

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

**FRANCISCO QUEIROZ NETO**

**MODELOS DE CÁLCULO DE ANÁLISE ESTRUTURAL: ESTUDO DE  
CASO PARA UM EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO**

São Luís

2017

**FRANCISCO QUEIROZ NETO**

**MODELOS DE CÁLCULO DE ANÁLISE ESTRUTURAL: ESTUDO DE  
CASO PARA UM EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Me. Clodoaldo César Malheiros Ferreira.

São Luís

2017

**FRANCISCO QUEIROZ NETO**

**MODELOS DE CÁLCULO DE ANÁLISE ESTRUTURAL: ESTUDO DE CASO  
PARA UM EDIFÍCIO EM CONCRETO ARMADO.**

**Monografia apresentada ao curso de Engenharia Civil da Universidade Estadual do  
Maranhão, para obtenção do grau de Bacharelado em Engenharia Civil.**

**Aprovada em:**        /        /

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Me. Clodoaldo César Malheiros Ferreira (Orientador)**

**Universidade Estadual do Maranhão - UEMA**

---

**Prof. Dr. Eduardo Aurélio Barros Aguiar**  
**Universidade Estadual do Maranhão – UEMA**

---

**Prof. Esp. José Tadeu Moura Serra**  
**Universidade Estadual do Maranhão – UEMA**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus pela força para superar as dificuldades e pela energia necessária para superar meus limites.

A minha avó por todo esforço e apoio, por ser um exemplo de vida para mim e que nunca me deixou desistir mesmo nos momentos mais difíceis desde o início desta longa jornada.

Aos meus pais por todo o incentivo, apoio, amor e carinho.

A todos os meus familiares por acreditarem em mim e por todo apoio que me deram.

Aos professores, em especial ao professor Clodoaldo Cesar Malheiros Ferreira, e a todos os colegas de sala pelos ensinamentos, por compartilhar momentos inesquecíveis e por me ajudarem a chegar até aqui.

*“Muitos dos fracassos desta vida estão concentrados nas pessoas que desistiram por não saberem que estavam muito perto da linha de chegada”.*

**Thomas Edison**

## RESUMO

A análise estrutural é utilizada na determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos nas estruturas. Neste trabalho o esforço analisado foi o momento fletor em vigas. O principal objetivo foi fazer comparações entre os resultados dos momentos fletores obtidos pelos diferentes modelos estruturais. Foi utilizado o modelo de vigas contínuas, modelo de pórticos planos, modelo de pórtico espacial sem lajes e modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas. Com exceção do modelo que utiliza o método dos elementos finitos, a parcela da carga nas vigas correspondentes as reações de apoio das lajes foram obtidas pelo método das charneiras plásticas. Foi utilizado um edifício comercial de 4 pavimentos iguais, sendo analisado apenas as cargas verticais que atuam no pavimento tipo utilizando o software SAP2000. Os carregamentos foram utilizados de acordo com a NBR 6120 e as propriedades do concreto estão de acordo com a NBR 6118.

Palavras-chaves: Análise estrutural, Modelos estruturais, Comparações, Momento fletor.

## **ABSTRACT**

Structural analysis is used to determine the stresses and displacements in the structures. In this work the analyzed effort was the bending moment in beams. The main objective was to make comparisons between the results of the bending moments obtained by the different structural models. It was used the continuous beam model, flat portico model, unpaved space gantry model and space portico model with finite plate elements. With the exception of the model that uses the finite element method, the portion of the load in the corresponding beams the support reactions of the slabs were obtained by the method of plastic hinges. A commercial building of 4 equal floors was used, and only the vertical loads acting on the pavement type using SAP2000 software were analyzed. The loads were used in accordance with NBR 6120 and the concrete properties are in accordance with NBR 6118.

Key-words: Structural analysis, Structural models, Comparisons, Bending moment.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Lajes planas.....	20
<b>Figura 2</b> – Alguns subsistemas verticais.....	21
<b>Figura 3</b> – Estrutura real e o seu modelo estrutural.....	23
<b>Figura 4</b> – modelo de vigas contínuas.....	24
<b>Figura 5</b> – Modelo viga + pilares.....	25
<b>Figura 6</b> – modelo grelha somente de vigas.....	26
<b>Figura 7</b> – Barra de grelha.....	27
<b>Figura 8</b> – Modelo de grelha de vigas e lajes.....	28
<b>Figura 9</b> – Modelo de pórticos planos.....	29
<b>Figura 10</b> – Subdivisão em pórticos menores.....	30
<b>Figura 11</b> – Modelo de pórticos espaciais.....	31
<b>Figura 12</b> – Barra de pórtico espacial.....	32
<b>Figura 13</b> – Método dos elementos finitos.....	33
<b>Figura 14</b> – Combinações de modelos estruturais.....	34
<b>Figura 15</b> – Evolução dos modelos estruturais.....	35
<b>Figura 16</b> – Trechos rígidos.....	36
<b>Figura 17</b> – Trecho rígido visto em planta.....	37
<b>Figura 18</b> – Trecho rígido na mudança de eixo de pilares.....	37
<b>Figura 19</b> – Empuxo permanente.....	39
<b>Figura 20</b> – Retração.....	40
<b>Figura 21</b> – Fluência do concreto.....	40

<b>Figura 22</b> – Imperfeição geométrica global.....	41
<b>Figura 23</b> – Imperfeição geométrica local.....	42
<b>Figura 24</b> – Protensão.....	42
<b>Figura 25</b> – Planta baixa do pavimento tipo.....	45
<b>Figura 26</b> – Planta de forma do pavimento tipo.....	46
<b>Figura 27</b> – Legendas da planta de forma do pavimento tipo.....	47
<b>Figura 28</b> – Corte na região da escada.....	52
<b>Figura 29</b> – Ações na escada.....	54
<b>Figura 30</b> – Reações de apoio na laje da escada .....	54
<b>Figura 31</b> – Linhas de ruptura.....	55
<b>Figura 32</b> – viga contínua V1 (SAP 2000) .....	57
<b>Figura 33</b> – viga contínua V2 (SAP 2000) .....	57
<b>Figura 34</b> – viga contínua V3 (SAP 2000) .....	58
<b>Figura 35</b> – viga contínua V4 = V5 (SAP 2000) .....	58
<b>Figura 36</b> – viga contínua V6 = V11 (SAP 2000) .....	59
<b>Figura 37</b> – viga contínua V7 = V10 (SAP 2000) .....	59
<b>Figura 38</b> – viga contínua V8 = V9 (SAP 2000) .....	60
<b>Figura 39</b> – viga contínua V12 (SAP 2000) .....	60
<b>Figura 40</b> – Pórtico plano 1: P1+P2+P3+P4+P5+V1 (SAP 2000) .....	61
<b>Figura 41</b> – Pórtico plano 2: P7+P8+P9+P10+V2 (SAP 2000).....	62
<b>Figura 42</b> – Pórtico plano 3: P12+P13+P14+P15+P16+P17+V3+V12 (SAP 2000).....	63
<b>Figura 43</b> – Pórtico plano 4 : P18+P19+V4 = Pórtico plano 5: P20+P21+V5 (SAP 2000)....	64

<b>Figura 44</b> – Pórtico plano 6 : $P1+P6+P12+P18+V6 =$ Pórtico plano 11: $P5+P11+P17+P21+V11$ (SAP 2000).....	65
<b>Figura 45</b> – Pórtico plano 7 : $P2+P7+P13+P19+V7 =$ Pórtico plano 10: $P4+P10+P16+P20+V10$ (SAP 2000).....	66
<b>Figura 46</b> – Pórtico plano 8 : $P8+P14+V8 =$ Pórtico plano 9: $P9+P15+V9$ (SAP 2000).....	67
<b>Figura 47</b> – Pórtico espacial sem lajes (SAP 2000).....	68
<b>Figura 48</b> – Pórtico espacial com lajes discretizadas em elementos finitos de placas (SAP 2000).....	69
<b>Tabela 1</b> – Valores mínimos das cargas verticais.....	49
<b>Tabela 2</b> – Peso específico aparente dos materiais.....	50

## SUMÁRIO

<b>1.INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>1.1 Objetivos</b> .....	13
1.1.1 Objetivo geral.....	13
1.1.2 Objetivos específicos.....	13
<b>1.2 Justificativa</b> .....	14
<b>1.3 Metodologia do trabalho</b> .....	15
<b>1.4 Limitações do estudo</b> .....	15
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	16
<b>2.1 Análise estrutural</b> .....	16
2.1.1 Sistema estrutural – integridade e subdivisão.....	16
2.1.2 Projeto estrutural.....	17
2.1.3 Elementos estruturais.....	18
2.1.4 Arranjo estrutural.....	18
2.1.5 Subsistemas horizontais.....	20
2.1.6 Subsistemas verticais.....	21
<b>2.2 Modelos estruturais</b> .....	22
2.2.1 Modelo de vigas contínuas .....	24
2.2.2 Modelo viga + pilares (pórtico H) .....	25
2.2.3 Modelo grelha somente de vigas.....	26
2.2.4 Modelo de grelha de vigas e lajes.....	27
2.2.5 Pórticos planos.....	29
2.2.6 Modelo de pórticos espaciais.....	31
2.2.7 Elementos finitos.....	32
<b>2.4 Combinações de modelos estruturais</b> .....	33
<b>2.5 O modelo “ideal”</b> .....	34
<b>2.6 Trechos rígidos</b> .....	36
<b>2.7 Ações atuantes na estrutura</b> .....	38
2.7.1 Ações permanentes.....	38

2.7.2 Ações variáveis.....	43
<b>3 ESTUDO DE CASO.....</b>	<b>44</b>
<b>3.1 Pavimento tipo.....</b>	<b>44</b>
<b>3.2 Carregamentos.....</b>	<b>49</b>
3.2.1 Peso próprio.....	49
3.2.2 Sobrecarga de uso da construção.....	49
3.2.3 Cargas de paredes.....	50
3.2.4 Cargas na escada.....	52
<b>4 MODELAGEM.....</b>	<b>55</b>
<b>4.1 Vigas contínuas.....</b>	<b>56</b>
<b>4.2 Pórticos planos.....</b>	<b>61</b>
<b>4.3 Pórtico espacial sem lajes.....</b>	<b>68</b>
<b>4.4 Pórtico espacial com elementos finitos de placas.....</b>	<b>69</b>
<b>5 RESULTADOS.....</b>	<b>70</b>
<b>6 CONCLUSÃO.....</b>	<b>83</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>84</b>

## 1.INTRODUÇÃO

A estrutura de um edifício tem como principal função resistir às ações que nela atuam, além de oferecer um caminho por onde essas ações serão transmitidas até o solo.

A análise estrutural pode ser entendida como a parte mais importante de um projeto estrutural, já que é por meio dela que podemos determinar os esforços e deslocamentos nos diversos elementos que compõem uma estrutura utilizando modelos estruturais que buscam representar uma estrutura real.

Para utilização de um modelo estrutural é necessário idealizar as ações que atuam na estrutura, os materiais constituintes, as ligações entre os elementos e a forma como a estrutura se comporta frente às ações.

Estes modelos estruturais evoluíram muito ao longo dos últimos anos. Anteriormente, quando não se dispunha de programas computacionais, o modelo utilizado admitia hipóteses simplificadoras que permitiam a realização de cálculos manuais.

Hoje em dia, devido os avanços no desenvolvimento de softwares de análise estrutural, é possível analisar globalmente a estrutura, ou seja, considera-se a interação entre os diversos elementos que representam as vigas e pilares no espaço, podendo calcular a laje pelo método dos elementos finitos ou utilizando o modelo de grelhas para vigas e lajes. Além disso, considera-se a estrutura submetida simultaneamente a ações verticais e horizontais.

## **1.1 Objetivo**

### 1.1.1 Objetivo Geral

Analisar a estrutura de um edifício comercial de quatro pavimentos através de diversos modelos estruturais, comparando os resultados apresentados.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Estudo dos diversos modelos estruturais para determinar os esforços solicitantes usados no dimensionamento, além de comparar os resultados para os modelos utilizados;
- Calcular os carregamentos acidentais e permanentes de um edifício a partir da NBR 6120 (1980);
- Modelagem da estrutura por meio do software SAP 2000;
- Analisar os momentos fletores obtidos em todas as vigas do pavimento tipo;
- Comparar a eficiência de cada modelo estrutural.

