UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CAMPUS BALSAS
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

ANA BEATRIZ VIEIRA DE SOUSA

APLICAÇÕES DOS PRODUTOS NOTÁVEIS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

BALSAS
2025

ANA BEATRIZ VIEIRA DE SOUSA

APLICAÇÕES DOS PRODUTOS NOTÁVEIS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada ao Departamento de Matemática do Campus Balsas da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito básico para a conclusão do Curso de Matemática Licenciatura.
Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus.

BALSAS
2025

S725a
Sousa, Ana Beatriz Vieira de.
Aplicações dos produtos notáveis na resolução de problemas. / Ana Beatriz Vieira de Sousa. – Balsas, 2025.
37f.
Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual do Maranhão – UEMA / Balsas, 2025.
Orientador: Prof. Dr. Sérgio Noleto Turibus
1. Produtos Notáveis. 2. Ensino de Matemática. 3. Resolução de Problemas. I. Título.
CDU: 519.2

Elaborado pela bibliotecária Maria da Consolação Coelho Rocha CRB 13/604

ANA BEATRIZ VIEIRA DE SOUSA

APLICAÇÕES DOS PRODUTOS NOTÁVEIS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada ao Departamento de Matemática do Campus Balsas da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito básico para a conclusão do Curso de Matemática Licenciatura.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus.

Aprovada em: 16 de Julho de 2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus – UEMA (Orientador)
Doutor em Engenharia Nuclear na Área de Física Nuclear Aplicada, – COPPE/UFRJ
Universidade Estadual do Maranhão

Prof. Olívio Crispim de Medeiros – UEMA
Mestre em Matemática – UNESP
Universidade Estadual do Maranhão

Prof. Wemerson Pimentel Saraiva – UEMA
Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física – FAVENI
Universidade Estadual do Maranhão

Dedico este trabalho a Deus, que me deu força e sabedoria para seguir firme durante toda a minha trajetória. Posso todas as coisas naquele que me fortalece. Filipenses 4:13

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me concedido forças para superar as dificuldades e nunca desistir. Sou imensamente grata à minha mãe Cleidinalva Mendes Vieira, ao meu pai Raimundo Félix Macena de Sousa e ao meu irmão Luís Gustavo Vieira Oliveira, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando e incentivando nos estudos. Agradeço também às minhas irmãs, pelo vínculo familiar.

Expresso, ainda, minha gratidão ao meu orientador Dr. Sérgio Noleto Turibus, que tem sido fundamental neste processo, guiando-me com sabedoria e dedicação na conclusão deste curso.

RESUMO

Este trabalho investiga as aplicações dos produtos notáveis na resolução de problemas matemáticos, destacando sua relevância no contexto do ensino e da aprendizagem. A pesquisa baseada em revisão bibliográfica, aborda temas fundamentais como potenciação, radiciação e fatoração algébrica, estabelecendo conexões diretas com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que valoriza o desenvolvimento do raciocínio lógico, a aprendizagem significativa e a resolução de problemas contextualizados. Dentre os enfoques principais, destaca-se o método inovador da estudante Júlia Pimenta Ferreira para o cálculo de raízes quadradas, que propõe uma abordagem alternativa baseada na aplicação do produto notável do quadrado da soma de dois termos. Tal metodologia, além de ser acessível e intuitiva, demonstra como o pensamento criativo pode contribuir significativamente para o ensino da Matemática e despertar maior interesse nos alunos. O estudo também explora a presença dos produtos notáveis em diversas áreas do conhecimento e situações do cotidiano, como na Geometria, na Construção Civil e na Agricultura, demonstrando seu caráter prático e interdisciplinar. Além disso, são discutidas as dificuldades frequentemente enfrentadas no ensino desses conteúdos, como a ênfase excessiva na memorização de fórmulas e a falta de contextualização, que acabam limitando o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. Com base nesses desafios, propõe-se a adoção de metodologias ativas, o uso de tecnologias educacionais e a valorização da criatividade em sala de aula, como estratégias para tornar o ensino mais dinâmico, significativo e centrado no protagonismo discente. O trabalho evidencia, assim, a importância de práticas pedagógicas inovadoras e humanizadas, que transformem a Matemática em uma ferramenta de empoderamento intelectual e social para os estudantes.

Palavras Chave: Produtos Notáveis, Ensino de Matemática, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This paper investigates the applications of remarkable products in solving mathematical problems, highlighting their relevance in the context of teaching and learning. Based on bibliographic research, the study addresses fundamental topics such as exponentiation, root extraction, and algebraic factorization, establishing direct connections with the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC), which values the development of logical reasoning, meaningful learning, and contextualized problem-solving. Among the main focuses, the innovative method proposed by student Júlia Pimenta Ferreira for calculating square roots stands out, offering an alternative approach based on the application of the notable product of the square of the sum of two terms. This methodology, besides being accessible and intuitive, demonstrates how creative thinking can significantly contribute to mathematics education and stimulate students' interest. The study also explores the presence of remarkable products in various fields of knowledge and everyday situations, such as Geometry, Civil Construction, and Agriculture, demonstrating their practical and interdisciplinary nature. In addition, the paper discusses the common challenges in teaching these concepts, such as the excessive emphasis on memorization and the lack of contextualization, which often hinder the development of students' critical thinking. Based on these challenges, the adoption of active methodologies, the use of educational technologies, and the encouragement of creativity in the classroom are proposed as strategies to make teaching more dynamic, meaningful, and student-centered. Thus, the research highlights the importance of innovative and humanized pedagogical practices that transform mathematics into a tool for students' intellectual and social empowerment.

Keywords: Remarkable Products, Mathematics Teaching, Problem Solving.

Sumário

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência fundamental que encontra aplicações em diversas áreas do conhecimento humano, sendo indispensável tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior. Dentre os inúmeros conceitos abordados na trajetória escolar, destacam-se os produtos notáveis e as raízes quadradas, elementos essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade analítica e da compreensão profunda dos números.

Entretanto, o ensino tradicional da Matemática, frequentemente pautado na memorização de fórmulas, muitas vezes restringe a compreensão dos alunos, dificultando a assimilação dos conceitos e a sua aplicação prática. Nesse contexto, este trabalho busca compreender a importância dos produtos notáveis no ensino da Matemática, explorando suas aplicações práticas que favorecem a aprendizagem dos estudantes.

O estudo destaca a relevância histórica e cultural dos produtos notáveis, uma vez que, desde a Antiguidade, matemáticos têm utilizado essas fórmulas como recurso para simplificar cálculos complexos e resolver problemas práticos. Assim, compreender essas expressões algébricas não apenas facilita a resolução de equações, mas também estabelece uma base sólida para a aprendizagem de tópicos mais avançados em álgebra e Geometria.

Dessa forma, este trabalho apresenta o método alternativo desenvolvido por Júlia Pimenta Ferreira para o cálculo de raízes quadradas, relacionando com o produto notável do quadrado da soma de dois termos; propõe estratégias didáticas que utilizem situações do cotidiano e recursos visuais para facilitar o ensino dos produtos notáveis na sala de aula; e investiga de que forma os produtos notáveis estão contemplados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e sua relevância para a formação matemática no Ensino Fundamental.

Por meio de uma abordagem pedagógica inovadora, que contempla o uso de tecnologias educacionais e metodologias ativas, busca-se tornar o ensino desses conteúdos mais dinâmico e envolvente. Essa perspectiva está alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular, que visa assegurar uma educação de qualidade para todos, promovendo a equidade e a formação integração dos estudantes. A escolha do tema deste trabalho se justifica pela necessidade de tornar o ensino da Matemática mais significativo, criativo e próximo da realidade dos estudantes, sobretudo no que diz respeito ao aprendizado dos produtos notáveis. Muitas vezes, esses conteúdos são ensinados de forma mecânica, limitando-se à memorização de fórmulas, o que dificulta a compreensão e desestimula o interesse dos alunos.

Nesse sentido, investigar alternativas didáticas mais acessíveis e envolventes, como o método desenvolvido por Júlia Pimenta Ferreira para o cálculo de raízes quadradas, contribui para valorizar abordagens que partem do protagonismo discente e do raciocínio lógico, tornando o conteúdo mais atrativo e compreensível.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Produtos Notáveis

Os produtos notáveis são abordados na área da Educação, são expressões algébricas utilizadas para facilitar cálculos e simplificações, remontam aos primeiros desenvolvimentos da Matemática na Grécia Antiga. São expressões algébricas que seguem padrões específicos de multiplicação, o que permite que sejam resolvidas de forma direta, sem a necessidade de se aplicar a distributiva em todos os casos. O domínio desses produtos facilita o reconhecimento de padrões, a resolução de equações e a fatoração de expressões.

