

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

**GABRIEL ARAÚJO RÊGO**

**CONTRIBUIÇÃO AO DIMENSIONAMENTO DE LAJES NERVURADAS  
BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO VIA MÉTODO DAS BIELAS E  
TIRANTES**

São Luís  
2018

**GABRIEL ARAÚJO RÊGO**

**CONTRIBUIÇÃO AO DIMENSIONAMENTO DE LAJES NERVURADAS  
BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO VIA MÉTODO DAS BIELAS E  
TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao curso de graduação em Engenharia Civil –  
UEMA, como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Luciano Carneiro Reis

São Luís

2018

Rêgo, Gabriel Araújo.

Contribuição ao dimensionamento de lajes nervuradas bidirecionais de concreto armado via método das bielas e tirantes / Gabriel Araújo Rêgo. – São Luís, 2018.

109f

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia de Civil, Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Prof. Me. Luciano Carneiro Reis.

1.Concreto armado. 2.Lajes nervuradas. 3.Bielas e tirantes. I.Título

CDU: 624.012.45

**GABRIEL ARAÚJO RÊGO**

**CONTRIBUIÇÃO AO DIMENSIONAMENTO DE LAJES NERVURADAS  
BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO VIA MÉTODO DAS BIELAS E  
TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao curso de graduação em  
Engenharia Civil – UEMA, como requisito  
para obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Luciano Carneiro  
Reis.

Aprovado em: 04 / 12 / 2018

**Prof. Msc. Luciano Carneiro Reis**  
Prof. Orientador  
Universidade Estadual do Maranhão

**Prof. Dr. Rodrigo de Azevedo Neves**  
Membro titular  
Universidade Estadual do Maranhão

**Prof. Dr. João Alves de Souza**  
Membro titular  
Universidade Estadual do Maranhão

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a espiritualidade superior, por sempre guiar meus passos e me fortalecer nos momentos mais atribulados.

A meus pais, Humberto e Edna, e aos meus irmãos, pela educação, compreensão, amor incondicional e apoio durante toda essa trajetória acadêmica.

A minha amada companheira Catarina, pelas incontáveis vezes que me motivou, por ser minha luz nas situações mais difíceis e sempre estar ao meu lado, meu mais sincero sentimento.

Aos meus tios Newton e Carlos, por todo o suporte dado ao longo de toda caminhada e terem sido minha primeira referência de profissionais no ramo da engenharia.

A Universidade Estadual do Maranhão, pela excelente estrutura e corpo docente, por ter me ensinado as bases da minha profissão.

Ao meu orientador Luciano Carneiro Reis, a eterna gratidão por ter me acolhido quando mais necessitei, pela paciência nos seus ensinamentos e pela amizade feita ao longo dessa última etapa da graduação.

A toda equipe da empresa SPOT, em especial a Ricardo Aguado, Yuri Frazão e Guilherme Teles, pelas conversas, conselhos e oportunidades cedidas ao longo dessa caminhada, minha mais sincera gratidão.

Aos meus amigos de engenharia civil, por tornar essa jornada mais agradável e menos cansativa, em especial aos amigos Eduardo, Luccas, Davvi, André, Brendon e Carol, meu mais sincero carinho.

## RESUMO

Este trabalho aborda o dimensionamento de um caso a parte de laje nervurada, que contém aberturas em suas nervuras, e devido a essa descontinuidade geométrica o modelo matemático mais apropriado para dimensionamento é o de bielas e tirantes, que toma como base de cálculo a treliça generalizada, idealizada por Ritter Morsch, traçada a partir dos caminhos de tensões dentro do elemento estudado. Tal método analisa as zonas chamadas de “regiões D” (Descontinuidade), calculando a armadura necessária para reforçar a descontinuidade analisada e verificando as bielas comprimidas de concreto. O projeto busca comparar resultados do método de placas por tabela com o método de bielas e tirantes visando apontar a eficácia de cada modelo para dimensionar lajes nervradas com aberturas na alma. A análise de tensões da treliça generalizada, é realizada com auxílio do software SAP 2000.

**Palavras-chave:** Concreto armado. Lajes nervradas. Bielas e tirantes.

## **ABSTRACT**

This work addresses the dimensioning of a special case of ribbed slab containing openings in its ribs. Due to this geometric discontinuity the most appropriate mathematical model for dimensioning is that of strut and ties, which takes as calculation basis the standard truss model, idealized by Ritter Morsch, drawn from the paths of tensions within the studied element. This method analyzes the zones known as "D regions" (Discontinuity), by calculating the necessary steel reinforcement to reinforce the analyzed discontinuity and checking the compressed concrete struts. The project seeks to compare the results of the traditional dimensioning of reinforced concrete slabs method with the strut and ties method aiming to identify the effectiveness of each model to dimension ribbed slabs with openings in the ridge. The stress analysis of the standard truss model is performed with the aid of the SAP 2000 software.

**Keywords:** Reinforced concrete. Ribbed slabs. Strut and ties.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Laje nervurada moldada " <i>in loco</i> ".....	5
Figura 2 - Componentes de uma laje nervurada pré-moldada .....	8
Figura 3 - Corte transversal de laje tipo treliça .....	9
Figura 4 - Molde utilizado para dar forma às lajes nervuradas moldadas " <i>in loco</i> "....	10
Figura 5 - Laje nervurada com nervuras aparentes, construídas com fôrmas de polipropileno.....	10
Figura 6 - Utilização de moldes reutilizáveis para garantir o espaçamento entre as nervuras. ....	11
Figura 7 - Laje nervurada unidirecional com nervura transversais .....	13
Figura 8 - Laje nervurada bidirecional, com detalhe dos cortes na imagem. ....	14
Figura 9 - Parâmetros para furos ou aberturas em lajes nervuradas. ....	19
Figura 10 – Elucidação do conceito de vão efetivo .....	20
Figura 11 - Zonas de boa e má aderência. ....	26
Figura 12 - Malha utilizada para discretizar laje maciça via MEF .....	29
Figura 13 - Laje e grelha equivalente .....	30
Figura 14 - Área de influência da carga no nó da grelha.....	31
Figura 15 - Viga com seção T .....	38
Figura 16 - Linha neutra cortando a alma e mesa, respectivamente.....	39
Figura 17 - Parâmetros para considerar largura colaborante em vigas T .....	40
Figura 18 - Dimensionamento dos parâmetros de largura colaborante.....	40
Figura 19 - Seção "T" dividida em seções retangulares para facilitação do cálculo. .	41
Figura 20 - Exemplos de "regiões D" .....	45
Figura 21 - Processo do caminho de carga.....	46
Figura 22 - Processo do caminho de carga em um modelo simples de viga parede	47
Figura 23 – Modelo bom e ruim, respectivamente. Vale salientar o uso de tirantes curtos no modelo bom.....	48
Figura 24 - Tipos de distribuição das tensões de compressão .....	52
Figura 25 - Nós CCC, CTT e CCT.....	54
Figura 26 - Parâmetros da laje tipo Ho30+cc .....	57
Figura 27 - Vista 3D da laje modelo do exemplo numérico. ....	57
Figura 28 - Laje nervurada do exemplo numérico .....	58
Figura 29 - Detalhe das nervuras .....	59



Figura 30 - Corte da laje nervurada na direção "x" .....	59
Figura 31 - Corte da laje nervurada na direção "y" .....	59
Figura 32 - Dimensões da laje nervurada .....	60
Figura 33 - Corte na direção "x" da laje analisada .....	69
Figura 34 - Corte na direção "y" da laje analisada .....	69
Figura 35 - Corte na direção "y" da laje nervurada com aberturas .....	69
Figura 36 - Corte na direção "x" da laje nervurada com aberturas .....	69
Figura 37 - Treliça esboçada pelo modelo de bielas e tirantes para representar a laje nervurada do exemplo, modelada no software SAP2000 .....	70
Figura 38 - Áreas de influência dos nós da treliça do exemplo numérico .....	72
Figura 39 - Cargas aplicadas nos nós da treliça modelada .....	72
Figura 40 - Área de atuação de carga axial de compressão no banzo superior .....	74
Figura 41 - Distância para cálculo do ângulo de inclinação da biela .....	74
Figura 42 - Treliça com cargas axiais (direção "x"). .....	75
Figura 43 - Treliça com cargas axiais (direção "y") .....	76

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Cobrimento mínimo das armaduras em peças de concreto armado.....	21
Tabela 2 - Valores de armadura mínima .....	22
Tabela 3 - Fatores de redução para ações variáveis .....	33
Tabela 4 - Valores de flechas admissíveis de acordo com efeito.....	34
Tabela 5 - Valores de consumo de concreto para lajes analisadas no exemplo numérico.....	78
Tabela 6 - Tabela de consumo de aço .....	79

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ELU – Estado Limite Último

MEF – Método dos Elementos Finitos

NBR- Norma Brasileira

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICATIVA.....	2
1.2 OBJETIVO GERAL .....	2
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	3
<b>2 METODOLOGIA.....</b>	<b>4</b>
<b>3 LAJES NERVURADAS .....</b>	<b>5</b>
3.1 CARACTERÍSTICAS .....	5
3.2 TIPOS DE LAJES .....	7
<b>3.2.1 Lajes nervuradas pré-moldadas.....</b>	<b>7</b>
<b>3.2.2 Lajes nervuradas moldadas “in loco” .....</b>	<b>9</b>
3.2.2.1 Fôrmas .....	9
3.2.2.2 Classificação quanto as nervuras.....	12
3.3 PREMISSAS DE PROJETO .....	15
<b>3.3.1 Ações.....</b>	<b>15</b>
3.3.1.1 Ações permanentes.....	15
3.3.1.2 Ações variáveis .....	16
3.3.1.3 Ações excepcionais.....	16
3.4 RECOMENDAÇÕES DE DIMENSIONAMENTO .....	17
<b>3.4.1 Aberturas.....</b>	<b>17</b>
<b>3.4.2 Furos que atravessam vigas na direção de sua largura .....</b>	<b>17</b>
<b>3.4.3 Aberturas que atravessam lajes na direção de sua espessura.....</b>	<b>18</b>
<b>3.4.4 Vãos Efetivos .....</b>	<b>19</b>
<b>3.4.5 Cobrimento das armaduras .....</b>	<b>20</b>
<b>3.4.6 Armadura mínima .....</b>	<b>21</b>
<b>3.4.7 Armadura máxima .....</b>	<b>22</b>
<b>3.4.8 Diâmetro máximo .....</b>	<b>22</b>
<b>3.4.9 Ancoragem.....</b>	<b>23</b>
3.4.9.1 Aderência por adesão .....	23

3.4.9.2	Aderência por atrito .....	23
3.4.9.3	Aderência mecânica ou por engrenamento.....	23
3.4.9.4	Comprimento básico de ancoragem.....	24
3.4.9.5	Comprimento de ancoragem necessário.....	25
3.4.9.6	Zonas de boa e má aderência.....	25
3.5	VERIFICAÇÕES PARA LAJES NERVURADAS.....	26
3.5.1	Espaçamento de barras .....	26
3.5.2	Espessura da mesa .....	26
3.5.3	Espessura das nervuras .....	27
3.5.4	Espaçamento entre nervuras .....	27
3.6	PROCESSOS DE CÁLCULO .....	27
3.6.1	Elementos finitos.....	28
3.6.2	Processo de grelha equivalente (Analogia de grelha) .....	29
3.7	ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO .....	31
3.7.1	Laje nervurada .....	31
3.7.1.1	Rigidez a flexão .....	31
3.7.1.2	Flechas.....	33
3.7.1.2.1	<i>Flecha inicial</i> .....	33
3.7.1.2.2	<i>Flecha final</i> .....	33
3.7.1.3	Flecha admissível.....	34
3.7.1.4	Momentos nas nervuras .....	34
3.7.1.5	Reações nos apoios da laje .....	35
3.7.1.6	Armadura da mesa .....	35
3.7.1.7	Verificação da resistência ao esforço cortante .....	36
3.7.1.8	Armadura de canto.....	37
3.7.2	Viga com seção “T” (tê) .....	38
3.7.2.1	Considerações iniciais.....	38
3.7.2.2	Dimensionamento de viga seção “T” .....	40
4	MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES .....	43
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	43

4.1.1	Regiões “B” e “D” .....	44
4.1.2	Processo do caminho de carga.....	46
4.1.3	Otimização do modelo .....	47
4.1.4	Metodologia de cálculo .....	49
4.2	PARÂMETROS DE DIMENSIONAMENTO .....	50
4.2.1	Tirantes.....	50
4.2.2	Bielas e nós.....	50
4.2.2.1	Inclinação das bielas .....	50
4.2.2.2	Bielas.....	51
4.2.2.3	Nós .....	52
4.2.2.4	Verificação da resistência de regiões comprimidas.....	53
4.2.3	Cálculo da resistência.....	54
4.2.3.1	Modelo de cálculo I.....	55
4.2.3.2	Modelo de cálculo II.....	55
5	EXEMPLO NUMÉRICO .....	56
5.1	ESQUEMA ESTRUTURAL .....	56
5.2	PARÂMETROS DE CÁLCULO .....	58
5.3	DIMENSIONAMENTO – PLACAS POR TABELA.....	59
5.3.1	Discretização do modelo .....	59
5.3.2	Cargas .....	60
5.3.3	Cálculo da rigidez à flexão.....	62
5.3.4	Flecha .....	62
5.3.5	Momentos nas nervuras .....	63
5.3.6	Armadura da nervura .....	64
5.3.7	Verificação ao cisalhamento .....	65
5.3.7.1	Cisalhamento na direção “x” .....	66
5.3.7.2	Cisalhamento na direção “y” .....	67
5.3.8	Dimensionamento da armadura da mesa.....	67
5.3.9	Disposição das nervuras .....	68
5.4	DIMENSIONAMENTO – BIELAS E TIRANTES.....	68
5.4.1	Discretização do modelo .....	68

<b>5.4.2 Cargas .....</b>	<b>70</b>
<b>5.4.3 Dimensionamento .....</b>	<b>73</b>
5.4.3.1 Direção “x” .....	75
5.4.3.2 Direção “y” .....	76
5.4.4 Armadura da mesa .....	<b>77</b>
5.5 RESULTADOS .....	77
<b>6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS .....</b>	<b>79</b>
6.1 RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....	80
<b>7 BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>81</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas em concreto armado, desde o seu primórdio, é executado visando a segurança e conforto da edificação e do usuário, respectivamente, a partir de verificações e fórmulas que levam em conta a forma como o conjunto aço-concreto trabalha sob ação de esforços solicitantes.

Sobre isso, a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda o engenheiro projetista a seguir uma espécie de “roteiro de cálculo” para realizar o dimensionamento do elemento estrutural desejado, fazendo posteriormente as verificações necessárias para o respectivo elemento dimensionado.

Nesse tocante, a norma permite que se faça a análise através de modelos físicos (item 14.5.6 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) do elemento a partir de vários modelos de cálculo, respeitando sempre as condições de estado limite último e de serviço e a reprodução na realidade dos resultados obtidos nos ensaios.

O modelo das bielas e tirantes pode ser citado como um método de dimensionamento de descontinuidades geométricas, tais como furos em nervuras de lajes, regiões de transição entre viga-pilar e etc., que visa otimizar o consumo de materiais, principalmente o aço, com base no traçado das tensões principais da seção estudada. Tal modelo teve como base o estudo da treliça generalizada de Morsch, e faz, resumidamente, um estudo das bielas comprimidas de concreto, que se materializa como o concreto entre as fissuras da peça e os tirantes tracionados, representados pela ferragem transversal e longitudinal.

Em lajes nervuradas, se faz uso desse modelo inserindo aberturas na alma da laje em análise, promovendo a redução do peso próprio da mesma, com a diminuição do consumo de concreto. E com o traçado das tensões em mãos, requisito para dimensionar elementos estruturais pelo modelo de bielas e tirantes, é possível otimizar a eficiência estrutural da peça, sendo a mesma calculada como a razão entre o esforço solicitante e resistente.



## 1.1 JUSTIFICATIVA

O estudo de diferentes métodos de dimensionamento de lajes nervuradas, principalmente o método de bielas e tirantes, é muito pouco explorado na graduação, e isso não se dá só por desinteresse da parte dos alunos, mas pela dificuldade em encontrar materiais que visem o acesso de estudantes com pouco conhecimento sobre o assunto.

Aliado a isso, a busca por elementos estruturais mais leves e com eficácia próxima a de estruturas de mesmas dimensões, fazem com que engenheiros busquem métodos aprimorados de dimensionamento, visando modelos físico-matemáticos que mostrem a forma mais aproximada da realidade de como o material estudado, no caso o conjunto concreto-aço, se comporta sob ação de esforços solicitantes.

Esse trabalho visa ser o marco inicial de estudo de estudantes de engenharia civil acerca do método de bielas e tirantes, usando uma laje nervurada com furos em suas nervuras para aplicar tal método e explicar de forma didática a maneira como a estrutura se comporta com a aplicação do método.

## 1.2 OBJETIVO GERAL

Dimensionar, analisar e comparar uma laje nervurada com e sem abertura na alma, a partir do método de dimensionamento tradicional e bielas e tirantes, a fim de mostrar a eficácia do segundo método na concepção desse tipo de elemento estrutural.

## 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Fazer uma revisão de literatura sobre lajes nervuradas;
- Fazer uma revisão de literatura sobre os métodos de dimensionamento de placas por tabela;
- Fazer uma revisão de literatura sobre o método de bielas e tirantes;
- Verificar e dimensionar a laje nervurada com e sem abertura, a partir de um exemplo numérico e aplicando os devidos métodos;
- Utilizar para análise linear da laje, o software SAP 2000;

- Comparar os parâmetros de consumo de concreto e aço, mostrando a viabilidade do método de bielas e tirantes comparando com o dimensionamento tradicional, com base na análise da nervura da laje.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em sete capítulos, sendo o primeiro o que contém a introdução, o segundo a metodologia, o terceiro, quarto, quinto para fundamentação teórica, o sexto para análise e resultados dos modelos citados durante os capítulos anteriores e o sétimo para concluir o assunto abordado no projeto.

O capítulo 1, Introdução, mostra de forma sucinta o que será abordado durante os demais capítulos, explicando os métodos de forma bem rasa.

O capítulo 2, Metodologia, apresenta os métodos utilizados para elaborar o projeto.

Os capítulos 3 e 4 apresentam toda a fundamentação teórica, incluindo o dimensionamento de lajes nervuradas comuns e do método de bielas e tirantes, com enfoque em vigas com aberturas na alma, respectivamente. Descreve também o roteiro de dimensionamento dos métodos utilizados no exemplo numérico.

O capítulo 5, Exemplo Numérico, aplica os conceitos dos capítulos anteriores dimensionando a laje modelo e verificando-a conforme as normas e considerações dos modelos de cálculo. Por fim, apresenta os resultados obtidos de toda a análise feita, coletados com auxílio do software e aplicados nas fórmulas dos modelos.

O capítulo 6, apresenta as conclusões do trabalho, comparando os parâmetros de cada modelo para, a partir desses dados de saída, compará-los e dissertar sobre as considerações finais.

Por fim, no capítulo 7 apresentam-se as referências bibliográficas, anexos e apêndices, complementando a estrutura do trabalho, com as fontes citadas e os detalhamentos das lajes calculadas no projeto.

## 2 METODOLOGIA

Este trabalho será elaborado a partir de consultas a livros de autores renomados na literatura disponível, dissertações de mestrado e doutorado de outras universidades no Brasil e no exterior, a NBR 6118 (ABNT, 2014) e artigos dentro da área de estudo do projeto a ser realizado. A partir dessa fundamentação, os capítulos elaborados citarão cada método de dimensionamento, mostrando as particularidades e características gerais de tais modelos.

Apresentado cada modelo de dimensionamento, a laje modelo será utilizada para aplicação dos métodos, representada por uma laje nervurada com abertura em sua alma. Para aplicação e análise da treliça generalizada do método de bielas e tirantes, a modelagem procederá com auxílio do software SAP2000, da empresa americana CSI (Computers & Structures, Inc.). O método de placas por tabelas utilizará os parâmetros determinados pelo autor, citado no respectivo capítulo.

Por fim, os métodos terão como principal parâmetro de comparação o consumo de concreto e aço, afim de mostrar a viabilidade do método de bielas e tirantes em comparação ao dimensionamento tradicional de uma laje nervurada.

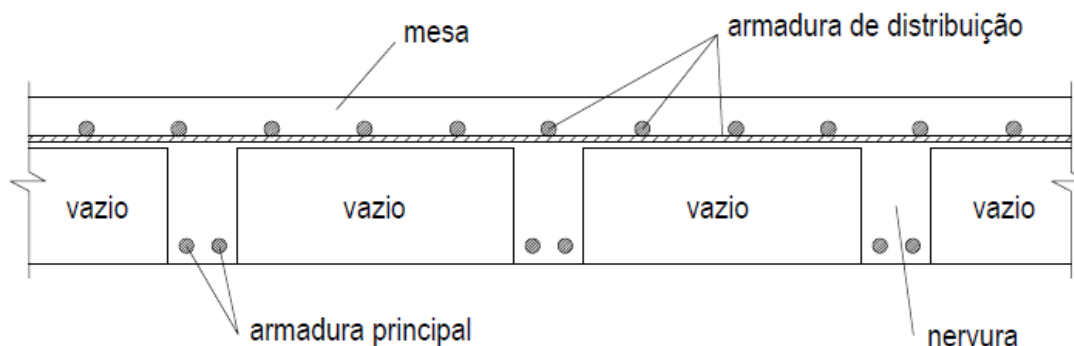
### 3 LAJES NERVURADAS

#### 3.1 CARACTERÍSTICAS

Segundo a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014), lajes nervuradas são “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

A laje nervurada pode ser definida como um conjunto de vigas que se cruzam, e a transmissão de esforço entre elas é garantida pela mesa. É interessante ressaltar que esse tipo de laje se comporta de modo intermediário entre a laje maciça e a grelha, pelas próprias características do perfil transversal das nervuras dessa laje. (PINHEIRO, 2003). É possível analisar o formato de uma laje nervurada do tipo moldada “*in loco*” na Figura 1.

Figura 1 - Laje nervurada moldada “*in loco*”.



Fonte: O Autor (2018)

Sobre os parâmetros de dimensionamento de lajes nervuradas, temos que além das condições no estado limite último (ELU), pode ser preponderante a verificação do estado limite de serviço (ELS) e de deformação excessiva, sendo que com relação a esse último, o projetista deve levar em conta os efeitos de fissuração e da fluência do concreto. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

Carvalho e Pinheiro (2009, p.13) comenta sobre alguns parâmetros para esse sistema construtivo ser utilizado de forma efetiva. De acordo com o autor, para pavimentos em que o vão a ser vencido é considerado pequeno ou médio (lajes com

o menor vão inferior 5m), as cargas solicitantes têm valores muito elevados, e o sistema construtivo mais econômico e efetivo a ser empregado é a laje maciça apoiada em vigas, visto que a espessura da laje adotada nesse caso seria pequena, além da rigidez aos deslocamentos verticais ter valor elevado.

Araújo (2014, p.193) disserta que para a situação de vencer grandes vãos, as lajes maciças se tornam inviáveis economicamente, pelo alto custo com fôrmas e grande espessura, que nesse caso seria tão elevada que a maior parte do carregamento seria constituído pelo peso próprio.

Giongo e Bocchi Jr. (2007, p.9), comentam que as lajes do tipo nervuradas “apresentam inércia menor que as lajes maciças, de tal modo que as alturas precisam ser maiores para haver controle das deformações e, por conseguinte, dos deslocamentos”.

Sobre a solução adotada para vencer grandes vãos, do ponto de vista estrutural, “é interessante utilizar um sistema estrutural que tenha comportamento semelhante ao das placas (lajes maciças), porém com a eficiência das vigas na flexão, ou seja, grande inércia e peso próprio relativamente pequeno”. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009)

Conforme Giongo e Bocchi Jr. (2007, p.1), compreende-se como laje nervurada aquela em que a mesa de concreto resiste às tensões de compressão e as barras das armaduras as tensões de tração, com a nervura funcionando como uma ligação mesa-armadura, além de absorver tensões de compressão junto com a mesa. Assim sendo, o comportamento do conjunto nervura (viga) e mesa (laje) é semelhante ao de uma viga T.

De acordo com Araújo (2014, p.193), além de solucionar o problema dos vãos, as lajes nervuradas diminuem o peso próprio da estrutura, otimizando a área tracionada a partir das nervuras, onde tal esforço é concentrado. Os parâmetros das lajes nervuradas, como a distância entre as nervuras e a planificação da parte externa da laje, são garantidos com o uso dos materiais inertes (tijolo cerâmico furado, bloco de isopor, etc.) ou fôrmas industrializadas, sendo o primeiro utilizado para execução de lajes nervuradas com vigotas pré-moldadas, que não será o foco de estudo desse projeto de monografia.

Com relação ao cálculo de alguns parâmetros de lajes nervuradas, como esforços solicitantes e deslocamentos transversais, Silva, Marcos (2005) cita que ele é feito “considerando as nervuras como um conjunto de vigas paralelas que trabalham

praticamente independentes, adotando-se a seção transversal em forma de “T” para as mesmas”.

Bocchi Jr. (1995, p.9) explica que esse tipo de laje, assim como as lajes maciças, pode ter suas bordas apoiadas, engastadas ou em balanço. Porém, recomenda que o uso de lajes nervuradas em balanço deve ser evitado, pois nesse caso, têm-se esforços de tração na mesa de concreto, e esforços de compressão na parte inferior, ou seja, na nervura, região em que a área de concreto é reduzida.

