

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO – PROG
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS – CECEN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA – DEMATI
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

HENDERSON MACHADO ALMEIDA

Ensino da geometria: contribuições da história da Matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental.

São Luís – MA

2025

Henderson Machado Almeida
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO – PROG
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS – CECEN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA – DEMATI
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

ENSINO DA GEOMETRIA: CONTRIBUIÇÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
PARA UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL.

HENDERSON MACHADO ALMEIDA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
curso de Matemática Licenciatura da Universidade
Estadual do Maranhão para a obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Msc Carlindo Lisboa Alves

São Luís – MA

2025

Henderson Machado Almeida

Ensino da geometria: contribuições da história da Matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental.

Aprovado em: / /

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Msc Carlindo Lisboa Alves



Documento assinado digitalmente
CARLINDO LISBOA ALVES
Data: 09/01/2026 09:50:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Msc Carlindo Lisboa Alves



Documento assinado digitalmente
MAGDA LUCIA CORREIA GUIMARAES
Data: 10/01/2026 12:35:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

EXAMINADOR 1



Documento assinado digitalmente
RAIMUNDO MERVAL MORAIS GONCALVES
Data: 09/01/2026 10:13:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

EXAMINADOR 2

FICHA CATALOGRAFICA

Almeida, Henderson Machado

Ensino da geometria: contribuições da história da matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental / Henderson Machado Almeida / São Luís – MA / 2025.

FOLHAS f.

Monografia (Graduação) – Curso de Matemática Licenciatura, Universidade Estadual do Maranhão

Orientador: Prof. Msc Carlindo Lisboa Alves

1. Educação 2. Ensino de geometria 3. Título

RESUMO

Este trabalho, de caráter qualitativo e embasado em pesquisa bibliográfica, investigou a relevância da História da Matemática como ferramenta didática para o ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental. O atual cenário do ensino de Geometria é marcado por desafios na compreensão de conceitos espaciais e na aplicação prática, frequentemente resultando em desmotivação dos estudantes. O objetivo central desta monografia foi analisar como a contextualização histórica pode enriquecer a prática pedagógica, tornando a Geometria mais significativa e menos abstrata. Para tanto, foram estudadas as contribuições de diversos autores que defendem o uso da História da Matemática para superar obstáculos epistemológicos e didáticos. A análise demonstrou que a História da Matemática não apenas contextualiza a origem dos conceitos geométricos, como o Teorema de Pitágoras ou as Geometrias não-euclidianas, mas também aproxima os alunos a matemática, mostrando o percurso do conhecimento. Como resultado, propõe-se uma abordagem pedagógica estruturada que integra a narrativa histórica à exploração de conceitos geométricos, visando a uma aprendizagem mais crítica, reflexiva e engajadora. Conclui-se que o uso da História da Matemática é uma metodologia potente e inovadora, capaz de aprimorar significativamente o processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

Palavras-chave: Educação. História da Matemática. Ensino de Geometria.

ABSTRACT

This qualitative study, based on bibliographic research, investigated the relevance of the history of mathematics as a teaching tool for geometry in the final years of elementary school. The current scenario of geometry teaching is marked by challenges in understanding spatial concepts and practical application, often resulting in student demotivation. The main objective of this monograph was to analyze how historical contextualization can enrich pedagogical practice, making geometry more meaningful and less abstract. To this end, we studied the contributions of several authors who advocate the use of the history of mathematics to overcome epistemological and didactic obstacles. The analysis showed that the history of mathematics not only contextualizes the origin of geometric concepts, such as the Pythagorean theorem or non-Euclidean geometries, but also brings students closer to mathematics by showing the path of knowledge. As a result, a structured pedagogical approach is proposed that integrates historical narrative with the exploration of geometric concepts, aiming at more critical, reflective, and engaging learning. It is concluded that the use of the history of mathematics is a powerful and innovative methodology capable of significantly improving the teaching-learning process of geometry.

Keywords: Education. History of Mathematics. Teaching Geometry.

LISTA DE FIGURA

Figura 1: Pirâmide Curvada.....	19
Figura 2: Pirâmide Vermelha.....	19
Figura 3: Tales medindo a altura da pirâmide de Queops.....	20
Figura 4: Castelo de Pedras Altas.....	20
Figura 5: Tetraedro.....	21
Figura 6: Playgrounds	21

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
FUNDAMENTAÇÃO TEORICA.....	2
OBJETIVOS	9
Objetivo Geral	9
Objetivo Especifico.....	10
METODOLOGIA.....	11
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	12
HISTÓRIA DA GEOMETRIA.....	18
Ensino da geometria: contribuições da história da Matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental.	23
Proposta de intervenção com recursos pedagógicos	28
Análise sobre aspectos de percepção de ensino aprendizagem.....	35
Análise educacional.....	38
REFERENCIAS.....	44

INTRODUÇÃO

A busca por conhecimentos leva cada vez mais à difusão de ideias no meio filosófico e científico, e tratarmos de conhecimentos matemáticos é sobretudo, demonstrar e contribuir para que essa permaneça em evolução como conhecimento dinâmico que se transforma e se aprimora continuamente. Assim, protagonizada em vários momentos por povos e períodos distintos da história. Portanto, cada avanço matemático contribui para que os saberes atuais ou vindouros possam ecoar como sentimentos de quem a matemática faz por gosto de ensino e aprendizagem.

Ao tratarmos do ensino aprendizagem de geometria nos referimos tanto aos momentos históricos passados como os atuais e deixamos contribuições para os ideais vindouros no sentido de que, tudo na matemática possa ser testado, mensurado, e isto faça parte do que chamamos de pensamento crítico tal qual, só se pode encontrar quando se aprende e se, alguma coisa se aprendeu, concluímos que houve ensino aprendizagem.

Lembremos para tanto que os processos de ensino aprendizagem passam pelo início do descobrimento da matemática, passam pela história da matemática e sua contribuição até os dias atuais.

Tais construções da história da matemática permitiram uma diversidade de conhecimentos dentre os povos que as fizeram e que se perpetuam ao longo dos tempos. Estas questões incluem indagações, testes e hipóteses que formam bases sólidas para a própria matemática e para consolidar sua importância e utilidade para a humanidade e para o sistema educacional de ensino.

Dessa forma, o passo marcante para o homem está quando a matemática consegue solucionar diversos problemas cotidianos. Pois pôde ser vista também como uma ferramenta para a resolução de problemas concretos, especialmente, pela geometria que permite compreender e realizar diferentes tipos de construções no espaço, estimulando o raciocínio lógico, a visualização e a capacidade de análise.

Portanto, analisar o ensino aprendizagem da geometria implica também em refletir sobre o papel da matemática na formação do cidadão. Ao compreender a evolução desse conhecimento, o aluno pode perceber que a matemática não é um conjunto de regras imutáveis, mas um produto cultural que está presente em diversas áreas do cotidiano.

Nesse contexto, a incorporação da história da matemática ao ensino, desenvolve uma visão mais crítica, autônoma e consciente da importância dessa ciência para a sociedade.

Ademais, destacaremos a grande importância no ensino aprendizagem da geometria, assim como as contribuições da história da matemática para o desenvolvimento dos povos e sua formação cidadã.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao tratarmos sobre o ensino da geometria: contribuições da história da matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental, nos reportamos a uma série de fatores, aspectos e processos educacionais, tanto práticos (o trabalho em sala) quanto teóricos (revisão de literatura).

Então para a nossa reflexão, fazemos uma rápida indagação, a saber: o que aparece primeiro, o ensino da geometria ou a história da matemática?

Está rápida indagação permite uma análise atenta do fazer pedagógico educacional para o ensino aprendizagem da matemática. Desta forma, poderíamos salientar tal resposta para a referida indagação da seguinte maneira: a história da matemática surge mediante os vários fatores que compõem sua formação, dentre eles a geometria, sem se limitar apenas a ela.

Em outras palavras, quando observamos como a geometria surgiu nas práticas pelos povos em seus vários momentos de utilização e, posteriormente, nos estudos, observamos que sua origem está ligada inerentemente a própria origem da história da matemática. Portanto, concluímos que não há como separar completamente esses dois fenômenos, mas destaca-se que, antes da geometria, houve outros contextos que também fundamentam e dão origem a história da matemática, como podemos citar a álgebra, as equações, o próprio processo de contagem, formação dos números, dentre outros que antecedem e os que precedem a geometria.

Dessa forma, é importante observamos que os feitos e aplicabilidades dos testes, hipóteses e indagações muito contribuíram para o desenvolvimento da geometria. E neste conjunto de várias contribuições que envolvem vários povos que a matemática se fundamenta, ganha sentido e seus feitos ou a forma como ela é manipulada que forma o sentido de história, já que as práticas matemáticas foram usadas, testadas e reinterpretadas ao longo do tempo.

Como resultado, a geometria se fundamenta culturalmente, ao longo da história, tornando-a um conteúdo matemático que passa a ser visto e encontrado também nos conceitos de etnomatemática.

Na obra de D'Ambrosio, "Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Modernidade" (2019) é destacado que a história da matemática serve como ponte entre as tradições culturais e a modernidade. O autor sublinha que vários contextos sociais e históricos contribuíram para o desenvolvimento da matemática e que o conhecimento destes contextos é crucial para a aprendizagem da matemática.

Ou seja, o contexto torna o ensino muito mais rico, pois permite a compreensão de que a matemática não se constitui apenas de um conjunto de fórmulas prontas, mas também de uma construção social e histórica.

D'Ambrosio (2014) destaca o valor do uso da história da matemática como uma abordagem de ensino para tornar o assunto mais envolvente e significativo em seu livro "Educação Matemática: Da Teoria à Prática." Compreender como as ideias matemáticas mudaram ao longo do tempo e como elas foram aplicadas em vários contextos culturais e históricos ajuda os alunos a obter uma maior apreciação pela matemática e seu valor para a sociedade.

Além das obras de D'Ambrosio, a importância do uso da história da matemática como ferramenta de ensino nas aulas de geometria é abordada no artigo de Bicudo "A importância da História da Matemática no ensino de Geometria" (2010). O autor enfatiza a relevância de ensinar geometria utilizando a história da matemática para ajudar os alunos a compreender os conceitos geométricos de forma mais significativa.

Neste sentido é possível ver claramente que há uma ligação entre o surgimento da geometria e da história da matemática, traduzida pelos aspectos culturais e sociais dos povos quando eles utilizam a matemática em seus fazeres cotidianos. Assim, sem saber, estavam tanto produzindo conceitos geométricos quanto parte da história da matemática.

Ademais, quando ensinamos a história da matemática, ensinamos ao mesmo tempo o conteúdo e a abordagem matemática, assim exemplificamos: Euclides, considerado como o "pai da geometria", também era escritor, cuja obra "Os Elementos" consolidou grande parte do conhecimento geométrico da época. Assim, conhecer sua contribuição permite aos alunos compreenderem como a

geometria foi sistematizada historicamente e como essas ideias ainda influenciam atualmente.

Ao observarmos o exemplo, compreendemos que estamos ensinando dois processos educacionais que reflete tanto a história da matemática quanto ao conteúdo matemático.

Diante disso, uma segunda indagação para o ensino aprendizagem pode ser descrita da seguinte forma: como estudar o conteúdo matemático separadamente de sua origem?

Essa reflexão conduz a outra questão muito importante: acaso, quem está ensinando, está ensinando a matemática de forma mecânica com ênfase de repetição de cálculos sem o desenvolvimento de raciocínio e de resolução de problemas? Quem está ensinando apenas o faz resumidamente?

Notemos que essas perguntas até podem não responder diretamente à indagação sobre a possibilidade de estudar um conteúdo matemático separado de sua origem, mais certamente elas abrem caminhos para as hipóteses, para as análises. Quando se fala em ensino aprendizagem, é inevitável considerar as metodologias, os recursos pedagógicos e didáticos de ensino. Nesse âmbito, encontramos a resposta mais apropriada: todo conteúdo matemático tem uma origem. Nada está ao acaso, cada conceito tem uma história.

Portanto, ensinar matemática implica em ir do começo e não apenas apresentar seus resultados finais. Assim podemos compreender que algumas hipóteses poderiam se mostrar equivocadas, enquanto outras se revelarão corretas, enriquecendo a compreensão da aprendizagem.

A principal contribuição da história da matemática para o ensino da geometria está essencialmente nos seus feitos históricos, ou seja, evidenciam sua utilização em diferentes culturas. Dessa forma, a manipulação, registros de práticas matemáticas e as manifestações da etnomatemática revelam a função e relevância da geometria ao longo do tempo.

