



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA  
CURSO MATEMÁTICA LICENCIATURA

**HOSANA BIANCA MALHEIROS MORAES**

**GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS: UMA SEQUÊNCIA  
DIDÁTICA INVESTIGATIVA PARA O ENSINO MÉDIO**

São Luís - MA

2025

**HOSANA BIANCA MALHEIROS MORAES**

**GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS: UMA SEQUÊNCIA  
DIDÁTICA INVESTIGATIVA PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciadas em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa

São Luís - MA

2025

Moraes, Hosana Bianca Malheiros.

Geogebra no ensino de funções exponenciais: uma sequência didática investigativa para o ensino médio. / Hosana Bianca Malheiros Moraes. – São Luís, MA, 2025.

72 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática Licenciatura) – Universidade Estadual do Maranhão, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa.

1. GeoGebra. 2. Função Exponencial. 3. Ensino. 4. Matemática.  
5. Tecnologia. I. Título.

CDU: 51:00.4.4+373.5

**HOSANA BIANCA MALHEIROS MORAES**

**GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS: UMA SEQUÊNCIA  
DIDÁTICA INVESTIGATIVA PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciadas em Matemática.

Aprovado em:

Documento assinado digitalmente  
 **MAURO GUTERRES BARBOSA**  
Data: 23/07/2025 20:58:39-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa (Orientador)**  
Doutor em Educação em Ciências e Matemática  
Universidade Estadual do Maranhão

Documento assinado digitalmente  
 **RAYANE DE JESUS SANTOS MELO**  
Data: 24/07/2025 06:57:45-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Profa. Dra. Rayane de Jesus Santos Melo (examinador I)**  
Doutora em Educação  
Universidade Federal do Maranhão

Documento assinado digitalmente  
 **LAINÉ SILVA RAMOS**  
Data: 23/07/2025 22:22:17-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Laine Silva Ramos (examinador II)**  
Mestranda em Educação PPGE/ UEMA  
Universidade Estadual do Maranhão

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por sua bondade e misericórdia, pois sei que nada seria possível sem Ele, que me deu saúde e guardou-me, e por isso hoje estou aqui e consegui realizar mais um objetivo o qual tanto almejei.

À minha avó, a quem carinhosamente chamo de mãe, Rosilda Costa Moraes, em quem me inspiro todos os dias, que cuidou de mim durante todo esse tempo, me deu seu apoio e carinho.

À minha família, minha mãe Petilene Lima Malheiros, minhas tias Rosélia Costa Moraes, Janete Costa Moraes, Penita de Sara Lima Malheiros, ao meu tio Edson Leandro Moreira Nascimento e minha avó Alenes Correia Lima Maleiros, que cuidaram de mim enquanto eu crescia, me deram apoio e carinho, são pessoas fortes as quais tenho profunda admiração e respeito.

À minha irmã, Evalenes Malheiros Moraes, que esteve ao meu lado, a primeira pessoa a quem contei sobre meu desejo de ser professora de matemática, me encorajou e incentivou, a quem sempre pude recorrer nos momentos mais difíceis, em quem confio, me apoio, me inspiro e admiro. Te agradeço por ter me acompanhado em cada passo e momento dessa jornada, sem você eu não teria conseguido, essa conquista é sua também.

Ao meu orientador Mauro Guterres Barbosa, por ter me guiado durante todo o processo de construção desta pesquisa. Obrigado por tudo, por ser esse professor admirável, pelo tempo, empenho, paciência e dedicação para que este trabalho fosse finalizado.

Aos meus amigos e amigas, Ana Lúcia de Souza Silva, Glória Emelly de Olivera Cruz, Victor Ariel de Oliveira Carvalho, Raissa Campos de Souza, Clayson Rhoni Gabriel Pereira França, Emerson Lima, por estarem ao meu lado durante esses períodos, sou grata por todos os momentos que vivemos até aqui, as alegrias e dificuldades.

Agradeço as professoras, Rayane de Jesus Santos Melo e Sandra Imaculada Moreira Neto, ao professor Raimundo Martins Reis Neto, pois foram marcantes em minha trajetória acadêmica, os quais tive a honra de ser aluna.

À minha professora do Ensino Médio, Érica Patricia Rodrigues, a qual pela primeira vez fez-me ver o que era ser um(a) professor(a) que ensina, que ama o que faz mesmo sendo difícil, uma professora disposta a aprender com seus alunos, que os ‘ausculta’ e entende, agradeço-te por ter sido para mim a imagem do sentimento de esperança, coragem, força, resistência e dedicação.

## RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo elaborar uma Sequência Didática Investigativa (SDI) que articule GeoGebra e função exponencial, de modo que seja possível compreender as características do desenvolvimento da sequência com uso deste Software como ferramenta para o ensino do objeto matemático proposto. Para aprofundamento desta investigação, foi realizada uma análise sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TDIC's) em sala de aula, das características do GeoGebra e a possibilidade de seu uso como recurso didático em aulas de Matemática, se realizou um levantamento de pesquisas, as quais foram selecionadas comunicações científicas presentes nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) desde o X ao XIV ENEM, onde se buscou sobre o uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de funções, em particular da função exponencial. A metodologia de pesquisa abordada foi qualitativa bibliográfica e exploratória, pois pretende compreender a articulação entre a construção da (SDI) com o uso do Software e a função exponencial. A partir disso, se ressalta sobre a abordagem de novas metodologias com o uso de ferramentas tecnológicas nas aulas de Matemática. Como conclusão, os resultados apontam para o planejamento e organização de aulas sequenciadas e interligadas por níveis; a promoção da participação ativa dos alunos nas atividades desenvolvidas em sala de aula; o estímulo a resolução dos problemas; o desenvolvimento do pensamento crítico; o estímulo a colaboração em sala de aula; a investigação sobre a o objeto matemático que está sendo tratado.

**Palavras chaves:** GeoGebra, Função Exponencial, Ensino, Matemática, Tecnologia.

## ABSTRACT

This research aims to develop an Investigative Sydactic Sequence (IDS) that articulates GeoGebra and the exponential function, so as to understand the characteristics of the sequence's development using this software as a tool for teaching the proposed mathematical subject. To further this investigation, an analysis was conducted on the use of Information and Communication Technologies (ICTs) in the classroom, the characteristics of GeoGebra, and the possibility of its use as a teaching resource in mathematics classes. A survey was conducted, from which scientific papers present in the Proceedings of the National Meeting on Mathematics Education (ENEM) from the X to the XIV ENEM, were selected. These papers explored the use of GeoGebra in the teaching and learning of functions, particularly the exponential function. The research methodology used was qualitative, bibliographic, and exploratory, aiming to understand the articulation between the construction of the IDS with the use of the software and the exponential function. This highlights the need for new methodologies using technological tools in mathematics classes. In conclusion, the results point to the need for planning and organizing sequenced and interconnected classes by level; promoting active student participation in classroom activities; encouraging problem-solving; developing critical thinking; encouraging classroom collaboration; and investigating the mathematical subject being discussed.

**Keywords:** GeoGebra, Exponential Function, Teaching, Mathematics, Technology.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Organização das opções na interface do GeoGebra.....	18
Figura 2: Opções disponíveis na barra de menu.....	19
Figura 3: Site da comunidade do GeoGebra .....	20
Figura 4: Recursos disponíveis na comunidade do GeoGebra.....	21
Figura 5: Organização de matérias na comunidade do GeoGebra .....	21
Figura 6: Organização de matérias de função na comunidade do GeoGebra.....	22
Figura 7: Applet da função seno .....	27
Figura 8: Applet da função cosseno .....	28
Figura 9: Applet da função cosseno. ....	29
Figura 10: Tela inicial do GeoGebra.....	30
Figura 11: gráfico da função $f(x) = ax + b$ .....	31
Figura 12: Gráfico de $f(x) = x + 2$ .....	32
Figura 13: Variação do coeficiente angular “a” .....	33
Figura 14: Variação do coeficiente angular “b” .....	33
Figura 15: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 1 .....	36
Figura 16: Construção dos gráficos da questão 1.....	36
Figura 17: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 2 .....	37
Figura 18: Construção dos gráficos da questão 2.....	38
Figura 19: Gráficos das funções $f(x)$ e $p(x)$ com mudança do sinal do expoente .....	38
Figura 20: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 3 .....	39
Figura 21: Gráficos construídos pelos alunos no GeoGebra .....	41
Figura 22: Questões apresentadas no formulário online .....	42
Figura 23: Funções norteadoras dos alunos 1 e 2.....	42
Figura 24: Interface do GeoGebra.....	51
Figura 25: Gráfico da função $f(x)=2^x$ .....	52
Figura 26: Tabela de valores atribuídos a x. ....	52
Figura 27: Gráfico da função $f(x)=0^x$ .....	53
Figura 28: Gráfico da função $f(x)=1^x$ .....	54
Figura 29: Gráfico da função $f(x)=3^x$ . ....	55
Figura 30: Gráfico da função $f(x)= (1/2)^x$ .....	56
Figura 31: Gráficos das funções $f(x)$ , $g(x)$ , $h(x)$ , $j(x)$ , $k(x)$ , $m(x)$ , $n(x)$ .....	57

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>11</b>
<b>2.1.</b>	<b>O uso de TDIC's nas aulas de Matemática .....</b>	<b>12</b>
2.2	O Software GeoGebra .....	17
2.2.1	Interface do GeoGebra Clássico .....	17
2.2.2	Possibilidades com o GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática .....	19
2.3	Metodologia de busca e seleção das comunicações científicas do X ENEM ao XIV ENEM.....	22
2.3.1	Análise das Comunicações Científicas selecionadas do X ENEM ao XIV ENEM .....	25
2.3.2	Aproximações e complementaridades das pesquisas .....	43
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>44</b>
<b>4</b>	<b>SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA (SDI) .....</b>	<b>49</b>
4.1	Estrutura e organização de uma SDI .....	49
4.2	Estrutura e organização da SDI .....	50
4.3	Atividade 1: Apresentação do Software GeoGebra .....	50
4.4	Atividade 2: Construção do gráfico da função exponencial .....	51
4.5	Atividade 3: Estudo do gráfico da função exponencial quando $a=0$ e quando $a=1$ .....	53
4.6	Atividade 4: Estudo do gráfico da função exponencial quando .....	54
4.7	Atividade 5: Estudo do gráfico da função exponencial quando .....	55
4.8	Atividade 6: Análise geral das características dos gráficos das funções exponenciais construídos no GeoGebra .....	56
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>58</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>APENDECI I - REFLEXÕES SOBRE A SDI .....</b>	<b>63</b>
	<b>Estrutura e organização da SDI.....</b>	<b>63</b>
7.1	Atividade 1: Apresentação do Software GeoGebra .....	63
7.2	Atividade 2: Construção do gráfico da função exponencial .....	64
7.3	Atividade 3: Estudo do gráfico da função exponencial quando $a=0$ e quando $a=1$ .....	66
7.4	Atividade 4: Estudo do gráfico da função exponencial quando .....	68
7.5	Atividade 5: Estudo do gráfico da função exponencial quando .....	69
7.6	Atividade 6: Análise geral das características dos gráficos das funções exponenciais construídos no GeoGebra .....	70

# 1 INTRODUÇÃO

No contexto atual, onde a tecnologia avança rapidamente é fundamental discutir sobre o uso de ferramentas digitais na Educação Matemática e seu auxílio nas metodologias de ensino-aprendizagem. Pois, é perceptível que seu uso no ambiente escolar traz vantagens tanto para os professores quanto para os alunos.

Explorar conceitos matemáticos sobre álgebra, mas especificamente, funções de forma interativa e dinâmica pode ser algo de complexa abstração para os alunos da educação básica, e por vezes se apresenta como um desafio para os professores. Porém, atualmente, a criação de softwares voltados para a área de ensino de Matemática tem possibilitado que ocorram essas interações entre Educação Matemática e tecnologia, com destaque o GeoGebra é um Software de Matemática dinâmica que possui uma interface simples de ser manipulada onde é possível trabalhar álgebra, cálculo, estatística, geometria, criar gráficos e tabelas em uma única interface gráfica do utilizador, e ademais é um Software livre (Scaldelai, 2014).

Ao utilizar o Software GeoGebra como uma ferramenta de ensino, apresenta uma forma não usual de ver e aprender álgebra e estudar funções em sala de aula com o uso da tecnologia reforçando sua importância no ensino, e por ser uma ferramenta de fácil ambientação pode se tornar útil aos professores que apresentam dificuldades com a sua utilização e na elaboração de aulas com o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's). Vale aqui ressaltar sobre as dificuldades do professor com relação ao uso de tais ferramentas de ensino, principalmente nas componentes curriculares de Ciências Exatas. Pois segundo Kenski (2003, p. 45):

É preciso que esse profissional tenha tempo e oportunidades de familiarização com as novas tecnologias educativas, suas possibilidades e seus limites, para que, na prática, faça escolhas conscientes sobre o uso das formas mais adequadas ao ensino de um determinado tipo de conhecimento, em um determinado nível de complexidade, para um grupo específico de alunos e no tempo disponível.

Para Borba e Penteado (2019), a discussão sobre o uso da tecnologia na Educação Matemática deve ser compreendida e estar presente tanto nas escolas públicas quanto nas privadas, onde os alunos devem ter acesso igualmente aos recursos e ferramentas de ensino, e no mínimo devem ter um acesso a uma certa 'alfabetização tecnológica'. Daí que se apresenta o uso do GeoGebra neste contexto para o ensino de funções exponenciais no Ensino Médio, pois é possível ensinar este objeto de conhecimento matemático o qual os alunos podem

apresentar dificuldades em compreendê-lo, em analisar seus gráficos e perceber a presença desta função em suas vidas.

O GeoGebra é uma ferramenta que possibilita ensino e aprendizagem em diferentes aspectos da função exponencial, esta pode ser apresentada diretamente em questões que envolvem o mundo que rodeia os alunos, como por exemplo o crescimento populacional, juros compostos, assim como é utilizada para compreender diversos fenômenos naturais e artificiais.

Assim, é possível afirmar que o ensino de funções exponenciais pode ser tratado em uma outra perspectiva e metodologia, sem que se perca sua propriedade e objetivo de ensino e aprendizagem. Conforme Borba; Silva e Gadanidis (2020, p.58), “aspectos que caracterizam a experimentação com tecnologias têm como pano de fundo uma perspectiva na qual a produção de conhecimentos matemáticos assume uma dimensão heurística, de descoberta, sendo esta apropriada aos cenários de ensino e aprendizagem de Matemática”.

Dessa forma, a implementação de ferramentas tecnológicas e softwares no ensino de Matemática, e no que se refere aos objetos de conhecimentos envolvendo álgebra e funções, deve ser levado em consideração por parte do professor como um recurso didático para que dessa forma o aluno consiga identificar e dar sentido as representações proporcionadas pelo estudo de funções exponenciais em gráficos representados no GeoGebra, por exemplo, sem deixar de fazer o uso de aulas tradicionais.

Assim, o objetivo desta investigação é elaborar uma Sequência Didática Investigativa (SDI) que articule GeoGebra e função exponencial. Ante esse desafio, é esperado que o uso de tal tecnologia possa ser uma ponte entre o professor e os alunos, e consequentemente, os alunos e o conhecimento matemático sobre funções exponenciais, de modo que se torne mais claro para os alunos a presença da Matemática na realidade que os rodeia. Ante o exposto o problema dessa pesquisa pode ser assim anunciado: Quais são as características de uma Sequência Didática Investigativa que articula o uso do GeoGebra para o ensino de funções exponenciais?

Esta pesquisa se organiza de modo a inicialmente realizar uma breve apresentação das fases do desenvolvimento da tecnologia na educação, apresentando os caminhos percorridos para o desenvolvimento das Tecnologias de Informação e Comunicação em sala de aula. Foi realizado um aprofundamento sobre o uso da TDIC como ferramenta usada ensino e aprendizagem baseados em autores que apresentam com maior profundidade do tema, tais como Borba, Silva e Gadanidis (2020), Borba e Penteadó (2019), Felcher (2021), Kenski (2003) e Maltempi (2008), os quais defendem a imersão de ferramentas tecnológicas na sala de aula, em

aulas de Matemática, na formação docente e nas perspectivas do uso dessas ferramentas como uma abordagem de ensino e aprendizagem não usual.

Como esta pesquisa propõem o uso do GeoGebra como ferramenta, é necessário conhecer sobre este Software, deste modo é discorrido sobre sua criação e características, tal como sua interface e o uso deste como recurso didático em aulas de Matemática. Após isso, é realizada a busca e análise de comunicações científicas nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), estas que tratam do uso do GeoGebra com funções, as quais servem como base para esta pesquisa sobre os resultados obtidos a partir da implementação da TDIC's em sala de aula.

Mediante isto, a metodologia de pesquisa adotada busca resultados qualitativos através da análise das comunicações científicas e demais materiais que compõem a base teórica da presente pesquisa, para que então seja possível o planejamento e construção de uma Sequência Didática Investigativa. A partir disso, é desenvolvido o processo da organização e construção de uma SDI, a qual articula o uso do Software GeoGebra com o ensino de funções exponenciais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A presente pesquisa realiza a análise do uso de tecnologia em sala de aula no ensino e aprendizagem de Matemática. A implantação das TDIC's na perspectiva de uso de metodologias não usuais nas aulas de Matemática tem por objetivo apresentar possibilidades e potencialidades no desenvolvimento do pensamento matemático em sala de aula, além de oferecer ferramentas de apoio ao professor e ao aluno. Das diversas ferramentas desenvolvidas com estas finalidades se optou pela análise e uso de um Software de geometria dinâmica, o GeoGebra, e ainda sobre o uso deste no estudo de função, mais especificamente de função exponencial.

O estudo teórico foi realizado através de partes nas quais são organizadas seções para que fosse possível a percepção dos caminhos seguidos para a construção desta pesquisa, se baseando em estudos e resultados obtidos anteriormente a esta. Para isso, as seções são dispostas de modo a primeiramente abordar 'o uso de TDIC's nas aulas de Matemática' que trata do uso de tecnologia no ensino e aprendizagem de Matemática, apresentando inovações e dimensões de sua implementação, além de abordar as perspectivas do uso desta ferramenta, bem como suas limitações, e a falta de experiência e dificuldades apresentadas pelos professores em utilizar a tecnologia como ferramenta em sala de aula.

Nesta pesquisa se optou pela utilização do Software GeoGebra no ensino e aprendizagem de Matemática, pois este se apresenta como uma ferramenta que viabiliza amplas possibilidades no desenvolvimento das aulas dessa componente curricular, por esta razão será apresentado em uma seção 'o Software GeoGebra', sua criação, desenvolvedores, seus objetivos e características. Será abordada em seguida em duas subseções 'Interface do GeoGebra Clássico' e 'o uso deste Software como recurso didático em sala de aula', buscando compreender quais ferramentas este oferece para o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades e na compreensão de conceitos matemáticos.

Assim, como esta pesquisa tem como intuito apresentar o uso do Software GeoGebra no estudo de funções, em específico a função exponencial, é desenvolvida uma seção que apresenta resultados do uso desta ferramenta com o objeto matemático citado, para isto foi realizada uma busca e análise de comunicações científicas no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) que tratam do uso do GeoGebra com funções, esta seção apresenta a 'metodologia de busca e seleção das comunicações científicas do X ENEM ao XIV ENEM', e se subdivide em duas subseções 'análise das comunicações científicas selecionadas do X ENEM ao XIV ENEM' e 'aproximações e complementaridades das pesquisas'.

## 2.1. O uso de TDIC's nas aulas de Matemática

Sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática, foi necessário aqui apresentar as fases pelas quais ocorrem as implementações de ferramentas tecnológicas, suas atividades e perspectivas em relação a Educação Matemática de acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2020), entretanto se ressalta que não serão profundamente discutidas todo seu processo de desenvolvimento, mas serão apresentados os principais pontos pelos quais se discute o uso de ferramentas tecnológicas dentro das aulas de Matemática.

A 'primeira fase' segundo Borba, Silva e Gadanidis (2020) se iniciou com a discussão sobre o uso da calculadora, calculadora científica e do computador na Educação Matemática nos anos de 1980, a partir deste momento surgem expressões que se referem ao uso de softwares e do computador, tais como 'tecnologias informáticas' ou TI. Sobretudo, esta fase teve como marca o uso do software LOGO em 1985. Este software possibilitava por meio da inserção de caracteres, e comandos permitindo, em resumo, a construção de reta, ângulo e figuras geométricas com o movimento realizado por uma tartaruga virtual. Esta fase traz consigo a perspectiva sobre a implementação de laboratórios de informáticas nas escolas.

Na primeira metade de 1990 se inicia a 'segunda fase', de acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2020) o acesso e popularização do uso dos computadores individuais trouxeram a reflexão sobre como era visto seu papel e uso com relação a suas vidas e profissões. O uso do computador era relativo pois muitos o desconheciam, ou não apresentavam interesse neste, ou pela falta de oportunidade ou ainda pela insegurança em utilizá-lo. Entretanto, houve aqueles que viram no uso da 'tecnologia informática' oportunidades para promover transformações no que se refere a didática e às possibilidades pedagógicas, acompanhando desta forma as mudanças que ocorriam social e culturalmente. Nesta fase foram desenvolvidos inúmeros softwares, e houve a necessidade da criação de cursos para capacitar professores em formações continuadas, visando que estes possuíssem competências para o uso dessas ferramentas tecnológicas em sala de aula. Vale ressaltar que, a introdução de tecnologia em sala de aula passa a se apresentar como inquietante aos professores, pois o uso desta remove o professor de sua zona de conforto habitual. Se destacam nesta fase os softwares voltados para a representação de funções, geometria dinâmica e sobre o uso de sistemas de computação algébrica.

Em seguida, ocorre em 1999 a 'terceira fase' com chegada da internet, esta que se apresentou como ponte de comunicação e informação para estudantes e professores, e a comunicação entre estes, promovendo cursos de formação a distância, o acesso e uso de e-mails, fóruns, canais de comunicações entre outros. A partir deste momento com o uso de

comunicações mais informais através da internet se expande a expressão ‘TI’ para ‘TIC’ que vem a ser as “tecnologias de informação e comunicação”. Esta fase tem uma forte relação com a formação continuada de professores, na expansão das formas de comunicação e interação, no desenvolvimento dos softwares, sofrendo fortes influências dos resultados que podem ser proporcionados pela quarta fase Borba, Silva e Gadanidis (2020).

