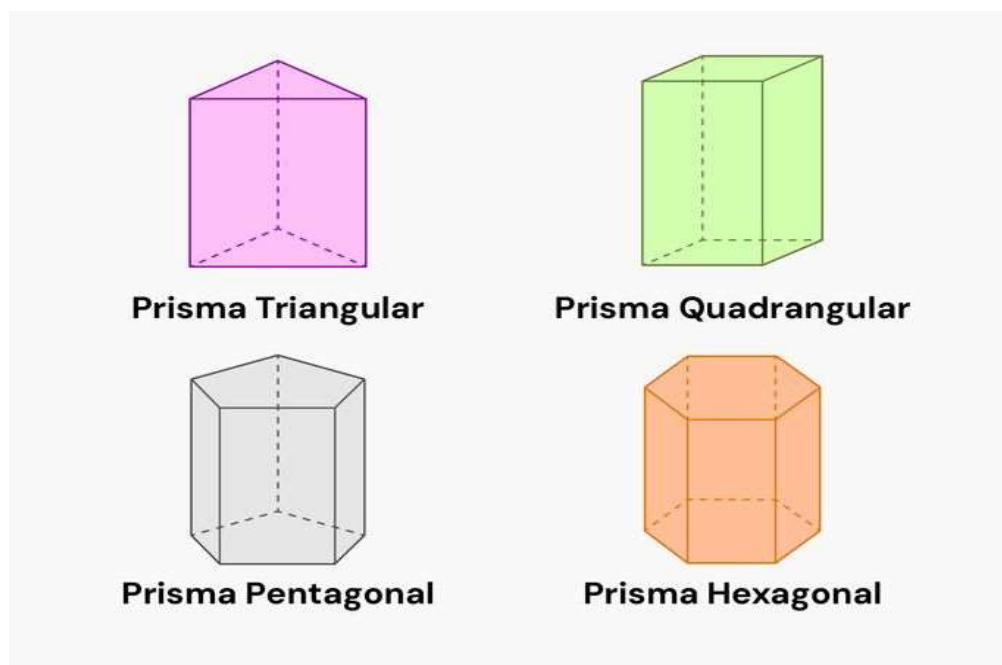
Esta relação possui extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e de alguns não convexos. Dessa forma, essa relação permite que os cálculos sejam realizados no intuito de indicar o número de elementos de um poliedro. (BOYER, 2007). Continuando, veremos outros tipos de poliedros:

Prisma é um poliedro com duas bases poligonais idênticas e paralelas, conectadas por faces laterais que são paralelogramos. Observe na Figura 4, alguns tipos de poliedros. (DOLCE, 2013).

Área total do prisma (A_t) = $2x$ (área da base) + (área das faces laterais).

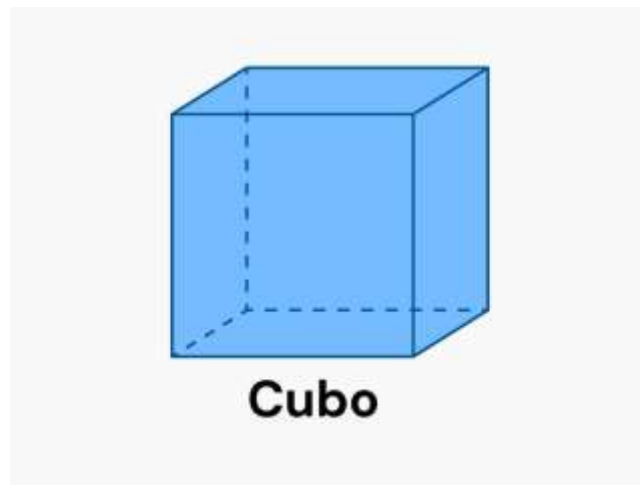
Volume do prisma = (área da base (ab)) $\times$ (altura (h)).

Figura 4: Tipos de prisma



Fonte: <https://www.todamateria.com.br/geometria-espacial/>.

Um poliedro bem interessante é o **cubo** (Figura 5) que é um hexaedro regular composto de 6 faces quadradas, 12 arestas e 8 vértices. (ROBERTO BONJORNO, 2000).

Figura 5: Cubo.

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/geometria-espacial/>.

Sendo ***a*** a medida da aresta, temos que o **Volume do cubo** é dado por

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3.$$

Um cubo tem todas as arestas com as medidas iguais e consequentemente as faces dos cubos são quadrados, figuras planas com quatro lados iguais. Quando a aresta de um cubo possui um metro podemos dizer que o seu volume é um metro cúbico ou se tiver um centímetro, podemos afirmar que possui um centímetro cúbico. Essas grandezas são importantes no cálculo de volume de sólidos geométricos. Se um cubo possui a medida da aresta diferente de um, como 5 metros por exemplo, não significa que possui 5 metros cúbicos, mas para obter o valor do seu volume é necessário elevar o 5 ao cubo, ou seja, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ metros cúbicos. (ROBERTO BONJORNO, 2000).

Questões sugeridas como atividade.

Questão 01. Dado um sólido geométrico em formato de um cubo de um metro de aresta. qual o volume desse sólido em centímetros cúbicos?

Resposta: Como a aresta possui um metro, logo possui 100 centímetros de aresta.

$$v = 100^3 = 100 \times 100 \times 100 = 1.000.000 \text{ cm}^3.$$

Questão 02. Uma caixa de água de forma cúbica tem 3 metros de arestas interior. Sabendo que um metro cúbico tem capacidade de mil litros de armazenamento de água. Qual a capacidade de armazenamento em litros de água desta caixa de água ?

Resposta: utilizando a fórmula de cálculo de volume do cubo definiremos a capacidade da cisterna em metros cúbicos.

$$v = a^3 = 3^3 = 27 \text{ m}^3$$

Multiplicando o valor alcançado por mil temos 27.000, ou seja, a cisterna tem capacidade de armazenamento de 27.000 litros de água.

Sugestão: A questão pode ser reformulada alterando os valores para que os alunos a respondam.

Questão 03. Considere um reservatório de água de uma escola em forma de um cubo que possui 4 metros de aresta e que a encanação que abastece o reservatório possui uma evasão de 10 litros por minuto, ou seja, a cada 1 minuto a encanação deposita 10 litros de água no reservatório. Se no momento que a encanação começar a depositar água o reservatório estiver totalmente vazio, em quanto tempo o reservatório estará completamente cheio?

