



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA
CAMPUS BALSAS

RAFAELA REZENDE DA SILVA

MATEMÁTICA VIVA: alguns padrões matemáticos e geométricos da natureza

Balsas

2025

RAFAELA REZENDE DA SILVA

MATEMÁTICA VIVA: alguns padrões matemáticos e geométricos da natureza

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, Campus Balsas, como requisito obrigatório para obtenção do grau de licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lourimara Farias Barros Alves

Balsas

2025

S586m

Silva, Rafaela Rezende da.

Matemática viva: alguns padrões matemáticos e geométricos da natureza. Rafaela Rezende da Silva /. _ 2025.

47 f.

Monografia (Graduação em Matemática) Universidade Estadual do Maranhão – UEMA / Balsas, 2025.

Orientadora: Profa. Dra. Lourimara Farias Barros Alves

1. Matemática. 2. Natureza. 3. Padrões. 4. Fractais. 5. Espirais. 6. Sequências. I. Título.

CDU: 514.8

RAFAELA REZENDE DA SILVA

MATEMÁTICA VIVA: alguns padrões matemáticos e geométricos da natureza

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, Campus Balsas, como requisito obrigatório para obtenção do grau de licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lourimara Farias Barros Alves

Aprovada em: 17/07/2025

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 **LOURIMARA FARIAS BARROS ALVES**
Data: 30/07/2025 15:11:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Lourimara Farias Barros Alves (Orientadora)

Doutora em Educação em Ciências e Matemática – UFMT

Universidade Estadual do Maranhão

Documento assinado digitalmente
 **OLIVIO CRISPIM DE MEDEIROS**
Data: 30/07/2025 14:53:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^o Me. Olívio Crispim de Medeiros

Mestre em Matemática – UNESP

Universidade Estadual do Maranhão

Documento assinado digitalmente
 **WEMERSON PIMENTEL SARAIVA**
Data: 25/07/2025 21:59:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^o Esp. Wemerson Pimentel Saraiva

Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física – FAVENI

Universidade Estadual do Maranhão

Dedico este trabalho a Jeová, o maior Matemático, cuja sabedoria infinita se revela em cada detalhe da criação. Que toda honra e glória sejam sempre para Ele.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Jeová, o meu Deus, por me dar forças nos momentos em que pensei em desistir e por acalmar o meu coração quando estive ansiosa. À minha família em especial a minha mãe Leiliane Rezende da Silva e minha avó Maria da Guia Dias Rezende, minhas primeiras professoras; ao meu irmão Lucas da Silva Gomes, por estar ao meu lado em silêncio ou em palavras, sendo meu apoio constante.

Sou também profundamente grata às minhas psicólogas, que me acompanharam durante o curso pela escuta sensível, acolhedora e ética para que eu enfrentasse minhas angústias, compreendesse meus limites e redescobrisse minhas potencialidades. O trabalho de vocês foi mais do que profissional, foi humano e transformador.

Aos meus colegas de curso: Ana, Bruna, Clayton, Emanuel, Ester, Gustavo, Pérola Cristina, Rebeca, Rossana, por compartilharem comigo os desafios da graduação, pelas trocas de saberes, pelas conversas, risadas, desabafos e apoio mútuo. Estendo também minha sincera gratidão aos professores Olívio Crispim de Medeiros, Wemerson Pimentel Saraiva e Sérgio Noleto Turibus, cujos ensinamentos, orientações e exemplos contribuíram significativamente para minha formação. Aos amigos de fora da universidade, que souberam compreender minha ausência em diversos momentos, mas permaneceram presentes com palavras de incentivo, gestos de carinho ou simplesmente estando por perto, meu muito obrigada.

À minha orientadora Dr.^a Lourimara Farias Barros Alves, por sua paciência, dedicação e generosidade ao longo da orientação deste trabalho. Agradeço não apenas pelo acompanhamento técnico e científico, mas também pelo cuidado e respeito com que conduziu a orientação, cada sugestão e cada retorno. Sua orientação foi essencial para que este trabalho se concretizasse com seriedade e qualidade.

Agradeço, por fim, à Universidade Estadual do Maranhão, por ter me proporcionado uma formação de qualidade, com professores competentes e oportunidades de bolsas e projetos durante esses 4 anos de curso. Este espaço foi palco de experiências que levarei para toda a vida. A todos e todas que, de alguma forma, fizeram parte desta trajetória, o meu sincero e eterno agradecimento. Este trabalho é também de vocês.

“O grande livro da natureza só pode
ser lido por aqueles que conhecem a
linguagem em que foi escrito. E essa
linguagem é a matemática”
- Galileu Galilei

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo investigar os padrões matemáticos presentes na natureza, com destaque para fractais, espirais e sequências numéricas, analisando suas leis de formação e suas potencialidades no ensino da Matemática. Parte-se da concepção contemporânea de que a Matemática é, essencialmente, a ciência dos padrões, redefinindo o papel do matemático como um observador e intérprete de regularidades presentes nos fenômenos físicos, biológicos e até comportamentais. A pesquisa adota uma abordagem quantitativa, com metodologia bibliográfica e exploratória-descritiva, fundamentando-se em obras de autores clássicos e contemporâneos, além de materiais didáticos diversos. Foram utilizados acervos físicos e digitais, bem como ferramentas tecnológicas, como a inteligência artificial, para a busca de imagens ilustrativas e a construção de modelos geométricos. A análise centra-se em estruturas recorrentes na natureza, como a simetria dos flocos de neve, os fractais em galhos de árvores, rios e sistemas biológicos, e as espirais logarítmicas observadas em conchas, galáxias, furacões e flores. A sequência de Fibonacci é tratada como um padrão numérico fundamental, amplamente encontrado em fenômenos naturais, e que, relacionado às espirais, revela a harmonia presente na proporção áurea. Esses elementos são discutidos não apenas por seu aspecto visual ou estético, mas também por sua funcionalidade na organização do espaço e no crescimento eficiente de organismos vivos. O estudo propõe uma reflexão sobre a aplicação desses padrões no ensino da Matemática, à luz da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destacando sua importância para o desenvolvimento do pensamento geométrico e para a construção de uma aprendizagem contextualizada, significativa e investigativa. Conclui-se que os padrões matemáticos não apenas descrevem a realidade natural, mas fazem parte de sua essência, evidenciando a Matemática como uma linguagem universal que integra ciência, arte e natureza.

Palavras-chave: Matemática. Natureza. Padrões. Fractais, Espirais. Sequências.

ABSTRACT

This study aims to investigate the mathematical patterns found in nature, with emphasis on fractals, spirals, and numerical sequences, analyzing their formation rules and potential applications in mathematics education. It starts from the contemporary conception that mathematics is essentially the science of patterns, redefining the role of the mathematician as an observer and interpreter of regularities present in physical, biological, and even behavioral phenomena. The research adopts a quantitative approach, using bibliographic and exploratory-descriptive methodology, based on works by classical and contemporary authors, as well as a variety of educational materials. Both physical and digital collections were consulted, along with technological tools such as artificial intelligence, to search for illustrative images and construct geometric models. The analysis focuses on recurring structures in nature, such as the symmetry of snowflakes, fractals found in tree branches, river basins, and biological systems, as well as logarithmic spirals observed in shells, galaxies, hurricanes, and flowers. The Fibonacci sequence is addressed as a fundamental numerical pattern, widely found in natural phenomena, and when related to spirals, it reveals the harmony embedded in the golden ratio. These elements are discussed not only for their visual or aesthetic appeal but also for their functionality in spatial organization and the efficient growth of living organisms. The study proposes a reflection on the application of these patterns in mathematics teaching, in alignment with the guidelines of the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC), emphasizing their importance for developing geometric thinking and promoting a more meaningful, contextualized, and investigative learning process. It concludes that mathematical patterns not only describe natural reality but are part of its very essence, highlighting mathematics as a universal language that integrates science, art, and nature.

Keywords: Mathematics. Nature. Patterns. Fractals. Spirals. Sequences.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1: Linha do tempo

Figura 1 – Ondas concêntricas formadas por uma pedra ao cair na água

Figura 2 – Floco de neve de seis partes iguais

Figura 3 – ramificações fractais

Figura 4 – formação de raios

Figura 5 – Bacia hidrográfica do Rio Amazonas

Figura 6 – Formação fractal nos rins

Figura 7 – Espiral aritmética ou de Arquimedes

Figura 8 – Espiral logarítmica

Figura 9 – espiral hiperbólica

Figura 10 – espiral logarítmica em girassol

Figura 11 – espiral logarítmica na via láctea

Figura 12 – espiral logarítmica em plantas

Figura 13 – espiral logarítmica em concha marinha

Figura 14 – redemoinho em formato da espiral de Arquimede

Figura 15 – construção da espiral logarítmica

Figura 16 – gráfico mostrado a diferença entre PA e PG

Figura 17 – anéis de tronco de árvore.

Figura 18 – relação de crescimento bacteriano em função do tempo

Figura 19 – crescimento de uma população de coelho

Quadro 2 – esquematização da reprodução dos coelhos.

Figura 20 – Planta com caule seguindo a sequência de Fibonacci

Figura 21 – Espiral de Fibonacci sobreposta a uma concha

Quadro 3 – Estudo interdisciplinar dos padrões matemáticos na natureza

Quadro 4 – Esquematização de aulas de Progressão Geométrica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 ENTENDENDO A MATEMÁTICA COMO O ESTUDO DOS PADRÕES.....	14
2.1 Do passado ao presente: uma breve revisão histórica.....	14
3 ESTRUTURAS MATEMÁTICAS NA NATUREZA: UMA ANÁLISE DE FRACTAIS, ESPIRAIS E SEQUÊNCIAS	17
3.1 Os fractais.....	18
3.2 As espirais.....	21
3.3 As sequências.....	27
4 APLICAÇÃO DOS PADRÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA	34
4.1 A Matemática do Girassol	36
5 METODOLOGIA.....	39
6 ANÁLISES E DISCUSSÕES.....	41
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	45

1 INTRODUÇÃO

A natureza está repleta de formas, ritmos e estruturas que, embora à primeira vista pareçam fruto do acaso, revelam padrões matemáticos impressionantes quando observados com atenção. Da delicada simetria de um floco de neve à espiral precisa das conchas marinhas, da organização das pétalas de uma flor à complexidade ramificada das árvores e dos rios, há uma linguagem silenciosa que organiza o mundo: a Matemática. Longe de ser apenas um conjunto de fórmulas e operações abstratas, ela se manifesta como um código universal que rege a forma como os fenômenos naturais se estruturam, crescem e interagem.