Como resultado, a construção de monumentos, palácios e pirâmides que foram construídos por antigas civilizações, nos revelam essa relação prática que, além de exigirem cálculos e desenvolvimento de raciocínio, esses feitos

apresentam claramente formas geométricas, demonstrando como a geometria se expressa no cotidiano.

Para a autora Melo (2023):

O progresso no desenvolvimento do pensamento geométrico das crianças está ligado ao estímulo de suas explorações. Cada criança constrói sua compreensão dos objetos geométricos a partir das experiências que vivência, quando envolve figuras tridimensionais, a visualização e compreensão podem se tornar mais desafiadoras. Isso ocorre porque, sem o estímulo adequado, as crianças enfrentam dificuldades em formular ideias. [...] (MELO, 2023, p. 12)

Desta forma, a autora Melo (2023) leva-nos a compreender que o espaço vivido pela criança é parte fundamental para o ensino aprendizagem da geometria. Logo, também é compreensível que o ato de contextualizar o cotidiano (espaço vivido) com a matemática, ao transformar o conhecimento empírico em filosófico-científico, promove uma maior aproximação da criança com a geometria. Nesse sentido, se fortalece o desejo por querer estudar e aprender, o que, por sua vez, reflete um dos princípios fundamentais que a história da matemática nos revela.

Além disso, um aspecto importante a ser explicado no ensino-aprendizagem da geometria, embora esteja sendo contextualizado, está nos nomes e formas das figuras geométricas. Assim, ao apresentar as diferenças entre uma figura e outra, é importante explicitar suas características para que não haja dúvidas.

São vários os momentos em que se encontram a utilidade da geometria e em especial da matemática. Ensinar tais processos não apenas os do passado, mais também os atuais demonstram uma sincronia e equilíbrio nos processos de ensino aprendizagem.

Segundo a autora Melo (2023):

O contato da criança com o espaço em que vive é constante, desenvolvendo, assim, experiência geométricas informais, como o reconhecimento de

figuras, percepção de espaço, distância, localização e visualização de objetos, dentre outros. Durante seus anos escolares essas experiências demandam conceitos formais, como propriedades e linguagem matemática adequada para a identificação de conteúdos geométricos. (MELO, 2023, p. 29)

Melo (2023) revela o quanto é importante a aprendizagem das figuras geométricas estudadas e da passagem das experiências espontâneas para os conceitos formais. Por exemplo: um professor diz para os alunos que as figuras geométricas podem ser encontradas em um palácio e em um prédio de dez andares.

Vejamos que a primeira reação desses alunos é imaginar o palácio e o prédio. A partir daí pode encontrar as figuras geométricas cabíveis. Note que, se estiver estudando figuras planas, os alunos poderão não visualizar diretamente as figuras geométricas devido ao palácio e o prédio estarem fora das figuras planas e sim nas figuras espaciais.

Este contexto leva há uma série de indagações, contudo, quando direcionamos o olhar desses alunos para partes específicas como o piso do palácio ou o piso do prédio, torna-se evidente a distinção entre figuras planas e espaciais. Logo, os elementos bidimensionais presentes nesses espaços facilitam a compreensão das figuras planas e o conjunto arquitetônico remete às formas espaciais;

É contextualizando a matemática que se ensina, que se desenvolve o raciocínio. Contextualizar a matemática em sala de aula tem recebido muita atenção como forma de envolver os alunos e incentivar a aprendizagem significativa. Nesse sentido, a história da matemática tem se mostrado uma ferramenta útil para aumentar a relevância e acessibilidade do assunto, proporcionando aos alunos um conhecimento mais abrangente de suas ideias.

A dissertação de Costa (2016) “A História da Matemática como Estímulo para o Ensino-Aprendizagem” afirma que incorporar a história da matemática como ferramenta de ensino desperta a curiosidade e a atenção dos alunos, tornando as aulas mais dinâmicas e interessantes. Essas descobertas históricas

ilustram a importância de cada conceito matemático como um facilitador na vida diária, além de fornecer um contexto histórico.

É salutar que, atualmente, embora se ensine a história da matemática, reconhecemos que os próprios alunos se tornam parte dessa história com seus feitos, descobertas e formas de utilizar esses conhecimentos matemáticos. Consequentemente, através do estudo da geometria e da história da matemática, os alunos tendem a aplicar esses conhecimentos em diferentes práticas do seu cotidiano. Assim, o processo de ensino e aprendizagem transmite o conteúdo e possibilita a transformação desses conhecimentos em atitudes concretas, por parte dos alunos.

Além disso, segundo Santos (2007) em sua dissertação “A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática” aborda que a história da matemática é uma ferramenta motivadora que auxilia o processo de ensino-aprendizagem. Entende que o ensino seja eficaz e significativo por meio da contextualização da matemática, e ainda, destaca aspectos positivos e negativos para comparar a relevância de usar a história da matemática nas aulas de matemática.

O fator das grandes descobertas não se limita ao passado. Ao analisarmos a história, observamos que o desenvolvimento do raciocínio e de resolução de problemas matemáticos poderia ter conduzido a soluções ainda mais eficientes em diferentes períodos. Por exemplo: na construção civil se usava costumeiramente cordas com nós (no Egito antigo, esticadores de cordas era uma profissão para quem trabalhava medindo terreno), servindo como uma espécie de trena, permitindo tanto a criação de figuras, quanto a realização de cálculos básicos.

Atualmente, a corda não está obsoleta, mas observa-se uma evolução significativa dos instrumentos de medição, passando de cordas com nós para uma linha sem nós, dentre outros equipamentos, como trenas metálicas esquadros, aparelhos eletrônicos de medição de altura, largura e comprimento. Possibilitando maior precisão, metrificação e alinhamento das estruturas.

Além disso, observamos que, ensinar a geometria para o aluno utilizando-se da história da matemática e contextualizando o cotidiano a aula, tende a ser

bem mais interessante e significativa para eles. Desse modo, os processos de ensino-aprendizagem tornam-se cada vez melhores, e se vê como resultado a formação cidadã em todos os seus sentidos pois, se desperta no aluno até mesmo os anseios ou desejos por profissões como da engenharia civil.

A tese de Mendes (2018) “O uso da História da Matemática no ensino de Geometria” investiga o uso da história da matemática como recurso pedagógico, demonstrando os benefícios desse método na aprendizagem dos alunos. De modo semelhante, as vantagens do uso da história da matemática no ensino de geometria também são enfatizadas na dissertação de Oliveira (2016), “A História da Matemática como Recurso Pedagógico no ensino de Geometria” que também destaca o valor da contextualização e a relação entre teoria e prática no processo de ensino.

Essa perspectiva, evidencia aos alunos que a matemática e, especificamente, a geometria não é um simples exercício no mundo das ideias. Embora parta desse mundo, marcado pela abstração, a matemática pode ganhar concretude, e se manifestar no mundo real e que, através dos diversos mecanismos contextualizados se chega a um ensino-aprendizagem mais significativo e efetivo.

Ainda que grande parte da matemática se inicia na abstração, é importante observar que a abstração é fundamental para tais processos, pois, pensar é preciso, e desenvolve o pensamento e o raciocínio lógico.

Ao sair da abstração para a prática pedagógica, chegamos ao uso de recursos e metodologias, que consistem nas ferramentas utilizadas para explorar, demonstrar e operar a matemática. Conquanto, essa ciência tenha como base os números, letras, símbolos e relações formais, o emprego de recursos e metodologias para que ela ocorra é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem mais significativos.

A estratégia pedagógica proposta de ensino da geometria utilizando a metodologia da história da matemática encontra sustentação teórica nos estudos e publicações mencionados. Sob essa ótica, os alunos têm a oportunidade de compreender por meio da contextualização histórica que o desenvolvimento de ideias matemáticas, suas aplicações e o significado que essa ciência assume ao

longo do tempo em diferentes culturas, amplia a compreensão conceitual e favorece um aprendizado mais significativo.

A aplicação desta metodologia tem o potencial de despertar o interesse dos alunos, enriquecer a experiência educacional e promover o crescimento das habilidades de pensamento analítico e crítico.

De fato, são inúmeras e importantes as contribuições da história da matemática para o ensino e aprendizagem da geometria. As experiências acumuladas ao longo da história ampliam a importância dessa metodologia como meio de formação assertiva dos estudantes.

A utilização de uma linha do tempo que associe passado e presente, assim como os autores e os povos que contribuíram para o desenvolvimento da geometria, incrementa a compreensão não apenas da importância dessa ciência, mas também de como se deu sua utilidade e que ainda permanece vigente na atualidade. Nesse sentido, é impossível afirmar que seu valor reduzirá no futuro, mas os alunos que estudarem o passado e o presente constroem conhecimentos que lhes servirão tanto agora, quanto para seu futuro.

Desta forma, cabe também destacar que, no presente e no futuro, novas descobertas continuarão a emergir, entre elas o avanço das tecnologias que contribuem para o ensino da geometria. Assim, essas novas tecnologias alinhadas à contextualização e a prática, ratificam o papel da história da matemática como forma de evolução e base para o ensino e aprendizagem da geometria como uma metodologia mais significativa.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

- ✓ Investigar a percepção dos alunos em aprendizagem geométrica nas séries finais do ensino fundamental através de revisão bibliográfica.

Objetivo Especifico

- ✓ Contribuições da história da matemática para o ensino e aprendizagem da geometria nas séries finais do ensino fundamental através de revisão de literatura;
- ✓ Analisar possíveis recursos e metodologias de ensino e aprendizagem da geometria para intervenção pedagógica nas séries finais do ensino fundamental através de revisão de literatura;
- ✓ Sistematizar resultados da história da matemática e do ensino aprendizagem da geometria nos processos educacionais nas séries finais do ensino fundamental através da revisão bibliográfica.

METODOLOGIA

Este estudo sobre o ensino da geometria e as contribuições da história da matemática para a elaboração de uma proposta pedagógica voltada aos anos finais do ensino fundamental, foi realizado através da revisão de literatura. Para tanto, realizamos buscas em navegadores de fácil acesso na internet, contemplando livros, artigos científicos e dentre outros trabalhos acadêmicos com o potencial de fundamentar teoricamente esta monografia.

Os arquivos digitais (livros, documentos e artigos) foram baixados gratuitamente em formato digital (PDF). Tais autores dos arquivos digitais com suas obras constituem os referenciais teóricos desta monografia. Assim, caracterizamos este trabalho como uma monografia de revisão de literatura, cujo objetivo é reunir, discutir e analisar produções científicas pertinentes sobre o tema, contribuindo com o ensino acadêmico científico e o campo da educação matemática.

Após este processo de busca e coleta do referencial teórico, avançamos para a leitura e seleção das obras relevantes. Por conseguinte, organizamos e discutimos as ideias precípuas presentes nos textos, sistematizando-as com os referenciais teóricos antepostos para constituir a fundamentação desta pesquisa.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Podemos compreender que a história da matemática se faz, se realiza e se estabelece mediante os processos socioculturais dos povos mesmo que de forma rude e até mesmo desprezível pela sua maioria.

Sua importância emerge mediante sua utilidade, pois sem ela, a matemática não seria capaz de se estabelecer e evoluir como ciência filosófica. Esse emprego também traduz as peculiaridades e características dos povos em primeira instância e, posteriormente com o tempo, favorece a uma linguagem comum entre as diversas culturas.

Esta linguagem matemática mesmo sofrendo várias mudanças e alterações ao longo do tempo, destaca questões humanas. Assim, apresentando métodos, notações e formalizando conceitos próprios que se distinguem das demais ciências.

Estes feitos permitem e corroboram para o desenvolvimento dos povos. Para tanto, Santos e Silva (2017):

Discursar sobre a história da matemática é falar sobre a evolução da própria humanidade. Desde o surgimento das civilizações, ela sempre se fez presente. (SANTOS E SILVA, 2017, p. 10)

Dessa forma, infere-se que, segundo os autores, as necessidades dos povos deram origem a matemática. Ela surge através da necessidade de conhecimento ora coletivos e ora individuais, estando também relacionada ao nascimento da propriedade particular e direitos sobre as coisas.

Podemos utilizar o exemplo da transição do homem nômade para o sedentário, momento em que se destaca a fixação de moradias, criações de animais, desenvolvimento de ferramentas e a atribuição do valor sentimental transmitido aos pertences. Desse modo, além dos bens materiais, surgiram necessidades de uma maior organização para o convívio em sociedade.