## 1.2 Justificativa

Em muitos projetos de estruturas a análise estrutural não recebe a atenção que merece e o cuidado necessário na interpretação dos resultados obtidos por softwares.

Utilizar o modelo estrutural adequado para o tipo de estrutura real analisada é fundamental para obter esforços e deslocamentos mais precisos.

Portanto, o engenheiro de estruturas precisa conhecer os diversos modelos estruturais existentes, os critérios para utilizá-los e as hipóteses adotadas em cada um. Só assim poderá adotar aquele modelo que se aproxime do comportamento mais realista possível da estrutura a ser analisada.

### **1.3 Metodologia do trabalho**

Neste trabalho será comparado os esforços solicitantes obtidos para diversos modelo estruturais de um edifício em concreto armado. Esses esforços serão os momentos fletores em vigas. O pavimento tipo será modelo várias vezes, segundo o modelo adotado.

### **1.4 Limitações do estudo**

Visando comparar os diversos modelos estruturais, será feitas algumas simplificações como desconsiderar a não linearidade geométrica e física, a análise será considerada em estrutura de nós fixos e desconsiderados os esforços globais de segunda ordem. A estrutura será analisada apenas para ações verticais devido a incapacidade de alguns modelos serem analisados para ações horizontais. Apesar de utilizar diferentes métodos para representar a laje, não foram verificados os esforços gerados nas mesmas. Além disso, todos os pavimentos foram considerados iguais, apenas no térreo não há lajes.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Análise estrutural

Para Martha (2007, p. 1):

**A análise estrutural é a fase do projeto estrutural em que é feita a idealização do comportamento da estrutura. Esse comportamento pode ser expresso por diversos parâmetros, tais como pelos campos de tensões, deformações e deslocamentos na estrutura. De uma maneira geral, a análise estrutural tem como objetivo a determinação de esforços internos e externos (cargas e reações de apoio), e das correspondentes tensões, bem como a determinação dos deslocamentos e correspondentes deformações da estrutura que está sendo projetada.**

Segundo KIMURA (2007), a análise estrutural tem como objetivo a determinação e avaliação do desempenho da estrutura mediante ações que são aplicadas na estrutura, ou seja, visa obter os deslocamentos e esforços que devem ser resistidos pelos elementos estruturais.

É fundamental realizar a análise de estruturas de forma correta, afinal dela depende o correto dimensionamento e detalhamento estrutural.

Devido o projeto estrutural ter como resultado o dimensionamento e detalhamento de armaduras, a análise estrutural acaba sendo esquecida, sendo que de nada vale o projeto se não for entendido de forma correta como a estrutura se comporta.

Segundo Kimura (2007, p. 113):

**Quando surgirem problemas nas armações dimensionadas em um sistema computacional como por exemplo um lance de pilar ficar com uma taxa de armadura incoerente, é quase certo que o porquê dessa ocorrência será encontrado na análise estrutural do edifício. Nesse caso, é necessário reavaliar a distribuição dos esforços, e não tentar "consertar" o problema apenas focando o dimensionamento em si.**

#### 2.1.1 Sistema estrutural – integridade e subdivisão

Segundo Corrêa (1991), o sistema estrutural de uma edificação constitui um conjunto tridimensional complexo em que entender o seu comportamento é uma tarefa difícil.

Surgem então maneiras de facilitar a análise estrutural de uma estrutura subdividindo-a em subsistemas estruturais planos ou em elementos lineares.

Algumas vezes essas divisões em subsistemas são feitas de forma simples, visto que a divisão física entre os elementos pode ser evidente, já em outros casos essa divisão é mais complexa.

Neste último caso, o engenheiro de estruturas deve se basear na teoria de estruturas para encaixar um determinado subsistema em um modelo de cálculo existente, verificando as conexões com outros subsistemas e identificando variáveis importantes no fenômeno.

Ainda para Corrêa (1991), devido o avanço no conhecimento da engenharia de estruturas, hoje em dia já se identificou diversos subsistemas básicos e a interação entre eles. Com o surgimento dos microcomputadores e o desenvolvimento de métodos numéricos, os modelos de cálculo têm se aperfeiçoado cada vez mais.

### 2.1.2 Projeto estrutural

Para Corrêa (1991, p. 9):

**A escolha de um sistema estrutural adequado para um determinado edifício não é tarefa simples e envolve decisões extremamente importantes sobre inúmeros aspectos tais como:**

- conciliar o sistema estrutural com a funcionalidade do edifício;**
- selecionar as ações importantes;**
- definir a natureza dos carregamentos (estáticos ou dinâmicos);**
- eleger os materiais a serem utilizados;**
- escolher e arranjar de maneira eficiente os elementos estruturais.**

Estas características se relacionam entre si tornando a problemática ainda mais complexa, além disso, o projeto estrutural inicial sofre modificações devido os resultados da análise estrutural possibilitar interferências.

### 2.1.3 Elementos estruturais

Segundo Fontes (2005), os elementos estruturais são as diferentes partes em que se divide uma estrutura de modo que sejam utilizadas em uma teoria de cálculo. A classificação dos elementos estruturais segundo sua geometria é feita comparando as dimensões do elemento.

Os elementos lineares são aqueles em que o comprimento longitudinal é maior em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal (NBR 6118, item 14.4.1), chamados “barras”. Os exemplos são as vigas e os pilares. Podem ser representados por seus eixos longitudinais e seus comprimentos são limitados pelo centro de seus apoios ou por coincidir com os eixos de outros elementos.

Os elementos bidimensionais são aqueles onde a espessura é pequena comparada às outras duas dimensões (NBR 6118, item 14.4.2). Os exemplos são as lajes e os pilares-parede. Se a superfície é plana chama-se placa ou chapa.

A diferença é que placa tem o carregamento perpendicular ao plano da superfície, enquanto a chapa tem o carregamento contido no plano da superfície.

Quando a superfície é curva o elemento é chamado casca. “Placas com espessura maior que 1/3 do vão devem ser estudadas como placas espessas.” (NBR 6118, item 14.4.2.1).

Os elementos tridimensionais são aqueles em que as três dimensões possuem a mesma ordem de grandeza. Entre os mais comuns estão blocos de coroamento, sapatas e consolos.

### 2.1.4 Arranjo estrutural

Conforme Corrêa (1991), tarefa que requer extremo cuidado é a escolha e arranjo dos diversos elementos estruturais que irão compor a estrutura de uma edificação.

Na concepção estrutural é necessário decidir se algumas partes da construção como a alvenaria, irão exercer função estrutural ou apenas função de vedação. Se o tipo de alvenaria escolhida for de vedação, com função apenas de fechar e delimitar espaço, esta irá carregar a estrutura como um agente externo. Assim, a interação entre alvenaria e a estrutura

forneem uma reserva de segurança contribuindo para o enrijecimento de subsistemas verticais para transmitir ações horizontais para o solo.

Outro aspecto importante do arranjo estrutural é a hierarquia. Determinados componentes da estrutura, como uma treliça de cobertura por exemplo, acaba tendo menos influência na transmissão de cargas horizontais do que um pórtico necessário para contraventamento. Portanto, é comum desconsiderar essa treliça de cobertura na análise global da estrutura frente a cargas horizontais, além de simplificar o modelo de cálculo. É importante notar que a treliça deve ser calculada isoladamente inclusive considerando o efeito de cargas horizontais sobre ela, apoiando em outros elementos.

As cargas que atuam no edifício são determinantes para encontrar o arranjo estrutural mais conveniente, já que este tem a função de resistir e transmitir essas cargas ao solo por uma trajetória segura.

Os subsistemas horizontais tem a função de resistir às cargas verticais e transmiti-las aos subsistemas verticais, além de conectar os subsistemas verticais e funcionar como diafragma. Já os subsistemas verticais recebem essas cargas verticais e também resistem às cargas horizontais, transmitindo ambas para o solo.

Quanto maior a altura de uma edificação, maior as cargas horizontais e verticais que atuam sobre esta. Existem algumas formas de aumentar a resistência de um sistema estrutural, entre elas pode-se aumentar a seção transversal dos elementos, reduzir os vãos ou criar ligações entre os diversos elementos.

Para obter um arranjo estrutural eficiente é primordial idealizar as ligações entre os elementos estruturais de forma correta. Um dos fatores que influenciam nisso é garantir que as ligações ocorram em número suficiente para não haver mecanismos. O segundo fator de grande relevância é possibilidade de executar essas ligações e que estas representem exatamente como será na realidade.

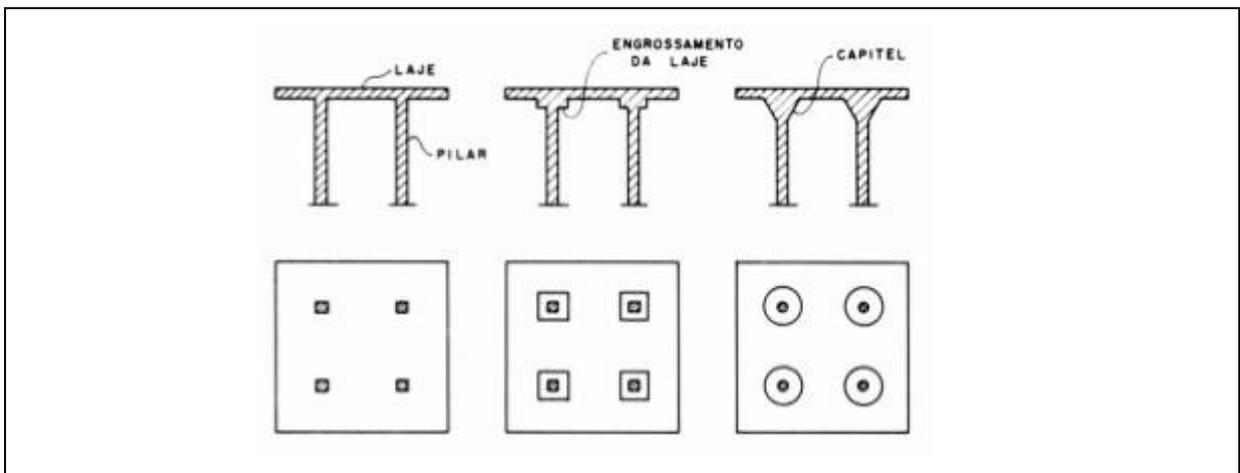
Caso o segundo fator não seja levado em consideração o modelo de cálculo utilizado pode divergir da estrutura real, colocando em risco todo o projeto estrutural.

### 2.1.5 Subsistemas horizontais

Para Corrêa (1991), os subsistemas horizontais têm como função receber e resistir às cargas verticais transmitindo-as para os elementos verticais, sendo os esforços atuantes predominantemente de flexão. Outra importante função é a distribuição das ações laterais entre os diversos subsistemas verticais resistentes, funcionando como diafragma.

Existem diversas concepções geométricas para esses subsistemas, uma concepção simples seria representar lajes por placas, que recebem as cargas verticais e transmitem diretamente para os pilares. Geralmente a ligação entre placas e pilares apresenta acréscimo de material para aumentar a resistência.