Este trabalho tem como objetivo geral analisar os padrões matemáticos presentes na natureza, buscando compreender como essas estruturas se manifestam e podem ser aplicadas no contexto educacional. Para isso, propõe-se, de forma específica, identificar fractais, espirais e sequências numéricas recorrentes em elementos naturais, conhecer as leis que regem a formação desses padrões e, por fim, destacar seus benefícios para a compreensão do mundo, com ênfase especial em sua contribuição para o ensino da Matemática. Dessa forma, espera-se que a pesquisa contribua para ampliar as possibilidades didáticas no ensino da Matemática, tornando-a mais contextualizada, visual e significativa para os estudantes.

Neste contexto, a Matemática assume um papel essencial não apenas como ferramenta de descrição, mas como expressão profunda da lógica presente no universo. Estruturas como fractais, espirais e sequências — especialmente a famosa sequência de Fibonacci — revelam uma ordem subjacente que conecta o conhecimento matemático às formas naturais. Compreender essa relação é mais do que uma curiosidade estética, é uma oportunidade de tornar o ensino da Matemática mais significativo, conectando teoria e realidade.

A escolha por investigar os padrões matemáticos e geométricos presentes na natureza nasceu da convicção de que a Matemática vai além de uma ciência exata, ela também é expressão de beleza, ordem e simetria. Ao explorar os elementos da natureza e associá-los a conceitos matemáticos, este estudo evidencia que o universo é regido por padrões matemáticos e geométricos. Assim, a observação desses padrões associados aos conceitos matemáticos são uma forma de entender tanto um como outro de forma interativa e prática.

A presente pesquisa se justifica pela necessidade de ampliar a percepção sobre a Matemática para além de fórmulas e cálculos abstratos, evidenciando sua presença viva e estruturante na natureza. Ao abordar padrões matemáticos e geométricos em elementos naturais, este trabalho propõe um olhar mais contextualizado e investigativo sobre a disciplina, aproximando teoria e realidade. Essa abordagem não só fortalece a compreensão dos conceitos

matemáticos, mas também atende às diretrizes da BNCC, que enfatizam o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio da observação e formulação de conjecturas. Desse modo, o trabalho contribui para a valorização da Matemática como ferramenta de leitura e compreensão do mundo.

2 ENTENDENDO A MATEMÁTICA COMO O ESTUDO DOS PADRÕES

Qual a função de um matemático? Dentre as respostas a essa pergunta, pode-se citar: fazer cálculos, entender os números ou ensinar Matemática. Entretanto, para Devlin (1994, p. 3) “o que o matemático faz é examinar padrões”, sejam eles apresentados nas suas mais diversas formas e não apenas restrito aos padrões numéricos que, embora sejam o foco principal do estudo matemático, não são os únicos que delimitam a atuação de um matemático. Por isso, quando se discute o ser matemático, não devemos nos prender apenas ao sentido numérico, embora seja ele essencial. Baseado nisso, pergunta-se: o que são padrões?

Para Teixeira (2016) um padrão é uma característica ou propriedade que se repete constantemente, podendo ela ser regular ou não. “Para descobrir padrões, precisamos comparar. A comparação tem dois grandes objetivos: encontrar características que permaneçam constantes, constituindo um fator de ligação, e encontrar características que vão mudando, constituindo um fator de diferenciação” (Teixeira, 2016, p.1). O autor defende que identificar padrões é um processo de observação ativa que exige comparar, refletir e buscar tanto o que se repete quanto o que muda. Assim, é possível compreender a estrutura por trás dos fenômenos matemáticos da natureza.

Já Devlin (1994) não define os padrões como uma característica da Matemática, como fez Teixeira, mas sim, como a Matemática em si, pois, conforme destacado, a função do matemático é analisar padrões, sejam eles numéricos, geométricos, movimentais ou comportamentais. Ou seja, a Matemática não é simplesmente o estudo de números ou fórmulas, como frequentemente é ensinado nas escolas. A visão de Devlin amplia a ideia do que é fazer Matemática. Não se trata apenas de resolver contas, mas de desenvolver formas, de entender a estrutura do mundo por meio dos padrões que ele apresenta. Entretanto, esse modo de enxergar é recente.

2.1 Do passado ao presente: uma breve revisão histórica

Até 500 a.C., época da matemática Egípcia e Babilônica, Devlin (1994) considera que a Matemática era como um livro de receitas no sentido de que era basicamente o estudo dos números. Por isso, seu princípio era entender aritmética, o que compreende as operações que entendemos hoje como básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e era presente em situações que envolviam problemas do cotidiano. Após esse período, predominou a Matemática grega até 300 d. C. Esse período foi um dos mais marcantes, pois foi quando se

agregou a lógica e iniciou-se o desenvolvimento da Geometria. Devlin (1994, p. 2) destaca que:

Para os gregos, com sua ênfase na geometria, a matemática era o estudo do número e da forma. Na verdade, foi apenas com os gregos que a matemática passou a existir como uma área de estudo — deixando de ser apenas um conjunto de técnicas para medir, contar e fazer registros contábeis. O interesse dos gregos pela matemática não era apenas utilitário; eles a viam como uma busca intelectual com elementos tanto estéticos quanto religiosos.

Foram os gregos os responsáveis por boa parte dos estudos relacionados à Geometria existente hoje, como a obra *Os Elementos* de Euclides e a criação dos teoremas. Foi apenas no século XVII, com o desenvolvimento do cálculo por Newton e Leibniz que a Matemática deixou de ter a função que lhe foi atribuída pelos gregos de medir e contar. A partir daí a Matemática passou a ser procurada por sua aplicação e por isso, passou a se relacionar intimamente com a Física. Prova disso é que grande parte dos matemáticos dessa época também eram físicos e/ou químicos (Devlin, 1994).

À medida que os estudiosos buscavam compreender os fundamentos do poder transformador do cálculo, a Matemática foi se expandindo em tamanho e profundidade. Ao final do século XIX, ela já era compreendida como o estudo dos números, das formas, do movimento, da mudança e do espaço, estava perto do conceito matemático ganhar a forma atual. Devlin (1994, p. 3) nos diz que “a explosão de atividade Matemática que ocorreu no século atual foi dramática”.

Assim, destaca-se a evolução significativa da Matemática ao longo dos séculos, deixando de ser uma prática meramente utilitária em situações-problema do cotidiano para se tornar uma ciência profunda e abrangente, capaz de investigar desde os aspectos mais concretos da vida comum até as mais abstratas construções do pensamento humano. Essa transformação que ocorreu ao longo dos anos nos leva ao conceito mais recente e aceitável sobre a Matemática, conforme Devlin (1994, p.3) destaca que “foi apenas nos últimos vinte anos, mais ou menos, que surgiu uma definição de Matemática com a qual a maioria dos matemáticos hoje concorda: Matemática é a ciência dos padrões”

Ao entender a história da concepção da definição Matemática, compreendemos as diferentes épocas que influenciaram sua natureza, suas aplicações e sua formação como área de conhecimento. Essa transformação histórica, que não ocorreu de forma linear, foi marcada por mudanças no uso da Matemática, conforme diferentes contextos culturais, filosóficos e científicos. O quadro abaixo expõe a linha do tempo que sintetiza essas transformações,

destacando os principais períodos, características e concepções dessa disciplina ao longo da história, conforme foi delimitado acima.

Quadro 1: Linha do tempo

PERÍODO/SÉCULO	CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS	CITAÇÕES – Devlin (1994)
Até 500 a.C.	Matemática Egípcia e Babilônica: estudo dos números e aritmética prática para problemas cotidianos (adição, subtração, multiplicação, divisão).	Matemática como "livro de receitas"
500 a.C. – 300 d.C.	Matemática Grega: introdução da lógica e desenvolvimento da Geometria; matemática como estudo do número e da forma; busca intelectual e estética.	Obra "Os Elementos" de Euclides; criação dos teoremas; matemática como área de estudo.
Século XVII	Desenvolvimento do cálculo por Newton e Leibniz; matemática começa a se relacionar com Física, deixando de ser só utilitária.	Matemáticos também físicos/químicos.
Século XIX	Expansão da matemática para o estudo dos números, formas, movimento, mudança e espaço; aproximação da forma moderna da matemática.	"Explosão de atividade matemática"
Últimos 20 anos (século XX)	Definição moderna: matemática como ciência dos padrões; reconhecimento da abrangência e profundidade da matemática.	Definição aceita pela maioria dos matemáticos

Fonte: elaborado pela autora (2025)

3 ESTRUTURAS MATEMÁTICAS NA NATUREZA: UMA ANÁLISE DE FRACTAIS, ESPIRAIS E SEQUÊNCIAS

Diversos padrões na natureza podem ser descritos matematicamente, como é o caso dos fractais, das espirais e principalmente das sequências numéricas, presentes em folhas, conchas, flores e formações geológicas. Esses elementos evidenciam uma organização que, muitas vezes, se manifesta por meio da simetria, entendida como a “correspondência de posição, forma e tamanho das partes de um todo, dispostas de maneira regular em relação a um ponto, linha ou plano” (Ferreira, 2001, p. 521). Essa perspectiva é o ponto de partida para o estudo dos padrões, visto que estão estreitamente relacionados ao campo de estudo.

Para Devlin (1994, p. 146) “uma simetria de uma figura é uma transformação que deixa a figura inalterada, no sentido de que, como um todo, ela parece a mesma após a transformação, embora pontos individuais da figura possam ter sido movidos”. Um exemplo perfeito da observação pontuada pelo autor é o círculo, visto que todas as suas partes estão distribuídas de maneira igual ao redor do centro. Isso significa que, se o círculo for girado em torno do seu centro, ele continua exatamente igual, sem nenhuma mudança na forma. O mesmo ocorre quando o círculo é dividido por qualquer linha reta que passe pelo centro (um diâmetro) e suas partes são refletidas, ou seja, coincidirão perfeitamente. Essas características fazem do círculo uma figura com simetria completa, tanto de rotação quanto de reflexão.