Minozzo (2021), afirmar que o desenvolvimento dos produtos notáveis decorreu por meio de um processo totalmente intuitivo, tanto por experiências de alguns especialistas em medições da época, quanto por estudiosos que, por meio de desenhos e representações, formalizaram diferentes expressões que relacionavam Geometria e representações algébricas. A Álgebra é um dos estudos mais amplos da Matemática, cujas origens vem a séculos antes do nascimento de Cristo.

> A álgebra surgiu no Egito quase ao mesmo tempo em que na Babilônia; mas faltava na álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra Babilônia, bem como a variedade de equações resolvidas, a julgar pelo papiro Moscou e o papiro Rhind- documentos egípcios que datam de cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, mas refletem métodos matemáticos de um período anterior.(VIEIRA,2011, p.4)

Após a morte do governante Alexandre, que tornou disputas entre os generais do exército grego, o controle da parte egípcia do império ficou sob responsabilidade de Ptolomeu I, podendo voltar a atenção para os esforços construtivos. Um dos primeiros atos foi a criação em Alexandria de uma escola ou instituto conhecido como museu. E como professores, ele escolheu um grupo de sábios, entre eles o autor do texto de Matemática "Os elementos (Stoichia) de Euclides".

O escritor grego passou a ser conhecido como Euclides de Alexandria porque foi chamado para ensinar Matemática na escola.

> A afirmação de Euclides (proposição 4), "se uma reta é cortada ao acaso, o quadrado sobre o todo é igual aos quadrados sobre os segmentos e duas vezes o retângulo contido pelos segmentos" é uma maneira prolixa de dizer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. (VIEIRA,2011, p.6)

Assim foi criando a origem das fórmulas dos produtos notáveis. O produto de dois binômios $(a + b)(a + b) = (a + b)^2$, era representado por somas de áreas. Os produtos notáveis surgiram da necessidade de simplificar expressões matemáticas e facilitar o desenvolvimento dos cálculos algébricos. Considerado como uma ferramenta valiosa para economizar tempo e esforço em cálculos e ideias práticas.

Por exemplo, o produto $(a + b)^2$ pode ser combinado para calcular a área geométrica, que representa a soma das áreas de dois quadrados e dois retângulos. Esta representação visual ajuda os alunos a compreenderem o raciocínio por trás da fórmula, evitando somente o ato de decorar. A medida que a Matemática avança, os elementos necessários são combinados em conceitos básicos para construir conceitos maiores, como polinômios, fatoração e funções.

2.1.1 Aplicação dos produtos notáveis

Os produtos notáveis são muito utilizados na área educacional, aplicados em várias áreas para fatorações, simplificação de expressões algébricas e facilitando a resolução de equações polinomiais, assim, o quadrado da soma ou quadrado da diferença pode ser usado para transformar expressões como $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$ de forma expandida.

Na Geometria, os produtos notáveis aparecem em fórmulas de áreas e volume, para calcular a área de uma figura composta por duas ou mais formas geométricas e entre outras áreas como Física, Engenharia.

Para desenvolver os produtos notáveis na Álgebra, os alunos precisam compreender bem as propriedades da multiplicação, como a distributividade. No entanto, a maioria dos estudantes realiza essas operações de forma automática, apenas por memorizar a forma, sem realmente entender o que estão fazendo. Na Matemática, os produtos notáveis são bastante utilizados em diversas situações, além de estarem interligados com vários outros conteúdos.

No contexto educacional, a aplicação dos produtos notáveis é crucial para o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico dos alunos. Ao resolver problemas que envolvem essas identidades, os estudantes não apenas memorizam fórmulas, mas também compreendem os princípios subjacentes e aprendem a aplicar esses conceitos em diferentes situações.

Isso é particularmente importante na preparação para exames e na resolução de problemas do mundo real, onde a capacidade de simplificar e manipular expressões algébricas é uma habilidade valiosa.

Aqui estão alguns tipos de produtos notáveis:

- O quadrado da soma de dois termos segue a seguinte fórmula:

  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  O quadrado do primeiro termo, mais 2 (duas) vezes o primeiro termo, vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

  Exemplo:

  $(3+5)^2 = 3^2 + 2.3.5 + 5^2 = 9 + 30 + 25 = 64$

- O quadrado da diferença de dois termos também segue um padrão fixo:

  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

  O quadrado do primeiro termo, menos 2 (duas) vezes o primeiro termo, vezes o segundo termo, mais o quadro do segundo termo.

  Exemplo:

  $(7-2)^2 = 7^2 - 2.7.2 + 2^2 = 49 - 28 + 4 = 25$

- Produto da soma pela diferença de dois termos:

  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

  O quadrado do primeiro termo, menos o quadrado do segundo termo.

  Exemplo:

  $(6+1)(6-1) = 6^2 - 1^2 = 36 - 1 = 35$

2.1.2 As dificuldades em se ensinar os produtos notáveis

Durante o ensino dos produtos notáveis surgem vários desafios. Uma grande dificuldade é a falta de contextualização, os alunos muita das vezes, tem dificuldade em entender a utilidade e a aplicação prática dos produtos notáveis, assim o aprendizado se torna desinteressante, uma abordagem eficaz seria contextualizar esses produtos em problemas práticos e situações do cotidiano.

Segundo Polya (2006), a resolução de problemas é uma das competências mais importantes a serem desenvolvidas no ensino da Matemática. O autor propõe quatro etapas: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução. Essa estrutura faz pensar que, ao apresentar um produto notável, pode-se criar um problema real, pedir que o aluno planeje a solução e discuta diferentes caminhos, o que desenvolve o raciocínio lógico.

Moura, Silva e Ribeiro (2017, p. 20) afirmam que:

> Os materiais manipuláveis podem auxiliar no desenvolvimento desses raciocínios matemáticos. No que se refere ao ensino-aprendizagem de produtos notáveis, pode-se fazer o uso de recursos tecnológicos com o intuito de propiciar uma construção significativa dos produtos notáveis, estabelecendo relação com o computador e com o conhecimento matemático algébrico. As mídias digitais são importantes por relacionar a Álgebra a diferentes formas geométricas (quadrados e retângulos), permitindo o trabalho com os registros geométrico e algébrico na realização de operações.

Em sala de aula, existe muito a abordagem tradicional de ensino, que se baseia muito em memorização e repetição. Alguns professores utilizam métodos que não incentivam o pensamento crítico e a resolução de problemas.

O uso de tecnologias educacionais, jogos matemáticos, atividades interativas podem tornar o ensino mais dinâmico e engajador, visando que para isso a escola tem que disponibilizar os materiais, aparelhos necessários. As dificuldades conceituais em relação aos produtos notáveis envolvem uma série de propriedades algébricas que podem ser abstratas para muitos alunos.

O uso de materiais manipulativos e representações visuais pode ajudar os estudantes a visualizar e entender melhor esses conceitos. A formação inicial e contínua de professores também desempenha um papel fundamental, docentes bem preparados são mais capazes de identificar e superar as dificuldades no ensino de produtos notáveis.

A oferta de cursos de atualização e desenvolvimento profissional pode contribuir significativamente para a melhoria do ensino, colocando em prática na sala de aula.

Nesse contexto, D'Ambrosio (1993) também destaca que resolver problemas é a essência da Matemática. É por meio dela que os alunos aprendem a pensar matematicamente. Assim, o trabalho com produtos notáveis precisa estar sempre inserido em contextos de resolução de problemas, e não apenas como um exercício mecânico. E que nenhum verdadeiro matemático sabe resolver um problema antes mesmo de tentar resolvê-lo.

Manter a motivação dos alunos e o interesse é um desafio constante. É necessário aplicar estratégias que possam despertá-los para o conteúdo. Os produtos notáveis são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Além de todas essas questões, é importante olhar com atenção para o perfil dos alunos de hoje, que cresceram em um mundo totalmente visual, digital e conectado. Os estudantes estão acostumados a aprender com vídeos, imagens, jogos e aplicativos.

Por isso, usar recursos que falem a linguagem deles como animações, simuladores e atividades interativas pode tornar o aprendizado muito mais interessante e acessível. Quando o conteúdo faz sentido e se conecta com o dia a dia, o envolvimento aumenta naturalmente.

Outro ponto que pode ajudar bastante é o trabalho em grupo. Quando os alunos têm a chance de conversar entre si, trocar ideias e resolver problemas juntos, a aula se transforma. Eles aprendem não só o conteúdo, mas também a ouvir, argumentar e construir soluções em conjunto. Isso desenvolve habilidades essenciais como o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia capacidades que vão muito além da Matemática.