A ‘quarta fase’ que se iniciou em meados de 2004, segundo Borba, Silva e Gadanidis (2020) esta fase se desenvolve mediante à velocidade de acesso rápido a informações proporcionada pela internet. Assim, o aprimoramento de ferramentas, recursos e quantidade de informações têm estado em contante desenvolvimento, modificando a comunicação por meio da internet. Aqui é adotada a expressão “tecnologias digitais” (TD), esta que apresenta diversos aspectos, tais como o acesso a plataformas como YouTube, Skype, Moodle, applets, Facebook entre outros. O acesso e comunicação em tempo integral a internet, a possibilidades de utilizá-la em sala de aula se apresentou como um forte potencial. Entretanto, segundo os autores esta fase abre caminho para inquietações, mas as dúvidas que surgem são um campo a ser explorado, abrindo assim caminhos para novas investigações.

Na perspectiva de Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 44):

Uma nova fase surge quando inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao pensar-com-tecnologias. Esses desenvolvimentos estão intrinsecamente envolvidos com outros aspectos, como a elaboração de novos tipos de problemas, o uso de diferentes terminologias, o surgimento ou aprimoramento de perspectivas teóricas, novas possibilidades ou reorganização de dinâmicas em sala de aula, dentre outros.

Conforme o exposto, é notável que a implementação do uso de tecnologia no ensino e aprendizagem de Matemática se apresenta como uma ferramenta auxiliadora nos processos de ensino para os professores e facilitadora para os alunos nos processos de aprendizagem de objetos de conhecimentos matemáticos, que nesta pesquisa são as funções exponenciais. O ensino de álgebra e função com o uso dessas ferramentas podem apresentar melhores resultados na compreensão desses objetos por parte dos alunos, refletindo positivamente em sua aprendizagem. Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 55) ressaltam que “como vemos na literatura em Educação Matemática, é fundamental explorarmos não somente os recursos inovadores de uma tecnologia educacional, mas a forma de uso de suas potencialidades com base em uma perspectiva educacional”.

Ainda conforme os autores, é possível salientar como tais dimensões de inovação tecnológicas se tornam aliadas da Educação, se apresentam como meios para o ensino e

aprendizagem em sala de aula. Por outro lado (Borba e Penteado, 2019), afirmam que o uso de tecnologia em sala de aula ainda é tema de debates, ao qual supõem que seu uso pelos alunos os tornaria apenas repetentes de tarefas.

Tal argumento está presente quando consideramos a educação de modo geral, mas é ainda mais poderoso dentro de parte da comunidade de Educação Matemática. Em especial para aqueles que concebem a matemática como a matriz do pensamento lógico. Nesse sentido, se o raciocínio matemático passa a ser realizado pelo computador, o aluno não precisará raciocinar mais e deixará de desenvolver sua inteligência (Borba e Penteado, 2019, p.11).

De acordo com Borba e Penteado (2019) tais opiniões recentemente apontam o uso de tecnologia ou do ‘computador’ como uma solução dos diversos problemas enfrentados atualmente na Educação, entretanto nem sempre está claramente explícito em tais argumentos para quais problemas o uso desta ferramenta se apresenta como solução. “Nem sempre é feita a pergunta: ‘qual é o problema?’ ou ‘qual é o problema para o qual o computador é a resposta?’ Em particular, essa pergunta também faz sentido na Educação Matemática”. Borba e Penteado (2019, p. 11).

Voltando para a perspectiva do professor com o uso de tecnologia como uma ferramenta de ensino, há diversos problemas que podem ser apontados no que se refere a limitação do uso de tal ferramenta em sala de aula, um dos quais se refere à acomodação, em alguns casos dos professores, ou mesmo pela dificuldade no uso de tecnologia, aplicativos e softwares. E, ainda de acordo com Felcher (2021. p, 21) “o desenvolvimento profissional docente está atrelado à importância do professor sentir a necessidade de cada vez mais buscar aprender”.

Sobre a acomodação Borba e Penteado (2019, p. 11) apontam que:

Alguns professores procuram caminhar numa zona de conforto onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável. Conforto aqui está sendo utilizado no sentido de pouco movimento. Mesmo insatisfeitos, e em geral os professores se sentem assim, eles não se movimentam em direção a um território desconhecido. Muitos reconhecem que a forma como estão atuando não favorece a aprendizagem dos alunos e possuem um discurso que indica que gostariam que fosse diferente. Porém, no nível de sua prática, não conseguem se movimentar para mudar aquilo que não os agrada.

Maltempi (2008) aponta como uma dessas dificuldades a insegurança dos professores, por lidarem frequentemente com variados problemas em sala de aula, contentados com a metodologia tradicional, passam a crer que se deve reduzir seu papel em sala de aula, já não vendo a necessidade da bagagem de várias componentes curriculares aos alunos se estas não abrangerem a profissão que almejam. Por estas razões acabam em sua maioria por repassar

mecanicamente o objeto de conhecimento de suas componentes, tornando-as ainda mais sistemáticas.

Quanto a inexperiência e dificuldades com o uso de tecnologias voltadas para a Educação Kenski (2003) aponta que, é necessário que este profissional tenha/obtenha conhecimentos sobre o uso desta ferramenta e tempo adequado para sua adaptação a ela, desta forma preparando-o para que este faça um uso adequado para cada tipo de conhecimento matemático, nível, complexidade e grupos específicos de alunos, com o tempo que lhe é disposto. A autora afirma ainda que o domínio de novas tecnologias permite aos professores uma sensação de segurança em relação a aceitação ou rejeição de projetos ou programas tecnológicos que podem não possuir qualidade educativa, desta forma o docente fará melhor uso e aproveitamento da tecnologia como ferramenta educativa (Kenski, 2003).

Maltempi (2008) reforça a relevância sobre o uso de tecnologia pelo professor em sala de aula ao afirmar que a implementação desta na prática docente possibilita promover espaços para mudanças na forma como é centrada a Educação, de modo a direcionar a centralização da atenção do professor para o aluno, isto é, permitindo que se supram as necessidades e expectativas dos alunos, em complemento ao posicionamento do autor, Felcher (2021, p. 40) afirma que esta “transformação vai além do uso pelo uso da tecnologia, mas sim, para modificar processos, costumes, de acordo com as características do estudante”.

A necessidade de se obter conhecimentos do uso de ferramentas tecnológicas na formação docente para que seja possível ao professor construir uma bagagem de saberes, como já explicitado por Kenski (2003) é apresentada por Maltempi (2008) como uma oportunidade para a reflexão do professor/pesquisador sobre acompanhar os processos de mudanças na sociedade que os cerca, ter conhecimentos sobre diferentes metodologias de ensino aprendizagem com o uso das TDIC's na Educação e como esta tecnologia incrementa a aproximação da sala de aula com o cotidiano e realidade dos alunos. Ressalta que “toda inserção de tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem requer um repensar da prática docente, pois ela não é neutra e transforma a relação ensino-aprendizagem. Isso é muito importante para que possíveis decepções ou resultados negativos não sejam, de forma simplista, atribuídos à tecnologia” (Maltempi, 2008, p.61).

Maltempi (2008) afirma que a utilização de tecnologia no saber docente, e mais especificamente na sua imersão nas aulas de Matemática exige do professor o planejamento e preparação para uso desta ferramenta e de sua relação com o objeto matemático que será tratado em sala de aula, pois o uso sem um objetivo definido nada proporcionará ao desenvolvimento

do conhecimento do aluno. A TDIC's como ferramenta na Educação propõe resolver problemas, a organização do pensamento de modo reconstruir a Matemática, modificando o que se produz em relação a professor, aluno e tecnologia, além disso sobre seu uso em sala de aula Felcher (2021, p. 48) “[...] sugere analisar o momento oportuno e proveitoso do uso de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, para se obter um retorno positivo e, assim, evitar que resultados negativos sejam simplesmente atribuídos à tecnologia”, colaborando com a perspectiva de (Maltempi, 2008).

Para que seja possível o uso de tecnologia pelo professor em sala de aula é indispensável o planejamento e preparação deste, como já dito anteriormente, nesse sentido, o uso de ferramentas tecnológicas para Borba e Villarreal (2005) a elaboração de atividades com tecnologia nas aulas de Matemática deve proporcionar diferentes conexões entre representações de objetos matemáticos, explorar o objeto visualmente, dinamicamente e sua manipulação, explorar diferentes formas de resolução de problemas, desenvolver o raciocínio intuitivo de modo que seja possível tecer o raciocínio dedutivo, ter acesso a diferentes dinâmicas, linguagens, criar conexões entre as relações em sala de aula, proporcionar a compreensão de conceitos e aprofundamento dos níveis de rigor matemático.

Para Maltempi (2019), o uso da tecnologia relacionada a componente curricular Matemática em sala de aula se constitui no estabelecimento de relações pela qual aborda a interdisciplinaridade, o uso de uma ferramenta e os objetos matemáticos, como por exemplo, a álgebra, a geometria e um Software de Matemática dinâmico capaz de reproduzir as representações desta, o autor propõe neste caso o uso do GeoGebra como a ferramenta que apresenta esta possibilidade. A representação feita através deste Software permite uma melhor visualização dos objetos representados, contribuindo para que o aluno compreenda os conceitos e ideias atribuídas aos objetos de conhecimentos matemático apresentado (Maltempi, 2019).

Sendo assim, o uso de ferramentas tecnológicas nas aulas de Matemática propõe a possibilidade de explorar conceitos e representações de objetos matemáticos, como citado anteriormente no exemplo da álgebra e geometria ensinada maneira dinâmica e alternativa por meio do uso Software GeoGebra, permitindo aos alunos a construção de um conhecimento com base em conceitos, conjecturas, raciocínio, dedução e por meio da dinamicidade oferecida pela ferramenta e pelo uso de uma metodologia não usual. E, reforça nas palavras de Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 60) que “a utilização do GeoGebra pode se revelar significativa para a aprendizagem matemática quando o cenário didático-pedagógico formado a partir da realização de atividades matemáticas envolve complexidade com relação ao pensamento matemático”.

## 2.2 O Software GeoGebra

O GeoGebra é um Software de Matemática dinâmica aberto e de fácil manipulação, apresenta uma interface simples, podendo ser utilizado em variadas áreas de estudo da Matemática como: Álgebra, Estatística, Geometria, Cálculo entre outros, este pode ser utilizado em diferentes níveis educacionais, podendo ser acessado tanto pelo computador quanto por smartphones.

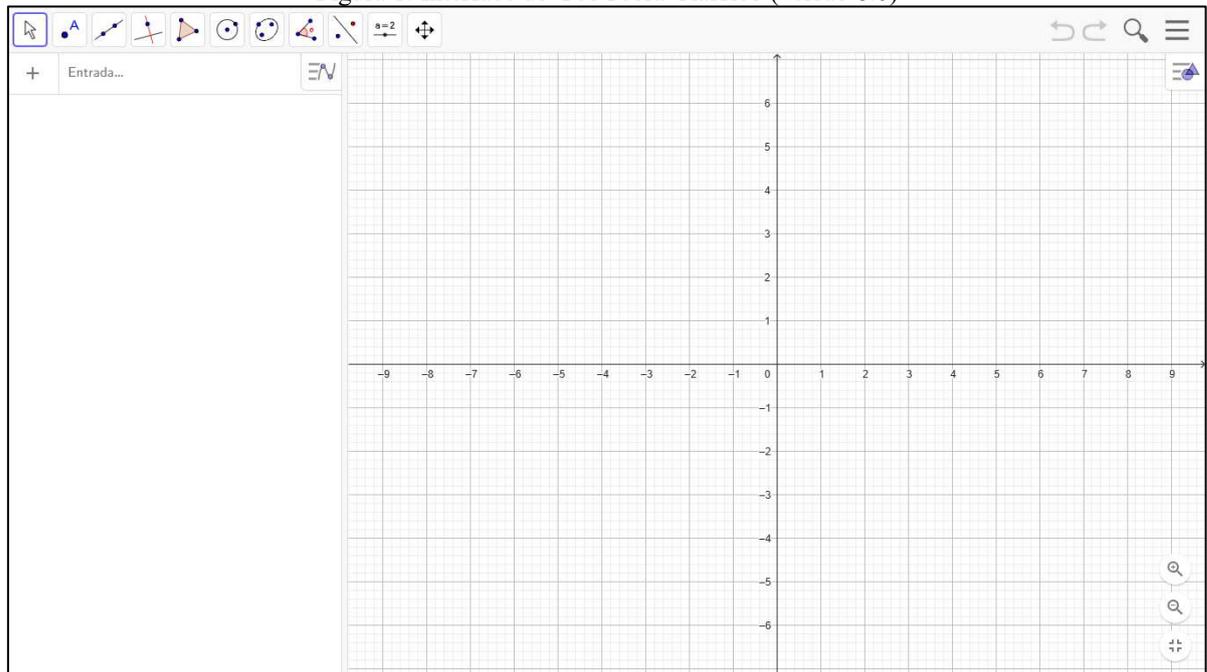
A primeira versão do Software GeoGebra ocorreu no ano de 2001, na Universidade de Salzburgo, Áustria, desenvolvido pelo professor Markus Hohenwater. Seu nome GeoGebra surgiu da junção das palavras ‘Geo’ da Geometria e ‘Gebra’ da Álgebra, isto se deve a seu objetivo de desenvolver um programa que apresenta características dinâmica no caso da Geometria e um Sistema de Álgebra Computacional. Assim, “para o desenvolvimento do GeoGebra, conta com uma equipe de professores, pesquisadores, programadores e tradutores, que pode ser conhecida acessando o site do GeoGebra” Urdaneta (2020, p. 64).

Sobre o desenvolvimento do Software, Urdaneta *apud* (Hohenwater, 2017) menciona que este se expande em aplicativos para sistemas operacionais android já em Julho de 2017, pois inicialmente se contava somente com um único aplicativo do GeoGebra, entretanto as diversas aplicações do Software sobrecarregavam aos usuários que buscavam por uma única ferramenta no Software, isto é, o GeoGebra passa a ser visto como complexo principalmente para os usuários que ainda não conheciam a organização de seus menus. Por esta razão, o GeoGebra passou a ter versões de suas calculadoras disponíveis em diferentes plataformas e estas calculadoras podem ser utilizadas de modo offline. É necessário ressaltar que a versão clássica para computador permanece disponível, pois parte da escolha do usuário qual versão utilizará.

### 2.2.1 Interface do GeoGebra Clássico

Nesta seção serão apresentadas a interface e as ferramentas do Software GeoGebra em sua versão clássica (versão 6.0). As informações foram obtidas a partir do ‘Manual do GeoGebra’, que disponibiliza detalhes sobre os principais recursos, comandos e informações. A partir disto, é descrito como este se compõe atualmente.

Figura 1: Interface do GeoGebra Clássico (versão 6.0)



Fonte: Autora (2025)

O GeoGebra clássico (versão 6.0) apresenta uma janela de álgebra predeterminada, há ferramentas dispostas em diferentes posições que são destacadas na Figura 2, onde se verificam as opções que podem ser trabalhadas no GeoGebra.

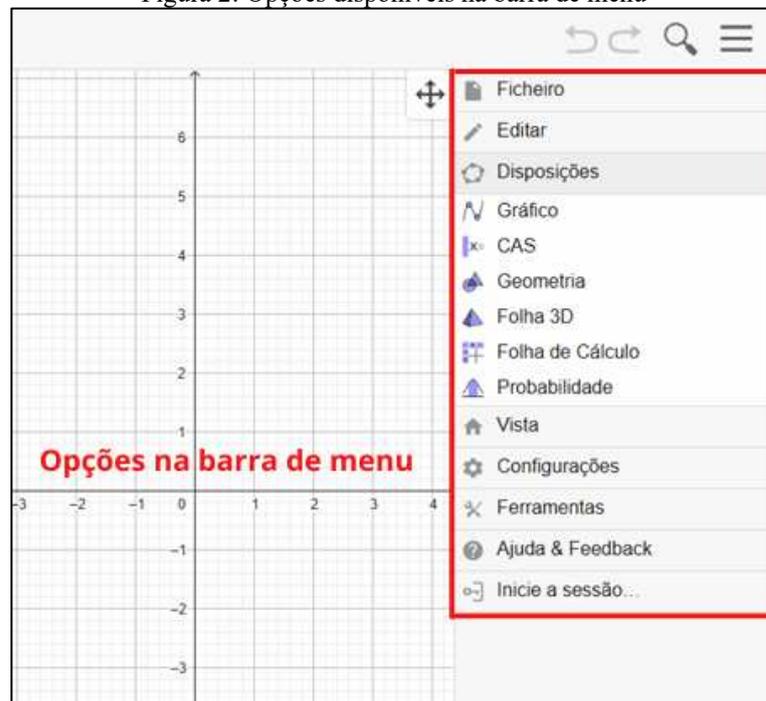
Figura 1: Organização das opções na interface do GeoGebra



Fonte: Autora (2025)

No canto superior direito da interface do Software se encontra a ‘Barra de menu’ onde se encontram diversas ferramentas como: exportar imagem, salvar, imprimir, compartilhar, editar, entre outros. No canto superior esquerdo está disposta a ‘Barra de ferramentas’, o menu ‘Disposições’ que se encontra no menu, apresentado na Figura 3, dispõem de diferentes opções de trabalho nas quais cada disposição possui uma barra de ferramentas e barra de estilo, estas mudam a cada janela, a janela de álgebra é a única que não possui barra de ferramentas. A ‘Janela de visualização’ possui suas próprias ferramentas, o ‘Campo de entrada’ permite introdução dos objetos matemáticos que são apresentados na ‘Janela algébrica’, além disso é disposto um ‘Teclado virtual’ que permite a inserção de expressões algébricas no campo de entrada.

Figura 2: Opções disponíveis na barra de menu



Fonte: Autora (2025)

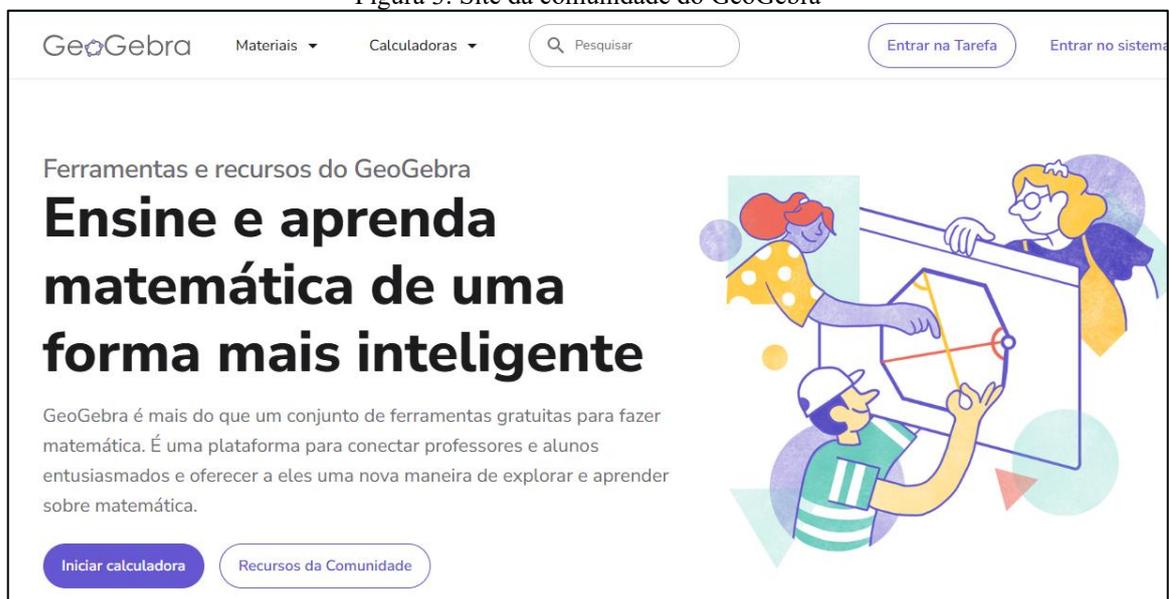
Nas ‘Disposições’ se notam os diferentes tipos de calculadoras disponíveis no GeoGebra Clássico, estas que formam um conjunto que permitem o estudo de diferentes objetos matemáticos, e podem ser escolhidos de acordo com a necessidade de cada usuário.

### 2.2.2 Possibilidades com o GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática

O Software GeoGebra além de possuir uma gama de calculadoras para objetos de conhecimentos específicos no estudo de Matemática, conta com uma comunidade de

professores e alunos que encontram na plataforma<sup>1</sup> atividades, manuais e variados recursos para explorar a Matemática. A principal missão desta comunidade é oferecer aos professores ferramentas que desenvolvam a compreensão das aulas e potencializem a aprendizagem dos alunos, além disso permite a conexão entre as ideias dos usuários, o que enriquece a bagagem de conhecimentos sobre como ensinar e aprender Matemática. De acordo com Libâneo (2013, p. 28) “o processo de ensino é uma atividade conjunta de professores e alunos, organizado sob a direção do professor, com a finalidade de prover as condições e meios pelos quais os alunos assimilam ativamente conhecimentos, habilidades, atitudes e convicções.”

Figura 3: Site da comunidade do GeoGebra



Fonte: <https://www.geogebra.org/>

O uso deste Software como um recurso didático em aulas de Matemática não se limita apenas ao uso de suas calculadoras, apresenta ainda recursos como tutoriais, atividades, aulas, jogos, dentre outros (Figura 5), o que viabiliza trabalhar diferentes metodologias não usuais em sala de aula, e proporciona ao professor e ao aluno ferramentas para a construção de conhecimentos, Libâneo (2013) afirma que o ensino é um processo no qual é mediado e onde se promovem condições e meios para que os alunos assumem o lugar de sujeitos capazes de assimilar conhecimentos ativamente, e que a aprendizagem é a assimilação contínua destes, a qual desenvolve operações mentais, isto permite ao aluno compreender e aplicar tais conhecimentos.