Figuras circulares são facilmente percebidas na natureza. Basta olharmos para o corpo humano para notarmos a íris e a pupila dos olhos; em frutas arredondadas como laranjas, melancias e etc. Entretanto, podemos deter nossa atenção aos círculos concêntricos que se formam quando uma pedra cai na água. Na imagem a seguir, podemos notar a propagação regular e simétrica das ondulações suaves formadas pelo impacto da pedra na água, que é o centro de todas as formas circulares geradas.

Figura 1 – Ondas concêntricas formadas por uma pedra ao cair na água



Fonte: Stockcake (2025)

Além dessa forma simples e fácil de notar a simetria e os padrões de regularidade na natureza, podemos destacar esse fenômeno em estruturas mais complexas, como o floco de neve, que é formado por 6 partes iguais dispostas ao redor de um mesmo centro circular. Por isso, se o floco de neve for girado por qualquer múltiplo de 60° , que é um sexto de uma volta completa (360°), cada uma dessas partes se alinha exatamente com a posição da parte vizinha, fazendo com que o floco pareça exatamente o mesmo em cada uma dessas rotações. Definida por Devlin (1994, p. 146) como “simetria sêxtupla do floco de neve”

Figura 2: Floco de neve de seis partes iguais



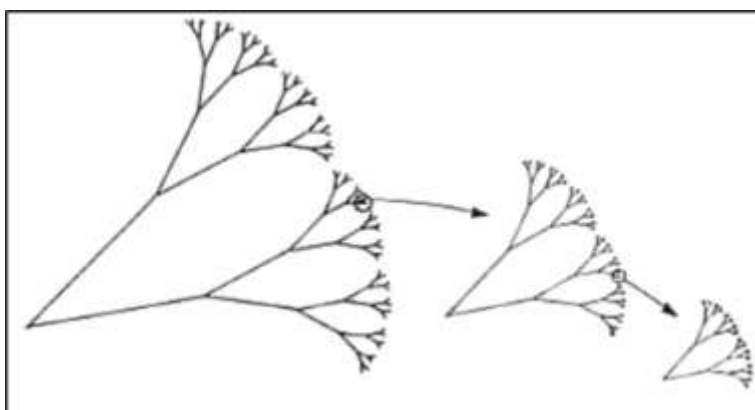
Fonte: Devlin (1994)

3.1 Os fractais

Um caso particular da simetria é a auto-semelhança. Nesse caso, a simetria ocorre em múltiplas escalas e infinitamente. As estruturas formadas pelas escalas semelhantes é o que

chamamos de fractais, que se formam seguindo o conceito de repetição de formato geométrico, em que a partir de uma figura é gerada outra, em escala menor, semelhante a primeira. Assis et al (2008, p. 2) nos diz que “as principais propriedades que caracterizam os fractais são a auto-semelhança, a complexidade infinita e a sua dimensão”. Na figura 3 abaixo, pode se observar essas características em uma ramificação. Nota-se que nas ampliações as características são mantidas e cada segmento é dividido em dois segmentos menores, proporcionais ao primeiro.

Figura 3: ramificações fractais



Fonte: Assis et al (2008)

Esse comportamento de ramificação acontece principalmente em galhos de árvores. Mas Assis et al (2008) destaca que esse mesmo padrão também se repete na Bacia Hidrográfica do Rio Amazonas, na formação de raios em tempestades e no sistema arterial dos rins humano. Em cada um desses exemplos, cada fractal apresenta um valor numérico associado, chamado de Dimensão Fractal que é, respectivamente: 1,85; 1,51 e 1,61. Percebe-se que, embora distintos, os fenômenos apresentam dimensão fractal próximas.

Quanto à dimensão fractal mencionada acima, trata-se de um valor associado à dimensão da formação da figura. E como mencionado nos exemplos acima, não frequentemente são números inteiros. Isso se dá por que ela é um valor fracionário que compreende o grau do espaço que a figura ocupa no espaço (Assis et al, 2008). Na dimensão fractal, “[...] um ponto possui dimensão zero, uma linha possui dimensão um, uma superfície possui dimensão dois e um volume possui dimensão três” (Assis et al, 2008, p.2), visto que as figuras que são formadas por superfície, apresentam dimensão fractal entre 1 e 2.

O padrão geral dos fractais, como mencionado, é a auto-semelhança, como visto na Figura 4 abaixo. Esse comportamento nos raios ocorre quando se observa a trajetória que, embora seja irregular, é ramificada. A partir de uma ramificação maior surgem outras menores

que dão origem a outras menores, esse processo é finito, visto que em certo momento, à medida que o raio descarrega sua energia, as ramificações param de se formar.

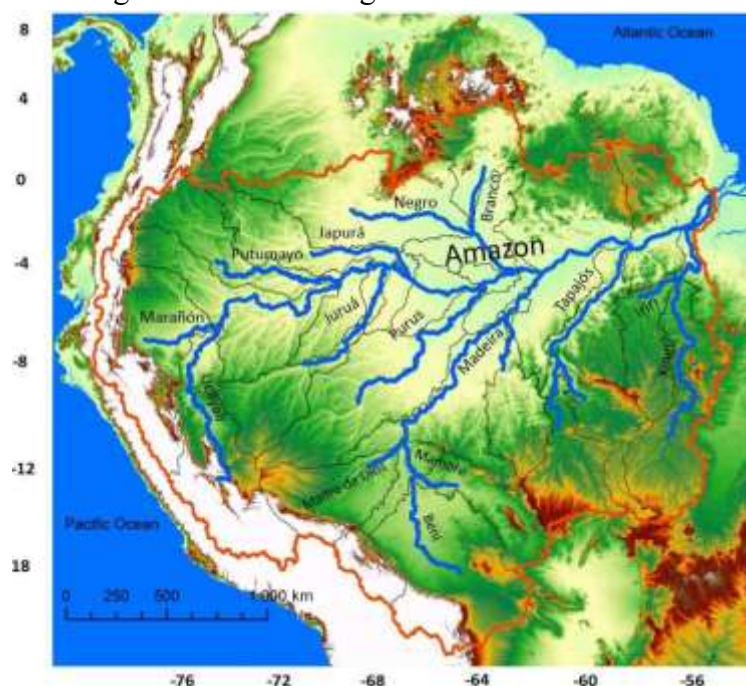
Figura 4: formação de raios



Fonte: site Clima Tempo (2020)

A figura acima mostra um relâmpago cortando o céu durante uma tempestade, com ramificações luminosas que se espalham de forma irregular e ramificada. Essa estrutura é um exemplo claro da presença da auto-similaridade. Quando os padrões menores se ramificam a partir do raio principal repetem, em menor escala, o mesmo formato da estrutura maior. No caso dos relâmpagos, esse formato mostra como a energia elétrica segue caminhos ramificados para atingir o solo, criando um desenho que se assemelha a galhos de árvores. Uma estrutura semelhante pode ser observada na Figura 5 abaixo:

Figura 5: Bacia hidrográfica do Rio Amazonas



Fonte: Latrubesse (2020)

A Figura 5 da Bacia hidrográfica do Rio Amazonas acima mostra a ramificação de sua rede fluvial, composta por rios afluentes que se interligam e se estendem pela área da América do Sul. Percebe-se claramente que as linhas que originam as outras não são perfeitamente alinhadas, mas, analisando a vista superior completa, é possível perceber a formação do padrão fractal ao longo das ramificações dos rios. Essa formação é semelhante à analisada anteriormente nos raios e também presente no sistema arterial dos rins humanos como mostra a Figura 6 abaixo:

Figura 6: Formação fractal nos rins



Fonte: RADiopaedia.org (2025)

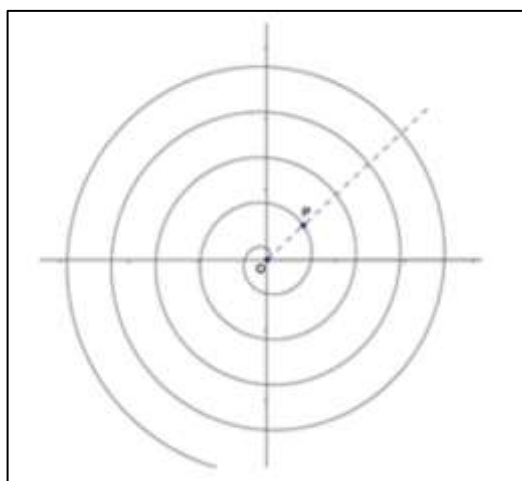
3.2 As espirais

Vinda do grego, a palavra *espiral* (*speîra*) significa, literalmente, enrolamento (Silva, 2015). Mas a origem da palavra, embora seja autoexplicativa, ainda é muito abrangente. Uma definição mais detalhada é feita pelo dicionário que define espiral como “uma curva plana gerada por um ponto móvel que gira em torno de um ponto fixo, ao mesmo tempo que dele se afasta ou aproxima seguindo uma determinada lei” (Ferreira, 2001, p. 289). Assim, nota-se que a espiral surge de uma definição que abrange a Geometria Primitiva, interligando elementos fundamentais como o ponto e o plano e associando-os ao movimento.

Existem 3 tipos principais de espirais: aritmética, logarítmica e hiperbólica. As espirais aritméticas ou espirais de Arquimedes, são formadas por curvas que se afastam do ponto central em intervalos constantes, o que resulta em voltas igualmente espaçadas entre si.