Destarte, o senso de justiça, pagamento, reparação de danos ou perdas e práticas de pesos e medidas, revelam o início de uma organização social baseada na proteção e valorização dos bens privados. Logo, a matemática emerge como forma de atender essas necessidades e, posteriormente, evolui para novas produções e utilidades.

Santos e Silva (2017), ainda nos falam:

A matemática está presente no cotidiano, envolvendo a ação das pessoas em tarefas desde as mais simples. Está na receita culinária, no consumo de energia elétrica, na compra do supermercado enfim, em tudo. Desde os tempos antigos ela acompanha o homem no seu processo de evolução, seja na contagem dos rebanhos nas eras primitivas, nas belas construções

antiga e até mesmo nas inovações modernas e contemporâneas. (SANTOS E SILVA, 2017, p. 05)

Observamos que, segundo os autores, há presença da matemática na vida humana, desde suas necessidades básicas do cotidiano até as grandes contribuições históricas e tecnológicas. Portanto, ao destacar como essa presença é contínua, assim se evidencia que a utilização prática da matemática também integra a evolução cultural e social dos povos. Sob essa ótica, ocorre o diálogo com o a etnomatemática, visto que estuda a relação entre a matemática e os modos de viver, produzir e se organizar das diferentes culturas.

Um dos primeiros passos do homem com a matemática está nos processos de contagem a partir de análises, comparações e deduções. Outro importante passo está na forma de trocas, que demandam a ideia de quantidade para estabelecer o valor de um produto comparado a outro.

Esses passos abrem caminhos para a então formação de números, que posteriormente se transformaram em uma linguagem matemática própria, caracterizando-se como universal e mantendo a capacidade de se transmitir compreensivelmente entre diferentes povos, contribuindo para a evolução do conhecimento.

Consequentemente, a consolidação dos números passa por diversos sistemas, análises e a aceitação ou não de determinados símbolos e ideias. Logo mais, a matemática se expande e preenche outros campos das necessidades humanas. Assim chegamos aos cálculos, conceitos, fundamentos teóricos, além de métodos, hipóteses e adoção de testes que estenderam seu campo de atuação.

Diante disso, para compreender a evolução da matemática entre as diferentes civilizações, é relevante analisar a linha do tempo para observar o que aconteceu e onde aconteceu. Explorando essa linha, constatamos que os povos não dominavam a matemática como um todo, assim como a conhecemos hoje, mas possuíam apenas o conhecimento necessário para seu próprio desenvolvimento, realizando suas tarefas cotidianas.

Por consequência da evolução das civilizações, surgiam novos problemas. Logo, a matemática precisava ser recorrentemente testada, corrigida e aprimorada de modo que seus erros fossem extirpados. E esse processo de depuração sobrechegava principalmente no campo teórico, ou seja, filosófico.

Ao passo que observamos a evolução da matemática, é possível destacar os povos que contribuíram para esse conhecimento e designar seus principais representantes que muitas vezes foram chamados de “pais” de determinadas áreas do saber. E comumente, vários deles atuando simultaneamente, seja no mesmo local ou lugares diferentes.

Essa análise da linha do tempo irá indicar cada avanço matemático ao seu contexto cultural e geográfico. Portanto, constata-se melhor o desenvolvimento da matemática, e tal conhecimento poderá ser transmitindo aos

alunos. Desse modo, de acordo com Santos (2010), conhecer a história da matemática permite ao aluno compreender os atuais conceitos, entendendo o contexto e a razão da sua criação.

Os lugares em destaque onde surgiu a matemática são descritos como Antigo Egito, Mesopotâmia e Grécia, dentre os mais diversos fazeres cotidianos, a saber: contagem de animais, construção (de casa, palácios, navios, armas de guerras...), transposição de água de rios para irrigar lavouras, comércios etc.

No Egito é possível encontrar o sistema decimal hindu arábico, operações básicas, frações, entendimento de sólidos, medições de terras, papiro de Moscou e papiro Rhind que trazem aritmética, geometria e álgebra.

Na Mesopotâmia e em especial na Babilônia também se encontram diversos feitos matemáticos entre equações, operações básicas, frações e álgebra. Além de contar com o manuscrito de Plimpton muito importante para os feitos matemáticos.

Contudo, na Grécia a matemática torna-se uma discussão mais intelectual e filosófica, deixando de lado sua aplicação prática. Assim, segundo Struik (apud Grimberg, 2004), o principal objetivo dos primeiros estudos na Grécia, era entender o lugar do homem no universo por meio de um esquema racional, auxiliando na organização do pensamento, conseqüentemente, ordenando ideias de forma lógica e identificando princípios fundamentais.

Nessa perspectiva, segundo Santos (2010, p. 13) os gregos construíram uma ciência propriamente dita. A matemática não se preocupava mais com suas aplicações práticas, mas diferente da babilônica, levava em consideração os problemas relacionados com o movimento, continuidade e processos infinitos.

Este olhar para o todo da história matemática, nos permite analisar os conhecimentos socioculturais dos povos em seu desenvolvimento. E isso é fundamental, pois, trabalhar a matemática é antes de tudo, conhecer as suas origens, seus pilares e funções.

Conclui-se que as contribuições da história da matemática são inúmeras para o ensino-aprendizagem de geometria. Pode-se deduzir, comparar, analisar, testar, isto é, pode-se desenvolver um grande raciocínio matemático de resolução de problemas a partir da concepção de como as antigas civilizações agiam na prática. Dessa maneira, desconstruindo a ideia de a matemática ser uma ciência de números, cálculos repetitivos, monótonos, complexos e irrelevantes na vida além da sala de aula.

A saber, alguns matemáticos que contribuíram com importantes trabalhos:

- Pitágoras (582 – 497 a.C) – Teorema de Pitágoras, aprendiz de Tales de Mileto, Escola Pitagórica, filósofo, matemático;
- Arquimedes (287 – 212 a.C) – noções de geometria e mecânica, parafuso de Arquimedes para retirar água dos navios, alavanca para coisas pesadas, gravidade específica ou princípio de Arquimedes;

- Euclides (300 a.C) – conhecido como pai da geometria, obra Elementos de Euclides reunindo conhecimentos matemáticos de Tales, Pitágoras e Platão, atua na mecânica, luz, navegação medicina, possui também Postulado das Paralelas e os Axiomas de Euclides (um grupo de leis);
- Apolônio (262 – 194 a.C) – matemático e astrônomo grego, atuou sobre as Cônicas, teorema de Apolônio, circunferência de Apolônio, Problema de Apolônio;
- Erastóstenes (276 a.C) – matemático, geógrafo, astrônomo e filósofo, considerado o pai da Geografia, importantes estudos sobre medições da Terra, desenvolveu um método matemático para medir a terra, inventor do astrolábio esférico, criador do crivo de Eratóstenes;
- Claudio Ptolomeu (100 – 168) – matemático, cientista grego (tese de a terra ser o centro do universo, a lua, o sol e vários planetas giravam em volta da terra, uso de cálculos para demonstrar que a terra era redonda), também era astrônomo;
- Leonardo Fibonacci (1170 – 1250) – italiano da Idade Média, trabalhos sobre algarismos arábicos, sequência Fibonacci;
- Galileu Galilei (1564 – 1642) – era físico, astrônomo e filósofo, estudou medicina, descoberta das leis do movimento pendular, construção da luneta telescópica, termômetro, anéis de Saturno, dentre outros;
- René Descartes (1596 – 1650) – tido como criador do pensamento cartesiano que deu origem à filosofia moderna; era francês; aperfeiçoou a álgebra, além de matemático é físico e filósofo autor da frase “penso, logo existo”;
- Blaise Pascal (1623 – 1662) – foi matemático, físico e teólogo, inventor da máquina de calcular (a criação do matemático é considerada a primeira calculadora manual do mundo), escreveu sobre a pressão atmosférica, sobre o vácuo, criou a prensa hidráulica e a seringa além de ter melhorado o barômetro de Torricelli;
- Isaac Newton (1643 – 1727) – era inglês, se formou em artes, era matemático, físico, astrônomo, postulou a lei da gravitação universal, leis básicas da mecânica, cálculo diferencial e integral, cálculos de volumes e áreas;
- Leonhard Euler (1707 – 1783) – primeiro matemático que trabalhou com as funções de seno e de cosseno, estudou as linhas de curvaturas e deu o início no ramo da Geometria Diferencial;
- Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) – artista, filósofo, cientista, trabalhou nos campos da matemática, geologia, teologia, mecânica, história, jurisprudência e linguística, aperfeiçoou a máquina de calcular de Blaise Pascal tornando-a capaz de multiplicar e dividir, atuou com cálculo integral e diferencial, fundou a dinâmica, atuou com dispositivos como o relógio, prensas hidráulicas, luminárias, submarinos;
- Tales de Mileto (624 – 588 a.C) – filósofo, matemático e astrônomo grego. Na geometria contribuiu com as demonstrações de ângulos e triângulos;
- Riemann (1826 – 1866) – alemão, matemático autor de: geometria, integral, função zeta, hipótese, superfície, variedade, esfera de Reimann;

- Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) – chamado de “príncipe dos matemáticos”, atuou na área da Teoria dos Números, mínimos quadrados aplicado na resolução das distribuições de probabilidade em mecânica estatística e economia, com ajuda de Weber construiu o telégrafo.

Nesse cenário, a história da matemática como metodologia de ensino, mostra a trajetória histórica de grandes matemáticos, descobertas e desafios enfrentados, despertando curiosidade e o engajamento. Logo, tornando o ensino mais significativo e desempenhando múltiplas funções que enriquecem o aprendizado. Vejamos a aplicação no ensino da geometria:

i. Comparação e análise histórica:

Ao relacionar os conceitos de figuras geométricas planas da história da matemática com os conceitos atuais, é possível perceber mudanças e evoluções ao longo do tempo. Assim, exemplificação de figuras planas permite realizar comparações, argumentações e deduções antes mesmo de se chegar aos cálculos. Essa abordagem é importante, pois facilita a compreensão, motiva o aluno e enriquece o conhecimento. Além disso, desperta a curiosidade e o interesse pelo estudo, estimulando o pensamento abstrato e a capacidade de refletir sobre ideias matemáticas;

ii. Desenvolvimento do raciocínio matemático:

O ensino de geometria por meio da história da matemática promove a realização de deduções, testes, hipóteses e resolução de problemas. Essa prática ajuda o aluno a compreender o sentido das operações matemáticas, a importância da geometria em sua vida e em diversas aplicações, além de mostrar caminhos para superar desafios e desenvolver competências, inclusive relacionadas à cidadania e à responsabilidade profissional;

iii. Compreender o mundo e os conceitos geométricos:

O estudo histórico da geometria favorece que o aluno entenda melhor o mundo ao seu redor e internalize os conceitos matemáticos. Ele aprende a delimitar conceitos, reconhecer padrões e a precisão inerente à geometria, construindo uma base sólida para o conhecimento e futura aplicação no seu dia a dia;

iv. Desenvolve habilidades no ensino-aprendizagem:

Essa abordagem contribui para despertar o raciocínio, esclarecer dúvidas, manter o foco e estimular habilidades cognitivas e metodológicas essenciais ao aprendizado da geometria.

Salientamos que a história da matemática é dinâmica, ela se refaz e evolui constantemente. Demonstrando a necessidade de sempre aprender, pois o conhecimento matemático nunca está completo ou obsoleto. Constata-se que a matemática vem sendo modelada ao longo do tempo, ao passo que surgem novos recursos e metodologias que facilitam o ensino e aprendizagem.

Por exemplo, ao calcularmos a projeção de área sombreada por uma figura geométrica, como a projeção de uma pirâmide, podemos resolver esse

problema mesmo sem estar no mesmo local onde a construção foi construída. Com base nos cálculos e os dados da área da projeção, podemos em qualquer parte do mundo, aplicar o conhecimento matemático. Portanto, evidenciando a aplicabilidade prática dos conceitos geométricos e sua universalidade.

Por sua vez, um outro ponto importante para a compreensão e aprendizagem da geometria é o trabalho com a abstração. Diante disso, inicia-se as indagações do que é uma pirâmide, se possui lados, qual sua utilidade e qual é o seu formato. Estes elementos da abstração podem ser concretizados posteriormente por meio de imagens, modelos sólidas, maquetes e outros recursos didáticos. Esse princípio do campo da abstração geométrica é de fundamental importância para o ensino-aprendizagem, assim, o professor poderá utilizar vários recursos para as demonstrações e elucidações das dúvidas.