### 3.2 TIPOS DE LAJES

As lajes nervuradas podem ser divididas de acordo com a sua tipologia, que são as várias maneiras de uma laje nervurada se comportar estaticamente. (BOCCHI JR., 1995). De maneira geral, elas podem ser divididas em duas categorias:

- Lajes nervuradas pré-moldadas
- Lajes nervuradas moldadas “in loco”

Ainda sobre a tipologia das lajes Bocchi Jr. (1995, p.24) comenta que “Embora o funcionamento estático dos dois grupos seja bastante semelhante, existem algumas diferenças principalmente quanto à execução”.

#### 3.2.1 Lajes nervuradas pré-moldadas

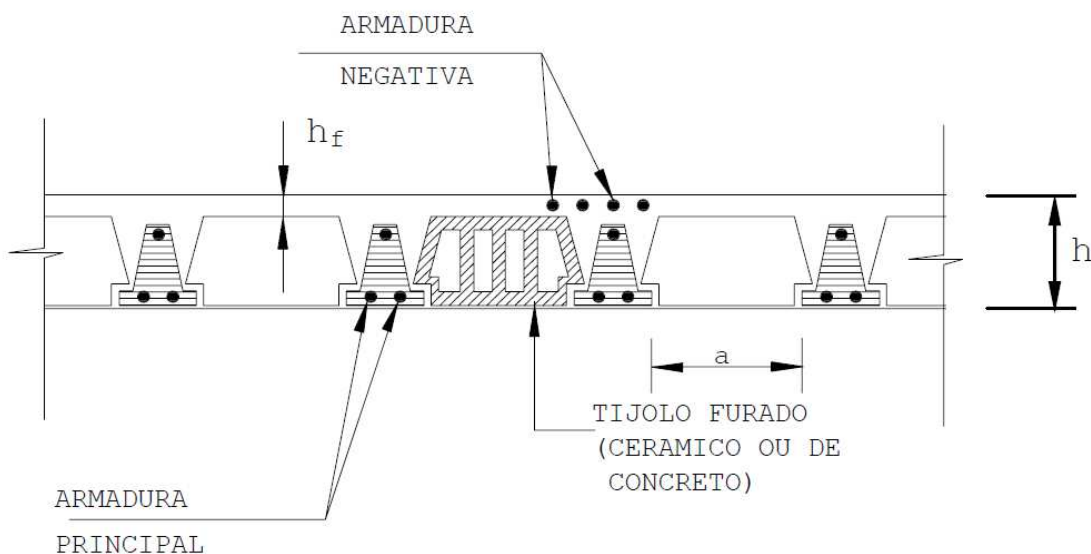
Segundo Bocchi Jr. (1995, p.27), “Entende-se por lajes nervuradas pré-moldadas aquelas em que parte da laje é executada fora do local definitivo”.

Com o intuito de facilitar a construção de lajes nervuradas, o meio técnico projetou a laje pré-moldada. O processo de fabricação desse elemento construtivo pode ser ao pé da obra ou em fábricas próprias. As nervuras são transportadas para o canteiro de obras e, posteriormente, posicionadas sobre as fôrmas das vigas e os cimbramentos. (GIONGO; BOCCHI JR., 2007)..

Uma das principais vantagens desse modelo construtivo é a ausência de fôrmas, junto a face inferior da laje, detalhe esse garantido pelos blocos posicionados entre as nervuras, que não permitem que o concreto lançado percole pelas regiões de contato entre nervuras pré-fabricadas e blocos. O lançamento do concreto que molda a nervura e a mesa ocorre após posicionamento de todas as armaduras adicionais, bem como a posição das aberturas para instalações elétricas e hidráulicas. (GIONGO; BOCCHI JR., 2007)

A forma como os elementos que constituem essa laje estão dispostos podem ser observados na Figura 2, como a armadura longitudinal posicionada na fôrma antes do lançamento do concreto. Giongo e Bocchi Jr. (2007, p.12) comentam ainda que “A rigidez do elemento pré-fabricado é obtida pela forma do elemento”.

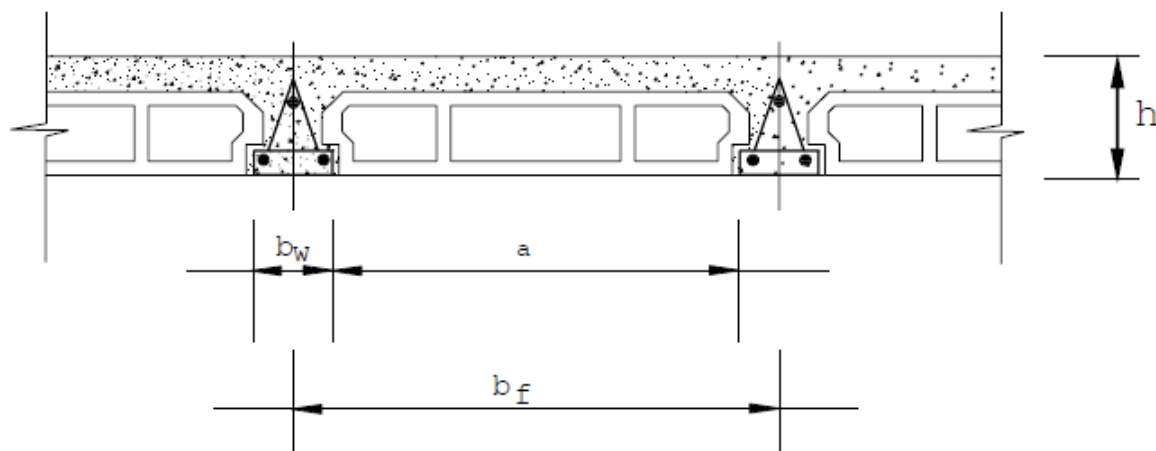
Figura 2 - Componentes de uma laje nervurada pré-moldada



Fonte: Giongo e Bocchi Jr. (2007)

Ainda sobre os elementos de laje feitos de materiais pré-fabricados, a evolução do tipo anteriormente citado, a laje do tipo treliça, é constituído por uma placa longitudinal em concreto com as barras da armadura incorporadas e, a fim de aumentar a rigidez e resistência ao transporte e para às ações de construção, uma treliça metálica feita por barras ou fios de aço de construção é adotada para cumprir essa função, conforme indicado na Figura 3. (GIONGO; BOCCHI JR., 2007).

Figura 3 - Corte transversal de laje tipo treliça



Fonte: Giongo e Bocchi Jr. (2007)

Esse tipo de laje foi citado nesse trabalho tão somente para fins didáticos, pois o tipo de laje analisada e comparada nos resultados finais é a do tipo moldada “*in loco*”.

### 3.2.2 Lajes nervuradas moldadas “*in loco*”

De forma geral, “as lajes nervuradas moldadas “*in loco*” são aquela executadas em toda sua totalidade na obra, na posição definitiva.”. (BOCCHI JR., 1995).

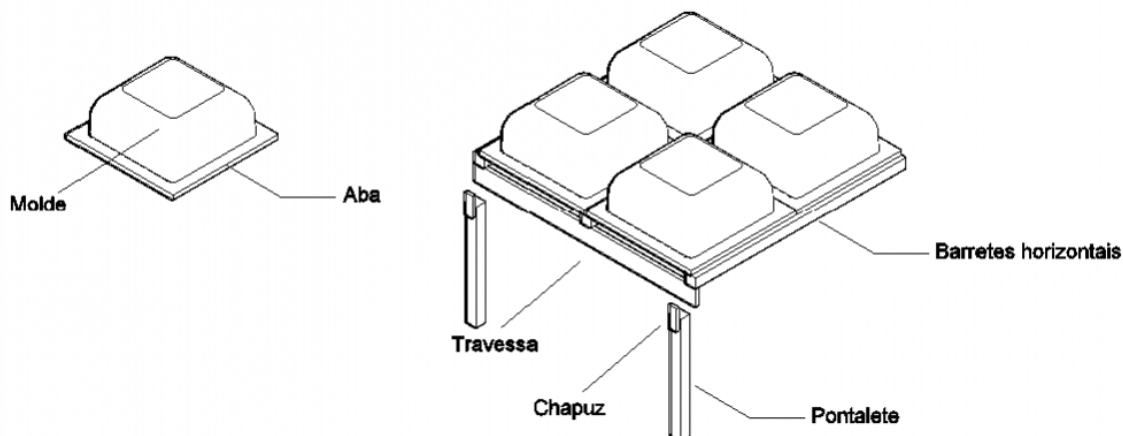
Ainda de acordo com Bocchi Jr. (1995, p.6), a tendência na execução de lajes nervuradas é justamente a com vigotas pré-moldadas, principalmente as que usam blocos de baixa densidade como fôrma perdida, reduzindo o peso próprio da laje, a quantidade de fôrmas, agiliza o progresso da obra com a redução da mão-de-obra. O autor ainda cita que “Para estas lajes nervuradas pode-se ter também fôrmas metálicas de fibra a fim de atender-se as exigências arquitetônicas”.

#### 3.2.2.1 Fôrmas

Esse tipo de laje, assim como a anterior, reduz o consumo de concreto, mas para ser mais econômica que a laje maciça, deve-se garantir que o consumo de fôrmas não deve ser elevado. Para garantir tal característica, utiliza-se moldes de plástico reforçado, como indicado na Figura 4. É possível encontrar esses moldes com várias dimensões em planta e na altura, atendendo os mais diversos critérios de projeto. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).



Figura 4 - Molde utilizado para dar forma às lajes nervuradas moldadas “*in loco*”.



Fonte: O autor (2018)

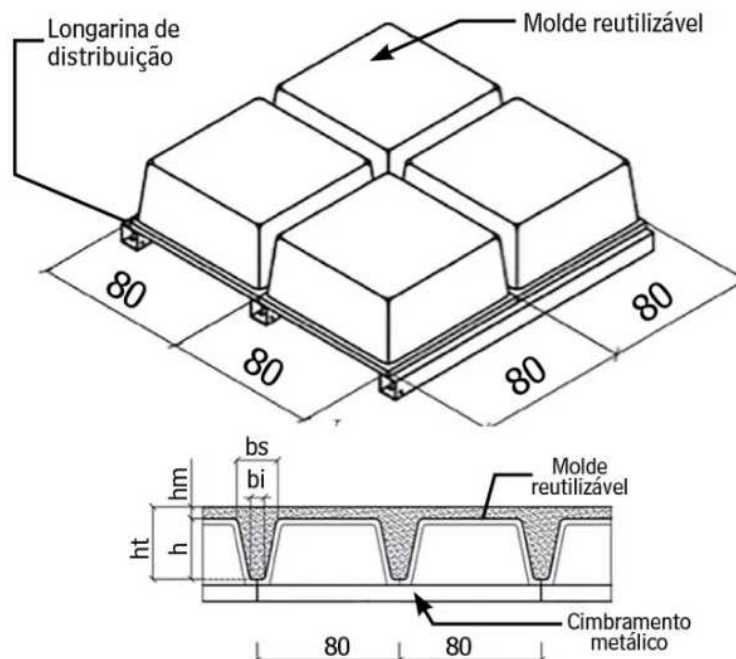
A Figura 5 mostra um tipo de laje nervurada moldada “*in loco*”, com células aparentes, em que difere do modelo de laje nervurada com vigota treliçada no que tange às fôrmas, que são retiradas após endurecimento do concreto e podem ser reutilizadas. Segundo Giongo e Bocchi Jr. (2007, p.2), tais fôrmas são posicionadas sobre tablado de madeira, devidamente apoiado em cimbramento e espaçadas de acordos com as especificações do projetista, conforme mostra Figura 6.

Figura 5 - Laje nervurada com nervuras aparentes, construídas com fôrmas de polipropileno.



FONTE: Silva, Marcos (2005)

Figura 6 - Utilização de moldes reutilizáveis para garantir o espaçamento entre as nervuras.



Fonte: Loturco (2017)

Ainda sobre as fôrmas, Carvalho e Pinheiro (2009, p.17) descreve que elas são reforçadas internamente e proporcionam uma grande precisão com relação ao acabamento, suportam o peso do concreto fresco, das armaduras, dos equipamentos e dos operários andando sobre sua superfície.

Atualmente, as fôrmas mais utilizadas são as plásticas recuperáveis, ou feitas de polipropileno. Silva, Marcos (2005, p.78) aborda sobre esse tipo de fôrma no que tange aos vários modelos encontrados no mercado, e também pela utilidade das mesmas, que são reaproveitáveis, e atendem as variadas dimensões em planta e alturas, pela sua leveza e fácil manuseio, podendo ser colocadas diretamente sobre o escoramento, dispensando outros elementos de escora que encareceriam a execução da laje. O autor comenta ainda sobre a desfôrma, citando que “[...]é simples e manual, sem a necessidade de uso de ar comprimido, o que resulta em ótimo acabamento, dispensando muitas vezes revestimentos, pinturas, etc.”.

Essas fôrmas podem ser metálicas, em madeira, de fibra de vidro ou plásticas recuperáveis, e como dito anteriormente, reutilizáveis. O autor cita ainda que para facilitar a retirada das fôrmas entre as nervuras é conveniente aplicar produto desmoldante antes de posicionar as barras das armaduras.

Sobre isso, Silva, Marcos (2005, p.17) comenta que:

Ainda nesse caso, não utilizando elementos de enchimento entre as nervuras, criando espaços vazios entre elas, é necessário o emprego de fôrma em toda a laje (face inferior da mesa e laterais e inferior das nervuras); nesta situação, normalmente vinha se utilizando fôrmas de madeiras, porém, principalmente por conta dos altos custos deste material, atualmente têm-se optado, para a moldagem dessas lajes, pela utilização de fôrmas de polipropileno (também conhecidas como “cabacinhas”), reaproveitáveis, que se apoiam diretamente no escoramento. É oportuno destacar que utilizando as fôrmas de polipropileno não se obtém um acabamento plano do teto e, se esse for o aspecto estético desejado, há a necessidade de empregar-se placas de gesso ou de outro material, normalmente caras.

### 3.2.2.2 Classificação quanto as nervuras

As lajes nervuradas, de acordo com a posição em planta das suas nervuras, são divididas em dois tipos: as lajes armadas em uma direção, ou unidirecionais, e as que as nervuras estão dispostas nas duas direções da laje, sendo essas chamadas de bidirecionais.

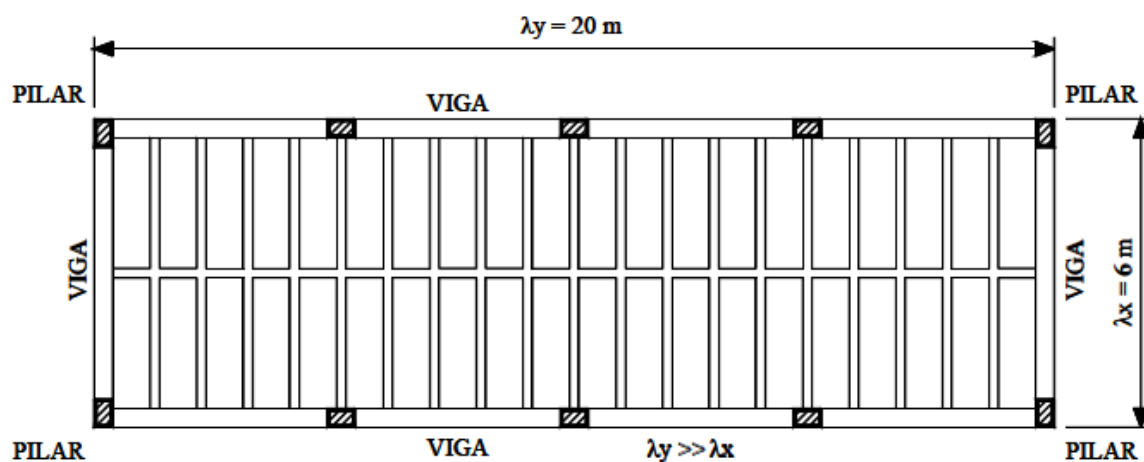
Nas lajes nervuradas armadas em uma direção, normalmente o projetista posiciona as nervuras no sentido do menor vão, apresentando, dessa forma, comportamento de vigas simplesmente apoiadas. (SILVA, Ferreira, 2005).

Sobre a escolha de lajes unidirecionais em projetos de edifícios, Carvalho e Pinheiro (2009, p.42), explicam que:

As lajes com nervuras em uma direção são usadas quando se deseja executar um pavimento de concreto em que um dos vãos é bem maior que o outro, mas o menor vão também é de valor elevado, ou mesmo se o vão é pequeno, mas a carga é de grande intensidade [...]

É válido ressaltar que dependendo do vão a ser vencido pela laje armada em uma direção, faz-se uso de nervuras transversais, que ficam dispostas na direção do maior vão teórico, com a função de travamento das nervuras principais. No intuito de distribuir o carregamento por essas nervuras, quando existe ações concentradas ou parcialmente distribuídas (peso de paredes, por exemplo) nessas lajes, faz-se uso de nervuras transversais. (SILVA, Marcos, 2005). A Figura 7 mostra um exemplo de laje nervurada unidirecional, com nervura transversal, em um pavimento de 20m x 6m.

Figura 7 - Laje nervurada unidirecional com nervura transversais

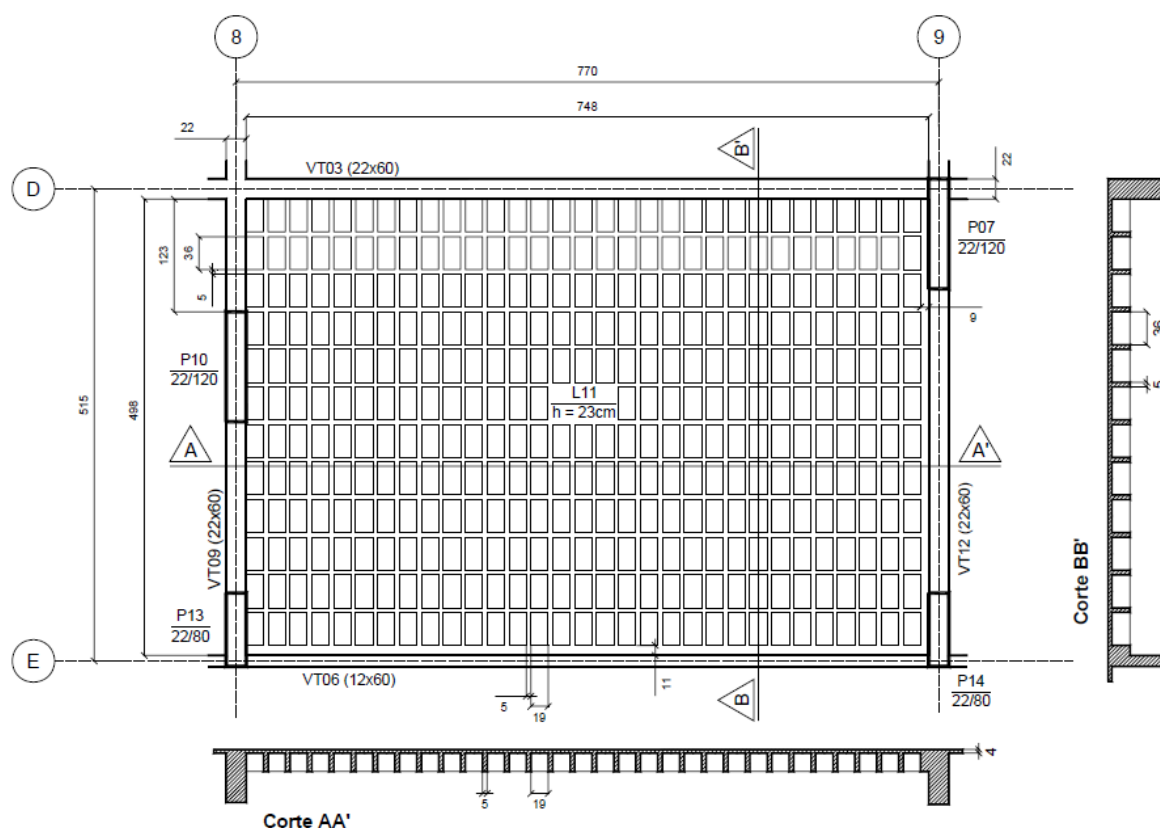


Fonte: Silva, Marcos (2005)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda, no item 14.7.7, relacionado a lajes nervuradas, que as mesmas devem ser calculadas segundo a direção das nervuras, desprezando parâmetros como a rigidez transversal e a rigidez à torção.

Com relação a lajes nervuradas bidirecionais, Carvalho e Pinheiro (2009, p.43) explicam que “[...]devem ser usadas quando a relação entre os dois vão não for superior a 2”. Dessa forma, esse modelo buscar abrandar os esforços resistentes do próprio elemento estrutural, pois é criada uma nova faixa de vigas na direção do maior vão teórico da laje analisada, a Figura 8 ilustra a um detalhamento, em planta, de uma laje nervurada bidirecional, com cortes nas duas direções da laje, mostrando os detalhes das nervuras.

Figura 8 - Laje nervurada bidirecional, com detalhe dos cortes na imagem.



FONTE: Giongo e Bocchi Jr. (2007)

A NBR 6118 (ABNT, 2014), ainda em seu item 14.7.7, cita que “As lajes nervuradas bidirecionais, (conforme ABNT NBR 14859-2) podem ser calculadas, para efeitos de esforços solicitantes, como lajes maciças”. Essa forma de dimensionamento pode ser adotada desde que obedecidas as condições do item 13.2.4.2 da mesma norma, que discorre acerca das recomendações de parâmetros de lajes nervuradas, que serão vistas mais adiante nesse trabalho.

Carvalho e Pinheiro (2009, p.44) criticam o modelo de cálculo recomendado pela norma e abordam sobre a forma mais eficaz de calcular lajes nervuradas bidirecionais:

[...]Quando se emprega o modelo de placa (laje maciça), por exemplo, efetuando cálculo usando-se tabelas, admite-se implicitamente que as vigas do contorno sejam indeslocáveis, e, portanto, a inércia dessas vigas não é considerada.

Um modelo de cálculo mais apropriado que pode ser empregado é o de grelha equivalente. Neste caso as nervuras fazem o papel das barras, e é possível considerar as vigas de contorno como parte intrínseca da estrutura e, assim, levar em conta a sua rigidez, ou seja, considerá-las deformáveis verticalmente.[...]

Devido ao grande número de nervuras, é necessário um software para analisar os parâmetros de esforços na grelha de vigas representada pela laje bidirecional, em que o operador insira como dados de entradas valores que descrevam as características geométricas das nervuras e cargas atuantes nos nós ou barras da grelha analisada. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

Sobre a vinculação da laje com o apoio, é válido salientar que caso a laje fosse considerada engastada nas vigas de apoio, para garantir o equilíbrio das vigas é considerado momento uniformemente distribuído por todo o tramo da viga, e para garantir equilíbrio com o pilar, surgem momentos de torção nas vigas, que geram momentos nos pilares. Estruturalmente, para vencer tal condição de contorno os elementos estruturais teriam que ter dimensões elevadas, e na prática, tais parâmetros são limitados por questões arquitetônicas, aliado ao fato de que a segurança dessa estrutura ficaria comprometida pelos esforços que se somam, no caso da laje engastada na viga, as tensões oriundas da força cortante e da torção. (GIONGO; BOCCHI JR., 2007).

### 3.3 PREMISSAS DE PROJETO

#### 3.3.1 Ações

A NBR 8681:2003, em seu item 3.4, define ações como “causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas”. Discorre ainda dizendo que do ponto de prático, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações, e que as deformações impostas são por vezes designadas por ações indiretas e as forças, por ações diretas.

A norma categoriza as ações em três tipos: ações permanentes, variáveis e excepcionais.

##### 3.3.1.1 Ações permanentes

No item 4.2.1.1, a NBR 8681:2003 define ações permanentes como aquelas que “ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção”. Cita ainda que a variabilidade desse tipo de ações é medida num conjunto de construções análogas. A norma categoriza as ações permanentes em dois tipos:

- Ações permanentes diretas: Esse grupo é englobado pelo peso próprio dos elementos construídos, tanto da estrutura como dos elementos construtivos permanentes, os pesos de equipamentos fixos e os empuxos devidos ao peso próprio de terras não removíveis e de outras ações permanentes sobre elas aplicadas;
- Ações permanentes indiretas: Incluem-se nessa categoria a protensão, os recalques de apoio e a retração dos materiais.

### 3.3.1.2 Ações variáveis

As ações variáveis, de acordo com item 4.2.1.2 da NBR 8681 (ABNT, 2003), são as cargas acidentais da construção, como força de frenagem, de impacto e centrífugas os efeitos de vento, das variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio, e em geral, as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas. Esse tipo de ação ocorre em função da probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, sendo classificadas em normais ou especiais:

- Ações variáveis normais: Ações variáveis com probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto das estruturas de um dado tipo de construção;
- Ações variáveis especiais: Nas estruturas em que devam ser consideradas certas ações especiais, como ações sísmicas ou cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais, que também devem ser consideradas ações variáveis. As combinações de ações em que comparecem ações especiais devem ser especificamente definidas para as situações especiais consideradas.

### 3.3.1.3 Ações excepcionais

Tomando novamente a NBR 8681 (ABNT, 2003) como base, as ações excepcionais, conforme item 4.2.1.3 podem ser consideradas como as de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais. Os incêndios, ao invés de serem tratados como ações variáveis.