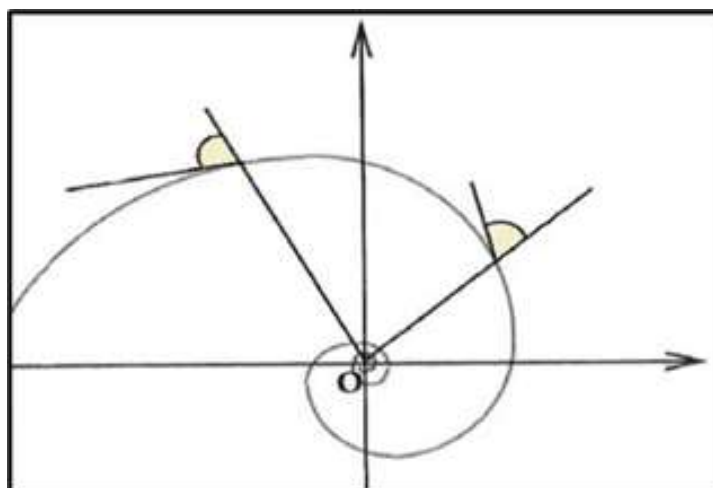
Já na espiral logarítmica, presente mais visível na natureza, as curvas se afastam do centro em proporções geométricas, ou seja, a distância entre suas voltas aumenta de forma exponencial seguindo uma proporção. Por fim, a espiral hiperbólica, ao contrário da logarítmica, à medida que o ângulo aumenta, as curvas se aproximam do centro. Essas espirais e suas características particulares podem ser observadas nas Figuras 7, 8 e 9 a seguir:

Figura 7: Espiral aritmética ou de Arquimedes



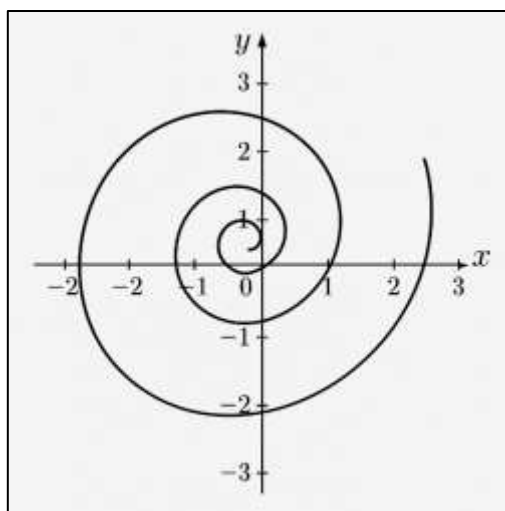
Fonte: Silva (2015)

Figura 8: Espiral logarítmica



Fonte: Teixeira (2017)

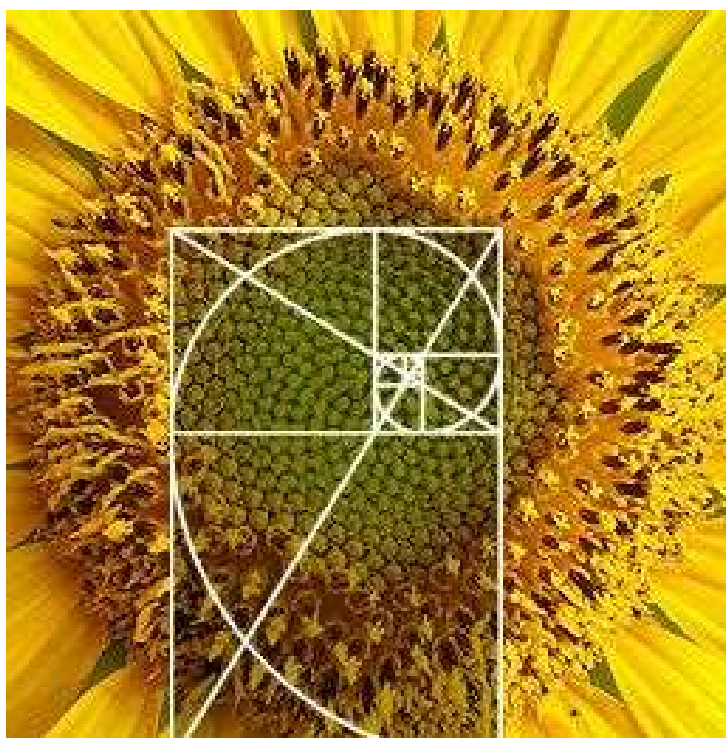
Figura 9: espiral hiperbólica



Fonte: gerada por inteligência artificial (Microsoft Copilot), (2025)

Essa forma geométrica apresenta-se na natureza em diversas situações, presente em girassóis, na galáxia Via Láctea, nas conchas marinhas, em tornados e etc. Silva (2015) ainda destaca a presença de espirais em outras situações, como: o crescimento de folhas de plantas pelo seu caule seguir o padrão de uma espiral, fenômeno conhecido como filotaxia. Esse comportamento do crescimento das folhas das plantas otimiza a exposição das folhas à luz solar e ao fluxo de nutrientes. Podemos observar esses exemplos nas Figuras de 10 a 13 a seguir:

Figura 10: espiral logarítmica em girassol



Fonte: Dreamstime (2025)

Figura 11: espiral logarítmica na via láctea



Fonte: NASA (s.d.)

Figura 12: espiral logarítmica em plantas



Fonte: Wenhong (s/d)

Figura 13: espiral logarítmica em concha marinha



Fonte: JW Broadcasting (2009)

A espiral que é formada nas conchas marinhas é crescente, ou seja, representam o crescimento da concha ao longo do tempo. Esse aumento é proporcional pois ao mesmo tempo

que cada volta aumenta em tamanho, os ângulos se mantêm proporcionais. As proporcionalidades do crescimento das conchas marinhas caracterizam as espirais logarítmicas mencionadas e os padrões são percebidos não apenas nos ângulos da espiral, como também nos desenhos formados na parte externa da concha.

Embora seja mais perceptível a presença da espiral logarítmica na natureza, também é possível ver as espirais de Arquimedes, que são caracterizadas por um afastamento progressivo e constante entre suas voltas à medida que o ar se move para fora do centro. Esse tipo de espiral representa bem o crescimento ordenado do redemoinho, diferente da estrutura de um furacão, que se assemelha mais a uma espiral logarítmica. Na Figura 14, podemos perceber um redemoinho formado na água do mar da Austrália em 2021.

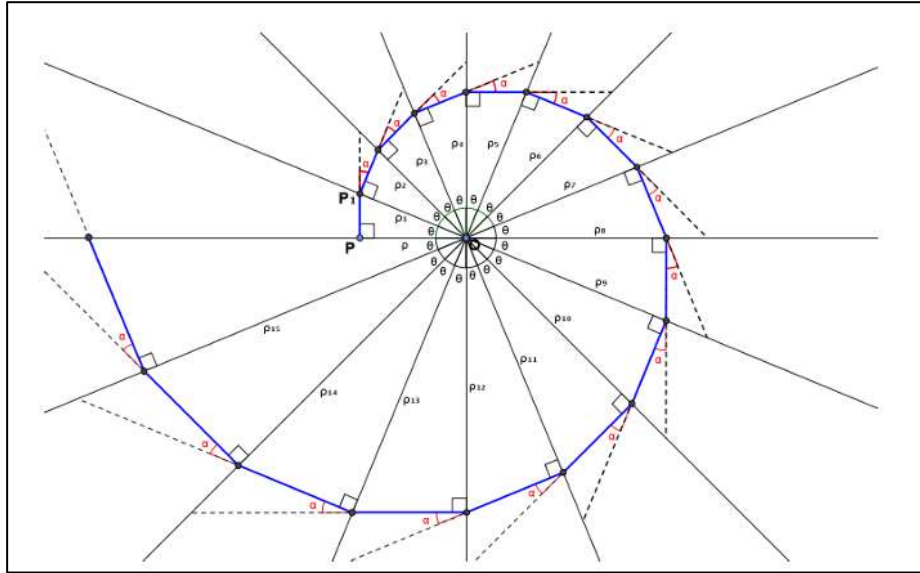
Figura 14: redemoinho em formato da espiral de Arquimedes



Fonte: G1 (2021)

Assim como acontece com os fractais, as espirais logarítmicas também possuem valores numéricos associados, pode-se destacar a formação dos ângulos e as relações matemáticas entre eles. Essa espiral também pode ser formada por segmentos de reta conectados em ângulos retos, que se distribuem de maneira a criar uma curva que cresce exponencialmente a partir de um ponto central. Visualizando essa espiral formada dessa maneira num plano cartesiano, notamos que à medida que a espiral é construída, os ângulos formados geram uma sequência de triângulos retângulos, mostrado na Figura 15 a seguir:

Figura 15: construção da espiral logarítmica



Fonte: Silva (2015)

Nessa construção, os segmentos de reta são nomeados sequencialmente de p_1 a p_{15} e os ângulos entre os raios traçados são representados por θ . Assim, para as espirais logarítmicas, vale a relação trigonométrica escrita por Silva (2015):

$$\cos\theta = \frac{p}{p_1}$$

Isolando P_1 , temos que:

$$p_1 = p \cdot \frac{1}{\cos\theta}$$

Para o próximo raio, ou seja, P_2 , aplica-se a mesma relação:

$$p_2 = \frac{p_1}{\cos\theta} \text{ ou } p_2 = \frac{\frac{p}{\cos\theta}}{\cos\theta} \rightarrow p_2 = p \frac{1}{\cos^2\theta}$$

Assim, repetindo esse processo, obtemos a fórmula geral:

$$p_n = p \cdot \frac{1}{\cos^n\theta}$$

Essa relação matemática mostra que os comprimentos dos raios polares — isto é, as distâncias do ponto central até os pontos p a p_{15} — aumentam seguindo uma Progressão Geométrica de razão $\frac{1}{\cos\theta}$. Por isso, as espirais logarítmicas também são chamadas de espirais geométricas, que são compreendidas, logicamente, como sequências numéricas.