**Figura 1** – Lajes planas



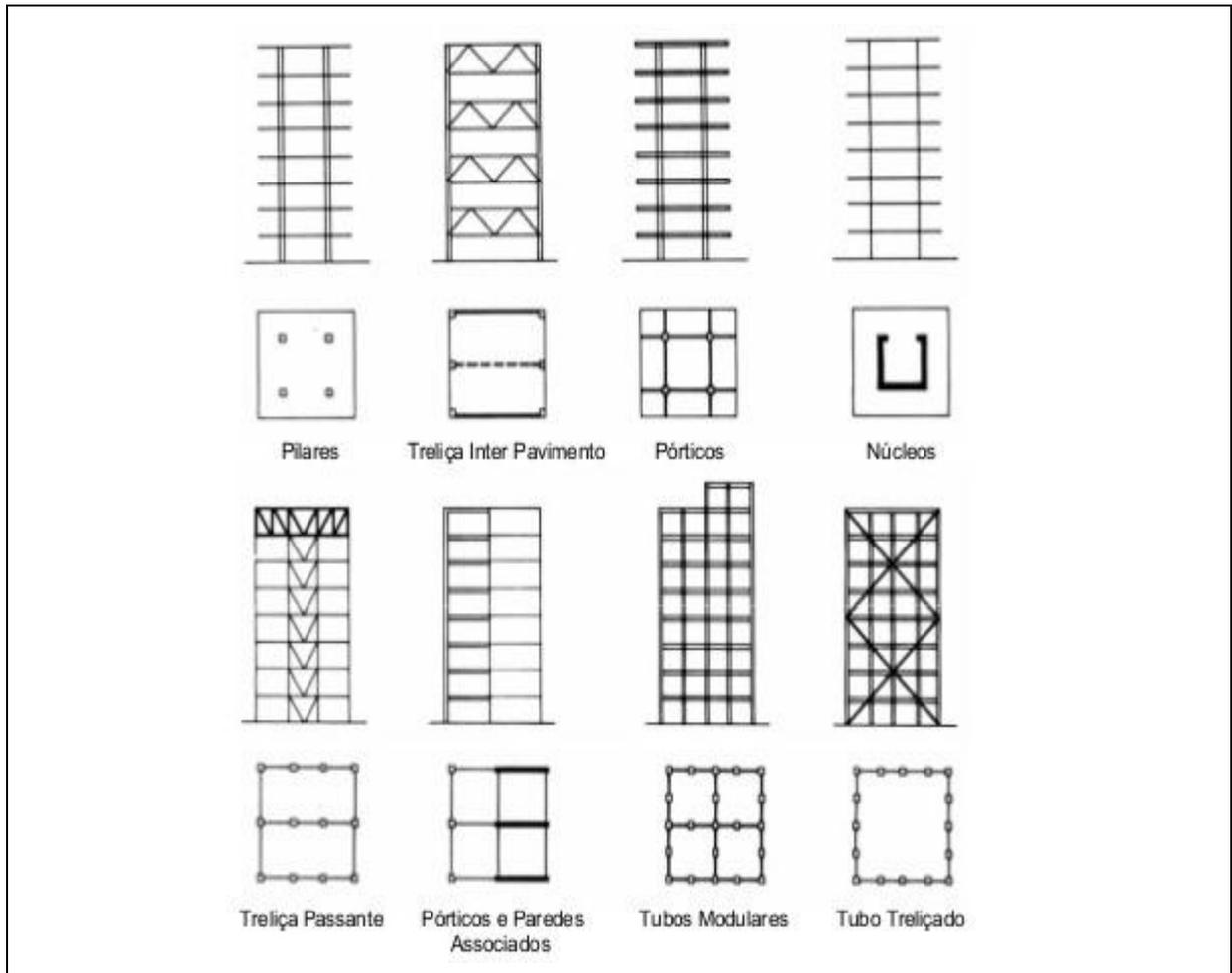
Fonte: Corrêa (1991, p. 19)

Outro tipo de concepção muito comum se faz utilizando placas e barras horizontais. Estas barras além de funcionar como enrijecedores dos subsistemas horizontais, também transmitem as cargas para os pilares.

O aumento de rigidez pode ser devido a uma grande densidade de barras de seções transversais pequenas, como no caso de lajes nervuradas, ou ainda com uma pequena densidade de barras de seções transversais maiores, como as vigas.

### 2.1.6 Subsistemas verticais

**Figura 2** – Alguns subsistemas verticais



Fonte: Corrêa (1991, p. 22)

De acordo com Corrêa (1991), as principais funções dos subsistemas verticais são servir de base recebendo as cargas verticais oriundas dos subsistemas horizontais transmitindo-as para as fundações, além de formar junto com os subsistemas horizontais painéis resistentes às ações horizontais.

Um dos subsistemas verticais muito usados em edifícios de concreto armado é formado por barras verticais que representam os pilares e por barras horizontais que

representam as vigas formando pórticos em que as ligações podem ser chamadas de nós rígidos por permitirem a interação de forças e momentos.

No entanto, muitas combinações utilizando os tipos básicos são usadas. Desde concepções onde os pilares se ligam diretamente às lajes planas, até os casos de megaestruturas tubulares combinadas com painéis treliçados externamente.

Quanto maior for uma edificação, conseqüentemente maiores as cargas solicitantes, e maior o efeito das ações laterais que as vezes passam a prevalecer sobre as demais.

## **2.2 Modelos estruturais**

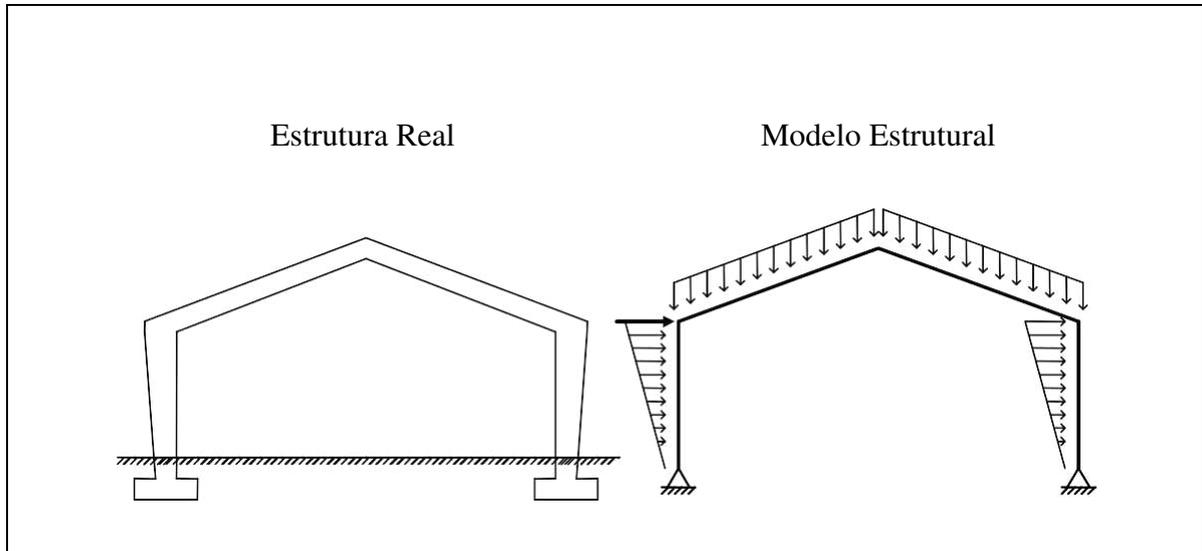
Segundo Martha (2007), o modelo estrutural é utilizado para representar matematicamente uma estrutura real, além de incorporar todas as teorias e hipóteses necessárias para entender o comportamento da estrutura submetida a ações.

Em edifícios residenciais de concreto armado, criar modelos estruturais de uma estrutura real é mais simples que outros tipos de estruturas mais complexas, devido sua estrutura ser composta basicamente por elementos lineares como pilares e vigas e elementos superficiais como as lajes.

Durante a criação de um modelo estrutural são feitas várias hipóteses simplificadoras, quanto mais complexo o modelo utilizado menos hipóteses são levadas em consideração e mais abrangente ele é.

Um caso particular são os modelos de estruturas reticuladas que utilizam elementos unidimensionais que tem como características um eixo definido.

**Figura 3** – Estrutura real e o seu modelo estrutural



Fonte: Martha (2007, p. 5)

Ainda segundo Martha (2007, p. 5), observa-se que os elementos estruturais são representados pelos seus eixos neste modelo estrutural, isso acontece porque os elementos são unidimensionais, como vigas e colunas.

A consideração do comportamento das fundações e dos materiais e a representação das solicitações podem ser bem próximas do real ou analisada de forma simplificada.

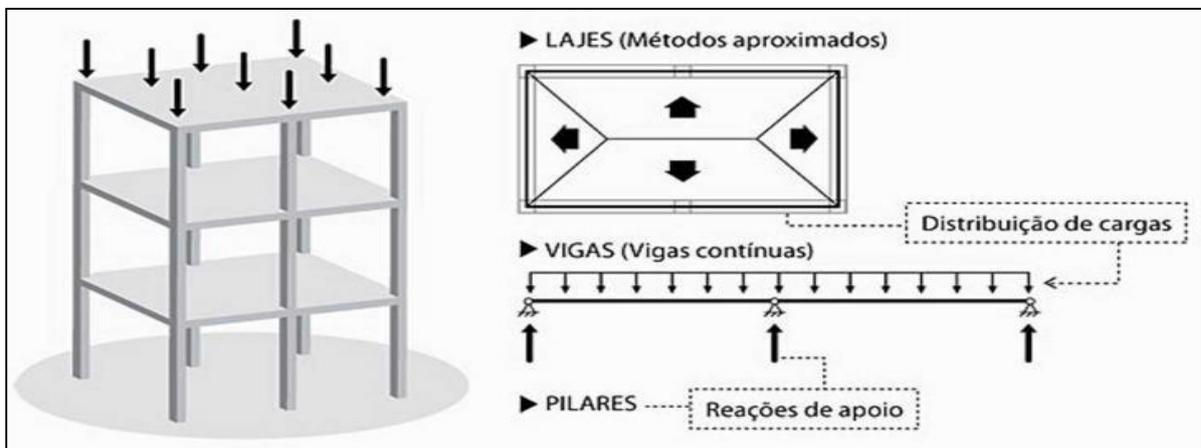
Na figura 5, pode-se observar que a estrutura foi considerada impedida de deslocar na horizontal e na vertical em sua ligação com o solo, mas poderia ter sido considerada um engaste, em que também seria impedida também a rotação. Portanto diversas são as possibilidades de modelos estruturais a considerar desde que contemplem os diversos esforços que atuam na estrutura, a experiência do projetista e a complexidade da estrutura influenciam na escolha do modelo a utilizar.

Os modelos mais simples como o de vigas contínuas foram bastante utilizados no passado, no entanto com o desenvolvimento de novas tecnologias e a criação de softwares cada vez mais avançados surgiram novos modelos estruturais que consideram a estrutura como um todo.

### 2.2.1 Modelo de vigas contínuas

Segundo Fontes (2005), este modelo por ser bem simples e prático era muito utilizado nos cálculos manuais quando não existiam os softwares de análise estrutural que dispomos hoje. Os elementos estruturais são divididos e calculados separadamente, são usados na análise de cargas verticais devido estas estarem no plano que contém o eixo longitudinal do elemento.

**Figura 4** – modelo de vigas contínuas



Fonte: Kimura (2007, p. 115)

Os esforços predominantes são momento fletor e esforço cortante. Nos casos em que ocorrer torção deve ser utilizado outro modelo visto que o plano de torção é perpendicular ao que contém o eixo do elemento.

Para Kimura (2007):

- A análise estrutural baseada neste modelo é realizada da seguinte maneira:
- Os esforços e as flechas nas lajes são calculados a partir de tabelas baseadas em diversos métodos aproximados consagrados. Exemplos: Marcus, Czerny, etc.
  - As cargas das lajes são transferidas para as vigas por área de influência (esquema "telhado").
  - Os esforços e as flechas nas vigas são calculados por meio do modelo clássico de viga contínua com apoios simples que simulam os pilares.
  - A reação vertical obtida nos apoios das vigas é transferida como carga concentrada para os pilares.