### 3.4 RECOMENDAÇÕES DE DIMENSIONAMENTO

Para o projeto e execução de qualquer elemento estrutural, é necessário que o projetista siga as recomendações da norma vigente. A seguir são apresentadas algumas das recomendações gerais dadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) que se aplica às lajes de concreto armado.

#### 3.4.1 Aberturas

Carvalho (2009, p.23) comenta que as “aberturas ou furos executados em qualquer elemento estrutural dão origem à concentração de tensões que podem ser prejudiciais”. A diferença técnica entre as duas categorias citadas pela norma é que os furos têm dimensões pequenas em relação ao elemento estrutural, enquanto aberturas não.

Com relação a essas discontinuidades, a NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 13.2.5 cita que “Quando forem previstos furos e aberturas em elementos estruturais, seu efeito na resistência e na deformação deve ser verificado e não podem ser ultrapassados os limites previstos nessa Norma [...]”. A Figura 9 ilustra os parâmetros listados abaixo.

Sobre os parâmetros de discontinuidades geométricas na alma de lajes nervuradas, a norma categoriza em dois tipos: furos que atravessam vigas na direção de sua largura e aberturas que atravessam lajes na direção de sua espessura. A norma ainda comenta que um conjunto de furos muito próximos deve ser tratado como uma abertura.

#### 3.4.2 Furos que atravessam vigas na direção de sua largura

Para qualquer dos casos, a NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 13.2.5.1 cita que a distância mínima de um furo à face mais próxima da viga deve ser no mínimo igual a 5 cm e duas vezes o cobrimento previsto para essa face. A seção que resta no trecho estudado, após descontada a área ocupada pelo furo, deve ser capaz de resistir aos esforços previstos no cálculo, além de permitir uma boa concretagem. As verificações a serem respeitadas, simultaneamente, para dispensa na verificação, são as seguintes:

- Furos em zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo  $2h$ , onde  $h$  é a altura da viga;



- Dimensão do furo de no máximo 12cm e  $h/3$ ;
- Distância entre faces e furos, em um mesmo tramo, de no mínimo  $2h$ ;
- Cobrimentos suficientes e não seccionamento das armaduras.

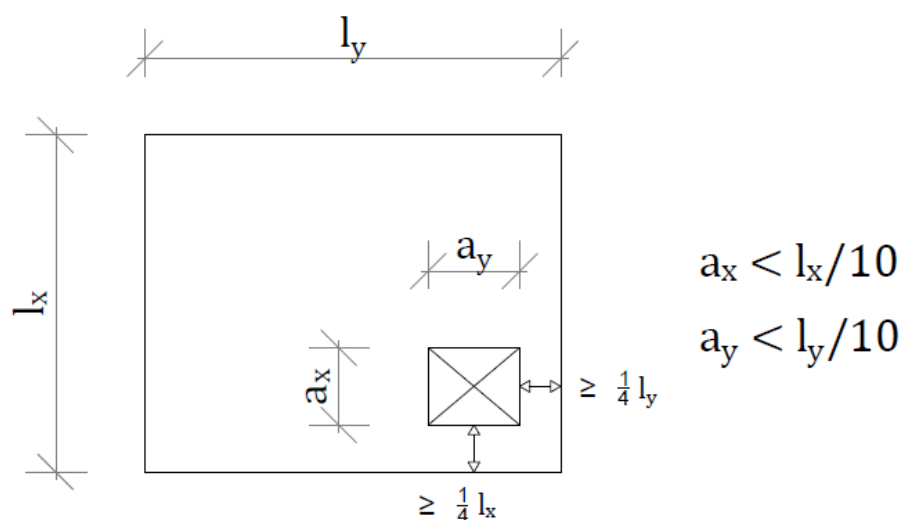
### **3.4.3 Aberturas que atravessam lajes na direção de sua espessura**

Em lajes lisas ou lajes-cogumelo, a verificação de resistência e deformação deve sempre ser realizada, segundo item 13.2.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Lajes de outros tipos podem ser dispensadas de tal verificação, quando armadas em duas direções e sendo verificadas, simultaneamente, as seguintes condições:

- As dimensões da abertura devem corresponder no máximo a  $1/10$  do vão menor ( $l_x$ )
- A distância entre a face de uma abertura e o eixo teórico de apoio da laje deve ser igual ou maior que  $1/4$  do vão, na direção considerada e;
- A distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.

Tal norma, no entanto, não cita verificações acerca de aberturas nas direções paralelas à espessura das lajes, deixando livre para diversas interpretações, o que podem levar à análises contra a segurança de um determinado elemento estrutural.

Figura 9 - Parâmetros para furos ou aberturas em lajes nervuradas.



FONTE: O Autor (2018)

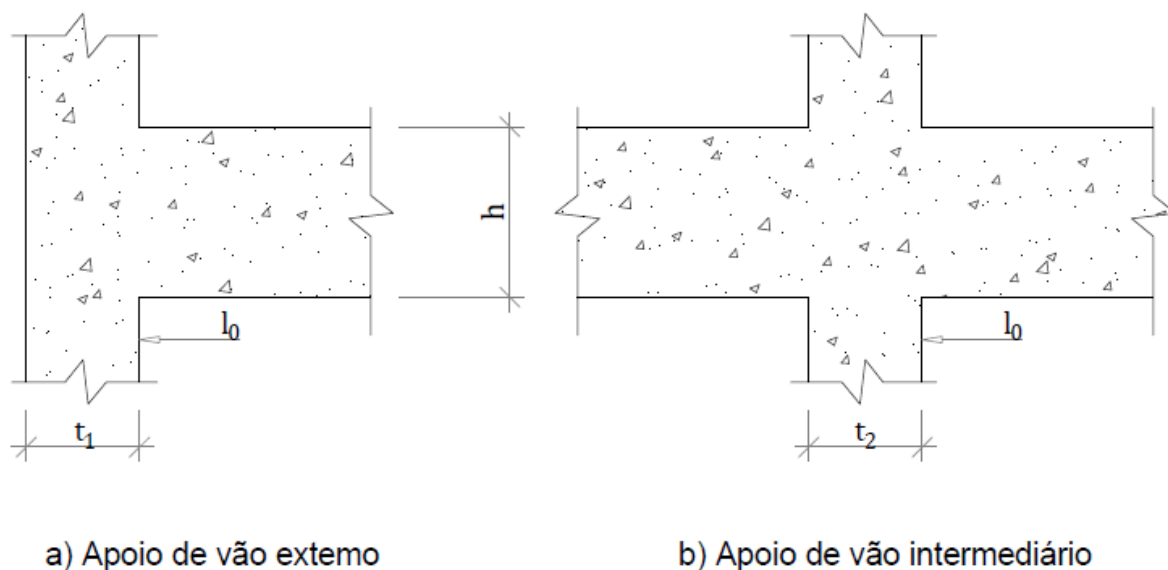
#### 3.4.4 Vãos Efetivos

Os vãos efetivos, de acordo com o item 14.7.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), adotando que os apoios possam ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, devem ser calculados pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Com  $a_1$  igual ao menor valor entre  $t_1/2$  e  $0,3h$  e  $a_2$  igual ao menor valor entre  $t_2/2$  e  $0,3h$ , conforme Figura 10.

Figura 10 – Elucidação do conceito de vão efetivo



FONTE: O Autor (2018)

### 3.4.5 Cobrimento das armaduras

O cobrimento é um critério de projeto que está intimamente ligado com a durabilidade da estrutura projetada. O cobrimento mínimo é a menor distância livre entre uma face da peça e a camada de barras mais próxima dessa face, incluindo os estribos, e é um parâmetro que deve ser observado ao longo de todo o elemento estudado, tendo como principal característica proteger as barras tanto da corrosão como da ação do fogo. (CARVALHO, 2014).

A fim de evitar a deterioração prematura e satisfazer os parâmetros de durabilidade, devem ser observados diversos critérios em todas as etapas da construção do elemento analisado (fase de projeto, execução e utilização). Entre os mais diversos critérios, pode-se citar a verificação de aberturas de fissuras, o detalhamento adequado e o cobrimento mínimo das armaduras. (ARAÚJO, 2014).

De forma geral, a proteção garantida pelo cobrimento depende tanto da qualidade do concreto empregado no elemento, ou seja, de sua compacidade e impermeabilidade, quanto da camada de cobrimento com espessura adequada. (FUSCO, 2013).

Sobre a necessidade de garantir o correto cobrimento para o elemento modelado em campo, Araújo (2014, p.67) cita que “A durabilidade das estruturas é

altamente dependente das características do concreto e da espessura e da qualidade do concreto do cobrimento”.

O cobrimento mínimo, segundo o item 7.4.7.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), deve ser garantido consultando o valor de cobrimento nominal, referente ao tipo de ambiente a qual a peça está inserida, acrescido de um valor de tolerância de execução ( $\Delta C$ ). Em obras correntes, o valor de tolerância é igual a 10mm. A Tabela 1 apresenta os valores de cobrimento nominal associados ao tipo de elemento estrutural projetado e o ambiente no qual está se executando determinado elemento.

Tabela 1 - Cobrimento mínimo das armaduras em peças de concreto armado

Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118 (2014))			
	I	II	III	IV
	Cobrimento nominal (mm)			
Laje*	20	25	35	45
Viga/pilar	25	30	40	50

\*: Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências deste quadro podem ser substituídas por  $C_{nom} \geq \phi_{barra}$ , respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15\text{mm}$ .

FONTE: Adaptado de Carvalho (2014)

### 3.4.6 Armadura mínima

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 19.3.3.2 descreve a armadura mínima como a utilizada para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e controlar a fissuração, sendo que essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por telas soldadas. Com base nisso, e considerando somente os valores para elementos estruturais sem armaduras ativas, a norma apresenta os seguintes valores:

- Armaduras negativas:  $\rho_s \geq \rho_{mín}$
- Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções:  $\rho_s \geq 0,67\rho_{mín}$

- Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção:  $\rho_s \geq \rho_{\min}$
- Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_s}{s} \geq 20\% \text{ da armadura principal} \\ \frac{A_s}{s} \geq 0,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \\ \rho_s \geq 0,5 \rho_{\min} \end{array} \right.$$

Os valores de  $\rho_{\min}$  podem ser obtidas consultando a tabela do item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) , conforme elucidado abaixo:

Tabela 2 - Valores de armadura mínima

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}$ <sup>*(<math>A_{s,\min}/A_c</math>)</sup> %			
	20	25	30	35
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164
*Os valores de $\rho_{\min}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, d/h=0,8 e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{\min}$ deve ser recalculado.				

FONTE: Adaptado de NBR 6118 (ABNT, 2014)

### 3.4.7 Armadura máxima

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece, em seu item 17.3.5.2.4 que a soma das armaduras de tração e compressão não deve ultrapassar o valor de 4% da área de concreto do elemento analisado, garantindo as condições de ductilidade e calculando-se na região fora da zona de emendas.

### 3.4.8 Diâmetro máximo

De acordo com o item 20.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), as armaduras devem ser detalhadas no projeto de forma que, durante a execução, seja garantido o posicionamento correto durante a concretagem.

Recomenda que as barras da armadura de flexão devem ter diâmetro no máximo igual a h/8.

### 3.4.9 Ancoragem

Sobre a relação da verificação da ancoragem na estrutura analisada pelo modelo de bielas e tirantes, Aguiar (2018) comenta que “[...]Esses conceitos são essenciais na comprovação da segurança das estruturas seguindo o Método das Bielas e Tirantes”.

O item 9.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) explica as condições gerais da ancoragem da seguinte forma:

Todas as barras das armaduras devem ser ancoradas de forma que as forças a que estejam submetidas sejam integralmente transmitidas ao concreto, seja por meio de aderência ou de dispositivos mecânicos ou por combinação de ambos.

Fusco (2013) explana que a ancoragem é determinada por diversas parcelas, que podem ser divididas em três: aderência por adesão, atrito ou mecânica. O autor ainda explana o seguinte aspecto acerca dos fenômenos de aderência:

A solidariedade da armadura ao concreto é garantida pela existência de uma certa aderência entre os dois materiais. Na realidade, essa aderência é composta de diversas parcelas, que decorrem de diferentes fenômenos que intervêm na ligação de dois materiais. Esses fenômenos podem ser explicitados por meio de diferentes ensaios[...].

#### 3.4.9.1 Aderência por adesão

A aderência por adesão se dá pela conformação entre a superfície dos dois materiais, similar a um efeito de “cola”, de natureza físico-química pela nata de cimento na superfície do aço. (CARVALHO, 2014)

#### 3.4.9.2 Aderência por atrito

A aderência por atrito ocorre na superfície de contato dos dois materiais, e pode ser determinada a partir do “ensaio de arrancamento”. É função tanto do coeficiente de atrito dos materiais que estão ligados, como também de fatores como a retração do concreto, que cria pressão transversal na barra de aço e provoca acréscimo de aderência. É necessário salientar que em barras curvas ocorre uma contribuição considerada nesse efeito, devido a efeitos de forças de tração. (CARVALHO, 2014; FUSCO, 2013)

#### 3.4.9.3 Aderência mecânica ou por engrenamento

A aderência mecânica se dá devido a conformação superficial das barras, sendo função principalmente das saliências das barras de aço. É válido comentar que

esse efeito também ocorre em barras lisas de aço, devido às irregularidades inerentes do processo de laminação. (CARVALHO, 2014; FUSCO, 2013)

#### 3.4.9.4 Comprimento básico de ancoragem

Segundo o item 9.4.2.4 da NBR 6118:2014, o comprimento de ancoragem básico necessário para ancorar uma força-limite  $A_s f_{yd}$ , considerando, ao longo do comprimento analisado, resistência de aderência uniforme ( $f_{bd}$ ), é dado pela seguinte equação:

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} \geq 25\phi \quad (2)$$

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd} \quad (3)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (4)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (5)$$

$$f_{ct,m} = \begin{cases} 0,3 f_{ck}^{2/3}; & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}); & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (6)$$

$f_{ctd}$ : Resistência a tração do concreto;

$f_{ctk,inf}$ : Resistência a tração inferior do concreto;

$f_{ct,m}$ : Resistência média a tração;

$f_{bd}$ : Tensão de aderência;

$\eta_1=1,0$  para barras lisas (tabela 8.3 da NBR 6118:2014);

$\eta_1=1,4$  para barras entalhadas (tabela 8.3 da NBR 6118:2014);

$\eta_1=2,25$  para barras nervuradas (tabela 8.3 da NBR 6118:2014);

$\eta_2=1,0$  para situações de boa aderência (item 9.3.1 da NBR 6118:2014);

$\eta_2=1,0$  para situações de má aderência (item 9.3.1 da NBR 6118:2014);

$\eta_3=1,0$  para  $\phi < 32 \text{ mm}$ ;

$\eta_3=(132 - \phi)/100$ , para  $\phi \geq 32 \text{ mm}$

Onde  $\phi$  é o diâmetro da barra, em milímetros (mm).

#### 3.4.9.5 Comprimento de ancoragem necessário

O item 9.4.2.5 da NBR 6118:2014 equaciona o comprimento necessário de ancoragem da seguinte forma:

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (7)$$

$A_{s,calc}$ : Área de armadura calculada no dimensionamento;

$A_{s,ef}$ : Área de armadura das barras adotadas na seção;

$\alpha = 1,00$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,70$  para barras tracionadas com ganchos, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3\phi$ ;

$l_b$  calculado conforme indica item 9.4.2.4 da NBR 6118:2014;

$$l_{b,min} \begin{cases} 0,3l_b \\ 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (8)$$

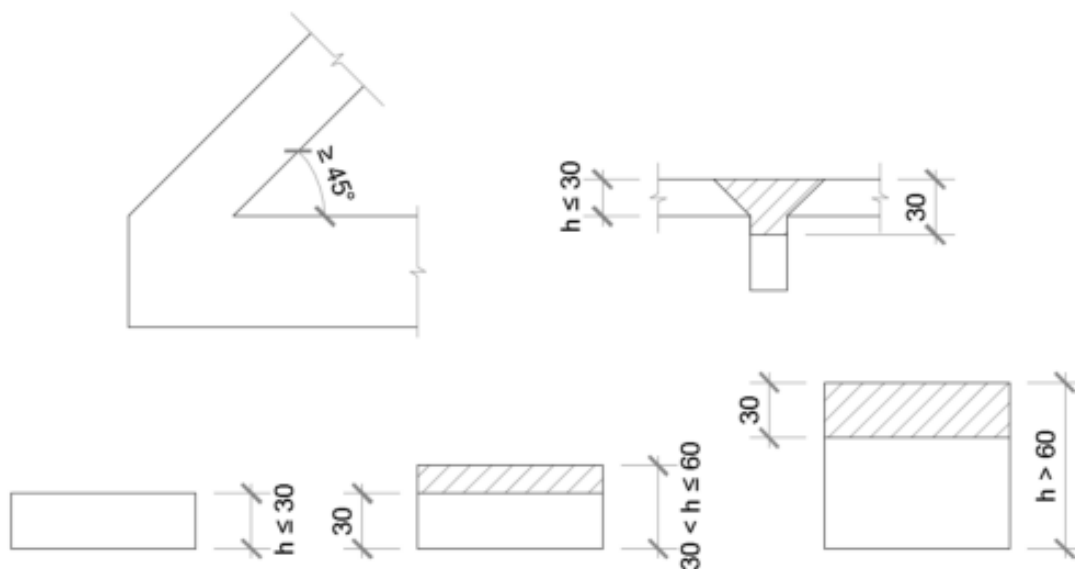
#### 3.4.9.6 Zonas de boa e má aderência

Sobre essas zonas, Aguiar (2018, p.12) comenta que:

Essas zonas estão associadas a condições de vibração e adensamento do concreto. Em peças concretadas horizontalmente a perda d'água durante a pega é mais intensa nas regiões superiores, ocasionando uma zona de má aderência, principalmente nas armaduras superiores de vigas e quando se utilizam formas deslizantes[...]



Figura 11 - Zonas de boa e má aderência.



FONTE: Aguiar (2018)

### 3.5 VERIFICAÇÕES PARA LAJES NERVURADAS

#### 3.5.1 Espaçamento de barras

No item 20.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda-se que as barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a  $2h$  ou 20cm, devendo prevalecer o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.

A armadura secundária de flexão deve respeitar o espaçamento entre barras de no máximo 33cm. Com relação aos estribos em lajes nervuradas, quando necessários, não podem ter espaçamento superior a 20cm.

#### 3.5.2 Espessura da mesa

Quando não existirem tubulações horizontais embutidas, o item 13.2.4.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que a espessura da mesa deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre as faces das nervuras ( $l_0$ ) e não menor que 4cm. No caso da existência de tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10mm, o valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5cm. Para tubulações com diâmetro ( $\emptyset$ ) maior que 10mm, a mesa deve ter espessura mínima de:

- $4cm + \emptyset$ ; Para o caso de não haver cruzamento destas tubulações;
- $4cm + 2\emptyset$ ; No caso de haver cruzamento destas tubulações.

### 3.5.3 Espessura das nervuras

O item 13.2.4.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) explica que a espessura das nervuras não pode ser inferior a 5cm. É proibido usar armadura de compressão para nervuras com espessura menor que 8cm.

### 3.5.4 Espaçamento entre nervuras

- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65cm, a verificação da flexão da mesa pode ser dispensada, e para verificação do cisalhamento da região das nervuras, as verificações segundo o critério de laje podem ser consideradas;
- Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65cm e 110cm, a verificação da flexão da mesa é necessária, e a verificação ao cisalhamento deve ser feito tal como uma viga, sendo permitida a verificação como laje se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

## 3.6 PROCESSOS DE CÁLCULO

Sobre a forma de como proceder no cálculo e avaliação do comportamento desse elemento estrutural, é necessário analisá-lo principalmente em comparação às lajes maciças, com as devidas considerações sobre o modelo adotado e as simplificações necessárias para o cálculo. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009)

Para entender o comportamento estrutural de uma laje nervurada, pode-se compará-la a uma laje maciça. Tal comparação é feita, pois a laje maciça, principalmente para pavimentos com forma retangular, apresenta um comportamento estrutural bastante eficiente. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009)

Do ponto de vista analítico, há basicamente duas formas de calcular as lajes maciças: pelo método elástico e o de ruptura. O primeiro se baseia na integridade do concreto, ou seja, com o material em seu estado não fissurado, e com a laje sob cargas de serviço. O segundo método de cálculo se baseia somente nos mecanismos

de ruptura da laje. É necessário salientar que os dois métodos têm deficiências. (CARVALHO, 2014)

Sobre os métodos elástico e de ruptura, Carvalho (2014, p.321) explica que:

No método elástico, subestimam-se os deslocamentos, pois não é considerada a fissuração do concreto; também não se pode dizer que os esforços na situação de ruptura, usados no cálculo da armadura, são proporcionais aos obtidos em serviço.

O método de ruptura é desenvolvido com base no mecanismo de ruptura da laje, ou seja, procura identificar de que forma a laje chega ao colapso, e, para esta situação, são calculados os esforços pela chamada teoria das charneiras plásticas; normalmente, é difícil, neste caso, determinar os deslocamentos, não sendo possível, assim, precisar informações sobre o comportamento da estrutura em serviço[...]

Os dois métodos citados não serão aprofundados nesse trabalho, importando somente os modelos matemáticos utilizadas pelos pesquisadores para dimensionamento de lajes em geral.

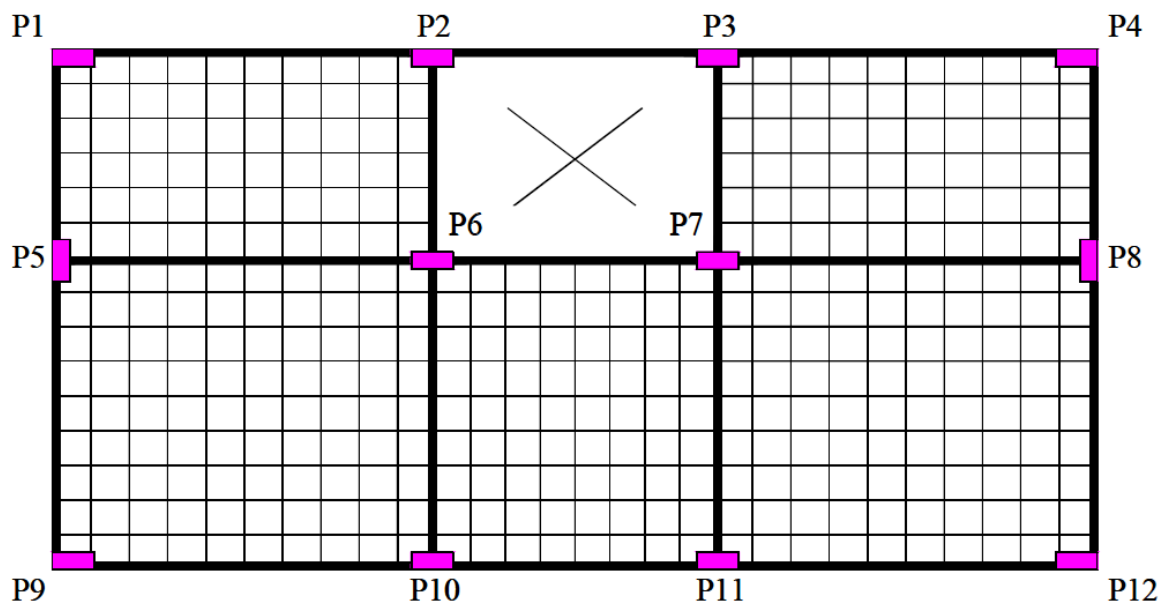
### **3.6.1 Elementos finitos**

O método dos elementos finitos (MEF) discretiza todo o elemento analisado por meio de uma malha contendo elementos de dimensão finita, conectados a partir de nós, compatibilizando esforços e deslocamentos. (CARVALHO, 2014).

Sobre a malha adotada, Silva, Marcos (2005, p.162) explica que “Utilizando-se um número adequado de elementos da superfície da laje (número finito de elementos), é possível obter soluções para praticamente qualquer geometria definida”.

Por levar em consideração propriedades do elemento na discretização da malha, o MEF é um dos melhores métodos para analisar estruturas, pavimentos de edifícios para ser mais específico. Parâmetros como a não-linearidade física do concreto e deformações por força cortante, permitindo que se faça a modelagem de pavimentos de qualquer geometria, levando em conta ainda o tipo de laje da estrutura, no caso da figura 12, onde uma laje maciça tem sua malha definida para análise via MEF. (SILVA, Marcos, 2005)

Figura 12 - Malha utilizada para discretizar laje maciça via MEF

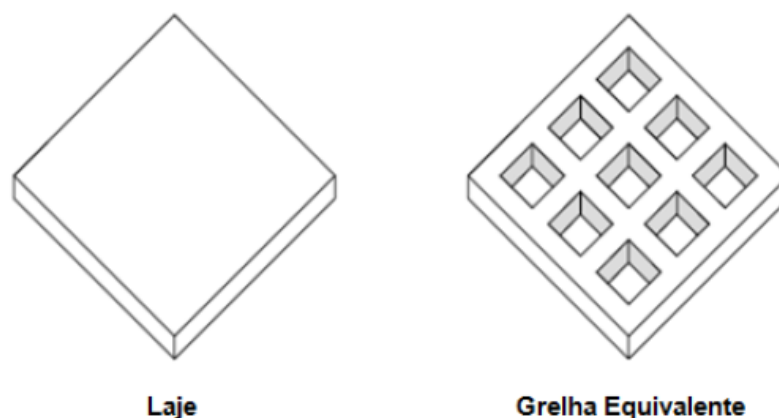


FONTE: Silva, Marcos (2005)

### 3.6.2 Processo de grelha equivalente (Analogia de grelha)

Historicamente, a mudança na forma de calcular lajes de um pavimento, até então como placas retangulares, por grelhas foi concebida por Marcus em 1932, e a ideia é ilustrada conforme figura 13. O motivo da utilização de processos aproximados para dimensionar as placas do pavimento se dava, principalmente, pela tecnologia da época, que não dispunha de computadores para resolver cálculos complexos. (NEVES, 2010)

Figura 13 - Laje e grelha equivalente



FONTE: Neves (2010)

Sobre o procedimento de cálculo por meio de grelhas, Silva, Marcos (2005) comenta que:

[...]O procedimento consiste em substituir a placa (laje) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente), a qual, para efeito de cálculo, passa a representar a placa. No caso de pavimentos de edifícios compostos por lajes maciças, com ou sem vigas, ou por lajes nervuradas, pode-se usar o mesmo procedimento.