Nesse cenário, o papel do professor vai muito além de ensinar fórmulas. Ele se torna um guia, alguém que ajuda o aluno a descobrir, experimentar e enxergar a Matemática como uma ferramenta útil e presente em várias situações do cotidiano. A Matemática precisa ser mostrada como algo vivo, que faz parte da nossa vida e nos ajuda a pensar melhor e não como um conjunto de regras frias e distantes da realidade.

Por isso, enfrentar as dificuldades no ensino dos produtos notáveis não é tarefa de uma pessoa só. É um trabalho que envolve professores, escolas, famílias e até políticas públicas. É preciso investir na formação dos professores, oferecer materiais adequados, incentivar novas metodologias e, acima de tudo, valorizar a criatividade dentro da sala de aula.

Só assim os alunos deixarão de apenas repetir fórmulas e passarão a realmente entender, aplicar e perceber a importância da álgebra tanto na escola quanto fora dela, em situações reais e em sua trajetória como cidadãos pensantes.

2.2 BNCC e os Produtos Notáveis

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em que a mesma é um documento de grande importância para a educação brasileira, estabelece diretrizes e objetivos de aprendizagem que devem ser seguidos para todas as escolas do país. A BNCC é fundamental para que todos os estudantes tenham acesso a uma educação de qualidade, independentemente da região ou do tipo de escola em que estejam matriculados.

A BNCC começou a ser discutida desde o ano de 2015, passando por diferentes administrações governamentais. MEC (2018) afirma que, no dia 6 de abril de 2017, a proposta da BNCC, Base Nacional Comum Curricular, foi entregue pelo Ministério da Educação ao Conselho Nacional de Educação. Conforme a Lei 9131/95, coube ao CNE, como órgão normativo do sistema nacional de educação, fazer a apreciação da proposta da BNCC para a produção de um parecer e de um projeto de resolução que, ao ser homologado pelo Ministro da Educação, se transformou em norma nacional.

A BNCC enfatiza a importância de utilizar recursos variados no ensino da Matemática. Conforme descrito no próprio documento:

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. (BRASIL, 2018, p. 298)

Esse trecho evidencia que o ensino da Matemática pode ser potencializado com o uso de recursos diversificados, que vão além do tradicional quadro e pincel. Ao destacar o uso da história da Matemática, a BNCC reforça a necessidade de contextualizar os conteúdos, tornando mais próximos da realidade dos estudantes e facilitando sua compreensão.

Os produtos notáveis são abordados pela BNCC a partir do $8^{\underline{o}}$ ano do Ensino Fundamental, dentro da unidade temática de Álgebra. Nesse momento, os alunos são introduzidos ao conceito de valor numérico de expressões algébricas, o que significa substituir variáveis por números e aplicar corretamente as propriedades das operações.

Habilidade- (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Nessa fase, os alunos são introduzidos ao conceito de valor numérico de expressões algébricas, o que significa que eles começam a trabalhar com expressões e aprendem a calcular seus valores numéricos substituindo as variáveis por números concretos. Ao fazer isso, os alunos têm a oportunidade de entender o que está por trás das fórmulas e como as operações funcionam na prática.

Nesse processo, os estudantes também passam a explorar as propriedades das operações algébricas, como a distributiva, que é fundamental para simplificar e resolver expressões mais complexas. Por exemplo, ao expandir uma expressão como $(x+3)(x+2)$ eles utilizam a distributiva para transformar o produto em uma soma mais fácil de manipular.

A habilidade (EF08MA06) proposta pela BNCC permite que os alunos resolvam problemas que envolvem cálculos algébricos de forma prática e aplicada. Ao trabalharem com essas expressões, os estudantes não só aprimoram suas habilidades em álgebra, mas também se preparam para desafios matemáticos mais avançados, nos quais os produtos notáveis e as propriedades algébricas serão essenciais para a resolução de problemas mais complexos, como equações quadráticas ou simplificações algébricas em áreas como Física e Economia.

Esse processo é fundamental para que os alunos comecem a ver a Matemática de uma forma mais conectada à realidade, mostrando que essas operações não são apenas fórmulas abstratas, mas ferramentas úteis para entender e resolver problemas do dia a dia.

Ainda segundo a BNCC, para que o aluno desenvolva a capacidade de abstração, é necessário que ele seja incentivado a reelaborar os problemas propostos, criando novas situações com base na modificação de dados ou condições, o que estimula o raciocínio lógico e a criatividade (BRASIL, 2018).

Essa orientação se conecta diretamente com os objetivos deste trabalho, que busca mostrar como os produtos notáveis podem ser trabalhados de forma criativa e significativa, indo além da simples memorização de fórmulas.

No $9^{\underline{o}}$ ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe o aprofundamento nas expressões algébricas, especialmente com foco na fatoração e nos produtos notáveis, elementos fundamentais para a resolução de equações polinomiais do $2^{\underline{o}}$ grau.

Habilidades - (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2° grau.

Essa habilidade amplia a visão dos alunos sobre a álgebra, ao mostrar que ela vai além da aplicação mecânica de fórmulas. Eles passam a compreender os conceitos como ferramentas para a resolução de problemas concretos, o que fortalece sua autonomia intelectual e prepara o terreno para o estudo no Ensino Médio.

Além disso, a BNCC incentiva o uso de metodologias ativas e recursos tecnológicos no ensino da Matemática. A incorporação de softwares, jogos digitais e materiais manipulativos contribui para tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico, visual e significativo, permitindo que os estudantes explorem as propriedades dos produtos notáveis de forma concreta e contextualizada.

Outro ponto relevante é a valorização da argumentação e da análise crítica no processo de aprendizagem. A BNCC também sugere que, ao final do Ensino Fundamental, os alunos comecem a ser inseridos gradativamente na análise e avaliação da argumentação matemática, por meio da leitura de textos e do desenvolvimento de senso crítico diante das justificativas apresentadas (BRASIL, 2018).

Essa proposta reforça a importância de desenvolver nos estudantes a capacidade de interpretar, questionar e argumentar matematicamente, habilidades fundamentais para a construção do pensamento lógico e da autonomia intelectual.

Ao incentivar a leitura, o debate e a justificativa de soluções, a BNCC contribui para a formação de alunos mais conscientes e preparados para enfrentar problemas com criatividade e segurança.

Por fim, observa que a Base Nacional Comum Curricular não deseja apenas que os estudantes decorem fórmulas, mas que compreendam seu funcionamento e saibam aplicá-las em situações reais. Isso fortalece a ideia de que o ensino da Matemática deve estar sempre pautado em contextos significativos, valorizando o raciocínio, a criatividade e a resolução de problemas como eixo central do aprendizado.

2.3 Potenciação

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular- BNCC (BRASIL, 2018) a potenciação é introduzida a partir do sexto ano do ensino fundamental. Esse é um momento importante, pois marca o início de uma nova fase na aprendizagem matemática, onde o aluno começa a lidar com expressões mais complexas e a desenvolver maior autonomia no raciocínio.

A potenciação é uma operação Matemática envolvendo dois números, sendo a base e o expoente. A base é o número que será multiplicado por ele mesmo e a expoente indica quantas vezes vai ocorrer a multiplicação. Essa operação é muito útil para simplificar cálculos e expressar quantidades de forma mais compacta.

Elias (2023, p.2), afirma que:

> A operação de potenciação é introduzida, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), no 6º ano do Ensino Fundamental. Essa introdução, em geral, se dá diretamente pelo símbolo $a^n = a.a...a..nvezes$ para, em seguida, serem trabalhadas as propriedades que resultam da definição de potenciação.

Isso mostra que os alunos precisam entender a ideia da potenciação desde cedo, pois ela será usada ao longo de toda a sua formação escolar. A potenciação é uma operação Matemática fundamental. Em termos formais, a potenciação é representada como a^n, em que a é a base e n é o expoente.

Essa operação é amplamente utilizada em diversas áreas da Matemática, incluindo Álgebra, Geometria e Cálculo, e desempenha um papel crucial na simplificação de expressões matemáticas.

A potenciação também possui propriedades importantes que facilitam os cálculos e a resolução de problemas. Entre essas propriedades, destaca-se as propriedades dos produtos notáveis, fundamentais para a simplificação de expressões algébricas e são frequentemente utilizadas em problemas que envolvem polinômios e funções exponenciais.

Além de suas aplicações em Matemática pura, a potenciação é amplamente utilizada em ciências aplicadas, como Física e Engenharia.

A compreensão da potenciação é essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a resolução de problemas matemáticos mais complexos. Por meio do ensino eficaz da potenciação, os educadores podem ajudar os alunos a desenvolver habilidades críticas de raciocínio lógico e aplicar esses conceitos em situações do mundo real, ensinadas nas escolas a partir do ensino fundamental maior.

