UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
CAMPUS BALSAS
CURSO DE MATEMÁTICA

ALBERTO SOUSA E SILVA

O DESENHO GEOMÉTRICO COMO FERRAMENTA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO 9º ANO: Uma Abordagem Baseada no Modelo de Van Hiele

Balsas
2025

ALBERTO SOUSA E SILVA

O DESENHO GEOMÉTRICO COMO FERRAMENTA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO 9º ANO: Uma Abordagem Baseada no Modelo de Van Hiele

Monografia apresentada ao Departamento de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão – Campus Balsas, para obtenção do grau de licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.ª Me. Olívio Crispim de Medeiros

Balsas
2025

S586d

Silva, Alberto Sousa e.

O desenho Geométrico como ferramenta para o desenvolvimento do pensamento Geométrico no 9° ano: Uma abordagem baseada no modelo de Van Hiele. Alberto Sousa e Silva /. _ 2025.

104f.

Monografia (Graduação em Matemática) Universidade Estadual do Maranhão – UEMA / Balsas, 2025.

Orientador: Prof. Me. Olívio Crispim de Medeiros

· Desenho Geométrico. 2. Ensino de Geometria. 3. Pensamento Geométrico. 4. Van Hiele.

CDU: 514.1

ALBERTO SOUSA E SILVA

O DESENHO GEOMÉTRICO COMO FERRAMENTA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO 9º ANO: Uma Abordagem Baseada no Modelo de Van Hiele

Monografia apresentada ao Departamento de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão – Campus Balsas, para obtenção do grau de licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.ª Me. Olívio Crispim de Medeiros

Aprovado em: 18/ 07/ 2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Olivío Crispim de Medeiros (Orientador)
Mestre em Matemática
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Lourimara Farias Barros Alves

Prof. Dra. Lourimara Farias Barros Alves
Doutora em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Sergio Nolêto Turibus

Prof. Dr. Sergio Noleto Turibus
Doutor em Engenharia Nuclear
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder forças, sabedoria e perseverança para seguir até aqui, mesmo diante dos desafios.

Aos meus pais, irmãos e namorada, pela base, apoio incondicional e incentivo constante ao longo da minha jornada acadêmica.

À Universidade Estadual do Maranhão, pela formação recebida, e a todos os professores que contribuíram de maneira significativa para minha trajetória, especialmente ao meu orientador, Me. Olívio Crispim, pela paciência, dedicação e orientação cuidadosa durante todo o processo de elaboração deste trabalho.

À equipe gestora, professores e alunos da Escola Municipal Professora Virgínia Kury, pelo acolhimento, pela colaboração e pela participação no desenvolvimento das atividades do minicurso.

À minha preceptora, professora de Matemática da turma, pelo apoio e supervisão fundamentais na realização das aulas durante o Programa Residência Pedagógica. Aos colegas do curso, que compartilharam comigo momentos de aprendizado, dúvidas, alegrias e superações.

E, por fim, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a construção deste trabalho. Meu sincero muito obrigado.

“Eu quero ser maior que essas muralhas que eles construíram ao meu redor”

(BK’, “Titãs)

Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar o impacto do ensino de Desenho Geométrico no desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi desenvolvida com abordagem qualitativa, configurando- se como um estudo de caso, e fundamentada na teoria dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. As atividades aplicadas foram planejadas com foco na construção de figuras utilizando régua, compasso e esquadro, promovendo o contato direto dos alunos com os elementos fundamentais da Geometria Plana. Os dados analisados revelaram que os alunos se encontram, em sua maioria, entre os níveis de visualização e análise propostos por Van Hiele, demonstrando avanços no reconhecimento, construção e descrição de propriedades geométricas. Constatou-se que a prática com construções geométricas possibilita maior compreensão dos conceitos e favorece o raciocínio espacial, a percepção visual e a motivação dos estudantes frente ao ensino da Matemática. Os resultados in dicam que o uso do Desenho Geométrico em sala de aula é uma ferramenta didática potente para o ensino da Geometria, contribuindo para tornar o aprendizado mais significativo, ativo e acessível.

Palavras-chave: Desenho Geométrico. Ensino de Geometria. Pensamento Geométrico. Van Hiele.

Abstract

This study aims to analyze the impact of teaching Geometric Drawing on the development of geometric thinking in 9th-grade students of Elementary School. The research was conducted through a qualitative approach, structured as a case study, and based on the Van Hiele theory of levels of geometric thinking. The proposed activities were designed with a focus on the construction of geometric figures using ruler, compass, and set square, encouraging students' direct interaction with fundamental concepts of Plane Geometry. The analysis of the collected data revealed that most students are situated between the visualization and analysis levels described by Van Hiele, showing progress in recognizing, constructing, and describing geometric properties. It was found that practical construction activities facilitate a better understanding of geometric concepts, enhancing students' spatial reasoning, visual perception, and motivation towards learning Mathematics. The results indicate that the use of Geometric Drawing in the classroom is a powerful didactic tool for teaching Geometry, contributing to a more meaningful, active, and accessible learning process.

Keywords: Geometric Drawing. Geometry Teaching. Geometric Thinking. Van Hiele.

LISTA DE FIGURAS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, enquanto ciência fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico e crítico, apresenta desafios significativos no processo de ensino e aprendizagem, especialmente no Ensino Fundamental. Entre os conteúdos que compõem essa área do conhecimento, a Geometria Plana destaca-se como um dos componentes essenciais para a compreensão espacial, a visualização e a resolução de problemas do cotidiano. Contudo, observa-se que muitos alunos apresentam dificuldades em assimilar seus conceitos, muitas vezes devido à abordagem teórica excessiva e à ausência de práticas que envolvam a construção concreta de figuras geométricas. É nesse contexto que o Desenho Geométrico surge como uma ferramenta pedagógica eficaz, oferecendo um meio acessível e visual para a compreensão dos fundamentos geométricos.

Com o objetivo de contribuir para a superação dessas dificuldades, foi desenvolvido e aplicado um minicurso de Desenho Geométrico com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Professora Virgínia Kury, durante a realização do Programa Residência Pedagógica, vinculada ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), no município de Balsas - MA. A proposta do minicurso consistiu em introduzir os conceitos e as técnicas de construções geométricas utilizando régua e compasso, enfatizando temas como mediatriz, bissetriz, polígonos regulares e circunferência. As aulas foram planejadas com foco no desenvolvimento do pensamento geométrico, a partir da execução prática das construções, seguidas de momentos de discussão e reflexão.

A escolha por um formato prático se deu com base na necessidade de promover uma aprendizagem significativa, na qual os alunos fossem protagonistas na construção do conhecimento. Além disso, o minicurso permitiu a aplicação de estratégias metodológicas diversificadas, alinhadas aos pressupostos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza a importância da aprendizagem ativa e da resolução de problemas reais. Também se considerou como referencial teórico o modelo de Van Hiele, que categoriza os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico em estágios, sendo o minicurso estruturado para possibilitar a progressão dos estudantes entre esses níveis.

Durante o curso, os alunos demonstraram maior interesse e envolvimento ao utilizar instrumentos geométricos, fato que evidenciou a relevância da abordagem prática e visual no processo de ensino. Além disso, as atividades permitiram ao professor-residente realizar uma avaliação mais precisa sobre o estágio de desenvolvimento cognitivo dos alunos em relação à Geometria, favorecendo a reflexão sobre práticas pedagógicas mais eficazes.

Portanto, esta pesquisa tem como objetivo geral analisar o impacto do ensino de Desenho Geométrico no desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, a partir das atividades realizadas durante o Programa Residência Pedagógica na Escola Municipal Professora Virgínia Kury.

A seguir, serão apresentados os fundamentos teóricos que embasam a proposta, a metodologia utilizada, os resultados obtidos a partir da aplicação do minicurso e as considerações finais sobre a prática pedagógica desenvolvida.

2 FUNDAMENTOS DO DESENHO GEOMÉTRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

A Geometria, enquanto campo do conhecimento matemático, sempre ocupou papel fundamental na formação do pensamento lógico e espacial. Dentro desse contexto, o Desenho Geométrico se configura como uma ferramenta didática importante, por possibilitar a construção visual e precisa de conceitos geométricos fundamentais. Sua utilização no ambiente escolar permite que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à observação, à abstração e ao raciocínio lógico.

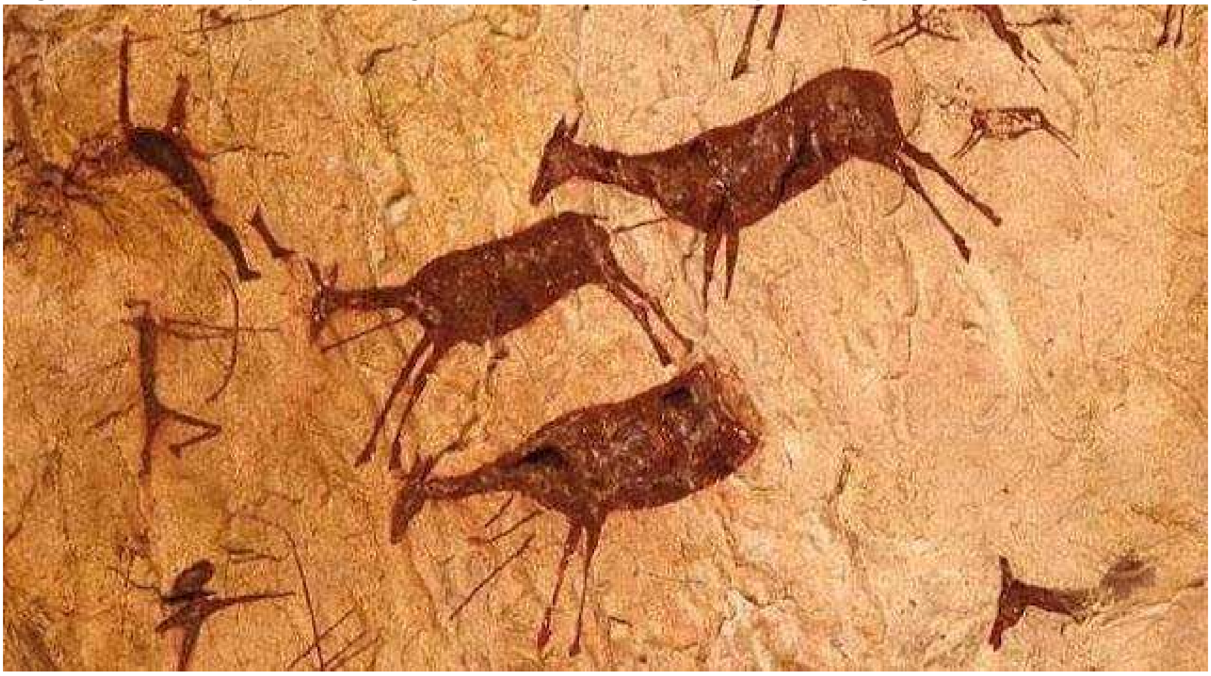
Este capítulo apresenta os fundamentos históricos e pedagógicos do Desenho Geométrico, buscando compreender sua trajetória desde as civilizações antigas até sua aplicação contemporânea no ensino da Matemática. Além disso, destaca-se o uso de instrumentos como régua e compasso como elementos facilitadores na construção do saber geométrico, especialmente no Ensino Fundamental, onde a materialização das formas contribui para uma aprendizagem mais significativa.

Os tópicos a seguir buscam contextualizar a importância do Desenho Geométrico na educação matemática, evidenciando sua relevância na formação do pensamento geométrico e na superação das dificuldades enfrentadas por estudantes ao lidar com a Geometria Plana.

2.1. Aspectos Históricos da Geometria e do Desenho Geométrico

A história do desenho e da Geometria acompanha o desenvolvimento da própria civilização humana. Muito antes do surgimento da escrita, o homem pré-histórico já utilizava o desenho como forma de comunicação, registro e expressão. As artes rupestres, como as encontradas nas grutas de Lascaux, na França (Figura 1), revelam essa relação profunda com o meio e com os elementos da natureza, como os animais que compunham sua vida cotidiana.

Figura 1 - Arte rupestre nas grutas de Lascaux, França. Imagem: ZABAAN.



Fonte:[https://www.oblogdomestre.com.br/2018/03/ArteRupestre.Historia.html]

Segundo Putnoki (1993), o desenho surgiu há cerca de 60 mil anos, como uma necessidade do ser humano de representar simbolicamente o mundo à sua volta. O autor destaca que, antes mesmo da linguagem escrita, o desenho foi a forma inicial de comunicação do homem com os demais e com seu próprio pensamento. Ele afirma que:

> O que é a escrita se não a combinação de símbolos desenhados. Através de gravuras traçadas nas paredes das cavernas, o homem pré-histórico registrou fatos relacionados a seu cotidiano, deixando indicadores importantes para os pesquisadores modernos estudar os ancestrais de nossa espécie. Enfim a arte do desenho é algo inerente ao homem (Putnoki,1993, p. 7).

Paralelamente ao desenvolvimento do desenho, surgia a necessidade prática de medir e organizar o espaço. A palavra “Geometria” tem origem grega: geo significa terra e metria, medida. A Geometria surgiu, portanto, como ciência voltada à medição e organização do espaço físico, especialmente no contexto de civilizações como a egípcia e a babilônica. De acordo com Eves (2007), essas culturas antigas já dominavam noções geométricas aplicadas à divisão de terras, à construção e ao comércio.

> A Geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. De numerosos exemplos concretos infere-se que os babilônicos do período 2000 a.C. a 1600 a.C. deveriam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triangulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez a área do triângulo genérico), da área de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal (Eves, 2004, p. 60).

Com o avanço da civilização, o desenho passou a ser utilizado não apenas como registro da realidade, mas como uma ferramenta de projeção e planejamento. Putnoki (1993) observa que a criação de um desenho para construir algo que ainda não existia representou um salto importante na capacidade de abstração humana. Essa capacidade foi gradualmente refinada até alcançar a sofisticação dos gregos, que deram à matemática uma estrutura dedutiva formal. Na obra Elementos, de Euclides (300 a.C.), a Geometria é sistematizada de forma lógica e rigorosa, apresentando definições, axiomas e teoremas.

É nesse contexto que se insere o Desenho Geométrico. Para os gregos, não havia distinção entre Geometria e Desenho Geométrico; o último era compreendido como parte das construções necessárias para demonstrar os conceitos e propriedades das figuras. Como afirma Wagner (apud OLIVEIRA, 2015, p. 30), “as construções com régua e compasso já aparecem no século V a.C., época dos pitagóricos, e tiveram enorme importância no desenvolvimento da Matemática grega”.

A proposta de Euclides não se limitava a desenhar figuras por si só, mas a construir geometricamente, com precisão e lógica, cada forma. O Desenho Geométrico, dessa forma, nasce como parte da prática matemática formal. Apesar disso, Putnoki (2013) aponta que o ensino dessa prática tem sido cada vez mais negligenciado nas escolas, o que compromete o entendimento da Geometria como um todo:

> A rigor, ensinar geometria sem esses instrumentos é como dar a uma criança um triciclo sem as duas rodas traseiras. Ela até consegue se locomover, mas muito mal. Estamos mutilando a geometria quando ensinamos como fazemos hoje, além de abrir mão de ferramentas cujo alcance didático é inesgotável (Putnoki, 2013, s.d).

No contexto educacional, o Desenho Geométrico passou a desempenhar papel pedagógico relevante ao possibilitar que o aluno compreendesse, de maneira visual e manipulativa, os conceitos da Geometria. O uso de instrumentos como régua, compasso e esquadros proporciona uma aproximação concreta entre teoria e prática, o que favorece o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Essa abordagem prática do conhecimento contribui para a superação das dificuldades abstratas que os alunos frequentemente encontram na aprendizagem da Geometria Plana.

Assim, compreender a trajetória histórica da Geometria e do Desenho Geométrico permite reconhecer a importância dessas áreas tanto para a evolução científica quanto para o processo de ensino-aprendizagem. Ao retomar essas origens em sala de aula, promove-se não apenas a valorização do conhecimento matemático, mas também o estímulo à construção ativa do saber por meio da prática e da observação.

2.2. O Desenho Geométrico no Ensino de Matemática

O Desenho Geométrico é uma importante ferramenta pedagógica no ensino de Matemática, especialmente no que se refere à Geometria Plana. Historicamente, foi um dos principais instrumentos de ensino nas escolas, pois permite a visualização e a construção de conceitos abstratos por meio de traçados precisos com instrumentos como régua, compasso e esquadros. Apesar de sua retirada como disciplina autônoma do currículo em muitas escolas brasileiras, seu valor pedagógico permanece significativo.

Segundo Putnoki (1993, p. 8), “o Desenho Geométrico é um capítulo da Geometria, que com o auxílio de dois instrumentos, a régua e o compasso, se propõe a resolver graficamente problemas de natureza teórica e prática” , possibilitando que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de abstração por meio da prática. Ele afirma ainda que, ao manipular instrumentos e seguir etapas rigorosas de construção, o estudante vivencia um processo de aprendizagem mais concreto e significativo, especialmente quando se trata da compreensão de conceitos como perpendicularidade, paralelismo, ângulos e simetrias (Putnoki, 1993, p. 9).

Conforme Dutra Júnior (2010), o uso do Desenho Geométrico permite ao estudante visualizar propriedades das figuras planas e compreender as relações entre seus elementos, o que contribui para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa. O autor ressalta que essa prática pode ser integrada a diferentes estratégias didáticas, como a resolução de problemas, o trabalho em grupo e o uso de tecnologias, criando um ambiente de ensino mais dinâmico e eficaz.

Além disso, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 72) destacam que atividades de construção geométrica favorecem o desenvolvimento do pensamento espacial, habilidade essencial para o entendimento de conteúdos mais complexos da Matemática e das Ciências. Eles defendem que, ao realizar construções com régua e compasso, o aluno participa de um processo investigativo que estimula a formulação de hipóteses, a validação de resultados e o raciocínio dedutivo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998, p. 129) também apontam para a importância da Geometria como um dos eixos fundamentais da Matemática no Ensino Fundamental, ressaltando a necessidade de que os alunos desenvolvam competências relacionadas à visualização, à construção e à análise de figuras planas e espaciais. O documento orienta que atividades práticas, como as propostas pelo Desenho Geométrico, são essenciais para a consolidação desses saberes.

Como destaca Oliveira (2015), o ensino da Geometria com o apoio de construções geométricas proporciona ao estudante não apenas o entendimento conceitual, mas também o domínio de procedimentos fundamentais que envolvem precisão e análise. O autor demonstra que, ao explorar o Desenho Geométrico, o aluno é incentivado a refletir sobre suas construções e a estabelecer conexões entre o fazer prático e o conhecimento teórico.

Além disso, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 39) afirmam que a aprendizagem da Matemática deve estar vinculada à ação, à experimentação e à descoberta. Nesse contexto, o Desenho Geométrico possibilita o desenvolvimento de uma postura investigativa por parte do aluno, que deixa de ser apenas receptor de informações e passa a atuar como construtor do seu próprio conhecimento.

Dessa forma, o Desenho Geométrico, ao ser inserido como prática pedagógica no ensino da Geometria Plana, favorece a compreensão de conceitos matemáticos por meio da ação concreta, contribuindo para a superação de dificuldades tradicionais observadas no processo de ensino-aprendizagem.