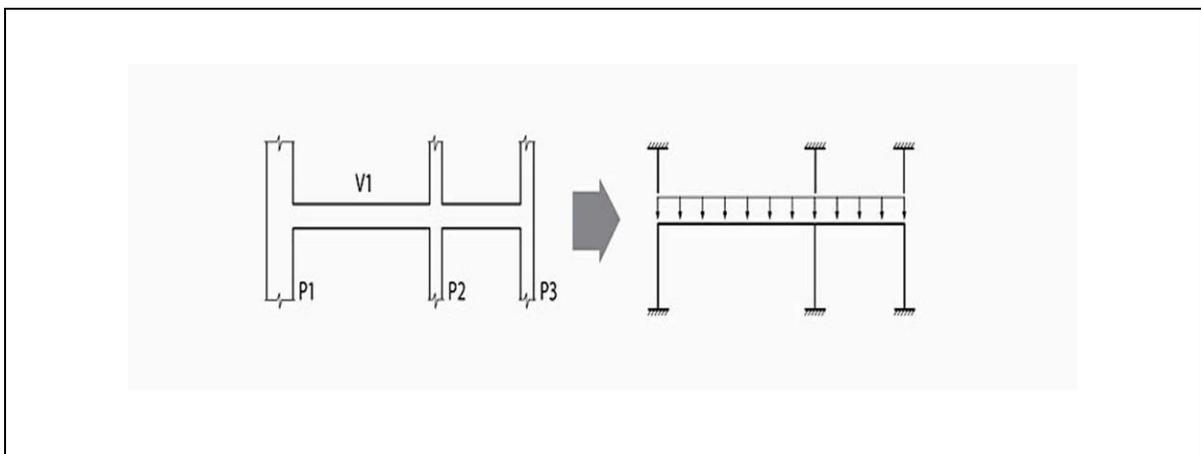
Ainda segundo Kimura (2007), este modelo é simples e fácil de compreender, além de permitir visualizar como as cargas verticais percorrem a estrutura de um edifício até a fundação. As desvantagens do método que excluem seu uso em estruturas mais complexas se dá por diversas considerações. A primeira delas é o fato dos elementos estruturais serem calculados independentemente desconsiderando o caráter monolítico do edifício. A segunda hipótese considerada pelo método são ligações articuladas entre as vigas e os pilares, portanto não havendo passagem de momento fletor. A utilização da divisão das cargas por área de influência só pode ser utilizada para lajes com geometria regular, distribuição de carga uniforme e condições de apoio bem definidas. Por fim, o método só pode ser utilizado na análise de cargas verticais, não sendo utilizados para cargas horizontais.

Devido a essas desvantagens e o desenvolvimento de programas avançados de análise estrutural o modelo de vigas contínuas se tornou pouco utilizado, porém pelo fato de possibilitar o cálculo manual ainda é utilizado para edifícios de pequeno porte com boas aproximações.

### 2.2.2 Modelo viga + pilares (pórtico H)

Segundo Kimura (2007), este modelo é uma evolução do modelo clássico das vigas contínuas.

**Figura 5** – Modelo viga + pilares



Fonte: Kimura (2007, p. 116)

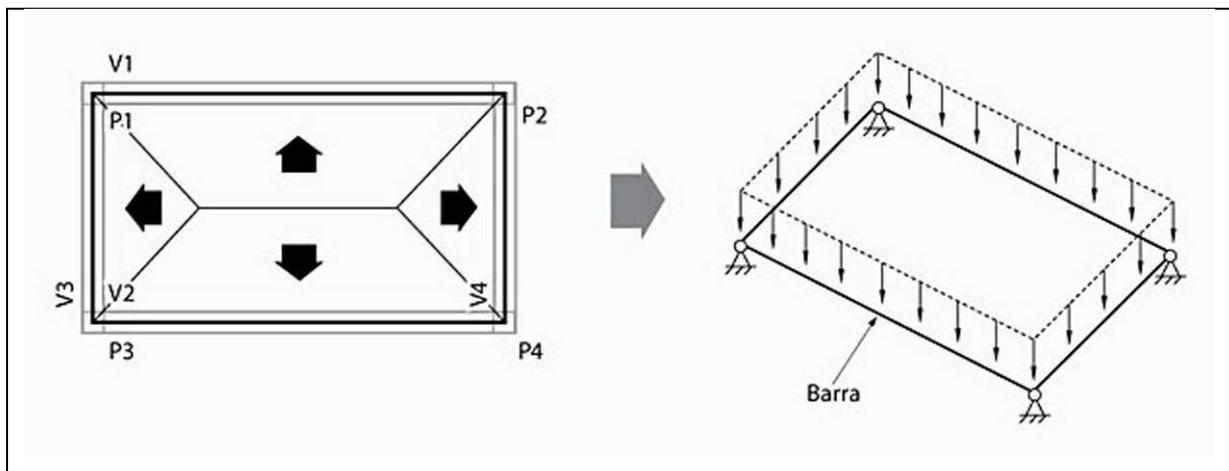
Os lances inferiores e superiores dos pilares formam junto com as vigas, pórticos planos. Apesar de considerar a interação entre vigas e pilares, apresenta as mesmas desvantagens do modelo anterior. É pouco utilizado na elaboração de projetos estruturais.

### 2.2.3 Modelo grelha somente de vigas

Conforme Kimura (2007), este modelo representa a interação entre todas as vigas de um pavimento. A grelha no plano horizontal é composta por barras que representam as vigas e recebem cargas verticais provenientes das reações das lajes.

As lajes precisam ser calculadas a parte já que o modelo não leva em consideração a ligação entre estes elementos e as vigas. Os apoios da grelha representam os pilares.

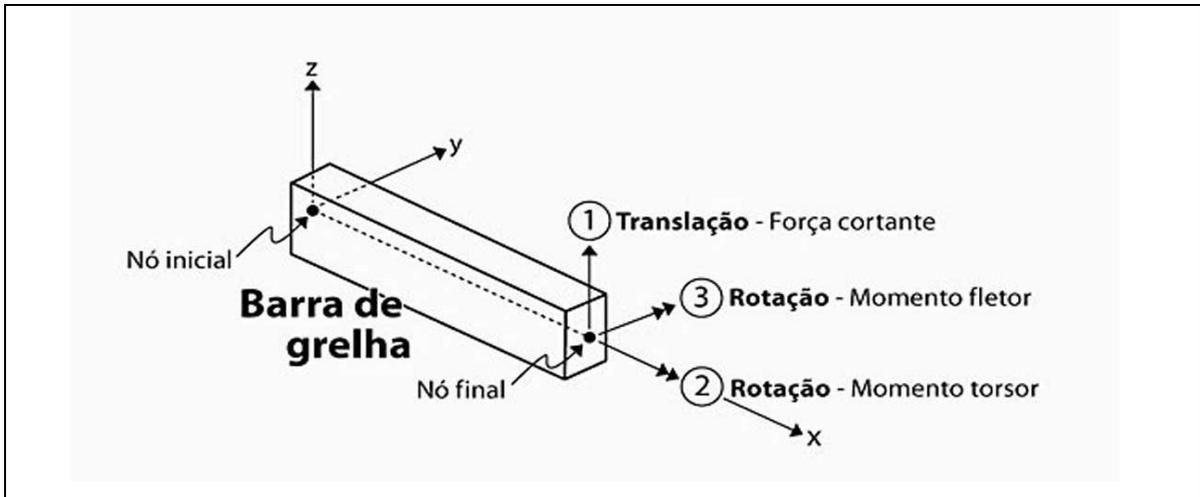
**Figura 6** – modelo grelha somente de vigas



Fonte: Kimura (2007, p. 117)

Os encontros das barras são chamados de nós e possuem três graus de liberdade permitindo encontrar esforços solicitantes e deslocamentos além de possibilitar encontrar as cargas nos pilares por meio das reações de apoio da grelha.

**Figura 7** – Barra de grelha



Fonte: Kimura (2007, p. 118)

Ainda segundo Kimura (2007), cada barra da grelha possui suas características geométricas como área e momento de inércia e características dos materiais utilizados.

Assim como nos modelos anteriores, este não é utilizado para a análise dos impactos das cargas horizontais. Apesar de ainda ser usado, foi substituído pelo modelo de grelha de vigas e lajes.

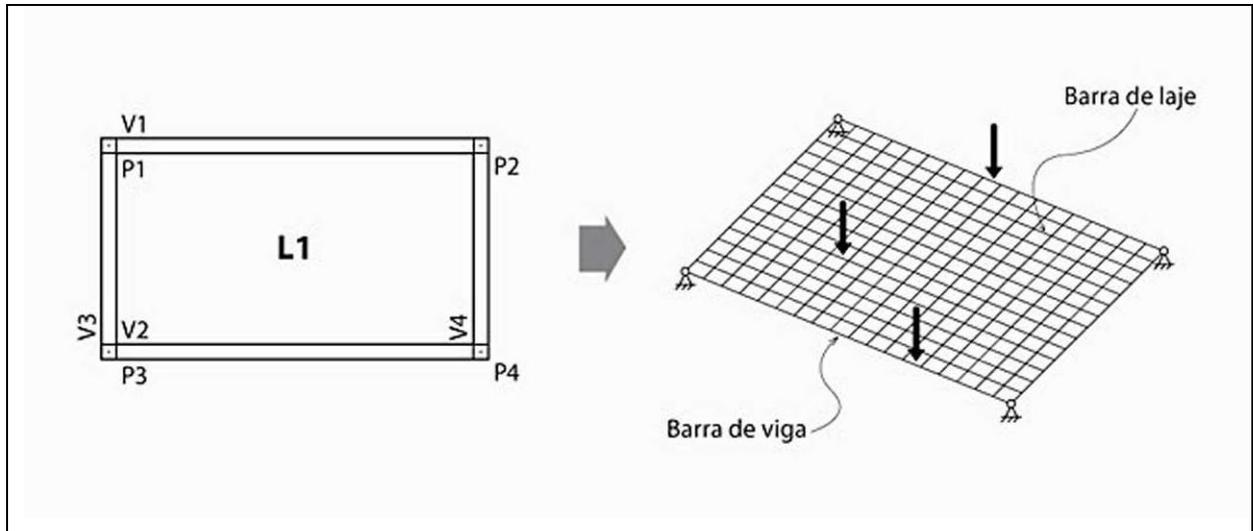
#### 2.2.4 Modelo de grelha de vigas e lajes

Para Kimura (2007), assim como no modelo anterior, este é usado na análise estrutural de um pavimento.

Representa as lajes e vigas através de elementos lineares que formam uma malha destinada a suportar carregamento vertical e os apoios da grelha caracterizam os pilares.

As ligações entre as vigas podem ser rígidas ou articuladas, além disso, a ligação em que uma viga se apoia em outra pode ser considerada pouco rígida. Devido à fissuração de peças de concreto armado que sofrem flexão, ocorre perda de rigidez à torção.

**Figura 8** – Modelo de grelha de vigas e lajes



Fonte: Kimura (2007, p. 119)

Ainda segundo Kimura (2007), a laje é subdividida em barras na direção principal e secundário representando trechos do pavimento, sendo chamada de discretização. As características das barras que simulam as lajes dependem da discretização adotada.

Portanto, o modo como as cargas verticais que atuam na laje são transferidas para as vigas é diferente neste modelo, pois não se utiliza áreas de influência como nos casos anteriores.

Neste caso os esforços solicitantes decorrentes da aplicação das ações nos elementos, percorrem as barras de maior rigidez. Este modelo se mostra bastante preciso.

Os encontros das barras são chamados de nós e possuem três graus de liberdade permitindo encontrar esforços solicitantes e deslocamentos além de possibilitar encontrar as cargas nos pilares por meio das reações de apoio da grelha.

Assim como no modelo anterior, neste não é possível analisar os efeitos de cargas horizontais na estrutura.

É um modelo muito utilizado hoje em dia devido sua precisão e pode ser utilizado para muitos tipos de lajes usadas em edifícios.