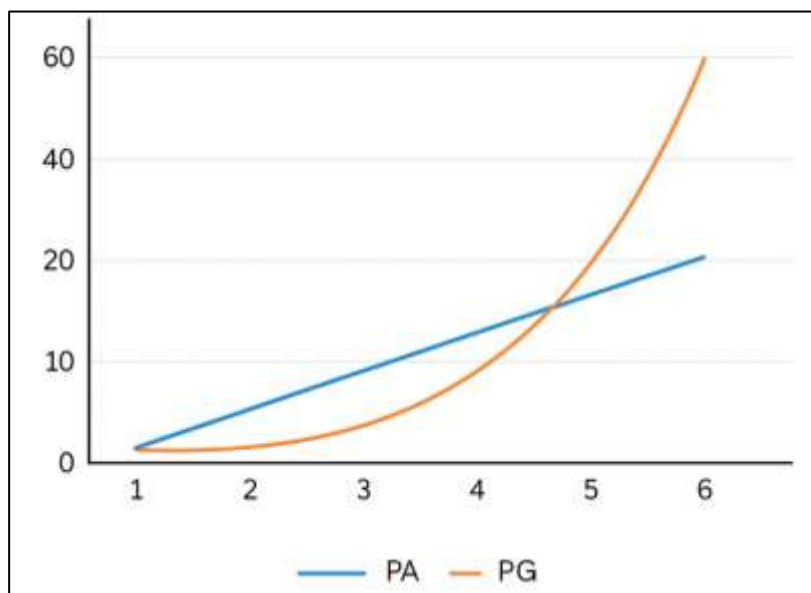
3.3 As sequências

Em diversas situações do cotidiano, nos deparamos com sequências que organizam informações, atribuem lógica aos eventos ou descrevem o comportamento de fenômenos ao longo do tempo. Intuitivamente, uma sequência é entendida como uma sucessão, um encadeamento ou uma série. Esse conceito torna-se facilmente perceptível quando pensamos nos dias da semana, que seguem uma sequência numérico-nominal: domingo (1º dia), segunda-feira (2º dia), terça-feira (3º dia), quarta-feira (4º dia), quinta-feira (5º dia), sexta-feira (6º dia) e sábado (7º dia). De forma semelhante, nas artes, por exemplo, a música utiliza sequências de ritmo e melodia que constroem a estética desejada. Assim, as sequências revelam padrões que ajudam a compreender a construção dos fenômenos observados.

Na Matemática, as sequências numéricas são ainda mais estudadas, como as Progressões Aritmética (PA) e Geométrica (PG). Uma PA é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido pela adição de uma mesma constante ao termo anterior, chamada de razão. Já a PG é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido pela multiplicação de uma constante, também chamada de razão, ao termo anterior. Ambas as Progressões são fundamentais na Matemática por descreverem padrões de crescimento ou decrescimento. (Iezzi e Hazzan, 2010)

Um exemplo clássico de PA é a sequência dos números pares: $\{2, 4, 6, 8, 10...\}$, cuja razão é 2, pois cada termo é obtido pela soma dessa constante ao anterior. Usando essa mesma razão podemos construir a sequência de PG: $\{2, 4, 8, 16, 32, 64...\}$, em que cada termo é o dobro do termo anterior. A principal diferença entre PA e PG está na forma de crescimento, enquanto a PA apresenta variação linear, a PG cresce de forma exponencial. Esse comportamento faz com que as PG's cresçam muito mais rapidamente que as PA's, sendo utilizadas para explicar fenômenos de crescimento acelerado, como o aumento de populações, juros compostos e a propagação de doenças. A Figura 16 a seguir mostra a diferença entre elas:

Figura 16: gráfico mostrado a diferença entre PA e PG



Fonte: Autor (2025)

Na natureza, a PA pode ser observada em fenômenos de crescimento linear, como o surgimento anual de anéis no tronco das árvores. Nascimento (2013) destaca que a cada ano é formado um novo anel. Essa regularidade configura uma PA de razão 1, coincidindo com o conjunto dos números naturais: $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. Dessa forma, é possível estimar a idade de uma árvore contando a quantidade de anéis presentes em seu tronco. Além disso, conhecendo a espessura média de cada anel, é possível estimar o diâmetro do tronco e, conseqüentemente, a idade da árvore, sem a necessidade de derrubá-la. Pode-se observar na Figura 17 abaixo:

Figura 17: anéis de tronco de árvore



Fonte: Derrenner (2015)

Já a PG é vista com mais frequência em eventos de crescimento ou decrescimento populacional, como é o caso da divisão celular binária que acontece nas bactérias, fenômeno conhecido como mitose bacteriana. Nesse fenômeno, as células se dividem em intervalos de tempo de 15 minutos. Após o primeiro intervalo de 15 minutos, a bactéria gera outra e após o segundo intervalo, o par de bactérias gera mais 2, totalizando 4 bactérias e assim sucessivamente. A Figura 18 a seguir mostra a tabela com esse crescimento.

Figura 18: relação de crescimento bacteriano em função do tempo

Tempo	0	15 min	30 min	45 min	1 h	1:15 h	1:30 h	1:45 h	2:00 h
Número de Bactérias	1	2	4	8	16	32	64	128	256

2:15 h	2:30 h	2:45 h	3:00h	4 h	5:00 h
512	1.024	2.048	4.096	65.536	1.048.576

→ 1,0 x 10⁶

Fonte: UNIRIO (2017)

Podemos perceber que a razão dessa Progressão é 2 e que após 5 horas gerou uma grande população bacteriana em um intervalo relativamente curto de tempo. Isso nos permite prever a quantidade de bactérias presentes em qualquer momento mantendo as mesmas condições ideais de crescimento. Para isso, aplica-se a fórmula geral da PG:

$$P_n = P_0 \cdot r^n$$

Nessa fórmula, P_0 é a população inicial, r é a razão (neste caso, 2) e n é o número de etapas (ou intervalos de tempo). Com esse modelo matemático simples, conseguimos estimar com precisão a explosão populacional bacteriana ao longo do tempo, algo extremamente útil em áreas como microbiologia, medicina e até produção de alimentos.

Entretanto, a sequência numérica mais estudada quando se relaciona números progressivos com a natureza é a sequência de Fibonacci. “Foi o matemático Leonardo de Pisa que viveu aproximadamente entre os anos de 1180 a 1250, conhecido como Leonardo Fibonacci, o autor de tal sequência” (Nogueira e Cavalcante, 2021, p. 229). A sequência é constituída pelos números naturais e se forma seguindo o padrão: cada termo corresponde à

soma dos dois anteriores, levando em conta que os primeiros termos são 0 e 1, apresentando-se da seguinte forma:

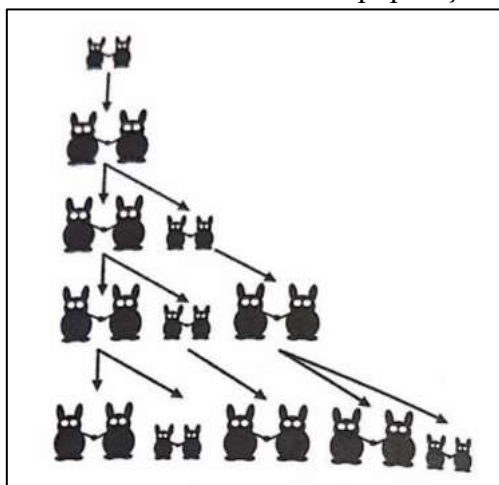
$$S_F = \{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 \dots\}$$

Essa sequência surgiu por causa do problema levantado por Fibonacci em 1202:

A partir de um casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais de coelhos existirão após 12 meses, supondo-se que nenhum coelho morre, todo casal de coelhos tem um primeiro casal de filhotes com dois meses de idade e, após ter o primeiro casal de filhotes, gera um novo casal todo mês (Azevedo, 2001, p. 1).

A Figura 19 a seguir retrata esse cenário:

Figura 19: crescimento de uma população de coelhos



Fonte: Stewart (2016)

Iniciamos com 1 casal de coelhos recém-nascidos no primeiro mês. Como cada casal só se torna fértil a partir do segundo mês de vida, no segundo mês ainda temos apenas esse único casal. A partir do terceiro mês, o casal original se torna fértil e gera um novo casal, totalizando dois. No mês seguinte, o casal original continua reproduzindo, e o novo casal ainda é jovem — ou seja, temos três casais: dois do mês anterior, mais um novo filhote. Esse padrão se repete com todos os casais férteis produzindo um novo casal por mês, e os recém-nascidos só contribuindo dois meses depois. O quadro a seguir demonstra esse padrão que constitui a sequência de Fibonacci:

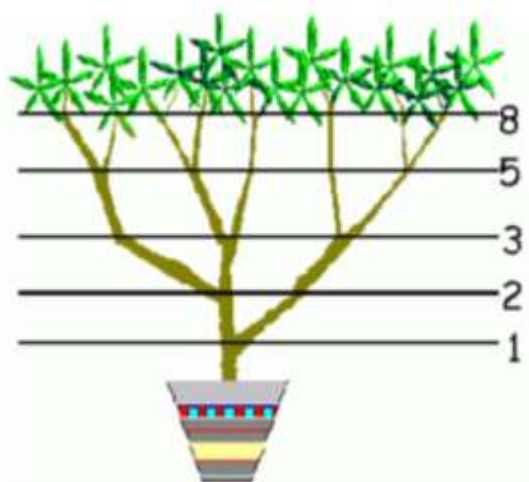
Quadro 2: esquematização da reprodução dos coelhos

Mês	Número de casais de coelhos
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Além do problema mencionado, essa sequência está presente em plantas e animais. Ela é notada no número de pétalas de flores, no crescimento de folhas ao longo do caule de uma árvore e nas diversas espirais que se formam em plantas e animais, como o encolhimento da cauda de um réptil. Assim, há uma forte relação entre a sequência de Fibonacci e as espirais, que também se relacionam com os fractais, ambos objetos de estudo desta pesquisa. Nogueira e Cavalcante (2021, p. 232) destacam que “os números dessa sucessão aparecem facilmente no arranjo de folhas do ramo de uma planta, basta observarmos o crescimento de seu caule. À medida que esta se desenvolve, a quantidade de novos ramos que aparecem descrevem a sequência de Fibonacci”. Tudo isso pode ser visto na Figura 20 a seguir:

Figura 20: Planta com caule seguindo a sequência de Fibonacci

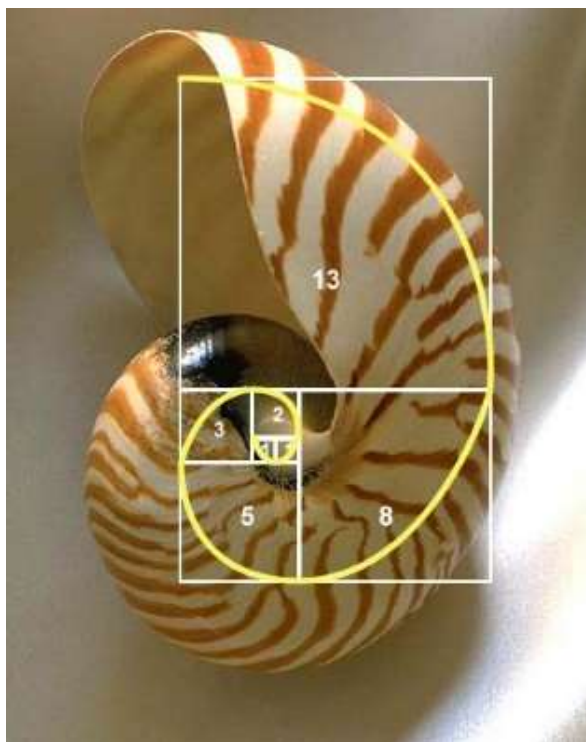


Fonte: Queiroz (2007, p. 21)

A sequência de Fibonacci também tem uma relação intrínseca com as espirais geométricas já mencionadas e essa relação pode ser percebida se construirmos uma figura geométrica que segue a sequência de Fibonacci – o retângulo áureo. Essa figura é construída a partir de um quadrado; desse quadrado traça-se a diagonal de um de seus meios até um dos vértices superiores e com essa medida prolonga-se a base do quadrado, formando um retângulo maior e deste retângulo será originado outro quadrado e repete-se o processo infinitamente.