2.3. Construção com Régua e Compasso no Ensino Fundamental

As construções com régua e compasso constituem uma metodologia didática essencial no ensino da Geometria Plana, sobretudo no Ensino Fundamental. Elas oferecem aos alunos oportunidades concretas de explorar e compreender os conceitos geométricos, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção espacial e da precisão.

A prática da construção geométrica com régua e compasso está entre as mais antigas formas de representação e visualização de conceitos matemáticos. Sua origem remonta à Grécia Antiga, especialmente à obra Elementos de Euclides, na qual todos os teoremas são demonstrados com base em construções feitas apenas com régua não graduada e compasso (Eves, 2007). Essa tradição matemática foi mantida por séculos e influenciou fortemente a forma como a Geometria era ensinada nas escolas até meados do século XX.

Dutra (2010), em sua dissertação sobre o uso do Desenho Geométrico como ferramenta de aprendizagem, enfatiza que o ensino baseado em construções facilita a transição entre o pensamento empírico e o pensamento dedutivo. A utilização de régua e compasso, nesse sentido, favorece o contato dos alunos com a lógica subjacente aos teoremas e proposições da geometria, além de promover a organização e a precisão nos traçados.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), embora não destaque explicitamente o Desenho Geométrico tradicional, valoriza a aprendizagem de habilidades ligadas à visualização, construção de figuras, uso de instrumentos de medição e representação geométrica (BRASIL, 2018). Isso abre espaço para a retomada das construções com régua e compasso como estratégia metodológica eficaz, especialmente em atividades investigativas e de resolução de problemas.

Essa abordagem está em sintonia com a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003, p. 73), segundo a qual novos conteúdos se tornam mais compreensíveis quando podem se articular com conhecimentos prévios. Ao utilizar régua e compasso, os estudantes ativam memórias ligadas a experiências do cotidiano, como medições e traçados, o que contribui para a assimilação dos conteúdos geométricos.

Em uma análise sobre os processos cognitivos no ensino da Geometria, Crowley (1996) enfatiza que a construção com instrumentos permite aos alunos experimentar, visualizar e deduzir propriedades das figuras geométricas. Segundo ele, as atividades práticas baseadas em construção reforçam o pensamento lógico e estruturado necessário para a progressão nos níveis de entendimento geométrico: "os alunos desenvolvem melhor a capacidade de formular conjecturas e testá-las quando manipulam construções geométricas reais" (Crowley, 1996, p. 10).

Além disso, Fiorentini e Lorenzato (2006) ressaltam que o ensino da Matemática, especialmente da Geometria, deve proporcionar situações que permitam a articulação entre o fazer e o compreender, o que se concretiza com o uso de instrumentos como régua e compasso em sala de aula. Os autores enfatizam que a visualização, aliada à construção, é essencial para formar um pensamento geométrico consistente.

Portanto, as construções com régua e compasso devem ser incorporadas de forma planejada e contínua no currículo do Ensino Fundamental. Elas resgatam o protagonismo do aluno no processo de aprendizagem e proporcionam um caminho concreto para o desenvolvimento do pensamento geométrico e da competência matemática.

2.4. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico no Ensino Fundamental

O pensamento geométrico constitui uma das competências fundamentais da Matemática e deve ser desenvolvido ao longo de toda a Educação Básica, especialmente no Ensino Fundamental, quando os alunos iniciam a sistematização do conhecimento espacial e a compreensão mais estruturada das figuras e suas propriedades. Nesse processo, o Desenho Geométrico surge como uma ferramenta pedagógica eficaz, pois permite aos estudantes visualizarem, construírem e refletirem sobre os conceitos da Geometria Plana por meio de práticas concretas e significativas.

Segundo Van de Walle (2009), o pensamento geométrico envolve capacidades como percepção visual, descrição, análise, comparação, construção, medição e raciocínio dedutivo. Trabalhar com construções geométricas utilizando régua, compasso e esquadros facilita o desenvolvimento dessas habilidades, pois o aluno é levado a observar regularidades, a identificar propriedades e a construir relações espaciais que favorecem a compreensão conceitual e a abstração.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), o ensino de Geometria no Ensino Fundamental deve priorizar a interação do aluno com os objetos geométricos de maneira prática, com o uso de atividades que favoreçam a visualização e a manipulação das figuras. O processo de aprendizagem ocorre, segundo os autores, quando o aluno se envolve em atividades de construção e experimentação, facilitando a abstração dos conceitos geométricos.

Uma abordagem bastante relevante no desenvolvimento do pensamento geométrico é o Modelo de Van Hiele, que é utilizado para explicar as diferentes fases de aprendizagem dos alunos em Geometria. Van Hiele propôs que os estudantes passam por níveis de compreensão geométrica, desde o reconhecimento de figuras até a capacidade de formular provas e teoremas. Segundo Crowley (1996), o modelo de Van Hiele é eficaz porque ele orienta o ensino da Geometria em níveis sequenciais, respeitando o desenvolvimento cognitivo dos alunos e proporcionando uma evolução no entendimento dos conceitos geométricos.

Neste contexto, o uso de materiais manipuláveis e atividades práticas também é destacado por Eves (2007, p. 135), que explica que a utilização de instrumentos geométricos permite aos estudantes experimentar e testar propriedades geométricas, o que favorece a aprendizagem significativa. Ao resolver problemas geométricos utilizando esses instrumentos, os alunos conseguem desenvolver o pensamento lógico e entender as relações geométricas de maneira mais profunda.

O desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos finais do Ensino Fundamental está intimamente ligado ao amadurecimento cognitivo descrito por Jean Piaget. Segundo o autor, por volta dos 7 aos 12 anos, as crianças entram no **estágio operatório concreto**, em que começam a realizar operações mentais lógicas aplicadas a situações concretas. Nesse período, elas desenvolvem a capacidade de **classificar, seriar, conservar quantidades** e compreender **relações espaciais** com maior profundidade (Piaget; Inhelder, 1976, p. 37–58). Essas habilidades são fundamentais para a aprendizagem da geometria, uma vez que a compreensão de figuras, medidas e propriedades geométricas exige a manipulação de conceitos espaciais e estruturais.

Esse estágio é considerado essencial para a consolidação de noções geométricas, pois permite à criança operar com representações mentais de objetos, mesmo que ainda necessite de apoio concreto. Piaget destaca que "o pensamento da criança torna-se reversível, combinatório e capaz de conservar as transformações, o que caracteriza a lógica das operações concretas" (Piaget; Inhelder, 1976, p. 52). Assim, a utilização de atividades práticas como o desenho geométrico, construções com régua e compasso, e materiais manipuláveis contribui significativamente para o avanço do raciocínio geométrico nessa etapa da aprendizagem.

Com base nessas práticas, o pensamento geométrico não deve ser compreendido como uma habilidade que surge espontaneamente, mas como um processo construído por meio de experiências significativas e progressivas. A Teoria dos Níveis de Van Hiele, que será explorada no próximo capítulo, reforça a importância de oferecer atividades apropriadas ao estágio de desenvolvimento dos alunos, respeitando a sequência e o ritmo de aprendizagem próprios de cada fase. Para que o aluno avance nos níveis de compreensão da Geometria, é essencial que ele tenha contato com atividades exploratórias, manipulativas e que exijam raciocínio, como aquelas propostas pelo Desenho Geométrico.

Dessa forma, ao promover a construção do pensamento geométrico no Ensino Fundamental com o suporte do Desenho Geométrico, estamos não apenas fortalecendo a aprendizagem da Matemática, mas também contribuindo para a formação de sujeitos capazes de pensar de forma crítica, lógica e estruturada — competências indispensáveis para a vida em sociedade e para a continuidade dos estudos em níveis mais avançados.

3 TEORIA DE VAN HIELE

Para avaliar o nível de pensamento geométrico dos alunos envolvidos no minicurso, baseei-me no modelo de Van Hiele. Essa teoria constitui uma estrutura teórica útil para compreender e avaliar o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes, além de orientar práticas pedagógicas que favoreçam sua progressão para níveis mais avançados.

Segundo Crowley (1996 apud Dutra Júnior, 2010), a teoria foi desenvolvida por Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre van Hiele como parte de suas teses de doutorado na Universidade de Utrecht, Holanda, em 1957. Embora Dina tenha falecido logo após concluir sua pesquisa, Pierre continuou a desenvolver e publicar a teoria, que se tornou fundamental para o entendimento da aprendizagem da Geometria. O modelo descreve cinco níveis de compreensão: **Visualização**, **Análise**, **Dedução informal**, **Dedução formal** e **Rigor**.

De acordo com o modelo, os estudantes evoluem sequencialmente entre os níveis, sendo que apenas uma minoria alcança os estágios mais abstratos. A passagem de um nível ao outro ocorre por meio de experiências didáticas planejadas, e não apenas com o avanço da idade (Crowley, 1996 apud Dutra Júnior).

Ainda segundo Crowley (1996 apud Dutra Júnior, 2010), os Van Hiele atribuíram a falha do currículo tradicional de geometria ao fato de que os conteúdos eram frequentemente apresentados em um nível mais avançado do que a compreensão real dos estudantes. Isso gerava uma desconexão entre o professor e os alunos, tornando o processo de ensino-aprendizagem ineficaz.

A seguir, são descritos os cinco níveis propostos por Van Hiele, sendo eles:

Nível 0 – Visualização: Os alunos reconhecem figuras geométricas com base em sua aparência global, sem identificar ou compreender suas propriedades.

> Neste estágio inicial, os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em tordo deles. Os conceitos de Geometria são vistos como entidades totais, e não como entidades que têm componentes ou atributos. As figuras geométricas, por exemplo, são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes e propriedades. Alguém neste nível consegue aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e, dada uma figura, consegue reproduzi-la (Crowley, 1996, p.2 apud Dutra Júnior, p. 22).

Nível 1 – Análise: Os estudantes começam a identificar propriedades específicas das figuras, como número de lados e ângulos, mas ainda não compreendem as relações entre essas propriedades.

> No nível 1, começa uma análise dos conceitos geométricos. Por exemplo, através da observação e da experimentação, os alunos começam a discernir as características das figuras. Surgem estão propriedades que são utilizadas para conceituar classes de configurações. Assim, reconhece-se que as figuras têm partes, e as figuras são reconhecidas por suas partes (Crowley, 1996, p.3 apud Dutra Júnior, 2010, p. 22).

Nível 2 – Dedução informal (Organização): Os alunos compreendem relações entre propriedades e conseguem realizar classificações. Iniciam a formulação de argumentos e compreendem definições.

> Neste nível os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras (por exemplo, num quadrilátero, se os lados opostos são paralelos, necessariamente os ângulos opostos são iguais) quando entre figuras (um quadrado é um retângulo porque tem todas as propriedades de um retângulo). Assim eles são capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras. A inclusão de classes é compreendida. As definições tem significado. Os alunos acompanham e formulam argumentos informais. Neste nível, porém, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas. Resultados obtidos empiricamente são muitas vezes usados em conjunção com técnicas de dedução. Os alunos são capazes de acompanhar demonstrações formais, mas não veem como se pode alterar a ordem lógica nem como se pode construir uma prova partindo de premissas diferentes ou não familiares (Crowley, 1996, p.4 apud Dutra Júnior, 2010, p. 23).

Nível 3 – Dedução formal: Os estudantes compreendem a estrutura dedutiva da Geometria, construindo demonstrações e reconhecendo o papel de axiomas e definições.

> Neste nível compreende-se o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. São percebidos a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulado, definições, teoremas e demonstrações.

> Neste nível, a pessoa é capaz de construir demonstrações, e não apenas de memorizá-las; enxerga a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira; compreende a interação das condições necessárias e suficientes; é capaz de fazer distinções entre uma afirmação e sua recíproca (Crowley, 1996, p.4 apud Dutra Júnior, 2010, p. 23).

Nível 4 – Rigor: O aluno é capaz de trabalhar com sistemas axiomáticos distintos, como geometrias não euclidianas, e fazer análises comparativas entre eles.

> Neste nível, o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, podem-se estudar Geometrias geométricas não euclidianas e comparar sistemas diferentes. A Geometria é vista no plano abstrato (Crowley, 1996, p.4 apud Dutra Júnior, 2010 p.23).

Crowley (1996, p. 6 apud Dutra Júnior, 2010, p. 23) destaca que Pierre Van Hiele concentrou-se principalmente nos três primeiros níveis, pois são mais comuns na educação básica. O último nível, por sua complexidade, foi pouco desenvolvido em suas obras e também não é amplamente explorado em pesquisas contemporâneas.

Segundo Dutra Júnior (2010), além de descrever os níveis de pensamento geométrico, o modelo de Van Hiele também propõe uma sequência de cinco fases de ensino que facilita a transição dos alunos entre esses níveis. Essa abordagem é especialmente eficaz no Ensino Fundamental, pois permite que os estudantes avancem gradativamente na compreensão dos conceitos geométricos, respeitando seu ritmo de desenvolvimento cognitivo.

Fase 1 – Informação (ou questionamento inicial):

Nessa etapa, o professor promove uma conversa inicial com os alunos, abordando ideias simples sobre o conteúdo a ser estudado. O objetivo é identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e despertar sua curiosidade sobre o tema. O diálogo permite que os alunos se envolvam ativamente no processo de aprendizagem, estabelecendo uma base comum para os estudos que virão.

Fase 2 – Orientação dirigida:

Aqui, os alunos têm contato com atividades práticas e guiadas, por meio das quais começam a explorar conceitos geométricos específicos. O professor fornece tarefas cuidadosamente planejadas que estimulam a observação, a comparação e a experimentação com figuras geométricas. As atividades são curtas e direcionadas, permitindo que os alunos façam descobertas iniciais sob a mediação do professor.

Fase 3 – Explicitação:

Nesta fase, os alunos são encorajados a expressar com suas próprias palavras o que aprenderam nas atividades anteriores. Eles começam a usar termos geométricos com maior precisão e a desenvolver explicações mais claras sobre as propriedades e relações entre figuras. O professor atua como facilitador, ajudando os estudantes a organizar seus pensamentos e ampliar seu vocabulário matemático.

Fase 4 – Orientação livre:

Diferentemente da fase anterior, os alunos agora são desafiados com problemas mais abertos, que exigem múltiplas etapas e oferecem diferentes caminhos para a solução. Essa fase desenvolve a autonomia, o raciocínio lógico e a capacidade de aplicar o que foi aprendido em situações novas. Os estudantes experimentam, testam ideias e discutem soluções com os colegas.

Fase 5 – Integração:

Por fim, ocorre a síntese do que foi aprendido. Os alunos organizam as ideias discutidas, conectam conceitos e sistematizam o conhecimento adquirido. O professor retoma os pontos principais, reforçando as relações entre as propriedades geométricas e preparando os estudantes para avançar ao próximo nível de compreensão.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de natureza aplicada, estruturada sob a forma de um estudo de caso. Segundo Yin (2001), “o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre fenômeno e contexto não estão claramente definidos” (p. 32). Essa característica é essencial quando se busca compreender os processos de ensino e aprendizagem no ambiente escolar, como é o caso desta pesquisa.

O minicurso de Desenho Geométrico foi desenvolvido no contexto do Programa Residência Pedagógica, aproveitando a carga horária semanal de 6 horas prevista pelo projeto, sendo 2 horas destinadas ao planejamento das aulas e 4 horas para a atuação direta com os alunos em sala de aula. A realização do minicurso representou uma oportunidade concreta de aplicar os conhecimentos adquiridos na formação docente, integrando teoria e prática com base nos fundamentos do ensino de Geometria e nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

As atividades foram desenvolvidas na Escola Municipal Professora Virgínia Kury, localizada na Praça Getúlio Vargas, nº 19, Centro, no município de Balsas-MA. A escola possui infraestrutura composta por 11 salas de aula regulares, 1 sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE), 1 sala de informática e 1 sala de leitura. Atende atualmente cerca de 670 alunos, distribuídos entre o Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano, turno matutino) e o Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano, nos turnos matutino e vespertin o). Dentre esses, 146 alunos frequentam o Ensino Fundamental I, 197 alunos do Ensino Fundamental II no período matutino e 299 no período vespertino. Além disso, 24 alunos recebem atendimento especializado, sendo 4 no turno matutino e 20 no vespertino.

O Minicurso foi ofertado no contraturno escolar, voltado para alunos das turmas A e B do 9º ano do turno matutino, nas sextas feiras, ocorrendo nos dias 03 ,10, 17, 24 de novembro de 2023, e supervisionado pela professora de Matemática da turma, que também atua como preceptora da Residência Pedagógica na unidade escolar. A proposta era abrir 10 vagas, respeitando o limite de recursos disponíveis, já que os kits de desenho contendo régua, par de esquadros, transferidor, compasso e uma apostila personalizada, foram custeados por este pesquisador. A impressão das apostilas contou com o apoio da equipe gestora da escola.

Apesar do esforço em divulgar e incentivar a participação, o interesse inicial dos alunos foi tímido. Mesmo com 10 vagas ofertadas, o número efetivo de participantes foi menor: o maior quantitativo registrado em aula foi de sete alunos. Ainda assim, os encontros foram conduzidos de forma planejada e personalizada, permitindo um acompanhamento pedagógico mais próximo e efetivo.

A proposta pedagógica foi desenvolvida ao longo de quatro encontros, com duração de quatro horas cada, totalizando dezesseis horas de atividades, realizados sempre às sextas-feiras. As aulas abordaram os seguintes conteúdos: ponto, reta, bissetriz, mediatriz, polígonos regulares e circunferência. Para as construções geométricas, foram utilizados instrumentos tradicionais como régua, compasso e esquadro, possibilitando aos alunos a vivência concreta dos conceitos abordados.

A turma participante foi composta por alunos do 9º ano, que se envolveram ativamente nas atividades. O planejamento das aulas foi fundamentado no modelo teórico de Van Hiele, que descreve cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico. As atividades propostas buscaram respeitar a progressão sugerida por esse modelo, promovendo experiências que favorecessem a evolução dos estudantes em direção a níveis mais avançados de compreensão geométrica.

O percurso metodológico também incluiu momentos de observação direta, anotações em diário de campo e coleta de produções dos alunos, com o intuito de analisar suas respostas, estratégias e dificuldades frente às tarefas propostas. Esses registros foram essenciais para identificar indícios de avanço no pensamento geométrico, conforme os níveis descritos por Van Hiele.

O minicurso teve como objetivo principal desenvolver o pensamento geométrico dos alunos por meio da prática com construções geométricas, promovendo a familiarização com os conceitos básicos da Geometria Plana e a autonomia no uso dos instrumentos tradicionais de Desenho. Além disso, visou proporcionar aos estudantes uma experiência concreta, visual e participativa da geometria, utilizando como referência teórica o modelo de Van Hiele para avaliar e acompanhar o progresso cognitivo dos participantes ao longo das aulas.

Os conteúdos abordados ao longo das quatro aulas foram os seguintes:
Aula 1: Ponto, Reta, Plano, Mediatriz, Bissetriz e Introdução aos ângulos;
Aula 2: Construção de Triângulos

Aula 3: Construção de Polígonos Regulares e Circunferência
Aula 4: Atividades sobre Polígonos Regulares e Circunferência

A seguir, são apresentados os relatos de cada aula, e análise das atividades julgadas mais importantes, acompanhados de reflexões, registros e discussões com base nas produções dos alunos.