<sup>1</sup> <https://www.geogebra.org/>

Figura 4: Recursos disponíveis na comunidade do GeoGebra



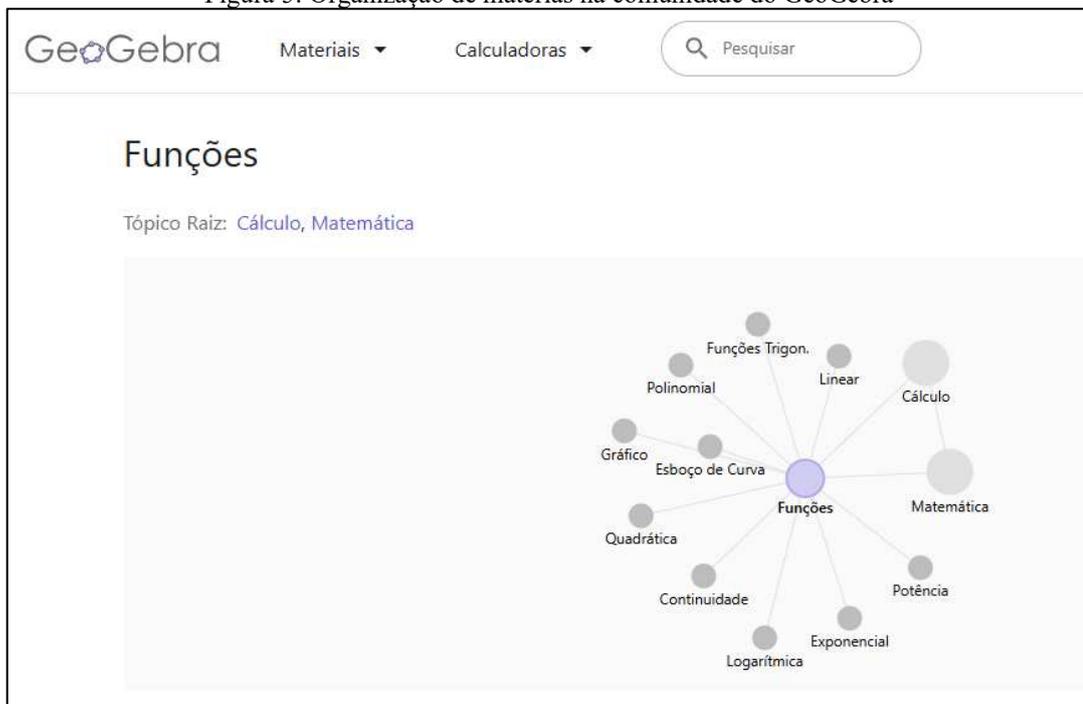
The screenshot shows the GeoGebra website interface. At the top, there is a navigation bar with the GeoGebra logo, a dropdown menu for 'Materiais', another for 'Calculadoras', a search bar labeled 'Pesquisar', and buttons for 'Entrar na Tarefa' and 'Entrar no sistema'. The main heading is 'O que oferecemos'. Below this, there are four columns, each with an icon and a title:

- Recursos da Comunidade:** Represented by an icon of a tablet with a plus sign. Description: 'Coleção de atividades, exercícios, lições e jogos gratuitos que abrangem vários tópicos de matemática e ciências, criados pela Comunidade.'
- Calculadoras e aplicativos de matemática:** Represented by an icon of a calculator. Description: 'Ferramentas gratuitas para uma experiência interativa de aprendizagem e exame. Disponíveis em todas as plataformas.'
- Colaboração na Tarefa:** Represented by an icon of three people. Description: 'Aulas interativas de matemática com materiais GeoGebra disponíveis. Integração com vários LMSs suportados.'
- Matemática Prática:** Represented by an icon of a globe with a question mark. Description: 'Obtenha suporte passo a passo em exercícios de matemática. Explore diferentes caminhos de solução e ganhe confiança na resolução de problemas algébricos.'

Fonte: <https://www.geogebra.org/>

A organização dos materiais disponíveis de acordo com o objeto matemático a ser trabalhado, o que facilita o acesso aos usuários do Software a atividades, aulas e tutoriais, como será apresentado nas figuras 6 e 7, onde apresentam materiais disponíveis sobre função no GeoGebra, que é objeto de interesse desta pesquisa.

Figura 5: Organização de matérias na comunidade do GeoGebra



Fonte: <https://www.geogebra.org/>

Figura 6: Organização de matérias de função na comunidade do GeoGebra

The screenshot shows the GeoGebra website interface. At the top, there is a navigation bar with the GeoGebra logo, a dropdown menu for 'Materiais', another for 'Calculadoras', a search bar labeled 'Pesquisar', and two buttons: 'Entrar na Tarefa' and 'Entrar no sistema'. Below the navigation bar, there is a filter dropdown set to 'Qualquer tipo de material'. The main content area displays a grid of four items:

- Item 1:** A book cover titled 'Curso de GeoGebra para estudantes de licenciatura em Matemática' by Dr. Jorge Cássio C. Nobrega (UFSC). Below the cover, it is labeled 'LIVRO' and 'Curso de GeoGebra para Licenciatura em' by Jorge Cássio.
- Item 2:** An activity titled 'Função Exponencial' by Jorge Cássio, featuring a graph of an exponential function.
- Item 3:** An activity titled 'Gráfico da Função exponencial' by Jorge Cássio, featuring a graph of an exponential function.
- Item 4:** An activity titled 'Função Exponencial' by GLeoni, featuring a table of values for the exponential function  $y = 2^x$ .

x	y = 2 <sup>x</sup>
-3	$y = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$
-2	$y = 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
-1	$y = 2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$
0	$y = 2^0 = 1$
1	$y = 2^1 = 2$
2	$y = 2^2 = 4$
3	$y = 2^3 = 8$

Fonte: <https://www.geogebra.org/>

O GeoGebra é um Software que em sua essência não se limita apenas a ser uma calculadora gráfica, esta ferramenta se amplia com o intuito de oferecer a melhor experiência possível a seus usuários, sejam eles alunos, professores ou qualquer pessoa que acesse ao Software. Seu uso em sala de aula como ferramenta de ensino visa proporcionar potencialidades na compreensão de conhecimentos, e na construção de objetos matemáticos.

Assim, vista a bagagem de vantagens disponíveis no uso do GeoGebra como ferramenta de ensino e aprendizagem de Matemática, se faz necessário a análise de sua aplicação prática em sala de aula, para que possam ser avaliados os resultados obtidos através de sua introdução em aulas de Matemática, que serão apresentadas na seção seguinte, onde se buscou realizar a análise de pesquisas anteriores a esta com o uso do Software com funções.

### 2.3 Metodologia de busca e seleção das comunicações científicas do X ENEM ao XIV ENEM

A realização desta pesquisa se fez inicialmente mediante ao acesso do portal oficial do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), neste se optou por realizar a busca do X ENEM, XI ENEM, XII ENEM, XIII ENEM e XIV ENEM, os quais correspondem respectivamente a 10ª edição do evento realizado em 2010, 11ª edição realizada em 2013, 12ª edição que ocorreu em 2016, 13ª edição realizada no ano de 2019 e a 14ª edição do evento realizada em 2022.

Este momento da pesquisa se caracteriza como pesquisa bibliográfica que para Gil (2002, p. 44) “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”, e exploratória pois “estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado.” Gil (2002, p.41).

Os critérios utilizados para as buscas e seleção de comunicações científicas se basearam em três etapas: (1) comunicações que tratavam do uso do Software GeoGebra; (2) que abordavam o uso do GeoGebra com funções no ensino médio, superior ou na formação de professores; (3) comunicações que apresentavam propostas pedagógicas com intervenção, ou sem intervenção.

Para a seleção de comunicações científicas se utilizou no X ENEM o filtro de busca com as palavras ‘GoeGebra’, em seguida foi realizada a seleção de comunicações científicas nas quais se encontraram 6 pesquisas que tratavam do uso do GeoGebra, entretanto não abordavam o tema de interesse desta pesquisa.

No XI ENEM inicialmente se buscou nos eixos e subeixos por ‘tecnologia’, no qual se encontrou no eixo 3 denominado ‘Formação de Professores’ no qual foi selecionado o subeixo ‘3.5 Formação de Professores de Matemática e Tecnologia’, em seguida foi realizada a seleção de comunicações científicas nas quais se encontraram pesquisas que tratavam do uso do Software GeoGebra, destas, somente duas comunicações cumpriram aos critérios de busca, são estas ‘Atividades práticas integradas ao componente curricular: O Software GeoGebra no ensino de funções trigonométricas’ e ‘O ensino de função afim com o auxílio do Software GeoGebra’.

A busca realizada no XII ENEM nas comunicações científicas, onde foi necessária a leitura de cada título destas, pois não havia mecanismo de filtragem de busca, entretanto não foram encontradas pesquisas que abordavam o tema de interesse desta pesquisa.

Para a busca de comunicações científicas no XIII ENEM o acesso as comunicações científicas desta edição ocorreram por meio do download de todo o evento, as pesquisas deste se organizam em pastas com suas respectivas identificações em eixos e subeixos, onde se selecionou as temáticas relacionadas à tecnologia, no subeixo 4 ‘Recursos Didáticos para Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, no Médio e no Superior’, este que abordava a área de interesse desta investigação, foi selecionada uma comunicação que

abordava aspectos de interesse desta pesquisa intitulado ‘Ensino de funções trigonométricas: as potencialidades de ensino com o GeoGebra’.

No XIV ENEM a busca foi realizada mediante a filtragem na modalidade ‘comunicação científica’, no mecanismo de busca por ‘GoeGebra’, e na área temática o eixo 16 ‘Tecnologias digitais em Educação Matemática’ que apresentou no total 45 comunicações científicas, neste havia apenas uma pesquisa que abordava o tema de interesse desta investigação.

Após a seleção das comunicações científicas com o uso dos critérios apresentados, rfoi realizada a leitura e análise das comunicações, das quais como já citadas anteriormente foram selecionadas 4 comunicações que tratavam do uso de tecnologia no ensino e aprendizagem de Matemática, do uso do Software GeoGebra com funções no ensino médio, superior e formação de professores. A organização destas pesquisas é apresentadas a seguir no Quadro I os eixos, edições, títulos e autores, isto é, os resultados obtidos através das análises das comunicações científicas do X ENEM ao XIV ENEM.

**Quadro 1** – Comunicações Científicas selecionadas do X ENEM ao XIV ENEM as quais apresentam o uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem de funções.

<b>Eixo</b>	<b>Edição</b>	<b>Título</b>	<b>Autores</b>
Formação de professores	XI ENEM	ATIVIDADES PRÁTICAS INTEGRADAS AO COMPONENTE CURRICULAR: O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	(Figueiredo, 2013)
Formação de professores	XI ENEM	O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA	(Farias e Alves, 2013)
O papel do uso de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de matemática	XIII ENEM	O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL	(Freitas e Meira, 2019)
Recursos Didáticos para Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, no Médio e no Superior	XIV ENEM	ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: AS POTENCIALIDADES DE ENSINO COM O GEOGEBRA	(Regis, 2022)

Fonte: Elaborada pela autora, 2025.

### 2.3.1 Análise das Comunicações Científicas selecionadas do X ENEM ao XIV ENEM

No artigo intitulado, “Atividades práticas integradas ao componente curricular: o Software GeoGebra no ensino de funções trigonométricas” (Figueiredo, 2013), a pesquisa teve como principal objetivo apresentar o uso do Software GeoGebra como alternativa de metodologia não usual no desenvolvimento de competências pedagógicas na formação inicial de professores. O artigo tem caráter qualitativo e se fundamenta em conceitos de conhecimento profissional docente na qual se baseia em Shulman (1987) e Ball (2008), nas ideias de e Tardif (2002) e Zabala (1998) no que se refere a teoria e prática.

A pesquisa relata o uso do GeoGebra no ensino de funções trigonométricas como alternativa de metodologia não usual na formação inicial do professor de Matemática, se orientando nas reformulações dos Projetos Pedagógicas dos Cursos de Licenciatura em Matemática, deste modo abrangendo um olhar amplo sobre as atividades práticas em que desenvolvem observações, reflexões e contextualizações trazendo para a realidade do professor o uso de diferentes metodologias e ferramentas, como no caso do que foi proposto na presente pesquisa.

A princípio, ao retratar o uso do Software GeoGebra no ensino de trigonometria no artigo foi realizada uma breve apresentação da história da trigonometria de acordo com (Boyer, 1996). Traz a interligação da geometria com a álgebra desde a antiguidade, enfatizando como estas se separam em tópicos nas componentes curriculares de Matemática, no qual afirma que tal separação por tópicos nos livros de Matemática torna estes objetos matemáticos como fragmentos (Lobo da Costa, 2004).

O estudo aponta a relevância das representações geométricas na compreensão e desenvolvimento do pensamento espacial, de modo que este é indispensável para o currículo do aluno. Assim, propõem no estudo uma Sequência Didática na qual se baseia na metodologia de Lopes (2010), os autores afirmam que apresentando o uso do Software GeoGebra como alternativa para o ensino e aprendizagem de trigonometria, este Software proporciona uma gama de ferramentas capazes de facilitar a compreensão de conceitos presentes em geometria, álgebra, trigonometria e muitos outros.

A pesquisa foi realizada com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, na qual se propôs discutir sobre a utilização o Software GeoGebra no estudo sobre as razões trigonométricas, na representação através desenhos utilizando geometria dinâmica. Foi elaborada uma atividade para a adaptação dos acadêmicos aos conceitos trigonométricos, para que assim houvesse uma familiarização e construção dos saberes deste objeto matemático.

Como primeiro contato com o uso do Software, se esperou na pesquisa que os participantes apresentassem dificuldades na manipulação de suas ferramentas e no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio quanto aos conhecimentos trigonométricos. As atividades foram realizadas no laboratório de informática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul durante um período de 12 horas, através desta experiência os alunos de graduação tiveram contato e demonstraram domínio sobre estes conhecimentos e metodologia dentro de sua formação, o que pode contribuir para que estes se desenvolvam continuamente. Se esperava que os participantes apresentassem dificuldades com alguns conceitos, mas que possuísse condições para propor respostas para as questões que seriam apresentadas.

Os participantes desta pesquisa foram três acadêmicos, o objeto de conhecimento a ser desenvolvido foi a trigonometria, foram três encontros cuja carga horária total é de 12 horas. Teve como objetivo a análise do uso do Software GeoGebra no ensino de trigonometria, desenvolvido mediante a interação do pesquisador e dos alunos na execução das atividades propostas, fazendo uma interação e contato com uma nova metodologia, se buscou desta forma ultrapassar a barreira do tradicionalismo muitas vezes enraizadas nos próprios alunos de graduação.

Nesta pesquisa, é apresentado o GeoGebra aos participantes, suas características e utilidades em diversas áreas da Matemática, os alunos (acadêmicos) tiveram acesso a um notebook com o Software já instalado, já o professor teve acesso além do notebook a um data show, quadro branco e outros materiais de apoio. As atividades realizadas através de *applet* (é um Software aplicativo que é executado no contexto de outro programa), os participantes não recebiam instruções para a resolução das atividades apresentadas, a análise e interpretação dependiam de seus próprios conhecimentos. As intervenções realizadas pelo pesquisador se limitam a elaboração de questões que envolviam o arco de um ponto e a medida do raio da circunferência.

A realização das atividades foi possível aos participantes observarem as propriedades trigonométricas apresentadas mediante ao desenvolvimento das atividades realizadas, assim formularam a partir dessas atividades argumentos e explicações sobre os conceitos trigonométricos.

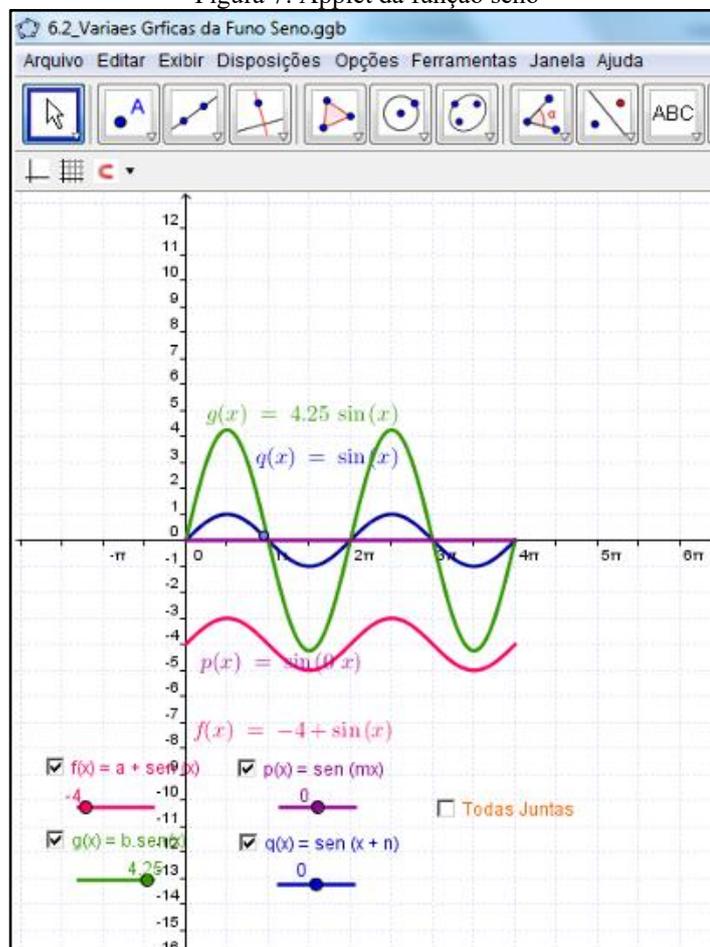
Para a primeira atividade que foi realizada o autor propõe a construção do gráfico da função seno, para isso os participantes formaram grupos para a realização desta, foram disponibilizadas no GeoGebra as funções  $f(x) = a \cdot \sin(x)$ ,  $g(x) = b \cdot \sin(x)$ ,  $p(x) = \sin(m \cdot x)$  e  $q(x)$

=  $\sin(x+n)$ , onde os participantes atribuíram valores para as variáveis  $a$ ,  $b$ ,  $m$  e  $n$ , seguindo as funções de cada grupo.

A figura a seguir apresenta os gráficos criados por cada grupo. A atividade realizada pelo grupo 1:  $y = \sin(x)$ ;  $y = \sin(x) + 1$ ;  $y = \sin(x) + 2$ ; grupo 2:  $y = \sin(x)$ ;  $y = \sin(x) - 1$ ;  $y = \sin(x) - 2$ ; grupo 3:  $y = \sin(2x)$ ;  $y = \sin(3x)$ ;  $y = \sin(x/2)$ ;  $y = \sin(x/4)$  e grupo 4:  $y = 2\sin(x)$ ;  $y = 3\sin(x)$ ;  $y = 4\sin(x)$ .

Em seguida os participantes realizaram a comparação entre os gráficos.

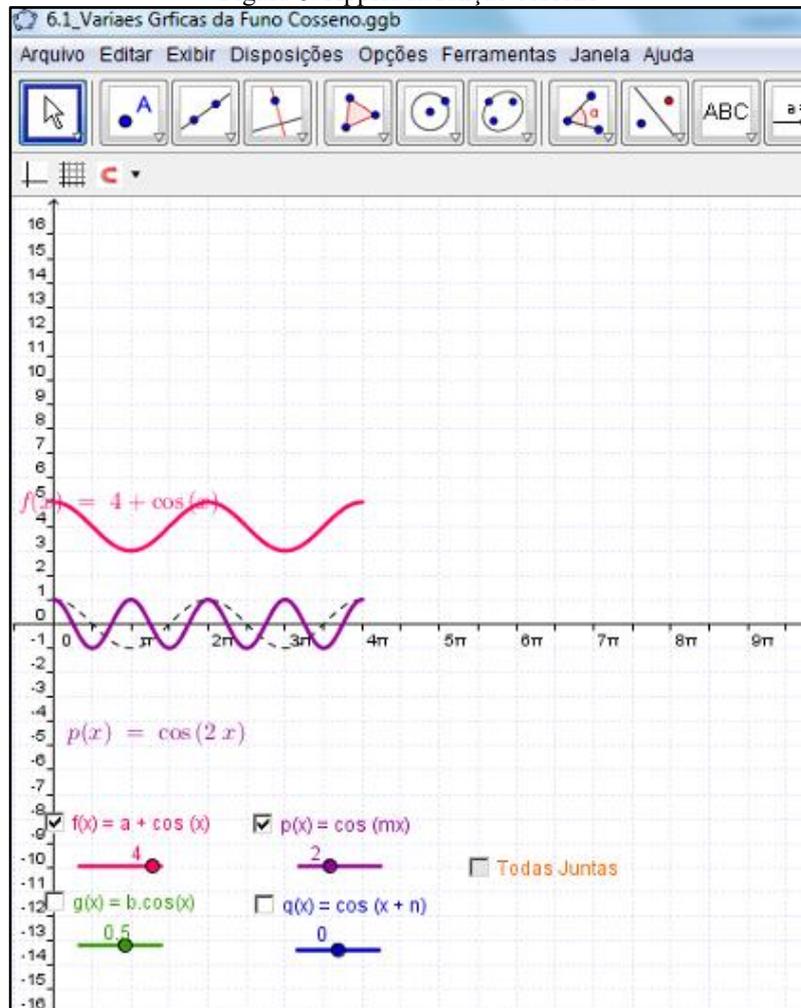
Figura 7: Applet da função seno



Fonte: Sonner Arfux de Figueiredo (2012)

Na atividade seguinte o pesquisador pede aos participantes que mudem as palavras ‘seno’ para cosseno ou tangente do grupo 1. Em seguida foram propostas mais duas atividades, a primeira  $y = \sin(x/2)$ ;  $y = \cos(x)$ , a segunda atividade realizada pelo grupo 6  $y = \sin(x - 1/2)$ ;  $y = -\cos(x)$ . Por fim foram realizadas comparações entre os gráficos dos grupos 5 e 6.

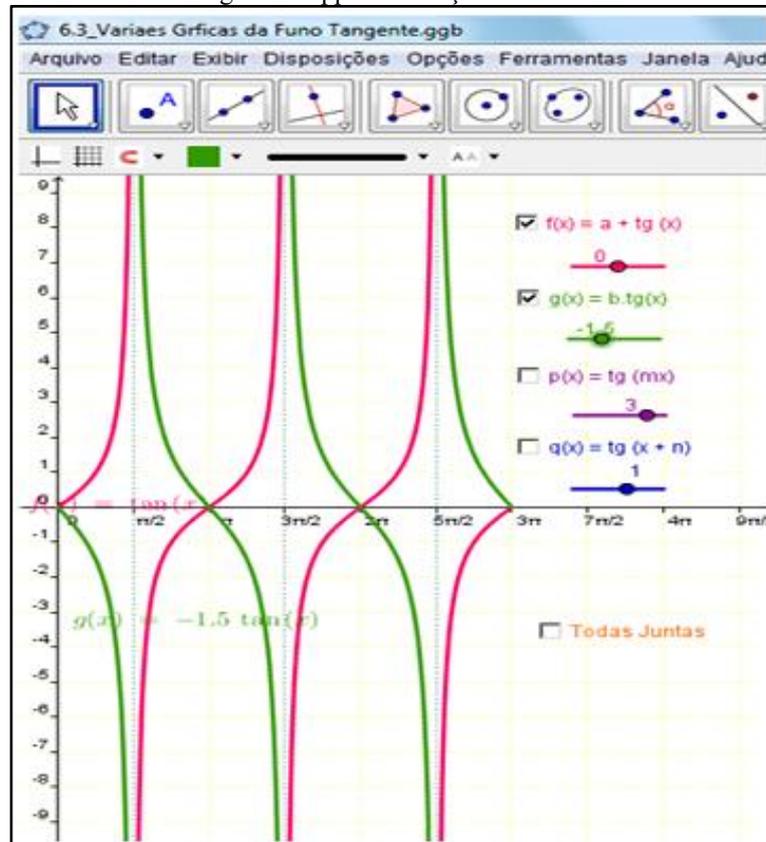
Figura 8: Applet da função cosseno



Fonte: Sonner Arfux de Figueiredo (2012)

A última atividade consistiu em questionar aos acadêmicos sobre como estes compreendia o significado da função tangente de  $x$ , sobre seu argumento e suas observações sobre o gráfico em relação a tangente.