Esse processo vai formar quadrados e retângulos que obedecem à razão dos números da sequência de Fibonacci. Por exemplo, a razão entre os números 21 e 13, elementos sucessivos da sequência, é 1,615384615 e se assemelha com a razão de outros números sucessivos, como 34 por 21, que tem razão 1,619047619. Essa razão é conhecida como proporção áurea ou número de ouro e sua relação com a espiral logarítmica pode ser percebida na Figura 21 a seguir:

Figura 21: Espiral de Fibonacci sobreposta a uma concha



Fonte: Escola educação (2025).

Assim, percebemos que essa relação caracteriza uma ordem matemática, ou seja, um padrão recorrente que se manifesta em diversos seres vivos e fenômenos naturais, das espirais nas conchas aos arranjos de pétalas e galhos nas plantas. Isso nos leva a refletir que há muito mais Matemática embutida na natureza do que geralmente imaginamos. Proporções, simetrias e sequências numéricas revelam uma linguagem invisível que conecta o mundo natural à lógica dos números. Nesse contexto, o retângulo áureo é um símbolo de harmonia, equilíbrio e estética, unindo arte, ciência e natureza em uma única forma geométrica que retrata a beleza universal que se esconde nas estruturas do cotidiano.

4 APLICAÇÃO DOS PADRÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

As formas geométricas presentes na natureza podem ser incluídas no ensino e aprendizagem da Matemática como ponto de partida para despertar a curiosidade e promover a construção do pensamento geométrico de maneira concreta e significativa. Ao observar elementos naturais como conchas, flores, flocos de neve e ondas circulares, os alunos conseguem perceber padrões, simetrias e estruturas que servem como base para explorar conceitos matemáticos mais abstratos. Essa abordagem torna o ensino mais visual, contextualizado e próximo da realidade dos estudantes, favorecendo uma aprendizagem mais ativa e investigativa.

Para orientar essa prática, podemos recorrer à Base Nacional Comum Curricular (doravante¹ BNCC), que reconhece o papel das formas no desenvolvimento do pensamento geométrico. A BNCC propõe que o estudo da Geometria favoreça a observação, descrição e análise de formas presentes no cotidiano, este estudo, por sua vez, pode promover uma aprendizagem significativa. Explorar esses padrões permite que os alunos relacionem conceitos geométricos à realidade, desenvolvendo habilidades de visualização e o pensamento investigativo de forma contextualizada. Sobre esse aspecto, o documento destaca que:

Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias” (Brasil, 2018, p. 271).

Vamos nos concentrar no termo “fazer conjecturas”, destacado na citação acima como uma das contribuições do pensamento geométrico. Essa habilidade é essencial no processo de aprendizagem, pois incentiva os alunos a pensar de forma investigativa e a desenvolver raciocínio lógico. Conforme o Dicionário online de Português (2025), fazer conjecturas é formar uma opinião através de deduções ou inferências. Isso significa que os estudantes podem observar fenômenos naturais e levantar hipóteses sobre os padrões geométricos presentes neles, relacionando essas descobertas com os conceitos aprendidos em sala de aula.

O ensino fundamentado na observação de padrões naturais não é uma novidade, mas ainda precisa de espaço no ensino básico, em que muitas vezes prevalece o ensino fragmentado, descontextualizado e excessivamente teórico. Por isso, é mais proveitoso que o ensino seja vinculado à realidade do aluno ou ao que ele tenha acesso e condições de entender, promovendo a compreensão do mundo em que ele vive e incentivando a aplicação prática dos

¹“daqui em diante”. Significa que após a primeira menção o termo será mencionado pela sigla.

conceitos matemáticos. A BNCC estabelece, entre as competências gerais da Educação Básica, a necessidade de que o aluno “exercite a curiosidade intelectual e recorra à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica [...]” (Brasil, 2018, p. 9).

Nesse aspecto, a observação dos fenômenos da natureza é um ponto de partida para o entendimento da Matemática, visto que “muitos conceitos matemáticos foram elaborados a partir da natureza. As noções de razão e proporção, por exemplo, podem ser vistas no próprio corpo humano, na disposição de galhos de árvores e nas pétalas das flores” (Silva, 2015, p. 13). Assim, é sugestivo que os padrões analisados sejam usados não apenas como uma aplicação do conceito matemático, mas também como introdução ou contextualização do assunto a ser estudado.

Outro ponto relevante é a articulação entre Matemática e visualidade, aspecto próprio da Geometria Plana e Espacial. Os padrões estudados favorecem o desenvolvimento dessa percepção geométrica, pois envolve construções, análise de simetrias, medições angulares e compreensão de escalas. Isso está de acordo com as habilidades previstas na unidade temática de Geometria da BNCC, que incluem “reconhecer, nomear e representar figuras geométricas planas e espaciais [...] explorando suas propriedades e relações” (Brasil, 2018, p. 276-298).

Essa perspectiva de ensino não está limitada apenas às ciências exatas, mas abrange a possibilidade de interdisciplinaridade, ou seja, de conjugar duas disciplinas ou componentes curriculares ao mesmo tempo. Essa interdisciplinaridade é uma maneira de integrar o conhecimento a outras áreas que sejam apreciadas pelos alunos, como: arte, Física (no caso do ensino médio) e ciências (no caso dos anos finais do Ensino Fundamental). Essa proposta desenvolve as habilidades dos alunos não só em Matemática, como também em outras áreas, visto que “o conhecimento não se dá de forma fragmentada, mas em contextos que exigem articulação entre áreas” (BRASIL, 2018, p. 13).

Nesse contexto, a espiral logarítmica é um exemplo notável de como conceitos matemáticos podem ser extraídos de observações da natureza e, ao mesmo tempo, funcionar como recurso didático eficaz para o desenvolvimento do raciocínio lógico, geométrico e algébrico. Os estudantes podem ser desafiados a realizar medições reais, aplicar conceitos matemáticos e desenvolver representações gráficas e algébricas. Por exemplo, ao analisar a disposição das sementes de um girassol, o aluno é incentivado a articular lógica matemática, sensibilidade visual e compreensão biológica, promovendo a interdisciplinaridade mencionada.

Além disso, espiral logarítmica pode ser utilizada para introduzir e aprofundar conteúdos como Progressão Geométrica, logaritmos, coordenadas polares, razão áurea e proporção. Neste trabalho, nos concentraremos no uso das espirais logarítmicas presentes nos

girassóis para introduzir e contextualizar o conteúdo de PG. Para isso, é preciso elaborar uma ou mais aulas que desenvolvam o tema a partir da análise de um girassol – que é amplamente conhecido pelos alunos.

4.1 A Matemática do Girassol

Para tornar o ensino da Matemática mais significativo e conectado à realidade dos alunos, propõe-se a utilização de elementos da natureza como contexto de aprendizagem. Como vimos, a BNCC enfatiza a importância da investigação e da modelagem matemática como estratégias pedagógicas, valorizando o uso de padrões presentes no mundo físico. Dentre esses padrões, as espirais logarítmicas observadas na disposição das sementes do girassol fornecem uma excelente oportunidade para explorar o conceito de PG. A proposta é aproximar os alunos dos conteúdos matemáticos por meio da observação e análise de fenômenos naturais, em articulação com conhecimentos da área de Ciências da Natureza, como mostrado no quadro abaixo:

Quadro 3 – Estudo interdisciplinar dos padrões matemáticos na natureza

DISCIPLINA	CONTEÚDO	HABILIDADE BNCC
Matemática	Progressão Geométrica; Sequência de Fibonacci; Proporção áurea	EF09MA10 – Resolver e elaborar problemas que envolvam progressões geométricas.
Ciências	Estrutura das flores; padrões de crescimento; adaptação morfológica	EF09CI04 – Compreender a organização e a evolução dos seres vivos.

Fonte: criação própria (2025)

Ao estudar Ciências Biológicas, especialmente o desenvolvimento das flores, é possível observar que a disposição das sementes em muitas plantas obedece a padrões geométricos. No girassol, por exemplo, a organização das sementes forma espirais que seguem os números da sequência de Fibonacci e se relacionam diretamente com a espiral logarítmica, forma que pode ser modelada matematicamente por uma Progressão Geométrica. Na disciplina de Ciências, os alunos estudam as estruturas e adaptações das plantas. Esse conhecimento pode ser articulado com o estudo da PG na Matemática, destacando o crescimento ordenado e proporcional das estruturas.

Ao longo das aulas, os alunos podem construir tabelas, aplicar fórmulas, interpretar dados e produzir representações gráficas e geométricas, exercitando tanto habilidades matemáticas quanto competências investigativas e comunicativas. A construção da espiral, seja com instrumentos manuais (compasso, régua e lápis) ou digitais (como o GeoGebra), pode proporcionar uma experiência visual e prática, ampliando a compreensão da aplicação da PG para além do abstrato.