4.1 Análise da Aula 1: Ponto, Reta, Plano, Mediatriz, Bissetriz e Introdução aos ângulos

A primeira aula do minicurso marcou o início da aplicação prática do conteúdo planejado, com a presença de 7 alunos, selecionados previamente entre as turmas A e B do 9º ano do turno matutino. Na ocasião, foram entregues os kits de desenho geométrico, contendo: régua, par de esquadros, transferidor, compasso e uma apostila explicativa; viabilizados por este pesquisador, com apoio da escola para a impressão das apostilas.

A aula foi supervisionada pela professora de Matemática da turma, preceptora do Programa Residência Pedagógica, e teve como foco a introdução aos principais conceitos iniciais da Geometria Plana. Os conteúdos trabalhados foram: ponto, reta e plano; mediatriz; bissetriz; e introdução aos ângulos. As construções geométricas foram inicialmente demonstradas pelo professor no quadro, com os alunos refazendo as construções em seus cadernos com o auxílio dos instrumentos do kit. Foi também realizada uma atividade prática final para verificar a assimilação dos conteúdos estudados.

Para a análise da aula, foram selecionadas algumas atividades que julgou-se de maior relevância, e para manter o anonimato dos alunos, os mesmos foram representados pelas suas iniciais.

4.1.1 Construção da Mediatriz de uma reta

A atividade (Apêndice) era uma demonstração feita no quadro pelo professor, e que os alunos reproduziram na apostila, além de responder uma pergunta referente a atividade, no final. A atividade pedia que construísse a mediatriz de um segmento AB. Dado um segmento de reta AB qualquer, construir a sua mediatriz (dividi-lo ao meio).

Solução:

- Centro em A, abertura do compasso maior que a metade de AB traça-se dois pequenos arcos acima e abaixo da reta r;
- Centro em B, mesma abertura, traça-se outros dois arcos interceptando os primeiros, determinando assim os pontos C e D;
- Unindo-se os pontos C e D, obtém-se a mediatriz procurada.

Figura 2 - Segmento AB

Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], p. 17)

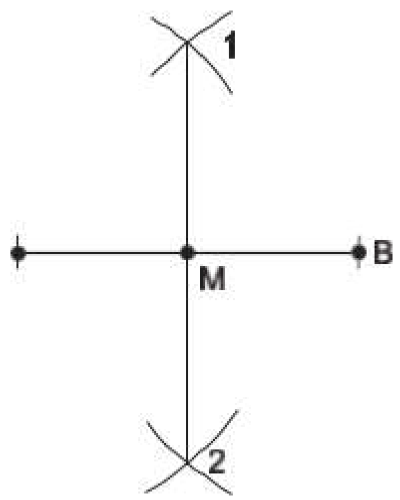
E a pergunta final era:

A B Se a mediatriz for traçada de forma incorreta, como podemos saber que está errada? É possível construir uma mediatriz sem o uso do compasso?

A mediatriz tem como definição uma reta que corta um segmento bem no meio e forma um ângulo reto (de 90°) com ele. Ela divide o segmento em duas partes iguais e é muito usada em construções geométricas.

Demonstração da mediatriz de um segmento AB.

Figura 3 - Reta mediatriz

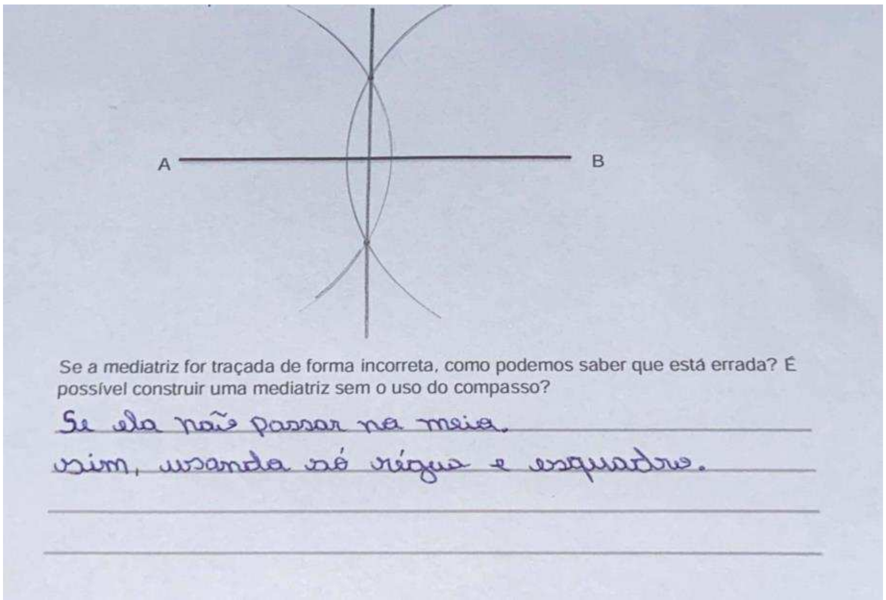


Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 24)

Todos os alunos conseguiram reproduzir a demonstração feita no quadro. A seguir veremos algumas das construções e das respostas às perguntas presentes na demonstração.

Construção da mediatriz e resposta do aluno D.B

Figura 4 - D.B 1



Fonte: De autoria própria

Aluno D.B:

Construiu corretamente com uma boa abertura do compasso.

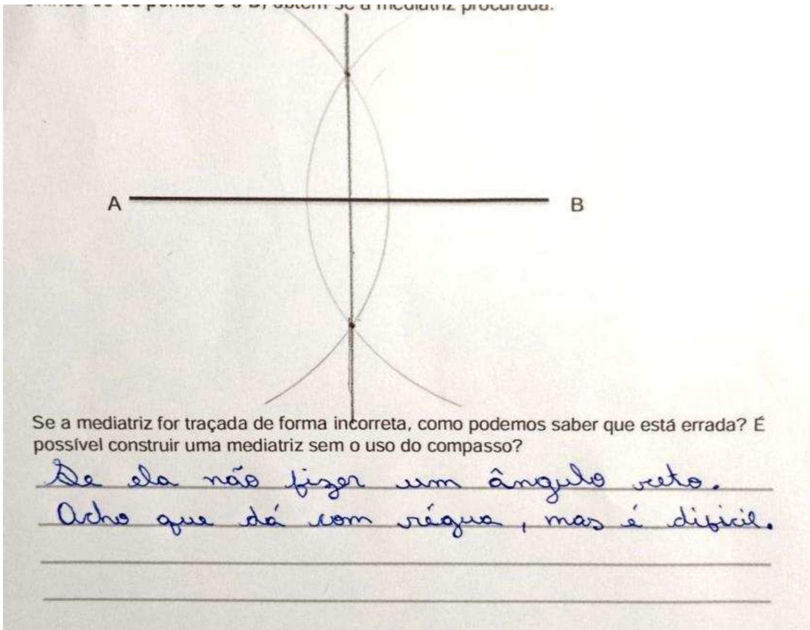
Resposta:

"Se ela não passar no meio. Sim, usando só régua e esquadro."

A resposta de D.B reflete uma boa compreensão do conceito de mediatriz, já que ele consegue identificar que a mediatriz deve passar pelo ponto médio do segmento. Sua menção ao uso de régua e esquadro para construí-la sem o compasso mostra que ele compreendeu que a mediatriz também pode ser traçada geometricamente de maneira mais simples, sem perder a precisão.

Construção da mediatriz e resposta do aluno D.S

Figura 5 - D.S 1



Fonte: De autoria própria

Aluno D.S:

Executou a construção com precisão.

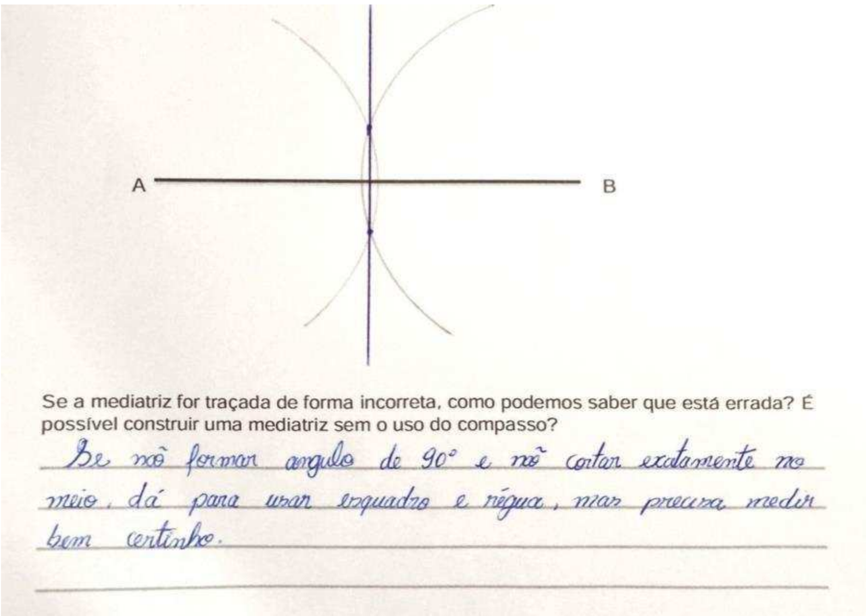
Resposta:

"Se ela não fizer um ângulo reto. Acho que dá com régua, mas é difícil."

D.S faz uma associação importante com a perpendicularidade, que é um aspecto fundamental da mediatriz. A resposta também reflete certa insegurança sobre o uso de apenas régua, mas está em linha com o que se espera, pois o aluno sabe que a mediatriz deve ser perpendicular ao segmento. Ele reconhece a dificuldade técnica de fazer essa construção sem compasso.

Construção da mediatriz e resposta do aluno I.M

Figura 6 - I.M 1



Fonte: De autoria própria

Aluno I.M:
Construiu corretamente, embora com uma abertura um pouco reduzida.
Resposta:

"Se não formar ângulo de 90° e não cortar exatamente no meio. Dá pra usar esquadro e régua, mas precisa medir bem certinho."

I.M demonstra compreensão sólida da definição da mediatriz, destacando os dois critérios principais: a perpendicularidade (ângulo de 90°) e o fato de cortar ao meio o segmento. Sua resposta revela um bom entendimento dos conceitos geométricos envolvidos, embora ele também sinalize a dificuldade de realizar a tarefa sem as ferramentas tradicionais.

4.1.2 Construção da Bissetriz

A segunda atividade foi a construção da bissetriz de um ângulo qualquer, também foi uma demonstração feita no quadro com uma pergunta no final, com a seguinte proposta:

Solução:

- Centro em V, abertura qualquer do compasso, traçar o arco AB;
- Centros em A e B, traçam-se arcos iguais, obtendo o ponto C;
- Unindo os pontos O com C, tem-se a bissetriz do ângulo dado.

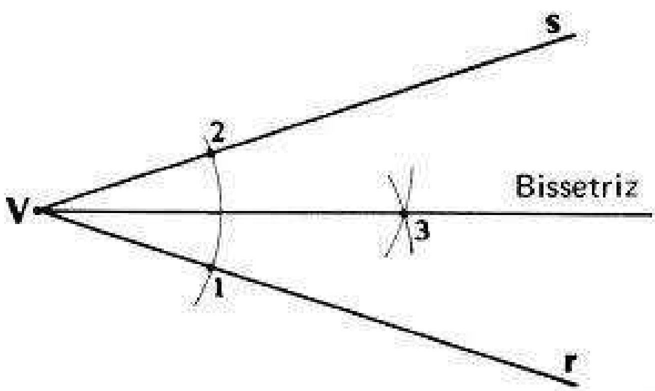
E a pergunta final era:

Por que todos os pontos da bissetriz estão à mesma distância dos lados do ângulo?

A bissetriz tem por definição a reta que divide o ângulo plano em duas partes iguais. Todo ponto dessa reta dista igualmente desse ângulo e, reciprocamente todo ponto equidistante dos lados de um ângulo pertence a bissetriz desse ângulo.

Demonstração da construção de uma bissetriz

Figura 7 - Reta bissetriz

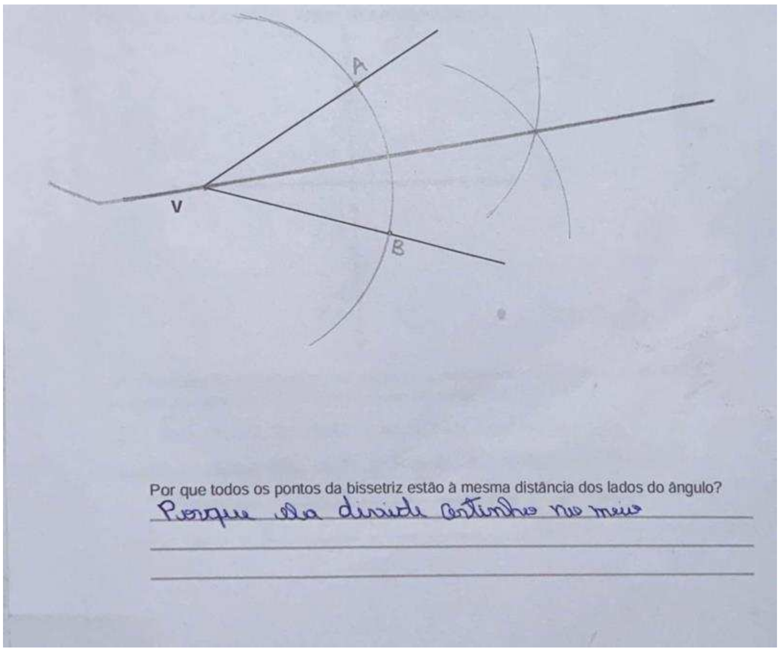


Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 34)

Todos os alunos conseguiram reproduzir a demonstração feita no quadro. A seguir veremos algumas das construções e das respostas às perguntas presentes na atividade.

Construção da bissetriz e resposta do aluno D.B

Figura 8 - D.B 2



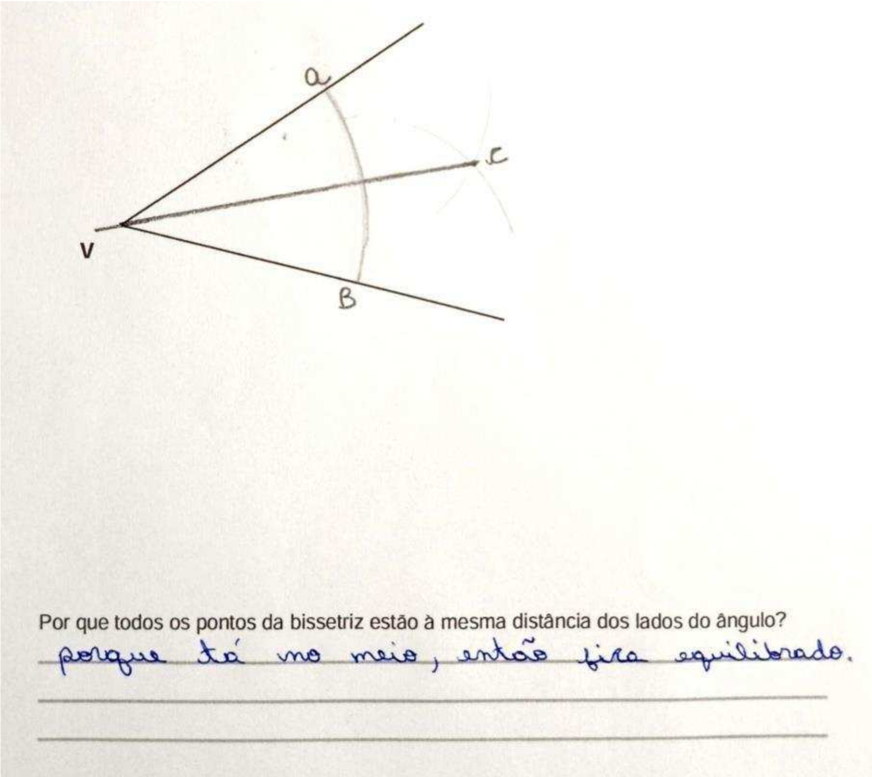
Fonte: De autoria própria

Aluno D.B:
Resposta:
“Porque ela divide certinho no meio.”

D.B demonstrou uma compreensão intuitiva do conceito de bissetriz. A expressão “divide certinho no meio” indica que o aluno compreende que a bissetriz não só divide o ângulo, mas também mantém uma simetria, com distância igual entre os dois lados do ângulo.

Construção da bissetriz e resposta do aluno D.S

Figura 9 - D.S 2



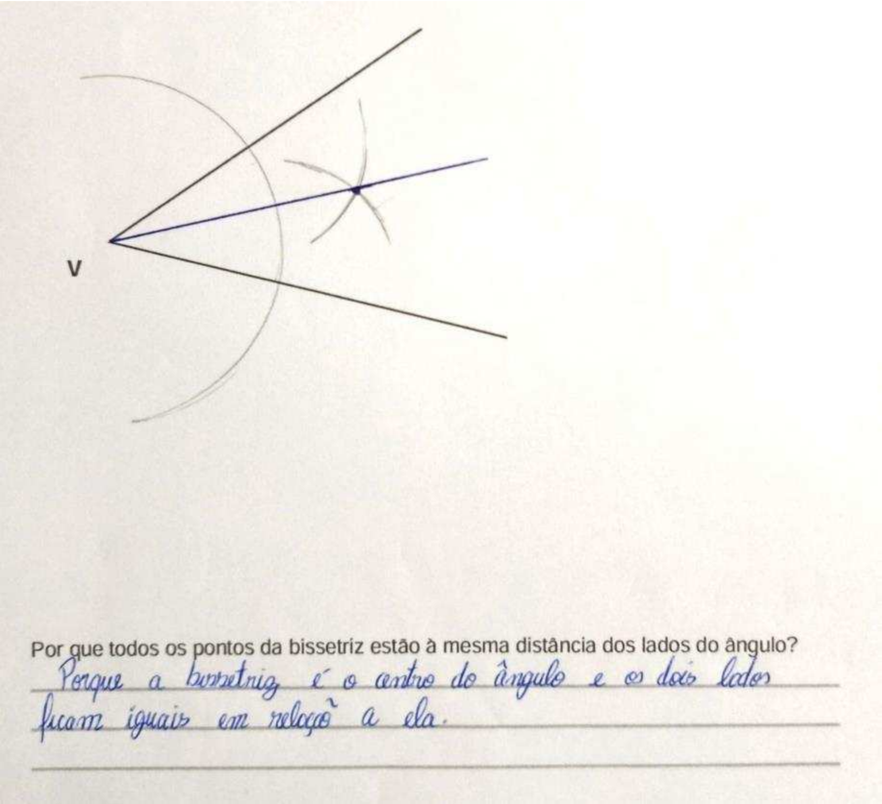
Fonte: De autoria própria

Aluno D.S:
"Porque tá no meio, então fica equilibrado."

A resposta de D.S mostra que ele entendeu o papel da bissetriz de forma relativamente simples, associando a ideia de divisão com o conceito de equilíbrio. Ele usa um vocabulário informal, mas sua resposta está alinhada com a ideia de que os pontos da bissetriz são equidistantes dos lados do ângulo, o que é correto.