Resposta: primeiramente calcularemos o volume em metros cúbicos do reservatório e posteriormente a capacidade em armazenamento em litros de água.

$v = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ m}^3$, multiplicando por mil temos 64.000, ou seja, a capacidade de armazenamento de água é 64 mil litros de água.

Utilizando regra de três temos: $\frac{x}{1} = \frac{64000}{10}$, simplificando temos: $\frac{x}{1} = \frac{6400}{1}$.

é importante enfatizar para os alunos que as duas frações que são separadas pelo sinal de igual, uma é representada pelos minutos e a outra pela capacidade de armazenamento em litros.

Assim: $x = 6.400$, ou seja, o tempo necessário para que o reservatório de água estiver

totalmente cheio é 6.400 minutos.

Questão 04. Um sólido maciço de madeira tem aresta igual a 8 centímetro, tem peso de 0,08 gramas por centímetro cúbico, então qual o peso desse sólido ?

Resposta: volume em centímetros cúbicos, $v = 8^3 = 512$.

O volume é 512 centímetros cúbicos.

$$p = \frac{m}{v} \Rightarrow 0,08 = \frac{m}{512} \Rightarrow m = 409,6 \text{ g.}$$

É importante resaltar para os alunos que a relação massa volume tem formalmente o nome de densidade.

Segunda aula

Temática da aula: Paralelepípedo, pirâmide, cone, tronco de cone e tronco de pirâmide.

Duração: duas horas/aula.

Objetivos:

Utilizar fatos históricos contextualizados para que os alunos possam compreender a matemática como parte da evolução da sociedade e assim possam compreender relações grandezas e conceitos da geometria espacial, munir os alunos de conhecimentos geométricos para que eles possam;

Conceituar e identificar o paralelepípedo, cone, pirâmide, tronco de cone e tronco de pirâmide.

Realizar cálculo de área e de volume do paralelepípedo, cone pirâmide, tronco de cone e tronco de pirâmide.

Recursos utilizados

- Pincel
- Quadro branco
- Apagador
- Data show

➤ Note book

Procedimentos avaliativos:

Participação do aluno durante as aulas e nas atividades propostas.

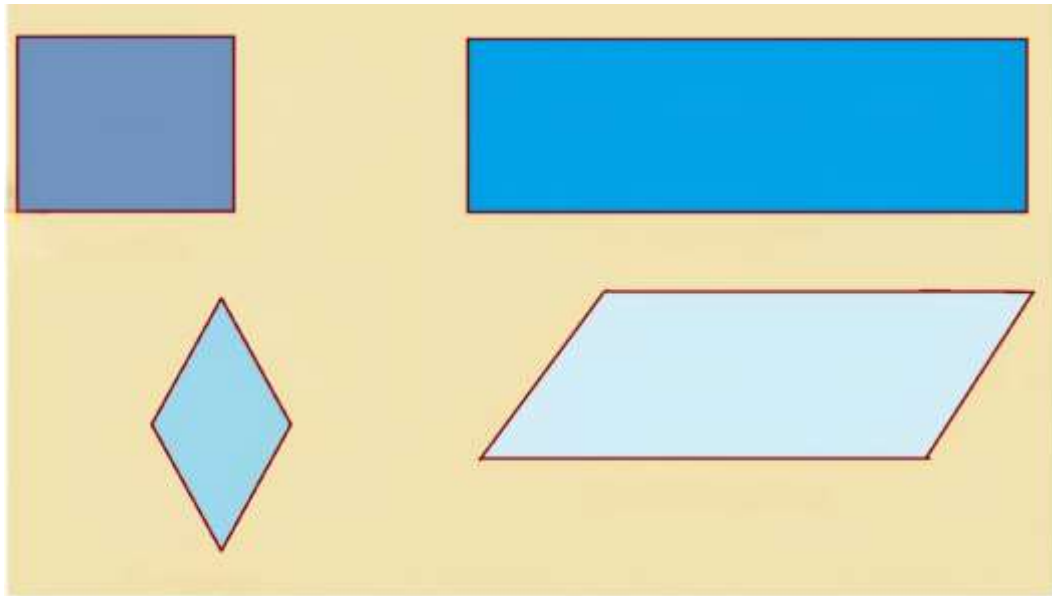
Procedimentos metodológicos:

Exibiremos parte de um vídeo da BBC de 22 minutos sobre a contribuição da geometria na construção e arquitetura grega que está disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=KOtrAx5NvDs&t=226s> e que envolva conceitos geométricos e história da matemática. Após o vídeo faremos comentários e considerações sobre o conteúdo exposto, onde o espaço de tempo será utilizado para que os alunos ou a professora façam perguntas ou comentários.

Conceito de paralelepípedo: Paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. (ROBERTO BONJORN, 2000). Paralelogramos são polígonos de quatro lados opostos congruentes (que possuem a mesma medida), por exemplo, o quadrado, o losango e o retângulo. (ROBERTO BONJORN, 2000).

Na Figura 6 temos alguns exemplos de paralelogramos. No dia a dia podemos presenciar figuras que são paralelogramos ou que possuem faces que são paralelogramos, por exemplo: a lateral de uma caixa de presentes ou de um tijolo, que são figuras sólidas, ou seja, as figuras planas fazem parte da composição de figuras sólidas e antes mesmos dessas denominações existirem, as figuras planas e sólidos geométricos já se encontravam no meio ambiente, tanto no ambiente urbano quanto no ambiente rural e em áreas de mata. Alguns objetos que são figuras geométricas foram criados pelo homem como o tijolo e a caixa de presente por exemplo outras surgiram naturalmente como rochas com formato de círculos ou de outras figuras geométricas que foram lapidadas com o efeito do tempo.

Figura 6: Exemplos de paralelogramo.



Fonte: <https://matematica.netspa.com.br/2019/10/30/matematica-geometria-geometria-plana-3/>.

Questões sugeridas.

Questão 01. Qual o volume de argila necessário para produzir 5.000 tijolos, tendo cada tijolo a forma de um paralelepípedo com dimensões 18 cm, 9 cm e 6 cm?