Uma forma de demonstrar uma pirâmide seria construí-la com papel (cartão, cartolina, papelão). Após sua confecção, o professor pode colocá-la sobre uma mesa, usar uma lâmpada qualquer em um suporte para que ela dê a ideia de sol, assim projetando a luz sobre os lados da pirâmide. Em seguida, é importante observar as questões relacionadas ao nascente e poente do sol para melhorar a realidade e através do tempo marcado por relógio, a lâmpada iria se deslocando de lugar e mudando a projeção da luz sobre a pirâmide, conseqüentemente evidenciaria mudanças na sombra. Conclui-se que o campo da abstração se torna mais compreensível e favorece uma integração da geometria com a história da matemática para o ensino mais significativo.

HISTÓRIA DA GEOMETRIA

Nas memórias das civilizações antigas encontramos o homem desenvolvendo seu raciocínio em diversas áreas do conhecimento, e não distante, o mesmo dá sentido à imaginação, à abstração, ao seu mundo de ideias ou mesmo ao próprio conhecimento que se possui.

É na forma de pensar, de fazer e agir que surgia a matemática como um viés para resolução de problemas, podendo ser testado, analisado, mensurado e até mesmo, ganhar formas, conceitos e fundamentos.

Uma breve análise mostra que o homem ao se desenvolver, começou a criar as coisas, também conhecidas como utensílios ou objetos, e dentre tais questões, uma observação atenta a três fatores iriam indicar um certo conhecimento educacional e também pedagógico, sendo eles: a arte de pintar, a seleção de ossos e pedras, as gravuras ou escritas embora em forma de símbolos.

Ao tratamos da arte de pintar nos referimos aos momentos em que se chega a linguagem visual de conhecimentos, parte significativa para ensinamentos. A seleção de ossos e pedras acompanhado de gravuras e pinturas denotam as formas de recursos metodológicos para uma escrita e transmissão de conhecimentos também compreendido como ensino aprendizagem.

Mesmo advindo de conhecimentos eruditos, ao longo do tempo são aperfeiçoados, ganham versões mais sofisticadas. Está modelagem ou manipulação abre caminho para os avanços da humanidade.

Tais feitos evoluíram de tal forma que, nos processos de demarcação de terra (área, propriedade) e de construções (casas, monumentos e palácios) se observa o nascimento da geometria.

A geometria tinha como princípio a medição de terras, tal qual, era conhecida como a ciência de medir terras. Do grego Geometrein, geo significando terra e metron, significa para medir.

Celestino 2020, diz:

Outra construção famosa foi a pirâmide curvada erguida na cidade de Dahshur para o Faraó Snefru (2600 A.E.C.). O nome pirâmide curvada é devido ao seu formato que possui uma mudança de inclinação nas faces iniciando com um ângulo de 54 graus com o chão e terminando com uma inclinação de 43 graus. Esta pirâmide tinha uma base quadrada com 190 metros de lado e 102 metros de altura, aproximadamente. Celestino, p.20, 2020.

Segundo a autora Celestino 2020, vemos os feitos históricos e serventia da geometria que perduram até os dias atuais. Os feitos mostram claramente as

bases da geometria entre a construção na forma da figura geométrica, medidas e ângulos que se referem exatamente os conceitos da geometria.

A imagem a seguir mostra a pirâmide curvada citada por Celestino 2020:

Figura 1: Pirâmide Curvada



Fonte: <https://www.infoescola.com/civilizacao-egipcia/piramide-curvada/>

Pela imagem compreendemos o quanto a matemática na especialidade geométrica dar concretude do campo do saber abstrato para a realidade vivida pela pessoa que não traduz somente o desenvolvimento da matemática para a matemática, e sim, uma concretude de sonhos, desejos e sentimentos dos povos.

Uma ênfase à pirâmide em relação a sua forma geométrica é dada através das suas arestas, notemos que, no caso das pirâmides as arestas não fazem curvas. Este ponto chama bastante atenção para os conceitos matemáticos, não que se busque mostrar erros, mais sim, é claro, se busca mostrar que a matemática estava em desenvolvimento e desta forma, quando uma segunda pirâmide foi construída, se observa a perfeição, a exatidão tanto no trabalho (construção) quanto nos cálculos matemáticos e a forma da pirâmide.

A autora ainda nos diz:

Após a construção da pirâmide curvada, o faraó Snefru não ficou satisfeito e ordenou a construção de uma nova pirâmide, também em Dahshur, que ficou conhecida como pirâmide vermelha devido ao seu revestimento de granito que refletia uma cor avermelhada. A pirâmide vermelha tinha uma base quadrada com 220 metros de lado e altura de 105 metros, aproximadamente, ela foi a primeira pirâmide verdadeira, com faces triangulares, e era a mais alta quando foi construída. Celestino, p.21, 2020.

A autora fazendo uma comparação à construção das duas pirâmides levamos a compreender um caminho para um aperfeiçoamento, uma abertura para as indagações, hipóteses e por conseguinte, um caminho para uma evolução, fazendo e refazendo, criando e recriando, ou seja, manipulando a matemática se conseguiu uma resolução de problemas a níveis exatos, perfeitos.

Vejamos a imagem da referida pirâmide vermelha:

FFigura 3: Tales medindo a altura da pirâmide de QueopsBIFigura 4: Castelo de Pedras AltasC 2: Pirâmide



Fonte: <https://www.infoescola.com/civilizacao-egipcia/piramide-vermelha/>

Ao observamos a imagem, vemos claramente uma figura geométrica perfeita, tal perfeição se dá através dos testes de conhecimentos, assim, não que se queira propositalmente errar, mais que, quando se observar e se reconhece que há erros, também se conclui que há processos de mudanças, passos para aperfeiçoamentos, para objetivos e conclusões, desta forma se desperta e se desenvolve o raciocínio matemático. O sentido de pirâmide vermelha está ligado aos granitos (material usado para fazer a pirâmide) refletindo a luz sobre eles.

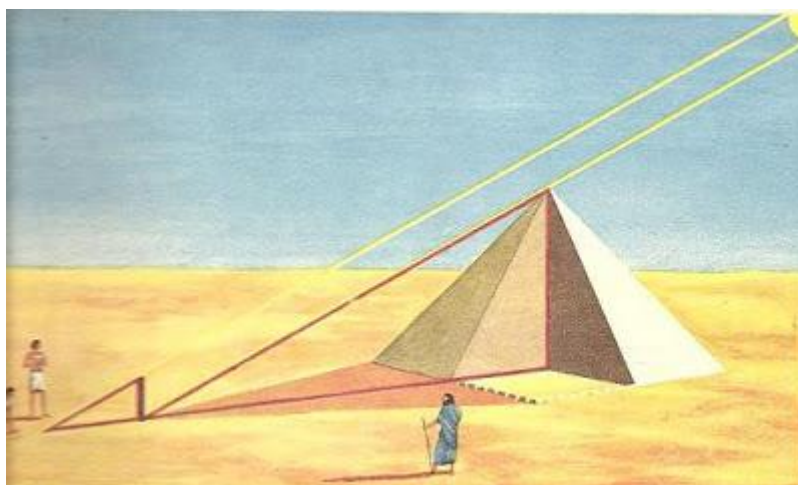
Tales de Mileto foi um dos primeiros a demonstrar a geometria, para Celestino 2020:

Em sua viagem pelo Egito Tales visitou as pirâmides e, conforme contam muitos historiadores, lá foi desafiado a determinar a altura da Grande Pirâmide Quéops. Para tanto, Tales planta um bastão verticalmente na areia e espera até o momento em que a sombra do bastão e o próprio bastão têm o mesmo tamanho, neste exato momento Tales corre para medir a sombra da pirâmide, concluindo que a altura da pirâmide seria igual ao comprimento de sua sombra,[...]. Celestino, p. 23-24, 2020.

Segundo a autora Celestino 2020, o filósofo e matemático grego em viagem pelo Egito, foi desafiado a medir a altura da pirâmide, e utilizando-se dos recursos bastão, também conhecido como uma vara de pau, que era bastante comum para os pastores de rebanhos e demais anciãos, ao enfiá-lo no chão marcando a projeção da sombra da pirâmide, pode medi-la utilizando-se deste artifício. A história ainda conta que Tales atuou sobre diversos feitos da geometria como os ângulos, os triângulos e a circunferência, dentre outros.

Vejamos a seguir a imagem de Tales medindo a sombra da pirâmide de Quéops:

Figura 5:Figura 6: Tetraedros



Fonte: https://clubes.obmep.org.br/blog/b_tales-de-mileto/

Veja que, a base de cálculo geométrica resulta no acerto da altura da pirâmide vermelha e que, tal feito foi passado como ensinamentos aos demais matemáticos do período e até mesmo aos atuais.

São vários os fatores que mostram a grande inteligência utilizada para a resolução do problema matemático sobre a pirâmide de Quéops. Isso não é meramente um ato feito ao acaso e sua importância é um fato a ser estudado, e é nisto que a matemática se enraíza, se consolida, pois, nem todos os acontecimentos são históricos, este de Tales que é fato social é histórico e está sendo passado como ensino aprendizagem.

Para os gregos, este era um importante passo para o desenvolvimento do raciocínio, pois, as construções e demarcações de terras iam cada vez necessitando de aperfeiçoamento tanto em formas quanto em números, levando às certezas e exatidões.

Para os babilônios, tal importância para não ser perdida, era registrada em tábuas de argila os feitos. Muitas foram as unidades de medidas utilizadas como referência ou símbolos de unidades numéricas, assim, dependendo dos povos

podemos citar: sapo ou girino, palma da mão, abertura da palma da mão, cordas, flor de lótus, dentre outros.

Os conhecimentos dos babilônios de 2000 a.C até 1600 a.C, contribuíram na matemática com os cálculos de área do retângulo, triângulo e triângulo isósceles, volume de um paralelepípedo, de um prisma trapezoidal, consideraram o comprimento do círculo pela medida do seu diâmetro a triplice vez, conheciam o teorema de Pitágoras.

No próprio Egito 2000 a.C teve-se o Papiro de Rhind e nele continham vários cálculos, a saber: problemas matemáticos com frações, equações, progressões, medições de áreas triangulares, cálculos de volumes. Já no papiro de Moscou se encontrava o cálculo de volumes de uma pirâmide truncada, equações lineares, cálculo de área de superfície curva, cálculo de área do triângulo e do retângulo, sistema de numeração não posicional, dentre outros. No Egito também foi possível encontrar a numeração por hieróglifos (forma da escrita única egípcia como um sistema formal combinando elementos logográficos, silábicos e alfabéticos, muito usado em templos, pirâmides “túmulos” e livro dos mortos), construção de símbolos para representação numérica exata como o traço vertical, o osso de calcânhar invertido, laço ou rolo de corda, dedo dobrado, girino, figura ajoelhada, e por conseguinte, o calendário solar com previsão de épocas de chuvas e de plantios, cada ano começa com a enchente do Rio Nilo, o ano tinha 365 dias com 12 meses de 30 dias e mais 5 dias para comemorar o aniversário dos deuses.

Na Grécia, Platão deu sentido e noções a poliedros regulares com formas sólidas, destacando-se os triângulos, quadrados, pentágonos. Para cada figura e suas faces formou os devidos conceitos.

Não distante, também na Grécia, Euclides dava os sentidos à Geometria Plana, a Teoria das Proporções, Geometria Espacial. Em sua principal obra chamada de Elementos, continha a aritmética, a geometria e a álgebra.

Euclides também sistematizou a geometria com seus precursores, daí ser chamado de pai da geometria e termos o que se conhece como Geometria Euclidiana, pois foi ele quem estruturou, fez a lógica e a coerência assim como os teoremas e formalidade da geometria. Fez na geometria os Axiomas, também deu os estudos de ponto, reta e plano.

Notemos que a história da geometria também é a história da matemática e se faz tão importante quanto o fazer de ensino aprendizagem no ensino fundamental séries finais. Não há como ensinar matemática sem ensinar o porquê da própria matemática, o porquê dos acontecimentos e para que irá servir.

A educação não se faz apenas por processos mecânicos de repetições onde há a dicotomia de que aprender a tabuada já é saber toda a matemática, isso é impossível, contudo, a tabuada é importante para as interpretações e resoluções de problemas matemáticos.