Construção da bissetriz e resposta do aluno I.M

Figura 10 - I.M 2



Fonte: De autoria própria

Aluno I.M:
"Porque a bissetriz é o centro do ângulo e os dois lados ficam iguais em relação a ela."

I.M apresentou uma explicação um pouco mais formal do conceito, demonstrando uma compreensão mais precisa de que a bissetriz divide o ângulo em duas partes iguais e equidistantes. Ele usa o termo "centro do ângulo", que, apesar de não ser o mais técnico, reflete o entendimento da simetria proporcionada pela bissetriz.

4.1.3 Construção de Ângulos

Antes da atividade prática final da última aula, o foi apresentado os conceitos básicos sobre ângulos, explicando sua definição como a abertura entre duas semirretas que partem de um mesmo ponto de origem (vértice). Foram discutidos os tipos de ângulos (reto, agudo, obtuso) e também a divisão de um ângulo por meio da bissetriz. A aula também incluiu uma explicação sobre como dividir um ângulo reto em três partes iguais por meio da construção com compasso.

Além disso, foi revisado o procedimento de divisão de um segmento de reta, retomando a aplicação da mediatriz e do ponto médio, como forma de consolidar a ideia de divisão simétrica.

Com base nesses conteúdos, o professor fez no quadro as seguintes demonstrações práticas:

- Construção de um ângulo reto, utilizando esquadros encostados perpendicularmente a uma reta base;
- Construção de um ângulo de 60°, utilizando apenas o compasso e o arco de circunferência;
- Divisão de um ângulo de 90° em três partes iguais, por meio da construção de um ângulo de 60° e posterior bissetriz.

Os alunos observaram e acompanharam cada etapa, refazendo os traçados em suas próprias apostilas.

Em seguida, foi proposta a atividade de fixação, para verificar a assimilação dos conteúdos, Não foram dadas as etapas da construção e os alunos teriam que o utilizar o que aprenderam durante o dia, no final deveriam descrever os passos utilizados para a solução.

Atividade:

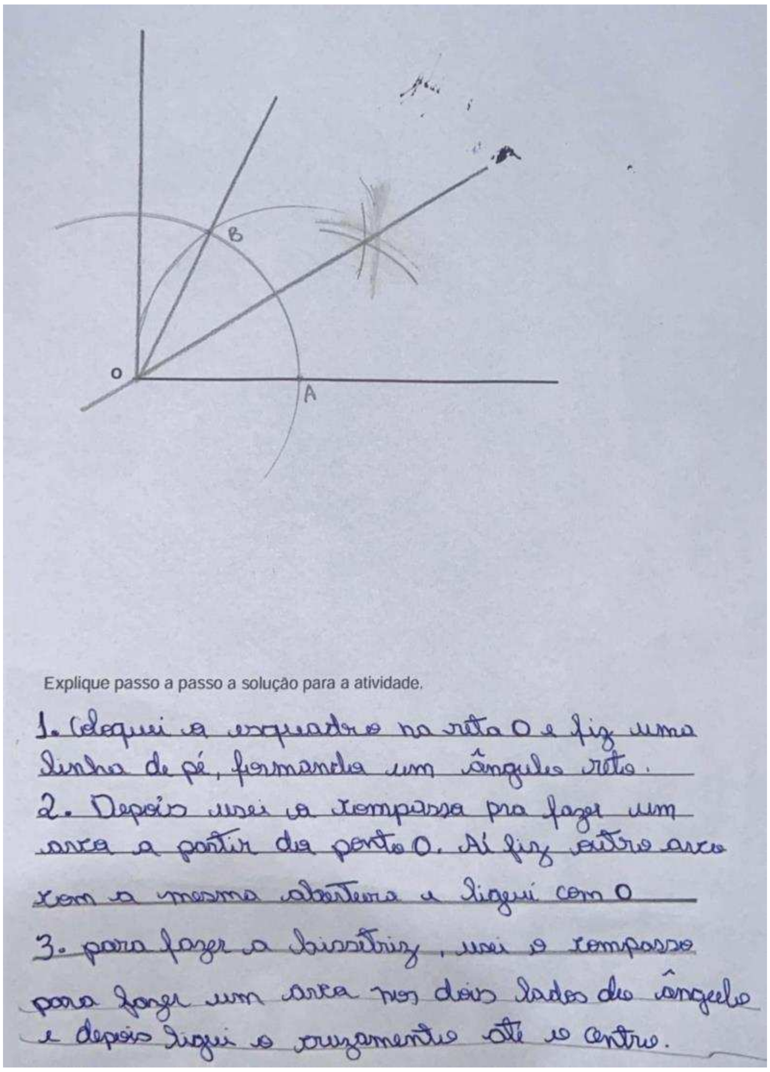
Dada a reta O, trace por ela um ângulo reto, construa o ângulo de 60° e depois sua bissetriz.

Explique os passos utilizados para a solução.

A tarefa integrava os conteúdos estudados na aula: perpendicularidade, construção de ângulos com compasso e divisão de ângulos.

Construção da bissetriz do ângulo de 60° e resposta do aluno D.B

Figura 11 - D.B 3



Fonte: De autoria própria

Aluno D.B:

Resposta:

“1. Coloquei o esquadro na reta O e fiz uma linha de pé, formando um ângulo reto.

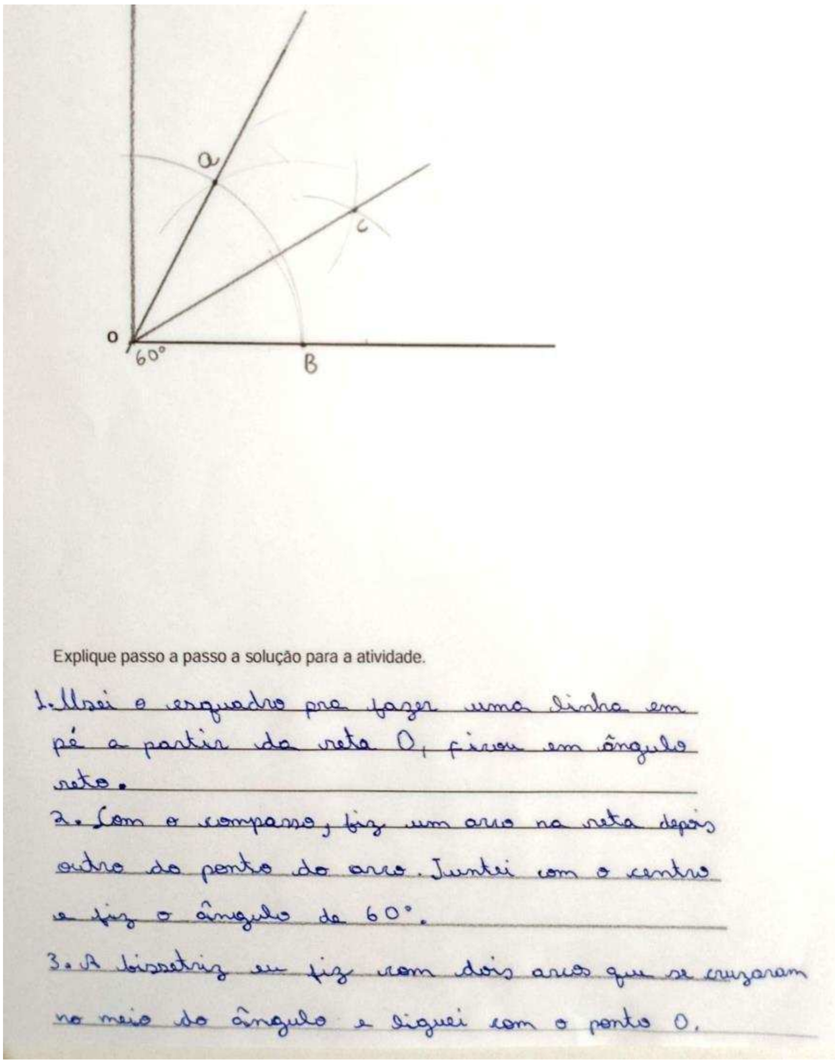
2. Depois usei o compasso pra fazer um arco a partir do ponto O. Aí fiz outro arco com a mesma abertura e liguei com O.

3. Pra fazer a bissetriz, usei o compasso pra fazer um arco nos dois lados do ângulo e depois liguei o cruzamento até o centro."

D.B apresentou uma explicação clara e organizada, descrevendo os três momentos da atividade com precisão: construção do ângulo reto com esquadro, criação do ângulo de 60° com o compasso, e a divisão do ângulo por meio da bissetriz. Ele demonstrou boa articulação entre linguagem prática e geométrica.

Construção da bissetriz do ângulo de 60° e resposta do aluno D.S

Figura 12 - D.S 3



Fonte: De autoria própria

Aluno D.S

Resposta:

“1. Usei o esquadro pra fazer uma linha em pé a partir da reta O, ficou em ângulo reto.

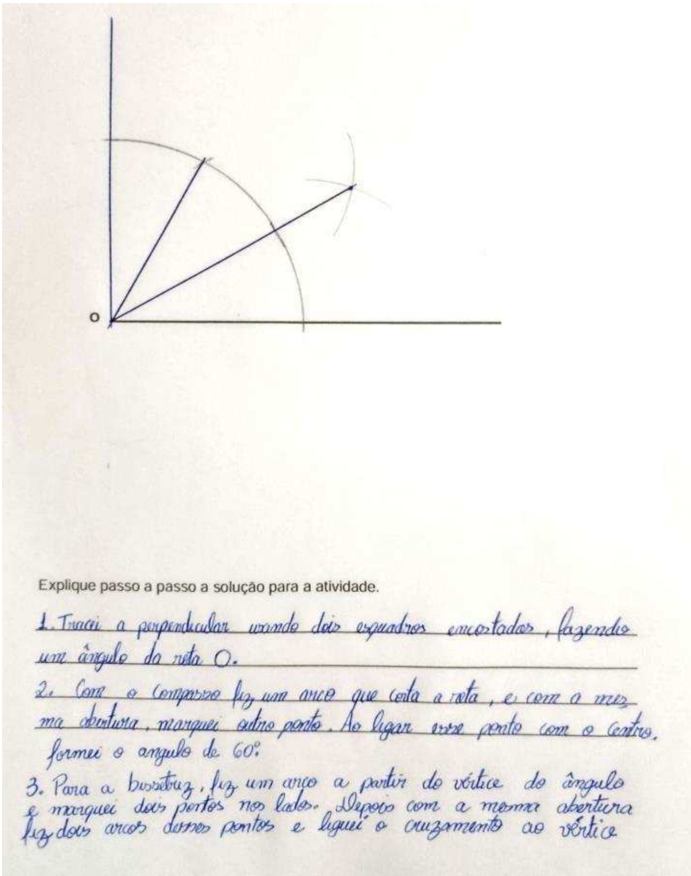
2. Com o compasso, fiz um arco na reta, depois outro do ponto do arco. Juntei com o centro e fiz o ângulo de 60°.

3. A bissetriz eu fiz com dois arcos que se cruzaram no meio do ângulo e liguei com o ponto O.”

A resposta de D.S mostra que ele compreendeu a sequência das construções, embora sua linguagem seja mais informal. Ele identificou corretamente o uso dos instrumentos e descreveu o processo de forma coerente. A explicação da bissetriz “dois arcos que se cruzaram no meio” é típica do nível de análise descrito por Van Hiele, ainda sem rigor matemático completo, mas com entendimento funcional do procedimento.

Construção da bissetriz do ângulo de 60° e resposta do aluno I.M

Figura 13 - I.M 3



Fonte: De autoria própria

Aluno I.M Resposta:

“1. Tracei a perpendicular usando dois esquadros encostados, fazendo um ângulo reto a partir da reta O.

2. Com o compasso, fiz um arco que corta a reta e, com a mesma abertura, marquei outro ponto. Ao ligar esse ponto com o centro, formei o ângulo de 60°.

3. Para a bissetriz, fiz um arco a partir do vértice do ângulo e marquei dois pontos nos lados. Depois, com a mesma abertura, fiz dois arcos desses pontos e liguei o cruzamento ao vértice.”

I.M forneceu a explicação mais completa e tecnicamente correta entre os três. Ele utilizou termos adequados (vértice, perpendicular, abertura, interseção) e demonstrou um entendimento claro da lógica das construções geométricas. Sua resposta indica um desenvolvimento avançado do raciocínio espacial e precisão na execução da tarefa, aproximando-se do nível 2 de Van Hiele (dedução informal).”

Essa atividade funcionou como uma síntese prática de todos os conteúdos da primeira aula. As respostas dos três alunos que a realizaram demonstraram que eles foram capazes de entender a sequência lógica das construções geométricas e aplicar corretamente as técnicas aprendidas. As variações nas respostas mostraram níveis distintos de apropriação da linguagem geométrica:

I.M já utiliza uma linguagem mais próxima da formalização matemática.

D.B equilibra vocabulário prático com noções corretas.

D.S usa uma linguagem cotidiana, mas compreende o processo.

Os outros alunos presentes conseguiram acompanhar as demonstrações, mas não realizaram essa atividade final por conta própria, o que evidenciou um limite na autonomia que ainda precisa ser trabalhado.

4.2 Análise da Aula 2: Construção de Triângulos

A segunda aula do minicurso foi dedicada à definição, classificação e construção de triângulos com o uso de régua e compasso. Nesta aula, estavam presentes apenas 3 alunos: D.B, I.M e D.S, os mesmos que já haviam se destacado na aula anterior. A baixa adesão não comprometeu a proposta, pois permitiu maior atenção individualizada e aprofundamento nas orientações.

A aula iniciou-se com uma explicação teórica sobre triângulos quanto aos lados (equilátero, isósceles, escaleno) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo, obtusângulo), seguida por demonstrações práticas feitas pelo professor no quadro de três construções distintas:

A aula iniciou-se com uma explicação teórica sobre triângulos quanto aos lados (equilátero, isósceles, escaleno) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo, obtusângulo), seguida por demonstrações práticas feitas pelo professor no quadro de três construções distintas:

1. Triângulo com os três lados conhecidos;
2. Triângulo isósceles com base e altura dadas;
3. Triângulo retângulo com os dois catetos conhecidos.

Após as demonstrações, os alunos realizaram três atividades práticas, sem auxílio de etapas, relacionadas às construções e responderam a perguntas reflexivas para cada uma.

Demonstrações feitas pelo professor:

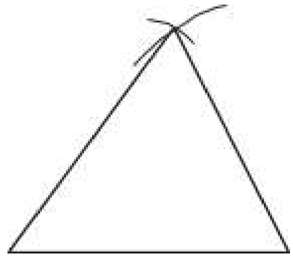
1. Construção de triângulo com três lados conhecidos.

Dado os três lados, construir um triângulo, sendo: a = 8 cm, b = 6 cm e c = 5 cm.

Solução:

- Traçar o lado *a*, igual à medida dada, determinando o segmento BC;
- Centro em *B*, raio igual a *c*, traçar um pequeno arco. Centro em *C* raio igual a *b*, traçar outro arco, determinando o ponto *A* (encontro dos arcos).
- Unindo-se *A* com *B* e A com C, obtém-se o triângulo procurado.

Figura 14 - Construção do triângulo escaleno



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 37)

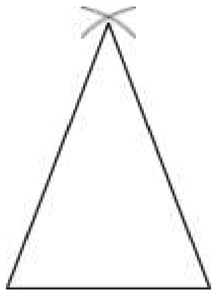
2. Construção de triângulo isósceles com base e altura.

Construir um triângulo isósceles, conhecendo-se a base e a altura. Dados AB = 6 cm $e\ h$ = 8 cm.

Solução:

- Traçar AB igual à medida dada;
- Traçar a mediatriz de AB;
- Marcar o ponto C na mediatriz, igual à altura dada.
- Unindo-se os pontos, obtém-se o triângulo isósceles.

Figura 15 - Construção do triângulo isósceles



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 37)

3. Construção de triângulo retângulo com dois catetos.

Construir um triângulo retângulo conhecendo-se os dois catetos. Dados: b = 6 cm e c = 8 cm.

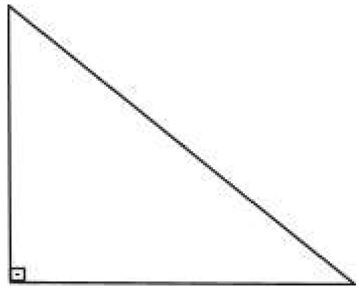
Solução:

- Traçar AB igual à medida de um dos catetos (no caso c);

● A partir de *A*, traçar uma perpendicular e marcar o ponto *C* igual à medida do outro cateto (no caso *b*);

● Unindo-se os pontos *A* com *C* e *B* com *C* obtém-se o triângulo retângulo.

Figura 16 - Construção do triângulo retângulo



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 37)

Os três alunos conseguiram refazer corretamente todas as construções demonstradas com apoio do professor, mostrando segurança na manipulação dos instrumentos.

Ao final ficou 3 atividades propostas para que eles fizessem para testar sobre o conteúdo e perguntas para analisar seu pensamento geométrico.

A seguir veremos algumas das construções e das respostas às perguntas presentes nas atividades.

4.2.1 **Atividade 1 – Construção de Triângulo com lados 7 cm, 5 cm e 6 cm**

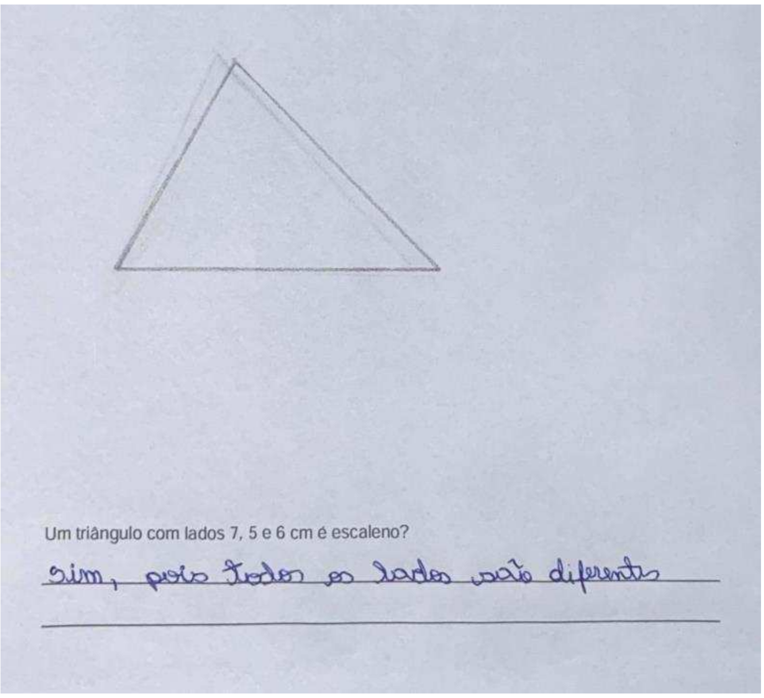
Questão: Dado os três lados, construir um triângulo com a = 7 cm, b = 5 cm e c = 6 cm.

Pergunta final: Um triângulo com lados 7, 5 e 6 cm é escaleno?