Portanto, a potenciação não é apenas uma operação Matemática, mas uma ferramenta vital que conecta diversos ramos do conhecimento e contribui para a formação de uma base sólida em matemática.

Exemplo de Potenciação:

2^3 (representa 2 multiplicado por ele mesmo três vezes, ou seja $2.2.2 = 8$).

Essa operação é muito útil para simplificar cálculos e expressar quantidades de forma mais compacta.

$2^3 = 8$ (2 é base, 3 é o expoente e 8 é o resultado da potência).

Para que os alunos consigam realmente entender e usar bem a potenciação, é importante que eles conheçam algumas regras simples, mas essenciais. A matemática estabelece certas convenções para lidar com situações específicas, como quando o número da base ou o expoente tem valores diferentes.

Por exemplo, sempre que a base for 1, o resultado da potência será 1, não importa o valor do expoente. Se a base for qualquer número diferente de zero e o expoente for 1, o resultado será o próprio número. Já quando o número zero é elevado a qualquer número positivo, o resultado é zero.

Uma regra importante, qualquer número diferente de zero elevado ao expoente zero é igual a 1. Essas ideias são simples, mas ajudam muito quando o aluno precisa organizar e resolver expressões algébricas.

Convenções:

Potência de base 1. $1^n = 1$
Potência de expoente 1. $a^1 = a$
Potência de base zero. $0^n = 0$
Potência de expoente zero. $a^0 = 1$

Também existem algumas regras especiais quando falamos de potências com base 10. Elas são muito úteis para escrever números grandes ou pequenos de forma mais prática, especialmente quando trabalhamos com notação científica. Quando o expoente é positivo, basta adicionar zeros ao número 1. Por exemplo, $10^3 = 1000$.

Já quando o expoente é negativo, o número vira uma fração decimal, $10^-3 = 0,001$. Esse tipo de representação aparece bastante no dia a dia da ciência, principalmente quando se trabalha com medidas muito pequenas, como na Biologia, ou muito grandes, como na Astronomia.

Regras Básicas:

Potência de base 10

Exemplos:

$10^3 = 1000$

$10^{-3} = 0,001$

No contexto educacional, percebemos que a potenciação é introduzida ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, permitindo aos estudantes compreenderem padrões numéricos e desenvolverem estratégias para o cálculo mental e algébrico.

De acordo com Vygotsky (1998), a aprendizagem acontece de forma significativa quando o aluno compreende as regras e conceitos por trás dos procedimentos matemáticos, o que permite o desenvolvimento do raciocínio lógico e a aplicação autônoma do conhecimento, reduzindo a simples memorização e facilitando a resolução de problemas.

Por isso, saber aplicar essas convenções e regras com confiança é fundamental no aprendizado da matemática. Quando o aluno entende o porquê de cada uma delas, tudo deixa de ser uma simples fórmula para decorar e passa a ser um conhecimento útil que ele pode levar para muitas situações, dentro e fora da escola.

2.4 Radiciação

A radiciação é o processo matemático que representa a operação inversa da potenciação. Quando calculamos a raiz de um número, estamos procurando o número que, multiplicado por si, resulta no valor original. Por exemplo, a raiz quadrada de 25 é 5, porque 5 elevado ao quadrado 5^2 é igual a 25.

A radiciação é fundamental em diversos contextos matemáticos e científicos para calcular medidas, resolver equações e compreender relações entre grandezas. A raiz cúbica de um número, é um número que, quando multiplicado por si três vezes, resulta no número original. A raiz cúbica de 27 é 3, pois 3 x 3 x 3 = 27. A radiciação é representada pelo símbolo radical $\sqrt{n}$.

Exemplo: $\sqrt{9}$ representa a raiz quadrada de 9, que é 3. Da mesma forma, a expressão que representa a raiz cúbica de $\sqrt[3]{64}$, que é 4, pois (4 x 4 x 4 = 64).

Segundo Elias (2023, p.3):

> É comum as pesquisas terem como foco a potenciação no 6º ano e suas relações em anos escolares posteriores, visando as propriedades de potenciação ou as relações entre potenciação e radiciação. Nesses casos, a potenciação é comumente tratada como uma nova operação que irá fundamentar conhecimentos futuros, mas pouca atenção se dá a como os conhecimentos construídos nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem sustentar a introdução da operação de potenciação no 6º ano.

Essa citação faz refletir sobre a importância de não pular etapas. O aluno precisa ter uma base sólida, construída com clareza desde os anos iniciais, para que conceitos como radiciação façam sentido quando forem apresentados. Se isso não acontecer, é comum que surjam dificuldades e bloqueios.

Percebe-se que muitos alunos veem a radiciação como algo difícil ou inacessível. Isso acontece porque, em muitos casos, ela é ensinada de forma abstrata, sem conexão com o cotidiano. Mas quando o professor traz exemplos práticos, como o cálculo de áreas, distâncias ou até em construções e projetos simples, o conteúdo passa a fazer sentido e o interesse dos alunos aumenta.

A radiciação como operação inversa a potenciação e desempenha um papel importante na Matemática. Compreender a radiciação é essencial para resolver problemas que envolvem raízes quadradas e cúbicas, além de ser uma habilidade fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para muitos alunos a radiciação é vista como um desafio. A integração de problemas práticos pode aumentar a motivação dos alunos, ao apresentar situações do cotidiano que envolvem as necessidades de calcular raízes podendo tornar aprendizado mais significativo e também ajudar os alunos a desenvolver habilidades de resolução de problemas valiosos em diversas áreas do conhecimento.

A radiciação está intimamente ligada aos conceitos matemáticos como a fatoração e os produtos notáveis. A raiz quadrada é uma operação importante em diversas áreas da Matemática e da Física, sendo utilizada para calcular áreas, volumes, distâncias e em muitos outros contextos.

2.5 Fatoração Algébrica

A fatoração algébrica é, sem dúvida, uma das ferramentas mais importantes dentro da álgebra. Ela nos ajuda a reescrever expressões de uma forma mais simples, transformando somas e subtrações em multiplicações. Isso facilita muito a resolução de problemas, seja para resolver equações, entender o comportamento de funções ou até simplificar expressões que, à primeira vista, parecem complicadas.

Na prática, fatorar significa pegar uma expressão maior e reescrever como um produto entre termos menores. É como desmontar uma estrutura e entender como ela foi construída, enxergando os padrões que se repetem e os caminhos que podem tornar o cálculo mais rápido e claro.

Esse processo é especialmente útil quando trabalhamos com polinômios. Fatorar permite que o aluno perceba como as partes da expressão se organizam e como certos formatos se repetem, como é o caso dos produtos notáveis. Quando o estudante compreende isso, ele começa a enxergar lógica onde antes via apenas números e letras misturados.

Segundo Diógenes da Silva (2023), o uso de materiais concretos em sala de aula, como peças de encaixe ou representações geométricas, pode facilitar muito esse entendimento. Ao manipular objetos e ver a fatoração acontecendo de forma visual, os alunos conseguem compreender melhor o que estão fazendo, e isso dá mais sentido à Matemática.

A própria Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) valoriza essa habilidade no 9º ano do Ensino Fundamental. O documento sugere que os alunos aprendam a fatorar expressões a partir dos produtos notáveis e usem esse conhecimento para resolver problemas que envolvem equações do segundo grau. Ou seja, não é só decorar fórmula, é entender, aplicar e resolver situações.

Existem vários jeitos de fatorar, e cada método tem sua hora certa para ser usado. Entre os mais comuns estão, colocar o fator comum em evidência, agrupar termos parecidos e usar identidades conhecidas como a diferença de quadrados. Essas técnicas são muito cobradas em provas como o Exame Nacional do Ensino Médio- ENEM e, por isso, é essencial que o aluno não só conheça os métodos, mas saiba quando e como utilizar.

2.5.1 Fator Comum em Evidência

A fatoração por fator comum em evidência é uma das formas mais simples de simplificar expressões algébricas. Ela funciona basicamente como o processo de "colocar para fora" aquilo que é comum a todos os termos de uma expressão. Ou seja, podemos observar o que todos os monômios têm em comum e, com isso, conseguimos reescrever a expressão como um produto.

É como usar a distributiva ao contrário: em vez de multiplicar o que está fora dos parênteses, agora a ideia é "desfazer" essa multiplicação para deixar tudo mais organizado e fácil de entender.

Exemplo: $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$

2.5.2 Fatoração por Agrupamento de Termos

A fatoração por agrupamento é uma técnica utilizada quando lidamos com expressões algébricas que possuem quatro ou mais termos. O processo começa com a separação dos termos em grupos que façam sentido entre si. Em cada um desses grupos, procuramos um fator comum para colocar em evidência. Depois disso, podemos analisar o que restou em cada parte e tentamos identificar um novo fator comum que possa ser destacado, facilitando a fatoração completa da expressão.