A tabuada é um dos princípios que precisa ser avançado para que a matemática faça sentido em todos os conteúdos matemáticos e em especial na geometria, pois, na própria geometria há muitas fórmulas, há muitos cálculos e os mesmos extrapolam o sentido mecânico da tabuada para um bom ensino aprendizagem e resolução de problemas.

Ensino da geometria: contribuições da história da Matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental.

A matemática está presente no diálogo da vida em sociedade, seja em um simples olhar no relógio, princípio da contagem do tempo ou uma compra na Internet, onde os dados são criptografados. Entretanto, é necessário que os alunos possam ver esta aplicação dos conceitos aprendidos em sala de aula. Nesse sentido, muitas áreas da matemática são percebidas pelos estudantes como abstrata, sendo isto normal para o ensino aprendizagem e que, ao contextualizar, precisa fazer sentido principalmente na relação com a vida cotidiana.

Essas percepções tornam o ensino da matemática mais cativante, assim desperta a motivação dos estudantes e sua capacidade de aprender e aplicar conceitos matemáticos.

Ademais, quando os professores contextualizando ou fazem aulas interdisciplinares com outros professores, os mesmos conseguem atingir em menor espaço de tempo o desenvolvimento do raciocínio, e isto é bom, pois, falar da matemática no dia a dia não é meramente apontar o local como forma de exemplo, e sim, é mostrar como usá-la, como manipula-la, não apenas no sentido da matemática para a matemática, pode ser em outros fatores e ciências, como da matemática para a biologia, da matemática para o serviço social, da matemática para o português, enfim, desenvolver o raciocínio é sobretudo, ter um bom ensino aprendizagem, portanto, "o ensino da Matemática deve ser contextualizado, para que se possa entender sua finalidade, aplicabilidade e sua relação com outras áreas do conhecimento" (CARVALHO, 2008, p. 35).

Assim, problemas históricos e de cotidianos podem mostrar para os alunos a importância, não só dos objetos de conhecimento e operações básicas, mas também dos mais complexos como forma de desenvolvimento desta ciência e da humanidade. Nessa lógica, fica evidente a importância de que o docente use uma metodologia de ensino de matemática mais humana ao mostrar o contexto em que foram desenvolvidos os saberes matemáticos.

Deste modo, a busca por métodos de ensino eficazes nesta área do saber, torna-se de fundamental importância. Como exemplo, utilizar a história da matemática como estratégia de ensino pode ser uma técnica para os professores tornarem suas aulas de matemática mais envolventes e acessíveis, pois "ao estudar a história da matemática, os alunos podem ver como as teorias e conceitos matemáticos foram desenvolvidos e utilizados em diferentes contextos

culturais e históricos, o que ajuda a tornar a matemática mais acessível e relevante para eles" (D'AMBROSIO, 2016, p. 45).

E é aqui que os alunos podem obter uma maior compreensão e apreciação da matemática, colocando teorias matemáticas e conceitos dentro de ambientes históricos e culturais, além de aprender sobre como o conhecimento matemático foi formado e usado em várias partes do mundo usando a história como uma ponte cultural de conhecimentos.

Consequentemente, essa estratégia de ensino pode instigar os alunos a investigar questões e instâncias do mundo real, compreender como as ideias matemáticas foram usadas em vários contextos e aprimorar suas habilidades de pensamento crítico examinando e interpretando documentos e dados históricos.

No Brasil possuímos vários feitos históricos e matemáticos geométricos, foram marcantes no passado e continuam sendo até hoje, representavam grandes valias e feitos sócias.

Assim podemos citar o Castelo de Pedras Altas no Rio Grande Sul que foi construído no começo do século XX. Para tanto vejamos a imagem a seguir:

Figura 8: Castelo de Pedras Altas



Fonte: <https://casavogue.globo.com/amp/MostrasExpos/Arquitetura/noticia/2016/08/10-castelos-no-brasil-que-parecem-ter-saído-dos-livros.html>

Por esta imagem do Castelo de Pedras Altas podemos concluir que ele é histórico e faz parte da história da matemática e para podermos compreender onde exatamente a matemática se encontra, precisamos ir além do que vemos, precisamos vê os seus operários, ou seja, os seus engenheiros, às pessoas que os fizeram denotam os conhecimentos de matemática e de geometria, é um feito da história da matemática.

Com a serventia do Castelo e da história da matemática, vemos o quanto a história da matemática contribui para o ensino aprendizagem da geometria.

Desta forma, ao se mostrar a imagem do Castelo para os alunos bem como, ensinar seus feitos, seus aspectos sociais e culturais, pode-se fazer as seguintes perguntas: é preciso medir a terra para a construção do castelo? Para a construção do castelo é possível que se marque na terra a área para ser construído? Quais as medidas a serem utilizadas? As medidas a serem utilizadas formam figuras geométricas? Quais figuras geométricas planas podem ser passadas para figuras geométricas espaciais? Após o castelo construído, ele possui apenas figuras planas? Posso encontrar medidas de volumes no castelo? Quais partes ou quais figuras geométricas presentes no castelo podem ser comparadas as figuras das casas dos alunos? Quais figuras são comuns os alunos encontrarem no trajeto de sua casa para a escola? Quais figuras geométricas do castelo medieval podem ser encontradas na escola que é contemporânea? Como unir a geometria do passado no presente? Contextualizando o castelo é possível vê as contribuições da história da matemática no ensino aprendizagem de geometria.

Antes de respondermos todas estas perguntas, trazemos um breve relato do castelo: o castelo possui uma biblioteca, de tão grande a biblioteca, tem a capacidade para 15.000 livros; foi construído para ser uma moradia confortável, e feito com pedras em granito cor rosa ou rosado, e para tanto, possui 44 cômodos, 12 quartos e 5 banheiros; é um marco histórico e era de uma mulher, feitos em canteiros espanhóis; hoje em dia, é um Patrimônio do Estado do Rio Grande do Sul, um bem cultural tombado pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico do Estado e pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional – IPHAN.

Tanto o castelo quanto sua história traduzem a história da matemática, os feitos da geometria como utilidade social. A autora Silva (2021), diz:

Sem conhecer a Geometria, a interpretação do mundo se torna incompleta. Portanto, pode-se utilizar a Geometria como facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Ela permite ao aluno o desenvolvimento do pensamento, tornando-o capaz de demonstrar, argumentar, descobrir, experimentar, deduzir, e chegar a conclusões, tendo visto todas estas questões. Silva, p.08, 2021.

A autora Silva (2021) transmite a ideia de que as noções e os pensamentos permeiam a matemática abstrata e possui sua concretude no mundo real em diversos feitos sociais, contudo, também chama a atenção para as demonstrações de onde a matemática está presente, onde ela se faz e passa despercebida, assim, tais perguntas anteriores sobre o castelo são indagações que estão nas entrelinhas, ou seja, só aparecem por trás da cortina chamada de obra, mais, no entanto, ao se tirar as cortinas, se encontra em uma grande realidade a matemática, assim, é a matemática quem faz a obra, não basta olhar apenas a obra pronta, é preciso olhar também sua construção.

Romper estes paradigmas de onde está a matemática é desenvolver o pensamento lógico matemático em ensino aprendizagem. As perguntas anteriores que agora são indagações e que abrem caminhos para os vastos espaços matemáticos, podem ser melhor entendido e compreendido.

As indagações retiram os alunos tanto do passado quanto do presente, e isto é bom, pois, a saída do aluno dos dois tempos, vem a mostrar que ele está desenvolvendo seu raciocínio, que ele está pensando e argumentando em si mesmo o que está sendo ensinado, ou seja, pode-se até dizer que o aluno está viajando no mundo das ideias e viajar no mundo das ideias é ganhar ou ter maturidade sobre a matemática, ter maturidade é além de aprender não esquecer.

O mundo das ideias também é conhecido como o mundo das abstrações, embora o aluno passe rapidamente pelo mundo das ideias, o professor precisa chamar a atenção para a parte real, e na parte real o aluno irá fazer as comparações conforme as indagações apontam, assim, se chegará à resolução de problemas.

Quando olhamos e analisamos o breve relato ou o breve histórico do castelo, vemos questões matemáticas que ultrapassam as linhas do tempo, e assim podem ser demonstradas: ao se referir a palavra cômodo, o castelo possuía 44 cômodos, que contextualizado para o ensino aprendizagem podemos ter, assim se exemplifica, o cômodo pode possuir várias medidas e várias formas e pode ser também em várias formas de figuras geométricas, onde os mesmos não irão mudar tanto na questão passada, quanto na presente e na futura, daí a ideia de ser transcendental na linha do tempo e citamos, o cômodo pode ser um quarto com medidas padrões tal qual é um cubo, por onde se for, em qualquer momento do tempo, o quarto será sempre um quarto e sempre um cômodo, apenas a questão geométrica irá mudar.

Se observarmos também a questão das pedras rosas na construção do castelo, podemos comparar com os tijolos hoje feitos, assim, se a pedra possuir o formato de um poliedro retangular e o tijolo também possuir, embora se tenha medidas diferentes, ambos serviram para realizar a construção, cada um em seu momento histórico.

A matemática se faz e refaz costumeiramente em ações dos povos, daí o sentido da contribuição da história da matemática para o ensino aprendizagem da geometria no ensino fundamental séries finais. Para tanto, a autora Silva (2021), diz que:

Por se tratar de alunos do ensino fundamental, as atividades relacionadas com a Geometria devem ser dinâmicas e interessantes aos alunos, portanto é necessário ter criatividade para elaborar as atividades, que devem também fazer os alunos interagir. A escolha de materiais é de suma importância, e deve-se trabalhar as figuras planas e não planas, de forma que os alunos consigam manipular os vários tipos de formas existentes, lembrando que o tocar aumenta o

interesse das crianças. Não se pode esquecer de estimular a criatividade dos alunos, incentivando-os a criar outras formas a partir de uma existente, procurar funções para as figuras criadas, no espaço que elas vivem. Silva, p.14, 2021.

Silva (2021) mostra que, embora ao contextualizar a matemática e a geometria, para melhor se ter o ensino aprendizagem, uma parte importante além dos cálculos, é a criação dos objetos ainda que lúdicos ou não, de forma que a criança ou aluno possa tocar, manusear, manipular.

Está é uma parte muito importante, pois, o contato traz as percepções além da fala, além da imaginação. Para demonstrar o castelo pode ser feitos vários cubos montando um sobre o outro, da mesma forma, se faça vários retângulos desenhando-os numa folha até a forma do castelo.

Está é uma parte que explora o desenvolvimento do raciocínio matemático na criança e torna ela capaz no ensino aprendizagem. Embora este aspecto denote recursos e metodologias, compreendemos que faz todo o sentido para o ensino aprendizagem.

Segundo Silva (2021):

A Geometria é parte essencial da Matemática, sua importância é inquestionável, tanto pelo ponto de vista prático, quanto pelo aspecto instrumental na organização do pensamento lógico, na construção da cidadania, na medida em que a sociedade cada vez mais se utiliza de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se aprimorar. Se observada em nosso dia a dia, a Geometria está presente em diversas maneiras e os indivíduos precisam ter conhecimento sobre algo tão real em suas vidas. Silva, p.08, 2021.

Com Silva (2021) lembremos que tanto o passado quanto o presente fazem parte do aluno, até mesmo nos processos educacionais de formação cidadã, ou seja, nas políticas públicas, desta forma, a matemática já está presente frente o aluno bastando apenas o professor desenvolver tal conhecimento através dos ensinamentos, e sair dos exemplos práticos de supermercados, combustíveis, placas e lojas.

A geometria está presente em muitos feitos sociais e também educacionais. Em uma sala de aula das séries finais do ensino fundamental, ao se trabalhar a matemática, o professor poderá perguntar aos seus alunos: quantos retângulos possui em sua casa? Bom, há os momentos em que as figuras geométricas não aparecem como figuras perfeitas, é preciso moldar para chegar à perfeição.

O aluno precisa aprender tal moldura, manuseio, manipulação pois isto irá facilitar que ele veja a figura geométrica. Para Silva (2021):

O conhecimento em Geometria é capaz de ir além do conhecimento dito escolar, proporcionando ao

estudante estabelecer relações entre o abstrato e o concreto, e desta forma, proporcionar uma ligação direta com o seu cotidiano. Silva, p.09, 2021.

Segundo a autora Silva (2021) percebemos que o aluno deverá aprender a tal ponto que, ao se desprender de seu professor, o mesmo possa demonstrar as habilidades adquiridas e dominar os princípios geométricos utilizando-se de tais conhecimentos em seu dia a dia.