Também é possível incluir momentos de discussão e reflexão, nos quais os estudantes podem ser convidados a pensar sobre a espiral logarítmica do girassol e suas implicações, ou seja, entender por que suas sementes são organizadas dessa forma. Essa é uma excelente oportunidade para o professor destacar que a maneira como as sementes estão organizadas no girassol economizam espaço. Ao compreender que a Matemática está presente na organização eficiente dos elementos naturais, os alunos passam a vê-la como uma ferramenta essencial para interpretar o mundo e não apenas como um conjunto de regras e fórmulas. Como Silva (2015, p. 12) destaca, é preciso:

Mostrar para o aluno que a matemática não é algo inventado sem fundamento ou sem aplicação, e sim que a partir das experiências humanas foi-se criando uma linguagem que facilita em muito a vida humana [...] É importante que o estudante perceba e seja capaz de fazer relações matemáticas entre os conteúdos aprendidos e dos conteúdos com relações do seu cotidiano.

Assim, pode-se abordar as espirais do girassol em introdução ao conteúdo de Progressão Geométrica em cerca de 4 aulas. Na primeira aula, os alunos exploram visualmente as espirais formadas pelas sementes e identificam padrões relacionados à sequência de Fibonacci. A segunda aula introduz o conceito de Progressão Geométrica (PG), conectando-o ao crescimento das espirais. Na terceira aula, os estudantes constroem uma espiral baseada em PG, utilizando instrumentos geométricos ou recursos digitais. Por fim, na quarta aula, produzem cartazes explicativos e refletem sobre a presença e a função dos padrões matemáticos na natureza. Essa divisão pode ser observada no quadro a seguir:

Quadro 4 – Esquematização de aulas de Progressão Geométrica

AULAS E ATIVIDADES	
Aula 1	• Exibição de imagens ampliadas do girassol; • Discussão em grupo sobre padrões observados; • Contagem das espirais (em sentido horário e anti-horário); • Introdução à sequência de Fibonacci e à espiral logarítmica.
Aula 2	• Conceito de PG com exemplos extraídos das espirais do girassol; • Preenchimento de tabela com termos da PG: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ (q é a razão) • Atividade em dupla: construir uma PG com base nas medidas do crescimento das espirais.
Aula 3	• Atividade prática com régua, compasso e papel milimetrado para desenhar uma espiral baseada em PG; • Alternativa com uso do GeoGebra para os alunos que têm acesso à tecnologia.
Aula 4	• Produção de cartaz explicando o padrão matemático no girassol; • Discussão em sala: Por que a natureza usa esse tipo de organização? • Relacionar o conteúdo com temas como eficiência, estética e funcionalidade.

Fonte: criação própria

A sequência de aulas acima busca integrar os saberes das disciplinas de Matemática e Ciências a partir da observação e análise da espiral do girassol, favorecendo a aprendizagem ativa e contextualizada da Progressão Geométrica. Como objeto de estudo, o girassol oferece um exemplo concreto da presença da Matemática no mundo natural, podendo despertar nos alunos o interesse e a curiosidade investigativa. Ao trabalhar PG com base em fenômenos reais como este, os estudantes podem desenvolver não apenas competências matemáticas, mas também um olhar crítico e sensível para os padrões que organizam o universo.

5 METODOLOGIA

A modalidade de pesquisa é bibliográfica e exploratória-descritiva. Bibliográfica porque envolve a bibliografia já publicada sobre a temática em questão, Marconi e Lakatos (2002, p. 200) destaca que esse tipo de pesquisa “não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, visto que propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras. ” Esta pesquisa também é exploratória-descritiva, pois “têm por objetivo descrever completamente determinado fenômeno” (Marconi e Lakatos, 2002, p. 205)

Esta pesquisa é de natureza quantitativa, pois “recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc.” (Fonseca, 2002, p. 20). Esse tipo de abordagem é apropriado ao tema investigado, pois busca compreender padrões matemáticos da natureza representados numericamente. De acordo com Fonseca (2002), a pesquisa quantitativa também se caracteriza pela definição rigorosa das hipóteses e pela perspectiva externa do pesquisador, minimizando a interferência nos resultados.

A pesquisa se fundamenta em um conjunto de materiais bibliográficos selecionados com base em palavras-chave relevantes para o tema: padrões, Matemática e natureza. Os materiais utilizados foram obtidos em dois ambientes principais: biblioteca física e biblioteca virtual. No acervo físico, utilizou-se a biblioteca do Campus Balsas-UEMA. No acervo digital, foram exploradas plataformas como Google Acadêmico, Biblioteca Virtual e Mendeley. A busca e seleção de materiais seguiram critérios estabelecidos com base nas palavras-chave mencionadas.

O critério para o uso das imagens citadas durante o trabalho foi a observação do padrão estudado e a permissão de usá-las. Assim, imagens que não era possível visualizar o padrão matemático almejado ou não tivessem licença para uso, não eram selecionadas. As fontes dessas imagens foram, em sua maioria, repositórios educacionais e acervos digitais especializados. Além dessas ferramentas tradicionais, recorreu-se ao uso de inteligência artificial (IA) como apoio na localização de imagens compatíveis com os padrões descritos, bem como na geração de representações visuais personalizadas que não estavam disponíveis em bancos convencionais. A IA também auxiliou na verificação da coerência entre as imagens selecionadas e os conteúdos teóricos abordados, ampliando as possibilidades de visualização dos fenômenos analisados e contribuindo para uma aprendizagem mais dinâmica e contextualizada.

O processo para reunir os insumos da pesquisa seguiu estas etapas: busca, seleção, leitura e análise dos materiais selecionados. Após a leitura inicial, foram identificados trechos com potencial para embasar a pesquisa. Houve necessidade de incluir novos materiais para complementar o estudo, como artigos que tinham um objeto de estudo específico, como foi o caso da obra de Nascimento (2013) que detalhava a formação dos anéis de tronco das árvores. À princípio, a leitura foi informativa, também conhecida como leitura de estudo, que “ocupa-se da absorção do conteúdo, bem como de seu significado” (Marconi e Lakatos, 2017, p. 32). Esse processo incluiu a marcação de palavras ou frases-chave e a elaboração de resumos.

Os dados obtidos por meio das leituras e seleções foram organizados e analisados para identificar os padrões matemáticos discutidos nos materiais. O intuito foi encontrar a explicação de como esses padrões surgem e como são representados matematicamente. Além disso, foi necessário pesquisar a presença das sequências aritméticas na natureza com mais profundidade, visto que são pouco discutidas em comparação com as sequências geométricas.

Os materiais utilizados foram provenientes de fontes acessíveis, respeitando os direitos autorais. Foram feitas as devidas citações e referências para garantir a integridade ética do estudo. Por fim, desafios enfrentados na obtenção de materiais, como a indisponibilidade de certas obras, foram superados com o apoio de professores que forneceram acesso a fontes alternativas e com a tradução livre e própria do livro de Devlin (1994).

6 ANÁLISES E DISCUSSÕES

A análise dos padrões matemáticos e geométricos presentes na natureza evidenciou que a linguagem matemática está estruturando os padrões do mundo à nossa volta, confirmando a perspectiva de Devlin (1994), que definiu a Matemática como a ciência dos padrões. Por isso, não se deve dizer que a Matemática está simplesmente presente nos padrões da natureza como se fosse algo externo ou uma mera coadjuvante deles. Na verdade, ela é a mente racional ou o motivo, a razão, pelo qual esses padrões acontecem e se propagam, seja em fenômenos físicos, biológicos ou geológicos.

Os fractais, como vimos, podem ser facilmente percebidos em fenômenos da natureza. Entretanto, na grande maioria das referências bibliográficas encontradas, eles são demonstrados na maioria usando figuras geométricas como triângulos ou quadrados, que embora sejam figuras práticas e de fácil demonstração, ainda deixam a desejar quanto a sua presença no cotidiano quanto à formação dos fractais e, conseqüentemente, sua aplicação prática. Com isso, podemos refletir que, é válido e prático usar as figuras geométricas mencionadas para explicar como são formados os fractais, mas que é ainda mais enriquecedor relacionar o conceito à sua presença no cotidiano e, especialmente na natureza, como mostrou a pesquisa.

A partir do estudo desses padrões, surgiu uma pergunta instigante: haveria uma finalidade prática para que eles se apresentem exatamente como são? E a resposta é sim. Para entendermos o porquê vamos nos concentrar nas espirais logarítmicas, ou geométricas. Como vimos, os girassóis, os furacões, as conchas marinhas, o caule de uma árvore em crescimento e tantos outros seres e fenômenos obedecem à forma de uma espiral logarítmica. Santos et al (s.d. p. 6) destaca que “tais formas possibilitam um padrão ideal de crescimento compacto que não desperdiça espaço”. Assim, o formato de espiral não cumpre somente a finalidade estética, mas é uma forma funcional de organização que otimiza a ocupação de um espaço, como a disposição das sementes de um girassol.

Sobre a relação da sequência de Fibonacci com as espirais logarítmicas, ou vice e versa, podemos observá-la melhor ao analisar isoladamente as espirais que se formam no decorrer da disposição das sementes de um girassol. Como vimos, esse tipo de espiral segue a proporção áurea, ou o ângulo de ouro que é obtido quando fazemos a razão entre dois números consecutivos dessa sequência. Entretanto, Livio (2007) observou que, nos girassóis, ainda acontece uma relação entre a sequência de Fibonacci e as espirais logarítmicas significativa:

A quantidade dessas espirais em geral depende do tamanho do girassol. O mais comum é que existam 34 espirais em um sentido e 55 no outro, mais girassóis com

quocientes de números de espirais de 89/55, 144/89 e até de 233/144 (pelo menos; relato por um casal de Vermont à *Scientific American* em 1951) foram visto. Todos esses valores são, obviamente, razões de números de Fibonacci adjacentes (Livio, 2007, p. 133).

Como evidenciado acima, os pares de números da quantidade de espirais do girassol são consecutivos na sequência de Fibonacci, e como mencionado, suas razões se aproximam da razão áurea (aproximadamente 1,618), um número esteticamente harmônico e recorrente nas espirais logarítmicas e em outros fenômenos. Entendemos que não se trata de um acaso, mas sim, que esse formato é propositalmente executado para melhor aproveitamento do espaço. Assim, esse fato nos leva a pensar que a natureza prefere seguir o formato estruturado matematicamente para seu melhor funcionamento.