Exemplo: $ax + ay + bx + by = x(a + b) + y(a + b) = (x + y)(a + b)$

2.5.3 Diferença de Quadrados

A diferença de quadrados é uma identidade notável que aparece quando temos uma subtração entre dois termos que são quadrados perfeitos. Sempre que isso acontece, podemos reescrever a expressão como o produto de uma soma e de uma diferença das raízes quadradas desses termos.

Exemplo: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

2.6 História de Júlia

A inspiração para a realização deste trabalho surge a partir da história de Júlia Pimenta Ferreira, uma estudante de apenas onze anos, natural de Minas Gerais, estudou no Colégio Santa Maria Minas, que demonstrou notável habilidade ao desenvolver um método alternativo para a resolução de raízes quadradas. Diferente do método tradicional, que exige sucessivas tentativas para se aproximar do valor exato, a proposta de Júlia consiste em uma estratégia mais direta e sistemática, que chamou a atenção de seu professor e da comunidade acadêmica.

A partir da ideia apresentada por Júlia, o professor Frederico Ferreira de Pinho Tavares elaborou uma nova fórmula, que posteriormente foi publicada na Revista do Professor de Matemática (RPM), veículo de divulgação científica da Sociedade Brasileira de Matemática, sob o título "Painel IV – Regressão de Júlia".

De acordo com o professor Frederico, em entrevista concedida sobre o tema, o método criado pela aluna representa uma abordagem inovadora, que até então não era ensinada nas escolas, nem difundida nas faculdades, constituindo-se como uma contribuição significativa para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Figura 1: Júlia Pimenta Ferreira.

Fonte: G1 - Jornal Nacional, 2023

O reconhecimento do trabalho de Júlia não apenas a deixou orgulhosa, mas também evidencia a importância de se valorizar as iniciativas dos estudantes e de se promover ambientes educacionais que incentivem a criatividade e a proposição de novas soluções para problemas clássicos da Matemática.

O caso de Júlia reforça a necessidade de se repensar o ensino tradicional, muitas vezes limitado à reprodução de métodos estabelecidos, e de se buscar práticas pedagógicas que estimulem a autonomia e o protagonismo dos alunos.

Neste sentido, a experiência de Júlia ilustra como o ensino das raízes quadradas pode ser transformado a partir de abordagens mais inovadoras e contextualizadas. A aplicação de tais estratégias pode contribuir significativamente para tornar o aprendizado mais significativo, promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura dos conteúdos matemáticos.

Figura 2: Método de Júlia.

Fonte: G1 - Jornal Nacional, 2023

Assim, o exemplo de Júlia torna-se uma referência motivadora para educadores e estudantes, demonstrando que o conhecimento pode ser constantemente ampliado e renovado a partir de diferentes olhares e vivências.

3 METODOLOGIA

Este trabalho segue uma abordagem qualitativa e de natureza bibliográfica, com base em leituras e reflexões construídas a partir de livros, artigos científicos, dissertações, documentos oficiais, como a BNCC, e materiais didáticos utilizados no ensino da Matemática.

A intenção é reunir diferentes olhares e contribuições sobre os produtos notáveis, a radiciação e as práticas pedagógicas relacionadas a esses temas.

GARCIA (2016, p.3) afirma que:

> Para uma adequada comprovação de que a pesquisa realizada é uma pesquisa bibliográfica, o pesquisador deve propor um problema de pesquisa e um objetivo que estejam em consonância e que a resposta que será buscada está nos livros, artigos, teses, dissertações e ainda, com o advento da internet, muitos dados poderão ser buscados na rede, ou ainda, a resposta encontrada seja o contrário do que está nos livros e artigos. As pesquisas que podem ser classificadas como bibliográficas são, na sua maioria, aquelas que buscam discutir sobre ideologias ou ainda as que buscam conhecer e analisar as contribuições culturais ou científicas do passado sobre um determinado assunto, tema ou problema.

A abordagem qualitativa foi escolhida por permitir uma análise aprofundada dos dados teóricos, buscando compreender as relações entre os produtos notáveis, as práticas pedagógicas e as dificuldades enfrentadas no ensino desses conteúdos. Conforme Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa visa compreender os fenômenos educacionais em profundidade, a partir da perspectiva dos sujeitos envolvidos e dos contextos em que estão inseridos. Dessa forma, essa abordagem se mostra adequada para investigar as relações entre os produtos notáveis, as práticas pedagógicas adotadas e os desafios enfrentados no processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos.

Ao longo da pesquisa, foram selecionados materiais que não apenas explicam os conceitos matemáticos, mas também trazem sugestões de como ensiná-los de maneira mais clara, prática e próxima da realidade dos estudantes.

Entre essas propostas, ganham destaque aquelas que apostam no uso de recursos visuais, situações do cotidiano e ferramentas que estimulam o raciocínio lógico e a participação ativa dos alunos.

Um dos pontos centrais analisados é o método alternativo criado por Júlia Pimenta Ferreira, uma estudante que desenvolveu uma forma diferente e criativa de calcular raízes quadradas, a partir da ideia do produto notável do quadrado da soma.

Esse caso, além de inspirador, mostra como os próprios alunos podem contribuir com soluções inteligentes quando têm espaço para pensar livremente. Por isso, foi importante aprofundar esse exemplo, tanto no sentido matemático quanto didático.

A pesquisa também percorre os documentos oficiais da educação, especialmente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), observando como os produtos notáveis aparecem nas competências previstas para os 8º e 9º anos do Ensino Fundamental.

Isso permitiu compreender o papel desses conteúdos dentro do currículo escolar, reforçando sua importância para a formação matemática dos estudantes.

Também apresenta características exploratórias, visando ampliar a compreensão do tema e propor novas possibilidades de abordagem pedagógica, especialmente ao destacar o método alternativo criado por uma estudante da educação básica para o cálculo de raízes quadradas com base em produtos notáveis.

Ao reunir e analisar essas diferentes fontes, este trabalho constrói uma reflexão sobre como o ensino dos produtos notáveis pode ser mais interessante, significativo e conectado ao dia a dia dos alunos.

Mais do que repetir fórmulas, a proposta aqui é valorizar metodologias que despertem o entendimento, a criatividade e o protagonismo dos estudantes e que façam da Matemática uma ferramenta para pensar, compreender e transformar o mundo.

4 RESULTADOS E DISCURSSÕES

4.1 Raiz Quadrada

Quando se trata de ensinar o cálculo de raízes quadradas, é comum começarmos com métodos tradicionais como a estimativa ou a fatoração. No entanto, para facilitar a compreensão dos alunos, especialmente no caso de números quadrados perfeitos, um método mais prático e direto pode ser bastante útil.

Júlia, uma estudante criativa, pensou em uma maneira mais simples de calcular raízes quadradas, sem precisar de fórmulas complicadas ou cálculos demorados.

Seu método é intuitivo e pode ser facilmente aplicado, tornando o aprendizado mais rápido e acessível. O método de Júlia envolve uma sequência de adições sucessivas. Ao invés de usar multiplicações complexas ou divisões, basta seguir um passo a passo simples, começando com um número e somando valores que se aproximam da raiz quadrada do número desejado.

É um jeito direto e prático de descobrir a raiz quadrada de números perfeitos, e o mais interessante é que a solução final aparece no último número adicionado.

Nas escolas, o ensino de cálculo de raiz quadrada geralmente é feito em etapas, com abordagens diferentes dependendo do nível de ensino e da complexidade dos números envolvidos.

- Introdução com números quadrados perfeitos (Ensino Fundamental)

  No início, os alunos aprendem que a raiz quadrada é a operação inversa da potenciação:

  Exemplo:

  $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$

  São ensinados os quadrados perfeitos mais comuns

  $1^2 = 1$

  $2^2 = 4$

  $3^2 = 9$

  $4^2 = 16$

  $5^2 = 25$ etc.

  Isso ajuda a desenvolver o reconhecimento de raízes exatas de cabeça, sem conta formal.