O ensino aprendizagem é uma forma de transformar conhecimentos empíricos em científicos filosóficos, e isto é possível ser observável mediante atitudes comportamentais dos alunos, quanto mais eles aprendem, mais eles se refinam tanto nos aspectos sociais e culturais.

A junção do social com o cultural resulta nos processos educacionais, pois a educação é transformadora e nestes sentidos, a história da matemática contribui ativamente para tais mudanças educacionais e de ensino aprendizagem.

Proposta de intervenção com recursos pedagógicos

Neste capítulo, sugerimos como intervenção pedagógica, formas e estratégias em ensino aprendizagem de geometria através de recursos pedagógicos para o desenvolvimento do aluno pois acreditamos que ótimos recursos são capazes de levar ao professor a ministrar uma boa aula além da aprendizagem dos alunos.

É possível observar que, quando os alunos manuseiam objetos geométricos, os mesmos assimilam conhecimentos de forma bem mais rápida, aprendem fazendo, criando e recriando.

Existe a estratégia do jogo cubo mágico que, apenas obedecendo a sequência dos movimentos, o cubo será montado independente do arranjo que as cores tiverem, assim, as partes se juntaram, e tudo estará pronto.

As estratégias para o jogo do cubo mágico seguem uma sequência de movimentos, já para o jogo de montagem da pirâmide não se tem uma sequência de movimentos, há apenas uma forma de monta-la, porém, são infinitas as tentativas.

Ao analisarmos a intervenção pedagógica com estes dois jogos que parece ser tão simples, notemos que não é tão fácil, é preciso habilidade, raciocínio, lógica, desenvolvimento visual motora, domínio e conhecimento do objeto manipulado, ou seja, a figura geométrica, Melo (2023) nos fala:

Manipulação de materiais concretos auxilia na compreensão e na construção de ideias matemáticas, sobretudo habilidades geométricas, desempenhando um papel crucial no processo de ensino aprendizagem do aluno e proporcionando a oportunidade de explorar ativamente conceitos geométricos, [...]. Melo, p.12, 2023.

Segundo Melo (2023), a manipulação dos objetos pelo aluno é uma forma de, pelo contato, se ter um bom aprendizado, e mais, embora o professor veja o aluno manusear o objeto, é possível fazer as comparações ou análises de seu aprendizado com as perguntas, desta forma, o professor poderá perguntar se o aluno consegue superar limites em velocidade na montagem do cubo, assim, se tem a ideia ou noção do quanto o aluno memorizou a sequência da montagem do cubo, pois, desenvolver o raciocínio também remete a aperfeiçoá-lo, e isso significa que, embora já se tenha desenvolvido o raciocínio, também se tem o domínio sobre ele. Uma sequência entre direita e esquerda realizada para a montagem do cubo mágico não se limita apenas ao cubo mágico pois o desenvolvimento desta habilidade também permite que o aluno compreenda sentido horário e anti horário, compreenda as noções de relógio, círculo, circunferência, raio.

Veja que, quando se explora o jogo cubo mágico que está geometria espacial também se explora a geometria plana, bastando fazer a devida colocação para o aluno, assim, se for pedido para o aluno que ele demonstre apenas uma das cores do cubo, certamente se estará falando da geometria plana, pois, uma só cor, mostra uma só face do cubo. Para Silva (2021):

A utilização de materiais didáticos pedagógicos também é importante para o ensino da Geometria nas escolas. Com isto deve-se usar de criatividade e deixar bem claro a cada aula qual a importância daquele conteúdo estudado para a vivência do aluno, evidenciando de que maneira aquele conhecimento será utilizado. Silva, p.13, 2021.

Por Silva (2021), fazemos uma análise sobre materiais pedagógicos com um campo de abrangência que não se limita a apenas aos livros, não que eles sejam obsoletos, não é este o sentido. O sentido é o de que, os materiais pedagógicos podem ser os livros, objetos eletrônicos, maquetes, jogos e outros. Uma análise sobre conteúdo geométrico estudado e a vivência do aluno não é um ato para divergências e sim um processo de sistematização de ideias, de conceitos e de conhecimentos.

O sentido de intervenção pedagógica remete a superação ou mesmo a análise de colaboração para que o aluno possa aprender. O termo superação vem a partir dos aspectos negativos que o aluno possui por ele mesmo por questões biológicas ou de distratores (falta de concentração, atenção, déficit em presença...) e o termo de colaboração vem a partir do ponto de partida onde deve ser iniciado pelo professor, é quando o aluno é capaz, mais precisa de uma metodologia diferenciada para que possa aprender, é quando exige uma maior atenção do professor.

Por Melo (2023):

Os materiais didáticos manipulados são aliados no progresso das atividades, permitindo a manipulação de objetos, identificando suas partes e correspondendo-as a propriedades. Antes do início da

atividade é importante que os alunos tenham um momento para conhecer os materiais, permitindo que explorem e manuseiem o material livremente. Melo, p. 30, 2023.

Com Melo (2023) observamos que uma estratégia de intervenção pedagógica está alicerçada em materiais didáticos manipuláveis, ou seja, aqueles que o aluno possui contato desenvolvendo coordenação motora e raciocínio matemático.

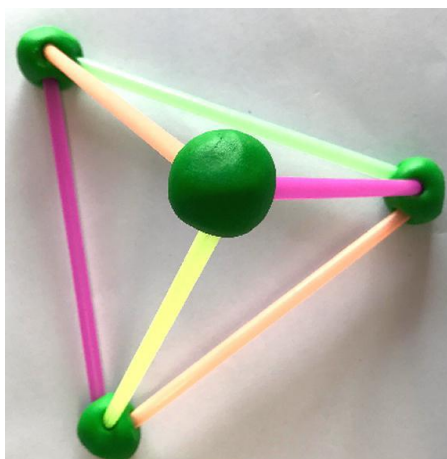
O manuseio de materiais permite que o aluno possa fazer suas próprias análises e observações, restando ao professor tirar as dúvidas para a resolução de problemas, assim, Melo (2023) ainda sobre materiais pedagógicos, sobre recursos pedagógicos fala da seguinte forma:

Nesta proposta de atividade, sugerimos a confecção dos esqueletos de poliedros, ou seja, sua estrutura de arestas e vértices. Para sua construção, os instrumentos necessários são canudos de plásticos (ou papel) que tenham o mesmo comprimento, caso as figuras sejam regulares, em quantidades correspondente ao número de arestas do poliedro, e grampos de cabelo para as articulações, correspondendo ao número de arestas que saem de cada vértice do poliedro. Melo, p. 32, 2023.

Segundo Melo (2023), é possível a construção de poliedros através de canudos de papel e outros mais, como material manipulativo enriquece muito o ensino aprendizagem, e embora se fale em manipular também é possível estabelecer valores para a construção, assim, por se tratar de poliedros regulares, as determinações das medidas ou tamanhos também serão trabalhadas.

É possível utilizar uma única medida para a construção do poliedro, assim, explicamos, cada aresta (canudo) possuindo 12cm de comprimento, daí então, dependendo da quantidade de arestas, se formar o poliedro e se dará os respectivos nomes.

Figura 10: Tetraedro



Fonte: <https://www.facebook.com/share/r/1DbriK17uG/>

Observe que na figura 5 acima, o poliedro foi construído com 6 arestas, e perceba que, embora se esteja falando em poliedro onde o mesmo possui além das arestas as faces e os vértices, nos referimos primeiramente as arestas devido o material a ser manipulado, no caso, usando o aluno o canudo, ele entende que o canudo será a aresta, mais não fica fácil observar as faces, por isso, o ensinamento da aresta está sendo a primeira a ser abordada.

A figura é tida como esqueleto devido a forma da construção os espaços das faces precisam serem preenchidos. O material utilizado para a construção no caso da figura acima foi canudo plástico de refrescos e massa de modelar, assim como uma tesoura para cortar os canudos.

Está atividade da construção torna-se atraente e dinâmica, além do ensino da geometria, se aprende também a ter habilidades, se desenvolve a motricidade das mãos, isso permite que o aluno possa está desenvolvendo várias outras atividades.

As atividades de intervenções pedagógicas são estratégias que possibilitam o desenvolvimento dos alunos em ensino aprendizagem em curto espaço de tempo, para que os alunos não percam o sentido de seus estudos.

Melo (2023) continua a nos dizer:

Um recurso manipulativo que envolve o uso de dobraduras é o Origami, antiga técnica oriental com o uso de papel. Quando trabalhado com os alunos, permite que ampliem seus conhecimentos formais de Geometria, familiarizando-se com as noções de figuras geométricas estudadas. Melo, p. 36, 2023.

Melo (2023) apresenta mais um recurso pedagógico para o desenvolvimento dos alunos em ensino aprendizagem. Note que, desta vez, o recurso pedagógico traz como início uma simples folha de papel que tem um formato retangular.

A cada vez que se dobra o papel construindo o Origami, se faz no próprio papel uma figura geométrica igual ou diferente uma da outra. É comum, nos origamis termos várias figuras geométricas iguais e várias figuras geométricas diferentes.

A construção do origami se inicia na geometria plana e termina na geometria espacial, sendo exemplos de origami: o aviãozinho, o sapinho, o ganso ou cisne ou pato, dentre outros.

Dependendo da série do ensino fundamental, é até comum encontrar crianças brincando com aviãozinho de papel e sugere-se que o professor brinque junto com o aluno ensinando a geometria na forma do origami que é o brinquedo do momento, isso torna o conhecimento prazeroso.

O origami é uma técnica que trabalha diretamente a geometria, segue uma sequência de passos para o seu resultado final, sendo que, não sendo chamado de jogo, também é dinâmico e interativo, desperta o interesse no aluno por querer estudar, por querer aprender.

Para Melo (2023):

A confecção de Origami utiliza instruções do tipo passo a passo para a realização de módulos, promovendo o desenvolvimento de habilidades dos alunos, incluindo a compreensão, análise das etapas de confecção, resolução das sequências de ações e comparação para saber se os passos realizados estão corretos. Melo, p. 36, 2023.

A autora Melo (2023) se referi aos momentos de construção do origami como parte fundamental de desenvolvimento de raciocínio, pois, a cada dobra do papel, se observa que, é necessário ter habilidade e raciocínio integrados, pois, cada dobra além de informar a figura construída, também possui os lados para os quais se segue, para tanto, é perspicaz que o aluno entenda os comandos para cima ou para baixo, pontas maior ou menor, lado maior ou menor, sentido para frente ou para trás.

Este processo resulta numa gama de conhecimentos que irão inspirar os alunos a aprenderem cada vez mais, a autora Melo (2023) ainda faz a seguinte referência:

Está habilidade se concentra no desenvolvimento com instruções passo a passo e na prática de construção de dobraduras, com o Objeto de conhecimento relacionado: “Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares”. Melo, p. 36, 2023.

A autora Melo (2023) salienta que, os conceitos de geometria são empregados de forma clara na construção do origami, e cita a reta, retas paralelas, sendo as mesmas, possíveis de questionamentos do professor para o aluno como ensino aprendizagem geométrico.

Notemos que: tanto na montagem do cubo mágico, quanto na da pirâmide e do origami, podem ser empregados os conceitos de figuras geométricas planas e espaciais, os conceitos de reta, lados, faces, arestas, fórmulas, projeção de outras figuras.

Um outro recurso de intervenção pedagógica para assimilação de imagens de figuras e seus nomes, assim como as suas fórmulas está na construção de maquetes feita com embalagens de produtos de supermercados.

Para a construção de uma maquete podemos citar as referidas embalagens dos seguintes produtos: caixa de creme dental, lata de leite com bases iguais, lata de Nescau com bases diferentes, caixa de bombom.

A caixa de creme dental irá servir para construir prédios, estando ela inteira, também irá servir para se fazer ruas ou pistas quando ela for cortada. A lata de leite irá servir para construir caixas d'água e silos (local de armazenar grãos). A lata de Nescau servirá para demonstrar faróis que guiam navegações, e por fim, a caixa de bombom demonstrar formas de casas.

O aluno poderá realizar pinturas nas embalagens da forma que ele quiser, ou usar papel para envolver ou embrulhar a embalagem, após este processo, se coloca as embalagens sobre uma folha de isopor colando-as, enfim, maquete pronta.

Notemos a riqueza de conhecimento e habilidades que o aluno terá sobre geometria. O professor poderá fazer comparativos entre as figuras tanto planas quanto espaciais, estabelecer mediadas, usar fórmulas e conceitos geométricos, dentre outros.