Sobre as sequências numéricas, percebeu-se que elas estão mais associadas à organização, ao crescimento e ao comportamento de organismos, populações e estruturas físicas. A análise da Progressão Aritmética no surgimento dos anéis de crescimento das árvores e da Progressão Geométrica na multiplicação de bactérias evidenciou a relação entre as regularidades numéricas e ao tempo de crescimento ou reprodução, como acontece com os anéis do tronco das árvores e o crescimento da população bacteriana. Já a sequência de Fibonacci, quando associada à espiral logarítmica, apresenta a mesma acentuação dos fractais e das espirais de um modo geral: a beleza estética.

A presença recorrente desses padrões comprova que a Matemática pode ser explorada não apenas como um conjunto de símbolos e fórmulas abstratas, mas como uma ferramenta para decifrar o universo à nossa volta. Os exemplos apresentados ao longo do trabalho apoiam uma concepção ampliada do ensino de Matemática, permitindo que os estudantes percebam a disciplina como algo vivo, útil e conectado com o mundo que os cerca. Essa abordagem favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico e estimula a formação de conjecturas, conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2018), promovendo o raciocínio lógico e investigativo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática, muitas vezes percebida como um campo abstrato e distante do cotidiano, revelou-se ao longo desta pesquisa como uma linguagem viva e presente nas formas e movimentos da natureza. Por meio da análise de padrões como fractais, espirais e sequências numéricas, foi possível compreender que a Matemática não é apenas uma ferramenta de cálculo, mas sim, uma lente poderosa para enxergar a harmonia e a estrutura do mundo ao nosso redor. Ao investigar esses padrões, destacou-se que eles não ocorrem por acaso, cumprem além das funções estéticas, que impressionam os olhos e atribuem beleza aos fenômenos, cumprem papéis de funcionalidade, fundamentais nos fenômenos biológicos, físicos e geológicos.

A natureza utiliza a Matemática como meio de otimização, organização e equilíbrio. A espiral logarítmica, por exemplo, é uma estratégia encontrada em flores e conchas para melhor distribuição de elementos no espaço. Enquanto os fractais aparecem em sistemas de ramificação como rios, árvores e até órgãos humanos, revelando uma complexidade autorreplicável com grande eficiência. Já as sequências numéricas, como a de Fibonacci, apontam para um padrão de crescimento recorrente em muitos organismos vivos, sugerindo que a própria vida segue um modelo matemático de expansão e renovação.

O estudo desses padrões não apenas enriqueceu a compreensão sobre o papel da Matemática na natureza, mas também, trouxe uma nova perspectiva para o ensino da disciplina. Ao valorizar os elementos naturais como ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento geométrico, promove-se um aprendizado mais concreto, visual e conectado à experiência sensível dos estudantes. Essa abordagem atende aos princípios da BNCC, estimulando a formulação de conjecturas, a análise de estruturas e a construção do raciocínio lógico por meio de exemplos reais e significativos.

Com isso, este trabalho reforça a importância de integrar outros componentes curriculares no ensino da Matemática, mostrando que sua aplicabilidade vai além das fórmulas e dos livros didáticos. A beleza dos padrões naturais pode se tornar uma poderosa aliada no engajamento dos alunos, despertando sua curiosidade e encantamento. A Matemática, assim, passa a ser vista como algo presente, relevante e belo, capaz de dialogar com diferentes áreas do saber e provocar novas formas de ver o mundo.

Por fim, conclui-se que reconhecer a Matemática na natureza é reconhecer a própria ordem do universo. É perceber que há lógica no caos aparente e que os padrões são expressões dessa lógica invisível. Essa visão amplia horizontes e contribui para uma formação mais crítica e investigativa, tanto para os futuros professores de Matemática quanto para os cidadãos que

desejam compreender melhor o ambiente ao seu redor. Que a Matemática viva proposta neste trabalho sirva de inspiração para ensinar com mais sentido e aprender com mais encantamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVARENGA, Dina; VALE, Isabel. **A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. Quadrante, v. 16, n. 1, p. 27-56, 2007.
- ASSIS, Thiago Albuquerque de et al. **Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais**. Revista Brasileira de ensino de física, v. 30, p. 2304.1-2304.10, 2008.
- AZEVEDO, A. **Sequências de Fibonacci**. Revista do Professor de Matemática, Brasília, nº 45, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/bncc>. Acesso em: 06/2025.
- DERRENNER. **Tronco de árvore com anéis anuais**. Pixabay, 2015. Disponível em: <https://pixabay.com/pt/photos/tronco-de-árvore-anéis-anuais-9184256/>. Acesso em: 06/2025.
- DEVLIN, K. **Matemática: a ciência dos padrões**. Porto: Porto Editora, 2002.
- DICIO. *Conjectura*. **Dicionário Online de Português**. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/conjectura/>. Acesso em: junho/2025.
- DREAMSTIME. **Parte do corpo da espiral de girassol**. [Fotografia], 2025. Disponível em: <<https://pt.dreamstime.com/parte-do-corpo-da-espiral-de-girassol-fundo-natural-meio-fechado-uma-flor-qual-é-extraído-óleo-image202752372>>. Acesso em: 06/2025.
- ESCOLA EDUCAÇÃO. **Espiral de Fibonacci: o que é, sequência e exemplos**. Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/espiral-de-fibonacci/>. Acesso em: 06/2025.
- FERREIRA, Aurélio B. de H. **Mini Aurélio Século XXI Escolar: O minidicionário da língua portuguesa**. 4ª edição revisada e ampliada. Rio de Janeiro. 2001
- FONSECA, João José Saraiva da. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.
- G1. **Fotógrafa flagra “redemoinho” gigante e perigoso no mar da Austrália**. Globo.com, 17 mar. 2021. Disponível em: <https://g1.globo.com/mundo/noticia/2021/03/17/fotografa-flagra-redemoinho-gigante-e-perigoso-no-mar-da-australia.ghtml>. Acesso em: Junho/2025.
- IEZZI, Gelson, HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de Matemática Elementar: Sequências, Matrizes, Determinantes e Sistemas**. Vol. 4. 11. ed. São Paulo: Atual, 2010.
- JW Broadcasting. Vídeo do JW Library. [s.l]: **JW Broadcasting**, [2009]. Disponível em: https://akamd1.jw-cdn.org/sg2/p/b1c19b/1/o/ivwc_T_5_r480P.mp4. Acesso em: 27 nov. 2024.
- LATRUBESSE, E. M., & Ardoin-Bardin, S. (2020). **The Amazon River basin and its main tributaries mapped over the SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) DEM (Digital**

Elevation Model). In: **Latrubesse, E. M. (Ed.), *Large Rivers: Geomorphology and Management***. ResearchGate. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/343946138>

LIVIO, Mario. **Razão áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. 2ª ed., Rio de Janeiro: Record, 2007.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

NASA. **The Milky Way: Barred Spiral Galaxy**. Science Mission Directorate, [s.d.]. Disponível em: <https://science.nasa.gov/resource/the-milky-way-barred-spiral-galaxy>. Acesso em: 06/2025.

NASCIMENTO, Marcela Blagitz Ferraz do. **Anéis de crescimento, incremento em circunferência do tronco e anatomia da madeira de espécies arbóreas da floresta estacional semidecidual do sul do Brasil**. 2013. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Biológicas) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

NOGUEIRA, José Augusto Pereira; CAVALCANTE, Antônia Erineide. **Sequência de Fibonacci: a matemática presente na natureza**. (s.d)

QUEIROZ, R. M. **Razão áurea: a beleza de uma razão surpreendente**. 39 f. Secretaria do Estado da Educação - SEED, Londrina - PR, 2007 SILVA, Felipe Olavo. **Espiral logarítmica: da natureza para a sala de aula**. 2015. Dissertação de Mestrado.

RADIopaedia.org. **Renal artery angiogram**. Disponível em: <https://radiopaedia.org/cases/renal-artery-angiogram>. Acesso em 06/2025.

SALES, Francisco Odécio (org.). **Ciências Exatas e da Terra: Exploração e Qualificação de Diferentes Tecnologias**. Ponta Grossa - PR: Atena, 2021. Páginas 228-234

SANTOS, Everaldo Roberto Monteiro dos; CARDOSO, Lucélia Valda de Matos; SILVA, Jeane do Socorro Costa da. *Buriti: relação entre sequência de Fibonacci, razão áurea e espiral logarítmica*. In: **SIMPÓSIO DE PESQUISA EM MATEMÁTICA – SIPEMAT, II**, [ano não informado], [local não informado]. Anais [...]. [S.l.]: [s.n.], [s.d.]. Disponível em: [arquivo em PDF]. Acesso em: 06/2025.

SILVA, Felipe Olavo. **Espiral logarítmica: da natureza para a sala de aula**. 2015. Dissertação de Mestrado.

STEWART, Ian. **O fantástico mundo dos números: a Matemática do zero ao infinito**. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

STOCKCAKE. *Pebble creates ripples*. [Fotografia]. Disponível em: https://images.stockcake.com/public/d/3/d/d3de868c-8fcd-48c4-a6f5-eddfaea2a8e8_large/pebble-creates-ripples-stockcake.jpg. Acesso em: 06/2025.

TEIXEIRA, Ricardo Cunha. **A matemática da natureza: Spira mirabilis**. Atlântico Expresso, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores, 6 nov. 2017.

TEIXEIRA, Ricardo Emanuel Cunha. **A Matemática da Natureza: Os padrões decorativos das conchas marinhas**. Atlântico Expresso, p. 17, 2016.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO (UNIRIO).

Características fisiológicas e do crescimento bacteriano. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://www.unirio.br/ib/dmp/microbiologia/nutricao-integral/aulas-teoricas/7%20-%20Caracteristicas%20Fisiologicas%20e%20do%20Crescimento%20Bacteriano%2001-2017.pdf>. Acesso em: 06/2025.

WENHONG, An. *Spiral Vines* [fotografia]. Dreamstime, ID 19837028. Disponível em: <https://www.dreamstime.com/royalty-free-stock-photos-spiral-vines-image19837028>. Acesso em: 06/2025.