Figura 9: Applet da função cosseno.



Fonte: Sonner Arfux de Figueiredo (2012)

Os resultados apresentados por esta pesquisa foram alcançados mediante a utilização da do uso da metodologia que implementou o uso de tecnologia digital da informação e comunicação na elaboração e execução de atividades com os participantes da pesquisa, isto é, com a utilização do Software GeoGebra no ensino e aprendizagem de conceitos e funções trigonométricas. No qual sua implantação apresentou vantagens no auxílio aos acadêmicos na análise e compreensão dos resultados obtidos através das atividades realizadas, de modo que foi possível proporcionar aos alunos uma maior interação com os objetos e figuras construídas.

Desta forma o uso do GeoGebra pode ser utilizado como ferramenta de mediação para o ensino e aprendizagem de trigonometria e, para o desenvolvimento de competências pedagógicas na formação inicial do professor. Figueiredo (2013), conclui que este é um potente auxiliador e viabiliza análises e visualizações mais profundas e desta forma contribui positivamente para a aprendizagem e ensino de objetos matemáticos como a trigonometria e as funções trigonométricas.

No segundo artigo que encontramos, intitulado: “O ensino da função afim com o auxílio do Software GeoGebra” (Farias e Alves, 2013). Esta pesquisa teve como principal objetivo proporcionar aos professores de Matemática um exemplo da implementação do Software GeoGebra no ensino da função afim. Este artigo uma pesquisa de caráter qualitativo, e propõem por meio da realização de atividades de construção de gráficos da função afim com o uso do GeoGebra facilitar a compreensão de conceitos, análise dos gráficos e do comportamento da função, ao professor permite explorar o uso de ferramentas e metodologia não usual.

A pesquisa traz como ponto inicial o tratamento da construção de gráficos da função afim, salientando o tempo gasto na construção do gráfico que se torna superior ao voltado a sua compreensão e interpretação. A partir disto se propõem o uso do GeoGebra como uma ferramenta facilitadora do ensino-aprendizagem da Função Afim, pois este possibilita analisar com profundidade os conceitos do objeto matemático apresentado, o que reflete uma maior reflexão e menos processos técnicos e repetitivos de construção de gráficos.

O artigo propõe mostrar possibilidades apresentadas pelo GeoGebra no ensino de Função Afim, para isso o autor apresenta a ferramenta desde sua criação, suas características, janelas, comandos e cada uma das regiões como: Zona Gráfica; Folha de Cálculo e Barra de Ferramentas.

Figura 10: Tela inicial do GeoGebra



Fonte: Farias e Alves (2013)

Em seguida a pesquisa tratou sobre a implementação do uso de tecnologias no Ensino de Matemática, estas podem se apresentar como ferramentas auxiliadoras e com potencial para facilitar e potencializar o ensino-aprendizagem. O pesquisador se norteia em Almeida (1996) e

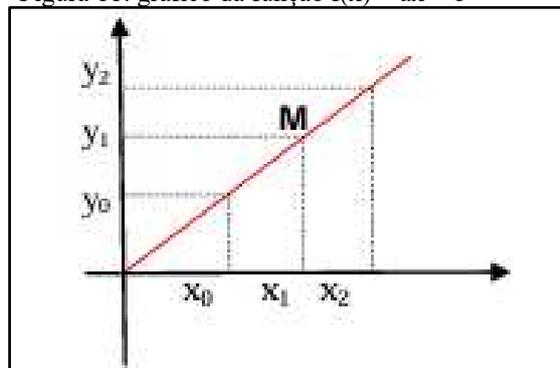
nos Parâmetros Nacionais Curriculares (Brasil, 2006) para enfatizar o papel do professor como promotor de conhecimentos e sobre o uso de recursos tecnológicos e a Educação Matemática. Ressalta ainda a relevância do uso de programas de computadores no desenvolvimento do que seria um ‘pensar matemático’, no processo de construção de conceitos e de estratégias, e ao tratar sobre tecnologias na educação o pesquisador traz as ideias de Rêgo (2000).

Neste artigo é explorado o conceito de função antes de serem apresentadas as propostas da utilização do GeoGebra no ensino de Função Afim, assim trabalhou os conceitos de função, domínio, contradomínio, imagem e grau de polinômios. A presente pesquisa tratará da função do 1º grau, apresentada pelo pesquisador como:

Uma função do tipo  $y = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$  é chamada Função Afim. O gráfico da Função Afim é uma reta. O coeficiente de  $x$  representa a tangente do ângulo dessa reta com o eixo  $Ox$  (eixo das abscissas). Quando  $a > 0$  (positivo) a função é crescente, e quando  $a < 0$  (negativo) a função é decrescente. O termo independente  $b$  representa a interseção do gráfico dessa função com o eixo  $Oy$  (eixo das ordenadas). Farias (2016, p. 6)

O pesquisador apresenta o gráfico da função do 1º grau e os coeficientes numéricos da Função Afim. Assim, apresenta a partir do que foi exposto anteriormente o estudo da Função Afim com o uso do GeoGebra, no qual foram desenvolvidas atividades que apresentam o passo a passo das instruções para a construção de gráficos. A primeira atividade consisti na construção do gráfico, a segunda sobre a variação de parâmetros da função, e na análise do comportamento da função a partir desta ação.

Figura 11: gráfico da função  $f(x) = ax + b$



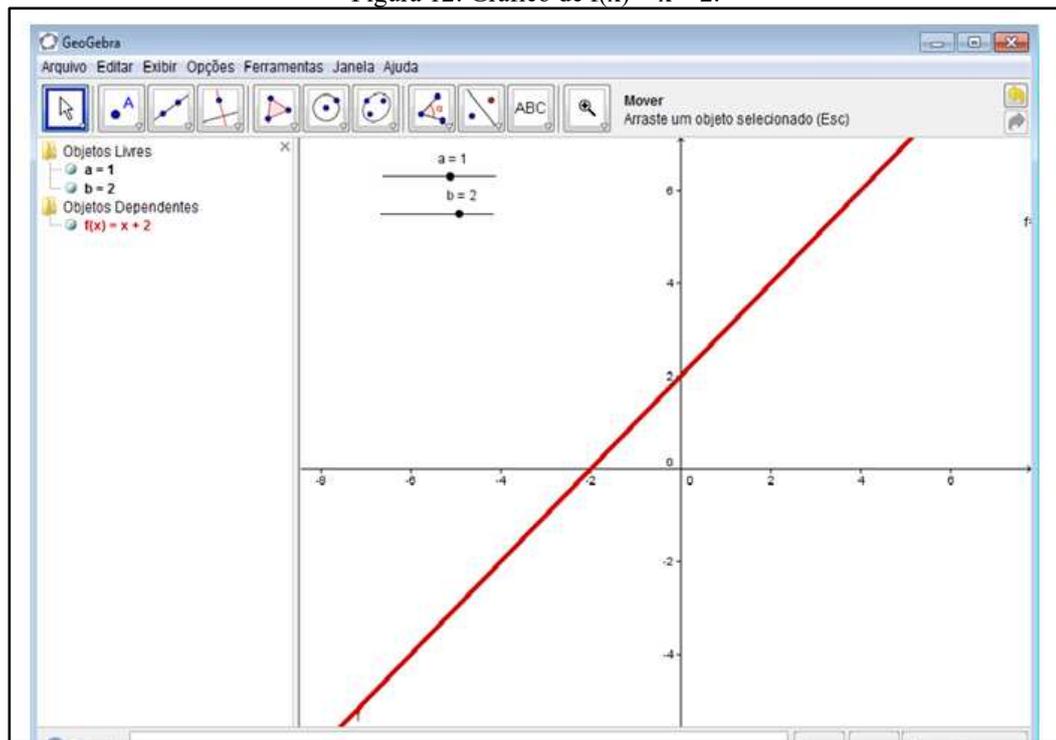
Fonte: Farias e Alves (2013)

A primeira atividade que foi apresentada sobre a construção do gráfico da Função Afim apresentou um passo a passo utilizando o GeoGebra, onde primeiramente foi construído dois

seletores a e b, em seguida se insere a função  $y = a \cdot x + b$  na entrada algébrica e por fim é movimentado o seletor e se observa o comportamento da reta da função.

Para o desenvolvimento desta atividade foram atribuídos valores para a e b, com a variação de valor mínimo a  $-10$  e máximo a  $10$ ,  $a=1$  e  $b=2$ . Como mostra a figura 7.

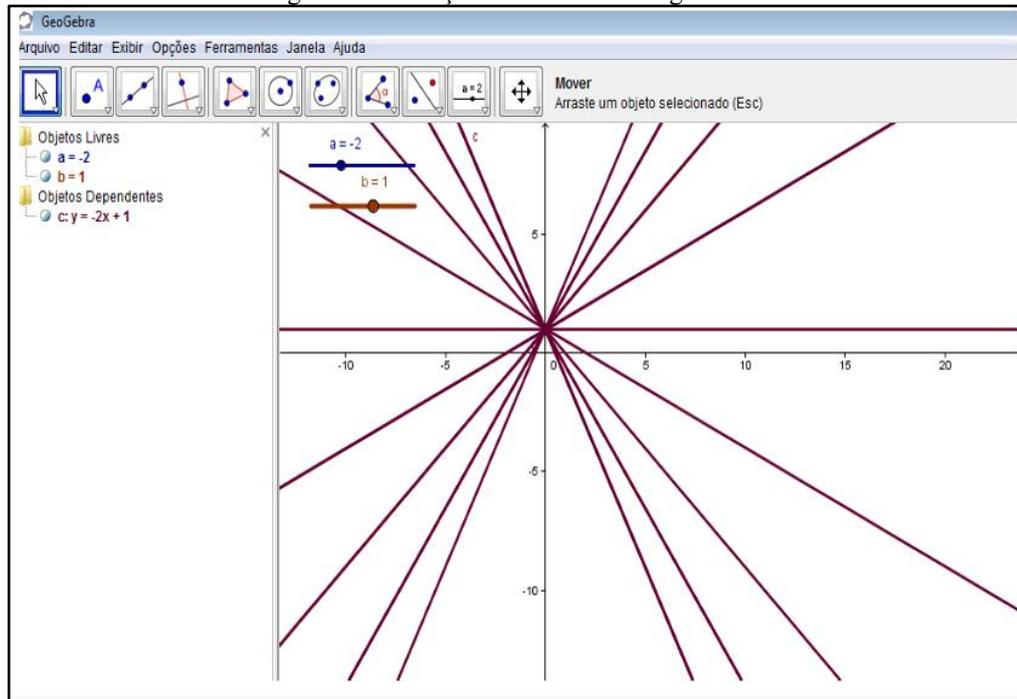
Figura 12: Gráfico de  $f(x) = x + 2$ .



Fonte: Farias e Alves (2013)

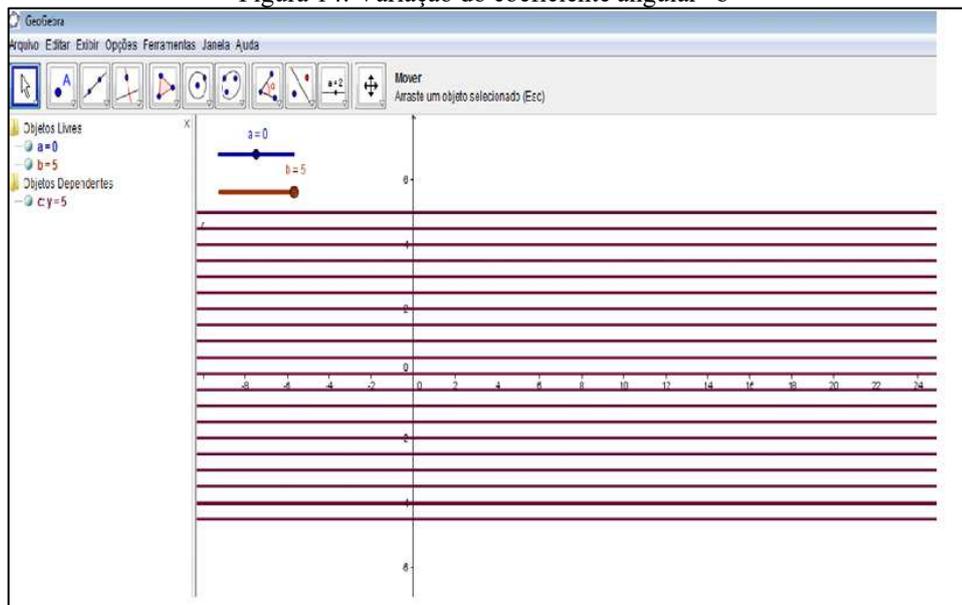
A segunda atividade propusera que fosse realizado o deslize dos parâmetros a e b da função  $f(x) = ax + b$ , em seguida é realizada a análise sobre a variação do coeficiente angular “a” e “b” com relação ao gráfico.

Figura 13: Variação do coeficiente angular “a”



Fonte: Farias e Alves (2013)

Figura 14: Variação do coeficiente angular “b”



Fonte: Farias e Alves (2013)

O artigo pretende expor um exemplo ao professor do uso do GeoGebra como ferramenta auxiliadora no ensino-aprendizagem de Matemática, mais especificamente no ensino de Função Afim, se apresentaram como resultados para o uso de tecnologias quando corretamente implementadas as aulas permite o despertar da curiosidade, da análise, do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Ao tratar do uso da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem o pesquisador se fundamenta em Oliveira (2009), o qual afirma serem necessárias para o funcionamento deste processo o planejamento e ação dos professores, pois as ferramentas por si só não atendem as necessidades didáticas, é necessário planejar a aplicação de objetos de conhecimentos nestes, para que seja possível desenvolver nos alunos a construção de saberes.

Por fim, se conclui nesta pesquisa que o uso do GeoGebra no ensino de Função Afim permite explorar mais os conceitos e analisar o comportamento da função, pois o tempo de construção do gráfico é reduzido o que permite aos alunos se aprofundarem nas propriedades e conceitos da função. O uso da tecnologia pelo professor em sala de aula se mostra como potenciadora par obtenção de resultados positivos, pois explora possibilidades que vão além do que poderia ser construído apenas com ferramentas tradicionalmente utilizadas nas aulas.

No terceiro artigo intitulado “O uso do Software GeoGebra na construção de gráficos de função exponencial” (Freitas e Meira, 2019), a pesquisa teve como objetivo investigar a utilização da tecnologia como auxílio no Ensino de Matemática, especificamente sobre o uso do Software GeoGebra na construção do gráfico da função exponencial. A presente pesquisa apresenta caráter qualitativo e desenvolveu a partir da aplicação de uma lista de exercícios, a análise dos dados ocorreu mediante as respostas apresentadas pelos alunos quanto a resolução destes exercícios.

Freitas e Meira (2019) abordaram questões de índices como o do Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), INAF (Indicador de Analfabetismo Funcional), que apontam a resultados negativos quanto a aprendizagem dos alunos em componentes curriculares, a exemplo a Matemática, ressalta que este baixo índice de aprendizagem não se restringe a Matemática e, ocorrem em relação a outras ciências.

Os autores mostraram que apesar dos avanços tecnológicos, pouco se explora de seus recursos em sala de aula e que seu uso é visto meramente como “distração”, quando na verdade poderia se utilizar dela como apoio por exemplo em aulas de Matemática, onde seriam explorados a possibilidade de dinamicidade, o desenvolvimento de aulas mais práticas e de metodologias que fogem ao modelo tradicional. A pesquisa aponta o uso do computador, por

exemplo, como uma ferramenta auxiliar usada pelo professor para alcançar resultados e elaborar atividades que não seriam possíveis de se realizarem de forma tradicional. Os pesquisadores apontam a falta de dinamicidade no ensino de funções como uma desvantagem para a aprendizagem, pois as notações Matemáticas podem não fornecer o sentido completo dos conceitos e do sentido destas, de modo que os alunos podem não compreender o que leem destas notações.

Freiras e Meira (2019) destacam que o uso da tecnologia ou de outras ferramentas não deve ser utilizado meramente sem que se tenham objetivos específicos, ou seja, é necessário dar uma funcionalidade de acordo com o objeto de conhecimento que se pretende explorar, e ressalta que estes recursos quando bem utilizados oferecem possibilidades da inclusão de alunos com necessidades especiais nas aulas. O uso de tecnologia não soluciona todos os problemas que existem em relação a aprendizagem dos alunos, em específico no ensino-aprendizagem de Matemática, mas pode ser um apoio para construções de gráficos, na visualização de objetos geométricos tridimensionais, no estudo e análise de funções.

Este artigo, apresentou resultados de atividades desenvolvidas com alunos do 2º ano do Ensino Médio, que tiveram como objetivo realizar a análise das possibilidades apresentadas pelo uso do Software GeoGebra na construção de gráficos da Função exponencial. O uso do Software é justificado neste estudo a partir de pesquisas tais como a de Barbosa (2010) e outros autores, que apontam como os conceitos matemáticos são significativos para os alunos em sua aprendizagem a partir do momento em que estes veem e compreendem os processos por trás do cálculo e das suas aplicações.

As atividades foram realizadas com um grupo de oito alunos, nas quais os alunos respondiam a questionamentos sobre o comportamento dos gráficos da função antes da resolução das atividades individualmente, ao mesmo tempo em que aprendiam a manipular o Software. Antes que fosse iniciada a resolução da lista de exercícios os pesquisadores retomaram os conceitos de Função Exponencial. Os alunos deveriam construir os gráficos das funções apresentadas nas questões utilizando o GeoGebra, as questões e as respostas dadas pelos alunos foram registradas em quadros, onde para as perguntas haviam alternativas distintas para serem escolhidas pelos alunos.

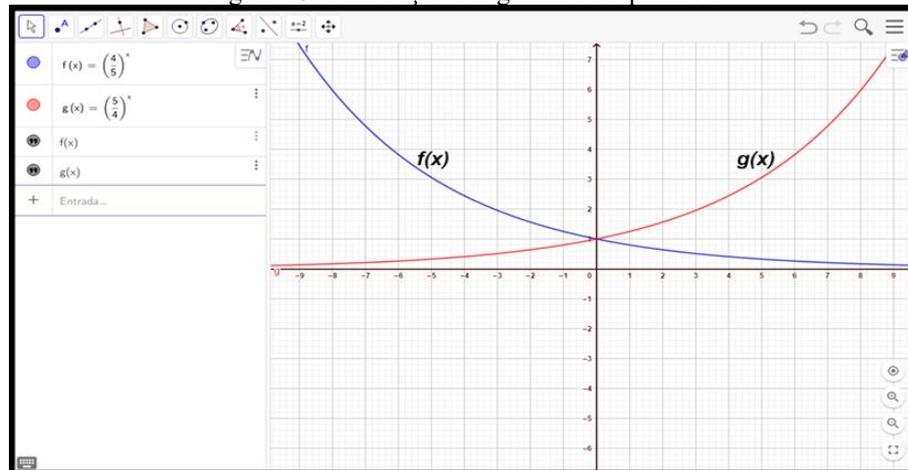
Na primeira questão se pede que os alunos construam dois gráficos (dados na questão), no GeoGebra, e respondam às alternativas de acordo com o que se observa do comportamento das funções. Como mostram as figuras 10 e 11.

Figura 15: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 1

PERGUNTA	ALUNO (A)	RESPOSTA	RESPOSTA ESPERADA
<p>Dadas as funções a seguir definidas por <math>f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^{2x}</math> e <math>g(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x}</math>, é correto afirmar que:</p> <p>a) Os gráficos de <math>f(x)</math> e <math>g(x)</math> não se interceptam;</p> <p>b) <math>f(x)</math> é decrescente e <math>g(x)</math> é crescente. Justifique!</p>	L	A alternativa B está correta pois no gráfico podemos observar que o $F(x)$ é decrescente e o $g(x)$ crescente, pode perceber também através da base que o $F(x)$ é maior.	<p>A alternativa b) é a correta. Se olharmos para a base, a função <math>f(x)</math> apresenta uma base com numerador menor que o denominador, e, portanto, o valor estará entre 0 e 1. Já a função <math>g(x)</math> é definida por uma base onde o numerador é maior que o denominador, estando seu valor assim, maior que 1. Então, a função <math>f(x)</math> é decrescente e a função <math>g(x)</math> é crescente.</p>
	I	b) é a alternativa certa, pois a alternativa a diz que as retas não se interceptam, sendo que as mesmas, passam pelo mesmo ponto.	
	G	(Marcada a alternativa b) Porque, a base de $f(x)$ está entre 0 e 1, e $g(x)$ está maior que 1	
	L. S.	(Marcada a alternativa b) Porque a base de $f(x)$ entre 0 e 1.	
	D	A opção correta é a letra b, pois as retas se interceptam, colocando a alternativa a, como a incorreta.	
	A	Por que elas se encontra decrescente e outra e crescente.	
	C	(Marcada a alternativa b) Pode perceber que no gráfico o $F(x)$ é decrescente e $g(x)$ é crescente.	
D. P.	(Marcada a alternativa b) Porque tudo depende da base: Se a reta for menor que 1 ela é decrescente e se ela for maior que 1 ela é crescente.		