### 2.2.5 Pórticos planos

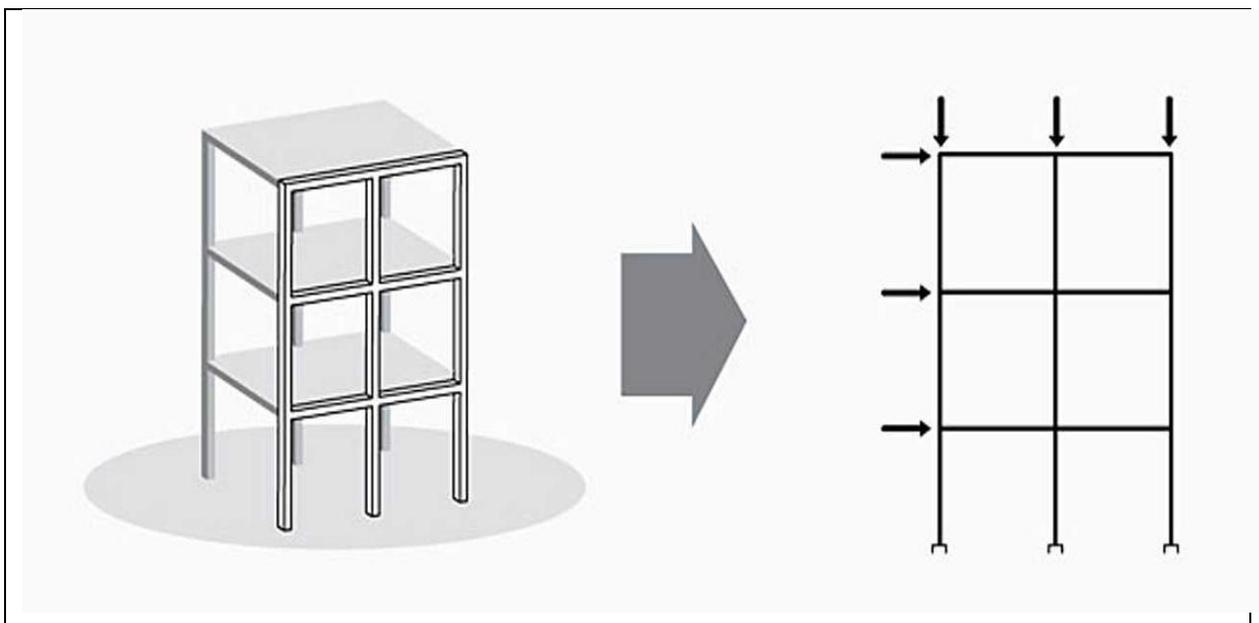
Para Kimura (2007), o modelo de pórticos planos pode ser utilizado para analisar os efeitos provocados por cargas horizontais e verticais além de permitir uma análise global de uma estrutura.

A laje é calculada separadamente não fazendo parte do modelo. Neste modelo a estrutura é dividida em composições de barras que representam vigas e pilares num mesmo plano.

Segundo Fontes (2005), as ligações entre os elementos estruturais podem ser rígidas, semi-rígidas ou flexíveis. Por meio deste modelo pode-se analisar o comportamento da estrutura devido atuação de ações verticais verificando a forma como os esforços percorrem os pórticos se mostrando mais preciso que o modelo de vigas contínuas.

É importante na análise dos efeitos de cargas horizontais, ou seja, da estabilidade global de um edifício, por possibilitar a associação de pórticos de mesma direção por meio de barras articuladas nas extremidades que representam as lajes, sendo estas consideradas diafragmas rígidos. Portanto, estes elementos não se deformam na direção axial.

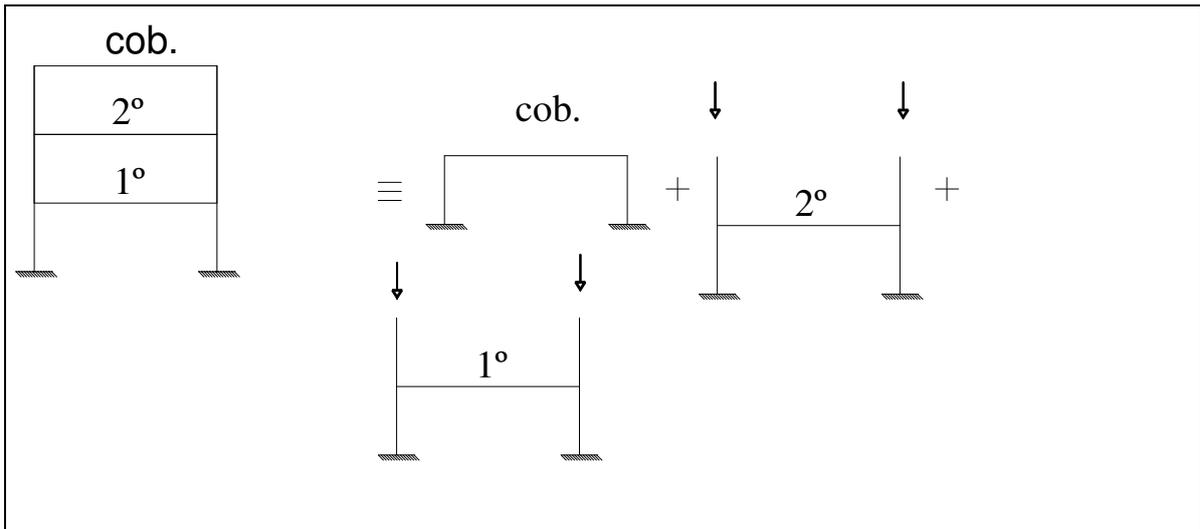
**Figura 9** – Modelo de pórticos planos



Fonte: Kimura (2007, p. 121)

As principais desvantagens desse modelo é a incapacidade de avaliar os efeitos de torção na estrutura além de somente utilizar a associação de pórticos para edifícios simétricos tanto na geometria como em carregamento.

**Figura 10** – Subdivisão em pórticos menores



Fonte: Fontes (2005, p. 14)

Ainda para Fontes (2005), há uma forma mais simples e ágil de calcular usando este modelo. A estrutura seria dividida em pórticos menores que representariam um pavimento e calculada então de cima para baixo, começando pela cobertura.

As solicitações nos pilares da cobertura seriam transmitidas para os pilares do pórtico logo abaixo, que serão considerados de extremidade livre na parte superior e engastados na parte inferior.

Para Kimura (2007), a ligação entre os elementos lineares, que são chamadas de nós, possuem três graus de liberdade (duas translações e uma rotação), resultando na determinação dos esforços e deslocamentos.

Este modelo foi muito utilizado anteriormente na análise das cargas horizontais e estabilidade global de uma estrutura, porém foi sendo substituído pelo modelo de pórtico espacial.

### 2.2.6 Modelo de pórticos espaciais

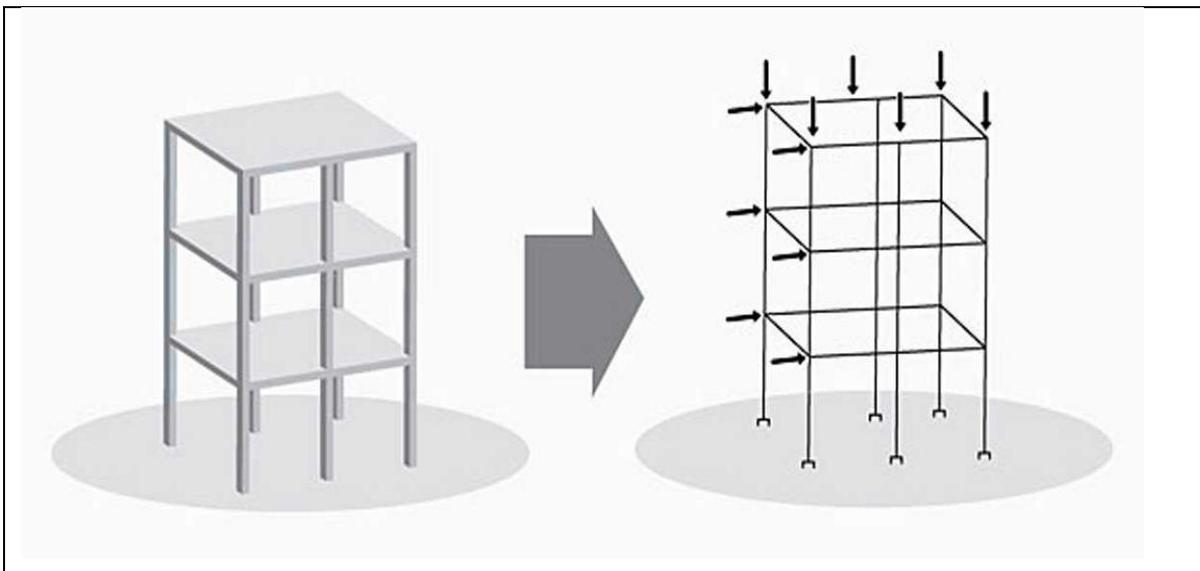
Conforme Kimura (2007), o modelo de pórticos espaciais leva em consideração a interação entre todos os elementos lineares de uma estrutura, pilares e vigas, formando um modelo tridimensional.

Não são consideradas as lajes neste modelo devido a grande rigidez no plano horizontal que possui, compatibilizando o comportamento em todos os pontos de um pavimento, sendo denominada então de diafragma rígido.

Possibilita também uma análise global da estrutura quando submetida a ações horizontais. Neste modelo temos a possibilidade de carregar a estrutura com cargas verticais e horizontais ao mesmo tempo, permitindo analisá-la de forma completa.

Segundo Fontes (2005), para uma modelagem mais precisa é necessário considerar a ligação entre os elementos como trechos rígidos. O modelo tridimensional é mais adequado na análise estrutural visto que permite encontrar momentos fletores e de torção e esforços cortantes e normais em toda a estrutura. É usado para análise de ações horizontais na estrutura mesmo que a geometria ou carregamento sejam assimétricos.

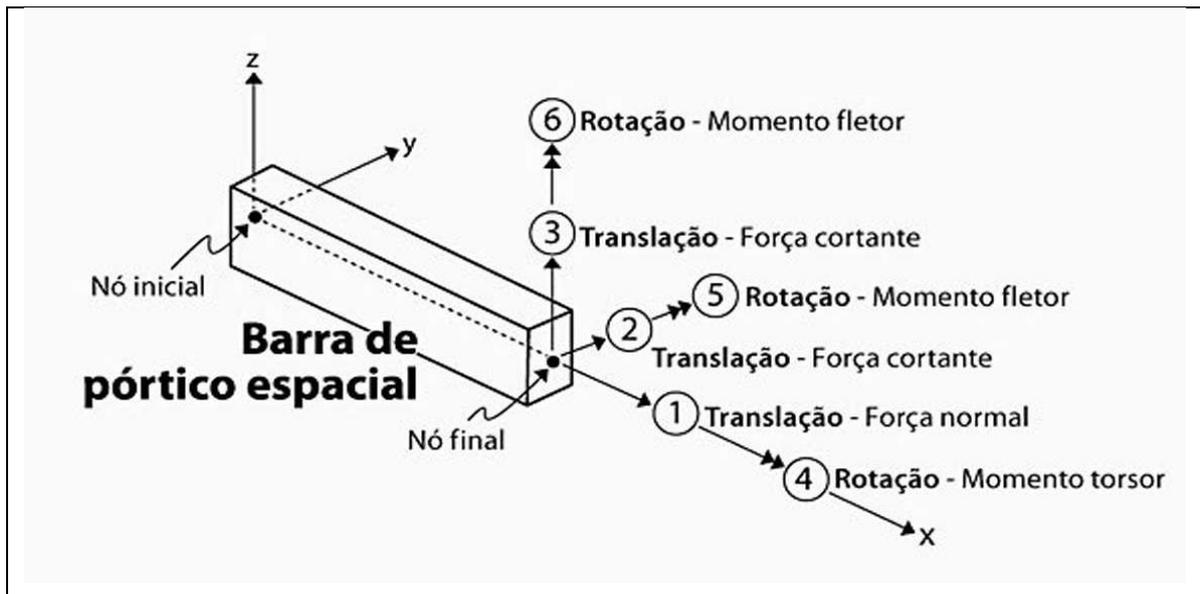
**Figura 11** – Modelo de pórticos espaciais



Fonte: Kimura (2007, p. 122)

Para Kimura (2007), os nós, ligações entre os elementos lineares, possuem seis graus de liberdade nesse modelo (três translações e três rotações) necessários para obter os deslocamentos e esforços nas barras que representam os pilares e vigas.