Primeiramente calcularemos o volume do tijolo utilizando a fórmula de cálculo do volume

Do paralelepípedo:

$$v = 18 \times 9 \times 6 = 972 \text{ cm}^3$$

Multiplicado o volume do tijolo por 5.000 temos:

$$v = 5.000 \times 972 = 4.860.000 \text{ cm}^3 \text{ ou } 4,86 \text{ m}^3.$$

Questão 02. Um tanque em forma de paralelepípedo tem por base um retângulo, na posição horizontal, de lados $0,8m$ e $1,2m$. Um objeto, ao ser imerso completamente no tanque, faz o nível da água subir $0,075m$. Qual o volume desse objeto?

O volume do objeto é igual ao volume de água deslocada correspondente a elevação de $0,075m$, do nível da água no tanque, logo:

Volume do objeto, $v = 1,2 \times 0,8 \times 0,075 = 0,072.m^3$.

Pirâmide: é uma figura geométrica tridimensional, cuja base são polígonos e possuem faces triangulares que convergem para um ponto. (Roberto Bonjorno, 2000).

Principais Fórmulas da pirâmide: A área total de uma pirâmide é dada pela soma da área da base somada com a área das faces laterais e é obtida através da seguinte fórmula: Área total (A_t) = área da base (ab) + área lateral (al). O **volume da pirâmide** é alcançado através do cálculo da área da figura que é a base da pirâmide multiplicado pela altura e por um terço, ou seja,

$$\text{Volume} = (\text{área da base}) \times (\text{altura}) \times \left(\frac{1}{3}\right). \text{ (Roberto Bonjorno, 2000).}$$

Exemplo: a base de uma pirâmide é um quadrado de lado $3cm$. Sabendo-se que a altura da pirâmide mede $10 cm$. Calcule o volume dessa pirâmide.

Resposta:

$$v = ab \times h \times \frac{1}{3} = 3 \times 3 \times 10 \times \frac{1}{3} = 30cm^3$$

Uma informação importante sobre o volume de pirâmide não pode deixar de ser explanada, uma pirâmide e um prisma possuem área da base e a altura iguais, então o volume dessa pirâmide é um terço do volume desse prisma. (CAJORI, 2007).

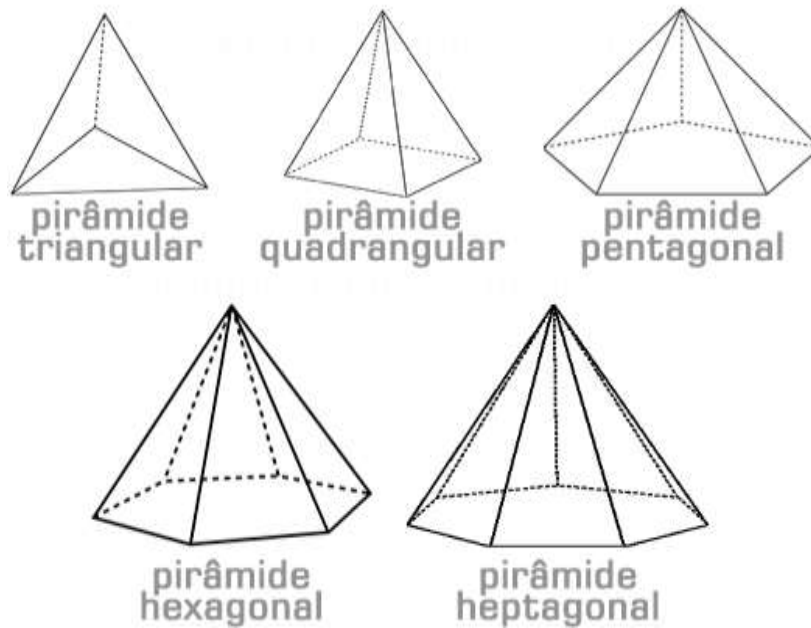
O matemático grego **Eudoxo de Cnido** foi o primeiro a provar, de forma rigorosa, que uma pirâmide tem um terço do volume de um prisma com a mesma base e a mesma altura. (CAJORI, 2007).

Eudoxo de Cnido (aprox.408 a.c.- 355 a.c.) foi um dos matemáticos, astrônomo, geógrafo e filósofo grego. Ele é considerado um dos mais importantes discípulos de Platão e uma das figuras fundamentais no desenvolvimento da matemática grega. (CAJORI, 2007).

Tipos de pirâmide:

Há vários tipos de pirâmides considerando o número de lados dos polígonos que formam sua base e são definidas como: pirâmide triangular, pirâmide quadrangular, pirâmide pentagonal, pirâmide hexagonal, pirâmide heptagonal. (DOLCE, 2013). Veja na figura 7 alguns tipos de pirâmides.

Figura 7: Tipos de pirâmide.



Fonte: <https://comocalcular.com.br/matematica/piramides/>.

Embora a ideia de volume seja antiga, remontando a civilizações como a egípcia e a babilônica, os primeiros a desenvolver métodos matemáticos e rigorosos para calcular o volume de sólidos geométricos foram os matemáticos da Grécia Antiga. (CAJORI, 2007).

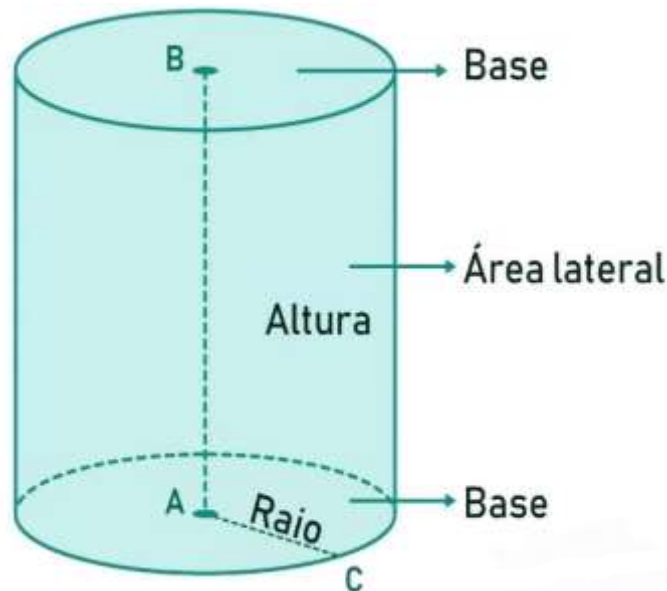
CILINDRO

É uma figura geométrica, que possui duas bases circulares paralelas e uma área lateral, que é formada por uma grande quantidade de retas paralelas que ligam a extremidade desses dois círculos. (ROBERTO BONJORNIO, 2000).