Dividindo a laje ou mesmo um pavimento em um número adequado de elementos (barras de grelha equivalente), é possível obter por este processo soluções para praticamente qualquer geometria definida; a exemplo do método dos elementos finitos, este processo possibilita que se faça a análise integrada do pavimento, levando-se em consideração a influência da flexibilidade dos apoios e da rigidez à torção, tanto das lajes como das vigas, sendo ainda possível incluir na análise a não linearidade física do concreto armado.

O carregamento da grelha é calculado conforme a área de influência de cada barra que constitui a grelha, podendo ainda considerar as ações uniformemente distribuídas ao longo das barras ou concentradas nos nós de encontro das barras da grelha. (NEVES, 2010; SILVA, Marcos, 2005)

Com relação a área de influência desse carregamento, Azevedo (2017) explana que para substituir as cargas distribuídas por cargas concentradas nos nós, deve-se levar em consideração a área de influência dessa carga na região nodal analisada, observando as distâncias entre eixos das barras da grelha.

As cargas nos elementos nodais da grelha, segundo Almeida (2002), são calculadas a partir da seguinte relação:

$$Q_i = (g + q) * A_i \quad (9)$$

$g$ : Carga permanente aplicada na laje, por metro quadrado;

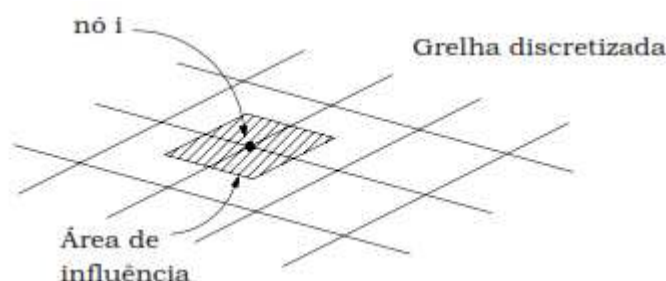
$q$ : Carga acidental aplicada na laje, por metro quadrado;

$A_i$ : Área de influência do nó  $i$ ;

$Q_i$ : Carga aplicada no nó  $i$  da grelha.

Para obter os valores dos carregamentos pontuais nos nós da laje analisada por bielas e tirantes, o critério acima será utilizado.

Figura 14 - Área de influência da carga no nó da grelha.



FONTE: Almeida (2002)

### 3.7 ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento da laje nervurada do exemplo numérico desse trabalho irá seguir os parâmetros de cálculo conforme apresentado abaixo.

#### 3.7.1 Laje nervurada

O roteiro deste tópico segue conforme Araújo (2014a, 2014b). A ordem apresentada a seguir só pode ser seguida após checada as verificações dos tópicos 3.5 deste trabalho.

##### 3.7.1.1 Rigidez a flexão

O cálculo se inicia encontrando a rigidez a flexão da laje nervurada, parâmetro que se calcula tomando como base a altura equivalente  $h_e$ , valor que é a altura de uma laje maciça equivalente à laje nervurada analisada.

Segundo o autor “Desse modo, os esforços e a flecha da laje nervurada pode ser calculados como se a mesma fosse uma laje maciça de espessura  $h_e$ ”. Desse modo, o cálculo da altura equivalente é obtido a partir da seguinte equação:

$$\xi = \frac{l_{0x} * l_{0y}}{S_x * S_y} \quad (10)$$

$$h_e = [(1 - \xi) * h^3 + \xi * h_f^3]^{1/3} \quad (11)$$

Onde  $l_{0x}$  e  $l_{0y}$  é o vão livre entre as nervuras na direção x e y, respectivamente,  $S_x$  e  $S_y$  é a distância entre eixos das nervuras na direção x e y, respectivamente.

A partir desse ponto, os parâmetros da laje nervurada são calculados da mesma forma que uma laje maciça, utilizando a altura equivalente e a partir da teoria de placas. As tabelas utilizadas nessa etapa estão no anexo deste trabalho.

Após encontrado a altura da laje maciça equivalente, o dimensionamento procede com o cálculo da rigidez à flexão da laje, a partir da fórmula:

$$D_e = \frac{E_{cs} * h_e^3}{12 * (1 - \nu^2)} \quad (12)$$

O módulo de elasticidade é calculado com base na seguinte expressão, de modo que para análises elásticas e verificações de Estados Limites de Serviços, a norma recomenda que se adote um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante  $E_{cs}$ , conforme a expressão abaixo:

$$E_{ci} = \alpha * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad (13)$$

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} \quad (14)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} \quad (15)$$

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

### 3.7.1.2 Flechas

#### 3.7.1.2.1 Flecha inicial

O valor de flecha inicial ( $W_0$ ) é calculado com um dos parâmetros encontrados consultados na tabela do anexo a partir do valor de  $\lambda$ , nesse caso o parâmetro  $w_c$ , e o valor da flecha inicial é encontrado com a equação:

$$W_0 = 0,001 * w_c * \frac{p_0 * l_x^4}{D_e} \quad (16)$$

O parâmetro de entrada  $p_0$  é a carga em combinação quase permanente do carregamento, e é dada pela fórmula:

$$p_0 = g + \psi_2 * q \quad (17)$$

Onde  $\psi_2 = 0,3$  para cargas acidentais dos edifícios em que não existe predominância de equipamento, e foi consultado utilizando a tabela 11.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) :

Tabela 3 - Fatores de redução para ações variáveis

Ações variáveis	$\psi_1$	$\psi_2$
Locais em que não há predominância de pesos e equipamentos nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3
Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,7	0,6
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,3	0

FONTE: Adaptado de NBR 6118 (ABNT, 2014)

#### 3.7.1.2.2 Flecha final

O valor de flecha final é dado segundo a fórmula abaixo:

$$W_\infty = (1 + \varphi) * W_0 \quad (18)$$

$\varphi$ : Coeficiente de fluência do concreto.

Para efeitos de dimensionamento, a flecha final não será calculada, por levar em conta fatores de não linearidade do concreto, o que não é o objetivo deste trabalho.



### 3.7.1.3 Flecha admissível

O valor da flecha admissível toma como base a tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), mostrada abaixo, que mostra os valores de deslocamentos-limite com base em alguns efeitos, como vibrações sentidas no piso e deslocamentos visíveis em elementos estruturais.

Tabela 4 - Valores de flechas admissíveis de acordo com efeito

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\frac{l}{250}$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devidos a cargas acidentais	$\frac{l}{350}$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que drenam água	Coberturas e varandas	Total	$\frac{l}{250}$

FONTE: Adaptado de NBR 6118 (ABNT, 2014)

### 3.7.1.4 Momentos nas nervuras

Como ponto de partida, é necessário encontrar o parâmetro  $\lambda$ , que é relação direta do vão  $l_x$  com o outro  $l_y$ . E para a laje do exemplo numérico, a relação para cálculo desse parâmetro é a seguinte:

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} \quad (19)$$

O fato do vão  $l_x$  estar no lugar do numerador se dá pelo motivo desse valor ser o menor nas especificações da laje nervurada no exemplo numérico. Logo, para as demais contas, será levado em consideração a relação acima.

A partir do valor de  $\lambda$ , os valores de  $m_x$  e  $m_y$  podem ser consultados nas tabelas para cálculo do momento em x e y, respectivamente. Tais valores são calculados a partir das seguintes equações:

$$M_x = 0,001 * m_x * p * l_x^2 \quad (20)$$

$$M_y = 0,001 * m_y * p * l_y^2 \quad (21)$$

$M_x, M_y$ : Momentos nas direções x e y, respectivamente, em kNm/m;

$p$ : Carga de serviço, em kN/m<sup>2</sup>;

$l_x, l_y$ : Vão da laje nervurada na direção x e y, respectivamente, em metros.

Encontrado tais valores, divide-se o resultado pela distância entre o eixo da nervura na sua respectiva direção para encontrar o valor do momento por nervura.

A partir desse valor, dimensiona-se a área de aço da seção como se mesma fosse uma viga T, conforme apresentado no tópico 3.7.2.

#### 3.7.1.5 Reações nos apoios da laje

Assim como no cálculo de momento, o parâmetro  $\lambda$  nos permite encontrar os valores de  $r_x$  e  $r_y$ , necessários para calcular os valores das reações  $R_x$  e  $R_y$ , nas direções x e y, respectivamente, a partir das seguintes fórmulas:

$$R_x = 0,001 * r_x * p * l_x \quad (22)$$

$$R_y = 0,001 * r_y * p * l_y \quad (23)$$

$R_x, R_y$ : Valores das reações nas direções x e y, respectivamente, em kN/m.

A transformação dos valores das reações para cada nervura é efetuado dividindo a intensidade das reações pela distância dos eixos entre as nervuras na direção estudada, em metros.

#### 3.7.1.6 Armadura da mesa

No exemplo numérico, a distância entre eixos das nervuras é maior que 65 cm. Portanto, será exposto nesse tópico o roteiro de verificação da flexão na mesa, que terá como base a distância entre eixos das nervuras de 0,8 metros e seguirá o procedimento de cálculo o tópico 3.7.1.2.

Com o momento atuante em cada direção, a altura da linha neutra e quantidade de aço necessária para resistir aos esforços serão calculadas a partir das fórmulas do equilíbrio da seção, que tem seu cálculo demonstrado em Carvalho (2014), e são representados pelas seguintes fórmulas:

$$\begin{aligned}
M_d &= F_c * z \\
F_c &= 0,85 * f_{cd} * b_w * 0,8 * x \\
z &= d - 0,4 * x \\
M_d &= (0,85 * f_{cd} * b_w * 0,8 * x) * (d - 0,4 * x) \\
x &= \frac{0,68 * d \pm \sqrt{(0,68 * d^2) - 4 * 0,272 * \left(\frac{M_d}{b_w * f_{cd}}\right)}}{0,544}
\end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
F_c &= F_s \\
0,85 * f_{cd} * b_w * 0,8 * x &= f_{sd} * A_s \\
0,68 * f_{cd} * b_w * x - f_{sd} * A_s &= 0 \\
A_s &= \frac{0,68 * f_{cd} * b * x}{f_{yd}}
\end{aligned} \tag{25}$$

### 3.7.1.7 Verificação da resistência ao esforço cortante

Como a distância entre os eixos das nervuras da laje do exemplo numérico é menor que 90 cm, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) (tópico 3.5.4 deste trabalho) permite que a verificação ao cisalhamento seja feita semelhante às lajes maciças. É válido salientar que essa verificação tem que ser feita para ambas as direções analisadas na laje. Logo, o roteiro dessa verificação é apresentado abaixo:

$$V_d = 1,4 * V_k \tag{26}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w * d} \tag{27}$$

$\tau_{wd}$ : Tensão convencional de cisalhamento, em kN/cm<sup>2</sup>;

$V_k, V_d$ : Cortante de cálculo e de projeto, respectivamente, em kN;

$b_w$ : Largura da nervura, em cm;

$d$ : Distância do eixo das barras da armadura até a fibra mais comprimida, em cm.

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w * d} \tag{28}$$

$\rho_1$ : Taxa de armadura do banzo tracionado;

$A_s$ : Área de aço calculada no tópico 3.3.5.2, em  $\text{cm}^2$ .

$$\tau_{rd} = 0,0375 * (f_{ck})^{2/3} \quad (29)$$

$\tau_{rd}$ : Cisalhamento resistente de projeto.

$$\tau_{wu1} = k * (1,2 + 40 * \rho_1) * \tau_{rd} \quad (30)$$

$k = 1$  elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio;

$k = 1,6 - d > 1$  para os demais casos, com  $d$  em metros.

$\tau_{wu1}$ : Tensão limite

É válido salientar que o valor de “d” na equação NUMERO entra com seu valor em metros. Dessa forma, a comparação de projeto para a verificação de cisalhamento passar é:

$$\tau_{wd} < \tau_{wu1} \quad (31)$$

A partir dessa comparação, dispensa-se o uso de estribos nas nervuras da direção estudada.

#### 3.7.1.8 Armadura de canto

Para calcular o momento torsor ( $M_{xy}$ ) que atua no canto da laje, deve-se fazer as mesmas considerações utilizadas para calcular o momento e as reações atuantes no elemento de laje analisado, com a diferença de que o parâmetro utilizado para fazer tal cálculo é o valor de  $m_{xy}$ . O método de dimensionamento para obter a área de aço é o mesmo do tópico citado anteriormente, conforme explica Araújo (2014c).

O momento torsor encontrado deve ser comparado com os momentos encontrados para as nervuras. A equação abaixo é utilizada para calcular o momento usado para calcular a armadura de canto na laje:

$$M_{xy} = 0,001 * m_{xy} * p * l^2 \quad (32)$$

$l$ : O maior valor entre  $l_x$  e  $l_y$ .

O valor de armadura nesse caso será calculado da mesma forma como explicitado no tópico 3.7.1.5.

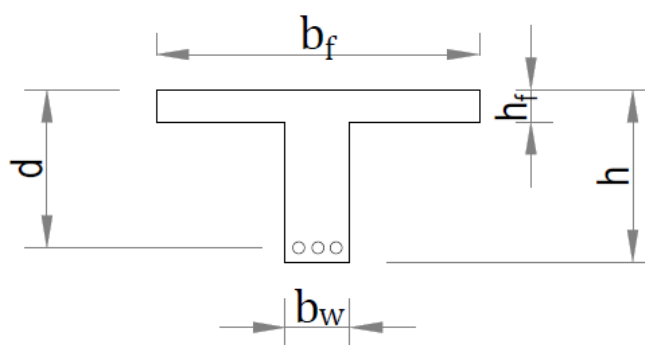
Por questões didáticas, essa armadura não será calculada, pois o enfoque desse trabalho é o tratamento da alma das lajes nervuradas dimensionadas no exemplo numérico, de modo a analisar a diferença de parâmetros nessas regiões.

### 3.7.2 Viga com seção “T” (tê)

#### 3.7.2.1 Considerações iniciais

As lajes nervuradas, como dito anteriormente, são compostas pela região comprimida, caracterizada pela mesa colaborante, e outra tracionada, região essa composta pela nervura da laje. Esses elementos juntos, a partir de uma corte transversal, a forma de um T, como mostra a Figura 15. (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

Figura 15 - Viga com seção T



FONTE: O Autor (2018)

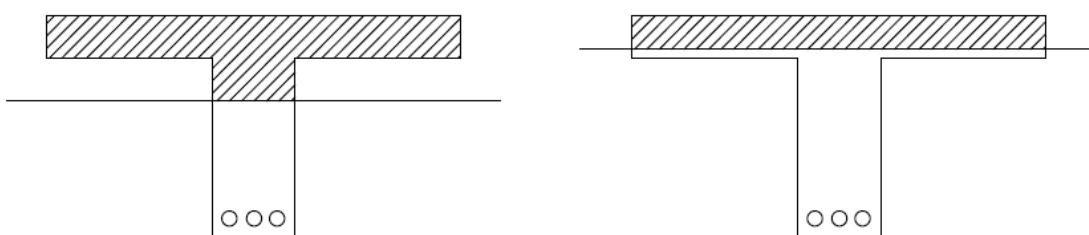
A viga com seção T pode ser dimensionada de duas formas, que dependem da posição da linha neutra em relação ao corte transversal da viga analisada, e, de acordo com Carvalho (2014), as duas situações são caracterizadas das seguintes formas, ilustradas pela Figura 16:

- Uma viga de concreto armado, formada por uma nervura e duas abas, só pode ser considerada como de seção “T” quando a linha neutra estiver situada abaixo da mesa, ou seja, posicionada na região da nervura. Dessa maneira, temos a mesa e parte da alma sujeitas a tensões de compressão;
- Em caso contrário ao citado acima, ou seja, com a linha neutra situada na mesa, a viga em questão não pode ser considerada “T” e é dimensionada

como uma viga retangular de largura  $b_f$ . É necessário salientar que a alma e até mesmo parte da mesa não colaborarão, pois estarão resistindo a tensões de tração;

- No caso de trechos com momentos negativos, como apoios, a seção é dimensionada como retangular, já que a mesa estará sujeita a tensões de tração.

Figura 16 - Linha neutra cortando a alma e mesa, respectivamente.



FONTE: O Autor (2018)

Segundo o item 14.6.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) “A consideração da seção T pode ser feita para estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, de forma mais realista”. O item também recomenda alguns parâmetros para cálculo da largura colaborante  $b_f$ , que deve ser acrescida de no máximo 10% da distância  $a$  entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante.

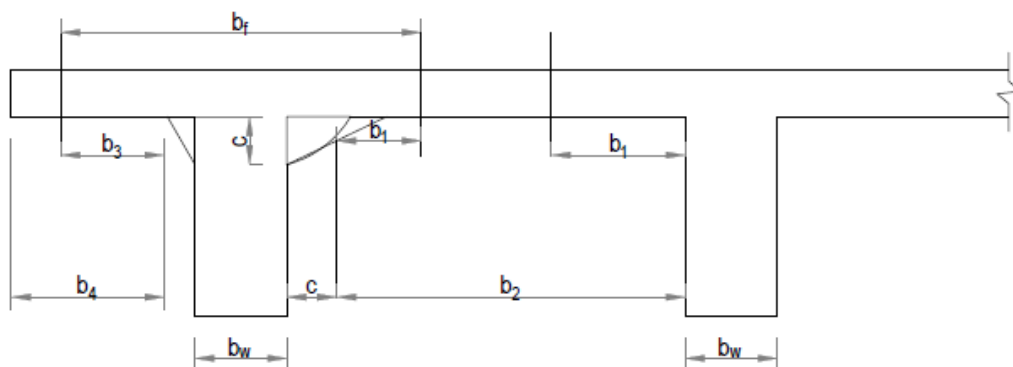
Tal distância  $a$  pode ser determinada a partir do comprimento  $l$  do tramo considerado, distância que está diretamente ligada com o tipo de vínculo do trecho analisado. Dessa forma, temos as seguintes condições:

- Viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00l$ ;
- Tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75l$ ;
- Tramo com momentos nas duas extremidades:  $a = 0,60l$ ;
- Tramo em balanço:  $a = 2,00l$ .

A norma ainda cita, no mesmo item, as condições para calcular a largura colaborante para vigas contínuas, caso que será estudado no exemplo numérico deste trabalho. Para esse caso, pode-se considerar uma largura colaborante única para

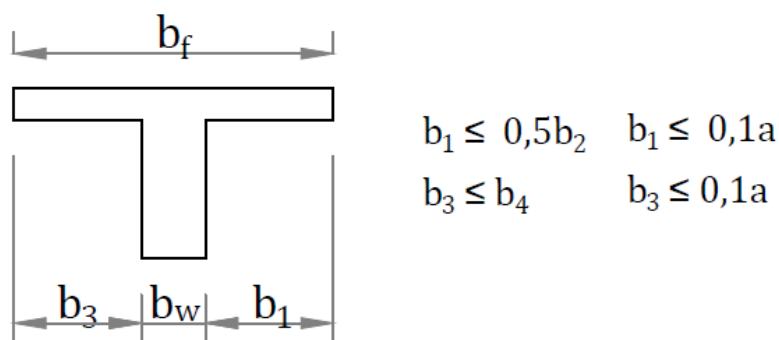
todas as seções, inclusive nos apoios sob momento negativo, porém essa largura deve ser calculada no tramo de momento positivo onde a largura resulte mínima, a Figura 17 ilustra a forma como tais parâmetros estão dispostos nas vigas em T, e a Figura 18 mostra as recomendações da norma para cálculos das larguras em vigas, com base no valor de  $a$ .

Figura 17 - Parâmetros para considerar largura colaborante em vigas T



FONTE: O Autor (2018)

Figura 18 - Dimensionamento dos parâmetros de largura colaborante.



FONTE: O Autor (2018)

### 3.7.2.2 Dimensionamento de viga seção "T"

Segundo Carvalho (2014), quando a linha neutra intercepta a alma da viga, é necessário que se faça o cálculo dos momentos resistidos pela seção em duas etapas, dividindo a seção em "T" em duas seções retangulares, de modo a facilitar o cálculo. Seguindo esse raciocínio, a primeira parcela do momento ( $M_1$ ), resistida pelas abas da viga, é encontrada a partir da seguinte fórmula:

$$M_1 = 0,85 * f_{cd} * h_f * (b_f - b_w) * \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \quad (33)$$

$h_f$ : Altura da aba da viga, em metros;

$b_f$ : Largura da mesa, em metros;

$b_w$ : Largura da alma, em metros;

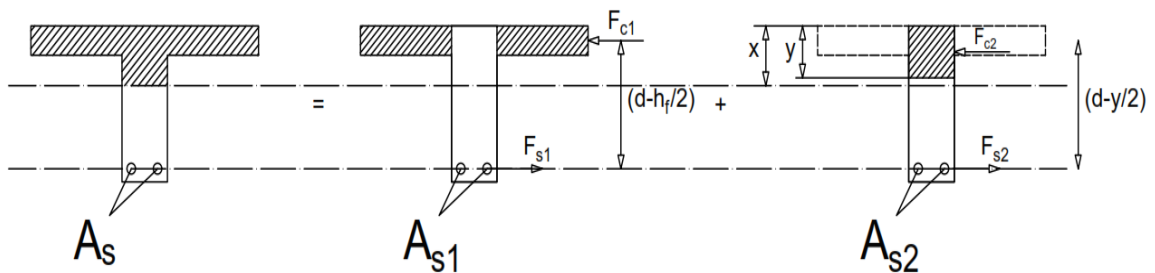
$d$ : Altura do eixo da armadura até a fibra mais comprimida do concreto, em metros.

$f_{cd}$ : Resistência a compressão de projeto do concreto

O momento resistido pela nervura ( $M_2$ ), é a diferença entre o momento total atuando na seção ( $M_d$ ) e o momento atuante na alma ( $M_1$ ), ou seja:

$$M_2 = M_d - M_1 = F_{c2} * \left(d - \frac{y}{2}\right) \quad (34)$$

Figura 19 - Seção "T" dividida em seções retangulares para facilitação do cálculo.



FONTE: O Autor (2018)

O cálculo da armadura é feito tomando como base a necessária para resistir aos dois momentos calculados,  $M_1$  e  $M_2$ :

$$A_s = \frac{M_1}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) * f_{yd}} + \frac{M_2}{(KZ) * d * f_{yd}} \quad (35)$$

$f_{yd}$ : Resistência ao escoamento do aço, em kN/cm<sup>2</sup>.

Para facilitar o cálculo, o uso de fórmulas adimensionais se faz necessário no tocante a eliminar algumas etapas da verificação. Sobre essas fórmulas, Carvalho (2014) comenta que “Sempre que possível, é conveniente trabalhar com fórmulas



adimensionais, pois facilitam o emprego de diversos sistemas de unidades[...]. Tais equações se relacionam com vários parâmetros da seção, como deformação dos materiais e posição da linha neutra. Dessa forma, as fórmulas se apresentam da seguinte maneira:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w * d^2 * f_{cd}} \quad (36)$$

$$KX = \frac{x}{d} \quad (37)$$

$$KZ = \frac{z}{d}; \quad KZ = 1 - 0,4 * KX \quad (38)$$

$$A_s = \frac{M_d}{(KZ) * d * f_s} \quad (39)$$

$$KX = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \quad (40)$$

$M_d$ : Momento atuante na seção, em kNm;

$h_f$ : Altura da aba da viga, em metros;

$b_w$ : Largura da alma, em metros;

$d$ : Altura do eixo da armadura até a fibra mais comprimida do concreto, em metros;

$f_{cd}$ : Resistência a compressão de projeto do concreto;

$f_s$ : Tensão de escoamento do aço, em kN/cm<sup>2</sup>;

$\varepsilon_c, \varepsilon_s$ : Deformações do concreto e do aço.

Para usar as fórmulas mostradas anteriormente, é preciso verificar a altura da linha neutra utilizando a equação 22, pois como citado anteriormente neste tópico, caso  $x \leq h_f$ , a seção será dimensionada com uma viga retangular de largura  $b_f$ , e a área de aço será calculada com base na equação equação 23.

Caso contrário ( $x > h_f$ ), a seção pode ser dimensionada pelas fórmulas mostradas neste tópico, pois a seção é considerada “T” verdadeira, ou seja, com a linha neutra posicionada na nervura, ambas as regiões (mesa e nervura) estarão resistindo ao momento solicitante.