Fonte: Freitas e Meira (2019)

Figura 16: Construção dos gráficos da questão 1



Fonte: Freitas e Meira (2019)

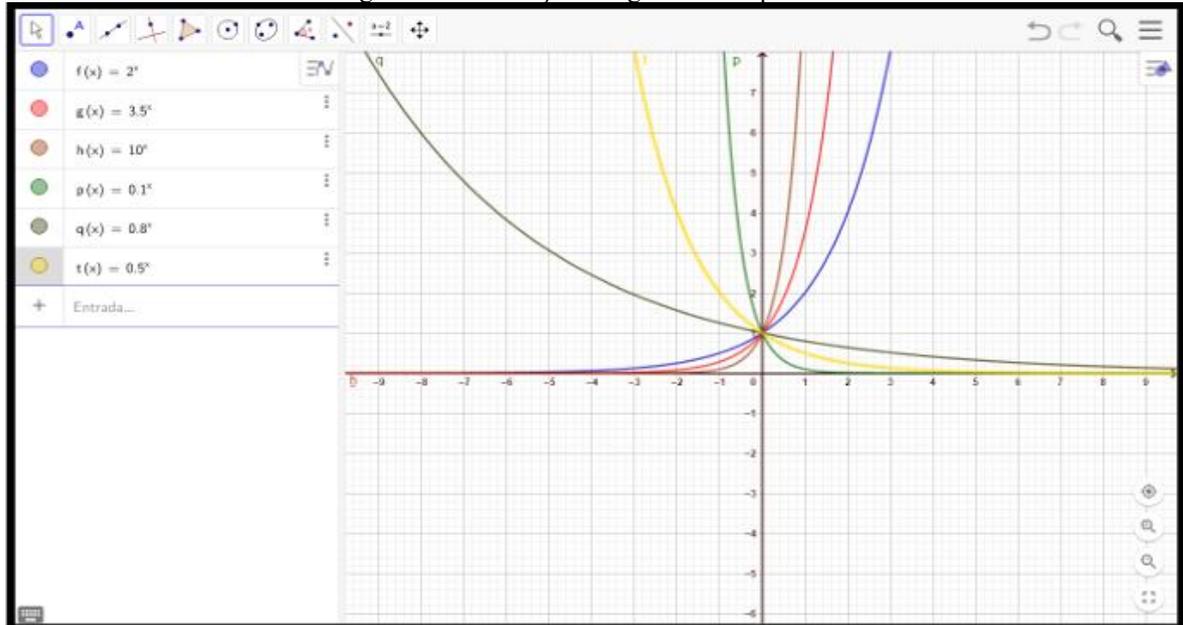
A segunda questão, pede que os alunos construam os gráficos das seis funções dadas, e que respondam a quatro perguntas referentes ao comportamento desses gráficos. Os resultados são apresentados nas figuras 12 e 13.

Figura 17: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 2

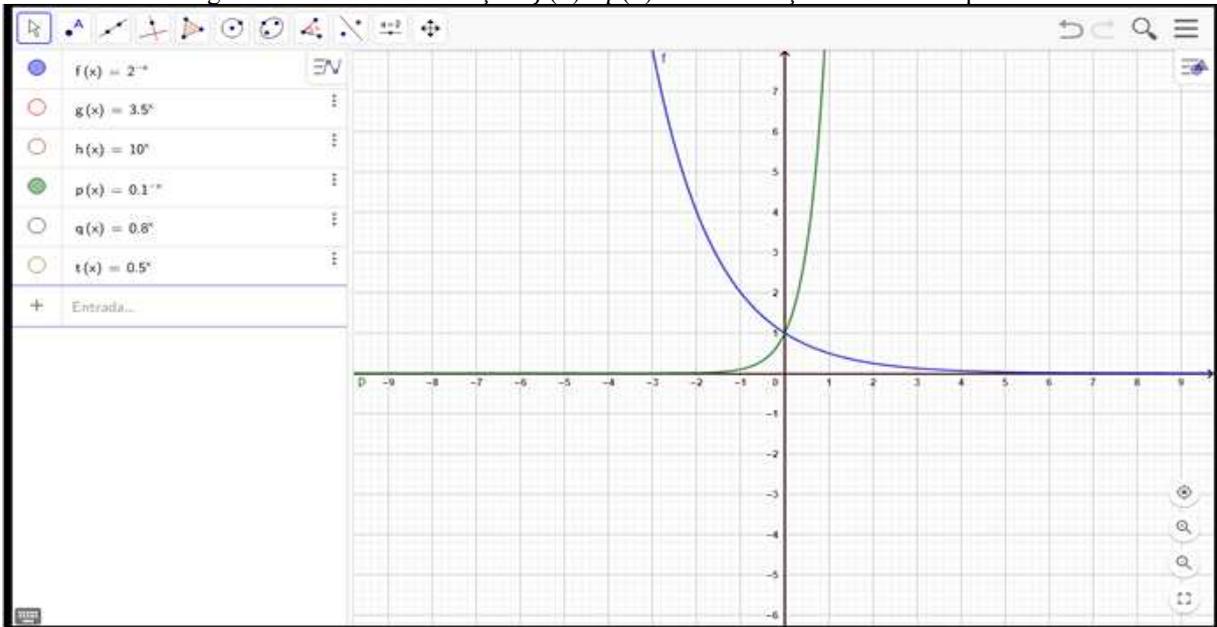
PERGUNTA	ALUNO (A)	RESPOSTA*	RESPOSTA ESPERADA
<p>Construa os gráficos das funções a seguir:</p> <p>a) <math>f(x) = 2^x</math>;</p> <p>b) <math>g(x) = 3,5^x</math>;</p> <p>c) <math>h(x) = 10^x</math>;</p> <p>d) <math>p(x) = 0,1^x</math>;</p> <p>e) <math>q(x) = 0,8^x</math>;</p> <p>f) <math>t(x) = 0,5^x</math></p> <p><math>P_1</math>) O que os gráficos acima têm em comum?</p> <p><math>P_2</math>) O que acontece se mudarmos o sinal do expoente de <math>f(x)</math> e <math>p(x)</math>?</p> <p><math>P_3</math>) Qual a característica comum dos gráficos das funções <math>f(x)</math>, <math>g(x)</math> e <math>h(x)</math>? (no Geogebra, desmarque os demais gráficos para uma melhor visualização).</p> <p><math>P_4</math>) E dos gráficos das funções <math>p(x)</math>, <math>q(x)</math> e <math>t(x)</math>? (proceda da mesma forma da pergunta anterior).</p>	L	<p><math>P_1</math>) O que eles tem em comum é que todos passam pelo ponto 1.</p> <p><math>P_2</math>) O <math>F(x)</math> fica decrescente e <math>P(x)</math> do infinito para mais infinito.</p> <p><math>P_3</math>) O que eles tem em comum é que eles são crescente, e passam pelo ponto 1 no eixo y.</p> <p><math>P_4</math>) Eles são decrescente pois sua base está entre 0 e 1 e elas se encontram no ponto 1 do eixo y.</p>	<p><math>P_1</math>) A característica comum a todos os gráficos é que todos eles cortam o ponto 1 do eixo das ordenadas.</p> <p><math>P_2</math>) Como a base da função <math>f(x)</math> é maior que 1, então se caracteriza como uma função crescente. Analogamente, como a base da função <math>p(x)</math> está entre 0 e 1, então esta função se denomina decrescente. No Geogebra, se mudarmos o sinal do expoente da <math>f(x)</math>, a função se tornará decrescente, assim como a função <math>p(x)</math> se tornará crescente.</p> <p><math>P_3</math>) A característica comum a todas estas funções é que, além de seus gráficos cortarem o eixo das ordenadas no ponto 1, a base destas funções é maior que 1, e, portanto, todas elas se caracterizam como funções crescentes.</p> <p><math>P_4</math>) Analogamente à pergunta anterior, a base destas funções estão entre 0 e 1, então estas se caracterizam como funções decrescentes.</p>
	I	<p><math>P_1</math>) Eles passam pelo mesmo ponto.</p> <p><math>P_2</math>) As duas ficaram decrescente.</p> <p><math>P_3</math>) Todos passam pelo mesmo ponto e são crescente.</p> <p><math>P_4</math>) Todos passam pelo mesmo ponto e são decrescente.</p>	
	G	<p><math>P_1</math>) Que eles se encontram no mesmo ponto.</p> <p><math>P_2</math>) Acontece que inverte o sinal.</p> <p><math>P_3</math>) A característica comum é que eles se encontram no mesmo ponto.</p> <p><math>P_4</math>) A diferença é que <math>q(x)</math> são positivo e <math>p(x)</math> fica negativo.</p>	
	L. S.	<p><math>P_1</math>) Tem em comum que eles se encontram no mesmo ponto.</p> <p><math>P_2</math>) Acontece que inverte o sinal.</p> <p><math>P_3</math>) A característica comum é que eles se encontram no mesmo ponto.</p> <p><math>P_4</math>) O <math>p(x)</math> e <math>q(x)</math> são positivo portanto encontra no mesmo ponto. Já o <math>t(x)</math> ele fica negativo</p>	
	D	<p><math>P_1</math>) Eles passam pelo mesmo ponto.</p> <p><math>P_2</math>) As duas ficaram decrescente.</p> <p><math>P_3</math>) Todos passam pelo mesmo ponto e são crescente.</p> <p><math>P_4</math>) Todos passam pelo mesmo ponto e são decrescente.</p>	
	A	<p><math>P_1</math>) Elas passam pelo mesmo ponto.</p> <p><math>P_2</math>) As duas ficaram decrescente.</p> <p><math>P_3</math>) Eles estão no mesmo ponto e nas mesmas linhas.</p> <p><math>P_4</math>) Elas passam no mesmo ponto decrescendo.</p>	
	C	<p><math>P_1</math>) Eles passam pelo ponto 1.</p> <p><math>P_2</math>) Eles mudam de posição sendo que <math>f(x)</math> fica decrescente e <math>p(x)</math> crescente.</p> <p><math>P_3</math>) Passam pelo mesmo ponto crescendo.</p> <p><math>P_4</math>) Estão decrescendo e passando pelo mesmo ponto.</p>	
	D. P.	<p><math>P_1</math>) Que as retas se encontram na ordem decrescente.</p> <p><math>P_2</math>) O <math>F(x)</math> decrescente, <math>P(x)</math> crescente.</p> <p><math>P_3</math>) O que elas tem em comum é que elas estão entre 0 e 1 são crescente.</p> <p><math>P_4</math>) Em comum que elas estão decrescente.</p>	

Fonte: Freitas e Meira (2019)

Figura 18: Construção dos gráficos da questão 2



Fonte: Freitas e Meira (2019)

Figura 19: Gráficos das funções  $f(x)$  e  $p(x)$  com mudança do sinal do expoente

Fonte: Freitas e Meira (2019)

A proposta da terceira questão era que os alunos manipulassem o expoente da função, de modo que foram dadas três funções onde duas continham um número real somado ao

expoente  $x$ , questiona aos alunos o que ocorre com essas funções. Como mostrado nas figuras 15.

Figura 20: Quadro com respostas dos alunos sobre a questão 3

PERGUNTA	ALUNO (A)	RESPOSTA	RESPOSTA ESPERADA
Dadas as funções a seguir definidas por $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^{2x}$ e $g(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x}$ , é correto afirmar que:  a) Os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ não se interceptam;  b) $f(x)$ é decrescente e $g(x)$ é crescente. Justifique!	L	A alternativa B está correta pois no gráfico podemos observar que o $F(x)$ é decrescente e o $g(x)$ crescente, pode perceber também através da base que o $F(x)$ é maior.	A alternativa b) é a correta. Se olharmos para a base, a função $f(x)$ apresenta uma base com numerador menor que o denominador, e, portanto, o valor estará entre 0 e 1. Já a função $g(x)$ é definida por uma base onde o numerador é maior que o denominador, estando seu valor assim, maior que 1. Então, a função $f(x)$ é decrescente e a função $g(x)$ é crescente.
	I	b) é a alternativa certa, pois a alternativa a diz que as retas não se interceptam, sendo que as mesmas, passam pelo mesmo ponto.	
	G	(Marcada a alternativa b) Porque, a base de $f(x)$ está entre 0 e 1, e $g(x)$ está maior que 1	
	L. S.	(Marcada a alternativa b) Porque a base de $f(x)$ entre 0 e 1.	
	D	A opção correta é a letra b, pois as retas se interceptam, colocando a alternativa a, como a incorreta.	
	A	Por que elas se encontra decrescente e outra e crescente.	
	C	(Marcada a alternativa b) Pode perceber que no gráfico o $F(x)$ é decrescente e $g(x)$ é crescente.	
D. P.	(Marcada a alternativa b) Porque tudo depende da base: Se a reta for menor que 1 ela é decrescente e se ela for maior que 1 ela é crescente.		

Fonte: Freitas e Meira (2019)

As dificuldades apresentadas pelos alunos nas resoluções das questões se voltaram quase que inteiramente pela manipulação do Software GeoGebra, pois mesmo que os alunos tivessem dificuldades no uso do Software, estes não solicitavam auxílio dos pesquisadores (professores) naquilo que tinham dúvidas, ao perceberem isso os pesquisadores apresentaram explicações para cada aluno sobre suas dúvidas no uso do Software. A partir disso, obtiveram respostas positivas quanto a resolução dos exercícios com a análise dos gráficos construídos a partir do GeoGebra.

Os autores compreenderam nesta pesquisa que o uso de tecnologia na componente curricular de Matemática, especificamente com o uso do Software GeoGebra mostrou possibilidades para a análise e melhor visualização do comportamento dos gráficos das funções construídas a partir deste, o que viabilizou aos alunos uma melhor compreensão das propriedades e conceitos, facilitando deste modo a interpretação das questões que se apresentaram e que podem ser apresentadas no estudo de Função Exponencial. Assim, Freitas e Meira (2019) concluíram que foi possível proporcionar aos alunos a experiência de uma aula mais dinâmica e uma metodologia que foge ao tradicionalismo. Os resultados apresentados com

a pesquisa refletem que o uso de ferramentas tecnológicas como o uso de um Software, motivam, estimulam e potencializam a aprendizagem dos alunos, e devem ser explorados dentro das salas de aula.

No quarto artigo intitulado: “Ensino de funções trigonométricas: as potencialidades de ensino com o GeoGebra” (Regis, 2022), objetivo era analisar as interpretações dos alunos quanto a visualização dos gráficos de funções trigonométricas criados a partir do Software GeoGebra e comparar as respostas obtidas a partir disso. Esta pesquisa apresentou abordagens qualitativas e experimental onde buscou realizar comparações entre as respostas apresentadas pelos alunos às questões dadas. A realização desta pesquisa foi realizada mediante a uma sequência de atividades com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, na qual os alunos devem fazer uma análise dos gráficos criados e suas interpretações.

O autor inicialmente apresentou o uso da trigonometria em diferentes áreas da Matemática, para que em seguida pudesse ser apresentada a proposta sobre a realização de uma sequência de atividades realizadas com alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola particular, o objetivo principal desta atividade consistia em verificar se ao utilizar um Software de geometria dinâmica seria possível aos alunos notar as características de funções do tipo  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$  e  $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$ . O pesquisador aponta que são necessários mais do que fórmulas e desenhos para o desenvolvimento de conhecimentos e compreensão de conceitos, por esta razão apresenta como proposta a aplicação de exercícios com o uso de tecnologia, visando que aos alunos tenham uma maior facilidade na análise dos gráficos, suas construções e características.

Regis (2022) apontou a importância do uso de tecnologia no Ensino de Matemática e suas potencialidades, a vantagens apresentadas sobre a implementação desta ferramenta nas aulas e em novas metodologias de ensino apresentando caminhos para uma melhor percepção por parte dos alunos e ao auxílio do professor.

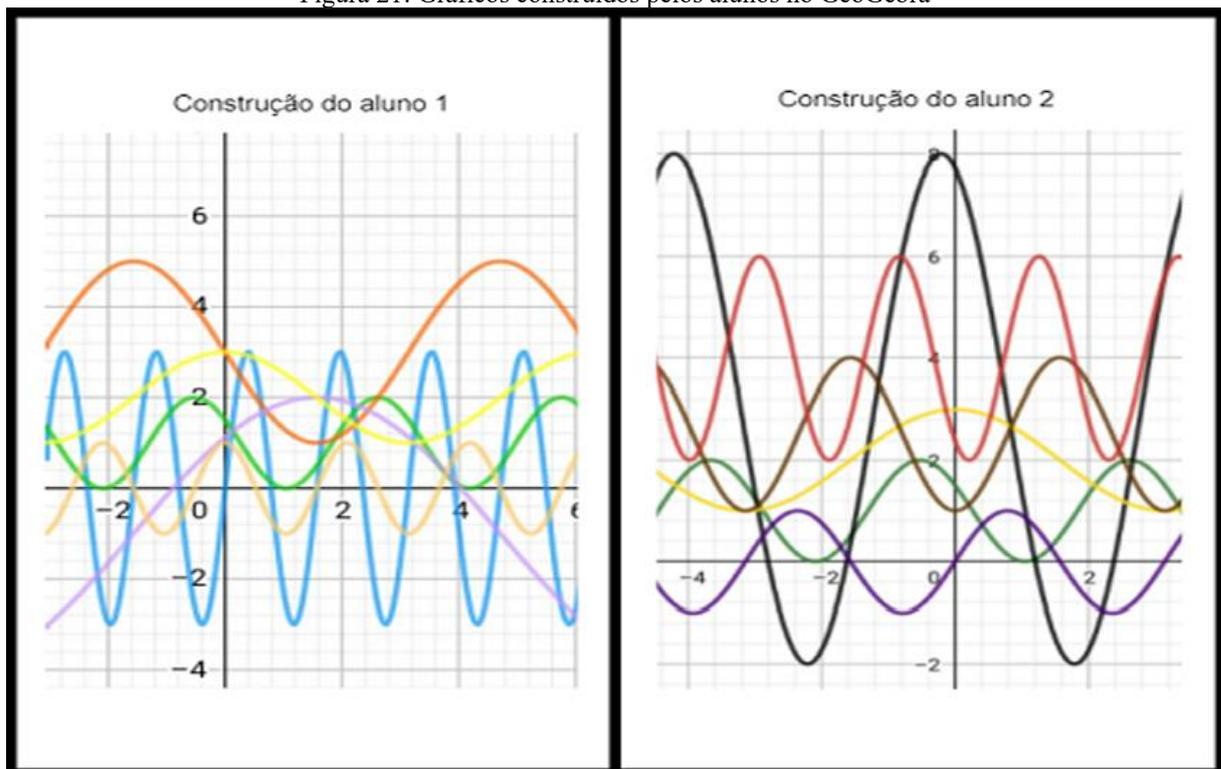
Por isso esta pesquisa propôs o uso da GeoGebra Calculadora Gráfica no celular para que fossem desenvolvidas as atividades com os alunos, assim facilitando as observações quanto sobreposição de gráficos ou o comportamento das funções  $f(x) = \text{cos}(x)$   $f(x) = \text{sen}(x)$  nas quais foram baseadas as questões.

A primeira atividade foi realizada a partir das tabelas de valores de x e y, que os alunos já haviam atribuído em seus cadernos, assim como a localização dos pontos no plano cartesiano. E se organizou em cinco questões nas quais eram dadas funções aos alunos e pedia que estes

construísem seus gráficos no GeoGebra e salvassem as imagens destes, para que desta forma fossem analisadas e comparadas as respostas dos alunos posteriormente.

A primeira questão pedia que construísse o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(x)$ , este que foi posto na cor azul, e o gráfico da função  $f(x) = 3 + \text{sen}(x)$ , na cor amarela. A segunda questão se construiu o gráfico das funções  $f(x) = -2 + \text{cos}(x)$  e  $f(x) = \text{cos}(x)$ , nas cores verde e laranja, nesta ordem. Na terceira foram feitos os  $f(x) = 3.\text{sen}(x)$  sobre o gráfico da função seno e  $f(x) = 2.\text{cos}(x)$  sobre o gráfico da função cosseno de modo separado. A questão seguinte o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(2x)$  foi construído sobre o gráfico da função seno editado para a cor rosa, e o gráfico da função  $f(x) = \text{cos}(x/2)$  sobre o da função cosseno, na cor vermelha. Por fim, na quinta questão foram construídos os gráficos e, sobre o gráfico da função seno e sobre o da função cosseno nas cores marrom e roxa nesta ordem.

Figura 21: Gráficos construídos pelos alunos no GeoGebra



Fonte : Regis (2022)

Para esta atividade foram dadas 10 funções das quais os alunos escolheriam apenas 6 para fazerem a construção de seus gráficos (cada um com uma cor específica), em seguida reporiem a um formulário online de 7 questões. Esperavam respostas baseadas nos gráficos construídos a partir das funções dadas, da análise sobre alterações e o comportamento da curva

pela mudança dos coeficientes destas, e dos conhecimentos adquiridos mediante a realização desta atividade, para pôr fim serem realizadas as análises e comparações das respostas.

Figura 22: Questões apresentadas no formulário online

**Questão 1:** Selecione aqui as funções escolhidas por você.

**Questão 2:** Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior dilatação vertical?

**Questão 3:** Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

**Questão 4:** Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior contração horizontal?

**Questão 5:** Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

**Questão 6:** Escreva o período de cada uma das funções que você selecionou.

**Questão 7:** Escolha 3 dos 6 gráficos que construiu e indique o conjunto imagem.

Fonte : Regis (2022)

Figura 23: Funções norteadoras dos alunos 1 e 2

Funções aluno 1	Funções aluno 2
$f: y = 3\text{sen}(4x)$	$f: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
$g: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$	$g: y = 3 + 5\cos\left(\frac{\pi x}{2} + \frac{1}{3}\right)$
$h: y = 3 - 2\text{sen}(x)$	$h: y = 2 + \cos(x)$
$p: y = -1 + 3\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$	$p: y = 1 + 3\sin^2(x)$
$q: y = \text{sen}\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$	$q: y = \sin(2x)$
$r: y = 2 + \cos(x)$	$r: y = 4 - 2\sin(0.7\pi - 3x)$

Fonte : Regis (2022)

Esta pesquisa tinha como objetivo analisar as interpretações dos alunos quanto as construções dos gráficos construídos a partir do GeoGebra e comparar as respostas dadas pelos alunos. Os resultados obtidos apresentavam semelhanças e, o fato dos alunos ao utilizarem uma

ferramenta como o GeoGebra para a interpretação dos gráficos proporcionou facilidade quando analisavam as questões propostas pelos pesquisadores, pois era possível realizar variações no comportamento dos gráficos. Alguns alunos apresentaram dificuldades com o uso do Software, contudo após a identificação dessa dificuldade os objetivos foram alcançados de acordo com o que se propôs.

Assim concluiu-se que o uso de ferramentas tecnológicas como o Software GeoGebra possibilitam aos alunos que estes desenvolvam interpretações das atividades realizadas no Software, além disso o uso de ferramentas como o GeoGebra podem tornar-se excelentes auxiliares para os professores e na aprendizagem dos alunos.

### **2.3.2 Aproximações e complementaridades das pesquisas**

As comunicações científicas descritas foram analisadas mediante a descrição do uso de tecnologias no Ensino de Matemática em sala de aula, mais especificamente sobre o uso do Software GeoGebra no ensino e aprendizagem de funções. As quatro pesquisas apresentadas anteriormente apontam as vantagens e potencialidades do uso do GeoGebra em aulas que abordam uma metodologia não usual em sala de aula, esta ferramenta promove o auxílio no estudo e construção de gráficos.