Elementos do Cilindro : **Bases:** Duas faces circulares paralelas e idênticas, com o mesmo raio (r). **Altura (h):** A distância entre os planos das bases, que é a geratriz do cilindro reto. **Área Lateral:** A superfície curva que conecta as duas bases. Vejamos esses elementos

na Figura 8.

Figura 8: elementos de um cilindro.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/cilindro-2.htm>.

Fórmulas do cilindro: Para calcular a área e o volume de um cilindro utilizaremos os seguintes conceitos, área da base (**Ab**), Área lateral (**Al**), Área total (**At**). as bases são círculos que a área é dada pela seguinte fórmula, $Ab = \pi \cdot r^2$, onde π é aproximadamente 3,14 e r é o valor do raio deste círculo que varia de acordo com o tamanho do círculo. Para calcular a **área lateral** utilizaremos a seguinte fórmula $Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$, onde $2 \cdot \pi \cdot r$ é a fórmula que define o comprimento do círculo e h a altura do cilindro. Quando temos conhecimento do valor do raio dos círculos das bases e da altura do cilindro, facilmente definiremos o valor da área total do cilindro, assim, área total (**At**) é a soma da área das duas bases com a área lateral. $At = 2 \times (Ab) + Al$, ou seja, $At = 2 \times (\pi \cdot r^2) + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$. (ROBERTO BONJORNO, 2000).

O **volume** do cilindro é dado pela multiplicação da área da base vezes a altura do cilindro. $V = (Ab) \times (h)$, como a base do cilindro é um círculo de raio r , então utilizaremos a seguinte fórmula: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. (ROBERTO BONJORNO, 2000).

Questões sugeridas

Questão 03. Uma comunidade consome 30.000 litros de água por dia. Para isso, conta com um reservatório de forma cilíndrica cujo raio da base é 10 metros e a altura 10 metros. Por quanto

tempo, aproximadamente, o reservatório poderá abastecer essa comunidade?

Resposta: Concidere $\pi = 3,14$. O volume de água que o reservatório cheio pode conter é dado por:

$$v = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow v = \pi \cdot 10^2 \cdot 10 = 3.140m^3$$

Como 1 m^3 de água é mil litros, $v = 3140.1000 = 3.140.000$ litros.

A comunidade consome 30.000 litros de água por dia.

Para consumir 3.140.000 litros de água levará t dias.

$$t = \frac{3.140.000}{30.000} \Rightarrow t = 105 \text{ dias.}$$

Questão 04. Um líquido que ocupa uma altura de 10 cm em um determinado recipiente cilíndrico será transferido para outro recipiente, também cilíndrico, com diâmetro das bases duas vezes maior que o primeiro. Qual será a altura ocupada pelo líquido nesse segundo recipiente?

Resposta: Vamos indicar o volume de líquido no primeiro recipiente por v_1 e no segundo por v_2 .

$$v_1 = \pi r^2 \cdot h \text{ e } v_2 = \pi R^2 \cdot H$$

Segundo informações do enunciado: $2 \cdot r = R$ e $h = 10cm$.

Como o volume do líquido é o mesmo, obtemos:

$$v_1 = v_2$$

$$\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (2 \cdot r)^2 \cdot H$$

$$\pi \cdot r^2 \cdot 10 = \pi \cdot 4 \cdot r^2 \cdot H$$

$$10 = 4 \cdot H$$

$$H = \frac{10}{4} = 2,5$$

CONE

O cone é um sólido geométrico tridimensional, um corpo redondo, que possui uma base circular e um vértice (ponto) único, onde todas as linhas da superfície lateral se encontram.

Vejamos os elementos do cone na .Figura 9. Os elementos do cone são denomidas de:

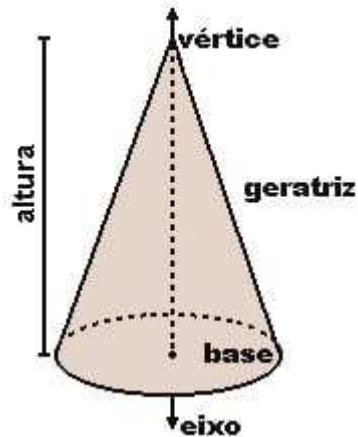
Base: é um círculo de raio r .

Vértice: é um ponto onde todas geratrizes se encontram.

Altura: é a distância em linha reta entre o ponto que fica no centro do círculo e o vértice, quando o cone é reto como na figura 9 a altura coincide com o eixo.

Geratriz: é a reta que liga o vértice do cone a extremidade do círculo da base.

Figura 9: Elementos de um cone.



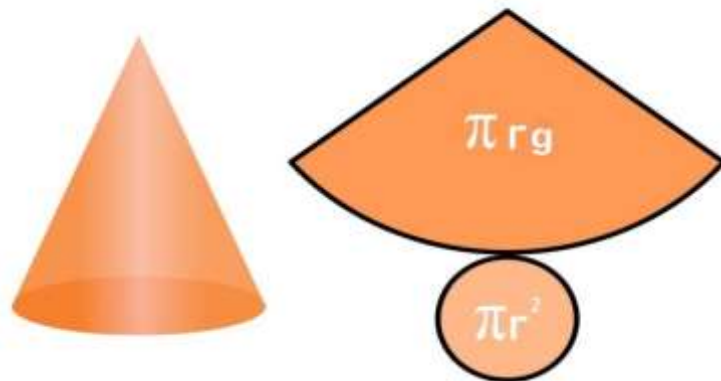
Fonte: https://www.algosobre.com.br/matematica/geometria-espacial-cone.html#google_vignette.

Principais fórmulas de um cone: A **área total** de um cone é calculada através da soma da área da base com a área lateral. Como a base do cone é um círculo, logo a fórmula da **área da base** é $Ab = \pi r^2$. A **área lateral** é dada $Al = \pi \cdot r \cdot g$, onde g é a geratriz do cone, assim como está expressa na Figura 9. (ROBERTO BONJORNO).