## 4 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A concepção de modelos de treliça para cálculo de elementos de viga de concreto armado, no que tange a dimensionar a quantidade de armadura, remonta a meados do século XX, quando Ritter (1899) e Mörsch (1909) conceberam a clássica analogia de treliça, na qual levam em consideração as regiões fissuradas para denotar elementos dessa treliça. Mantendo alguns dos aspectos principais da teoria, muitas pesquisas foram desenvolvidas no sentido de aperfeiçoar e adequar o estudo à análises experimentais. (SANTOS; GIONGO, 2010; SILVA, Reginaldo, 2000)

Apesar de algumas pesquisas sugerirem alterações na aplicação desse modelo, com principal motivo na incompatibilidade entre a treliça representativa e a viga tomada como modelo, seu aspecto geral foi mantido, pois os mecanismos resistentes dos elementos estruturais estudados pelo modelo podem ser associados ao de treliças. (SANTOS; GIONGO, 2010)

Sobre o comportamento das regiões analisadas pelo método, Souza e Bittencourt (2005, p.1) comentam:

A maioria dos elementos utilizados em concreto estrutural poder ser dimensionados de maneira simplificada, adotando-se a clássica Hipótese de Bernoulli de que seções planas permanecem planas após a flexão. No entanto, existem várias situações para as quais esta hipótese simplificadora não pode ser aplicada, tais como: blocos rígidos sobre estacas, sapatas, consolos, vigas-parede e dentes Gerber.

Alguns elementos estruturais são dimensionados com acurada precisão, enquanto outras partes são concebidas utilizando modelos baseados em experiências passadas, desprezando a importância que essas partes têm na forma como a estrutura se comporta. Nesse tocante, uma forma de calcular estruturas que mais se aproxime de modelos físicos e que dimensione essas regiões de forma correta se faz necessário. Dessa forma, o modelo de bielas e tirantes, derivado da teoria da analogia de treliça, é uma solução encontrada para sistematizar o dimensionamento de peças de concreto armado. (SCHLAICH; SCHAFER, 1991)

Esse modelo utiliza-se das representações discretas dos campos de tensões resultantes dos carregamentos e das condições de contorno no elemento estrutural analisado. A partir disso, os traçados nos campos de tensões que representem as tensões de compressão são idealizados através de bielas de concreto

e os campos tensionais de tração pelos tirantes. Existem algumas ocasiões em que os campos de tensões de tração poderão ser absorvidos pelas bielas. Os encontros que existem entre as bielas, tirantes e/ou cargas atuantes (ações ou reações) são denominados nós. (PANTOJA, 2012)

Santos e Giongo (2008, p.62) comentam que:

O modelo de bielas e tirantes, por sua vez, analisa a viga como um todo, sem a necessidade de separar os esforços solicitantes e as forças internas para equilibrá-los, constituindo-se em modelo mais realista. Assim, permite que a determinação dos comprimentos das barras longitudinais seja realizada de maneira mais simples do que pelo modo tradicional – análise do momento fletor resistido por barra e consideração do diagrama de momentos fletores deslocado. Ao se aplicar o modelo, os pontos de interrupção das barras longitudinais podem ser determinados facilmente, de acordo com as forças aplicadas em cada barra do banzo da treliça, ou seja, determina-se a área de armadura necessária para resistir a força resultante em cada tramo do banzo que seja tracionado. Sabendo-se que a força varia para cada barra da treliça, os pontos de interrupção das barras da armadura longitudinal podem ser definidos, portanto, a partir dos nós da treliça interna da viga.

Afim de idealizar o modelo, a treliça generalizada é esboçada, constituindo-se por barras, comprimidas e tracionadas, unidas por nós. As forças nas bielas e nos tirantes são calculadas pelo modelo de cálculo tradicional em treliças, equilibrando as forças que atuam tanto interna como externamente. (SANTOS; GIONGO, 2008)

Algumas regiões, como os apoios em dentes, os nós de pórticos, os consolos e aberturas em vigas, foco desse estudo, são exemplos de “descontinuidades” ou “detalhes” que, como dito anteriormente, são áreas projetadas utilizando-se recomendações práticas ou baseando-se na experiência anterior do projetista. (SILVA, Reginaldo, 2000)

#### **4.1.1 Regiões “B” e “D”**

Para o dimensionamento de elementos estruturas com auxílio do método de bielas e tirantes, é preciso identificar e separar, no próprio elemento, as áreas contínuas e descontínuas, sendo as últimas as que interessam para o método de cálculo, de modo a se efetuar o dimensionamento adequando dessas regiões. A partir disso, essas duas regiões recebem a seguinte nomenclatura: “Regiões B” (Bernoulli) e “Regiões D” (Descontinuidade). (SOUZA; BITTENCOURT, 2005; SILVA, Reginaldo, 2000).

Santos e Giongo (2008, p.9), abordam sobre a teoria tomada como base para dividir as regiões analisadas no método:

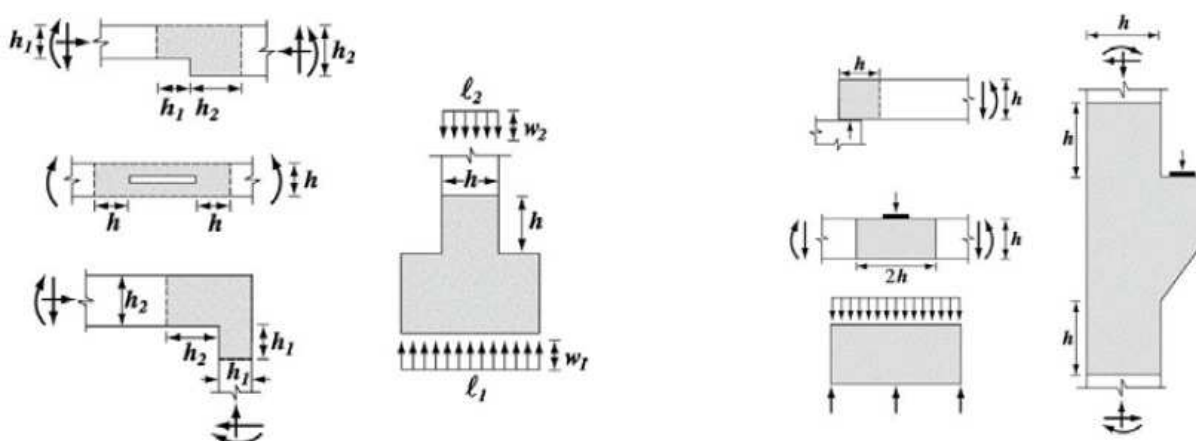
Tal divisão baseia-se nas hipóteses de Bernoulli, relativas à distribuição linear de deformações ao longo da seção transversal. Classificam-se como contínuas as regiões nas quais tais hipóteses são válidas e, descontínuas, nas quais não são. As regiões D são originárias de descontinuidades geométricas e/ou estáticas.

As regiões D, são aquelas que apresentam deformações e distribuições de tensões não-linear, causadas por suas descontinuidades geométricas, mencionadas anteriormente e ilustradas na Figura 20. Devido a isso, Souza e Bittencourt (2005, p.2) explanam algumas consequências, advindas das características da região D:

[...] as rotinas convencionais de dimensionamento se tornam inadequadas e até mesmo inseguras se aplicadas. Nessas regiões, que normalmente correspondem a detalhes de uma estrutura, observa-se um estado de tensão com claras descontinuidades, provocado essencialmente pela predominância das deformações resultantes do esforço cortante.

Ainda segundo Souza e Bittencourt (2005, p.2), “[...] as “Regiões D” se manifestam a partir de perturbações de ordem estática (causada pela presença de cargas) e geométrica (causada por mudanças bruscas na geometria) [...]”, ou seja, a necessidade de uma análise a parte desses elementos se faz necessária para garantir a segurança estrutural.

Figura 20 - Exemplos de "regiões D"



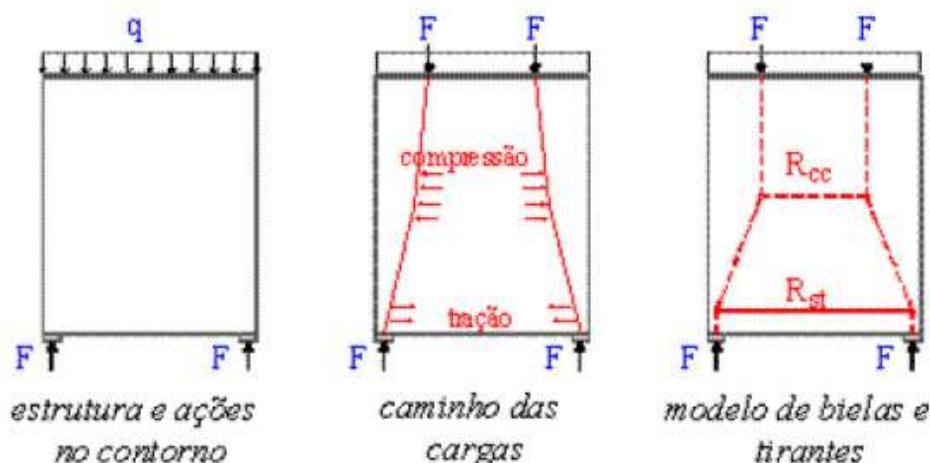
FONTE: Santos (2008)

As regiões B, de forma oposta às regiões D, seguem a hipótese de Bernoulli, ou seja, as seções permanecem planas e as deformações são lineares em todas as etapas de carregamento. Além disso, as tensões nessas regiões podem ser determinadas a partir dos métodos convencionais de cálculo, a partir dos esforços que atuam na seção. (SANTOS, 2008; SILVA, Reginaldo, 2000)

#### 4.1.2 Processo do caminho de carga

Para esboçar a treliça dentro do elemento analisado, o processo de caminho de carga se faz necessário, pois com o correto traçado dos campos de tensões, é possível criar a treliça mais eficiente e consequentemente otimizar o modelo a ser dimensionado. Isso se faz utilizando modelos numéricos, como o método dos elementos finitos, retirando informações como as tensões elásticas e suas direções principais. As bielas podem ter as direções das linhas médias dos campos de compressão e os tirantes as direções das linhas médias dos campos de tração, conforme Figura 21. (SANTOS; GIONGO, 2008)

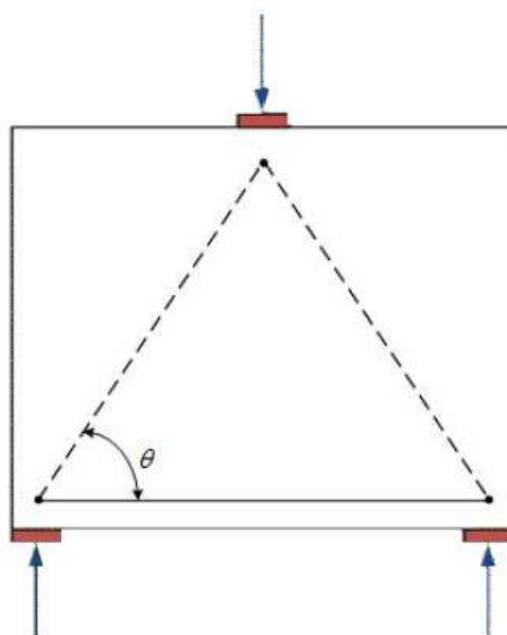
Figura 21 - Processo do caminho de carga



FONTE: Santos e Giongo (2008)

De maneira geral, o caminho de carga é o traçado que as tensões de compressão e tração “percorrem” dentro do elemento estrutural analisado. Para o caso de cargas uniformemente distribuídas no contorno do elemento, estas devem ser substituídas por cargas concentradas equivalentes, de maneira que tais ações sejam equilibradas após percorrerem determinado caminho na estrutura, que não podem se interceptar, devem estar alinhados e devem ser o mais curto possível, conforme Figura 22. (SOUZA, 2004; SILVA, Reginaldo, 2000).

Figura 22 - Processo do caminho de carga em um modelo simples de viga parede



FONTE: Pantoja (2012)

Pantoja (2012, p.39), comenta sobre a forma de proceder após definidos todos os caminhos de carga no elemento analisado:

Uma vez definidos todos os caminhos de carga entre as forças (atuantes e reações), um polígono formado por linhas deverá ser definido dentro da estrutura. Considerando-se os carregamentos essas linhas serão formadas por bielas (linhas interrompidas) e tirantes (linhas contínuas), acrescentando-se então outras linhas necessárias ao equilíbrio de cada nó existente[...]

Com relação ao tipo de traçado adotado nesses elementos, Silva, Reginaldo (2000) comenta que “Em situações em que diferentes modelos de bielas e tirantes são exequíveis, aquele que possui o caminho de carga mais curto será o mais adequado”, ou seja, é preciso que se tenha em mãos o gráfico de tensões do elemento analisado, de forma a otimizar o dimensionamento via método das bielas e tirantes.

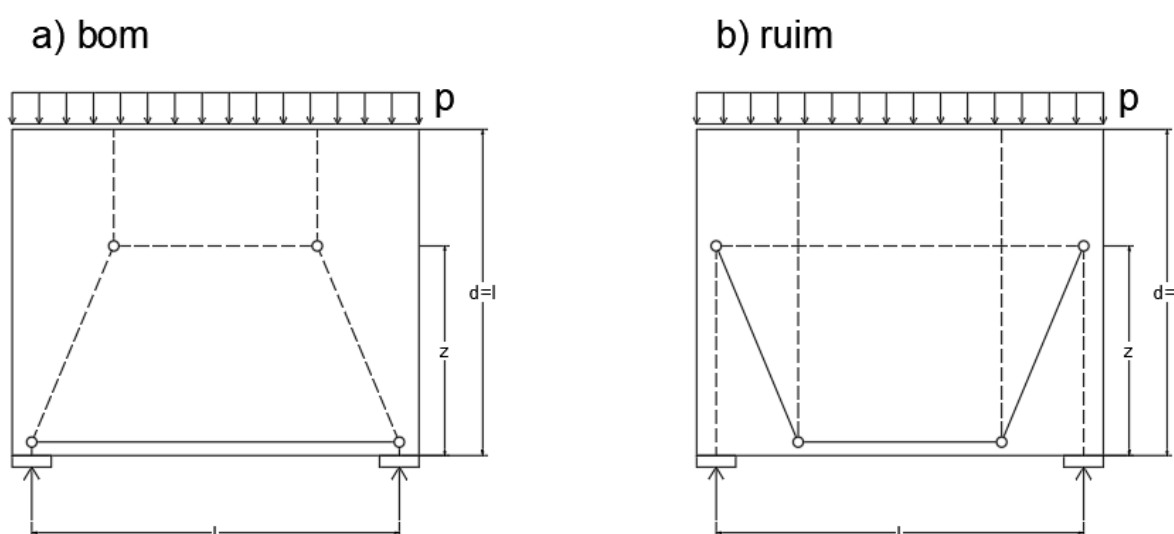
#### 4.1.3 Otimização do modelo

A otimização do modelo a ser dimensionado pelo método de bielas e tirantes é uma etapa que requer do projetista um domínio do elemento estrutural e conhecimento acerca das propriedades do material, de modo que em elementos de geometria complexa, a concepção do caminho de carga inadequado conduz a

modelos com pouca segurança, que não demonstram a forma como aquele elemento se comporta sob ação de esforços solicitantes. (PANTOJA, 2012)

Nesses casos, Schlaich e Schafer (1991) explicam que a melhor forma de conceber a treliça dentro do elemento, é optar pelo traçado de menores forças e deformações. Sabendo que os tirantes de aço são mais deformáveis que as bielas de concreto, os modelos com os tirantes mais curtos são os recomendados, conforme ilustra Figura 23.

Figura 23 – Modelo bom e ruim, respectivamente. Vale salientar o uso de tirantes curtos no modelo bom.



FONTE: Adaptado de Schlaich *et al.* (1987)

Matematicamente, esse critério pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\sum F_i l_i \epsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (41)$$

Onde:

$F_i$  = força na biela ou tirante  $i$

$l_i$  = Comprimento do membro  $i$

$\epsilon_{mi}$  = deformação específica do membro  $i$

A respeito da equação apresentada anteriormente, Schalich e Schafer (1991 apud Silva, Reginaldo, 2000) comenta que:

Esta equação é obtida do Princípio da Energia de Deformação Mínima para comportamento elástico-linear de bielas e tirantes após a fissuração. A

contribuição das bielas pode geralmente ser omitida porque as deformações das bielas são usualmente muito menores do que aquelas dos tirantes.

Silva, Reginaldo (2000), comenta que existem casos em que os esforços atuantes na estrutura podem levar a modelos complicados de conceber. É necessário que se faça a superposição de dois modelos mais simples, lembrando de satisfazer as verificações de ângulos entre bielas e tirantes.

Souza (2004) aborda sobre o uso de softwares aliado a otimização na análise de elementos estruturais utilizando o método de bielas e tirantes:

Conforme visto, um dos maiores problemas na elaboração dos modelos de escoras e tirantes está na disponibilização adequada dos elementos do método, de maneira que estes possam reproduzir com eficiência os mecanismos resistentes da estrutura.

Vários pesquisadores têm trabalhado no sentido de automatizar a localização destes elementos, baseando-se frequentemente em recursos de programação matemática, em critérios de evolução topológica e é bem provável que venha a surgir algum trabalho utilizando a fabulosa potencialidade dos algoritmos genéticos.

Como o intuito desse trabalho é apenas dimensionar os elementos pelo método de bielas e tirantes, o assunto em questão não será mostrado com mais detalhes.

#### **4.1.4 Metodologia de cálculo**

Segundo Aguiar (2018), a utilização do modelo de bielas e tirantes para análise de um elemento estrutural com zonas descontínuas (regiões D), segue o seguinte roteiro:

- Determinação das cargas atuantes no contorno do modelo, como ações aplicadas e reações de apoio por meio de uma análise elástica.
- Traças as zonas contínuas e descontínuas, seguindo sempre o traçado das tensões no modelo.
- Transformação das cargas distribuídas por forças concentradas e os momentos por binários nos nós.
- Cálculo das forças axiais de compressão nas bielas e tração nos tirantes na treliça idealizada para o modelo
- Verificação dos parâmetros de resistência das bielas e nós, bem como as áreas de aço necessária nos tirantes e definição de suas ancoragens



- Detalhamento das armaduras seguindo como base a posição dos tirantes idealizados na estrutura.

## 4.2 PARÂMETROS DE DIMENSIONAMENTO

### 4.2.1 Tirantes

Conforme explica Silva, Reginaldo (2000, p.22) “[...] as forças nos tirantes devem ser absorvidas pelas barras de armadura cujo eixo deve coincidir com o do tirante do modelo[...]”. A área de armadura necessária ( $A_s$ ) para resistir aos esforços nos tirantes é calculada de acordo com a equação:

$$A_s = \frac{\gamma_f R_{st}}{f_{yd}} \quad (42)$$

Sobre o uso de tirantes de concreto, Pantoja (2012, p. 63) comenta que são utilizados somente em casos eventuais, quando não existe possibilidade do uso de armadura na área analisada. Nesses casos, é necessário verificar a possibilidade desse tipo de tirante no mesmo modelo analisado. Como exemplo, têm-se ancoragens, trechos de barra dobrada, lajes sem estribos e bielas não armadas.

### 4.2.2 Bielas e nós

#### 4.2.2.1 Inclinação das bielas

O ângulo de inclinação das bielas de concreto varia de  $\theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max}$ , e conforme o valor desse ângulo aumenta, maior será a taxa de armadura transversal e menor a tensão na biela comprimida. Por outro lado, quanto mais a inclinação se aproxima do valor mínimo, o oposto acontece, ou seja, a taxa de armadura decresce enquanto a tensão na biela aumenta. É recomendado que os valores de inclinação estejam o mais próximo possível do mínimo, pois as tensões de compressão são verificadas diretamente a fim de garantir que as mesmas estejam dentro dos valores estabelecidos por norma. (SANTOS; GIONGO, 2010)

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) nos mostra dois modelos de cálculo para verificação das diagonais comprimidas, que variam conforme a inclinação comentada no parágrafo anterior, com a diferença de que o intervalo de inclinação das bielas varia entre os valores  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . (SANTOS; GIONGO, 2010)

#### 4.2.2.2 Bielas

Para melhor compreensão da forma como uma biela de compressão se comporta na estrutura, Schlaich e Schafer (1991 apud Silva, Reginaldo, 2000) dividem os campos de tensão de compressão em três, conforme Figura 24, que cobrem todos os campos de distribuição de tensões de compressão e tem a seguinte nomenclatura:

- Distribuição de tensões radial
- Distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento
- Distribuição de tensões paralela

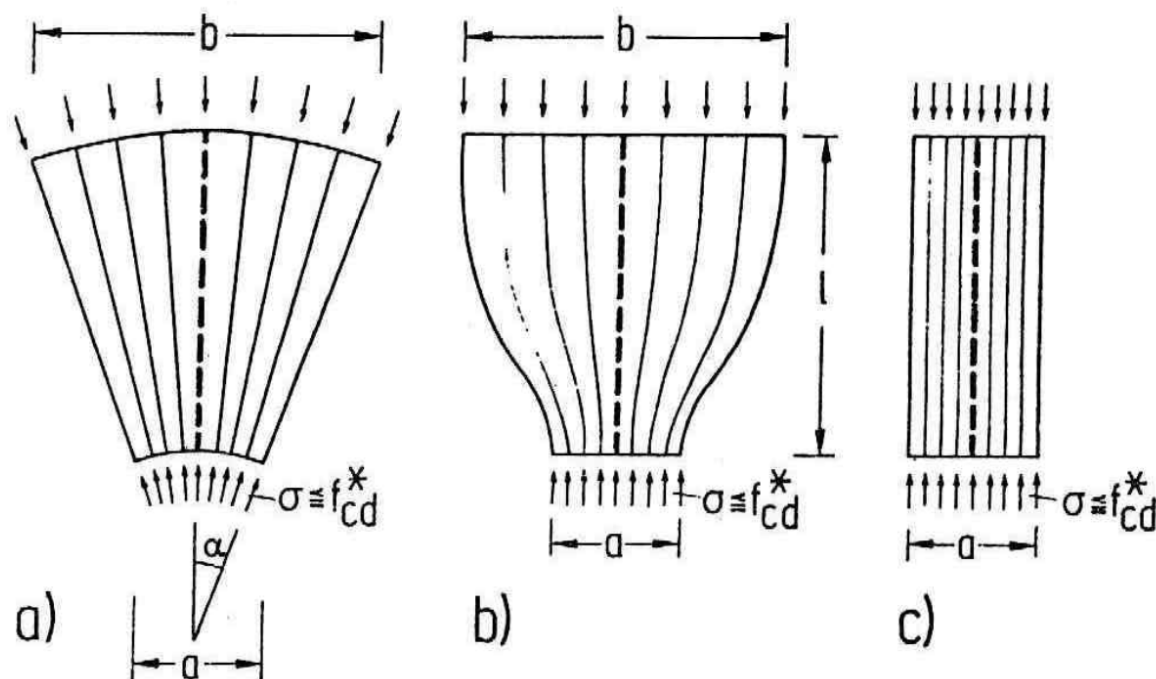
Sobre essas distribuições, Silva, Reginaldo (2000) define-as da seguinte forma:

A distribuição de tensões radial é uma idealização de um campo de tensão com curvatura desprezível. Esse tipo de distribuição de tensões pode ser encontrado em regiões D, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave. Nesse campo de tensão, não se desenvolvem tensões de tração transversais.

A distribuição de tensões paralela ocorre quando as tensões se distribuem uniformemente, sem perturbação. Esse campo de tensão é típico de uma região B e evidentemente não desenvolve tensões de tração transversais.

A distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção ocorre quando forças concentradas são introduzidas e propagadas por meio de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triangular abaixo da força e tensões de tração transversais consideráveis. Essa tração transversal combinada com a compressão longitudinal, pode provocar fissuras longitudinais e iniciar uma ruptura prematura. Como a resistência à tração do concreto é muito baixa, normalmente se reforça esse campo de tensão a direção transversal.

Figura 24 - Tipos de distribuição das tensões de compressão



FONTE: Schlaich e Schafer (1991)

#### 4.2.2.3 Nós

De acordo com Pantoja (2012, p.55), “Podemos definir um nó como um volume de concreto que envolve as intersecções das bielas comprimidas[...]”, sendo essa região solicitada por forças de ancoragem e/ou forças de compressão externa.

Os nós, no modelo de bielas e tirantes, são zonas com suas dimensões determinadas por cálculo, onde ocorre mudança brusca a direção das forças, enquanto em uma região real de uma determinada estrutura esse desvio ocorre em uma zona com comprimento e largura calculados. Sobre nós em que tirantes se ancoram, tal desvio de força é efetuado apropriadamente. (SILVA, Reginaldo, 2000)

Sobre a forma como as forças são desviadas nos nós, Schlaich e Schafer (1991) categoriza os nós em dois tipos:

- Nós contínuos: Aqueles em que a mudança de direção das forças ocorre em comprimentos apropriados. Tais nós não são considerados críticos desde que haja ancoragem adequada para a armadura.
- Nós singulares: Os nós em que há forças concentradas e o desvio da direção dos esforços em tal nó ocorre localizadamente. Podem aparecer por conta de descontinuidades geométricas também.

Silva, Reginaldo (2000) comenta que “[...] os nós devem ser dimensionados de tal modo que todas as forças sejam ancoradas e equilibradas de maneira segura.[...]”