As quatro comunicações científicas aqui analisadas apresentam resultados que apontam as vantagens do uso de tecnologia em sala de aula, e neste caso o uso do GeoGebra no estudo de funções, destacam o aproveitamento do tempo em sala de aula e uma melhor compreensão de conceitos do objeto matemático apresentado.

Na pesquisa de Figueiredo (2013), o autor aponta o uso do GeoGebra como uma ferramenta auxiliadora na compreensão de conceitos do gráfico da função, o que mostra vantagens na análise das finalizadas do mesmo. Outros resultados obtidos mediante a este estudo apontam o uso desta ferramenta pelo professor como uma estratégia na compreensão dos resultados obtidos através da realização de atividades que envolvem função e construção de gráficos, assim como desenvolveu uma melhor interação entre o professor/pesquisador e aluno.

Os resultados obtidos a partir da pesquisa realizada por Farias e Alves (2013) mostraram que o estudo de função afim com o uso de um Software, neste caso o GeoGebra, apresenta resultados positivos na análise e compreensão de conceitos do objeto matemático apresentado, pois os pesquisadores apontam o uso deste Software na redução do tempo de construção do

gráfico, isto mostrou que os alunos direcionam mais tempo a compreensão dos conceitos e na observação do comportamento do gráfico.

No terceiro artigo analisado, os pesquisadores Freitas e Meira (2019) obtiveram resultados semelhantes aos anteriores, mas este apontou como diferencial a dificuldade dos alunos em relação a compreensão dos comandos utilizados no GeoGebra, porém que tais dificuldades são comuns ao primeiro contato com uma ferramenta não tanto utilizada em sala de aula. O principal resultado apontado nesta pesquisa foram as vantagens apresentadas na análise dos gráficos construídos nas atividades propostas pelos pesquisadores, está que permitiu aos alunos ampliarem a visualização das características do comportamento dos gráficos.

Regis (2022) obteve resultados semelhantes às três comunicações científicas anteriores, duas pesquisas que teve por objetivo analisar a interpretação dos alunos quanto a visualização dos gráficos de funções trigonométricas criadas com o uso do GeoGebra, mostrou que o uso do Software nesta tarefa viabilizou a compreensão de conceitos e interpretação fosse gráfico, e a resolução das questões propostas pelo pesquisador.

Assim, mediante a leitura destas comunicações científicas, é possível afirmar que seus resultados revelam que o uso de tecnologias em sala de aula, nestes casos em específico o uso do GeoGebra no estudo de funções, apresentam um potencial na compreensão, análise e na construção de gráficos, o que se revela vantajoso em aulas de Matemática. Além disso, o uso desta ferramenta possibilita além da aprendizagem de objetos matemáticos, permite o uso de uma metodologia não usual em aulas de Matemática, aproxima a sala de aula da realidade do aluno quanto ao uso de tecnologia, reduz o tempo gasto na construção de gráficos e redireciona este tempo para a assimilação dos conceitos e finalidades do objeto matemático aqui abordado, e por fim, permite uma proximidade na relação professor-aluno.

### **3 METODOLOGIA**

O Software GeoGebra é uma ferramenta de fácil acesso e maleabilidade em sua interface gráfica, o tornando um auxílio em sala de aula para o professor de Matemática no ensino de álgebra, geometria e outros conhecimentos matemáticos. Aos alunos este Software torna-se um facilitador na aprendizagem de diversos saberes matemáticos, proporcionando aulas dinâmicas e facilitando a compreensão e resolução de problemas apresentados em sala de aula. Para Felcher (2021, p. 26):

Temos de levar em consideração também os documentos legais e normativos, tais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que na quinta competência geral cita o uso da tecnologia digital que vai além da simples reprodução de práticas. A competência destaca que o estudante precisa compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética para se comunicar, mas também para disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

A partir de problemas apresentados sobre o uso de tecnologias na educação e, principalmente na Educação Matemática, é que se pode tratar da importância da pesquisa que para Gil (2002) trata-se de procedimento sistemático e racional na qual utilizam-se métodos e diversos procedimentos para cumprir com o principal objetivo, que é encontrar respostas aos problemas apresentados. Demo (2015) *apud* Felcher (2021), diz que ser importante que a formação do professor contribua para que ele seja um professor-pesquisador, que construa e reconstrua seu projeto pedagógico e nesse contexto elabore e reelabore materiais didáticos, inovando sua prática didática em sala de aula, a fim de evitar ser um mero usuário de material alheio. No que se refere aos variados tipos de pesquisas as quais podem ser tradas a investigação voltada a Educação Matemática, é interessante se utilizar da pesquisa qualitativa. Ademais, esta pode se apresentar como um desafio para aqueles que trabalham constantemente com números, quantidades e dados, como é o caso de quem convive com a Matemática (Borba; Araújo, 2012) *apud* Felcher (2021).

O desenvolvimento de pesquisas em sala de aula de acordo com Fiorentini; Garnica e Bicudo (2019, p. 112) a partir da pesquisa qualitativa:

Em vez de privilegiar a sistematicidade garantida por um método determinado, a objetividade dada pela neutralidade do investigador e pela consistência dos dados tratados, a racionalidade explicitada como quantificação, a definição prévia de conceitos e a construção de instrumentos para garantir a objetividade da pesquisa, privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos etc. O *rationale* subjacente a esse modo de pesquisar é dado pela intenção de atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de método previamente definido e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes.

No que se trata ainda da pesquisa, o pesquisador pode optar pelo estudo deste fenômeno que é o uso de tecnologia como ferramenta do Ensino de Matemática, e ainda do estudo de álgebra e função uma abordagem fenomenológica, que para Bicudo e Esposito (1994) trata-se de enxergar a realidade de maneira rigorosa, nos quais seus procedimentos são inseparáveis do fenômeno estudado, da realidade e da interpretação do mundo feita com rigor, das experiências e verdades. E, para Lüdke e André (2018) atualmente as pesquisas voltadas para a educação

enfim preocuparam-se com os problemas relacionados ao ensino, nos quais refletem as demais dificuldades que se apresentam nos outros aspectos da educação visíveis em nosso país.

Isto é, utiliza-se de uma abordagem de pesquisa voltada ao desenvolvimento humano e social, o que causa um estranhamento quando se trata de uma ciência exata como a Matemática, entretanto é necessário aqui ressaltar, que o professor de Matemática ocupa uma posição como educador e não matemático. De acordo com Fiorentini; Lorenzato (2007, p. 4) “os educadores matemáticos, de outro, realizam seus estudos utilizando métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuem para a formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor”.

Por tanto, tal método investigativo apresenta-se como um caminho para a pesquisa do uso de tecnologia como ferramenta de ensino em sala de aula para a componente curricular de Matemática, e ainda como ferramenta para o estudo de álgebra e função, no qual destaca-se o Software GeoGebra, que é uma ferramenta de fácil acesso com uma interface simples. De acordo com Scaldelai (2014, p. 13) o:

GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um software de Matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único GUI (do inglês, Graphical User Interface, ou do português Interface Gráfica do Utilizador).

De acordo com Ferreira (2021), este Software permite uma visão mais exploratória de perspectivas e aspectos de um objeto de ensino, permite a formalização de conceitos e, por conseguinte, a visualização de comportamentos da função exponencial, por exemplo, e suas características, tal processo traz consigo a experimentação e a constatação por parte do estudante sobre o objeto de conhecimento estudado, assim o que tende a ser explorado pelos próprios alunos, o que traz consigo o acompanhamento de perto de um professor como orientador, tende a ser internalizado em forma de conhecimento, ainda mais quando trata-se de conceitos e definições com as quais os alunos não possuem familiaridade. O uso desta ferramenta em sala de aula no estudo de funções e, mais especificamente no estudo de função exponencial, pode apresentar vantagens tanto no ensino quanto na aprendizagem, isto é, para Ferreira (2021) o uso do Software GeoGebra não influi negativamente no uso de metodologias usuais para o estudo do objeto de conhecimento matemático algébrico.

Ferreira (2021, p. 62), ainda aponta em sua pesquisa que:

O emprego de tecnologias digitais permite uma diversificação metodológicas ao professor. Além da estruturação da escola, é reforçado que o professor precisar ter, não apenas domínio sobre o programa, mas também um entendimento geral básico de tecnologia para ser capaz de solucionar problemas técnicos básicos, sanar dúvidas que fogem ao planejamento inicial e ser inventivo quanto ao planejamento de suas intervenções.

Ademais, em sua pesquisa sobre o uso do GeoGebra, Ferreira (2021), conclui que um dos aspectos do uso do Software referem-se aos resultados alcançados pelos próprios alunos, ao analisarem suas tarefas e resultados, pelas tentativas, erros e acertos, o que lhes promove autonomia e, ao professor permite que este possa avaliar a maneira como seus alunos aprendem, os caminhos que este como educador poderá tomar para dinamizar suas aulas. E, ao tratar-se do estudo da função exponencial, Ferreira (2021, p. 62-63) ressalta que:

Com relação à função exponencial, o software contribuiu para transparecer aos estudantes a relação entre as unidades significantes de diferentes representações semióticas, principalmente a língua natural, a gráfica e a algébrica. O caráter manipulativo do GeoGebra, associado às tarefas investigativas, dão condições para que possam ser trabalhados os aspectos formais do conteúdo, ao mesmo tempo em que se discute assuntos oriundos de outras áreas do conhecimento, por meio de suas aplicações.

Diante disto, o uso de um Software como o GeoGebra no ensino de funções exponenciais para alunos e como ferramenta auxiliadora, pode apresentar vantagens quando bem utilizado em sala de aula, no estudo e análise de gráficos e mesmo na formalização e compreensão de seus conceitos. Segundo Scaldelai (2014, p. 17) “ele possibilita a elaboração de tarefas exploratórias que proporcionam ao aluno pensar e fazer Matemática, de modo a construir e significar ideias Matemáticas com certa autonomia, rompendo com o ensino pautado na ‘transmissão de conhecimento’”. Desta forma, o uso do Software GeoGebra apresenta aspectos positivos em seu uso na aprendizagem de função exponencial para alunos do Ensino Médio e no que se refere ao ensino no caso dos professores.

Deste modo o desenvolvimento da presente investigação será realizada uma pesquisa qualitativa bibliográfica em que foi possível identificar pesquisas que envolvem o uso do GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática. A partir desta revisão da literatura foi encontrada apenas uma pesquisa que relaciona o uso do GeoGebra ao ensino de funções exponenciais nos Anais dos ENEM's que foram delimitadas.

Ademais utilizou-se neste pesquisa o estudo dos teóricos representativos da área, quais sejam: Borba e Penteado (2019), Fiorentini; Garnica e Bicudo (2019), Borba; Silva e Gadanidis (2020), Felcher (2021), Ferreira (2021), Scaldelai (2014), Kenski (2003), Lüdke e André

(2018), Gil (2002), Fiorentini; Lorenzato (2007) e Bicudo; Esposito (1994), autores que tratam vários aspectos desta pesquisa com propriedade e profundidade no que se refere ao tema de ensino e aprendizagem, do uso de tecnologia como ferramenta auxiliadora no Ensino de Matemática, no tratamento e na abordagem da pesquisa.

Visto que esta pesquisa está voltada para a etapa do Ensino Médio, com o objetivo de compreender as características do uso do GeoGebra a partir da elaboração de uma Sequência Didática Investigativa (SDI) para processo de ensino-aprendizagem da função exponencial foi desenvolvida uma pesquisa exploratória, na qual cria hipóteses, refinando as ideias, tornando os objetivos claros e descobrindo novas intuições (Gil, 2002), a partir do levantamento realizado foi possível compreender não apenas as potencialidades do GeoGebra mas a forma como esse recurso pode ser articulado ensino de funções exponenciais.

Inicialmente será realizada o estudo sobre a função exponencial sua definição, suas características, o gráfico e exemplos de aplicações, serão também realizados exercícios de forma tradicional sobre a construção do gráfico, objetivando-se que posteriormente possa ser realizada a implementação/manipulação das características dessas funções com o uso do GeoGebra, dessa forma se acredita que os alunos poderão ter uma maior familiaridade com o conhecimento matemático que será utilizado nesta pesquisa.

Em seguida, dando início a aplicação da SDI, será apresentado aos alunos como primeira atividade o Software GeoGebra, sua interface e os comandos básicos para a criação de gráficos, como a localização das coordenadas, pontos e retas no plano, e a implementação das leis de função e do gráfico destas.

Assim, se supõem que este primeiro contato com a ferramenta possa proporcionar aos alunos uma ideia inicial da implementação do GeoGebra no estudo da função exponencial, e para que desta forma os alunos não tenham dificuldade na manipulação do Software. Posteriormente, serão executadas as demais atividades planejadas com o objetivo de construir e analisar o comportamento e características do gráfico da função exponencial e compreender seus conceitos.

Deste modo, é esperado que com esta experiência ser capaz de evidenciar as vantagens do uso do Software GeoGebra no ensino-aprendizagem de objetos matemáticos em sala de aula. Na próxima seção apresentaremos a Sequência Didática Investigativa construída a partir dos movimentos investigativos aqui descritos.

## 4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA (SDI)

A presente seção propõe apresentar a estrutura sistematizada para a construção da Sequência Didática Investigativa (SDI), tal como suas características para a elaboração e organização das atividades a serem realizadas, isto é, o tema, objetivos, objetos e demais elementos que constituem uma SDI.

### 4.1 Estrutura e organização de uma SDI

A Sequência Didática Investigativa de acordo com Costa; Gonçalves e Mariano (2024), compreende-se como uma ferramenta metodológica a qual promove a organização de atividades, buscando o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, por meio das orientações do professor/mediador e das execuções e participação dos alunos nas atividades realizadas neste processo. A SDI apresenta-se como um grupo de atividades, estas que se organizam em tarefas e perguntas que propõem investigar o processo de percepção e assimilação do objeto matemático abordado, tem como perspectiva utilizar-se de conhecimentos já existentes para compreender os que ainda serão apresentados, de modo a obter resultados tanto no ensino como na aprendizagem.

A constituição de uma SDI, aqui abordada na componente curricular de Matemática, segue algumas condições, tais como (1) ter conhecimentos matemáticos como objetos de ensino; (2) apresentar uma organização interna e uma relação lógica entre as atividades; (3) Ter uma estruturação lógica de atividades, tarefas e perguntas de investigação; (4) Definir claramente os objetivos matemáticos que se pretende alcançar; (5) Oferecer uma sequência de atividades conectadas, com um nível crescente de complexidade, desde as mais intuitivas até as mais abstratas; (Costa; Gonçalves e Mariano, 2024).

A construção da SDI nesta pesquisa tem por objetivo analisar o uso de uma metodologia não usual, isto é, na elaboração de tarefas e atividades com o intuito de investigar a implementação de uma ferramenta tecnológica, o Software GeoGebra, no ensino e aprendizagem de funções, especificamente da função exponencial. A elaboração desta sequência propõe a sistematização de atividades que se tecem de forma lógica e coerente na intenção de alcançar resultados mediante as investigações de cada etapa do processo da SDI, visando promover a investigação, na exploração por parte do aluno sobre as tarefas e atividades desenvolvidas e na interação entre professor e aluno, deste modo oferecendo um melhor ambiente para a aprendizagem.

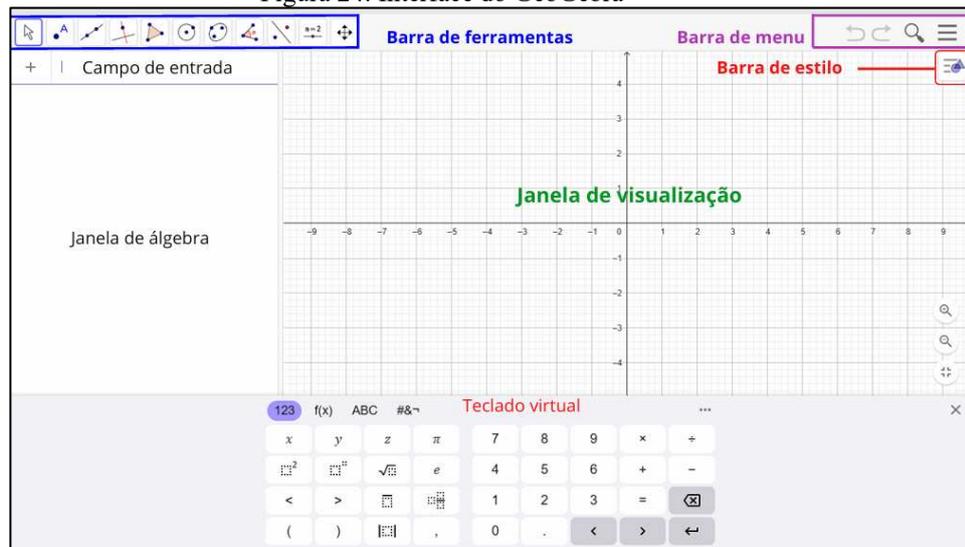
## 4.2 Estrutura e organização da SDI

- **Tema Geral:** Estudo da Função Exponencial com o Software GeoGebra
- **Objetivo Geral:** Compreender características do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem das funções exponenciais a partir da análise de seus gráficos.
- **Componente curricular:** Matemática
- **Unidade temática:** Números e álgebra
- **Objetos de conhecimento:**
  - Função exponencial;
  - Desenvolvimento do pensamento algébrico.
- **Ano/ Série:** Ensino Médio
- **Recursos didáticos:** Quadro branco, pincel, apagador, notebook, datashow, computadores, smartphones.
- **Tempo didático:** 50 min por atividade (6 atividades)
- **Observações:** A construção desta SDI tem como objetivo a análise do uso do Software GeoGebra no estudo da função exponencial, as atividades e tarefas foram elaboradas para o estudo dos conceitos atribuídos ao objeto matemático citado, e análise dos gráficos construídos no Software.

## 4.3 Atividade 1: Apresentação do Software GeoGebra

- **Objetivos:** Apresentar o Software e suas ferramentas aos alunos.
- **Nota:** Para a realização desta atividade é necessário que os alunos tenham em sua disposição computadores ou smartphones e acesso à internet, para que possam utilizar o GeoGebra.
- **Tarefa 1:** Reconhecimento do Software GeoGebra.

Figura 24: Interface do GeoGebra



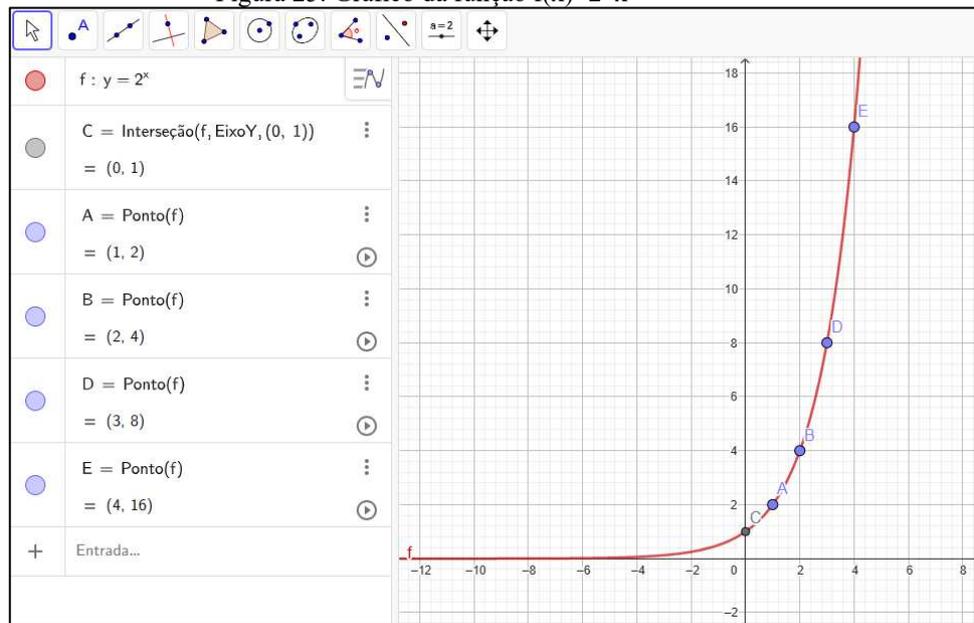
Fonte: Autora (2025)

- **Perguntas investigativas:**

- a) Observe a interface do Software GeoGebra. Quais suas características?
- b) Qual função se atribui ao campo de entrada?
- c) O que é a janela algébrica?
- d) Que outras ferramentas foram apresentadas?
- f) Cite alguns objetos matemáticos que podem ser trabalhados usando o GeoGebra?

#### 4.4 Atividade 2: Construção do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$

- **Objetivos:** Apresentar os passos da construção do gráfico da função exponencial no GeoGebra.
- **Nota:** A princípio a professora irá perguntar aos alunos a característica do gráfico da função exponencial. Após as respostas dos alunos, a professora apresentar a construção do gráfico e tabela de valores no Software.
- **Tarefa 1:** Construir o gráfico da função  $f$  cuja lei é  $y = 2^x$ .

Figura 25: Gráfico da função  $f(x)=2^x$ 

Fonte: Autora (2025)

Figura 26: Tabela de valores atribuídos a x.

	x :	f(x) :
álgebra	0	1
Instrumentos	2	4
Tabela	3	8
	4	16
Linha de cálculos	5	32

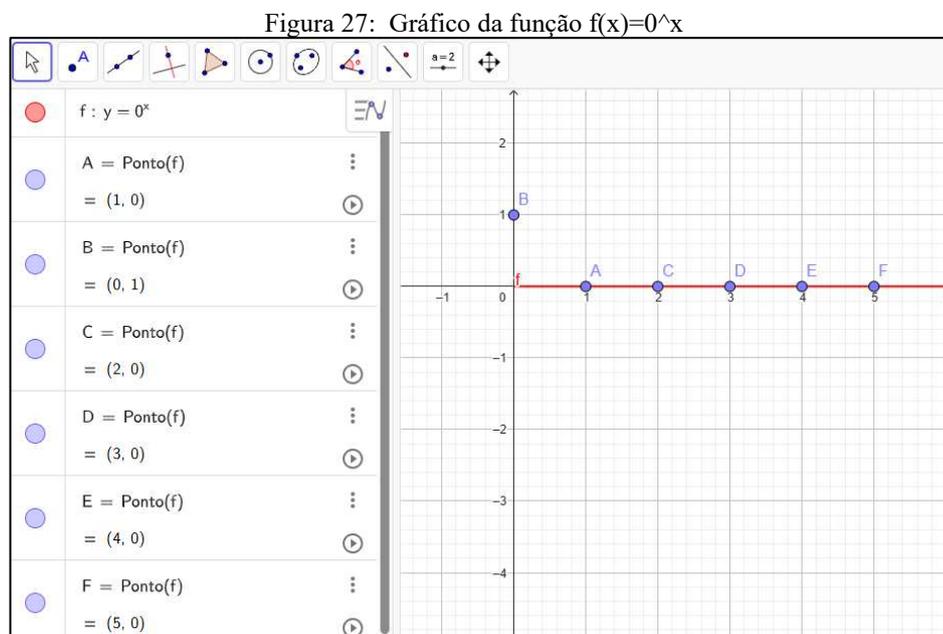
Fonte: Autora (2025)

- **Perguntas investigativas:**

- Quais as características do gráfico da função exponencial apresentada?
- Quais passos foram seguidos para a construção do gráfico da função no GeoGebra?
- Para que serve a tabela de valores?