Para a solução da atividade esperava-se que os alunos usassem a demonstração 1 para resolver, onde fariam a base com a medida de a e abrisse arcos que se cruzassem com as medidas de b e c.

Construção do triângulo escaleno e resposta do aluno D.B

Figura 17 - D.B 4



Fonte: De autoria própria

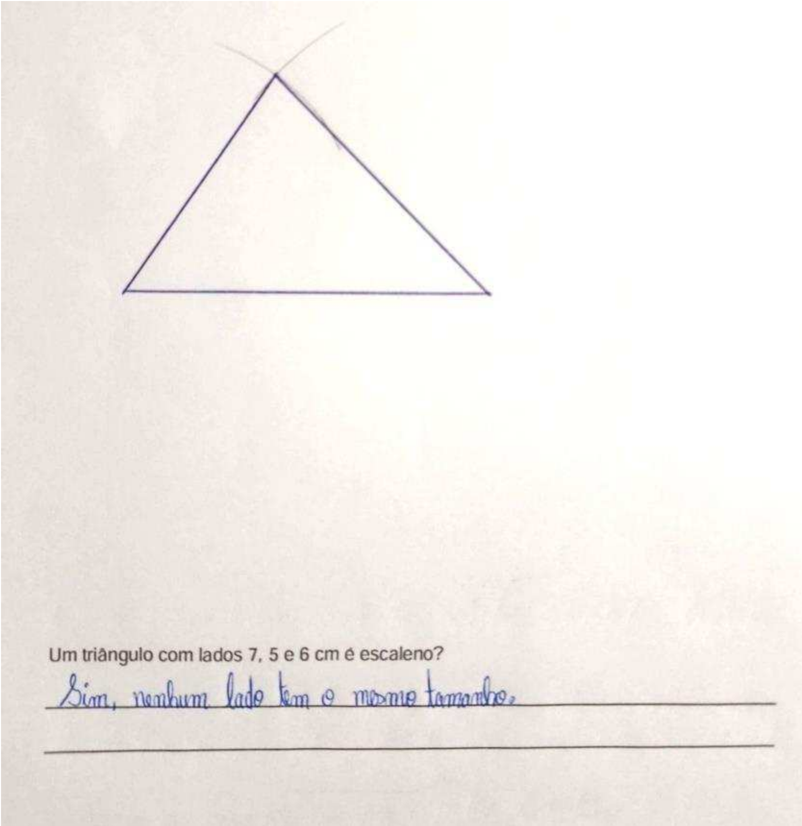
O aluno D.B conseguiu fazer a atividade corretamente , mas citou que construiu o triângulo usando apenas a régua, sem compasso, fazendo esboços até encontrar a forma adequada.

Resposta: “Sim, pois todos os lados são diferentes.”

Embora não tenha seguido rigorosamente os passos da construção com compasso, D.B demonstrou autonomia, criatividade e raciocínio geométrico intuitivo. Sua resposta mostra compreensão da classificação de triângulos, mesmo que sua técnica tenha sido menos precisa.

Construção do triângulo escaleno e resposta do aluno I.M

Figura 18 - I.M 4



Fonte: De autoria própria

A aluna I.M executou corretamente a construção seguindo o modelo apresentado pelo professor na demonstração 1.

Resposta: “Sim, nenhum lado tem o mesmo tamanho.”

I.M apresentou pleno domínio da técnica com régua e compasso, aplicando corretamente os passos para localizar o terceiro vértice do triângulo. Sua resposta é correta e demonstra entendimento completo da noção de triângulo escaleno.

O aluno D.S Não conseguiu concluir a construção, citou que tentou várias vezes, com o uso apenas da régua, apagando e recomeçando várias vezes, ele disse que não achou que daria certo seguindo o modelo da demonstração 1 pois os valores eram diferentes e estavam invertidos. Ele respondeu a pergunta da atividade oralmente.

Resposta: “É sim, porque não tem lados iguais.”

D.S reconheceu corretamente a classificação do triângulo, mesmo sem conseguir construí-lo. A resposta mostra entendimento teórico, mas a dificuldade prática na construção indica necessidade de mais orientação e treino com o compasso.

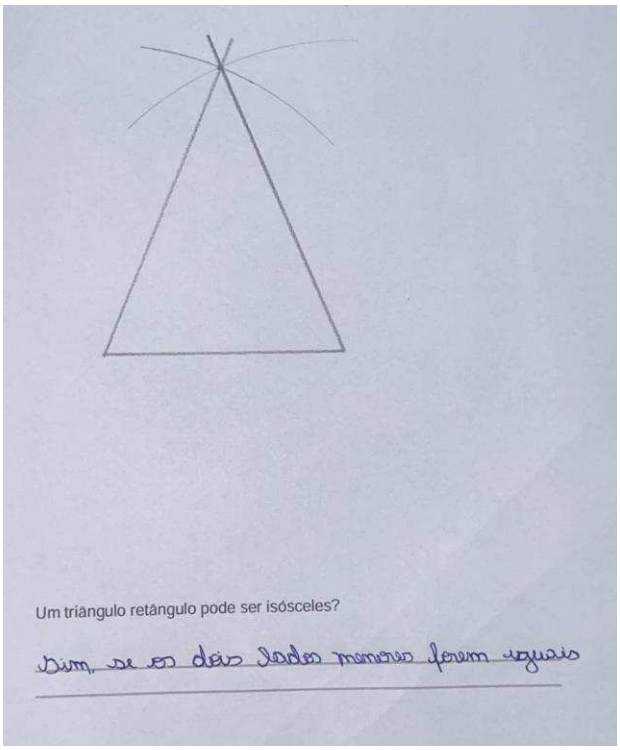
4.2.2 Atividade 2 – Construção de Triângulo isósceles com base 6 cm e lado 8 cm

Questão: Construir um triângulo isósceles, dados AB = 6 cm e AC = 8 cm.
Pergunta: Um triângulo retângulo pode ser isósceles?

Para a solução da atividade esperava-se que os alunos usassem a demonstração 2 para resolver, onde fariam a medida de AB como base e abririam arcos que se cruzassem com a medida de AC para determinar sua altura.

Construção do triângulo isósceles e resposta do aluno D.B

Figura 19 - D.B 5



Fonte: De autoria própria

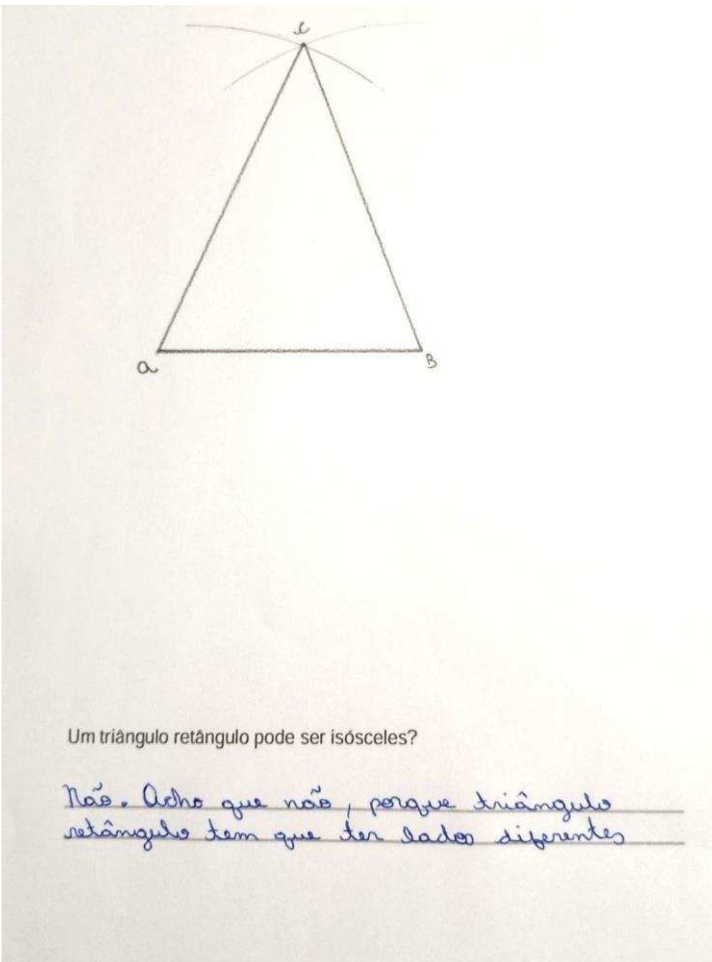
O aluno D.B construiu corretamente o triângulo isósceles, utilizando os 8 cm nos dois lados iguais (catetos) e 6 cm como base, como era o esperado.

Resposta: “Sim, se os dois lados menores forem iguais.”

D.B demonstrou compreensão clara do conceito de triângulo isósceles e fez a construção corretamente. Sua resposta mostra que ele entendeu a sobreposição possível entre tipos de triângulo (retângulo e isósceles), o que é um avanço importante no raciocínio geométrico.

Construção do triângulo isósceles e resposta do aluno D.S

Figura 20 - D.S 4



Fonte: De autoria própria

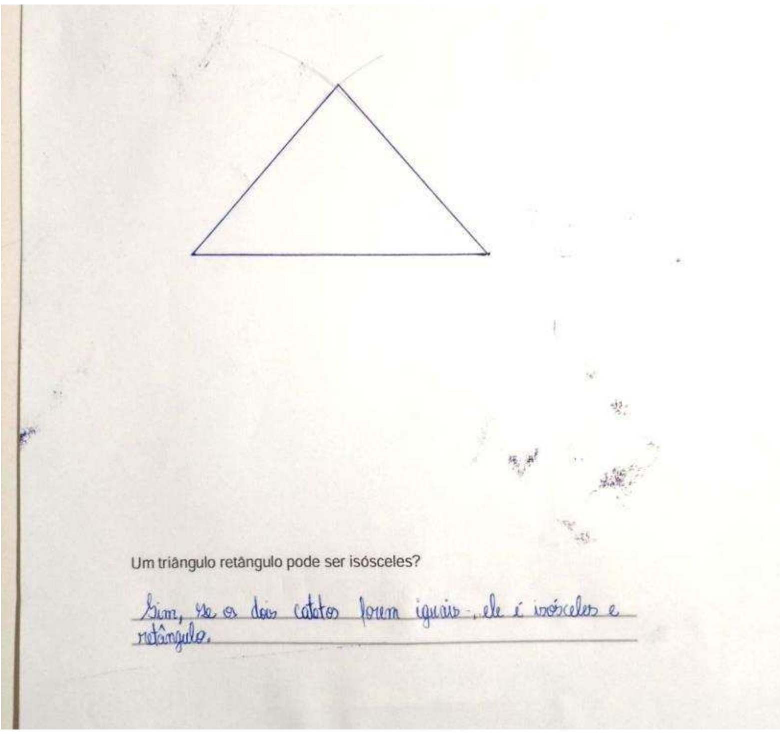
O aluno D.S também realizou a construção como esperado, mantendo os dois lados iguais com 8 cm e a base com 6 cm.

Resposta: “Sim, se os dois lados menores forem iguais.”

D.S aplicou corretamente a técnica, e sua resposta reflete entendimento funcional da geometria, mesmo sem uso de termos como “catetos”. Sua associação entre igualdade de lados e classificação é coerente.

Construção do triângulo isósceles e resposta do aluno I.M

Figura 21 - I.M 5



Fonte: De autoria própria

O aluno I.M inverteu os dados: utilizou os 8 cm como base e os lados de 6 cm como os iguais.

Resposta: “Sim. Se os dois catetos forem iguais, ele é isósceles e retângulo.”

Embora I.M tenha compreendido o conceito de isósceles e acertado na resposta teórica, errou na aplicação prática ao trocar os lados dados. Isso indica um pequeno deslize na leitura e interpretação da proposta, mas o raciocínio geométrico permanece coerente.

4.2.3 Atividade 3 – Construção de Triângulo retângulo com catetos AB = 6 cm e AC = 4 cm

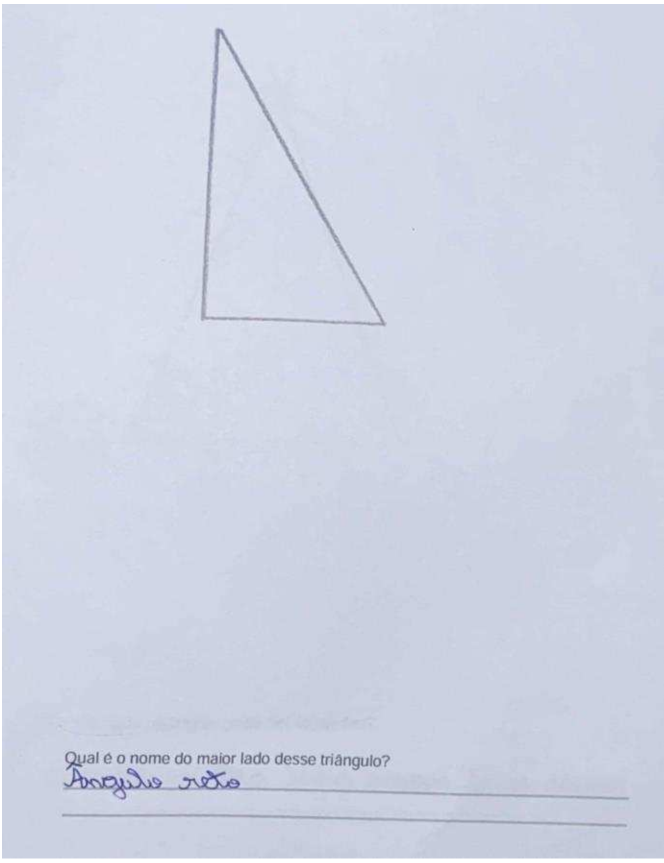
Questão: Construir o triângulo com ângulo reto no vértice A.

Pergunta: Qual é o nome do maior lado desse triângulo?

Para a solução da atividade esperava-se que os alunos usassem a demonstração 3 para resolver, onde usariam a medida de AB como base, traçariam uma perpendicular com a medida de AC e ligariam seus pontos determinando a hipotenusa.

Construção do triângulo retângulo e resposta do aluno D.B

Figura 22 - D.B 6



Fonte: De autoria própria

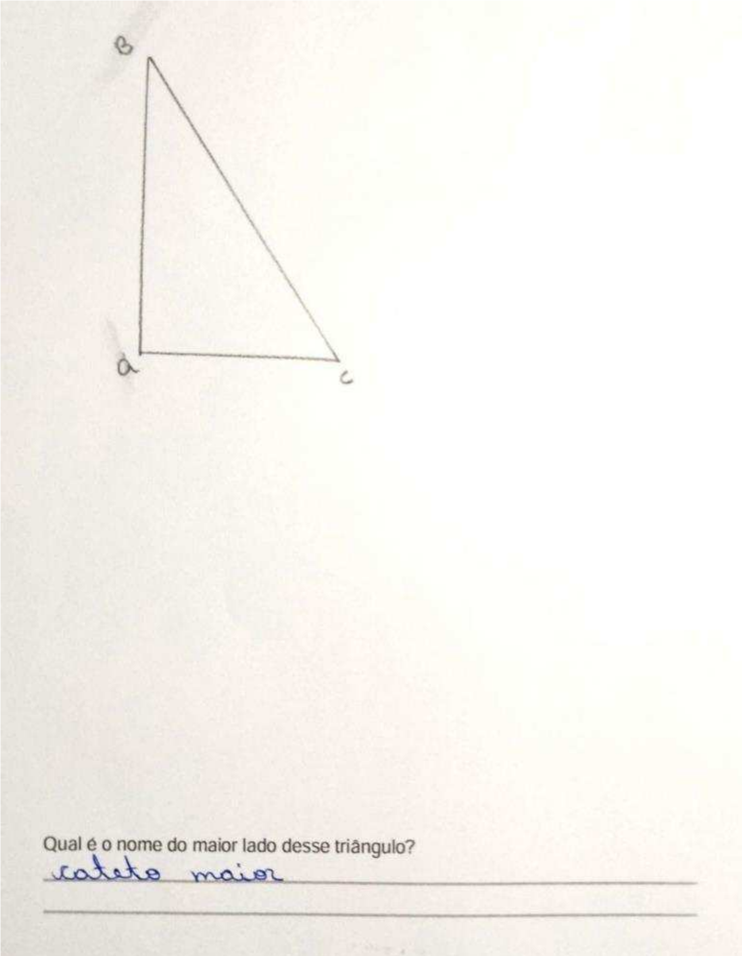
O aluno D.B construiu corretamente o triângulo, utilizando esquadro para traçar a perpendicular.

Resposta: “Ângulo Reto.”

Apesar de acertar a construção, sua resposta está incorreta. Confundiu o conceito de “maior lado” com “ângulo reto”. Isso indica uma lacuna conceitual que precisa ser trabalhada: a hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo, não o ângulo.

Construção do triângulo retângulo e resposta do aluno D.S

Figura 23 - D.S 5



Fonte: De autoria própria

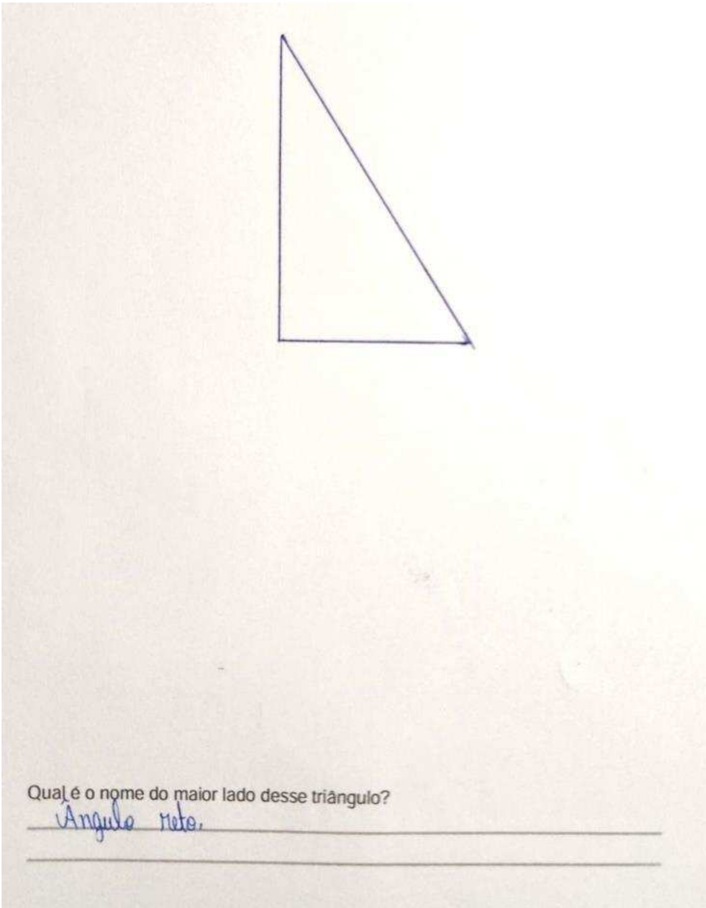
O aluno D.S construiu apenas com o auxílio da régua

Resposta: “Cateto maior.”

Embora incorreta, a resposta de D.S mostra tentativa de nomear corretamente um elemento do triângulo. Ele reconhece que há um lado maior, mas não lembrou o nome correto (“hipotenusa”). Isso é comum nessa etapa do aprendizado e indica um nível intermediário de compreensão.