#### 4.2.2.4 Verificação da resistência de regiões comprimidas

Conforme item 22.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014) , a verificação das bielas e regiões nodais seguem os seguintes parâmetros:

- Bielas prismáticas ou nós CCC

$$f_{cd1} = 0,85\alpha_{v2}f_{cd} \quad (43)$$

- Bielas atravessadas por mais de um tirante, ou nós CTT ou TTT

$$f_{cd2} = 0,60\alpha_{v2}f_{cd} \quad (44)$$

- Bielas atravessadas por tirante único, ou nós CCT

$$f_{cd3} = 0,72\alpha_{v2}f_{cd} \quad (45)$$

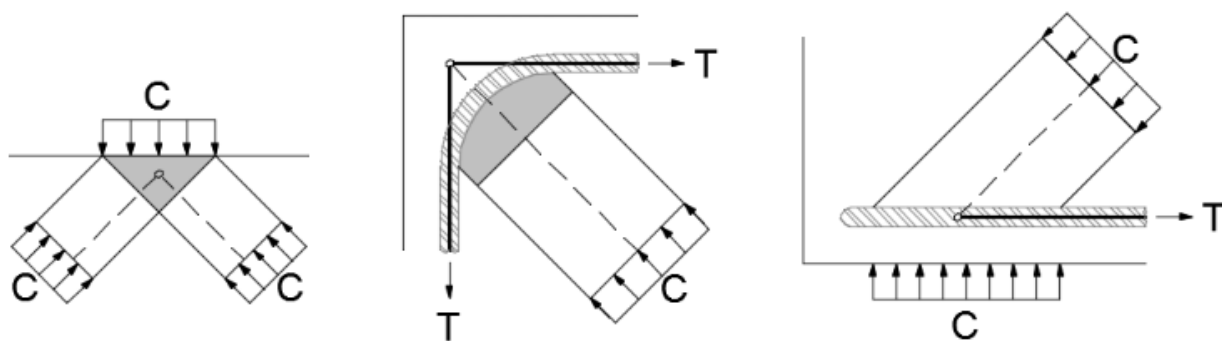
Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - \left( \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (46)$$

Sobre o parâmetro de cálculo  $f_{cd2}$ , Aguiar (2018, p.17) simplifica a verificação com a seguinte equação:

$$V_d \leq 0,6 * \alpha_{v2} * f_{cd} * \cos \theta * 0,9 * d * b_w \quad (47)$$

Figura 25 - Nós CCC, CTT e CCT



FONTE: Aguiar (2018)

#### 4.2.3 Cálculo da resistência

De acordo com o item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para verificação da resistência de uma certa diagonal comprimida, em uma dada seção estudada, existem dois parâmetros que devem ser verificados simultaneamente:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (48)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (49)$$

$V_{Sd}$ : Força cortante solicitante de cálculo, na seção analisada;

$V_{Rd2}$ : Força cortante resistente de cálculo, relacionada a ruína da diagonal comprimida de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ : Força cortante resistente de cálculo, relativa a ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é a parcela do esforço cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça e  $V_{sw}$  é a parcela resistida pela armadura transversal.

Sobre o parâmetro  $V_{Rd2}$ , a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) cita dois modelos de cálculo usados para calcular esse valor de resistência, e o que varia entre um modelo de cálculo e outro é o ângulo  $\theta$  das diagonais de compressão em relação ao eixo longitudinal do elemento analisado.

#### 4.2.3.1 Modelo de cálculo I

O primeiro modelo de cálculo admite diagonais de compressão com ângulo  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo do elemento e que a parcela  $V_c$  tenha valor constante, independentemente de  $V_{sd}$ .

- Verificação da compressão diagonal no concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d \quad (50)$$

- Cálculo da armadura transversal

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (51)$$

Onde:

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) * 0,9 * d * f_{ywd} * (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) \quad (52)$$

$V_c = 0$  Elementos tracionados com linha neutra fora da seção

$V_c = V_{c0}$  na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra na seção

$V_c = V_{c0} * \left( 1 + \frac{M_0}{M_{sd,m\acute{a}x}} \right) \leq 2 * V_{c0}$  Na flexo-compressão, onde:

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d \quad (53)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (54)$$

#### 4.2.3.2 Modelo de cálculo II

O segundo modelo de cálculo admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento analisado entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admite também que a parcela  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{sd}$ .

- Verificação da compressão diagonal do concreto

$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \text{sen}^2\theta * (\cot\alpha + \cot\theta) \quad (55)$$

$V_c = 0$  Elementos tracionados com linha neutra fora da seção;

$V_c = V_{c1}$  na flexão simples e na flexo-tração com linha neutra na seção;

$$V_c = V_{c1} * \left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,m\acute{a}x}}\right) \leq 2 * V_{c1} \text{ Na flexo-compressão, onde:}$$

$$V_{c1} = V_{c0} \text{ quando } V_{Sd} \leq V_{c0};$$

$V_{c1} = 0$  quando  $V_{Sd} = V_{Rd2}$ , interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Aguiar (2018, p.17) em sua dissertação comenta que o parâmetro  $f_{cd2}$  usa uma expressão similar à da equação da resistência da diagonal do concreto  $V_{Rd2}$ , e desse modo, pode-se substituir, para o dimensionamento de vigas simples, a verificação do parâmetro  $f_{cd2}$  pela do  $V_{Rd2}$ .

Ainda sobre verificações utilizando o esforço cortante, Aguiar (2018, p.17) comenta sobre a simplificação que ocorre na verificação da armadura transversal pelo método de bielas e tirantes, explanando que o método “não considera a parcela  $V_c$  de força cortante resistida pelo concreto, logo seu dimensionamento das armaduras transversais se torna mais conservador do que o definido na NBR 6118 (2014)”, mostrando a fórmula abaixo para dimensionar armadura transversal:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}}{z * \cot \theta * f_{yd}} \quad (56)$$

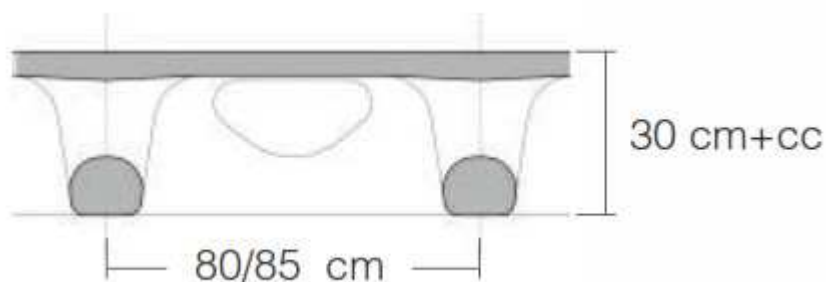
## 5 EXEMPLO NUMÉRICO

### 5.1 ESQUEMA ESTRUTURAL

As lajes nervuradas bidirecionais analisadas no exemplo numérico, para os dois modelos de cálculo, serão as mesmas, com alteração somente da laje analisada pelo modelo de bielas e tirantes, que terá uma abertura em sua nervura, de dimensões adotadas conforme catálogo da empresa Hodeck.

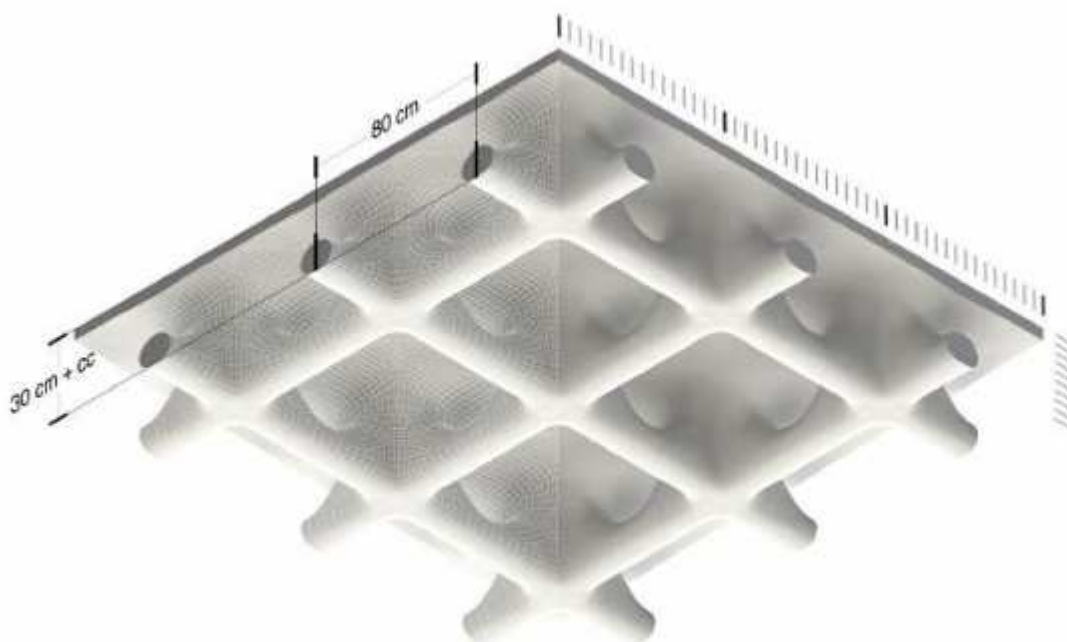
Os parâmetros das duas lajes calculadas terão como base o da laje tipo Ho30+cc, do catálogo da empresa citada anteriormente, conforme apresentados na Figura 26 e Figura 27, respectivamente.

Figura 26 - Parâmetros da laje tipo Ho30+cc



FONTE: Catálogo Holedeck (2018)

Figura 27 - Vista 3D da laje modelo do exemplo numérico.



FONTE: Catálogo Holedeck (2018)

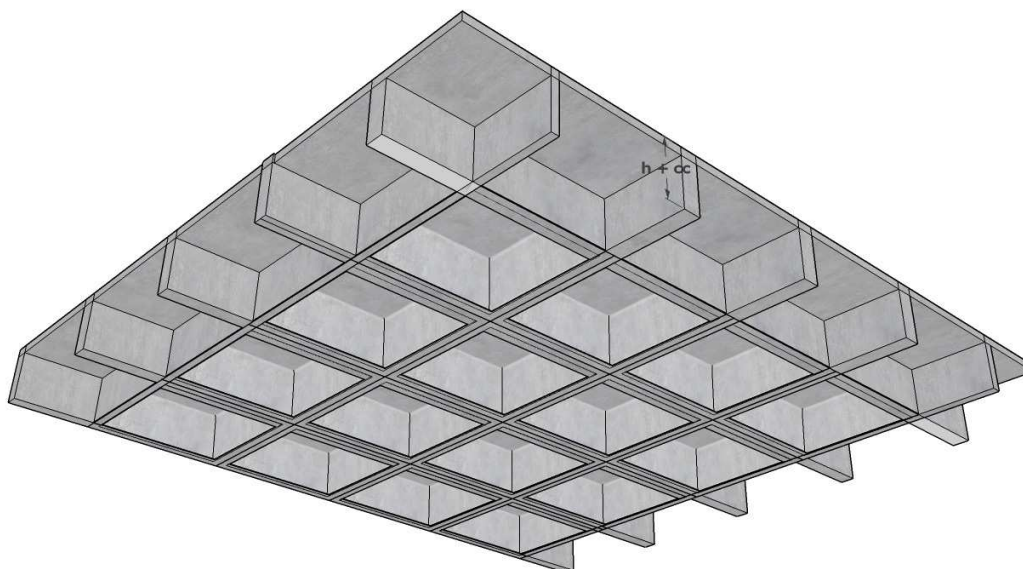
Para tanto, conforme indica na imagem, é preciso considerar a altura da capa de concreto, indicado na figura como cc. De acordo com esse parâmetro, e com o tipo de laje escolhida, é possível consultar outras propriedades da seção, que já estão listadas em uma tabela dentro do catálogo citado anteriormente. Desse modo, a altura da capa de concreto adotada para o cálculo das lajes desse trabalho será de 5 cm (50 mm), com os parâmetros mostrados conforme tabela 1 do anexo.

Dessa maneira, a laje nervurada que será analisada pelo modelo de analogia de grelhas terá os mesmos parâmetros que a laje apresentada



anteriormente, com a diferença de que não consta aberturas em suas nervuras. É possível analisar a laje nervurada bidirecional modelada e mostrada na Figura 28.

Figura 28 - Laje nervurada do exemplo numérico



FONTE: O Autor (2018)

É necessário salientar a desconsideração das vigas de apoio na modelagem das lajes analisadas por grelha equivalente e bielas e tirantes, de modo que esse elemento estrutural foi substituído por apoios indeslocáveis no software SAP2000, como será visto adiante.

## 5.2 PARÂMETROS DE CÁLCULO

Todas as etapas detalhadas de cálculo desse exemplo numérico, constam no anexo deste trabalho. Para dimensionamento das lajes desse tópico, serão considerados os seguintes parâmetros:

- Resistência do concreto ( $f_{cd}$ ):  $\frac{25}{1,4} = 17,85 \text{ Mpa}$
- Tensão de escoamento do aço ( $f_{sd}$ ):  $\frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$
- Aço utilizado: CA-50
- Área da seção transversal, entre eixos de nervuras:  $987,45 \text{ cm}^2$
- Vãos de cálculo:  $l_x = 6,25 \text{ m}$ ;  $l_y = 7,85 \text{ m}$
- Distância livre entre as nervuras ( $l_{0x}, l_{0y}$ ):  $65 \text{ cm}$
- Distância entre eixos das nervuras ( $S_x, S_y$ ):  $80 \text{ cm}$

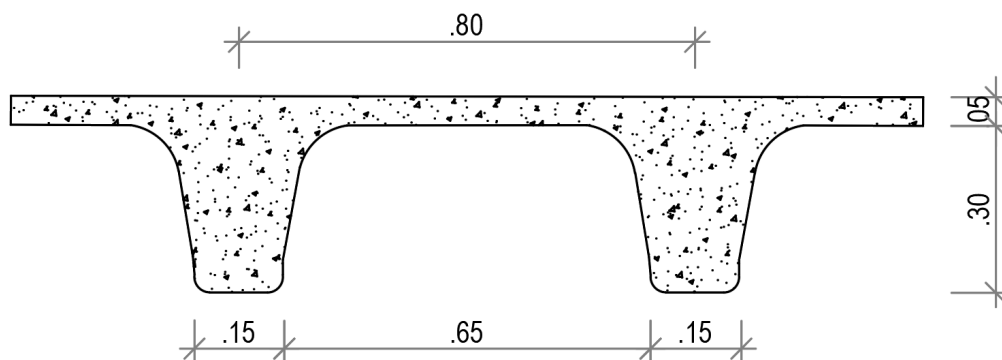
- A laje é um piso residencial
- Considerar carga adicional de paredes divisórias igual a  $1,0 \text{ kN/m}^2$

### 5.3 DIMENSIONAMENTO – PLACAS POR TABELA

#### 5.3.1 Discretização do modelo

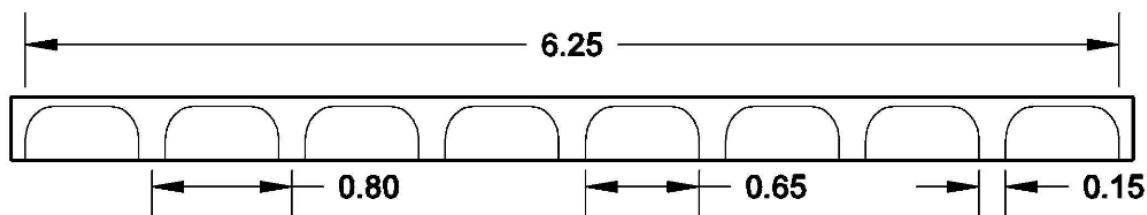
Para calcular a laje nervurada sem aberturas nas nervuras será utilizado o método apresentado no tópico 3.7, e parâmetros de medidas conforme figuras a seguir.

Figura 29 - Detalhe das nervuras



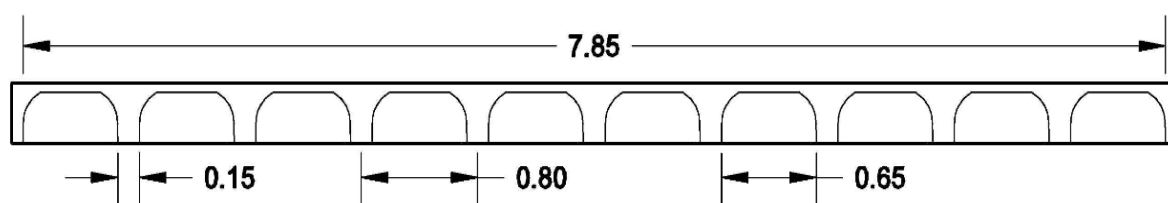
FONTE: O Autor (2018)

Figura 30 - Corte da laje nervurada na direção "x"



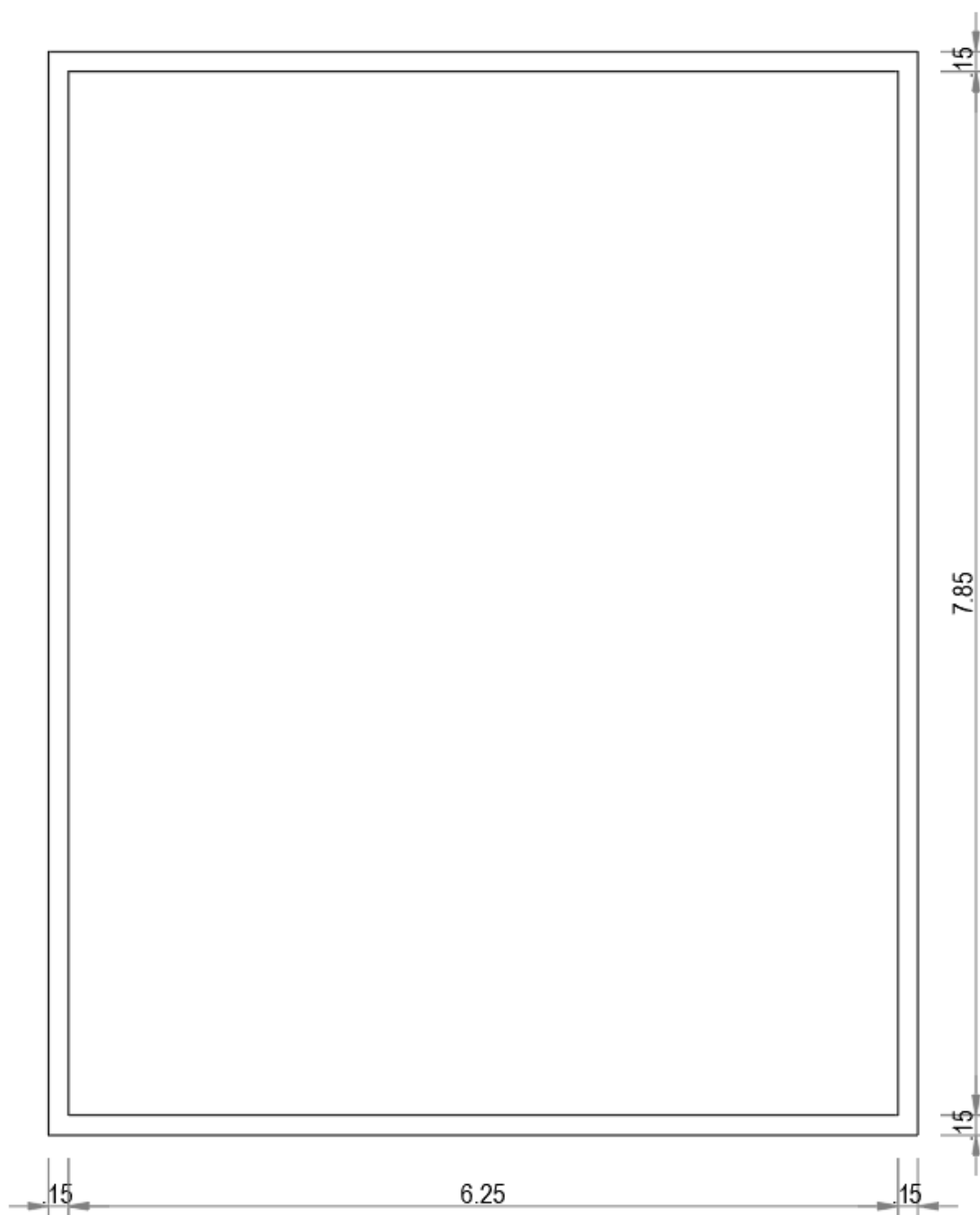
FONTE: O Autor (2018)

Figura 31 - Corte da laje nervurada na direção "y"



FONTE: O Autor (2018)

Figura 32 - Dimensões da laje nervurada



FONTE: O Autor (2018)

### 5.3.2 Cargas

Para cálculo do peso próprio da laje, deve-se considerar às distâncias entre os eixos das nervuras, para calcular a área delimitada por esses eixos, ou seja:

$$A_{conc} = 0,80 * 0,80 = 0,64 \, m^2$$

A partir desse valor, estima-se o volume de concreto ( $V_{conc}$ ) por metro quadrado de laje, a partir da modelagem da laje nervurada deste exemplo numérico no software AutoCAD. O volume do elemento estrutural analisado é apresentado a seguir:

$$V_{conc} = 0,1963 \text{ m}^3/\text{m}^2$$

O peso desse elemento é obtido multiplicando o peso específico do concreto ( $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$ ) pelo volume da região compreendida entre os eixos das nervuras. A partir desse valor, o peso próprio dessa região é calculado dividindo-se tal valor pela área da mesma região:

$$\text{- Peso total: } 25 * 0,1963 = 4,90 \text{ kN}$$

$$\text{- Peso próprio: } \frac{4,90}{0,64} = 7,65 \text{ kN/m}^2$$

- Carga permanente ( $g$ )

$$\text{- Peso próprio: } 7,65 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{- Paredes: } 1,00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{- Revestimento: } 1,00 \text{ kN/m}^2$$

$$g = 7,65 + 1,00 + 1,00 = 9,65 \text{ kN/m}^2$$

- Carga Acidental ( $q$ )

De acordo com a tabela 2 da NBR 6120:1980, a carga para pisos residenciais é:

$$q = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

- Carga total ( $p$ )

$$p = g + q = 9,65 + 2 = 11,65 \text{ kN/m}^2$$

- Carga em situação quase permanente

$$p_0 = 10,25 \text{ kN/m}^2$$

### 5.3.3 Cálculo da rigidez à flexão

Para calcular o valor da rigidez à flexão da laje nervurada, de acordo com o roteiro, calcula-se inicialmente a altura da laje maciça equivalente, a partir de parâmetros da própria laje nervurada, dessa forma:

$$\xi = 0,66; \alpha_i = 0,869$$

$$h_e = 20,998 \text{ cm} \cong 21 \text{ cm}$$

$$E_{ci} = \alpha * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 2,8 * 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$E_{cs} = 2,415 * 10^3 \text{ kN/cm}^2$$

$$D_e = 1,941 * 10^4 \text{ kNm}$$

Com esses valores em mãos, podemos observar que a laje nervurada dimensionada tem rigidez à flexão equivalente a uma laje maciça de 21 cm de espessura. Para efeitos didáticos, com a totalidade dos carregamentos de serviço em mãos, podemos calcular a espessura da laje maciça com peso próprio igual ao da laje nervurada dimensionada nesse exemplo, a partir do peso específico do concreto armado, da seguinte forma:

$$\text{peso próprio} = \gamma_{conc} * h_{espessura}$$

$$7,65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} * h$$

$$h = 0,307 \text{ m}$$

Ou seja, a laje nervurada do modelo tem o mesmo peso próprio, considerando todas as cargas, de uma laje maciça de 30,70 cm de espessura.

### 5.3.4 Flecha

Para cálculo das flechas, será levado em conta o parâmetro  $\lambda$ , que relaciona as distâncias dos vãos da laje nervurada  $l_x$  e  $l_y$ , conforme explicitado abaixo:

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} = \frac{6,25}{7,85} = 0,796 = 0,8$$

De acordo com esse valor, consulta-se a tabela 2 do anexo, e, para obter o valor da flecha inicial, o valor de  $w_c$  é retirado da tabela. Além disso, conforme explana o tópico 3.7.1.2.1, um dos parâmetros de cálculo da flecha inicial é o valor da combinação quase permanente do carregamento  $p_0$ , que toma como base o valor  $\psi_2 = 0,3$  em sua equação, valor este adotado com base na explicação que consta no tópico anterior. O cálculo da flecha inicial fica da seguinte forma:

$$w_c = 6,03; \psi_2 = 0,3$$

$$W_0 = 0,005 \text{ m}$$

Calculado o valor de flecha inicial, é feita a comparação com a flecha admissível que consta na tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), esta constando no tópico 3.7.1.2.3 deste trabalho. A verificação fica da forma a seguir:

$$W = \frac{l}{250} = \frac{7,85}{250} = 0,025 \text{ m}$$

$$W_0 < W$$

$$0,005 < 0,025$$

A verificação das flechas mostra que as dimensões adotadas são adequadas para prosseguir com o cálculo.