**Figura 12** – Barra de pórtico espacial



Fonte: Kimura (2007, p. 123)

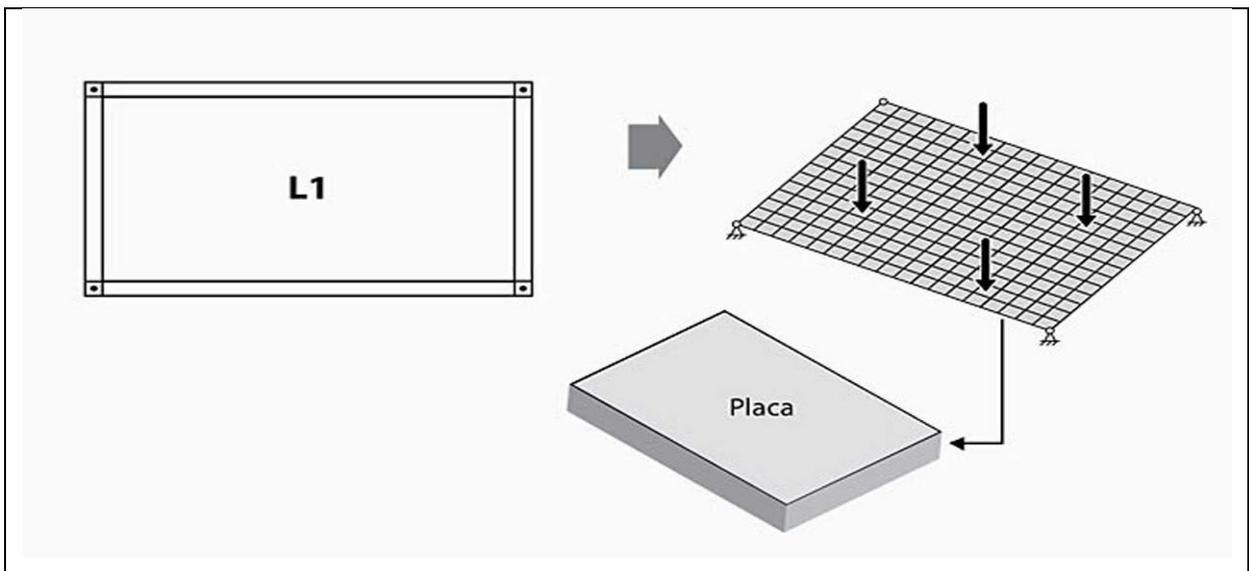
Devido seu grau de abrangência, que pode ser utilizado para edifícios altos e complexos ou de pequeno porte, é muito utilizado em projetos estruturais com auxílio de computador. Além disso, é utilizado na análise de ações horizontais em pavimentos, resultantes de protensão e retração, e que não podem ser analisados pelo modelo de grelhas.

### 2.2.7 Elementos finitos

Para Kimura (2007), o método dos elementos finitos é bastante eficiente e consolidado por possibilitar a análise de diferentes tipos de estruturas. Utiliza um conjunto de elementos ou malhas na caracterização do objeto de estudo.

São diversos os tipos de elementos finitos já formulados, podendo ser lineares, bidimensionais e tridimensionais. Elementos finitos bidimensionais chamados de placas podem ser utilizados para representar as lajes no modelo de grelhas de vigas e lajes, enquanto que as vigas podem ser representadas por elementos finitos lineares.

**Figura 13** – Método dos elementos finitos



Fonte: Kimura (2007, p. 125)

O modelo utilizando placas é muito usado na análise de pavimentos de concreto armado. Outro tipo de modelo discretizado muito utilizado na análise de partes de estruturas é o elemento finito de cascas que modelam principalmente estruturas planas submetidas à flexão composta.

É recomendado conhecer o método dos elementos finitos para utilizá-lo, visto que os resultados obtidos com este método são mais difíceis de analisar que os anteriores.

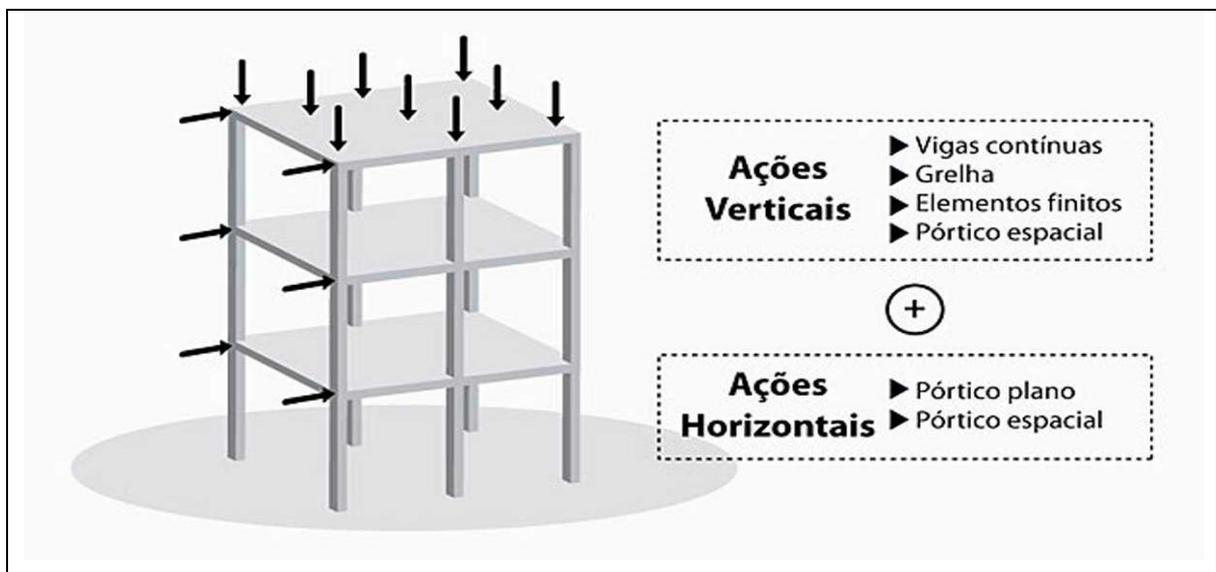
## 2.4 Combinações de modelos estruturais

Para Kimura (2007), existem modelos estruturais voltadas para análise de pavimentos como, por exemplo, os modelos de grelha somente de vigas, o modelo de grelha

de vigas e lajes e o modelo de elementos finitos de placa. Existem ainda os modelos que analisam o edifício globalmente como o modelo de pórticos planos e o modelo de pórticos espaciais.

Uma combinação destes modelos podem apresentar resultados mais precisos e satisfatórios e essa prática é muito comum hoje em dia na elaboração de projetos estruturais. Um exemplo de combinação de modelos seria utilizar o modelo de grelhas de vigas e lajes para o cálculo das lajes e o modelo de pórtico espacial para o cálculo de vigas e pilares.

**Figura 14** – Combinações de modelos estruturais



Fonte: Kimura (2007, p. 126)

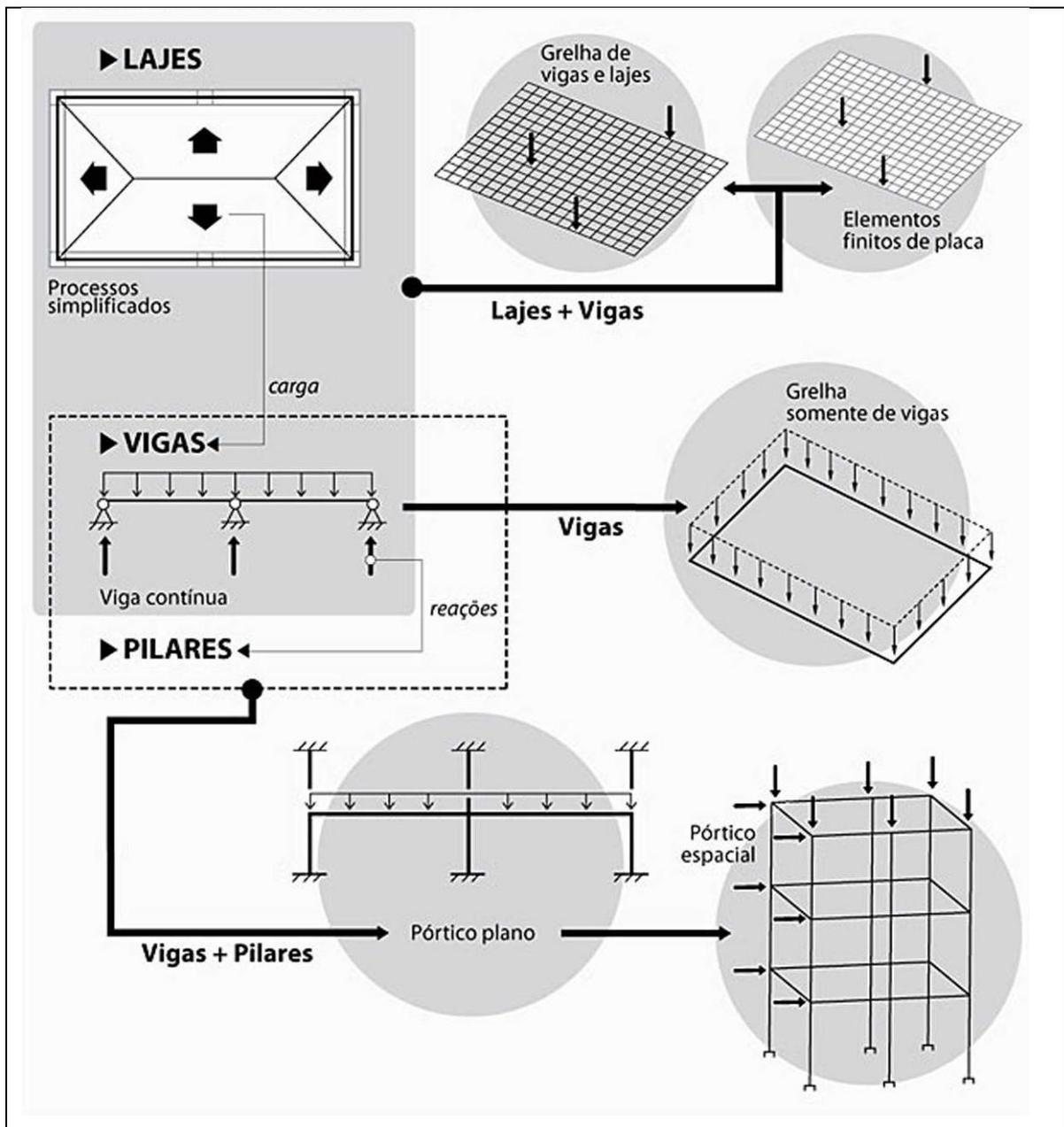
## 2.5 O modelo “ideal”

Para Kimura (2007), a variedade de modelos estruturais presentes nos softwares hoje em dia é muito grande. Existe uma infinidade de modelos consolidados utilizados inclusive na modelagem de estruturas de concreto armado.

Não existe um modelo estrutural ideal que possa ser utilizado para todos os tipos de estruturas. Cada uma possui suas particularidades e por isso devem ser representadas por

modelos que levem suas características em consideração visando representá-la da forma mais realista possível.

**Figura 15** – Evolução dos modelos estruturais



Fonte: Kimura (2007, p. 127)

Além disso, por mais complexo e abrangente que um modelo seja, todos eles possuem limitações e é essencial conhecê-las. Quanto mais sofisticado for um modelo mais difícil será entendê-lo e configurá-lo, sendo mais difícil interpretar os resultados obtidos e aumento as chances de esconder erros graves.

Na análise estrutural de edifícios de concreto armado mais comuns é utilizada basicamente uma combinação de dois modelos. O modelo de grelhas de vigas e lajes é usado para análise de cargas verticais em pavimentos, obtendo os esforços e deslocamentos nas lajes. Já o modelo de pórticos espaciais faz uma análise global da estrutura, determinando os esforços e deslocamentos oriundos das cargas verticais e horizontais em vigas e pilares.