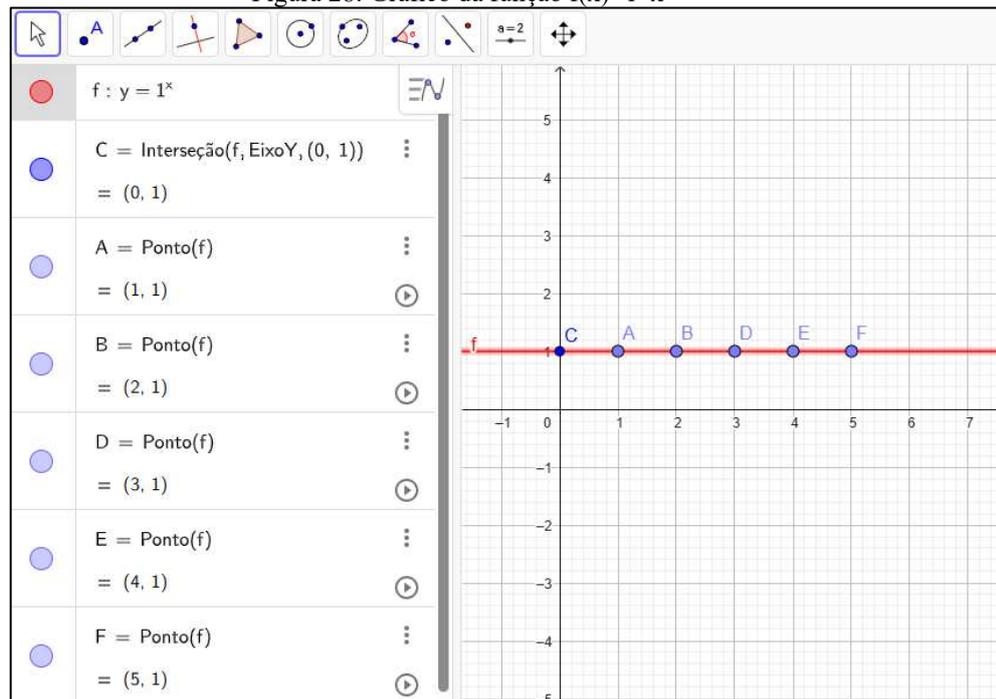
#### 4.5 Atividade 3: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $a=0$ e quando $a=1$ .

- **Objetivos:** Analisar o gráfico da função exponencial quando a base é igual a zero e o expoente é maior que zero ( $x > 0$ ).
- **Nota:** Para o início desta atividade a professora questionará os alunos sobre o que acontece com o gráfico da função exponencial quando a base da função é 0 e seu expoente for positivo e, como seria o gráfico da função se a base  $a$  for 1, para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Após as respostas dos alunos a professora dará início a atividade proposta.
- **Tarefa 1:** Construir e analisar o gráfico da função  $f(x) = 0^x$  no GeoGebra.



Fonte: Autora (2025)

- **Tarefa 2:** Construir e analisar o gráfico da função  $f(x) = 1^x$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ , no GeoGebra.

Figura 28: Gráfico da função  $f(x)=1^x$ 

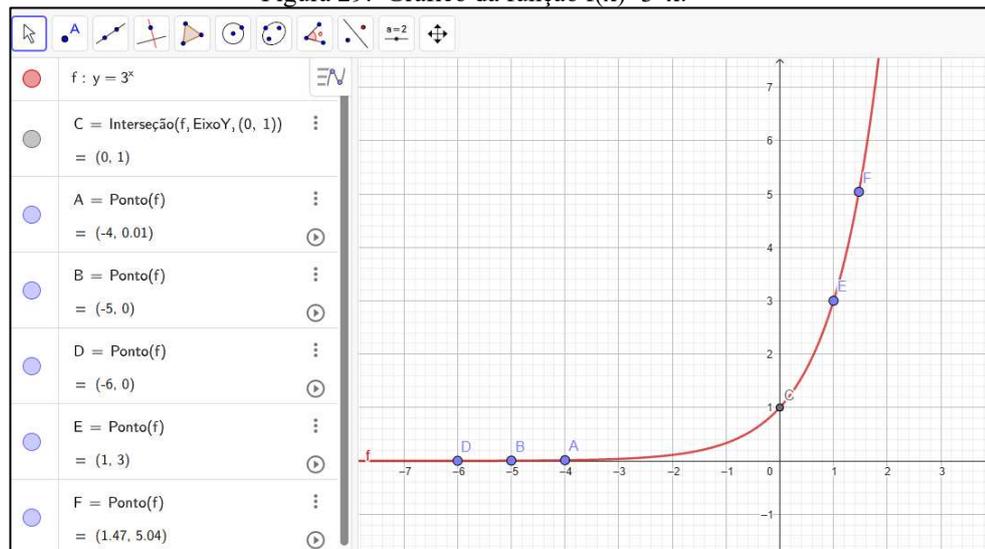
Fonte: Autora (2025)

- **Perguntas investigativas:**

- Quais características os gráficos das funções  $f(x) = 0^x$  e  $f(x) = 1^x$  ?
- Como podemos denominar estas funções?
- O que aconteceria se  $x < 0$  ou  $x = 0$ ?

#### 4.6 Atividade 4: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $a > 1$ .

- **Objetivos:** construir e analisar o gráfico de uma função exponencial  $f(x) = a^x$  com  $a > 1$  no GeoGebra.
- **Nota:** Inicialmente, a professora perguntará aos alunos como seria o gráfico de uma função exponencial com a base maior que 1. Em seguida fará juntamente aos alunos um exemplo no GeoGebra da construção do gráfico de uma função com  $a > 1$  .Após isso os alunos farão a construção de um gráfico atribuindo valores de suas escolhas para  $a$  e  $x$  (Tarefa 2).
- **Tarefa 1:** Construir e analisar no GeoGebra o gráfico da função  $f(x) = 3^x$

Figura 29: Gráfico da função  $f(x)=3^x$ .

Fonte: Autora (2025)

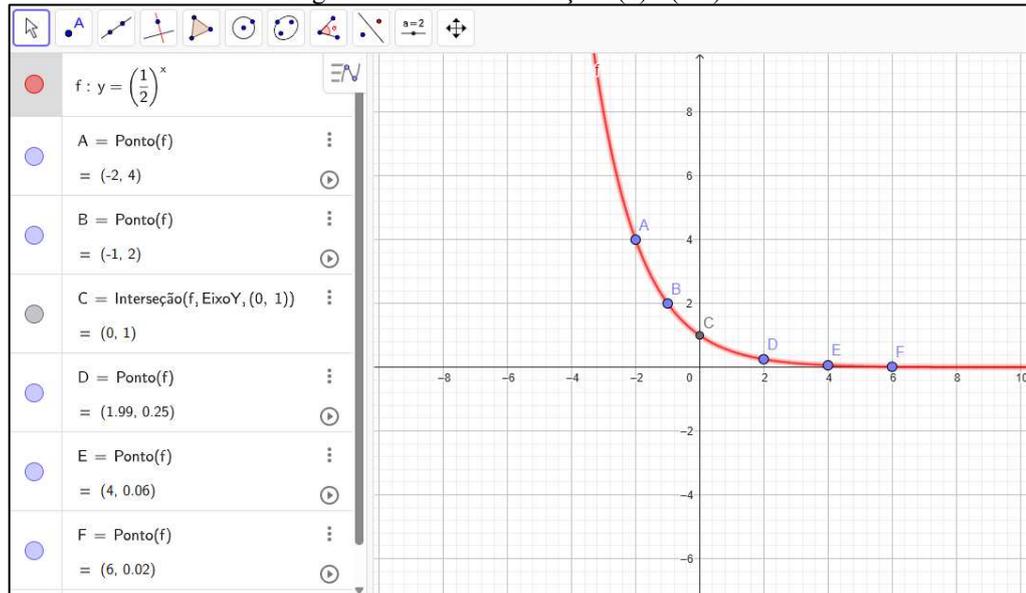
- **Tarefa 2:** Construir e analisar no GeoGebra.o gráfico de função exponencial  $g(x) = a^x$ , com  $a > 0$  e  $x > 0$ .

- **Perguntas investigativas:**

- Quais as semelhanças entre os gráficos das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ ?
- Os gráficos construídos são crescentes ou decrescentes?
- Se  $a > 1$  e  $x > 0$ , a função  $f(x) = a^x$  é crescente?

#### 4.7 Atividade 5: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $0 < a < 1$

- **Objetivos:** construir e analisar o gráfico de uma função  $f(x) = a^x$  exponencial com  $0 < a < 1$  no GeoGebra.
- **Nota:** Inicialmente, a professora perguntará aos alunos como seria o gráfico de uma função exponencial com a base maior que 1. Em seguida fará juntamente aos alunos um exemplo no GeoGebra da construção do gráfico de uma função com  $0 < a < 1$ . Após isso os alunos farão a construção de um gráfico atribuindo valores de suas escolhas para  $a$  e  $x$  (Tarefa 2).
- **Tarefa 1:** Dada a função  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , construir e analisar seu gráfico no GeoGebra.

Figura 30: Gráfico da função  $f(x) = (1/2)^x$ 

Fonte: Autora (2025)

- **Tarefa 2:** Construir e analisar o gráfico de função  $g(x) = \left(\frac{1}{b}\right)^x$  no GeoGebra atribuindo valores a  $b$  e  $x$ , com  $b \neq 0$  e  $x > 0$ .

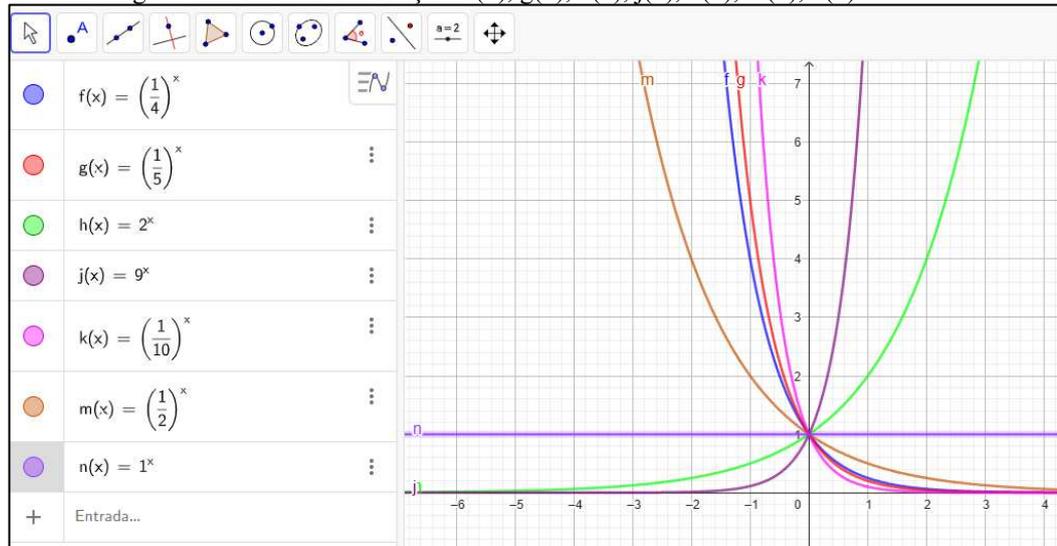
- **Perguntas investigativas:**

- Quais as semelhanças entre os gráficos das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ ?
- Os gráficos construídos são crescentes ou decrescentes?
- Se  $0 < a < 1$ , logo  $a^x$  está cada vez mais próximo de zero, isto significa que  $y$  terá valores positivos cada vez maiores?

#### 4.8 Atividade 6: Análise geral das características dos gráficos das funções exponenciais construídos no GeoGebra

- **Objetivos:** Construir e analisar gráficos da função exponencial e suas características a partir dos conhecimentos adquiridos mediante a realização das atividades anteriores utilizando o Software GeoGebra.
- **Tarefa 1:** Construir os gráficos no GeoGebra das seguintes funções:  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,  $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ,  $h(x) = 2^x$ ,  $j(x) = 9^x$ ,  $k(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ ,  $m(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $n(x) = 1^x$ .

Figura 31: Gráficos das funções  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ ,  $j(x)$ ,  $k(x)$ ,  $m(x)$ ,  $n(x)$ .



Fonte: Autora (2025)

• **Perguntas investigativas:**

- O que os gráficos destas funções têm em comum?
- O que se pode concluir ao analisar os gráficos das funções  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $k(x)$  e  $m(x)$ ?
- O que se pode concluir ao analisar os gráficos das funções  $h(x)$ ,  $j(x)$  e  $n(x)$ ?
- Os gráficos da função exponencial  $p(x) = a^x$  sempre será acima do eixo  $0x$ ?
- Todos os gráficos passam pelo ponto  $(0,1)$ ?
- Qual é a característica do gráfico de uma função exponencial decrescente?
- Qual é a característica do gráfico de uma função exponencial crescente?

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo apresentar a elaboração de uma Sequência Didática Investigativa (SDI) na qual se articula o uso do GeoGebra e a função exponencial, deste modo foi possível a sistematização de atividades que constroem logicamente a coerentemente cada etapa do processo da SDI apresentado.

Assim os resultados alcançados nesta pesquisa se devem ao aprofundamento sobre aspectos do uso da TDIC's como ferramenta dentro da sala de aula e em aulas de Matemática, pois deste modo a viabilizar a análise crítica da implementação do Software GeoGebra no estudo de funções, em específico da função exponencial e suas características, sobre a formação e o preparo do docente para o uso destas ferramentas, tal qual a maneira como se proporciona uma bagagem para a compreensão de conhecimentos existentes e do tecer de novos saberes aos alunos.

Em seguida mediante ao levantamento teórico realizado nas comunicações científicas do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), foi possível compreender em quais aspectos o uso do Software apresentava resultados positivos de acordo com as metodologias adotadas pelos pesquisadores, isto viabilizou à está pesquisa possibilidades de moldar o uso do GeoGebra com o objeto matemático escolhido, sendo assim um orientador para a elaboração das tarefas e atividades que se apresentaram na Sequência Didática Investigativa, cujo o tema proposto foi o 'Estudo da Função Exponencial com o Software GeoGebra' e tem por objetivo da SDI: compreender características do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem das funções exponenciais a partir da análise de seus gráficos.

Assim, foi possível estruturar uma SDI em torno do estudo da função exponencial, isto é, o objeto de estudo em questão, a elaboração das tarefas e atividades as quais constituem parte da estrutura da SDI, na qual foi investigado e articulado o uso de uma ferramenta tecnológica, neste caso o GeoGebra. A organização interna entre as atividades, parti inicialmente da apresentação do Software, de suas ferramentas para que haja uma familiarização com este, em seguida se realiza a sequência de atividades sobre a função exponencial e seu gráfico, estas que se estruturam de modo a seguir a análise das características e propriedades do comportamento do gráfico desta função, para isto foram elaboradas tarefas que buscam aprimorar o exercício desta análise e por meio destas se elaboraram perguntas que buscam investigar a compreensão do objeto matemático estudado.

Nesse sentido em cada uma das atividades e tarefas elaboradas por meio do uso do GeoGebra encaminharam os alunos realizarem a construção e análise dos gráficos das funções dadas. Permitindo, deste modo, a compreensão dos conceitos que permeiam cada uma das

características e do comportamento da função, tais como a mudança de sua base e/ou expoente de acordo com os valores que lhes são atribuídos, sobre seus pontos especiais, quando cresce ou decresce e sua relação com o eixo x. Assim, cada parte da construção da sequência foi elaborada de acordo com o nível crescente de complexidade o qual se constitui o objeto de conhecimento matemático abordado e da construção do gráfico no GeoGebra, o que pretende promover ao aluno a construção do raciocínio do mais intuitivo ao mais complexo, ou seja, sem saltar etapas atribuindo sentido ao processo.

A Sequência Didática Investigativa proposta, pretende ser um caminho norteador para professor articular o uso do GeoGebra com o ensino da função exponencial, pois o Software permite uma melhor visualização dos gráficos, facilitando sua análise e reduzindo o tempo de construção destes e, assim direcionando mais tempo para a explicação do objeto de conhecimento, e aos alunos assimilação dos conceitos atribuídos ao objeto matemático apresentado, promovendo a investigação por meio das atividades e tarefas, estimulando a participação ativa dos alunos nas aulas e uma melhor comunicação entre professor-aluno. Entretanto, é necessário que o professor conheça e tenha acesso a este tipo de tecnologia, tal como é preciso que o docente esteja disposto a adotar diferentes metodologias em sala de aula, principalmente em aulas de Matemática.

Finalmente a resposta do problema do qual essa investigação se propôs em responder, qual seja: Quais são as características de uma Sequência Didática Investigativa que articula o uso do GeoGebra para o ensino de funções exponenciais? Entende-se a resposta a essa pergunta está na própria elaboração, compreensão e, na execução das condições necessárias para a construção da SDI, quais sejam: o planejamento e organização de aulas sequenciadas e interligadas por níveis; a promoção da participação ativa dos alunos nas atividades desenvolvidas em sala de aula; o estímulo a resolução dos problemas propostos nas tarefas de modo a promover o exercício do objeto matemático pretendido; a apresentação de uma metodologia não usual em aulas de Matemática e no estudo de funções exponenciais; a promoção do engajamento dos alunos; a interatividade com os objetos matemáticos; o desenvolvimento do pensamento crítico; o estímulo a colaboração em sala de aula; e, a investigação sobre o objeto matemático que está sendo tratado.

É esperado que por meio desta pesquisa seja possível incentivar o uso das TDIC's em aulas de Matemática tal como o uso de Softwares como o GeoGebra no estudo das funções exponenciais, que se promova pesquisas sobre o desenvolvimento e estudo de novas formas de abordagens para a elaboração e construção de Sequências Didáticas Investigativas voltadas para

aulas de Matemática, estes que se apresentam como um apoio ao professor e apresenta a promoção de habilidades, facilitam o entendimento de conceitos matemáticos, assim como o uso de tecnologia aproxima a realidade da sala de aula com a dos alunos, e por fim se conclui que estas abordagens contribuem de forma significativa para a integração de novos saberes.

## 6 REFERÊNCIAS

BICUDO, Maria Aparecida Virginia; ESPOSITO, Vitória Helena Cunha (org.). **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Marcelo Godoy. **Informática e educação matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS George. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BORBA, M. C; VILARREAL, M. E. *Humans-With-Media and Reorganization of Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. v. 39.

COSTA, Dailson Evangelista; GONÇALVES, Tadeu Oliver; MARIANO, Wagner dos Santos. **Construção e Desenvolvimento de Sequência Didática Investigativa (SDI): bases teóricas e metodológicas**. Paradigma, Maracay, XLV, n. 2, jul. 2024.

COSTA, Dailson; GONÇALVES, Tadeu; MARIANO, Wagner. **Processos de Construção e Desenvolvimento de Sequência Didática Investigativa na Formação de Professores que Ensinam Matemática**. Revista de Educação Pública, v. 33, p. 641-668, jan./dez. 2024.

FARIAS, Conceição Bandão de Lourdes; ALVES Evanilson Landim. **O ensino da função afim com o auxílio do software geogebra**. Encontro Nacional de Educação Matemática - XI ENEM; Curitiba/PR de 18 a 12 de julho de 2013. Disponível em: [https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1905\\_1672\\_ID.pdf](https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1905_1672_ID.pdf). Acesso em: 01 de março de 2025.

FELCHER, Carla Denize Ott. **O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2021.

FERREIRA, Rodrigo dos Santos. **Função exponencial e geogebra: um estudo sobre abordagens e tarefas para o ensino médio**, 2021. 153f. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal do Oeste da Bahia, Barreiras, 2021.

FIGUEIREDO, Sonner Arfux de. **Atividades práticas integradas ao componente curricular: o software geogebra no ensino de funções trigonométricas**. Encontro Nacional de Educação Matemática - XI ENEM; Curitiba/PR 18 a 12 de julho de 2013. Disponível em: [https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1499\\_1042\\_ID.pdf](https://www.sbemrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1499_1042_ID.pdf). Acesso em: 01 de março de 2025.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. (Coleção formação de professores).

FIORENTINI, Dario; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs.). 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

FREITAS, Jean Carlos Costa; MEIRA, Janeise de Lima. **O uso do software geogebra na construção de gráficos de função exponencial**. Encontro Nacional de Educação Matemática - XIII ENEM; Cuiabá/MT de 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em:

<https://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>. Acesso em: 01 de março de 2025.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002.

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Papirus Editora, 2003.

LIBÂNIO, José C. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2017.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

MALTEMPI, Marcos Vinícios. **Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente**. Acta Scientiae, Canoas, v. 10, n. 1, p. 59-67, jan./jun. 2008.

MALTEMPI, Marcos Vinicius; FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho. **Intradisciplinaridade Matemática com GeoGebra na Matemática Escolar**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 63, p. 348-367, abr. 2019.

REGIS, Carlos Alberto. **Ensino de funções trigonométricas: as potencialidades de ensino com o Geogebra**. Encontro Nacional de Educação Matemática - XIV ENEM; Edição virtual de 11 a 15 de julho de 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484299-ensino-de-funcoes-trigonometricas--as-potencialidades-de-ensino-com-o-geogebra>. Acesso em: 07 de fevereiro de 2025.