Área total = área da base (ab) + área lateral (Al).

Na Figura 10 temos a planificação de um cone.

Figura 10: Área de um cone.



Fonte: <https://www.preparaenem.com/matematica/area-total-cone.htm>

Volume = área da base (ab) x altura (h) x $\left(\frac{1}{3}\right)$.

Exemplo: dado um cone com raio da base 3 cm e altura $h = 5\text{cm}$, calcule o volume desse cone.

$$\text{Aplicando a fórmula temos: } r^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \frac{1}{3} = 3^2 \cdot 5 \cdot 3,14 \cdot \frac{1}{3} = 51,15\text{cm}^3$$

Observação: Eudoxo de Cnido (c. 408 a.C. – c. 355 a.C.) foi um dos pioneiros no cálculo do volume de sólidos. Ele utilizou o **método da exaustão** para demonstrar que o volume de um cone ou de uma pirâmide é um terço do volume de um cilindro ou de um prisma com a mesma base e altura, respectivamente. (CAJORI, 2007).

Questão sugerida

Questão 05: Calcule a área de um círculo de raio 4, em seguida calcule a área de um triângulo equilátero inscrito no círculo e posterior a área de um quadrado inscrita neste círculo.

A questão acima será respondida no quadro para demonstrar para os alunos que a medida que vai aumentando o número de lados do polígono regular inscrito no círculo, o valor da área do polígono se aproxima do valor da área do círculo. Esta questão ilustra como é na prática o método de exaustão.

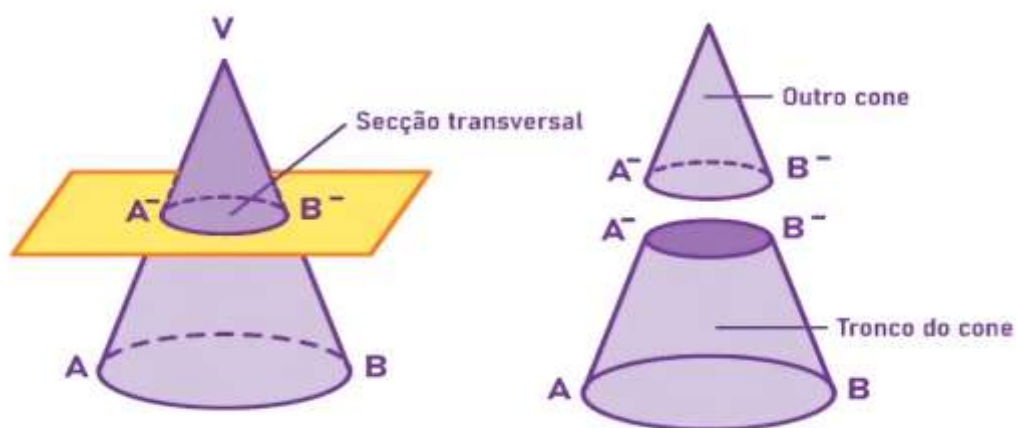
Questão 6: Dado um copo de forma de cilindro e outro de forma cônica de mesma base e altura. Se eu encher completamente o copo cônico com água e derramar toda essa água no copo cilíndrico, quantas vezes terei que fazê-lo para encher completamente esse copo?

Essa questão fica muito interessante se o professor tiver acesso as figuras manipuláveis. Para que esse experimento seja feito na prática. Sendo assim, aliar a história da Matemática com o uso de figuras manipuláveis, torna ainda mais interessante o aprendizado.

TRONCO DE UM CONE

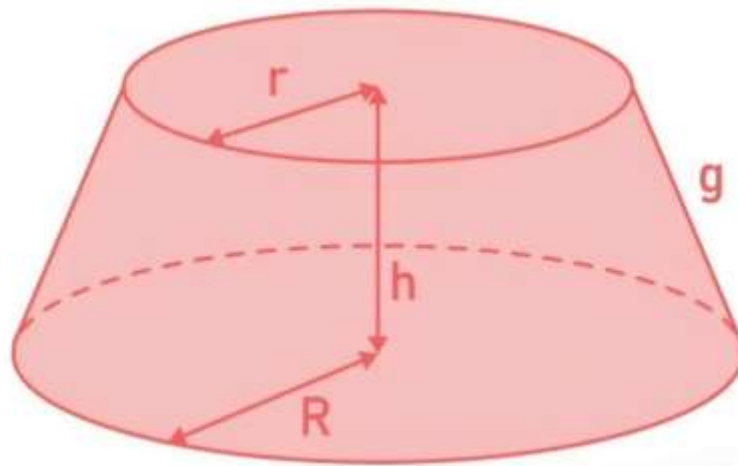
Um tronco de cone (ou tronco de cone circular) é um sólido geométrico formado pela parte inferior de um cone quando ele é cortado por um plano paralelo à sua base, removendo-se a parte superior. Veja nas Figuras 11 e 12 exemplos de tronco de cone e seus elementos. (ROBERTO BONJORNO, 2000).

Figura 11: Tronco de um cone.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/tronco-cone.htm>.

Figura 12: Elementos do tronco de um cone.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/tronco-cone.htm>

Elementos do Tronco de Cone

- **Base maior (R):** O círculo inferior, com o raio maior.
- **Base menor (r):** O círculo superior, formado pelo corte, com o raio menor.
- **Altura (h):** A distância perpendicular entre os centros das duas bases.
- **Geratriz (g):** A distância inclinada entre um ponto da base menor e um ponto correspondente da base maior.

Principais fórmulas do tronco de um cone:

Área total = área da base maior (AB) + área da base menor (ab) + área lateral.

Volume: $V = \left(\frac{\pi \cdot h}{3}\right) \times (R^2 + Rr + r^2).$

Não há um único matemático creditado pela descoberta da fórmula do tronco de cone, pois ela foi derivada através de conceitos estabelecidos por matemáticos como Arquimedes e, posteriormente, por Cavalieri com seu princípio, que permitiu o cálculo de volumes de sólidos geométricos complexos. A fórmula é obtida a partir do cálculo do volume de um cone maior e a subtração do volume de um cone menor cortado a partir dele, utilizando princípios como a proporção entre volumes e áreas. (CAJORI, 2007).