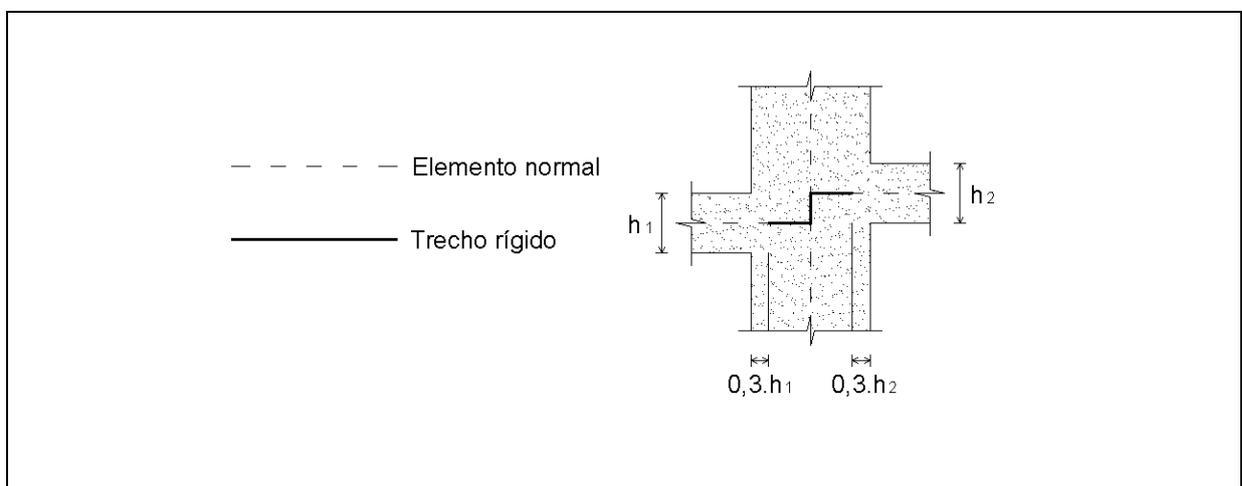
## 2.6 Trechos rígidos

Conforme Fontes (2005), a ligação entre dois ou mais eixos de elementos de estruturas reticulares são chamados de nós. Porém existem casos em que essas ligações não possuem dimensões desprezíveis. Estes nós de dimensões finitas são considerados infinitamente rígidos ou de rigidez maior que os demais nós, tornando assim o modelo mais próximo da realidade.

É usual considerar os trechos rígidos nas vigas e não nos pilares quando as vigas estiverem apoiadas nos pilares, devido às dimensões mais comuns das peças. Porém nem todo o trecho deve ser considerado como trecho rígido.

A figura a seguir determina os limites do trecho rígido de acordo com a NBR 6118:2003.

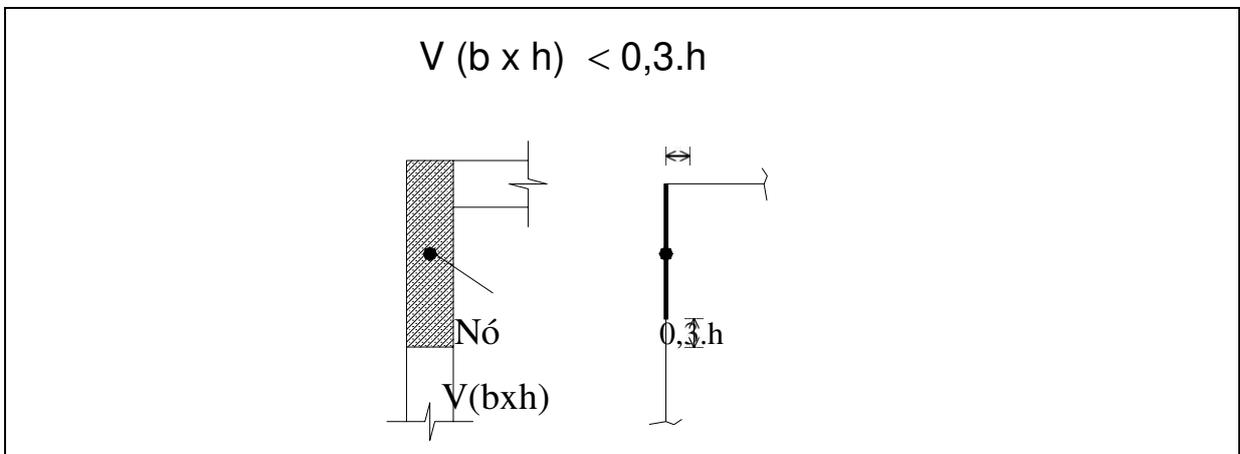
**Figura 16** – Trechos rígidos



Fonte: NBR 6118 (2003)

O nó pode ser considerado posicionado no centro geométrico do pilar que serve de apoio para as vigas, neles são adotadas condições de contorno de restrições de movimentos ou deslocamentos impostos. Se a parcela de 30% da altura da viga for maior que a distancia entre a face do pilar e seu eixo, perpendicular a viga em questão, o trecho rígido é considerado uma barra perpendicular a essa viga, como na figura 21.

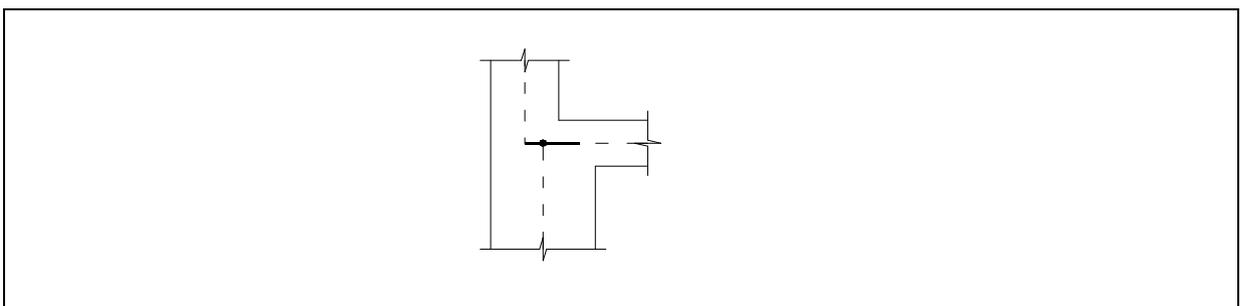
**Figura 17** – Trecho rígido visto em planta



Fonte: NBR 6118 (2003)

Já na mudança de eixos de pilares, o trecho rígido se estende do eixo do pilar superior passando pelo nó, formado pela viga com o pilar inferior, até a distância, que acrescida a partir do nó, de 30% da altura da viga em relação à face do pilar inferior.

**Figura 18** – Trecho rígido na mudança de eixo de pilares



Fonte: Correa (1991, p. 48)

## 2.7 Ações atuantes na estrutura

Segundo a NBR 8681 (2002), as ações são as causas do aparecimento de esforços solicitantes e deformações nas estruturas. Estes esforços e deformações provocados pelas ações são considerados as ações propriamente ditas. É usual a consideração de ações diretas para as forças e de ações indiretas para as deformações.

Para Kimura (2007), devem ser consideradas no cálculo de uma estrutura todas as ações que possuem efeitos expressivos.

Estas ações podem ser resultado da característica dos materiais utilizados, concreto armado no caso, ou ações provenientes da construção da estrutura além das ações externas que atuam na estrutura.

As ações se classificam basicamente em permanentes e variáveis.

### 2.7.1 Ações permanentes

As ações permanentes são as que ocorrem na estrutura com valores constantes ou que variam pouco em torno da média, além disso, ocorrem durante toda a vida da construção. Classificam-se basicamente em diretas e indiretas.

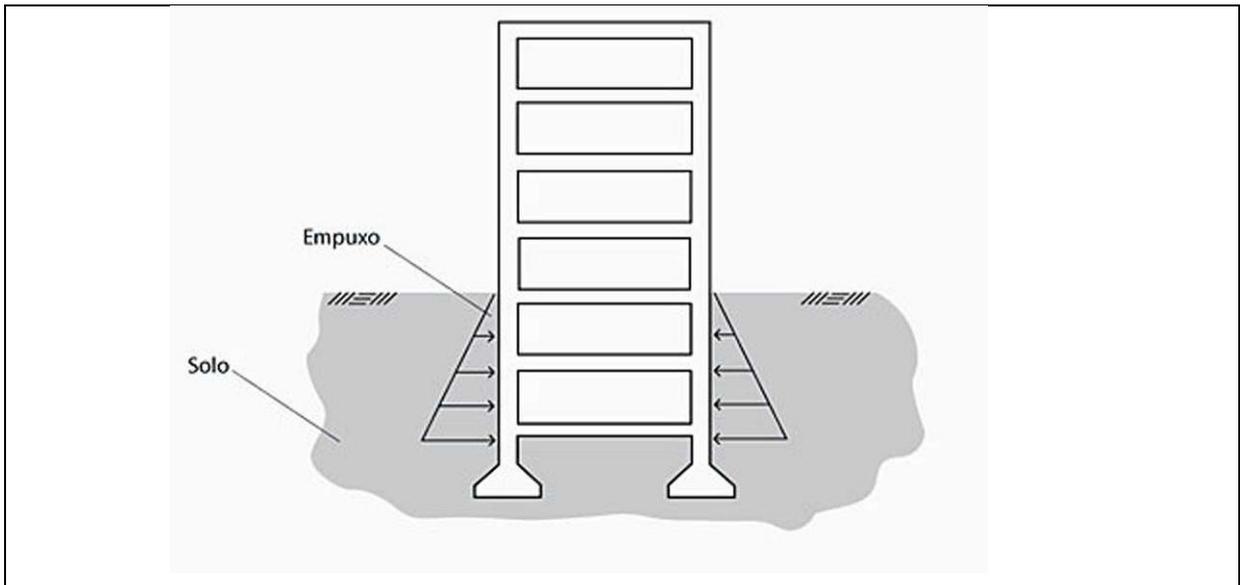
As ações permanentes diretas são aquelas causadas pelo peso próprio da estrutura, dos elementos construtivos, peso de equipamentos fixos e o empuxo relacionado com o peso próprio de terras não removíveis.

Em edifícios, as cargas permanentes diretas são consideradas o peso próprio de elementos estruturais como lajes, vigas, pilares, blocos de fundação.

Estas ações também levam em consideração paredes de alvenaria, elementos de vedação, revestimento de paredes, argamassa, azulejo, contrapisos, revestimento inferior de lajes.

De acordo com Giongo (2007), muitos dos componentes que compõem as edificações são constituídos por outros materiais. Para determinar as ações que estes componentes causam na estrutura é necessário compor o peso dos materiais.

**Figura 19** – Empuxo permanente

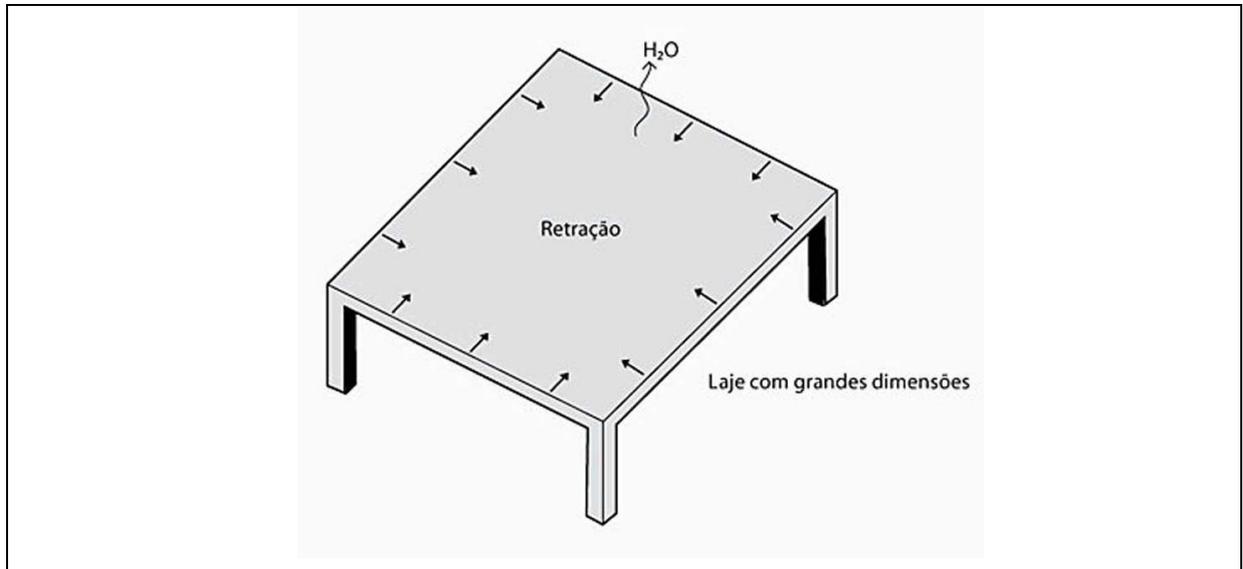


Fonte: Kimura (2007, p. 66)

Para Kimura (2007), os empuxos permanentes são ações provocadas pelo solo sobre a parte da estrutura que está enterrada. Um exemplo comum ocorre no subsolo de edifícios.