- Método da fatoração (Ensino Fundamental II)

  Um jeito tradicional de resolver raízes sem calculadora é com fatoração:

  Exemplo:

  $\sqrt{36} = \sqrt{2^2.3^2} = 2.3 = 6$

  Se o número não for quadrado perfeito, ensina-se a simplificar a raiz:

  Exemplo:

  $\sqrt{50} = \sqrt{25.2} = \sqrt{25}.\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

- Estimativa e aproximação (Ensino Fundamental II e Médio)

  Quando a raiz não é exata, ensina-se a fazer uma estimativa:

  Exemplo:

  $\sqrt{20}$

  Sabemos que:

  $4^2 = 16$

  e

  $5^2 = 25$

  Então:

  $\sqrt{20}$ é igual ou aproximadamente a 4,5

- Júlia pensou em um método diferente e prático:

  Exemplo:

  $\sqrt{144} = 12$

  10 x 10 = 100

  $100 + 10 + 11 = 121$

  $121 + 11 + 12 = 144$

O número final que você adicionou, no caso o 12, é a raiz quadrada de 144. Como podemos ver, o método de Júlia transforma o processo de cálculo em uma sequência simples de somas, tornando o entendimento mais visual e menos abstrato.

Esse método, além de ser bem prático, ajuda os alunos a entenderem a raiz quadrada de um jeito mais natural, sem precisar lidar com cálculos complicados. Ele é uma alternativa incrível para tornar o aprendizado mais leve e menos assustador!

4.2 Aplicações dos produtos notáveis na geometria

Os exemplos apresentados neste trabalho evidenciam que, quando os produtos notáveis são ensinados de forma contextualizada e significativa, eles deixam de ser apenas fórmulas a serem memorizadas e se transformam em ferramentas concretas de resolução de problemas.

Isso pode ser observado nas atividades propostas em contextos reais, como construção Civil e Agricultura, nos quais os produtos notáveis foram aplicados para o cálculo de áreas, demonstrando sua relevância prática.

No cotidiano escolar, muitos estudantes têm dificuldades para compreender os conceitos relacionados aos produtos notáveis, o que frequentemente se relaciona ao ensino tradicional baseado em repetição e memorização.

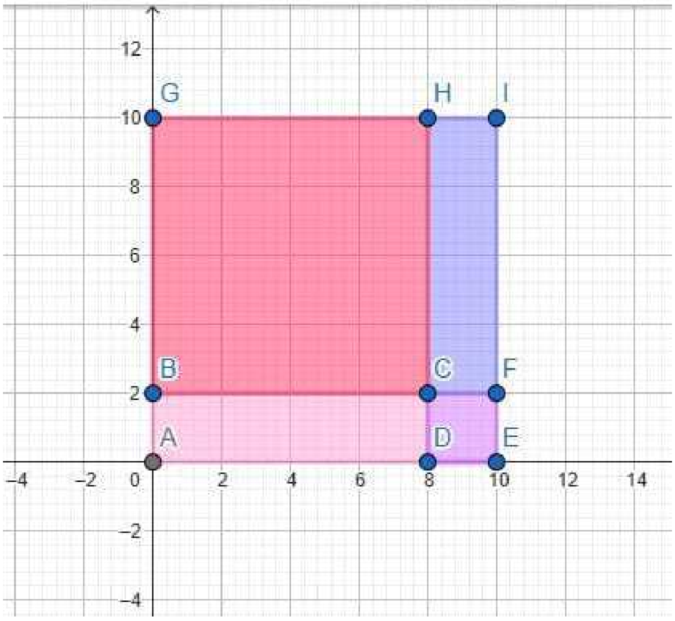
Nesse sentido, Dario (2017) aponta que a mediação do professor é essencial para esclarecer conceitos básicos, como a multiplicação de termos semelhantes, o que contribui significativamente para a compreensão dos produtos notáveis. A autora relata que erros como $a.a = 2a$ são recorrentes e exigem intervenção imediata e clara por parte do docente.

Ao trabalhar a área de figuras ou calcular medidas de terrenos, por exemplo, os alunos podem aplicar o quadrado da soma, o quadrado da diferença ou o produto da soma pela diferença como ferramentas matemáticas essenciais.

Considerando o quadrado da imagem, cujo lado mede 8 cm + 2 cm. A área total é representada pela expressão $(8+2)^2$.

Para facilitar a visualização, foi dividido o quadrado em quatro regiões:

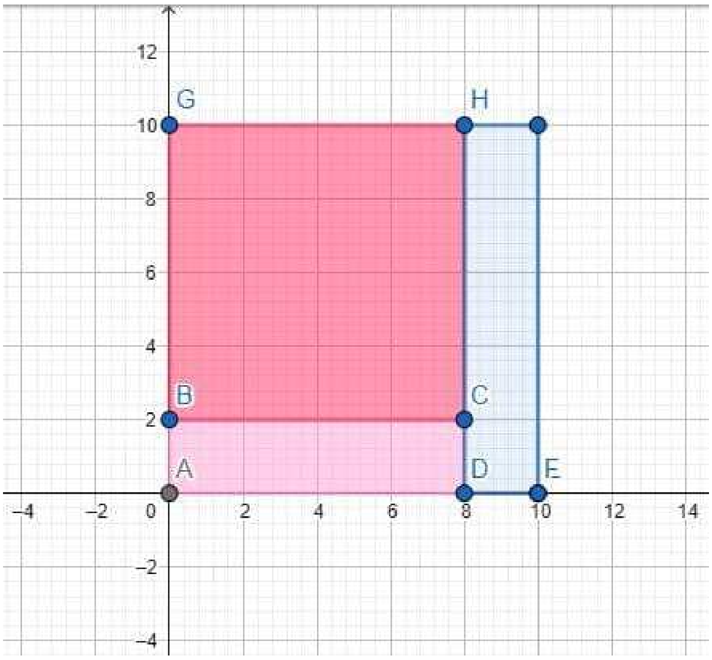
Figura 3: Quadrado da soma de dois termos.



Fonte: Autora, 2025

Um quadrado de lado 8 cm, com área 8^2
Dois retângulos de lados 8 m e 2 cm, cada um com área 8 x 2
Um quadrado de lado 2 cm, com área 2^2
Somado as áreas das partes, temos:
Área total: $8^2 + 2(8.2) + 2^2 = 64 + 32 + 4 = 100cm^2$
Desta forma foi demonstrado que:
$(8+2)^2 = 64 + 32 + 4 = 100cm^2$

Figura 4: Quadrado da diferença de dois termos.



Fonte: Autora, 2025

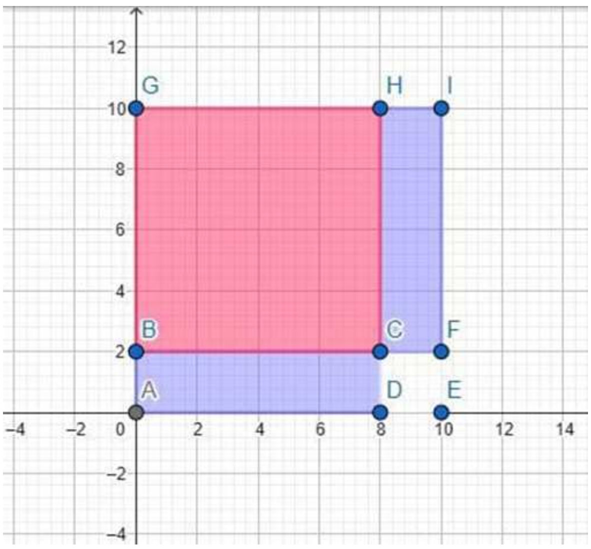
Usamos a fórmula $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Vamos calcular a área do quadrado BCHG

$(10-2)^2 = 10^2 - 2.10.2 + 2^2$

$100 - 40 + 4 = 64cm^2$

Figura 5: Produto da soma pela diferença de dois termos.



Fonte: Autora, 2025

Na imagem, usamos a fórmula $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ para encontrar a área da parte que está pintada.

$(10+2)(10-2) = 10^2 - 2^2$

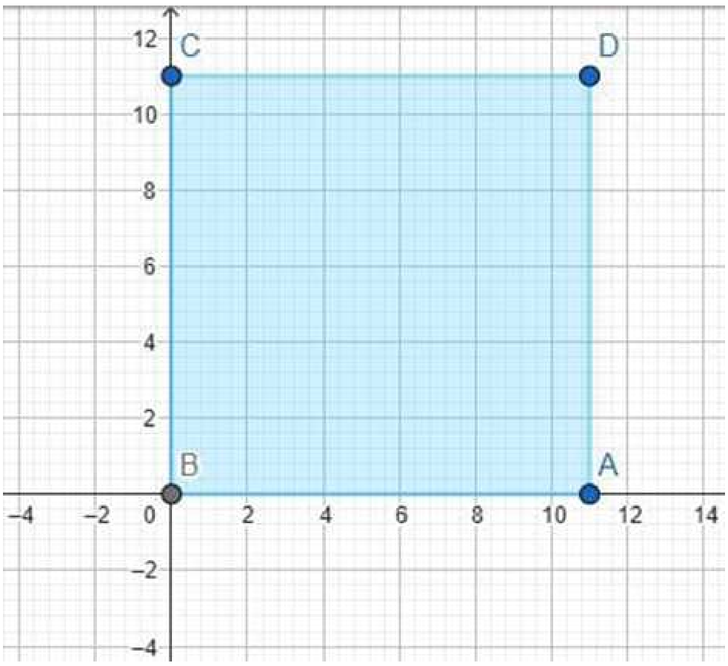
$100 - 4 = 96cm^2$

No nosso dia a dia podemos nos deparar com desafios que para serem resolvidos serão necessários a aplicação dos produtos notáveis e raiz quadrada.