TRONCO DE PIRÂMIDE

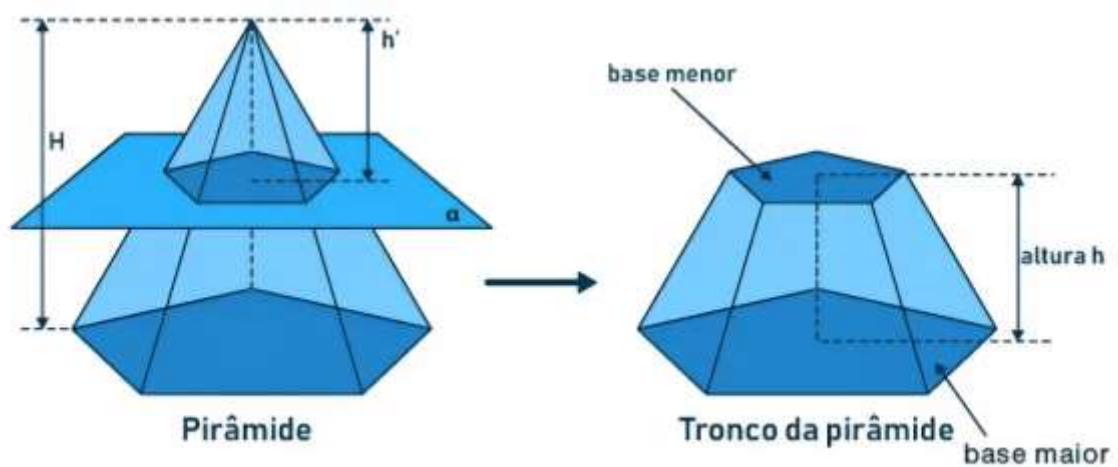
Um tronco de pirâmide é o sólido geométrico da parte inferior de uma pirâmide, obtido ao cortá-la com um plano paralelo à sua base, resultando em duas bases (maior e menor) paralelas e faces laterais em formato de trapézios. (DOLCE, 2013).

Observe na Figura 13 que quando a pirâmide é cortada por um plano, uma parte dessa divisão resulta em um tronco de pirâmide e a outra em uma pirâmide menor, ou seja, podemos concluir que o volume do tronco deste tronco de pirâmide é o volume da pirâmide maior menos o volume da pirâmide menor.

Para calcular a área total do tronco de pirâmide, somamos as suas áreas laterais (Al) e as áreas das bases maior (AB) e menor (Ab). (ROBERTO BONJORNO, 2000), ou seja,

$$AT = AB + Ab + Al.$$

Figura 13: Tronco de uma pirâmide.



Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/tronco-piramide.htm>

O cálculo do volume do tronco de pirâmide é dado pela fórmula:

$$V = \frac{h(A_b + A_B + \sqrt{A_b \cdot A_B})}{3}.$$

A fórmula para o cálculo do volume de um tronco de pirâmide foi descoberta pelos antigos matemáticos egípcios. O conhecimento dessa fórmula está registrado em um dos mais

importantes documentos matemáticos do Egito Antigo, o **Papiro de Moscou**, que data do século XIX a.C. (CAJORI, 2007).

O **Papiro de Moscou** é um papiro matemático egípcio antigo, datado de cerca de 1850 a.C., que contém 25 problemas de aritmética, geometria e álgebra. Ele é conhecido por problemas como o cálculo do volume de um tronco de pirâmide e por questões práticas, como a eficiência do trabalhador e o cálculo de quantidades para pão e cerveja, e está localizado no Museu Pushkin, em Moscou. (CAJORI, 2007).

REFERÊNCIAS

JAHRING SCHUNK, thaciane. ARANTS SAD, lígia. **poliedros de Platão e relação de Euler numa abordagem utilizando a história da matemática**. revista de matemática, ensino e cultura- Rematec, Belém/PA, fluxo contínuo, n.17, p. 150-168, jan.-dez, 2022.

<https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/18>

CAJORI, florian. Uma história da matemática: tradução de Lázaro Coutinho. Rio de janeiro. Editora: ciência moderna. 2007.

DOLCE, Osvaldo; NICOLAU POMPEO, José. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial, posição e métrica**. Edição 7, São Paulo. Editora Atual. 2013.

B. BOYER, carl. **História da matemática**: traduzido por Elza e Gomide. Edição 2. São Paulo. Editora Edgard Blucher.1996.

RUY GIOVANNI, josé; ROBERTO BONJORNIO, José. **Matemática: uma nova abordagem**. Edição 2. são Paulo. Editora FTD. 2000.

APÊNDICE. B - DIÁRIO DE CAMPO

Para fins de aplicação da sequência didática procuramos o Centro Educa Mais Dayse Galvão de Sousa, situada no bairro Vila Embratel em São Luís. A escolha de tal escola deu-se pelo fato de um dos envolvidos na pesquisa ser morador do bairro e egresso da escola. Após uma primeira visita, foi solicitado pela coordenadora pedagógica da escola uma *Autorização*

para realização de pesquisa de campo (Anexo. A), a qual foi prontamente feita pela direção do curso e entregue na escola. Em seguida, fomos direcionados a professora de Matemática que estava ministrando geometria na turma do primeiro ano do ensino médio com um total de 29 alunos. A referida professora nos disse para trabalhar as figuras: cone, pirâmide, cubo, paralelepípedo, cilindro, tronco de cone e de pirâmide. Após reuniões com a nossa orientadora, e a devida autorização dos pais/responsáveis (**Anexo B**), começou-se a aplicação das etapas da proposta. A idéia inicial para a proposta era de no mínimo 8 horas de aula, mas por razões adversas somente 4 horas foi-nos liberada para trabalhar o conteúdo. O que não permitiu que fizéssemos como havíamos planejado e infelizmente pela falta de tempo não conseguimos trabalhar o conteúdo da maneira como gostaríamos. Mas apresentamos abaixo um breve relato das duas aulas que ministramos na escola.