Segundo Silva (2021):

As atividades dessa sequência didática propõem a exploração das formas geométricas presentes mais frequentemente em nosso dia a dia, e levanta uma reflexão sobre suas características e relações, e ainda contribuem com o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, além da identificação das formas geométricas no ambiente em que vivemos, destacando a importância do estudo das mesmas. Trabalhar a modelagem das formas geométricas com os alunos, pedindo aos alunos fazer uma bola girando a massa em cima da mesa até ficar bem redonda, em seguida partir a bola, modelar a esfera, paralelepípedo, cilindro, cone, pirâmide e cubo, investigar com os alunos outras formas de se obter formas geométricas, usando os palitos e as jujubas. Silva, p.15, 2021.

Para Silva (2021), é possível ensinar geometria através de vários artifícios, dentre eles a massa de modelar e sendo modelada pelo aluno se cria várias figuras geométricas com suas respectivas características.

O manuseio ou manipulação de coisas integram o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos e desenvolvem seu raciocínio, daí se vê que, é uma arte estratégica de intervenção pedagógica.

Quando exploramos tais atividades com os recursos pedagógicos acima mencionados, também refletimos sobre os aspectos onde o aluno não possui coordenação motora para manusear (escrever) a lápis, e que, o desenvolvimento dos movimentos com as mãos poderá melhorar à coordenação motora funcionando como uma fisioterapia, da mesma forma poderá acontecer com a visão e a atenção ou percepção quando o aluno se distrai o tempo todo ou não conseguiu ficar com o olhar na atividade.

O objeto cubo mágico por ser colorido facilita muito a atenção do aluno para o manuseio, assimilação e desenvolvimento do raciocínio, tanto quanto, o origami também o faz.

Lembremos que a intervenção pedagógica acontece com o objetivo de melhorar aspectos negativos dentre a evasão escolar, déficit de aprendizagem dos alunos, ou como forma de melhorar o próprio ensino aprendizagem ora obtido.

Um fator que também merece relevância e destaque é apontado como tecnologias, embora se veja os custos benefícios pelo Estado (entes federativos, governo federal, estadual e municipal) e ou pela própria pessoa aluno/pais, se considera também vários recursos pedagógicos que também servem como intervenção.

Trancoso e Freitas (2018):

Os aplicativos de Geometria Dinâmica buscam fornecer para esse ambiente de ensino-aprendizagem, novas possibilidades e um conjunto de elementos para se trabalhar com figuras geométricas. O professor não se limitará em construir conceitos e definições apenas traçando retas, construindo círculos sobre as retas, gerando com isso outros pontos de intercessão e novas retas. Poderá ao construir uma figura com padrões geométricos, realizar descobertas e infinitas conjecturas acerca de seus pontos quando deslocados pela tela. Através da manipulação dessas figuras realizar experimentações, tendo nos aplicativos de Geometria Dinâmica a possibilidade de qualquer pessoa interessada resolver algum problema de geometria, não tendo necessariamente conhecimentos geométricos para resolvê-los. Trancoso e Freitas, p. 5-6, 2018.

Trancoso e Freitas (2018) lembram que, os aplicativos de Geometria Dinâmica trazem a interação do aluno através da gamificação, através dos jogos, por ser lúdico, denota um ensino não tradicional, e que possui vários e bons resultados.

Enfim, não há como dizer que o aluno não sabe o que é geometria se ele conhece as figuras, usa as fórmulas e domina os conceitos, realiza resolução de problemas. E é esta a parte ou objetivo da intervenção pedagógica, fazer o ensino aprendizagem acontecer.

Análise sobre aspectos de percepção de ensino aprendizagem

Esta análise se baseia na percepção do professor sobre o retorno de seus trabalhos em suas aulas com seus recursos educacionais e também metodológicos. É a forma como o professor vê o aluno em relação à aprendizagem.

A análise também não é limitada à visão do professor, ela se baseia em todo o contexto escolar, haja vista que, toda a comunidade escolar se conhece a si mesma.

Há as possibilidades de o aluno também ensinar o professor, pois, o professor também aprende com as palavras ou falas dos alunos, com os questionamentos, as indagações, até mesmo com algumas brincadeiras, quando tudo isso acontece, há uma troca de conhecimentos resultando em um vai e volta de ensino aprendizagem, claramente se observa que ambos, aluno e professor estão aprendendo entre si.

A análise também traz os aspectos de políticas educacionais que medem os índices de conhecimentos dos alunos valorizando-os, transformando em protagonista e merecedores de premiações como forma de reconhecimento.

É observando tais aspectos que se consegue ver se há ou não a necessidade de intervenção pedagógica pois, a mesma em objetivos, resultará também nas políticas educacionais.

Desta forma, com os objetivos acima descritos, é possível observar que uma educação sem retorno positivo pode ser considerada fictícia cabendo aí a intervenção pedagógica para superar tal fato, e desta forma, fazer com que o aluno aprenda.

Como se dá a percepção do ensino aprendizagem? Não é meramente um fato que pode ser explicado em poucas linhas ou poucas palavras, se assim o for, poderá haver erros ou casos mal compreendidos, haja vista que, a percepção deve ter um olhar individual do professor para o aluno e posteriormente em seu coletivo, dentre os amigos e toda a comunidade escolar.

Santos (2003) analisa a percepção do aluno e nos diz:

A palavra “cubo” representa um ente geométrico, uma figura com definições e características que podem ser representadas além da palavra por desenho, objetos, imagens digitais. Mas fora do contexto da geometria, pode significar outra coisa, por exemplo, para um

menino que gosta de sua bicicleta e sempre a conserta, a palavra “cubo” significa a parte central em forma de cilindro que atravessa o eixo da bicicleta. Santos, p. 28, 2003.

Santos (2003) nos mostra caminhos dos processos de ensino aprendizagem onde é possível observar que como o conhecimento acontece e faz comparações em relação a palavra cubo e veja o quanto isso é importante pois, a palavra possui vários sentidos e isso poderá confundir o aluno, é necessária a distinção.

Uma contextualização má esclarecida para o aluno resultará em um baixo rendimento, veja o exemplo em relação à palavra cubo:

1 – Parte integrante de uma bicicleta, peça que funciona como facilitadora do sistema de rodas, comumente encontrada, pode ser vista como a junção de dois cones onde as bases menores são unidas uma na outra;

2 – Na geometria, reunião de partes quadradas, possui seis faces, possui diversas utilidades, retém medidas padrões e proporcionais, não é encontrado na bicicleta e sim em outros objetos e em diversas funções.

Estas distinções na palavra e na exemplificação da palavra cubo servem para que o aluno desenvolva seus conhecimentos sem embaraços, ou propriamente dúvidas.

Ao entregamos um objeto geométrico para o aluno, Santos (2003) nos fala sobre a aprendizagem da seguinte forma:

O movimento serve para a criança perceber as diversas perspectivas dos objetos. Por exemplo, ao manipular um objeto que represente uma figura de um quadrado, ela se fixará em uma das perspectivas, seja a altura, a largura, a face, da mesma forma que uma criança pequena manipula um brinquedo para conhecê-lo e escolhe um ponto para fixar-se. Santos, p. 42, 2003.

Com Santos (2003) vemos que o manuseio do objeto geométrico próximo aos conhecimentos do brinquedo que por ele já foi explorado e manuseado, o mesmo demonstrará habilidades prévias sendo a mesma possível de ser modelada pelo professor para o ensino aprendizagem da geometria.

Estas percepções de ensino aprendizagem refletem sobre os pontos de partidas de como iniciar uma aula, como ter o retorno positivo de aprendizagem.

Em relação às percepções sobre ensino aprendizagem em relação a história da matemática e suas contribuições, Trancoso e Freitas (2018) falam:

Trancoso e Freitas (2018):

Quando o professor propõe uma atividade de geometria aos alunos, é natural realizarem uma associação entre a figura geométrica e suas respectivas fórmulas, a possibilidade de se resolver um

problema. Seria dessa forma elucidado pela história da matemática, acerca de alguns povos, como os babilônios, egípcios e chineses ao realizarem as mensurações de áreas de produção agrícola e de terras, fazerem a utilização de cálculos sem a presença de uma fórmula geral ou rigor matemático, ainda assim, as regras de cálculos de triângulos, retângulos e trapézios estariam corretos. Trancoso e Freitas, p. 08, 2018.

Trancoso e Freitas (2018) mostram que as atividades geométricas em conjunto com a história da matemática são ensino aprendizagem para os alunos, e tais atividades podem ser exemplificadas da seguinte forma:

- o professor ensina sobre as figuras geométricas, mostra as figuras, seus conceitos e fórmulas;
- ensina sua serventia no passado e presente;
- divide a turma em grupos de 5 alunos, entrega trenas, pedi para que eles andem na escola e façam medidas de áreas dentre triângulos, retângulos e quadrados, a critério próprio, façam as anotações e com o uso de régua (sem a transformação para escala) desenhe as figuras e façam as indicações das medidas com os respectivos cálculos.

Observem que, esta atividade geométrica além de prática, é descontraída, dá ao aluno a liberdade de escolhas, possibilita que ele tome decisões, faz com ele observe, tome atitudes individuais e coletivas, tire suas dúvidas, desenvolva o pensamento crítico, o raciocínio e a resolução de problemas.

Está é a percepção de um professor sobre o ensino aprendizagem geométrico. É este olhar atento sobre as tarefas, sobre as atividades que é também na própria aula em si que se encontram as percepções de ensino aprendizagem.

A resolução do problema geométrico pelos alunos reflete além de trabalho em equipe, a capacidade para resolverem o problema matemático e sobre tudo, refletem habilidades.

As habilidades são aquelas que se encontram com os alunos após aprenderem, antes de aprendizagem eles possuem a competência.

O ensino aprendizagem não se limita a objetos meramente sem interações, o campo tecnológico exemplifica tal questão e mostra ferramentas úteis para uso, desta forma, Trancoso e Freitas (2018):

Pensamos que ao criarmos ambientes onde os alunos possam explorar novas tecnologias, eles percebiam a importância desses recursos não somente para seus momentos de lazer, mas também como grandes oportunidades de estudo, [...]. Trancoso e Freitas, p.03, 2018.

Com Trancoso e Freitas (2018) ressaltamos as diversas formas de resoluções de problemas geométricos, entre eles, o uso de tecnologias como meios facilitadores de ensino aprendizagem.

Também ressaltamos que, não de forma tradicional, mais, que é importante o aluno em seu caderno possa desenvolver cálculos geométricos para melhor assimilação de fórmulas na medida em que ele possa manipula-la ou propriamente usa-la.

Embora as tecnologias entre softwares possa ser um meio facilitador com a resolução de problemas matemáticos, há que se aprender também sem uso da mesma.

Lembramos que os conhecimentos através da história da matemática nascem com o ato do pensar e de raciocinar, e que, este processo desenvolveu as pessoas daquela época e desenvolve as momentâneas.

Cálculos, fórmulas, resolução de problemas matemáticos podem ser percebidos pelo professor quando o aluno os faz, argumentam, tiram dúvidas e até mesmo quando, um aluno ajuda, contribui ou ensina o colega mais próximo.

A percepção em aprendizagem também pode ser vista de outras formas, às vezes, o próprio interesse do aluno por determinado assunto mostra o quando ele sabe e o quanto ele quer aprender. A busca pelo conhecimento é antes de tudo um conhecimento pré existente.

Além do interesse pelo aluno é possível ver as determinações como formas de processos educacionais e de cidadania. Este aspecto aparece da seguinte forma: quando você cresce, o que você vai querer ser? A pergunta remete ao campo profissional, aquilo que a educação vai mostrando e é encontrado no desejo ou na vontade do aluno. Para tal pergunta, pode-se ter as respostas: professor de matemática, engenheiro, nutricionista, etc...

A percepção do ensino aprendizagem deve ser um ponto positivo a ser considerado por toda a comunidade escolar, pois, tais considerações, devem servir de base não só para o conselho de classe ou atividades de desenvolvimento de talento, deve ser também para formar protagonismos dentro da escola, sendo que o protagonismo não se resumira apenas em talentos.

Análise educacional

A análise educacional sistematiza esta monografia aqui apresentada, trás uma síntese dos capítulos anteriores baseados e se baseando também nos objetivos.

A educação é um processo sobre diversas reflexões, pensamentos e atos, assim como a história da matemática, os feitos matemáticos e geométricos que se transformam em sociais e culturais devido a grande utilidade.