Construção do triângulo retângulo e resposta do aluno I.M

Figura 24 - I.M 6



Fonte: De autoria própria

O aluno I.M executou a construção corretamente, com domínio do uso de esquadros.

Resposta: “Ângulo Reto.”

Cometeu o mesmo erro conceitual que D.B. Apesar de demonstrar habilidade técnica, a resposta mostra que o vocabulário geométrico ainda precisa ser aprofundado, especialmente os termos “catetos” e “hipotenusa”.

As atividades da aula 2 permitiram avaliar tanto a capacidade técnica de construção geométrica dos alunos quanto sua compreensão teórica dos conceitos de triângulo.

Os alunos D.B e I.M mostraram destaque na prática das construções, ainda que D.B dependa mais de tentativas empíricas e I.M demonstre maior domínio técnico.

D.S apresentou dificuldade na execução de construções mais livres, mas manteve um bom nível de entendimento conceitual, mesmo com vocabulário mais limitado.

As respostas às perguntas evidenciaram que os alunos compreendem as classificações e relações entre os lados e ângulos, mas ainda confundem nomes específicos como hipotenusa, cateto e ângulo reto.

A aula demonstrou que os alunos estão em níveis variados do modelo de Van Hiele, oscilando entre os níveis 1 (análise) e 2 (dedução informal). As construções práticas com régua e compasso se mostraram eficazes para visualizar e compreender a geometria, especialmente quando aliadas ao diálogo com os alunos sobre o que estão fazendo e por quê.

4.3 Análise da Aula 3 e 4: Construção de Polígonos Regulares e Circunferência

As aulas 3 e 4 do minicurso foram trabalhadas em conjunto, uma vez que os conteúdos de polígonos regulares e circunferência se complementam diretamente. Muitos polígonos regulares podem ser inscritos em circunferências, e, por esse motivo, o professor optou por apresentar os dois temas de forma articulada, permitindo aos alunos visualizar essa relação nas construções geométricas. Ambas as aulas contaram com a participação dos mesmos 6 alunos, o que garantiu continuidade e acompanhamento mais personalizado.

4.3.1 Aula 3 – Apresentação dos conceitos e demonstrações

Na terceira aula, o professor apresentou as definições de polígono regular e circunferência, explicando as principais características dessas figuras, como igualdade de lados e ângulos, centro, raio e diâmetro. A explanação foi acompanhada de demonstrações no quadro, com construções feitas passo a passo, que os alunos conseguiram reproduzir corretamente em suas apostilas, com o auxílio dos instrumentos do kit.

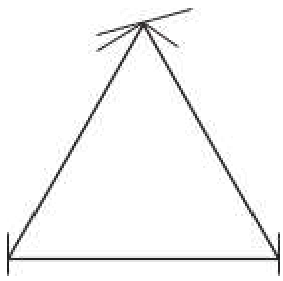
As construções demonstradas pelo professor foram:

1.Construir um triângulo equilátero, conhecendo-se o lado *a*, sendo a = 7 cm.

Solução:

- Traçar o segmento BC igual ao lado *a*;
- Centro em *B* e *C* traça-se dois arcos, raio igual a a, que se cruzam determinando o ponto *A*;
- Unindo-se os pontos, obtém-se o triângulo equilátero.

Figura 25 - Construção do triângulo equiátero

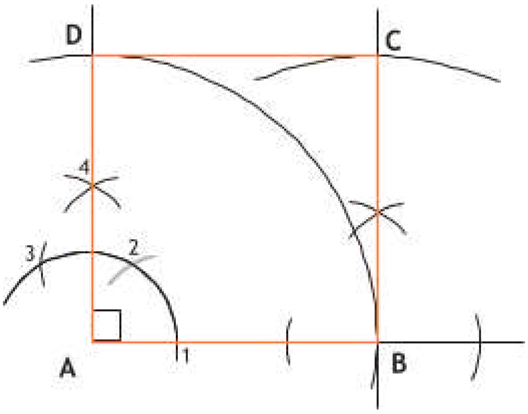


Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 36)

2. Construir um quadrado conhecendo-se o seu lado, onde AB = 7 cm. Solução:

- Levanta-se uma perpendicular pelo extremo *A* e marca-se o ponto *D* com a medida do lado *A*;
- Centros em *B* e *D*, abertura do compasso *AB*, traçar dois arcos que se cruzam em *C*;
- Unindo-se os pontos obtém-se o quadrado *ABCD*.

Figura 26 - Construção do quadrado



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.])

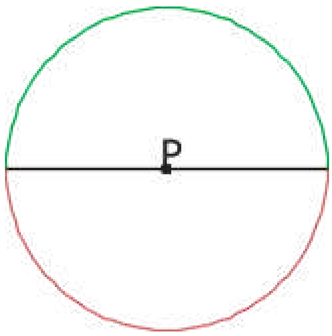
3. Traçar uma circunferência de raio 5 cm:

Solução:

• Marcar um ponto O (centro);

• Com compasso ajustado em 5 cm, traçar a circunferência com centro em O.

Figura 27 - Construção da circunferência



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.], 49)

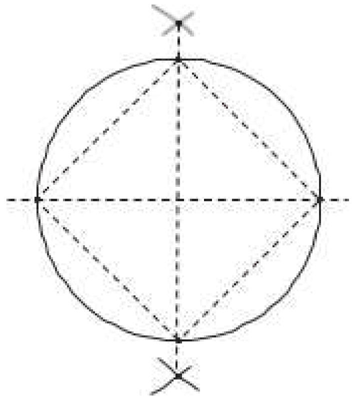
4. Dividir uma circunferência qualquer em 4 partes iguais e inscrever o quadrado. Solução:

• Traçar o diâmetro da circunferência AC;

• Traçar a mediatriz de AC, obtendo os pontos B e D;

• Unindo-se os quatro pontos, obtém-se o quadrado procurado.

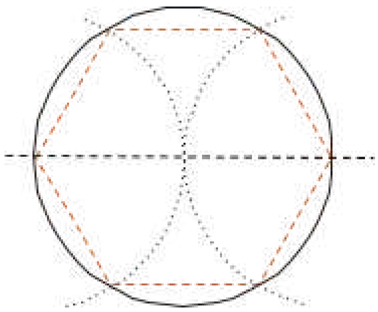
Figura 28 - Construção do quadrado inscrito na circunferência



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.])

5. Construção de um hexágono regular (6 lados), inscrito em uma circunferência:
• Traçar uma circunferência com raio 4 cm;
• Marcar um ponto A na circunferência;
• Com mesmo raio (4 cm), marcar 6 pontos consecutivos ao redor da circunferência;
• Unir os 6 pontos consecutivos, formando o hexágono regular.
• Esses 6 pontos dividem a circunferência em 6 partes iguais de 60°.

Figura 29 - Construção hexágono inscrito na circunferência



Fonte: Levy, Ramos ([s.d.])

Os alunos mostraram-se interessados e envolvidos, e todos conseguiram reproduzir as construções, embora alguns demonstrararam insegurança inicial quanto ao uso do compasso para manter a abertura constante. No geral, a aula consolidou a associação entre formas planas e estruturas circulares, preparando o grupo para a prática da aula seguinte.

4.3.2 Aula 4 – Atividades práticas e encerramento do minicurso

A quarta e última aula do minicurso foi voltada exclusivamente à realização das atividades práticas relacionadas aos conteúdos de polígonos regulares e circunferências, com o objetivo de consolidar os aprendizados das aulas anteriores. Além disso, foi o momento de encerramento oficial do minicurso, incluindo conversa final com os alunos e coleta informal de impressões.

Estiveram presentes seis alunos, sendo três com participação ativa ao longo de todo o curso, I.M, D.S e D.B; e três outros que, embora tenham acompanhado as explicações, demonstraram menor autonomia nas atividades práticas.

4.3.2.1 Atividade 1: Construção de triângulo equilátero

Questão: Construir um triângulo equilátero, conhecendo-se o lado a, sendo a= 8,5 cm.

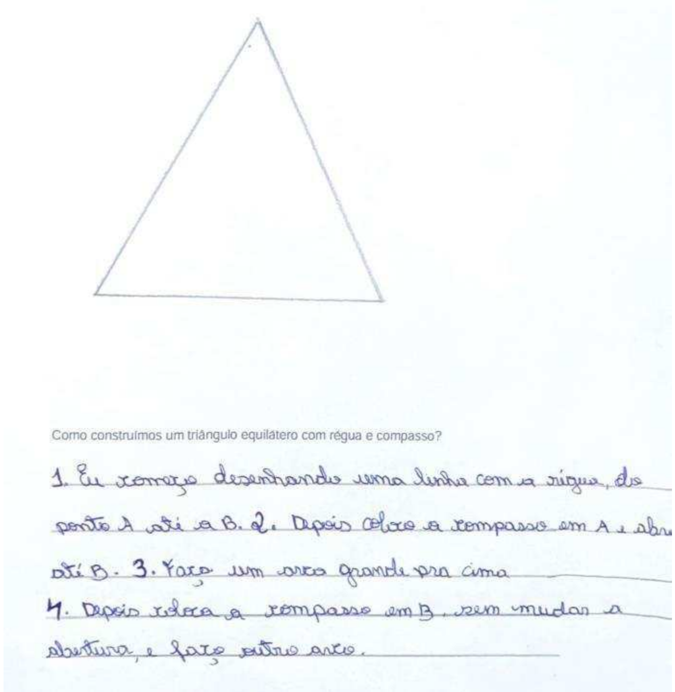
Pergunta: Como construímos um triângulo equilátero com régua e compasso?

A questão pedia que se construísse o triângulo equilátero sabendo seu lado, para a solução os alunos deveriam se basear na demonstração 1 feita pelo professor, onde deveriam formar a base com a medida dada e fazer arcos com a mesma medida de uma ponta a outra se cruzando e achando um ponto que se ligando encontrariam a figura procurada.

Para a pergunta da atividade os alunos deveriam escrever os passos utilizados para a solução.

Construção do triângulo equilátero e resposta do aluno D.B

Figura 30 - D.B 7



Fonte: De autoria própria

O aluno D.B realizou a construção com perfeição, baseando-se nos exemplos dados anteriormente, porém citou que fez os arcos bem fraquinhos e apagou pois queria que ficasse apenas o triângulo desenhado, pois achava o triângulo equilátero a figura mais bonita e ficava feio marcado de riscos.

Resposta:

“1. Eu começo desenhando uma linha com a régua, do ponto A até o B.

2. Depois coloco o compasso em A e abro até B.

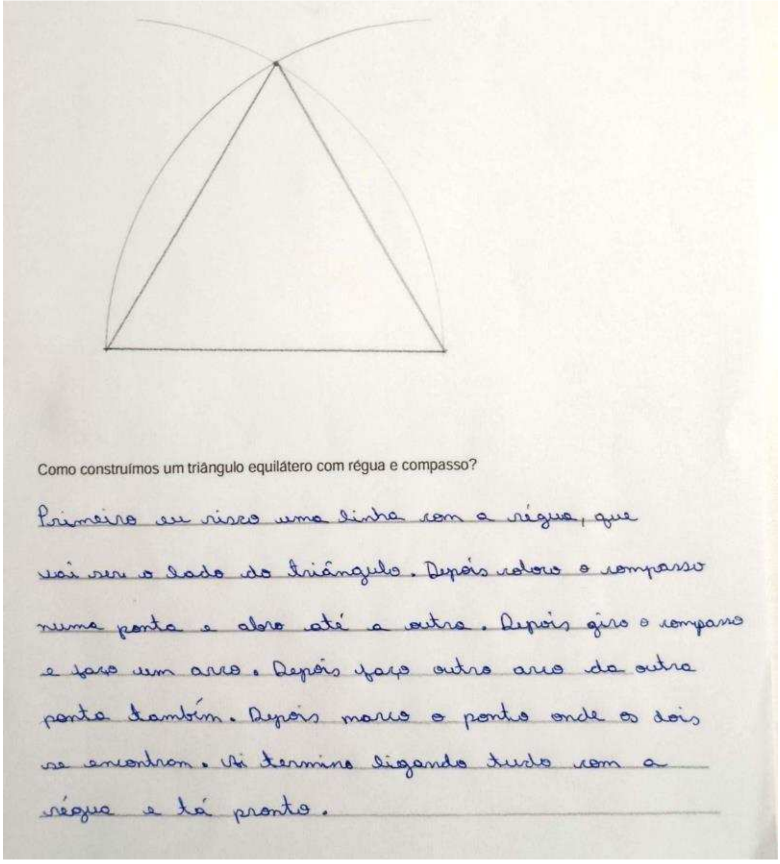
3. Faço um arco grande pra cima.

4. Depois coloco o compasso em B, sem mudar a abertura, e faço outro arco.”

Descreveu o processo de forma simples, mas correta, destacando os arcos e o ponto de interseção. A linguagem foi mais descritiva, porém sua resposta mostra compreensão clara e estruturada do processo geométrico.

Construção do triângulo equilátero e resposta do aluno D.S

Figura 31 - D.S 6



Fonte: De autoria própria

O aluno D.S realizou corretamente a construção, seguindo o exemplo anterior.

Resposta:

“Primeiro eu risco uma linha com a régua, que vai ser o lado do triângulo.

Depois coloco o compasso numa ponta e abro até a outra.

Depois giro o compasso e faço um arco.

Depois faço outro arco da outra ponta também.

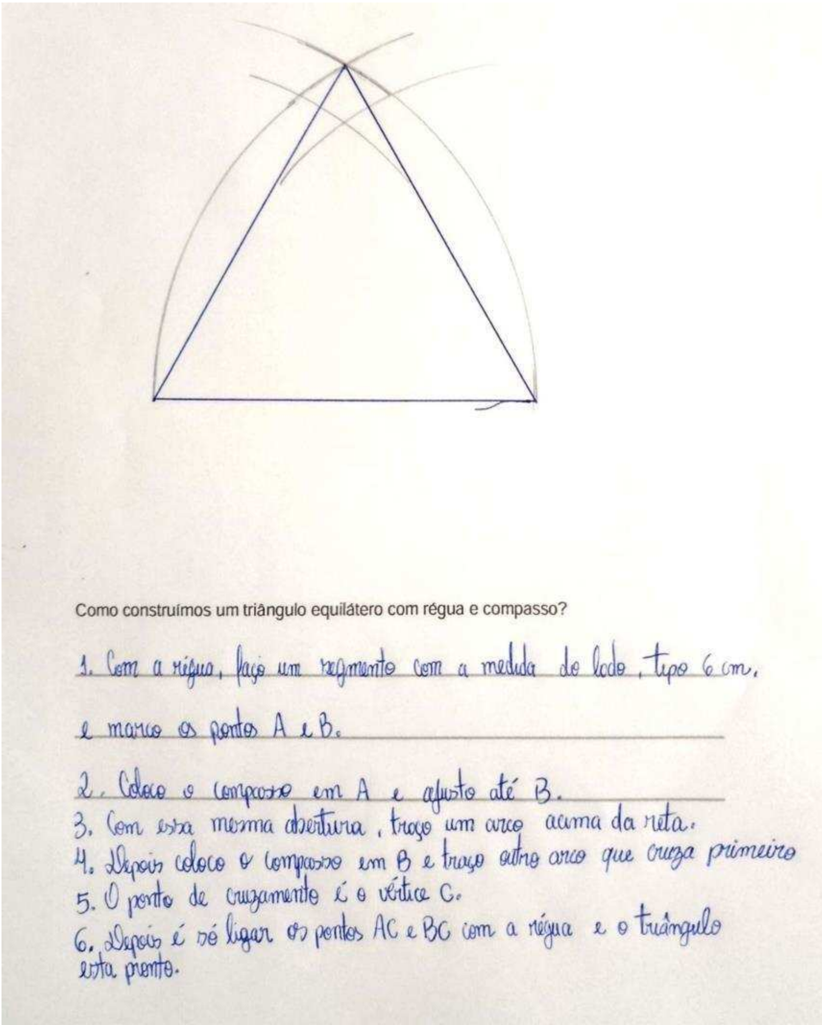
Depois marco o ponto onde os dois se encontram.

Aí termino ligando tudo com a régua e tá pronto.”

Relatou os passos de maneira mais informal, mas em ordem lógica. Demonstrou boa assimilação prática dos conceitos, embora com linguagem cotidiana. Mostrou raciocínio funcional e domínio da técnica.

Construção do triângulo equilátero e resposta do aluno I.M

Figura 32 - I.M 7



Fonte: De autoria própria

O aluno I.M executou com segurança e domínio dos instrumentos.

Resposta:

“1. Com a régua, faço um segmento com a medida do lado, tipo 6 cm, e marco os pontos A e B.

2. Coloco o compasso em A e ajusto até B.

3. Com essa mesma abertura, traço um arco acima da reta.

4. Depois coloco o compasso em B e traço outro arco que cruza o primeiro.

5. O ponto de cruzamento é o vértice C.

6. Depois é só ligar os pontos AC e BC com a régua e o triângulo está pronto.”

Descreveu corretamente os passos, destacando o uso do compasso com abertura constante e a interseção dos arcos. Apresentou uma explicação técnica, clara e sequencial, mostrando compreensão exata da simetria envolvida. Utilizou corretamente os termos geométricos.

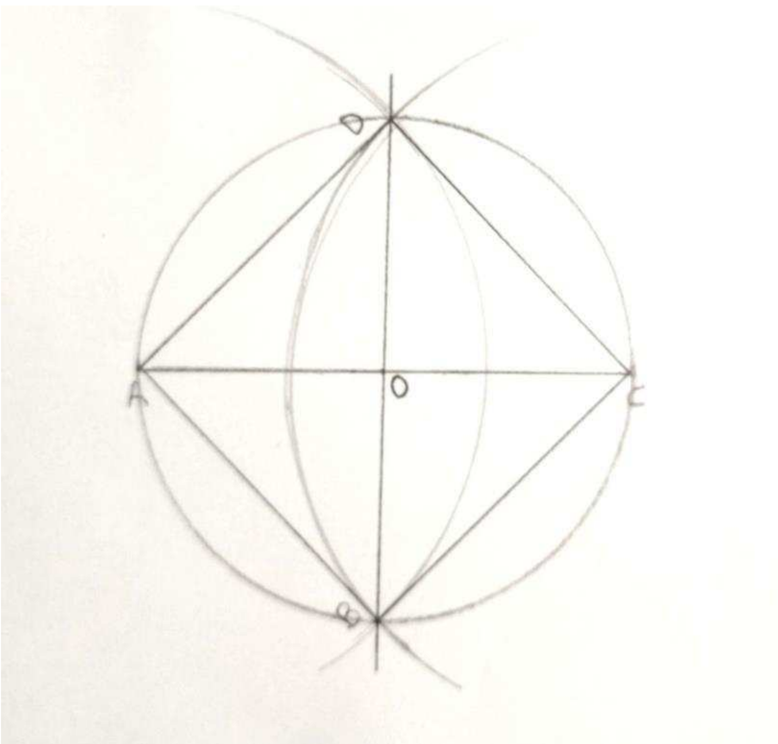
4.3.2.2 Atividade 2: Dividir circunferência em 4 partes

Questão: Dividir uma circunferência qualquer em 4 partes iguais e inscrever o quadrado.