Exemplo:

Um pedreiro quer saber a área de um cômodo com 11 metros de lado.

Figura 6: Construção Civil (Medida de Espaço).



Fonte: Autora, 2025

$11^2 = (10+1)^2 = 10^2 + 2.10.1 + 1^2 =$

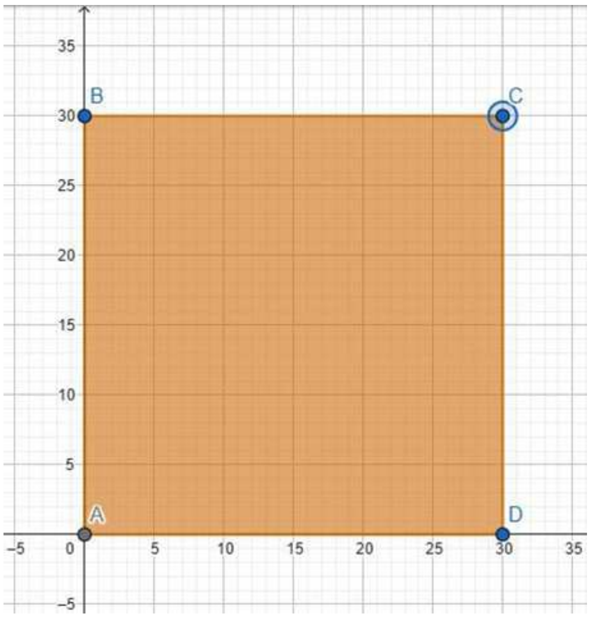
$100 + 20 + 1 = 121cm^2$

Produto notável usado: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemplo:

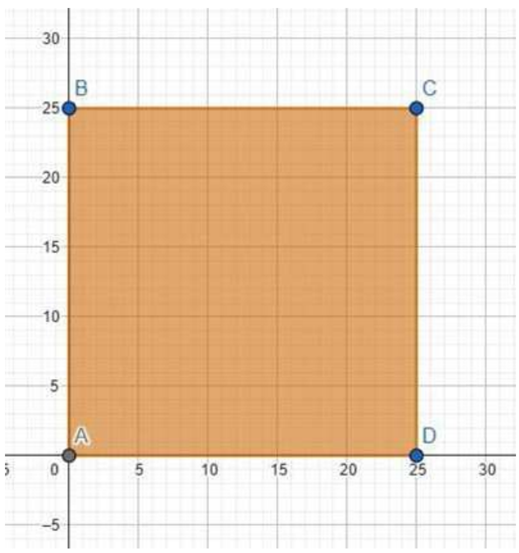
Suponhamos que precisamos cortar uma placa de madeira que originalmente tem 30 cm de lado para um tamanho menor, diminuindo 5 cm de cada lado para que ela se encaixe em um móvel. Usando o produto notável do quadrado da diferença, calcule a nova área da placa menor.

Figura 7: Construção Civil (Medida de Espaço).



Fonte: Autora, 2025

Figura 8: Construção Civil (Medida de Espaço).



Fonte: Autora, 2025

$(30-5)^2 = 30^2 - 2.30.5 + 5^2$

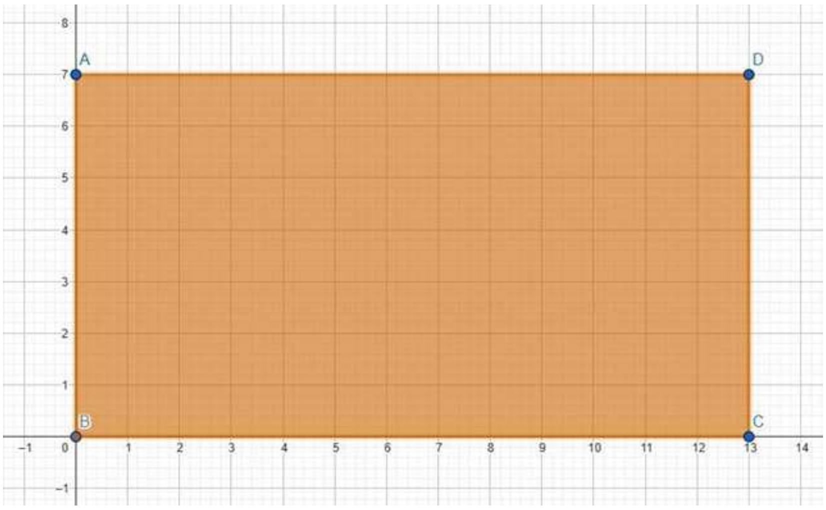
$900 - 300 + 25 = 625cm^2$

Produto Notável usado: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemplo:

Um agricultor quer calcular a área de um terreno com lados 13 e 7 metros.

Figura 9: Agricultura (Medida de Espaço).



Fonte: Autora, 2025

Organizando o cálculo tem-se:

$(10+3)(10-3) =$

$10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91m^2$

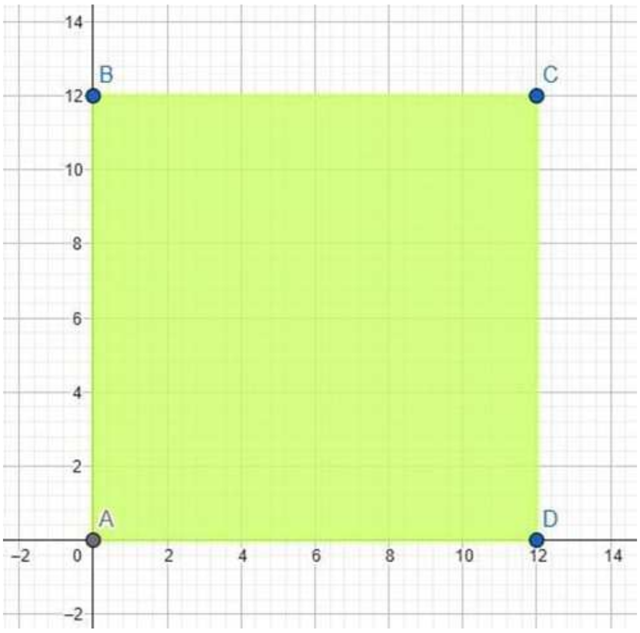
Produto notável usado: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemplo:

Um agricultor quer construir um canteiro quadrado e sabe que ele terá uma área de $144m^2$. Para saber quanto deve medir cada lado, ele calcula:

$$\sqrt{144} = 12 \text{ metros}$$

Figura 10: Agricultura - Cálculo de área de um canteiro quadrado.



Fonte: Autora, 2025

Raiz quadrada usada para descobrir o lado.

Os exemplos apresentados neste trabalho evidenciam que, quando os produtos notáveis são ensinados de forma contextualizada e significativa, eles vão muito além de simples fórmulas a serem memorizadas.

Passam a ser instrumentos reais de compreensão do mundo, auxiliando na resolução de problemas de forma concreta. Para que isso aconteça, é essencial que os professores estejam bem preparados e abertos a metodologias que valorizem a participação ativa e o protagonismo dos estudantes.

A criatividade revelada no método de Júlia Pimenta é uma prova do quanto os alunos são capazes de produzir conhecimento quando têm espaço para pensar, testar, errar e criar.

Quando a escola se torna um ambiente que acolhe essas possibilidades, o aprendizado deixa de ser algo imposto e passa a ser vivido.

Ensinar Matemática, nesse contexto, torna-se mais do que transmitir conteúdos, é cultivar pensamento crítico, construir pontes com a realidade e, acima de tudo, formar sujeitos capazes de pensar e transformar o mundo à sua volta.

4.3 Os produtos notáveis e o método de Julia (Inter-relação)

No campo da educação Matemática, o estímulo à criatividade e à busca por soluções alternativas para problemas clássicos são aspectos essenciais para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Nesse contexto, destaca-se o método criado por Júlia Pimenta Ferreira, estudante mineira de 11 anos, que propôs uma abordagem prática para o cálculo de raízes quadradas, especificamente para números quadrados perfeitos.

O método consiste na seguinte ideia: para encontrar a raiz quadrada de um número, soma-se ao produto de um número, o próprio número e, em seguida, o seu sucessor imediato.