### 5.3.5 Momentos nas nervuras

Os valores de momento nas nervuras são calculados a partir do valor de  $\lambda$ , assim como o valor de flecha inicial, mostrado no tópico anterior, mas levam em conta diferentes parâmetros, nesse caso, os valores de  $m_x$  e  $m_y$  são utilizados para calcular os momentos atuantes nas seções em suas respectivas direções, e tais valores constam na tabela 2 do anexo. Ademais, o valor do carregamento em sua totalidade é utilizado na fórmula, de acordo com o cálculo abaixo:

$$l_x = 6,85\text{m}; l_y = 7,25\text{m}; m_x = 62,7; m_y = 44,6$$

- Momento na direção “x”

$$M_x = 28,533 \text{ kNm}$$

- Momento na direção “y”

$$M_y = 32,018 \text{ kNm}$$

Para o dimensionamento em questão, o momento analisado deve ser o momento por nervura, multiplicando cada valor de momento pela distância entre eixos das nervuras na respectiva direção do momento, dessa forma:

- Momento por nervura na direção “x”

$$M_{xd} = 1,4 * (0,80 * M_{xd}) = 31,957 \text{ kNm}$$

- Momento por nervura na direção “y”

$$M_{yd} = 1,4 * (0,80 * M_{yd}) = 35,861 \text{ kNm}$$

### 5.3.6 Armadura da nervura

As nervuras, em ambas as direções, com os valores de momentos calculados, podem ser dimensionadas como vigas de seções “T”, conforme indica o tópico 3.7.2.2. Dessa forma, o dimensionamento da seção “T” se inicia com a altura da linha neutra, parâmetro este que indicará se o cálculo da viga será feito considerado a seção como “T” verdadeira ou falsa, da seguinte forma:

- Dimensionamento da viga na direção “x”:

$$x = 0,101 \text{ cm}$$

Como  $x < h_f$ , a seção é considerada como “T” falsa, e a área de aço é dada a partir da seguinte fórmula:

$$A_s = 2,264 \text{ cm}^2$$

Compara-se a área de armadura encontrada com a armadura mínima para a seção analisada:

$$A_{s,min} = 0,0015 * A_{conc} = 1,481 \text{ cm}^2$$

Dessa forma, a área de aço adotada será a calculada. O diâmetro do aço utilizado é de 10 mm, que têm área de seção transversal igual a  $0,8 \text{ cm}^2$ . Dessa forma, a viga na direção “x” será armada com  $3 \varnothing 10 \text{ mm} \rightarrow 2,4 \text{ cm}^2$ .

- Dimensionamento da viga na direção “y”:

$$x = 0,114 \text{ cm}$$

Como  $x < h_f$ , a seção é considerada como “T” falsa, e a área de aço é dada a partir da seguinte fórmula:

$$A_s = 2,541 \text{ cm}^2$$

Compara-se a área de armadura encontrada com a armadura mínima para a seção analisada:

$$A_{s,min} = 0,0015 * A_{conc} = 1,481 \text{ cm}^2$$

A viga na direção “y” será armada com  $2 \varnothing 12,5 \text{ mm} \rightarrow 2,4 \text{ cm}^2$ .

### 5.3.7 Verificação ao cisalhamento

A verificação do elemento estrutural ao cisalhamento levou em consideração os seguintes parâmetros consultados com auxílio da tabela do anexo:

$$\lambda = 0,796; r_x = 261; r_y = 291$$

Com esses valores, é possível calcular as reações em suas respectivas direções:

- Reação na direção “x”

$$R_x = 19,004 \frac{kN}{m}$$

- Reação na direção “y”

$$R_y = 21,188 \frac{kN}{m}$$



O cálculo de projeto dessas reações é efetuado multiplicando os valores pelas distâncias entre eixos das nervuras em suas respectivas direções e pelo coeficiente de majoração  $\gamma_c = 1,4$ :

- Reação por nervura na direção “x”

$$R_{xd} = 1,4 * (R_x * 0,8) = 19,458 \text{ kN}$$

- Reação por nervura na direção “y”

$$R_{yd} = 1,4 * (R_y * 0,8) = 23,731 \text{ kN}$$

Com os valores de projeto, é possível calcular a tensão de cisalhamento convencional de projeto, de modo que a partir dessa etapa a verificação ao cisalhamento será dividida para as direções “x” e “y”, da seguinte forma:

#### 5.3.7.1 Cisalhamento na direção “x”

$$\tau_{wd} = 0,437 \text{ MPa}$$

O valor da taxa de aço é dado a partir do valor da área de aço necessária para armar as nervuras na direção analisada:

$$\rho_1 = 0,005$$

O valor do cisalhamento resistente de projeto é calculado a partir da seguinte equação:

$$\tau_{Rd} = 0,321 \text{ MPa}$$

Por fim, o valor de tensão limite, que é o utilizado para verificar a peça ao cisalhamento, tem o processo de cálculo descrito a seguir:

$$k = 1,275$$

$$\tau_{wu1} = 0,574 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wu1} \rightarrow 0,437 < 0,574$$

Checada a verificação acima, conclui-se que a laje nervurada dimensionada nesse exemplo numérico, para a direção “x”, não necessita de estribos para resistir aos esforços de cisalhamento.

#### 5.3.7.2 Cisalhamento na direção “y”

$$\tau_{wd} = 0,487 \text{ MPa}$$

O valor da taxa de aço é dado a partir do valor da área de aço necessária para armar as nervuras na direção analisada:

$$\rho_1 = 0,005$$

O valor do cisalhamento resistente de projeto é calculado a partir da seguinte equação:

$$\tau_{Rd} = 0,321 \text{ MPa}$$

Por fim, o valor de tensão limite, que é o utilizado para verificar a peça ao cisalhamento, tem o processo de cálculo descrito a seguir:

$$k = 1,275$$

$$\tau_{wu1} = 0,574 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wu1} \rightarrow 0,487 < 0,574$$

Checada a verificação acima, conclui-se que a laje nervurada dimensionada nesse exemplo numérico, para a direção “x”, não necessita de estribos para resistir aos esforços de cisalhamento.

#### 5.3.8 Dimensionamento da armadura da mesa

Como a distância entre as nervuras é maior que 65 cm, de acordo com o item 13.2.4.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), é necessária a verificação da flexão na mesa simplesmente apoiada nas nervuras que compõem a laje, e se dá de forma análoga a verificação de uma placa de 0,8 m x 0,8 m, ou seja, a região compreendida entre os eixos das nervuras da laje analisada. Desse modo, o processo de cálculo é descrito a seguir:

$$\lambda = \frac{0,8}{0,8} = 1; m_x = 44,2; m_y = 44,2$$

- Momento na região analisada

$$M_x = M_y = M = 0,301 \text{ kNm}$$

- Cálculo da altura da linha neutra

$$x = 0,061 \text{ cm}$$

- Cálculo de armadura

$$A_s = 0,135 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,min} = 0,0015 * b * h_f = 0,6 \text{ cm}^2$$

Desse modo, conclui-se que a mesa da laje nervurada analisada será armada, nas duas direções, com 2 Ø6,3 mm (0,630 cm<sup>2</sup>).

### 5.3.9 Disposição das nervuras

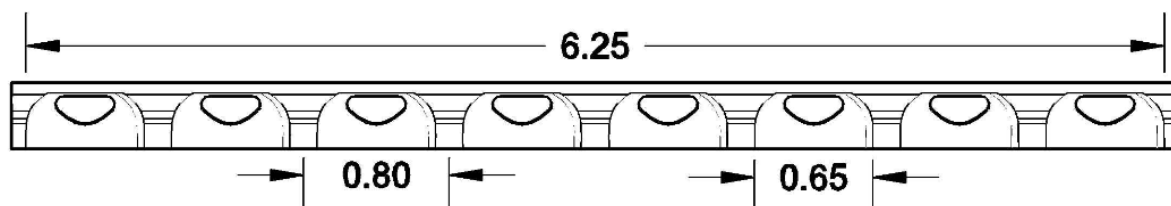
Propositalmente, as nervuras foram dispostas de modo que os eixos das nervuras dos extremos coincidem com o eixo das vigas de apoio. Portanto, tal verificação não será comentada nesse trabalho.

## 5.4 DIMENSIONAMENTO – BIELAS E TIRANTES

### 5.4.1 Discretização do modelo

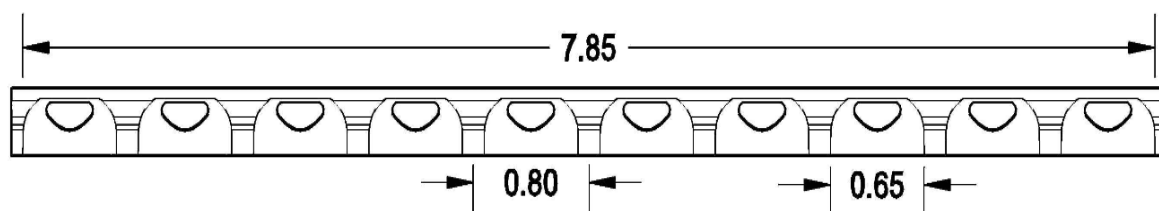
Assim como na laje nervurada dimensionada no tópico 5.2, o modelo analisado pelo método de bielas e tirantes tem os mesmos parâmetros de vãos, largura da nervura e espessura da capa, com a diferença de uma abertura nas nervuras dessa laje, como ilustra as figuras abaixo.

Figura 33 - Corte na direção "x" da laje analisada



FONTE: O Autor (2018)

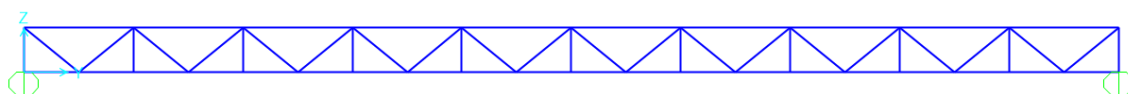
Figura 34 - Corte na direção "y" da laje analisada



FONTE: O Autor (2018)

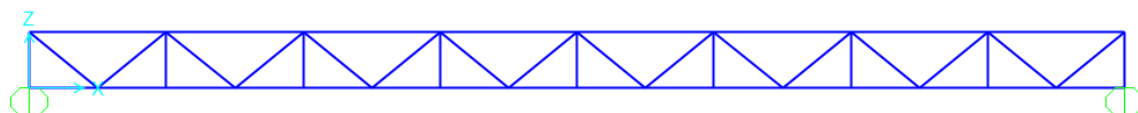
As dimensões da região compreendidas na proximidade de cada nervura podem ser verificadas na tabela do anexo. Para determinar as cargas nas barras da treliça que compõem o modelo analisado neste tópico, foi utilizado o software SAP2000, de modo que a treliça foi esboçada conforme o traçado das tensões do modelo, como indica a figura abaixo.

Figura 35 - Corte na direção "y" da laje nervurada com aberturas



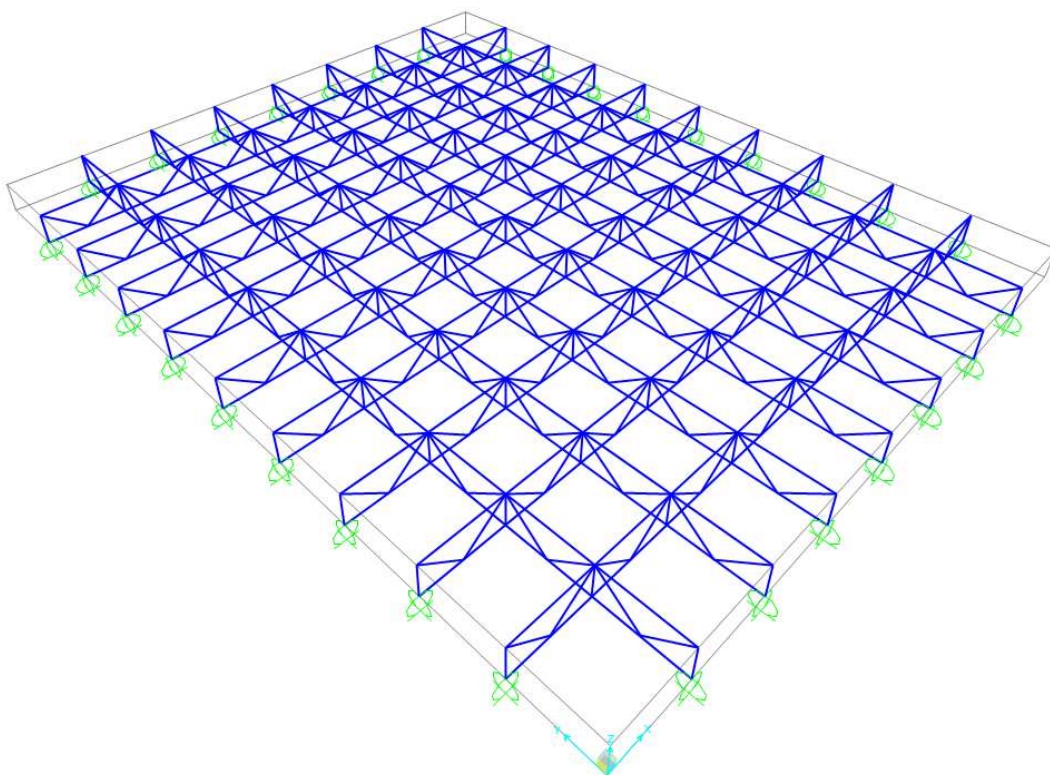
FONTE: O Autor (2018)

Figura 36 - Corte na direção "x" da laje nervurada com aberturas



FONTE: O Autor (2018)

Figura 37 - Trelça esboçada pelo modelo de bielas e tirantes para representar a laje nervurada do exemplo, modelada no software SAP2000



FONTE: O Autor (2018)

#### 5.4.2 Cargas

A abertura na nervura dessa laje ocasiona uma redução no peso próprio do elemento estrutural em questão. De modo a obter o valor mais aproximado desse parâmetro, modelou-se um metro quadrado dessa laje no software AutoCAD, e o volume de concreto por metro quadrado ( $V_{conc}$ ) da laje nervurada analisada é mostrado abaixo:

$$V_{conc} = 0,1669 \text{ m}^3/\text{m}^2$$

A partir desse valor, o peso total da laje é determinado multiplicado o volume do modelo pelo peso específico do concreto ( $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ ), desse modo:

$$Peso \text{ Total} = 25 * 0,1669 = 4,17 \text{ kN}$$

O peso próprio dessa laje, por nervura, é calculado dividindo o peso total encontrado anteriormente pela área delimitada pelo eixo das nervuras, ficando da seguinte forma:

$$Peso\ Próprio = \frac{4,17}{0,64} = 6,51 \frac{kN}{m^2}$$

- Carga permanente ( $g$ )
  - Peso próprio:  $6,51 \text{ kN/m}^2$
  - Paredes:  $1,00 \text{ kN/m}^2$
  - Revestimento:  $1,00 \text{ kN/m}^2$

$$g = 6,51 + 1,00 + 1,00 = 8,51 \text{ kN/m}^2$$

- Carga Acidental ( $q$ )

De acordo com a tabela 2 da NBR 6120:1980, a carga para pisos residenciais é:

$$q = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

- Carga total ( $p$ )

$$p = g + q = 8,51 + 2,00 = 10,51 \text{ kN/m}^2$$

As cargas nos nós da treliça modelada são determinadas tomando como base a área de influência de cada nó e efetuando-se o produto dessa área com a intensidade da carga distribuída no painel delimitado pelo eixo das nervuras, dessa forma:

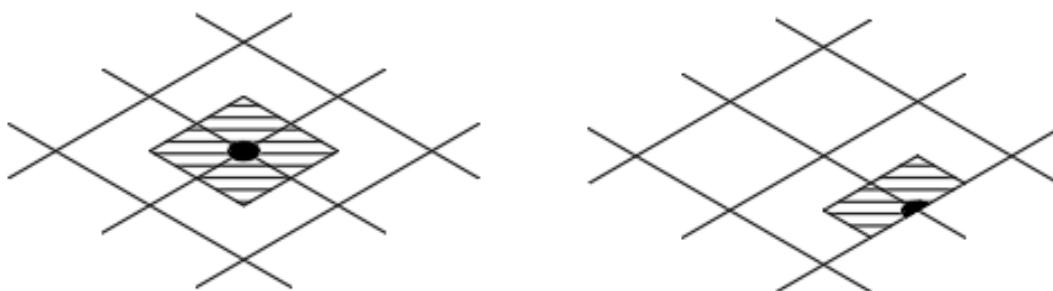
- Carga nos nós centrais ( $V_1$ )

$$V_1 = 10,51 * 0,64 = 6,72 \text{ kN}$$

- Cargas nos nós laterais ( $V_2$ )

$$V_2 = 10,51 * 0,32 = 3,36 \text{ kN}$$

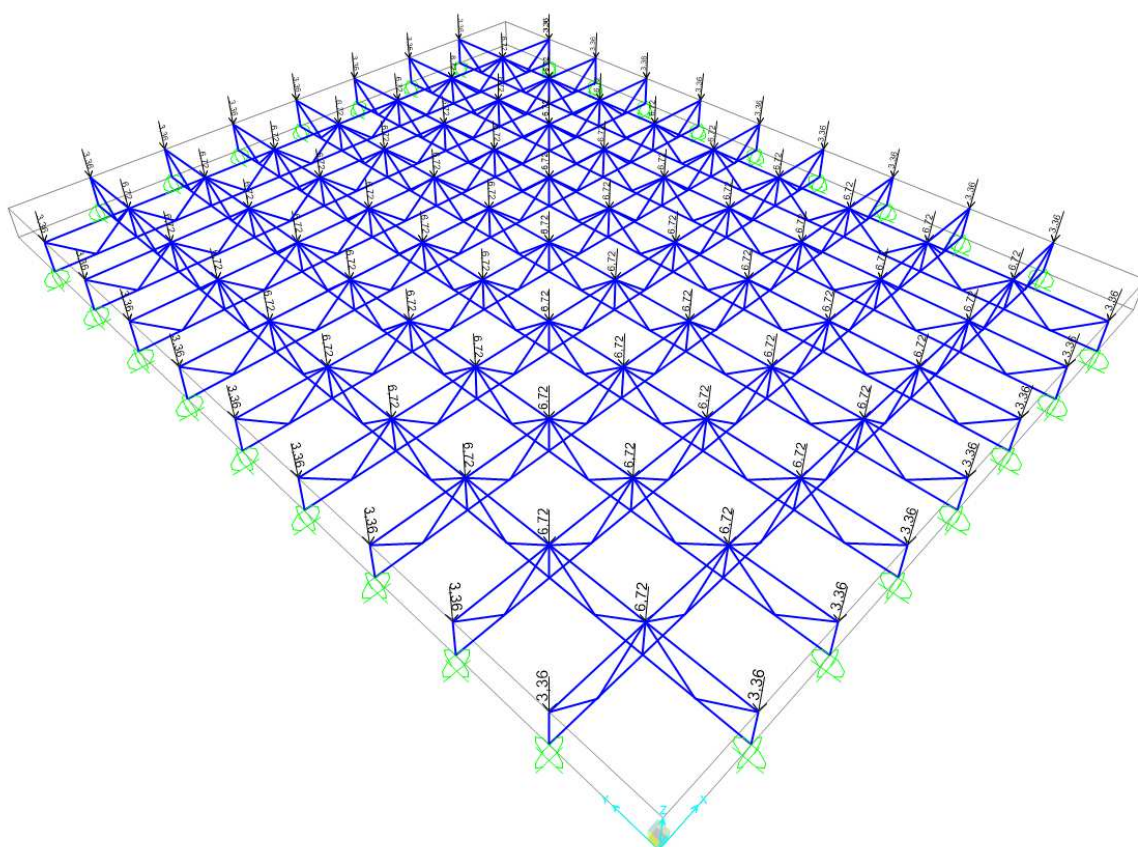
Figura 38 - Áreas de influência dos nós da treliça do exemplo numérico



FONTE: O Autor (2018)

Dessa forma, as cargas ficam distribuídas nos nós da barra conforme imagem a seguir.

Figura 39 - Cargas aplicadas nos nós da treliça modelada



FONTE: O Autor (2018)

As verificações feitas para as bielas e tirantes tomará como base todo o vão mais solicitado da treliça que representa a laje, de modo que os valores de seção

de aço para os tirantes e a verificação de resistência das bielas será reproduzida para os todos os trechos da laje nervurada, na direção analisada. Como a treliça é simétrica, os valores de tensões axiais são iguais, sendo os valores negativos referentes a compressão e os positivos a tração.

#### 5.4.3 Dimensionamento

Para calcular a resistência das regiões comprimidas, alguns parâmetros precisam ser determinados, como  $\alpha_{v2}$ ,  $f_{cd1}$ ,  $f_{cd2}$  e  $f_{cd3}$ , a partir das equações a seguir:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9$$

$$f_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 13,661 MPa \text{ ou } 136610 \text{ kN/m}^2$$

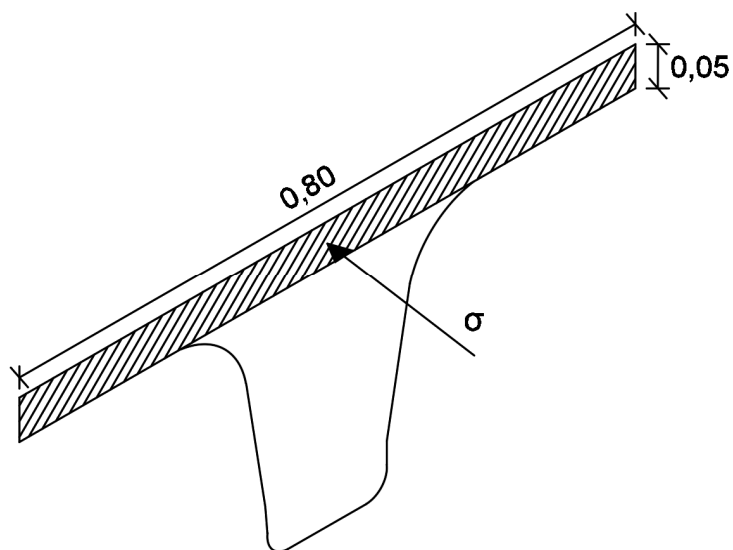
$$f_{cd2} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 9,643 MPa \text{ ou } 96430 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{cd3} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 11,571 MPa \text{ ou } 115710 \text{ kN/m}^2$$

Por questões didáticas, para verificação da resistência do banzo comprimido será considerada a área retangular delimitada pela mesa compreendida pela distância entre dois eixos de nervuras, e a carga axial posicionada no centro de gravidade da figura hachurada, conforme esboçado na figura abaixo.



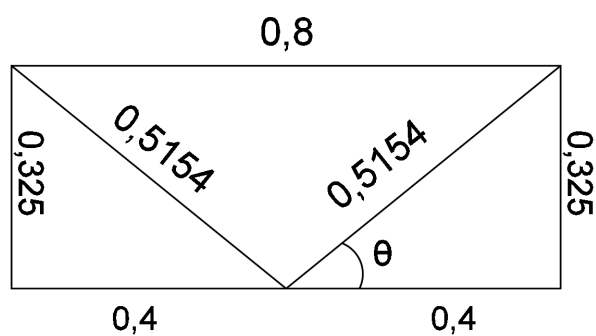
Figura 40 - Área de atuação de carga axial de compressão no banzo superior



FONTE: O Autor (2018)

Sobre o ângulo de inclinação das bielas, o cálculo procede considerando as dimensões a seguir:

Figura 41 - Distância para cálculo do ângulo de inclinação da biela

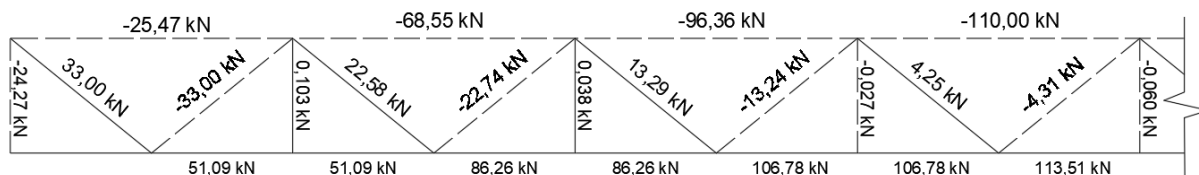


FONTE: O Autor (2018)

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{0,325}{0,4} \right) = 39,09^\circ$$

### 5.4.3.1 Direção “x”

Figura 42 - Treliça com cargas axiais (direção “x”).



FONTE: O Autor (2018)

A verificação dos tirantes será dividida em duas etapas, que consiste na verificação do trecho do banzo inferior onde ocorre a maior carga axial de tração, e a diagonal mais tracionada. Dessa forma, o cálculo da área de aço necessária nessas regiões fica da seguinte forma:

- Trecho do banzo mais tracionado

Analisando a figura acima, temos que o trecho do banzo mais tracionado é o que está sofrendo uma carga axial de  $V_k = 113,51 \text{ kN}$ . Logo, a área de aço é calculada conforme mostrado abaixo:

$$A_s = 3,655 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \text{ } \varnothing 12,5 \text{ mm } (3,75 \text{ cm}^2)$$

- Diagonal mais tracionada

De acordo com a mesma imagem, é possível avaliar que a carga axial na diagonal mais tracionada vale  $V_k = 33,00 \text{ kN}$ . Dessa forma, a área de aço dessa região é a seguinte:

$$A_s = \frac{1,4 * V_k}{\frac{f_{yk}}{1,15}} = 1,063 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \text{ } \varnothing 8 \text{ mm } (1,5 \text{ cm}^2)$$

- Biela no banzo comprimido

A maior carga axial de compressão no banzo comprimido vale  $V_k = 110,00 \text{ kN}$ , e a verificação procede da seguinte forma:

$$\sigma_c = \frac{1,4 * V_k}{\cos 39,09^\circ * b_f * h_f} = 4,523 \text{ MPa} \leq f_{cd1} = 13,661 \text{ MPa}$$

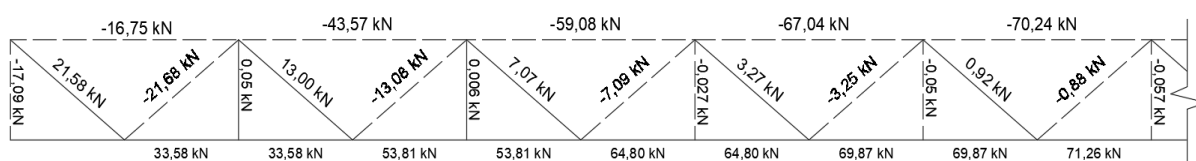
- Diagonal mais comprimida

A maior carga axial de compressão nas diagonais da treliça vale  $V_k = 33,00 \text{ kN}$ . Dessa forma:

$$\sigma_c = \frac{1,4 * V_k}{\cos 39,09^\circ * 0,9 * d * b_w} = 1,357 \text{ MPa} \leq f_{cd2} = 9,643 \text{ MPa}$$

#### 5.4.3.2 Direção “y”

Figura 43 - Treliça com cargas axiais (direção “y”)



FONTE: O Autor (2018)

Assim como na direção “x”, a treliça será analisada conforme os trechos mais solicitados.