Os ensinamentos sobre a história da matemática e suas contribuições com a geometria embora nasçam no campo abstrato passando para o real, formam a educação e a sociedade, é uma formação cidadã. E como meios de intervenção pedagógica, verifica-se e se analisa os diversos recursos que podem desenvolver o aluno em ensino aprendizagem.

Melo (2023):

A utilização de materiais didáticos convencionais, tais como lousa, papel e lápis, com a implementação de atividades meramente descritivas e monótonas, carecem de estímulo ao aluno na exploração de experiências geométricas e à identificação de conexões com os diversos que os cercam, bem como promovem pouco a interação entre os alunos. Melo, p. 12, 2023.

Melo (2023) faz um questionamento sobre o uso de livros, lousa ou quadro, giz ou pincel como recursos para o ensino aprendizagem, haja vista que, uma aula precisa ter sentido para o aluno.

A vivência do aluno em meio familiar, social, cultural e escolar precisam ser vistas e bem colocadas como contextualização conteúdo matemático aula, este caminho precisa ser empregado fazendo sentido, despertando o interesse, haja vista que, falar o que o aluno não sabe e que nunca fará sentido para o mesmo, terá como resultado total perda de tempo e desinteresse, não sendo este os caminhos da educação.

Aulas monótonas carecem de intervenção pedagógica pois, haverá prejuízo ao erário público (professor recebendo salário sem compromisso com a educação), prejuízos ao sistema educacional, prejuízos a vida e vivência do aluno.

Esses momentos negativos precisam ser superados e tal superação advém da intervenção pedagógica que fará uma aula mais prazerosa, dinâmica, lúdica e com bons resultados em ensino aprendizagem.

Para Santos (2003):

A Educação Matemática contribui de modo significativo e insubstituível para ajudar os alunos se tornarem indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a vida se relaciona com a Matemática. Santos, p. 18, 2003.

Santos (2003) coloca a visão de que, o ensino aprendizagem é transformador, molda a pessoa/aluno tornando competente para as diversas questões de resolução de problemas matemáticos. Ser crítico é possuir a capacidade de raciocinar matematicamente, pensar e fazer a matemática.

O pensamento crítico não é meramente não deixar ser enganado, é a capacidade de elucidar casos, realizar argumentos, duvidar, testar, elaborar,

resolver problemas, ensinar outros indivíduos ainda que em momentos esporádicos.

A denotação de educação matemática é um resultado que soma de uma vez só a vida social e cultural com a educação em processos de transformação, daí o sentido de contextualizar a matemática com a vida cotidiana do indivíduo.

Neste sentido, Santos e Silva (2017), falam:

Embora quase onipresente na rotina diária, é na escola que as crianças têm o contato mais profundo com as regras e conceitos da matemática. A escola é o lugar propício para a construção dos saberes matemáticos, para a interatividade própria dos números. Santos e Silva, p. 05, 2017.

Santos e Silva (2017) mostram que o sentido da matemática está quase onipresente remete ao fato de que ela se passa despercebida, passar despercebida é a mesma coisa que dizer que o aluno só entende que está fazendo matemática quando faz alguma conta.

Este é um sentido errado sobre as coisas e o modo de vida, desta forma, é preciso compreender onde está a matemática e o que ela é exatamente. Este é o sentido pelo qual a escola vem a existir, para a transformação do conhecimento empírico em científico.

Quando analisamos o que é a matemática e encontramos o conceito de que ela é uma ciência exata da natureza, e pela natureza e a humanidade ela se constitui, será possível observar que tudo na natureza é matemática.

O aluno pode encontrar na própria casa várias figuras geométricas, até mesmo em seus brinquedos ou utensílios ele poderá encontrar, desta forma, também encontra no percurso da ida para a escola e em diversos outros lugares.

Para exemplificar, vejamos a imagem a seguir de um Playgrounds que pode ser colocado em diversos lugares como escolas, praças, casas, condomínios etc.

Figura 12: Playgrounds



Fonte: <https://ecopex.com.br/playgrounds-para-condominios/>

Através do playground pode-se ter uma boa aula sobre geometria abrangendo os mais diversos tipos de alunos em seus meios sociais e culturais. Por ser um brinquedo, não há como dizer que não haverá a interação do aluno tanto pelo contato como pela exploração de habilidades e raciais para usá-lo.

As argumentações: como o brinquedo é possível ensinar geometria para a criança independentemente do lugar? As figuras geométricas aparecem de cara ou precisam ser manipuladas para que se possam vê? Como aplicar as fórmulas geométricas através do brinquedo? Como medir o brinquedo em partes ou no seu todo? O que as cores podem representar na geometria? Como encontrar as faces, arestas e vértices no brinquedo? Como calcular o volume do brinquedo para saber sua capacidade? Como manipular as figuras geométricas? Como contextualizar o brinquedo com a vida cotidiana do aluno e a geometria? Quais contribuições a história da matemática poderia dar?

Observe que a educação é o elo unificador de ensino aprendizagem, embora ocorra no espaço escolar, ela transforma o aluno para além da escola em todos os sentidos, tanto que, as políticas de educação finalizam o sentido de ensinar como formação cidadã.

Cada aluno compete desenvolver competências, estas são vistas com a aprendizagem, a parte abstrata do pensamento, onde é colocado o raciocínio e por fim, a habilidade que é o ato de praticar o raciocínio, é a capacidade de realização da aprendizagem.

A escola possui o papel de desenvolver tanto competências quanto habilidades em ensino aprendizagem, isto é fazer educação, é transformar o conhecimento empírico em filosófico.

Embora cada pessoa tenha o contato de forma rústica com o conhecimento científico em meio familiar, é na escola que ele será desenvolvido, portanto, cabe ao professor em sua diversidade de alunos, compreender suas necessidades e formar sua metodologia e recurso de trabalho.

Santos e Silva (2017):

Portanto, é na escola que as pessoas entram em contato com o conhecimento matemático. É no processo educativo em que há a possibilidade de terem contato com o conhecimento científico e tudo o que o envolvem também. Santos e Silva, p. 11, 2017.

Com Santos e Silva (2017), fica compreensível a transição do conhecimento empírico para o filosófico como processo educativo realizado nas escolas com o ensino aprendizagem.

Há que se diga que não se domina toda a matemática, mas há que se veja que, se aprende muitas coisas dela, e que ela possui grandes serventias e está presente em vários os lugares e em várias formas como uma pluralidade cultural.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluimos que é possível o ensino da geometria: contribuições da história da matemática para uma proposta pedagógica nos anos finais do ensino fundamental.

Tais possibilidades são vistas de diversas formas tanto em recursos como em possibilidades metodológicas, transformando a matemática abstrata em real, com os sentidos de ensino aprendizagem nos meios educacionais, sociais e culturais.

Ressalta-se a forma como a matemática surgiu, sua importância, sua serventia, os que as fizeram, os que contribuíram, os vários pensamentos que dão origens aos vários conceitos, postulados, axiomas, fórmulas, linguagem, além de uso e serventia, serventia social e cultural, educacional e histórico.

Permeando os fazeres cotidianos com o uso dos símbolos, de escritas, marcações, contagens, linguagens e sobretudo, de desenvolvimento de raciocínio, de resolução de problemas matemáticos.

Todo esse trajeto histórico é um forte fundamento matemático que se prolonga ou se estende até os dias atuais, daí a grande importância e utilidade humana que resulta como veículo de ensino aprendizagem, transformado em objetivos educacionais.

A história da matemática permeia várias formas de contribuições desde os princípios dos ensinamentos até mesmo ao término do conteúdo matemático, dando capacidades para realizações.

O ensino aprendizagem da geometria embora se veja mudanças metodológicas com o tempo, também se observa que tais mudanças são necessárias para o aperfeiçoamento da própria geometria e seus feitos, e isto é bom.

Em relação aos nossos objetivos que dão sentido e fundamentam esta monografia fazemos as seguintes conclusões, a saber:

Investigar a percepção dos alunos em aprendizagem geométrica nas séries finais do ensino fundamental através de revisão bibliográfica. Foi possível observar a contento que há a aprendizagem geométrica pelos alunos em diversas formas tal qual, os exemplos de intervenção pedagógica através dos recursos e metodologias empregados mostram.

Há um grande sentido na aprendizagem, ela aparentemente é momentânea, mais concluimos que ela é duradora, se estende até os dias fim da vida dos alunos, desperta interesses e objetivos, até mesmo os profissionais ou fazeres cotidianos.

As contribuições da história da matemática para o ensino e aprendizagem da geometria nas séries finais do ensino fundamental através de revisão de literatura, foi bastante proveitosa, pois as contribuições dão sentido à permanência dos alunos nas escolas, aprendem conceitos de seus espaços de vivência tanto individual (casa própria) quanto coletivo (espaços sociais, públicos), despertam interesse por estudar, há a valorização do aluno na aprendizagem tornando mais otimista e altruísta.

Desenvolve capacidades antes não percebidas pelo aluno como a leitura e a interpretação do sentido da matemática está presente em todas as coisas e até mesmo na natureza.

Analisar possíveis recursos e metodologias de ensino e aprendizagem da geometria para intervenção pedagógica nas séries finais do ensino fundamental através de revisão de literatura; tornou-se um papel importante pois contribui como opções para serem vistas em planos de aula e a aula propriamente feita.

São capacidades que desenvolvem os alunos ora nos aspectos negativos e que, sem a superação tendem ao fracasso. Superando estes aspectos se encontra os alunos bem mais ativos e contentes or poderem aprender e demonstrar suas competências e habilidades.

Competências e habilidades remetem aos sentimentos dos alunos como a sua própria importância e formação cidadã. A forma como ele é visto pela comunidade escolar e também por sua família e toda a sociedade será como uma forma de campeão, de vitória, e isso é bom, desenvolvimento os sentimentos dos alunos e o mesmo repassa ou réplica ou aperfeiçoa tal conhecimento dentro e fora da escola.

Sistematizar resultados da história da matemática e do ensino aprendizagem da geometria nos processos educacionais nas séries finais do ensino fundamental através da revisão bibliográfica. Possibilitou dentre a história, os recursos e a metodologia se ter bons resultados em ensino aprendizagem geométrico. Deu sentido a realização da intervenção pedagógica e para se alcançar os resultados das políticas educacionais.

REFERENCIAS

BICUDO, M. A. V. A importância da história da matemática no ensino de geometria. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 29, p. 35-53, 2010.

COSTA, Cleomar Luiz da. **Universidade Federal de Goiás**. 2007. Disponível em: <http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/6754>. Acessado em: 28 mai. 2023.

CELESTINO, KAMILA GONÇALVES. **História da Matemática em atividades de Geometria**. 2020. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática. Guarapuava 2020.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as Tradições e a Modernidade**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. São Paulo: Editora Papyrus, 2014.

SANTOS, Claudimar Abadio dos. **São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11493>. Acessado em: 14 mai. 2023.

SANTOS, H. S. **A importância da utilização da história da matemática na metodologia de ensino: estudo de caso em uma Escola Municipal da Bahia**. 2010. 64 f. Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade Estadual da Bahia para obtenção do Grau em Licenciatura em Matemática.

STRUIK, D. J. História concisa das matemáticas. Lisboa: Gradiva Publicações 1ª

SANTOS, ADRIANA ALVES DOS. SILVA, MARCELO BERTI DA. **A geometria nos anos finais do Ensino Fundamental: desafios e perspectivas metodológicas da sua aprendizagem**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Metropolitana de Santos. Santos, 2017.

TRANCOSO, FABRÍCIO ASSIS. FREITAS, CLÁUDIO DE OLIVEIRA. **V Congresso Nacional de Formação e EAD**, 2018. Disponível em: <https://concefor.cefor.ifes.edu.br/wp-content/uploads/2018/08/4650-7731-1-DR.pdf>. Acesso em: 7 de set. de 2025.

MELO, NAYANNE PRISCILA SILVESTRE DE. **Repositório Institucional da UFPB UFPB - Campus I - Centro de Ciências Exatas e da Natureza (CCEN)**. 2023. Acesso em: 7 de set. de 2025. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/29960>.

SANTOS, ALESSANDRA CHRISTIANI CARDOSO DOS. **Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul**. 2003. Acesso em: 7 de set. de 2025. Disponível em: <https://repositorio.ufms.br/handle/123456789/669>.

VALENTE, W. R. O Saber: uma questão crucial para a institucionalização da educação matemática e profissionalização do educador matemático. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, 27 dez. 2016.