➤ **Primeira aula**

Data: 17 de outubro de 2025

Duração: 2 horas

Eu, Nodson Pereira, me apresentei como morador do bairro e ex-aluno da escola em que estão estudando visto que praticamente todos os alunos moram no bairro onde a escola fica localizada ou no bairro vizinho. Narrando ainda o fato de que no dia em que houve um acontecimento histórico que foi o atentado de 11 de setembro de 2001 nas torres gêmeas nos estados unidos da américa eu estava na escola em uma sala próxima onde eles estão e cursava o sétimo ano do ensino fundamental, embora ainda não tenham nascido neste dia provavelmente todos já ouviram falar desse acontecimento. O Rogério Barbosa também comentou sobre sua trajetória estudantil ressaltando que sempre estudou em escola pública e hoje cursa matemática em uma universidade pública

Informamos a todos o motivo da nossa presença na sala de aula, ou seja, a realização de um projeto que seria utilizado no nosso TCC (trabalho de conclusão de curso). Como vários alunos não sabiam o que significa um TCC, então explicamos a eles e os informamos que futuramente iriam fazer um para a conclusão de sua graduação. Em seguida exibimos um documentário (Veja Imagem 01) referente as pirâmides do Egito e a contribuição da matemática, em especial a geometria, na construção desses monumentos e posteriormente fizemos algumas considerações sobre o material que foi exposto no vídeo, mencionando a importância da matemática na construção civil, na arte e arquitetura ao longo da história. Informamos aos alunos e a professora que poderiam fazer algumas perguntas ou considerações assim que desejar. Em um determinado momento uma aluna disse que o seu pai trabalha na

construção civil e que a matemática é muito utilizada nesse meio e acrescentamos que historicamente esta disciplina tem dado grande contribuição neste segmento.

Imagem 01: Documentário sobre pirâmides do Egito.



Fonte: Autores da Pesquisa

Ao final das considerações, nós conceituamos poliedros e destacamos alguns tipos de poliedros como os poliedros de Platão, os prismas, o cubo e suas respectivas faces, arestas e vértices. Perguntamos a turma se já haviam ouvido falar de Platão, a maioria afirmou que sim, mas não o conheciam de forma aprofundada e tinham conhecimento que era um filósofo e não sabiam de sua contribuição com a matemática. Por alguns instantes falamos sobre Platão e sua contribuição tanto direta quanto indireta para a geometria, assim como ele, seus discípulos também foram importantes no estudo de sólidos geométricos. Ao conceituarmos o cubo e mencionarmos sua importância no cálculo de volume, perguntamos a turma o que entendiam sobre metro cúbico ou centímetro cúbico, alguns disseram se tratar de um número elevado a três e a maioria não soube conceituar, então expusemos o conceito de cubo, em que relacionamos o conceito de metro cúbico e centímetro cúbico com a figura do cubo. Mencionamos também a fórmula de Euler e trouxemos a história de Leonhard Euler cuja fórmula tem o seu nome e que até então era um completo desconhecido para os alunos. Os estudantes não apresentaram qualquer dificuldade para definir o número de faces, de vértices ou de arestas dado o valor das outras duas variáveis utilizando a fórmula de Euler, provavelmente porque é uma fórmula simples, prática o que contribuiu para que pudéssemos reforçar a ideia de que fórmulas que relacionam letras e números não são frutos do acaso e que foram criadas para simplificar operações matemáticas. Nos últimos minutos de aula nos despedimos dos alunos e da professora ressaltando que estaríamos juntos no próximo encontro.

➤ Segunda aula

Data: 24 de outubro de 2025

Duração: 2 horas

No início da aula, conforme pode ser visto na Imagem 02, exibimos parte de um vídeo de 22 minutos que trata sobre a importância dos gregos na construção da matemática e a importância da matemática na construção de monumentos na Grécia antiga. O vídeo trouxe figuras importantes para a história da matemática como Platão, Arquimedes e menciona Hipátia, a primeira mulher matemática que foi morta por religiosos fanáticos em 415 D.C. Menciona também uma obra importante para a história da matemática de forma geral “os elementos” de Euclides. Depois da exibição do vídeo fizemos algumas considerações sobre o material exposto e em seguida a professora contribuiu com algumas palavras.

Imagem 02: Documentário da BBC



Fonte: Autores da pesquisa

Continuamos a aula conceituando paralelepípedo, uma figura que possui elementos em comum com o cubo e para facilitar a compressão da figura mencionada foi necessário conceituar paralelogramo. O cálculo do volume do paralelepípedo é semelhante ao do cubo, figura que estava no conteúdo da aula que havia sido ministrada no dia anterior, ou seja, o cálculo do volume do paralelepípedo é basicamente multiplicar as três dimensões da figura. Expomos uma questão contextualizada em que seria empregado a fórmula do cálculo do volume

de um paralelepípedo.

Questão 1: Qual o volume de concreto utilizado na construção de uma laje de 8 centímetros de espessura de concreto, em uma sala com medidas iguais a 4 metros de largura e 6 metros de comprimento.

Resolução: Resolvemos a questão no quadro, onde convertemos 8 centímetros em 0,08 metros e utilizamos a fórmula de cálculo do volume do paralelepípedo para obter o valor do volume do concreto, o resultado encontrado foi 1,92 metros cúbicos. Um número bem próximo de dois.

Em seguida, alteramos os dados da questão para que os alunos fizessem e desta vez utilizamos a medida da sala de aula e arredondamos para 7 metros de largura por 9 metros de comprimento utilizando os 8 centímetros de espessura do concreto. Além disso, foi proposto que considerassem que o metro cúbico do concreto fosse R\$ 550,00 e que definissem quanto seria necessário em dinheiro para a compra do concreto. Os alunos converteram 8 centímetros em 0,08 metros e utilizaram a fórmula de cálculo de volume de paralelepípedo assim como foram orientados e sem dificuldade obtiveram o valor de 5,02 metros cúbicos. Após ver que estava correto, os lembramos que faltava calcular o valor em dinheiro do concreto utilizado e assim fizeram. Autorizamos o uso da calculadora no momento da multiplicação para poupar tempo.

Após este momento fizemos a exposição de alguns sólidos geométricos bastante conhecidos e utilizados na matemática e que são rotineiramente abordados em seletivos e provas de vestibulares como o ENEM, por exemplo. A data da aplicação foi próxima o dia de realização da prova do ENEM e alguns alunos afirmaram que iriam fazer a prova, então apresentamos aos alunos através de imagens em slides, a pirâmide, o cone, o cilindro, e seus elementos, bem como o tronco de cone, o tronco de pirâmide e seus elementos. Decidimos que além da contextualização histórica, iríamos também utilizar figuras geométricas de material manipuláveis para reforçar o aprendizado, conforme pode ser observado nas Imagens 03 e 04. Tal fato ajuda a identificar as figuras geométricas com mais facilidade e a compreender a planificação de sólidos geométricos de maneira mais eficaz, observe a Imagem 05.