De maneira formal, a expressão utilizada é:

$$\Rightarrow x.x + x + (x+1) \;=\; x.x + x + x + 1$$

$$\Rightarrow x.x + x + x + 1 \;= x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow (x+1)^2$$

Aplicando o método para determinar a $\sqrt{169}$, observa-se:

$$\begin{array}{llll} 10\times 10 & = 100 & \Rightarrow & 100 + 10 + 11 & = 121 \\ 11\times 11 & = 121 & \Rightarrow & 121 + 11 + 12 & = 144 \\ 12\times 12 & = 144 & \Rightarrow & 144 + 12 + 13 & = 169 \end{array}$$

Logo, identifica-se que a raiz quadrada de 169 é 13. Esse processo demonstra como a técnica de Júlia se baseia em uma progressão sistemática, aproximando-se sucessivamente do valor correto.

Aplicando o método para determinar a $\sqrt{225}$:

10 x 10 $= 100$
10 x 10 $+ 10 + 11 = 121$
11 x 11 $+ 11 + 12 = 144$
12 x 12 $+ 12 + 13 = 169$
13 x 13 $+ 13 + 14 = 196$
14 x 14 $+ 14 + 15 = 225$

Identifica-se que a $\sqrt{225}$ é 15.

Esse tipo de associação ajuda muito no aprendizado, pois une o raciocínio numérico ao algébrico. O aluno percebe que as operações feitas seguem uma lógica que pode ser representada em expressões e fórmulas. Isso incentiva a autonomia e o pensamento crítico, duas habilidades muito valorizadas.

Essa relação entre os produtos notáveis e o método de Júlia vai além de uma simples curiosidade matemática. Ela mostra, na prática, como conceitos que muitas vezes são vistos apenas como fórmulas para decorar podem surgir de forma natural e fazer sentido para os alunos. Ao perceberem que a estratégia criada por Júlia nada mais é do que a aplicação do quadrado da soma.

Quando analisada do ponto de vista algébrico, percebe-se que a proposta de Júlia possui relação direta com o produto notável do quadrado da soma de dois termos:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Observando o método de Júlia: $(x+1)^2 \;=\; x^2+2x+1$

A aplicação dessa identidade algébrica revela que o método, embora elaborado de forma intuitiva por uma criança, possui fundamentos matemáticos sólidos, uma vez que explora as propriedades estruturais dos números e a lógica algébrica dos produtos notáveis.

Esse exemplo evidencia a importância de valorizar práticas criativas no ambiente escolar, permitindo que os alunos não apenas reproduzam procedimentos padronizados, mas também construam novas estratégias para resolver problemas.

O método de Júlia ilustra como a educação matemática pode beneficiar-se da autonomia e da inventividade dos discentes, fortalecendo o pensamento crítico e ampliando as possibilidades pedagógicas.

Aproximando a Matemática do cotidiano dos alunos e desmistificando a ideia de que soluções matemáticas são únicas e inflexíveis. Ao contrário, demonstra-se que diferentes caminhos podem levar à resolução de um mesmo problema, estimulando a curiosidade e o interesse pelo aprendizado.

Por fim, a repercussão do método de Júlia, que foi reconhecido por professores e pela comunidade acadêmica, reforça a relevância de se repensar práticas pedagógicas tradicionais, abrindo espaço para que contribuições espontâneas dos estudantes sejam valorizadas e incorporadas ao processo educativo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho proporcionou uma experiência muito rica de aprendizado, não apenas sobre os produtos notáveis em si, mas também sobre como o ensino da Matemática pode ser mais próximo da realidade dos alunos.

Ao pesquisar sobre esse conteúdo e refletir sobre sua aplicação na sala de aula, percebe-se que, muitas vezes, o problema não está na dificuldade do conteúdo, mas na forma como ele é ensinado. Quando a Matemática é apresentada apenas como um conjunto de fórmulas para memorizar, ela se torna distante, desinteressante e até assustadora para muitos estudantes.

Por outro lado, quando o professor consegue contextualizar os conteúdos, mostrar suas aplicações práticas e utilizar recursos variados, como materiais manipulativos, tecnologia, desenhos e situações do cotidiano, tudo muda. O aluno passa a ver sentido no que está aprendendo, participa mais das aulas e desenvolve, aos poucos, a confiança para resolver problemas e pensar com autonomia.

Os produtos notáveis, apesar de parecerem simples à primeira vista, são ferramentas poderosas para a construção do raciocínio algébrico. Eles aparecem não só em expressões, mas também em cálculos de áreas, resoluções de equações e até em situações do dia a dia, como foi mostrado nos exemplos da Construção Civil e da Agricultura. Isso prova que a Matemática não está só nos livros, mas está viva ao nosso redor o tempo todo.

O exemplo da Júlia Pimenta Ferreira foi, uma das partes mais inspiradoras deste trabalho. Ver como uma aluna tão jovem conseguiu criar um método diferente para calcular raízes quadradas, usando sua própria lógica e criatividade, me fez perceber o quanto os alunos têm potencial para ir além do que é ensinado de forma tradicional.

Quando a escola abre espaço para o protagonismo dos estudantes, quando valoriza suas ideias e suas formas de pensar, o aprendizado se torna algo muito mais significativo.

Com este estudo, percebi ainda que o professor não deve ser apenas um transmissor de conteúdos, mas alguém que guia, motiva e acredita na capacidade do aluno. O ensino da Matemática precisa ser mais humano e mais conectado com as experiências reais de quem aprende.

Referências

ANDRINI, Álvaro. *Matemática: 7ª série*. São Paulo: Ática, 2005.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1994.

CORREA, Larissa et al. Representações semióticas de produtos notáveis: em Euclides e nos dias atuais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Anais [...]. São Paulo: SBEM, 2016.

D'AMBROSIO, Beatriz H. *Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio*. Pro-Posições, v. 4, n. 1, p. 35-41, 1993.

DARIO, Érica Maria Rennó Villela. *Produtos notáveis no 8º ano do ensino fundamental II: contribuições da utilização de diferentes recursos didáticos*. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

EITY IO, Leandro. *Transformações de produtos notáveis em livros didáticos brasileiros do século XX*. 2023.

ELIAS, Henrique Rizek; GERETI, Laís Cristina Viel; MARTELOZO, Daniele Peres da Silva; SILVA, Suiane Priscila Perez Felício da. Tarefas exploratórias para o ensino de potenciação: manifestações do pensamento algébrico a partir de uma Investigação Baseada em Design. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 16, p. 1–21, 2023.

GARCIA, Elias. Pesquisa bibliográfica versus revisão bibliográfica: uma discussão necessária. *Línguas & Letras*, v. 17, n. 35, 2016.

GEOGEBRA. *GeoGebra*. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>.

GLOBO, g1 O portal de notícias da. Aluna de 11 anos ajuda a desenvolver fórmula para descobrir a raiz quadrada de uma nova maneira. 2023.

GUERRA, Fernando; TANEJA, Inder Jeet. *Matemática básica: volume 1*. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC; Brasília: CAPES: UAB, 2009. 164 p. ISBN 978-85-61608-73-6.

HENRIQUE, João. *Produtos notáveis – 8º ano*. [S.l.: s.n.], [s.d.]. Apostila didática.

IO, Leandro Eity; RIBEIRO, Dulcyene Maria. Abordagens de produtos notáveis na obra *Matemática 1º ano*, de Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., [2022?]. Anais [...]. [S.l.]: ENAPHEM, [2022?].

MEC. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

MINOZZO, Giovana de Oliveira; BAVARESCO, Delair. Produto notável: um resgate às origens da álgebra geométrica na prática de ensino contemporânea. 2021.

MOURA, Cleomar da Silva; SILVA, Francinaldo Franklin da; RIBEIRO, Romualdo Amorim. Uma proposta de ensino e aprendizagem de produtos notáveis com auxílio da informática. 2017

OVERLEAF. Overleaf: editor online de LaTeX. Disponível em: <https://pt.overleaf.com/>. Acesso em: 27 jun. 2025.

PINTO, Jefferson de Souza; ANDRADE, Rafael dos Reis Lima de; CESAR, Ana Cristina Gobbo. *Utilização do método de resolução de problemas de Polya para ensinar matemática*. Belo Horizonte: Editora Poisson, 2018. 57 p. ISBN 978-85-7041-027-5.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, v. 2, p. 12, 1978.

SILVA, Diógenes Santana da. A efetividade do material manipulável para o ensino de álgebra e produtos notáveis. 2023.

VIEIRA, Marcos André. *Estudo dos produtos notáveis usando a história da matemática*. 2011. 31 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Fundação Educacional do Município de Assis, Assis, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovich et al. *A formação social da mente*. São Paulo, v. 3, 1984.