SCALDELAI, Dirceu. O software GeoGebra. In: BASNIAK, Maria Ivete; ESTEVAM, Everton José Goldoni (orgs.). **O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica**. Curitiba: Ithala, 2014

URDANETA, Stephanie Chiquinquirá Diaz. **Compreensões sobre os objetos de aprendizagem elaborados com o geogebra a partir de um mapeamento crítico em algumas fontes de pesquisa latino-americanas**. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado) - Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

## 7 APENDECII - REFLEXÕES SOBRE A SDI

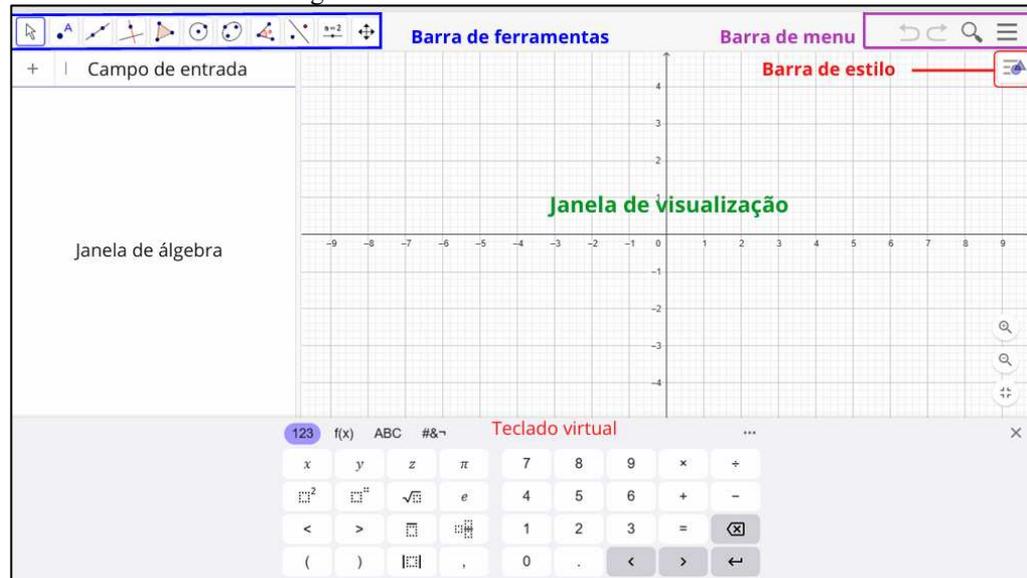
### Estrutura e organização da SDI

- **Tema Geral:** Estudo da Função Exponencial com o Software GeoGebra
- **Objetivo Geral:** Compreender características do uso do GeoGebra no ensino e aprendizagem das funções exponenciais a partir da análise de seus gráficos.
- **Componente curricular:** Matemática
- **Unidade temática:** Números e álgebra
- **Objetos de conhecimento:**
  - Função exponencial;
  - Desenvolvimento do pensamento algébrico.
- **Ano/ Série:** Ensino Médio
- **Recursos didáticos:** Quadro branco, pincel, apagador, notebook, datashow, computadores, smartphones.
- **Tempo didático:** 50 min por atividade (6 atividades)
- **Observações:** A construção desta SDI tem como objetivo a análise do uso do Software GeoGebra no estudo da função exponencial, as atividades e tarefas foram elaboradas para o estudo dos conceitos atribuídos ao objeto matemático citado, e análise dos gráficos construídos no Software.

### 7.1 Atividade 1: Apresentação do Software GeoGebra

- **Objetivos:** Apresentar o Software e suas ferramentas aos alunos.
- **Nota:** Para a realização desta atividade é necessário que os alunos tenham em sua disposição computadores ou smartphones e acesso à internet, para que possam utilizar o GeoGebra.
- **Tarefa 1:** Reconhecimento do Software GeoGebra.

Figura 25: Interface do GeoGebra



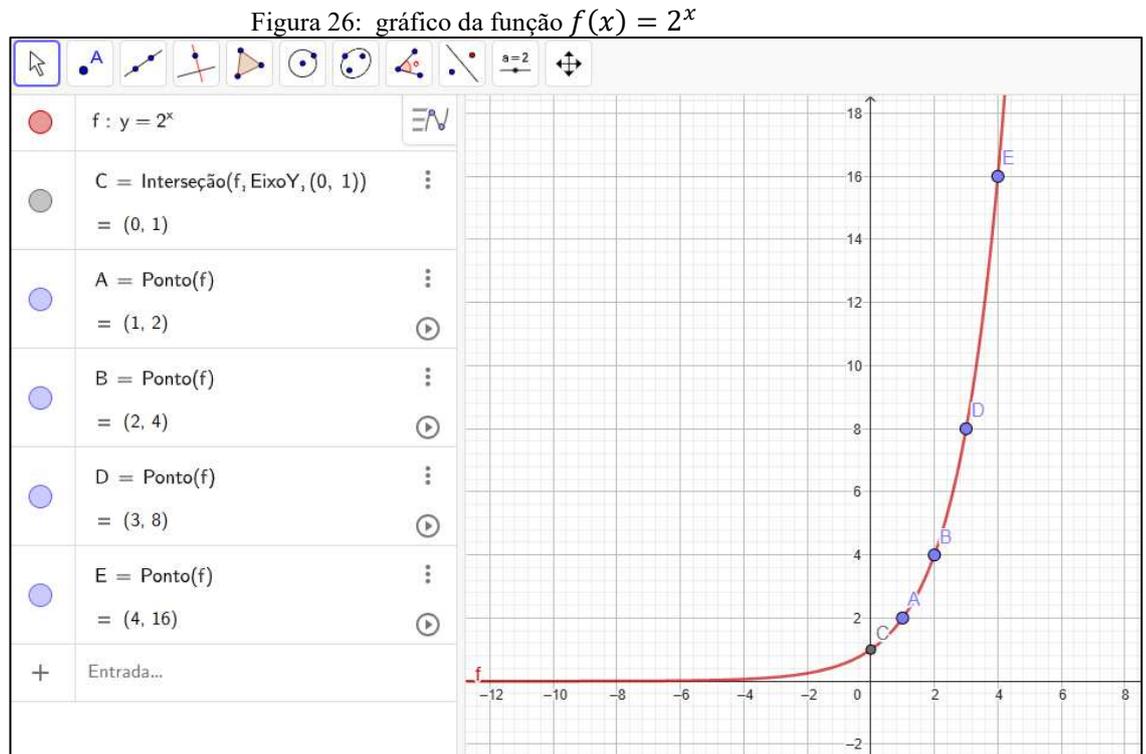
Fonte: Autora (2025)

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) Quais elementos podem ser notados na interface apresentada do GeoGebra?	Barra de ferramentas, barra de menu, de estilo, campo de entrada, janela de álgebra, janela de visualização e teclado virtual.
b) Qual função se atribui ao campo de entrada?	No campo de entrada digitam-se as fórmulas e comandos para obter resultados e gráficos no GeoGebra
c) O que é a janela algébrica?	É onde ficam os resultados dos comandos, como os pontos dos gráficos por exemplo.
e) Que outras ferramentas foram apresentadas?	Pela barra de menu conheceram-se outras ferramentas e calculadoras do GeoGebra, por exemplo nas 'disposições' encontram-se a janela 3D, planilha de cálculo, gráfico, probabilidade, entre outros.
f) Cite alguns objetos matemáticos que podem ser trabalhados usando o GeoGebra?	Pode-se citar objetos matemáticos como funções, geometria plana e espacial, construção de tabelas, localizar coordenadas no plano, matrizes, entre outros.

## 7.2 Atividade 2: Construção do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$

- **Objetivos:** Apresentar os passos da construção do gráfico da função exponencial no GeoGebra.

- **Nota:** A princípio a professora irá perguntar aos alunos a característica do gráfico da função exponencial. Após as respostas dos alunos, a professora apresentará a construção do gráfico e tabela de valores no Software.
- **Tarefa 1:** Construir o gráfico da função  $f$  cuja lei é  $y = 2^x$ .



Fonte: Autora (2025)

Figura 27: Tabela de valores atribuídos a x

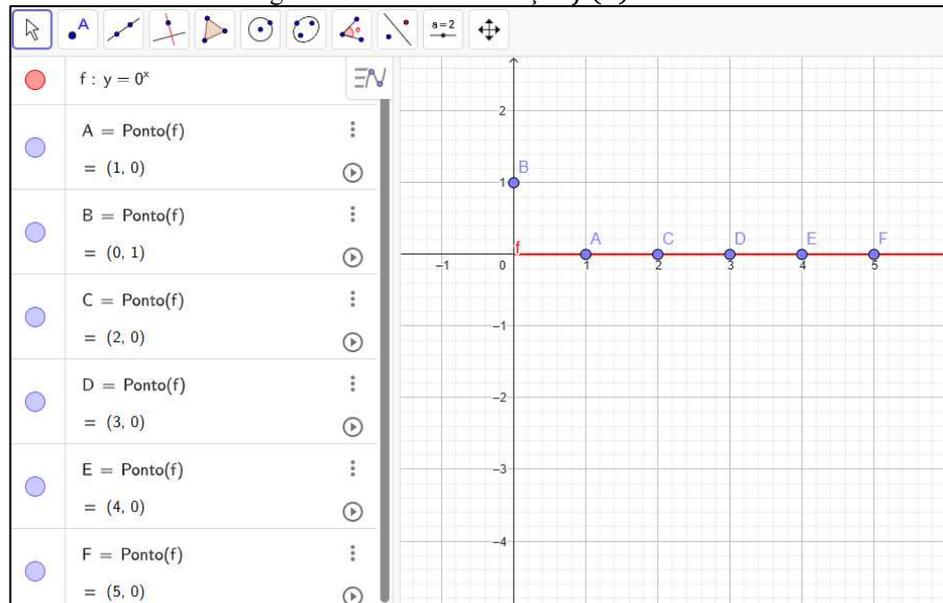
	x	f(x)
Algebra	0	1
Argumentos	2	4
Tabela	3	8
	4	16
Matriz de Símbolos	5	32

Fonte: Autora (2025)

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) Quais as características do gráfico da função exponencial apresentada?	A função tem uma forma curva, não toca o eixo x, e quanto maior o valor de x, maior também será o valor de y.
b) Quais passos foram seguidos para a construção do gráfico da função no GeoGebra?	Primeiro digitou-se no campo de entrada a função desejada, em seguida observa-se na janela de visualização o gráfico gerado pela função.
c) Para que serve a tabela de valores?	A tabela de valores serve para atribuição de valores a x, onde é gerado através da lei da função o valor de y que aparece na coluna f(x), nela podemos visualizar os valores de y de acordo com x. E, com isso também se geram pontos no gráfico da função.

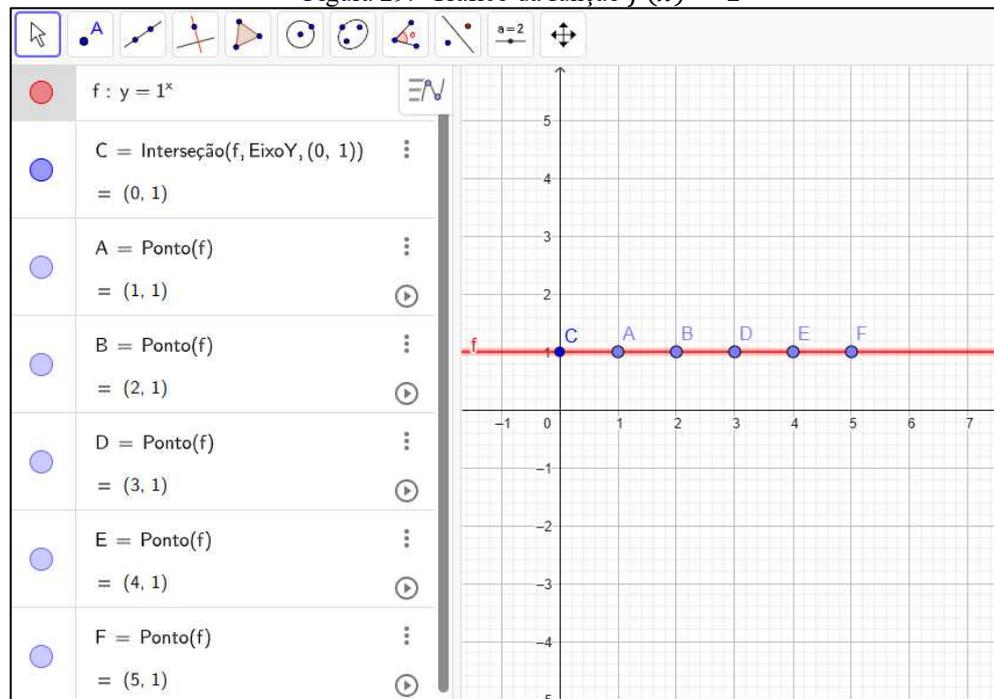
### 7.3 Atividade 3: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $a=0$ e quando $a=1$ .

- **Objetivos:** Analisar o gráfico da função exponencial quando a base é igual a zero e o expoente é maior que zero ( $x > 0$ ).
- **Nota:** Para o início desta atividade a professora questionará os alunos sobre o que acontece com o gráfico da função exponencial quando a base da função é 0 e seu expoente for positivo e, como seria o gráfico da função se a base **a** for 1, para todo  $x \in \mathbb{R}$ . Após as respostas dos alunos a professora dará início a atividade proposta.
- **Tarefa 1:** Construir e analisar o gráfico da função  $f(x) = 0^x$  no GeoGebra.

Figura 28: Gráfico da função  $f(x) = 0^x$ 

Fonte: Autora (2025)

- **Tarefa 2:** Construir e analisar o gráfico da função  $f(x) = 1^x$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ , no GeoGebra.

Figura 29: Gráfico da função  $f(x) = 1^x$ 

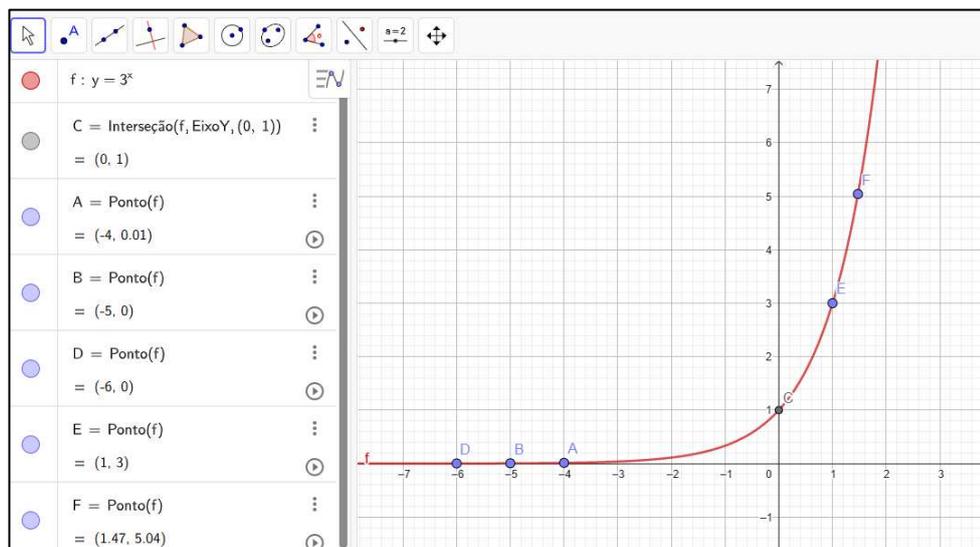
Fonte: Autora (2025)

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) Quais características os gráficos das funções $f(x) = 0^x$ e $f(x) = 1^x$ ?	Os gráficos não são curvos, são 'linhas', e os valores de y não mudam quando se alteram os valores de x.
b) Como podemos denominar estas funções?	Que os gráficos delas não mudam, são constantes.
c) O que aconteceria se $x < 0$ ou $x = 0$ ?	Não são definidos no conjunto dos reais.

#### 7.4 Atividade 4: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $a > 1$

- **Objetivos:** construir e analisar o gráfico de uma função exponencial  $f(x) = a^x$  com  $a > 1$  no GeoGebra.
- **Nota:** Inicialmente, a professora perguntará aos alunos como seria o gráfico de uma função exponencial com a base maior que 1. Em seguida fará juntamente aos alunos um exemplo no GeoGebra da construção do gráfico de uma função com  $a > 1$ . Após isso os alunos farão a construção de um gráfico atribuindo valores de suas escolhas para  $a$  e  $x$  (Tarefa 2).
- **Tarefa 1:** Construir e analisar no GeoGebra o gráfico da função  $f(x) = 3^x$

Figura 30: Gráfico da função  $f(x) = 3^x$ .



Fonte: Autora (2025)

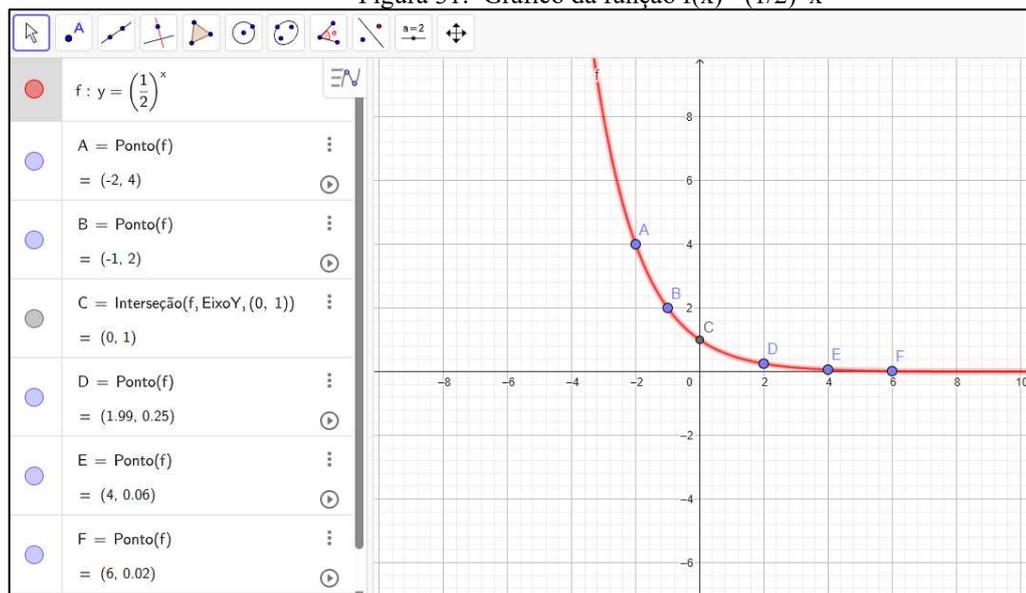
- **Tarefa 2:** Construir e analisar no GeoGebra.o gráfico de função exponencial  $g(x) = a^x$ , com  $a > 0$  e  $x > 0$ .

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) Quais as semelhanças entre os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$ ?	Tem formas parecidas, e vão na mesma direção.
b) Os gráficos construídos são crescentes ou decrescentes?	Os gráficos são crescentes, pois quanto maior o valor de $x$ , maior é o valor de $y$ .
c) Se $a > 1$ e $x > 0$ a função $f(x) = a^x$ é crescente?	Sim, pois como $a > 1$ a função não será constante, e com $x > 0$ pode-se ver que o gráfico crescerá como nos exemplos.

### 7.5 Atividade 5: Estudo do gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ quando $0 < a < 1$

- **Objetivos:** construir e analisar o gráfico de uma função  $f(x) = a^x$  exponencial com  $0 < a < 1$  no GeoGebra.
- **Nota:** Inicialmente, a professora perguntará aos alunos como seria o gráfico de uma função exponencial com a base maior que 1. Em seguida fará juntamente aos alunos um exemplo no GeoGebra da construção do gráfico de uma função com  $0 < a < 1$ . Após isso os alunos farão a construção de um gráfico atribuindo valores de suas escolhas para  $a$  e  $x$  (Tarefa 2).
- **Tarefa 1:** Dada a função  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , construir e analisar seu gráfico no GeoGebra.

Figura 31: Gráfico da função  $f(x) = (1/2)^x$



Fonte: Autora (2025)

- **Tarefa 2:** Construir e analisar o gráfico de função  $g(x) = \left(\frac{1}{b}\right)^x$  no GeoGebra atribuindo valores a  $b$  e  $x$ , com  $b \geq 1$  e  $x > 0$ .

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) Quais as semelhanças entre os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$ ?	Os gráficos têm formas semelhante, e estão indo pra baixo.
b) Os gráficos construídos são crescentes ou decrescentes?	Os gráficos são crescentes, pois quanto maior o valor de $x$ , maior é o valor de $y$ .
c) Se $0 < a < 1$ , logo $a^x$ está cada vez mais próximo de zero, isto significa que $y$ terá valores positivos cada vez menores?	Como a base está entre 0 e 1, então o gráfico dessa função exponencial é decrescente, isso significa quanto maiores os valores atribuídos a $x$ menores serão os valores de $y$ .

### 7.6 Atividade 6: Análise geral das características dos gráficos das funções exponenciais construídos no GeoGebra

- **Objetivos:** Construir e analisar gráficos da função exponencial e suas características a partir dos conhecimentos adquiridos mediante a realização das atividades anteriores utilizando o Software GeoGebra.
- **Tarefa 1:** Construir os gráficos no GeoGebra das seguintes funções:  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,  $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ,  $h(x) = 2^x$ ,  $j(x) = 9^x$ ,  $k(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ ,  $m(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $n(x) = 1^x$ .

Figura 32: Gráficos das funções  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ ,  $j(x)$ ,  $k(x)$ ,  $m(x)$ ,  $n(x)$ .



Fonte: Autora (2025)

Perguntas investigativas:	Respostas Esperadas
a) O que os gráficos destas funções têm em comum?	Todos os gráficos se “encontram” num mesmo ponto, o ponto (1,0) e todos estão acima do eixo x.
b) O que se pode concluir ao analisar os gráficos das funções $f(x)$ , $g(x)$ , $k(x)$ e $m(x)$ ?	Que esses gráficos são decrescentes e suas bases estão entre 0 e 1.
c) O que se pode concluir ao analisar os gráficos das funções $h(x)$ , $j(x)$ e $n(x)$ ?	Seus gráficos das funções $h(x)$ e $j(x)$ e são crescentes, e suas bases são maiores ou iguais a 1. Já o gráfico da função $n(x)$ é constante e $y$ sempre é igual a 1 para todo $x > 0$ .
d) Os gráficos da função exponencial $p(x) = a^x$ sempre será acima do eixo x?	A função $p(x)$ é uma função exponencial, e seu gráfico se aproxima do eixo x mas nunca o toca.
f) Todos os gráficos passam pelo ponto (0,1)?	Todos os gráficos da função exponencial da forma $f(x) = a^x$ , onde $a > 0$ e $a \neq 1$ , passam pelo ponto (0,1).
g) Qual é a característica do gráfico de uma função exponencial decrescente?	O gráfico de uma função exponencial decrescente é uma curva que diminui rapidamente à medida que x aumenta.
h) Qual é a característica do gráfico de uma função exponencial crescente?	O gráfico de uma função exponencial crescente é uma curva que aumenta rapidamente à medida que x aumenta.