Para a atividade esperava se que eles usassem a demonstração 4 para resolver, a partir de um raio qualquer, construíssem uma circunferência, marcando 2 pontos distintos no seu diâmetro achando os pontos A e C, traçar a mediatriz do diâmetro para achar os pontos B e C e ligassem os pontos para inscrever o quadrado.

Construção da circunferência do aluno D.B

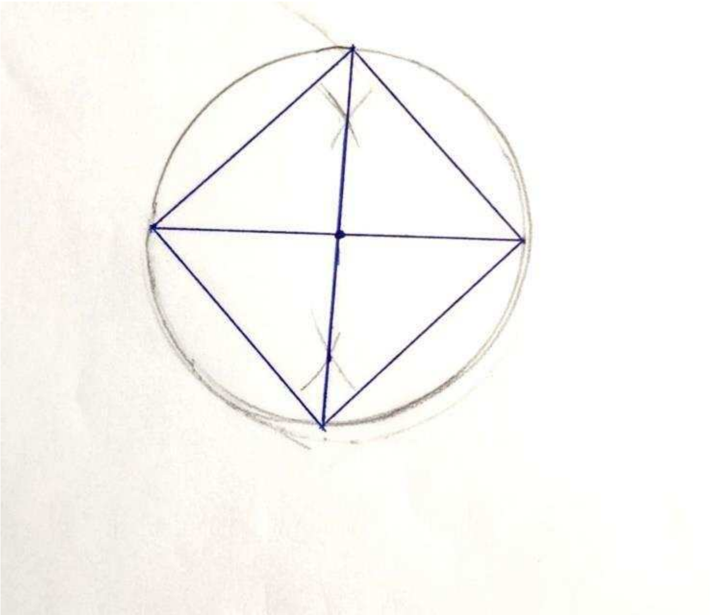
Figura 33 - D.B 8



Fonte: De autoria própria

Construção da circunferência do aluno I.M

Figura 34 - I.M 8



Fonte: De autoria própria

Os alunos D.B e I.M conseguiram realizar a construção com orientação do professor, mas demonstraram dificuldade na execução autônoma. A construção exigiu compreensão da perpendicularidade e simetria, o que ainda é um desafio para a maioria. A participação com apoio mostra progresso, mas ainda há dependência didática.

Os demais alunos não tentaram, preferiram observar a correção no quadro. Não demonstraram confiança em aplicar os passos sozinhos. Isso revela a necessidade de maior prática e incentivo à experimentação.

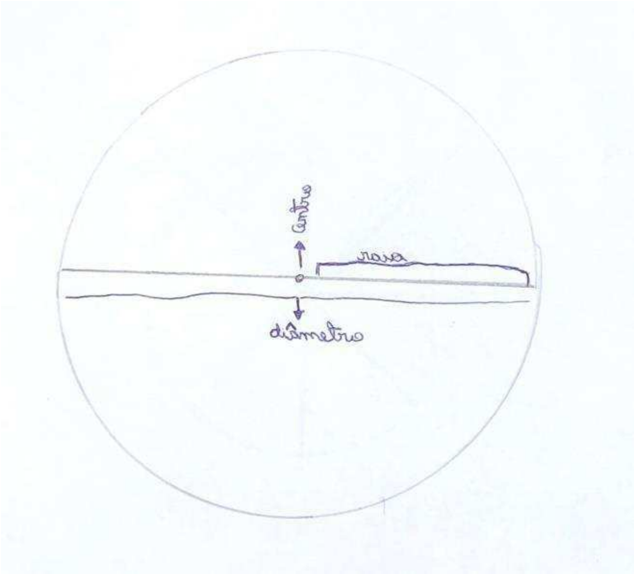
4.3.2.3 Atividade 3: Construção da Circunferência

Questão: Traçar uma circunferência de raio qualquer e indicar o centro, o raio e o diâmetro.

Esperava-se que os alunos traçassem uma circunferência a partir de um raio qualquer e mostrassem na figura o seu centro, raio e o seu diâmetro.

Construção da circunferência do aluno D.B

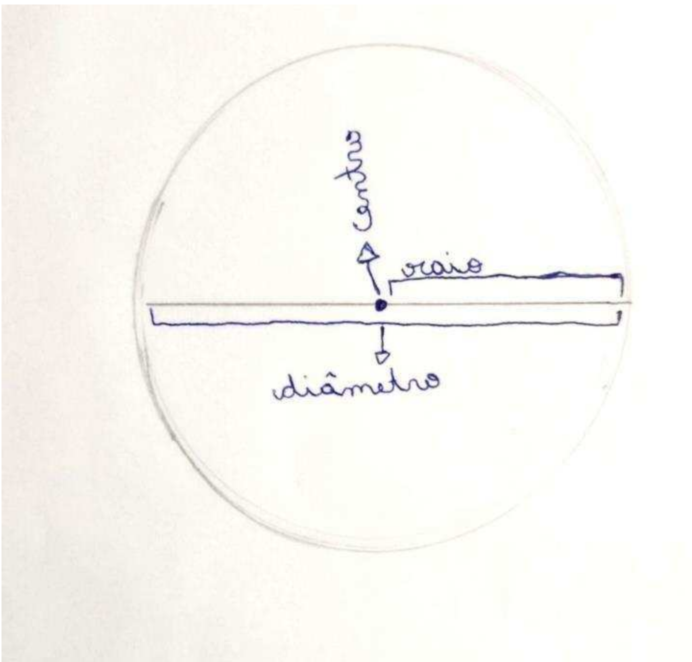
Figura 35 - D.B 9



Fonte: De autoria própria

Construção da circunferência do aluno D.S

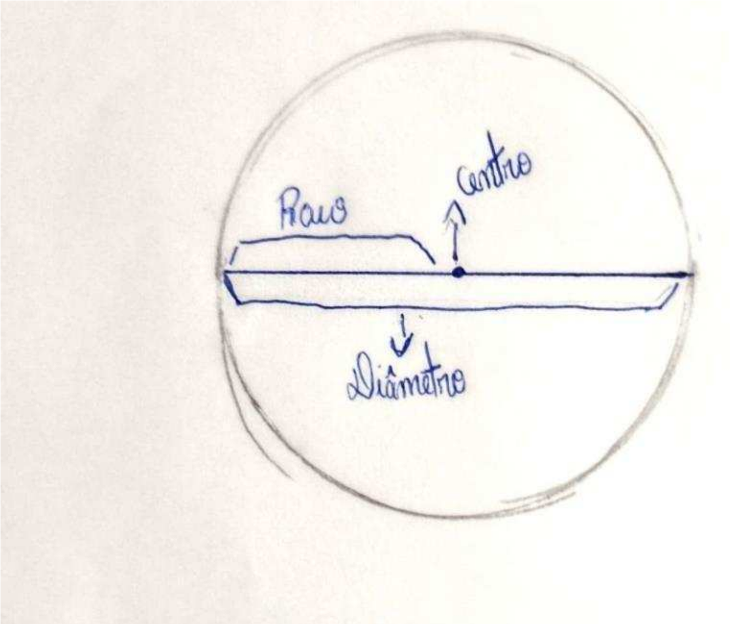
Figura 36 - D.S 7



Fonte: De autoria própria

Construção da circunferência do aluno I.M

Figura 37 - I.M 9



Fonte: De autoria própria

Os alunos D.B, D.S E I.M realizaram a atividade com total autonomia e precisão. Boa organização na identificação dos elementos, demonstrando compreensão visual e técnica.

Os demais alunos não realizaram a atividade, mesmo sendo um procedimento fácil e o professor os encorajando, disseram que preferiam esperar pela explicação no quadro, justificando o medo de errar. O que reforça a baixa autonomia.

4.3.2.4 Atividade 4: Dividir uma circunferência em 8 partes iguais

Questão: Dividir uma circunferência qualquer em 8 partes iguais e inscrever o octógono.

Dicas:

Trace os diâmetros AE e CG

Trace as bissetrizes dos arcos AC e CE paras achar os pontos B, D, F e H

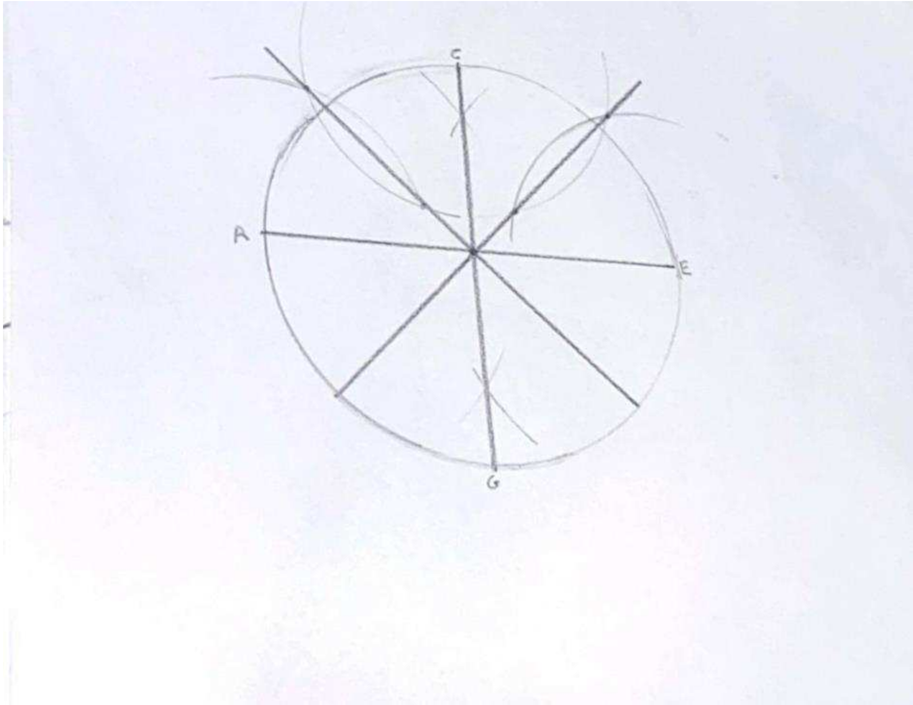
E por fim ligue os pontos para encontrar o Octógono.

Essa foi a atividade mais complexa do minicurso, por isso mesmo sendo uma atividade, o professor introduziu dicas para que eles tentassem resolver.

Esperava-se que os alunos construíssem uma circunferência e a partir do seu diâmetro marcassem os ponto A e E, pelos pontos A e E construíssem sua mediatriz achando os pontos C e G, e construíssem suas bissetriz por esses pontos para encontrar os demais pontos, ou seja essa questão englobava tudo que foi ensinado durante o minicurso.

Construção da circunferência dividida em 8 partes do aluno D.B

Figura 38 - D.B 10



Fonte: De autoria própria

O aluno D.B foi o único aluno que tentou realizar a atividade. Conseguiu marcar os pontos corretamente com ajuda oral do professor, mas não finalizou a ligação dos vértices que cortaria a circunferência em 8 partes para formar a construção do octógono. Demonstrou esforço e iniciativa, além de compreensão parcial da estrutura da figura.

Os alunos D.S e D.B não tentaram a atividade, preferindo observar. Reconheceram a complexidade e não se sentiram preparados para aplicá-la sem auxílio visual completo. Ainda estão em transição entre execução e autonomia.

Os demais alunos não demonstraram intenção de realizar a atividade. Consideraram a tarefa além do seu nível de domínio atual. A falta de tentativa reforça a importância de gradualidade e segurança no avanço das atividades.

4.4 Análise do pensamento Geométrico

A aplicação do minicurso de Desenho Geométrico permitiu observar de forma prática o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 9º ano por meio da realização de atividades com régua, compasso e esquadro. Embora tenham sido destacados três alunos com participação mais constante (I.M, D.B e D.S), a análise individual profunda de cada estudante exigiria um tempo mais prolongado de acompanhamento, com registros sistemáticos ao longo de várias semanas. Assim, nesta seção, busca-se refletir sobre o grupo de forma geral, com base nas produções realizadas, nas respostas dadas e nas observações durante as quatro aulas ministradas.

De maneira geral, os alunos demonstraram interesse e envolvimento inicial com as construções geométricas, especialmente nas atividades mais simples, como a construção de mediatrizes, bissetrizes, ângulos retos e ângulos de 60°. Na Aula 1, por exemplo, a maioria dos alunos conseguiu refazer com sucesso a construção da mediatriz a partir de um segmento dado, aplicando corretamente os arcos com abertura maior que a metade do segmento e reconhecendo a perpendicularidade e o ponto médio como critérios de correção. Perguntas como “Se a mediatriz for traçada de forma incorreta, como podemos saber que está errada?” geraram respostas coerentes como “Se ela não cortar no meio” ou “Se não formar ângulo reto”, evidenciando que os alunos compreendiam os aspectos visuais e operacionais da figura, ainda que com pouca formalização.

Outro exemplo claro foi a construção do triângulo equilátero, realizada nas Aulas 3 e 4. Os alunos foram capazes de seguir o passo a passo demonstrado pelo professor e replicar a construção utilizando régua e compasso. As explicações de como realizaram a tarefa revelaram que compreendiam o uso da abertura do compasso e o cruzamento dos arcos como técnica para manter a igualdade dos lados. No entanto, quando as atividades exigiam mais etapas ou raciocínio espacial ampliado, como a inscrição de polígonos em circunferências (ex: dividir a circunferência em 8 partes e inscrever um octógono), o grupo apresentou maior dificuldade, sendo que apenas um aluno tentou a atividade, com apoio oral do professor, e não conseguiu finalizá-la.

Essas observações reforçam que os alunos estão, em sua maioria, entre os níveis 1 e 2 do modelo de Van Hiele:

Nível 1 – Visualização: os alunos reconhecem figuras pelas suas formas globais, reproduzem com base na aparência visual e conseguem identificá-las em desenhos e construções, mesmo sem compreender todas as propriedades internas. Isso foi perceptível em respostas como “é equilátero porque os lados são iguais” ou em construções feitas por repetição do modelo.

Nível 2 – Análise: alguns alunos começaram a identificar propriedades específicas das figuras e utilizá-las como critério de classificação ou construção. Por exemplo, na atividade que pedia a construção de um triângulo com lados diferentes, os alunos foram capazes de dizer que era um “triângulo escaleno” porque “os lados não têm a mesma medida”. Também souberam relacionar simetria e distância na bissetriz ao dizerem que “ela divide certinho no meio” ou “ela é o centro do ângulo”.

Poucos indícios foram observados de alunos em nível 3 – Dedução informal, que exige o domínio de relações entre propriedades, construção de argumentos e justificativas mais abstratas. As explicações dadas, de modo geral, ainda se concentraram em descrições operacionais do que foi feito (“fiz um arco”, “liguei os pontos”), e pouco se falou de porquês geométricos ou relações entre definições e teoremas, mesmo nos alunos mais avançados como I.M.

É importante destacar que o uso de régua, compasso e atividades visuais contribuiu significativamente para a aproximação dos alunos com a Geometria, e que, com mais tempo, sequência didática ampliada e atividades mais investigativas, o grupo poderia avançar nos níveis de Van Hiele, alcançando uma compreensão mais profunda dos conceitos e da estrutura lógica da Geometria Plana.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal analisar o impacto do ensino de Desenho Geométrico no desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, utilizando como referência teórica principal o modelo de Van Hiele. A proposta foi fundamentada na aplicação de atividades práticas que envolvem construções geométricas com régua, compasso e esquadros, com o intuito de promover uma aprendizagem significativa e visual da Geometria Plana.

Ao longo do processo investigativo, foi possível perceber que o contato direto dos alunos com instrumentos de construção geométrica favoreceu uma melhor compreensão de conceitos que, muitas vezes, se mostram abstratos quando abordados apenas por meio de exposições teóricas. A prática do Desenho Geométrico revelou-se uma ferramenta pedagógica eficaz, contribuindo tanto para o desenvolvimento da autonomia dos alunos quanto para o avanço nos níveis de compreensão geométrica.

Com base na análise dos resultados, observou -se que os alunos se encontravam, em sua maioria, entre os níveis 1 (visualização) e 2 (análise) do modelo de Van Hiele. Isso significa que conseguiam identificar e nomear figuras geométricas, reconhecer propriedades básicas e realizar construções com apoio, mas ainda apresentavam dificuldades em estabelecer relações formais entre propriedades ou justificar suas ações com base em princípios dedutivos. Houve, no entanto, indícios de avanço, especialmente em alunos mais participativos, o que evidencia a potência pedagógica do trabalho com construções geométricas no contexto escolar.

Outro ponto relevante é a constatação de que a utilização de recursos simples e acessíveis — como régua e compasso — possibilita uma experiência concreta e interativa da Geometria, promovendo maior engajamento dos estudantes e facilitando o desenvolvimento do raciocínio espacial. A abordagem prática proposta neste trabalho revelou-se um caminho viável para tornar o ensino da Geometria mais atrativo e significativo, especialmente para alunos que demonstram dificuldades em lidar com abstrações puramente algébricas ou formais.

Em síntese, os resultados obtidos reforçam a importância de valorizarmos o Desenho Geométrico como instrumento didático no Ensino Fundamental, não apenas como técnica de construção, mas como meio de desenvolver a percepção, a análise e o pensamento lógico dos alunos. Para que isso se concretize de forma efetiva, necessário que as práticas escolares incorporem metodologias que estimulem a experimentação, a resolução de problemas e a construção ativa do conhecimento.

Espera-se, portanto, que esta pesquisa possa contribuir para o debate sobre o ensino de Geometria e incentivar novas propostas pedagógicas que busquem aproximar os estudantes da Matemática de forma mais concreta, investigativa e significativa.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BRASIL, MEC. Secretaria do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental**. Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1998. 152 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1996.

DUTRA, F. J. **Desenho Geométrico como Ferramenta de Aprendizagem de Geometria**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora Unicamp. 2004. 849 p. Disponível em: Introdução À História Da Matemática by Domingues, Hygino Hugueros Eves, Howard - PDFCOFFEE.COM. Acesso em: 29 de março de 2023.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006.

LEVY, Denize Piccolotto Carvalho; RAMOS, Evandro de Morais. **Desenho Geométrico**. Manaus: Universidade Federal do Amazonas, Departamento de Artes; Centro de Educação a Distância, [s.d.]. 74 f. Acesso em: 29 março de 2023.

MEDEIROS, Olívio Crispim de. **Apostila de Desenho Geométrico**. Balsas (MA): Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, Centro de Estudos Superiores de Balsas – CESBA, Departamento de Matemática, mar. 2021. Acesso em: 29 março de 2023.

OLIVEIRA, Lucas Maken da Silva. **Ensinando Geometria com Régua e Compasso**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Rio de Janeiro, p. 100. 2015. Disponível em: ENSINANDO GEOMETRIA COM RÉGUA E COMPASSO, UMA PROPOSTA PARA O 8º ANO. Acesso em: 29 março de 2023.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. ***A psicologia da criança***. 7. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1997.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. Volume 1. 4. ed . São Paulo: Spicione, 1993. 192 p.