Imagem 03: Figuras geométricas manipuláveis



Fonte: Autores da pesquisa.

Imagem 04: Material manipulável, pirâmide.



Fonte: Autores da pesquisa.

Imagem 05: Material manipulável, pirâmide.



Fonte: Autores da pesquisa.

Os alunos já haviam estudado geometria plana, através de aulas ministradas pela professora que nos acompanhava, o que contribuiu para facilitar a compreensão deles em cálculo de área de sólidos geométricos e de volume. Aos instruí - los sobre como calcular volume de alguns sólidos geométricos primeiro expomos as fórmulas e depois os orientamos sobre uma forma mais simples que consiste em calcular a área da base vezes a altura. Ao mencionar a figura do cilindro mencionamos a caixa de água que fica localizada na rua Oswaldo Cruz no centro da cidade e que é bastante conhecida, principalmente por causa das suas dimensões e que tem o formato de um cilindro. Especulamos valores sobre a altura e o raio do círculo que é a base da caixa de água, ao valor da altura atribuímos 20 metros e ao raio da base 4 metros e informamos os alunos que um metro cúbico de água equivale a mil litros. Em seguida, pedimos para que calculassem a capacidade de armazenamento da caixa de água em metros cúbicos e posteriormente em litros de água. Através da fórmula empregada para calcular o volume do cilindro os alunos obtiveram o valor do volume da caixa de água que é 1000,04 metros cúbicos e ao multiplicar esse valor por mil encontraram o valor da capacidade da caixa de água em litros.

Com o cone e com a pirâmide o cálculo do volume é dado pela multiplicação da área da base vezes a altura vezes um terço, para isso nós levamos as figuras manipuláveis, como pode ser visto na Imagem 05, para que os alunos entendessem que os cálculos da área da base mudam de acordo com a figura. Alguns alunos também perceberam que a diferença no cálculo de volume de figuras anteriores para o cone e a pirâmide é a multiplicação por um terço e questionaram o porquê de um terço, então explicamos que uma pirâmide possui um terço do volume de um prisma de mesma base e mesma altura. Da mesma forma que um cone possui um terço do volume de um cilindro com a mesma base e mesma altura.

Após expor conceitos e fórmulas de alguns sólidos geométricos, convidamos os alunos a fazer uma reflexão sobre a origem dessas fórmulas e sobre o impacto de sua descoberta na meio acadêmico e na sociedade ao longo da história. Resgatamos o nome de um personagem importante na geometria espacial ao longo da história, mas desconhecido para muitos, ou seja, Endoxo de Cnido (C.408.a.c – c.355.a.c) e não poderíamos deixar de mencionar o Papiro de Moscou, um artefato importante em evidências e descobertas em vários segmentos da matemática incluindo o cálculo de volume de sólidos geométricos.

Encerramos a aula com palavras de agradecimentos aos alunos e a professora que em seguida também proferiu algumas palavras de incentivo e agradecimentos a nós e aos alunos.

ANEXO A



Ofício nº 69/2025 – MATEMÁTICA

São Luís, 26 de agosto de 2025.

À
Ilma. Sra. Fernanda Câmara Maciel
Centro Educa Mais Dayse Galvão de Sousa -

Assunto: Autorização para realização de pesquisa de campo.

Prezada Gestora Pedagógica,

Solicitamos a V.Sa. autorização para que os alunos do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, **Nodson Pereira Cardoso**, matrícula **20210005984**, **Rogério Barbosa Sousa**, matrícula **20210005993** realize pesquisa de campo no Centro Educa Mais Dayse Galvão de Sousa, com o objetivo de coletar dados para fins de elaboração de Trabalho de Conclusão de Curso com o tema: *A História da Matemática como recurso didático para a Aprendizagem da Geometria no ensino Médio: uma proposta pedagógica*. A referida pesquisa está sendo desenvolvida pelos alunos sob a orientação da Prof.^a Dr.^a Sandra Imaculada Moreira Neto – Professora do Departamento de Matemática e Informática do Centro de Educação, Ciências Exatas e Naturais do Campus Paulo VI.

Na certeza de contarmos com vossa colaboração, subscrevemo-nos.

Atenciosamente,

Documento assinado digitalmente
gov.br ANTONIO MAGNO BARROS
Data: 27/08/2025 12:23:34-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

ANEXO. B**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO****DEPARTAMENTO: ciências exatas e naturais****CURSO: Matemática licenciatura****Termo de consentimento livre e esclarecido aos pais**

Senhor pai ou responsável, nós, Nodson Pereira Cardoso e Rogério Barbosa, acadêmicos do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, viemos solicitar a autorização do aluno(a) _____

do 1º ano do ensino médio da escola centro educa mais Dayse Galvão de Sousa, para participar da pesquisa intitulada “**A História da matemática como recurso didático para a aprendizagem da geometria no ensino médio: uma proposta pedagógica**” que está sendo realizada para ser utilizada na defesa do nosso trabalho de conclusão de curso (TCC).

A pesquisa acontecerá em sala de aula, nos horários das aulas de matemática, nos períodos acordados com o (a) professor(a) da disciplina e a direção da escola.

Os instrumentos utilizados para a implementação da pesquisa serão: questionários, lista de exercícios, fotografias e vídeos com a utilização de data show.

Todas as informações serão usadas somente para os fins dessa pesquisa, preservando assim o nome do(a) aluno(a), mas solicito que autorize a publicação de fotografias, que serão necessárias, sem que se identifique diretamente o(a) aluno(a), mas apenas para o registro das atividades feitas em salas de aula.

Ressalto ainda que a participação do aluno é de extrema importância para o seu aprendizado em geometria espacial, facilitando sua compreensão de conceitos e definições neste segmento da matemática.

Aguardo sua compreensão e autorização.

Atenciosamente,

Acadêmicos Nodson Pereira e Rogério Barbosa

() Autorizo () Não autorizo

Assinatura do pai e/ou responsável

São Luís, ----- de setembro de 2025.