- Trecho do banzo mais tracionado

Analisando a figura acima, temos que o trecho do banzo mais tracionado é o que está sofrendo uma carga axial de  $V_k = 71,26 \text{ kN}$ . Logo, a área de aço é calculada conforme mostrado abaixo:

$$A_s = \frac{1,4 * V_k}{\frac{f_{yk}}{1,15}} = 2,295 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \text{ } \varnothing 12,5 \text{ mm } (2,50 \text{ cm}^2)$$

- Diagonal mais tracionada

De acordo com a mesma imagem, é possível avaliar que a carga axial na diagonal mais tracionada vale  $V_k = 21,68 \text{ kN}$ . Dessa forma, a área de aço dessa região é a seguinte:

$$A_s = \frac{1,4 * V_k}{\frac{f_{yk}}{1,15}} = 0,698 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \text{ } \varnothing 6,3 \text{ mm } (0,945 \text{ cm}^2)$$

- Biela no banzo comprimido

A maior carga axial de compressão no banzo comprimido vale  $V_k = 70,24 \text{ kN}$ , e a verificação procede da seguinte forma:

$$\sigma_c = \frac{1,4 * V_k}{\cos 39,09^\circ * b_f * h_f} = 2,888 \text{ MPa} \leq f_{cd1} = 13,661 \text{ MPa}$$

- Diagonal mais comprimida

A maior carga axial de compressão nas diagonais da treliça vale  $V_k = 21,68 \text{ kN}$ . Dessa forma:

$$\sigma_c = \frac{1,4 * V_k}{\cos 39,09^\circ * 0,9 * d * b_w} = 0,891 \text{ MPa} \leq f_{cd2} = 9,643 \text{ MPa}$$

#### 5.4.4 Armadura da mesa

Bem como nos outros dimensionamentos, a armadura da mesa toma como base a área de  $0,80 \times 0,80 \text{ m}$  compreendida pelo eixo das nervuras. Como o cálculo é igual, a mesa será armada com  $2 \text{ } \varnothing 6,3 \text{ mm}$  ( $0,615 \text{ cm}^2$ ) em cada direção da laje analisada.

### 5.5 RESULTADOS

Os valores comparados nessa análise serão os de consumo de concreto e aço dos modelos dimensionados no exemplo numérico. O cálculo do primeiro parâmetro se dá a partir do produto dos valores de volume de concreto por metro quadrado de laje com a área total do pano de laje do exemplo numérico ( $A_{total} = 49,06 \text{ m}^2$ ).

Tabela 5 - Valores de consumo de concreto para lajes analisadas no exemplo numérico

	Volume por metro quadrado ( $m^3/m^2$ )	Consumo de concreto ( $m^3$ )
Laje nervurada sem aberturas	0,1963	9,63
Laje nervurada com abertura	0,1669	8,18

FONTE: O Autor (2018)

O consumo de aço dessa comparação vai levar em conta somente a área que foi analisada pelo método de bielas e tirantes, ou seja, a alma das vigas que compõem a laje nervurada, de modo que a armadura da mesa, de ancoragem e ferragens construtivas não serão levadas em conta na análise, sendo as duas primeiras iguais nos dois modelos e a terceira utilizada para combater fissuras, e etc.

O cálculo da armadura transversal no modelo de bielas e tirantes não foi considerado na comparação de parâmetros por que a empresa que patenteou a laje nervurada com aberturas na alma, a laje Holedeck, se utiliza de uma armadura construtiva que envolve o furo justamente nas direções das barras diagonais da treliça desenhada no modelo do exemplo numérico.

Dessa forma, a análise será focada na ferragem longitudinal das nervuras. O comprimento das barras será calculado levando em conta o comprimento de ancoragem mínimo de  $l_{b,min} = 100 \text{ mm}$ . É válido salientar que existem 9 nervuras na direção “x” e 7 na direção “y”. Dessa forma, a tabela do consumo do aço é mostrada a seguir.

Tabela 6 - Tabela de consumo de aço

	Laje com abertura		Laje sem abertura	
	Direção x	Direção y	Direção x	Direção y
	3 Ø10 mm	2 Ø12,5 mm	3 Ø12,5 mm	2 Ø12,5 mm
Comp. Total (m)	60,30	58,10	60,30	58,10
Peso/barra (kg)	41,24	57,40	59,57	57,40
Peso total (kg)	123,72	114,80	178,71	114,80
$\Sigma$	238,52		293,51	

FONTE: O Autor (2018)

A partir da análise do consumo de aço, é possível verificar a diminuição do peso próprio da laje devido às aberturas, que resultou em uma diferença de 1,45 m<sup>3</sup> entre os modelos de cálculo, e para efeitos de dimensionamento, um alívio de 1,14 kN/m<sup>2</sup> de peso próprio da laje, o equivalente a 114 kg/m<sup>2</sup>, além de possibilitar a passagem de tubulações entre essas descontinuidades.

O consumo de aço mostrou uma diferença de aproximadamente 55 kg de ferro a mais na laje com abertura, o que é compensado pela diminuição do peso próprio do mesmo elemento, e que ainda torna a laje analisada por bielas e tirantes mais viável economicamente, analisando somente as nervuras das lajes.

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Com a análise dos parâmetros de consumo de concreto e aço na nervura da laje nervurada, é verificada a eficácia do método de bielas e tirantes para dimensionar lajes nervradas com aberturas na alma. Apesar de ser uma análise simples, pôde-se ter uma noção da utilidade do método, que mostrou valores bem próximos do método de dimensionamento tradicional.

Foi demonstrado que as aberturas nas nervuras da laje nervurada, por mais que fragilizem a seção transversal do elemento analisado, pelo fato de ser uma descontinuidade no elemento, se tiver o devido tratamento analítico, a partir das verificações feitas pelo método de bielas e tirantes, se torna viável.

Um dos fatores que pode levar a inviabilidade do modelo estrutural objetivo deste trabalho é a mão de obra especializada necessária para executar essa laje. Outro fator preponderante é a experiência do engenheiro calculista em traçar as barras das bielas e dos tirantes no momento de analisar a estrutura, de modo que alguns modelos de treliça podem não retratar a forma correta de como o elemento estrutural está reagindo às tensões internas ou levar a estruturas superarmadas, pois como citado anteriormente, deve-se optar por modelos que contenham tirantes mais curtos, conforme recomenda Silva, Reginaldo (2000).

Outro comentário relevante que pôde ser observado com a confecção deste trabalho é o fato de que a NBR 6118 (ABNT, 2014) não aborda o método de bielas e tirantes em sua totalidade, deixando-o livre para interpretações e não restringindo alguns parâmetros e recomendações, como a otimização da treliça com base em um software adequado para mostrar o traçado do caminho de carga.

## 6.1 RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Para futuros trabalhos, sugere-se a otimização da treliça utilizada no modelo da laje com abertura, comparação de modelos com alteração na altura do furo, ou seja, com bielas mais inclinadas e comparação do método de bielas e tirantes com o de analogia de grelhas, a influência do momento volvente para o traçado do caminho de carga, o que não foi levado em conta nesse trabalho, além da análise experimental da laje modelada neste trabalho, para comparações de parâmetros.

## 7 BIBLIOGRAFIA

AGUIAR, C. C. P. D. **Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes**. Dissertação (Mestrado em Projetos de Estruturas), Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 129. 2018.

ARAÚJO, E. C. et al. Análise do modelo de bielas e tirantes para vigas de concreto armado com furos. **Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia - CONTECC**, Foz do Iguaçu, p. 5, Setembro 2016.

ARAÚJO, J. M. D. **Curso de concreto armado**. 4ª. ed. Rio Grande: DUNAS, v. 4, 2014a.

ARAÚJO, J. M. D. **Curso de concreto armado**. 4ª. ed. Rio Grande: DUNAS, v. 2, 2014b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro. 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro. 2014.

AZEVEDO, C. S. D. **Comparação dos valores de momentos solicitantes em placas com quatro apoios com e sem a consideração da rigidez dos apoios**. Dissertação (Mestrado em Projetos de Estruturas), Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 165. 2017.

BASTOS, S. D. S. P. **Lajes de concreto**. UNESP. Bauru, p. 119. 2015.



BOCCHI JR., C. F. **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução.** Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 203. 1995.

CARVALHO, C. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado.** 4ª. ed. São Carlos: EduFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado:** Volume 2. São Paulo: PINI, 2009.

FILHO, A. C. **Detalhamento das estruturas de concreto pelo método das bielas e tirantes.** UFRGS. Porto Alegre, p. 27. 1996.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto.** 2ª. ed. São Paulo: PINI, 2013.

GIONGO, J. S.; BOCCHI JR., C. F. **Concreto armado: projeto e construção de lajes nervuradas.** USP - EESC. São Paulo, p. 53. 2007.

HAMBLY, E. C. **Bridge Deck Behavior.** 2ª. ed. New York: E & FN Spon, 1991.

LOTURCO, B. Confira as possibilidades de projeto e execução das lajes nervuradas. **Téchne**, 2017. Disponível em: <<https://techne.pini.com.br/2017/05/confira-as-possibilidades-de-projeto-e-execucao-das-lajes-nervuradas/>>. Acesso em: 20 Setembro 2018.

MARTHA, L. F.; VAZ, L. E.; PANTOJA, J. D. C. Avaliação de desempenho de modelos de bielas e tirantes via análise de confiabilidade. **Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, Rio de Janeiro, v. III, p. 19, Abril 2010.

NEVES, L. F. C. D. S. **Comparação de modelos de grelha e de elementos finitos de laje na modelação de estruturas de edifícios de betão armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Militar), Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, p. 102. 2010.

PANTOJA, J. D. C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 240. 2012.

PINHEIRO, L. M. Estruturas de concreto. In: PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. **Lajes Nervuradas**. São Paulo: [s.n.], 2003. Cap. 17, p. 18.

SANTOS, D. D.; GIONGO, J. S. Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes. **Caderno de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 10, n. 46, p. 61-90, 2008.

SANTOS, V. M. P. D. **Análise de confiabilidade em modelos de bielas e tirantes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Goiás. Goiânia, p. 133. 2014.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v. 69, n. 6, p. 113-125, Março 1991.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, v. 32, n. 3, p. 75-150, 1987.

SILVA, M. A. F. D. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Construção Civil), Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, p. 242. 2005.

SILVA, M. A. F. D.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. D.; CARVALHO, R. C. A utilização da analogia de grelha para análise de pavimentos de edifícios em concreto armado. **Simpósio epusp sobre estruturas de concreto**, São Paulo, v. V, p. 16, Junho 2003.

SILVA, R. C. D. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. 1ª. ed. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SOUZA, R. A. D. **Concreto Estrutural: Análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 442. 2004.

SOUZA, R. A. D.; BITTENCOURT, T. N. Recomendações práticas para a aplicação do método das bielas. **47º Congresso Brasileiro do Concreto**, Olinda, p. 9, Setembro 2005.

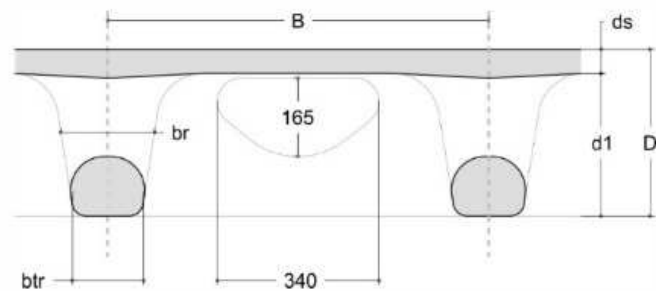
## **ANEXOS**

Tabela 1 – Parâmetros da laje analisada no exemplo numérico

## PROPIEDADES TÉCNICAS HOLEDECK H<sub>o</sub>30

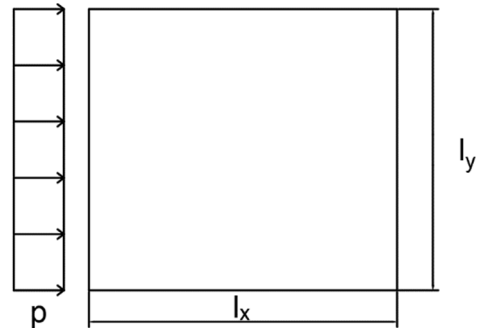
ALTURA DEL MOLDE (d1): 300 mm    SUPERFICIE ALIGERADA (H): 438 cm<sup>2</sup>

ESPESOR CAPA DE COMPRESIÓN	ALTURA TOTAL	ANCHURA NERVIO INFERIOR	ANCHURA NERVIO MEDIA	DISTANCIA ENTRE EJES DE NERVIOS	ÁREA DE SECCIÓN	DISTANCIA DEL C. G.		INERCI (por nervio)	MÓDULO DE FLEXIÓN (por nervio)		VOLUMEN ALIGERADO		PESO PROPIO	VOLUMEN DE HOR- MIGÓN
						DESDE ARRIBA	DESDE LA BASE		DESDE ARRIBA	DESDE LA BASE				
mm	mm	mm	mm	mm	cm2	mm	mm	cm4/nervio	cm3/nervio	cm3/nervio	m3/molde	m3/m2	kN/m2	m3/m2
50	350	150	196	800	990	118	232	103404	8763,1	4457,1	0,13	0,21	3,55	0,142
75	375		200	800	1190	121	254	131789	10892,7	5188,5			4,18	0,167
100	400		204	800	1390	127	273	162397	12787,2	5948,6			4,80	0,192
50	350	200	247	850	1169	127	223	126625	9970,5	5678,3	0,14	0,19	4,06	0,162
75	375		251	850	1382	130,5	244,5	161573	12381,1	6608,3			4,68	0,187
100	400		255	850	1594	136,5	263,5	199235	14596,0	7561,1			5,31	0,212
ds	D	btr	br	B	A	rs	ri	I	Ws	WI	Vv		25 kN/m3 Hormigón	



FONTE: Catálogo Holedeck

Tabela 2 – Parâmetros para calcular lajes maciças



$I_x/I_y$	$w_c$	$m_x$	$m_y$	$m_{xy}$	$r_x$	$r_y$	$\beta_x$	$\beta_y$
<b>0,50</b>	10,13	100,00	36,70	52,80	269	366	1,00	0,73
<b>0,55</b>	9,38	93,40	38,80	51,80	268	353	1,00	0,72
<b>0,60</b>	8,65	86,90	40,70	50,60	267	340	1,00	0,70
<b>0,65</b>	7,94	80,50	42,30	49,40	266	326	0,97	0,69
<b>0,70</b>	7,26	74,30	43,50	47,90	265	315	0,97	0,68
<b>0,75</b>	6,62	68,30	44,20	46,30	263	303	0,85	0,68
<b>0,80</b>	6,03	62,70	44,60	44,60	261	291	0,81	0,67
<b>0,85</b>	5,48	57,60	44,90	42,80	259	281	0,78	0,68
<b>0,90</b>	4,98	52,80	45,00	41,00	256	270	0,75	0,69
<b>0,95</b>	4,51	48,30	44,70	39,10	253	260	0,72	0,70
<b>1,00</b>	4,06	44,20	44,20	37,10	250	250	0,71	0,71

FONTE: Adaptado de Araújo (2014b)

## 1) DIMENSIONAMENTO DA LAJE NERVURADA

$$l_{0x} := 65 \text{ cm} \quad l_{0y} := 65 \text{ cm} \quad S_x := 80 \text{ cm} \quad S_y := 80 \text{ cm}$$

$$h := 30 \text{ cm} \quad h_f := 0.05 \text{ m} \quad f_{cd} := \frac{25}{1.4} \quad \alpha := 1 \quad f_{ck} := 25$$

$$l_x := 625 \text{ cm} \quad l_y := 785 \text{ cm} \quad b_w := 0.15 \text{ m}$$

$$b_f := 0.8 \text{ m}$$

$$v := 0.2$$

$$\xi := \left( \frac{l_{0x} \cdot l_{0y}}{S_x \cdot S_y} \right) = 0.66$$

$$h_e := \left( (1 - \xi) \cdot h^3 + \xi \cdot h_f^3 \right)^{\frac{1}{3}} = 20.998 \text{ cm}$$

$$E_{ci} := \alpha \cdot \left( 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \right) \cdot 1 \text{ MPa} = (2.8 \cdot 10^3) \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \alpha_i := 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} = 0.863$$

$$E_{cs} := E_{ci} \cdot \alpha_i = (2.415 \cdot 10^3) \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$D_e := \left( \frac{E_{cs} \cdot h_e^3}{12 \cdot (1 - v^2)} \right) = (1.941 \cdot 10^4) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

## CARREGAMENTOS

$$g := 9.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad q := 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \psi_2 := 0.3$$

$$p := g + q = 11.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_0 := g + \psi_2 \cdot q = 10.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

## 2 - CÁLCULO DOS MOMENTOS NAS LAJES

$$\lambda := \frac{l_x}{l_y} = 0.796 \quad w_c := 6.03 \quad m_x := 62.7 \quad m_y := 44.6 \quad \varphi := 2.3$$

$$W_0 := 0.001 \cdot w_c \cdot \frac{p_0 \cdot l_x^4}{D_e} = 0.005 \text{ m}$$

$$W_\infty := (1 + \varphi) \cdot W_0 = 0.016 \text{ m}$$

$$W := \frac{l_x}{250} = 0.025 \text{ m}$$

$$M_y := (0.001 \cdot m_y \cdot p \cdot l_y^2) \cdot 1 \text{ m} = 32.018 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_x := (0.001 \cdot m_x \cdot p \cdot l_x^2) \cdot 1 \text{ m} = 28.533 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{x1} := (M_x \cdot 0.8) \cdot 1.4 = 31.957 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{y1} := (M_y \cdot 0.8) \cdot 1.4 = 35.861 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

## 3 - CÁLCULO DA VIGA "T"

### 3.1 - Na direção "x"

$$d := 0.325 \text{ m} \quad \text{Considerarei o cobrimento de 25 mm}$$

$$f_{cd1} := f_{cd} \cdot 10000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = (1.786 \cdot 10^5) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$x := \frac{0.68 \cdot d - \sqrt{(0.68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0.272 \cdot \frac{M_{x1}}{f_{cd1} \cdot b_f}}}{2 \cdot 0.272} = 0.101 \text{ cm}$$

$$f_{sd} := \left( \frac{500}{1.15} \right)$$

$$f_{sd1} := f_{sd} \cdot 1 \text{ MPa}$$

$$A_s := \frac{0.68 \cdot f_{cd1} \cdot b_f \cdot x}{f_{sd1}} = 2.264 \text{ cm}^2$$

$$A_{s.min} := 0.0015 \cdot 987.45 \text{ cm}^2 = 1.481 \text{ cm}^2 \quad - 3 \text{ ferros } 10\text{mm} = 2.4 \text{ cm}^2$$



### 3.2 - Na direção "y"

$$x := \frac{0.68 \cdot d - \sqrt{(0.68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0.272 \cdot \frac{M_{y1}}{f_{cd1} \cdot b_f}}}{2 \cdot 0.272} = 0.114 \text{ cm}$$

$$f_{sd} := \left( \frac{500}{1.15} \right)$$

$$f_{sd1} := f_{sd} \cdot 1 \text{ MPa}$$

$$A_s := \frac{0.68 \cdot f_{cd1} \cdot b_f \cdot x}{f_{sd1}} = 2.541 \text{ cm}^2$$

$$A_\phi := 1.25 \text{ cm}^2$$

$$A_{s.min} := 0.0015 \cdot 987.45 \text{ cm}^2 = 1.481 \text{ cm}^2$$

$$A_{s.nec} := 2 \cdot A_\phi = 2.5 \text{ cm}^2 \quad - 2 \text{ ferros } 10\text{mm} = 1.6 \text{ cm}^2$$

### 4 - Verificação ao cisalhamento

$$\lambda = 0.796 \quad r_x := 261 \quad r_y := 291$$

$$R_x := (0.001 \cdot r_x \cdot p \cdot l_x) = 19.004 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$R_y := (0.001 \cdot r_y \cdot p \cdot l_x) = 21.188 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$R_{x1} := (R_x \cdot 0.8) \text{ m} = 15.203 \text{ kN} \quad R_{y1} := (R_y \cdot 0.8) \text{ m} = 16.951 \text{ kN}$$

#### 4.1 - Verificação na direção "y"

$$V_{k1} := R_{y1}$$

$$V_d := V_{k1} \cdot 1.4 = 23.731 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} := \frac{V_d}{b_w \cdot d} = 0.487 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 := \frac{A_{s.nec}}{b_w \cdot d} = 0.005 \quad f_{ck} := 25$$

$$\tau_{rd} := \left( 0.0375 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \right) \cdot 1 \text{ MPa} = 0.321 \text{ MPa}$$

$$d := 0.325 \text{ m}$$

$$k := 1.6 - 0.325 = 1.275$$

$$\tau_{wu1} := k \cdot (1.2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot \tau_{rd} = 0.574 \text{ MPa}$$

#### 4.2 - Verificação na direção "x"

$$V_{k2} := R_{x1}$$

$$V_d := V_{k2} \cdot 1.4 = 21.285 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} := \frac{V_d}{b_w \cdot d} = 0.437 \text{ MPa}$$

$$\rho_1 := \frac{A_{s,nec}}{b_w \cdot d} = 0.005 \quad f_{ck} := 25$$

$$\tau_{rd} := \left( 0.0375 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \right) \cdot 1 \text{ MPa} = 0.321 \text{ MPa}$$

$$d := 0.325 \text{ m}$$

$$k := 1.6 - 0.325 = 1.275$$

$$\tau_{wu1} := k \cdot (1.2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot \tau_{rd} = 0.574 \text{ MPa}$$

#### 5 - Verificação da flexão na mesa

$$M_d := (0.301) \cdot 1.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$f_{sd} := \frac{500}{1.15} \text{ MPa}$$

$$h_f := 0.05 \text{ m}$$

$$b := 0.8 \text{ m}$$

$$f_{cd} := \frac{25}{1.4} \text{ MPa}$$

$$d := h_f - \left( \frac{6.3}{2} - 25 \right) \text{ mm}$$

$$x := \frac{0.68 \cdot d - \sqrt{(0.68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0.272 \cdot \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b}}}{2 \cdot 0.272} = 0.061 \text{ cm}$$

$$A_s := \frac{0.68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x}{f_{sd}} = 0.135 \text{ cm}^2$$

$$A_{s.min} := 0.0015 \cdot b \cdot h_f = 0.6 \text{ cm}^2$$

$$f_{ck} := 25 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} := 500 \text{ MPa}$$

$$d := 0.325 \text{ m}$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.4}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15}$$

$$b_w := 0.15 \text{ m}$$

Parâmetro alfa para compressão

$$\alpha_{v2} := 1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} = 0.9$$

Regiões não fissuradas:

$$f_{cd1} := 0.85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 13.661 \text{ MPa}$$

Regiões fissuradas com esforços de tração:

$$f_{cd2} := 0.6 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 9.643 \text{ MPa}$$

Regiões CTT:

$$f_{cd3} := 0.72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} = 11.571 \text{ MPa}$$

1 - VERIFICAÇÃO NA DIREÇÃO "x"

Banzo mais tracionado

$$F_{11} := 113.51 \text{ kN}$$

$$A_s := \frac{(1.4 \cdot F_{11})}{f_{yd}} = 3.655 \text{ cm}^2$$

Diagonal mais tracionada

$$F_{21} := 33 \text{ kN}$$

$$A_s := \frac{(1.4 \cdot F_{21})}{f_{yd}} = 1.063 \text{ cm}^2$$

Biela no banzo comprimido

$$F_{31} := 110 \text{ kN}$$

$$\sigma := \frac{(1.4 \cdot F_{31})}{0.776 \cdot 0.9 \cdot d \cdot b_w} = 4.523 \text{ MPa}$$

Biela da diagonal comprimida

$$F_{41} := 33 \text{ kN}$$

$$\sigma := \frac{(1.4 \cdot F_{41})}{0.776 \cdot 0.9 \cdot d \cdot b_w} = 1.357 \text{ MPa}$$

2 - VERIFICAÇÃO NA DIREÇÃO "y"

Banzo mais tracionado

$$F_{11} := 71.26 \text{ kN}$$

$$A_s := \frac{(1.4 \cdot F_{11})}{f_{yd}} = 2.295 \text{ cm}^2$$

Diagonal mais tracionada

$$F_{21} := 21.68 \text{ kN}$$

$$A_s := \frac{(1.4 \cdot F_{21})}{f_{yd}} = 0.698 \text{ cm}^2$$

Biela no banzo comprimido

$$F_{31} := 70.24 \text{ kN}$$

$$\sigma := \frac{(1.4 \cdot F_{31})}{0.776 \cdot 0.9 \cdot d \cdot b_w} = 2.888 \text{ MPa}$$

Biela da diagonal comprimida

$$F_{41} := 21.68 \text{ kN}$$

$$\sigma := \frac{(1.4 \cdot F_{41})}{0.776 \cdot 0.9 \cdot d \cdot b_w} = 0.891 \text{ MPa}$$