PUTNOKI, J. C. **Que se devolvam a euclides a régua e o compasso**. Revista do Professor de Matemática, n. 13. 2013. Disponível em: https://rpm.org.br/cdrpm/13/3.htm. Acesso em: 29 de março 2023.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

APÊNDICE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

Minicurso de Desenho Geométrico

Professor: Alberto Sousa e Silva

Apostila de Desenho Geométrico

Escola Municipal Professora Virgínia Kury

Nome: ____

Turma: ____

Balsas, novembro de 2023

INTRODUÇÃO AO DESENHO GEOMÉTRICO

O **Desenho Geométrico** é uma linguagem visual usada para representar formas, estruturas e relações espaciais por meio de linhas, pontos, planos e figuras. Ele está presente em diversas áreas do conhecimento, como a Matemática, a Arquitetura, a Engenharia e o Design, e é fundamental para a compreensão e construção de conceitos geométricos de maneira precisa e lógica.

Diferente do desenho artístico, que valoriza a expressão pessoal e a criatividade livre, o desenho geométrico baseia-se em regras, instrumentos e procedimentos rigorosos. As construções são feitas utilizando ferramentas como régua, compasso, esquadro e transferidor, com o objetivo de criar figuras exatas e simétricas.

Estudar o desenho geométrico no Ensino Fundamental e Médio é essencial para o desenvolvimento do pensamento lógico e espacial dos estudantes. Além disso, promove habilidades como a precisão, a organização e a atenção aos detalhes, competências importantes tanto na vida acadêmica quanto profissional.

Ao longo deste material, serão explorados os principais conceitos e construções do desenho geométrico, como ponto, reta, ângulo, mediatriz, bissetriz, polígonos regulares e circunferência. A cada tópico, você encontrará explicações teóricas, exemplos ilustrativos e atividades práticas, buscando não apenas o domínio técnico, mas também a compreensão do papel da geometria no mundo ao nosso redor.

Nele, utilizamos instrumentos como régua, compasso e esquadro para criar construções geométricas.

NOÇÕES BÁSICAS – PONTO, RETA E PLANO

1. Ponto

Definição: O ponto é o elemento mais simples da Geometria. Não possui dimensão (nem comprimento, largura ou altura).
Representa apenas uma posição no espaço.

Representação: Usualmente, usamos uma letra maiúscula (A, B, C...) para nomear pontos.

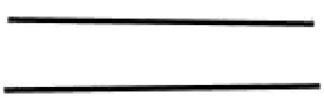
Importância: O ponto é essencial na definição de outros elementos geométricos, como retas e planos.

2. Reta

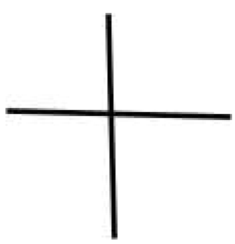
Definição: A reta é um conjunto infinito de pontos alinhados em uma mesma direção. Ela é infinita nos dois sentidos e possui apenas uma dimensão: o comprimento.

Representação: Usamos duas letras maiúsculas (como A e B) para representar dois pontos sobre a reta (reta AB ou r).

Tipos de retas:
- **Retas paralelas:** não se cruzam.



- **Retas perpendicular:** cruzam-se em um único ponto. Formam um ângulo reto.

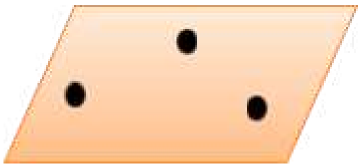


- **Retas coincidentes:** ocupam exatamente a mesma posição.

a = b

Propriedade: Por dois pontos distintos passa uma única reta.

3. Plano



Definição: O plano é uma superfície infinita com duas dimensões: comprimento e largura. Pode conter infinitos pontos e retas.

Representação: Representamos o plano com uma letra grega, como "pi", ou letras maiúsculas (como plano ABC).

Postulados importantes:

- Três pontos não colineares determinam um único plano.
- Dois pontos de uma reta num plano implicam que a reta está contida nele.
- Dois planos podem se interceptar em uma reta.

Exercícios de fixação

1. Complete com V ou F:

( ) O ponto tem largura, comprimento e altura.

( ) Por dois pontos passa uma única reta.

( ) O plano possui três dimensões.

( ) Uma reta pode estar contida em um plano.

2. Desenhe em seu caderno:

a) Três pontos não colineares.

b) Uma reta passando por dois pontos.

c) Um plano contendo uma reta e um ponto fora da reta.

RETAS

1 – Reta Paralela

Demonstração pelo professor

Aplicações: 1. Dada uma reta r, traçar uma paralela a r.

Solução:

- Faça uma das bordas do esquadro coincidir com a reta dada;
- Encoste o outro esquadro (ou régua) na outra borda;
- Segure o 2º esquadro e movimente (deslize) o primeiro até o ponto dado;
- Trace a reta paralela pedida.

O que caracteriza duas retas como paralelas?

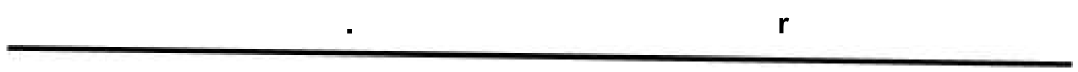
2. Reta Perpendicular

Demonstração pelo professor

Aplicações: 1. Dada uma reta r e um ponto P nela contido, traçar por P uma perpendicular a r.

Solução:

- Fazer a borda de um dos esquadros coincidir com a reta r (lado numerado);
- Encoste o 2º esquadro no 1º, acima, de modo que possa se deslocar ao longo da reta dada;
- Ao encontrar o ponto P, traçar a reta r' que será perpendicular a r.



Porque as retas perpendiculares formam sempre um ângulo reto?

MEDIATRIZ

A mediatriz é uma reta que corta um segmento bem no meio e forma um ângulo reto (de 90°) com ele.

Ela divide o segmento em duas partes iguais e é muito usada em construções geométricas.

Demonstração pelo professor

1. Dado um segmento de reta AB qualquer, construir a sua mediatriz (dividi-lo ao meio). Solução:

- Centro em A, abertura do compasso maior que a metade de AB traça-se dois pequenos arcos acima e abaixo da reta r;
- Centro em B, mesma abertura, traça-se outros dois arcos interceptando os primeiros, determinando assim os pontos C e D;
- Unindo-se os pontos C e D, obtém-se a mediatriz procurada.

Se a mediatriz for traçada de forma incorreta, como podemos saber que está errada? É possível construir uma mediatriz sem o uso do compasso?

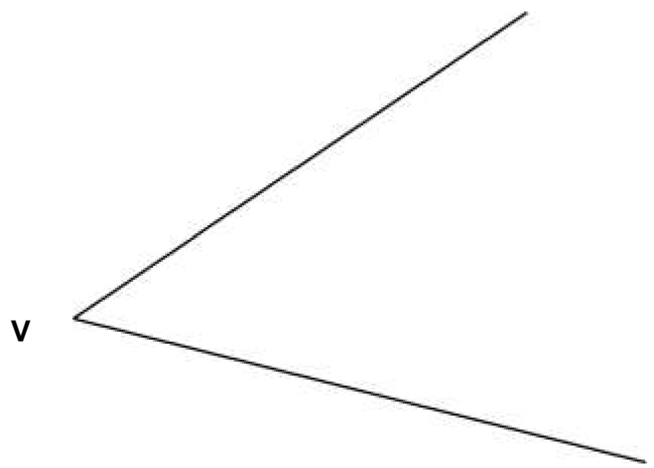
BISSETRIZ

É a reta que divide o ângulo plano em duas partes iguais. Todo ponto dessa reta dista igualmente desse ângulo e, reciprocamente todo ponto equidistante dos lados de um ângulo pertence a bissetriz desse ângulo.

Demonstração pelo professor

Solução:

- Centro em V, abertura qualquer do compasso, traçar o arco AB;
- Centros em A e B, traçam-se arcos iguais, obtendo o ponto C;
- Unindo os pontos O com C, tem-se a bissetriz do ângulo dado.



Por que todos os pontos da bissetriz estão à mesma distância dos lados do ângulo?

DIVISÃO DE SEGMENTOS DE RETA

Demonstração pelo professor

Aplicações:

1. Dado um segmento de reta qualquer $\overline{AB}$ mediatrizes., dividir o mesmo em 4 partes iguais, pelo método das mediatrizes

Solução:

- Traçar a mediatriz de $\overline{AB}$, determinando o seu ponto médio M;
- Em seguida, traçar as mediatrizes dos segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{MB}$, ficando assim cada metade do segmento original dividido também ao meio. No total, teremos quatro segmentes congruentes.

ÂNGULOS

Um ângulo é formado por duas semirretas que partem do mesmo ponto, chamado de vértice. As semirretas são chamadas de lados do ângulo, e o espaço entre elas é a abertura do ângulo.

Tipo de Ângulo	Medida em graus	Exemplo
Agudo	menor que 90°	30° e 60°
Reto	exatamente 90°	90°
Obtuso	maior que 90° e menor que 180°	120°
Raso	exatamente 180°	180°
Côncavo ou Revolução	maior que 180° e menor que 360° exatamente	270°
Ângulo completo	exatamente 360°	360°

Demonstração pelo professor

1. Dada uma semirreta qualquer Or, construir um ângulo de 60º.

Solução:

- Centro em *O*, abertura qualquer do compasso, traçar um arco que corte *r* em *A*;
- Centro em *A*, mesma abertura do compasso, determina-se o ponto *B*;
- Unindo-se *O* com *B*, define-se o lado do ângulo de 60º.

Demonstração pelo professor

2. Dividir um ângulo reto em três partes iguais. Obtendo os ângulos de 30º, 60º e 90º.

Solução:

- Centro em *V* e abertura qualquer traça-se o arco *AD*;
- Centros em *A* e *D*, mesmo raio anterior, traçam-se arcos obtendo os pontos *B* e *C*;
- Unindo os pontos *B* e *C* com *V*, obtém-se os três ângulos iguais.

ATIVIDADE 1

Dada a reta O trace por ela um ângulo reto, construía o ângulo de 60° e construía sua bissetriz.

O

Explique passo a passo a solução para a atividade.

TRIÂNGULOS

Definição:

Um triângulo é uma figura geométrica plana formada por três segmentos de reta que se encontram dois a dois, formando três ângulos internos**.** Cada ponto de encontro entre dois lados é chamado de vértice, e os lados opostos aos vértices são chamados de lados do triângulo.

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180 graus.

Classificação dos Triângulos

1. Quanto aos lados:

Equilátero: possui três lados iguais e três ângulos internos de 60°.

Isósceles: possui dois lados iguais e dois ângulos iguais.

Escaleno: possui todos os lados e ângulos diferentes**.**

2. Quanto aos ângulos:

Acutângulo: todos os ângulos internos são menores que 90°**.**

Retângulo: possui um ângulo reto (igual a 90°).

Obtusângulo: possui um ângulo obtuso (maior que 90°).

Fonte:https://educacao.umcomo.com.br/artigo/classificacao-dos-triangulos-tipos-e - caracteristicas-30679.html

Demonstração pelo professor

1. Dado os três lados, construir um triângulo, sendo: a = 8 cm, b = 6 cm e c = 5 cm.

Solução:

- Traçar o lado *a*, igual à medida dada, determinando o segmento BC;
- Centro em *B*, raio igual a *c*, traçar um pequeno arco. Centro em *C* raio igual a *b*, traçar outro arco, determinando o ponto *A* (encontro dos arcos).
- Unindo-se *A* com *B* e A com C, obtém-se o triângulo procurado.

Demonstração pelo professor

2. Construir um triângulo isósceles, conhecendo-se a base e a altura. Dados AB = 6 cm e h = 8 cm.

Solução:

- Traçar AB igual à medida dada;
- Traçar a mediatriz de AB;
- Marcar o ponto *C* na mediatriz, igual à altura dada.
- Unindo-se os pontos, obtém-se o triângulo isósceles.

Demonstração pelo professor

3. Construir um triângulo retângulo conhecendo-se os dois catetos. Dados: b = 6 cm e c = 8 cm.

Solução:

- Traçar AB igual à medida de um dos catetos (no caso *c*);
- A partir de *A*, traçar uma perpendicular e marcar o ponto *C* igual à medida do outro cateto (no caso *b*);
- Unindo-se os pontos *A* com *C* e *B* com *C* obtém-se o triângulo retângulo.

Atividade

1. Dado os três lados, construir um triângulo, sendo: a = 7 cm, b = 5 cm e c = 6 cm.

Um triângulo com lados 7, 5 e 6 cm é escaleno?

____

____

2. Construir um triângulo isósceles, dados a base e o lado, sendo respectivamente $\overline{AB} = 6\ cm$ e $\overline{AC} = 8\ cm$.

Um triângulo retângulo pode ser isósceles?

3. Construía um triângulo retângulo, onde o cateto AB mede 6 cm, o cateto AC mede 4cm e o ângulo reto está no vértice.

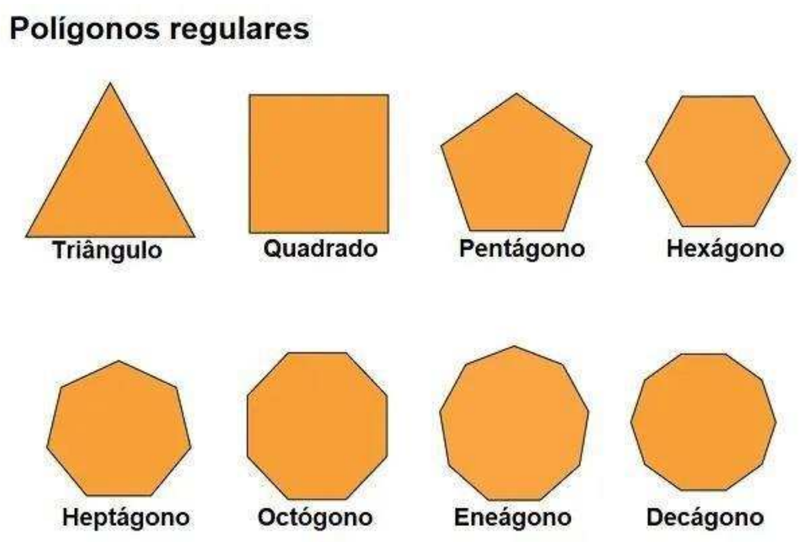
Qual é o nome do maior lado desse triângulo?

POLÍGONOS REGULARES E CINCUNFERÊNCIA

Polígonos Regulares

Definição:

Um polígono regular é uma figura geométrica plana, fechada, com todos os lados iguais todos os ângulos internos congruentes. Os vértices de um polígono regular podem ser inscritos em uma circunferência, de modo que todos fiquem à mesma distância do centro.



Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/classificacao-dos-poligonos.htm

Circunferência

Definição:

A circunferência é uma linha curva, fechada e plana, cujos pontos estão todos à mesma distância de um ponto fixo chamado centro. Essa distância constante entre qualquer ponto da circunferência e o centro é chamada de raio.

Elementos principais da circunferência:

Centro (O): ponto fixo que define a circunferência.

Raio (r): segmento de reta que vai do centro até qualquer ponto da circunferência.

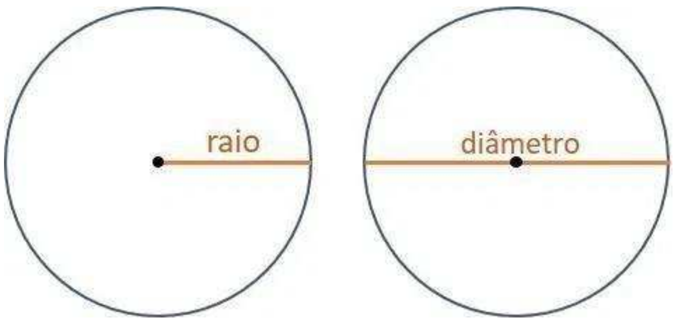
Diâmetro (d): segmento de reta que passa pelo centro e liga dois pontos opostos da circunferência. Ele é o dobro do raio (d = 2r).

Corda: segmento de reta que liga dois pontos da circunferência, sem necessariamente passar pelo centro.

Arco: parte da circunferência entre dois pontos.

Setor circular: região do plano limitada por dois raios e o arco entre eles.

Segmento circular: região entre uma corda e o arco correspondente.



Fonte: https://www.todamateria.com.br/comprimento-da- circunferencia/

Demonstração pelo professor

1. Construir um triângulo equilátero, conhecendo-se o lado *a*, sendo a = 7 cm.

Solução:

- Traçar o segmento BC igual ao lado *a*;
- Centro em *B* e *C* traça-se dois arcos, raio igual a a, que se cruzam determinando o ponto *A*;
- Unindo-se os pontos, obtém-se o triângulo equilátero.

Demonstração pelo professor

2. Construir um quadrado conhecendo-se o seu lado, onde AB = 7 cm.

Solução:

- Levanta-se uma perpendicular pelo extremo *A* e marca-se o ponto *D* com a medida do lado

A;

- Centros em *B* e *D*, abertura do compasso *AB*, traçar dois arcos que se cruzam em *C*;
- Unindo-se os pontos obtém-se o quadrado *ABCD*.

Demonstração pelo professor

3. Traçar uma circunferência de raio 5 cm:

Solução:

• Marcar um ponto O (centro);

• Com compasso ajustado em 5 cm, traçar a circunferência com centro em O.

Demonstração pelo professor

4. Dividir uma circunferência qualquer em 4 partes iguais e inscrever o quadrado.

Solução:

- Traçar o diâmetro da circunferência AC;
- Traçar a mediatriz de AC, obtendo os pontos B e D;
- Unindo-se os quatro pontos, obtém-se o quadrado procurado.

Demonstração pelo professor

5. Construção de um hexágono regular (6 lados), inscrito em uma circunferência:

- Traçar uma circunferência com raio 4 cm;
- Marcar um ponto A na circunferência;
- Com mesmo raio (4 cm), marcar 6 pontos consecutivos ao redor da circunferência;
- Unir os 6 pontos consecutivos, formando o hexágono regular.
- Esses 6 pontos dividem a circunferência em 6 partes iguais de 60°.

Atividade

1. Construir um triângulo equilátero, conhecendo-se o lado a, sendo a= 8,5 cm.

Como construímos um triângulo equilátero com régua e compasso?

2. Dividir uma circunferência qualquer em 4 partes iguais e inscrever o quadrado.

3. Traçar uma circunferência de raio qualquer e indicar o centro, o raio e o diâmetro.

4. Dividir uma circunferência qualquer em 8 partes iguais e inscrever o octógono. Dicas:

Trace os diâmetros AE e CG

Trace as bissetrizes dos arcos AC e CE paras achar os pontos B, D, F e H

E por fim ligue os pontos para encontrar o Octógono.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** - Volume único. Ática, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006. LEVY, Denize Piccolotto Carvalho; RAMOS, Evandro de Morais.
Desenho Geométrico. Manaus: Universidade Federal do Amazonas, Departamento de Artes; Centro de Educação a Distância, [s.d.]. 74 f. Acesso em: 29 março de 2023.
MACHADO, Nilson José. **Geometria:** Fundamentos e Aplicações. São Paulo: Moderna.

MEDEIROS, Olívio Crispim de. **Apostila de Desenho Geométrico**. Balsas (MA): Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, Centro de Estudos Superiores de Balsas – CESBA, Departamento de Matemática, mar. 2021. Acesso em: 29 março de 2023.
SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática no Ensino Fundamental**. Papirus, 2003.