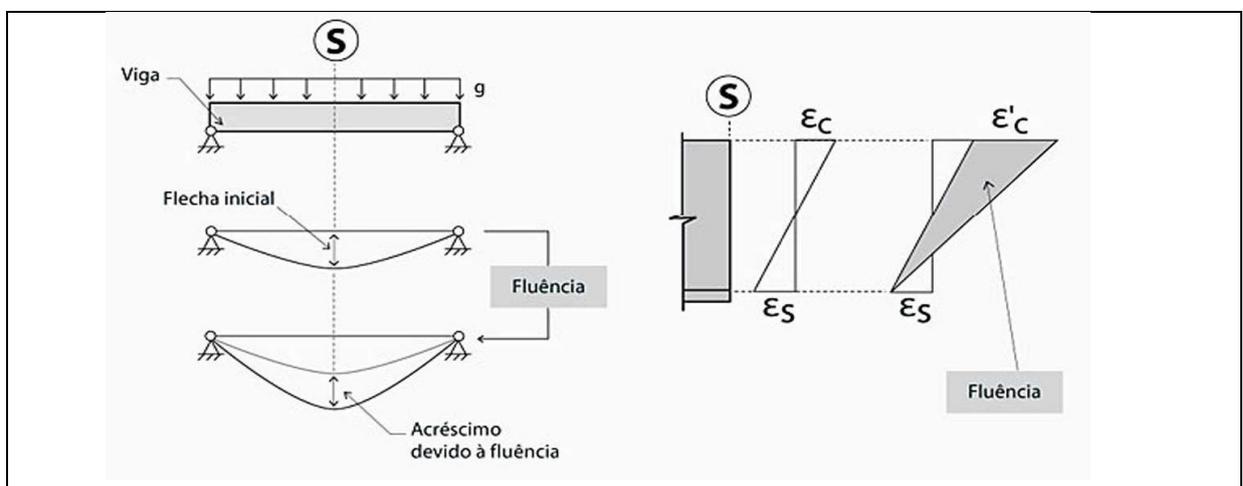
As ações permanentes indiretas podem ser consideradas as forças de protensão em peças de concreto protendido, os recalques de apoio, retração, fluência do concreto e imperfeições geométricas.

A retração do concreto é definida como uma diminuição no volume de um elemento devido a saída de água do concreto, isso provoca um acréscimo de deformações e esforços na estrutura. Possui efeito significativo em peças de maiores dimensões, como as lajes.

**Figura 20** – Retração

Fonte: Kimura (2007, p. 67)

Segundo Kimura (2007), a fluência do concreto é considerada o aumento das deformações no concreto, que se dá ao longo do tempo de vida da estrutura, devido à aplicação de ações permanentes.

**Figura 21** – Fluência do concreto

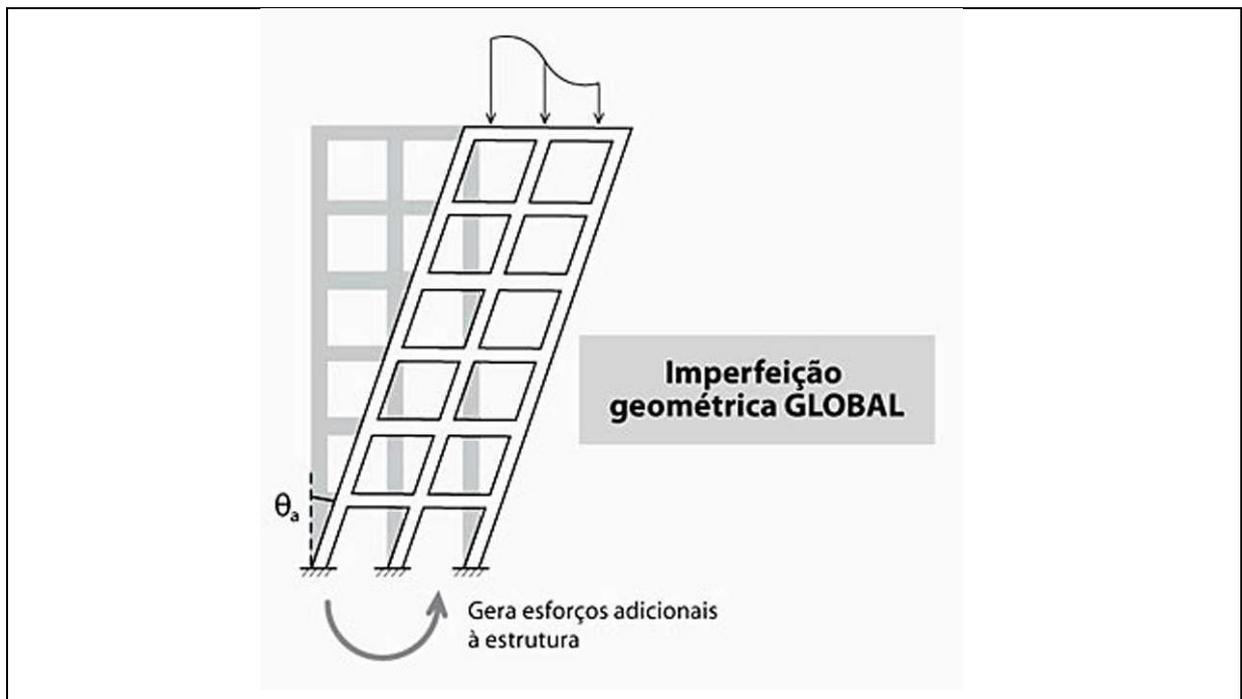
Fonte: Kimura (2007, p. 67)

As imperfeições geométricas são distorções na forma e no posicionamento dos elementos estruturais originados durante a construção. Podem ser grandes ou pequenas distorções e são praticamente inevitáveis e aleatórias.

Estas imperfeições devem ser levadas em conta no projeto estrutural pelo engenheiro de estruturas mesmo que este não tenha controle sobre a execução. São divididas em imperfeições geométricas globais e locais.

As imperfeições geométricas globais consideram o edifício com um todo. Pode-se imaginar que a estrutura inclina (desaprumo) para um dos lados, com isso surge novos esforços.

**Figura 22** – Imperfeição geométrica global

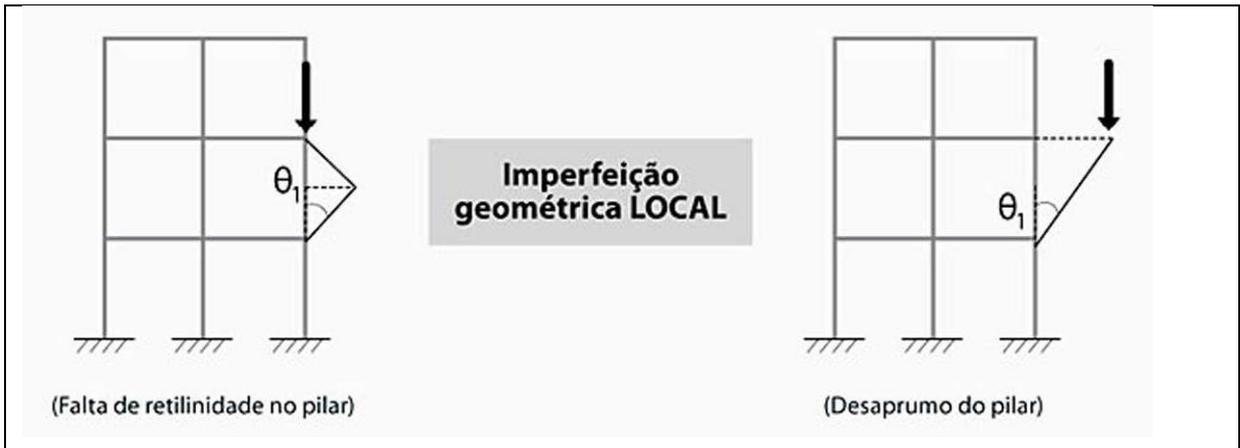


Fonte: Kimura (2007, p. 69)

Segundo a NBR 6118 (2003), o desaprumo global só deve ser considerado se for mais desfavorável que a ação do vento, o que se verifica em edificações baixas e com cargas elevadas ou com face pouco exposta ao vento.

Já as imperfeições geométricas locais referem-se a um ponto específico da estrutura, como por exemplo, um desvio geométrico em um lance de pilar, gerando novos esforços devido à presença simultânea de cargas verticais.

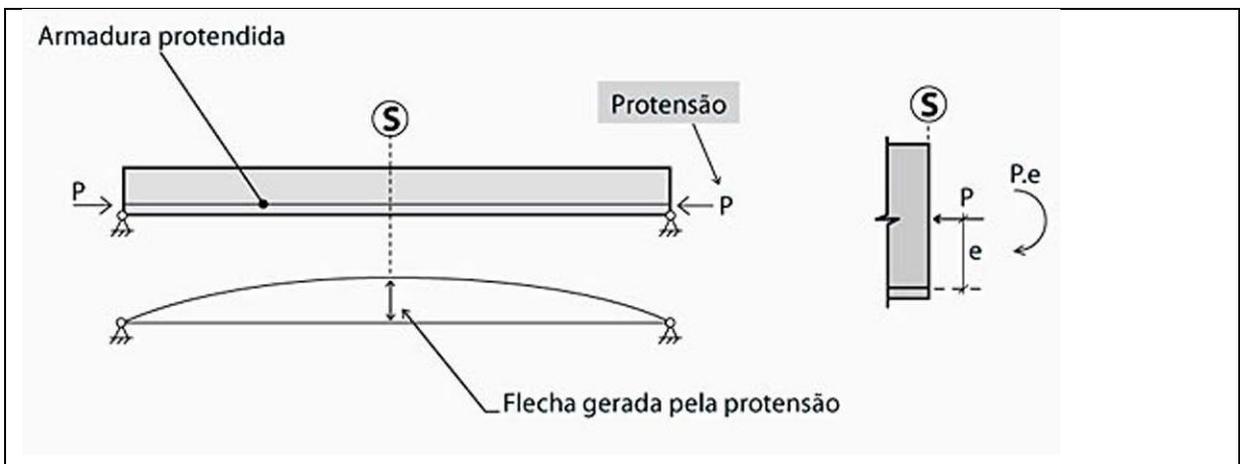
**Figura 23** – Imperfeição geométrica local



Fonte: Kimura (2007, p. 69)

A protensão é uma ação provocada pela transferência de forças de uma armadura sobtensão (armadura ativa) para o elemento estrutural. É muito utilizada em edifícios, principalmente em vigas e lajes.

**Figura 24** – Protensão



Fonte: Kimura (2007, p. 70)

### 2.7.2 Ações variáveis

Ocorrem nas estruturas com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção. São compostas por ações de uso da construção, efeitos do vento, variação de temperatura, entre outras.

Conforme Kimura (2007), as ações variáveis atuam apenas durante um período da vida do edifício. As cargas de uso da construção, o vento e a água são classificadas como ações variáveis diretas enquanto a variação de temperatura e ações dinâmicas como indiretas. A consideração da ação do vento é obrigatória no cálculo de uma estrutura de concreto e sua ação é mais significativa quanto maior for a edificação.

### 3 ESTUDO DE CASO

#### 3.1 Pavimento tipo

Neste trabalho será analisado apenas os elementos do pavimento tipo de um edifício comercial de 4 pavimentos, sendo 2 salas comerciais por andar.

O edifício projetado não existe.

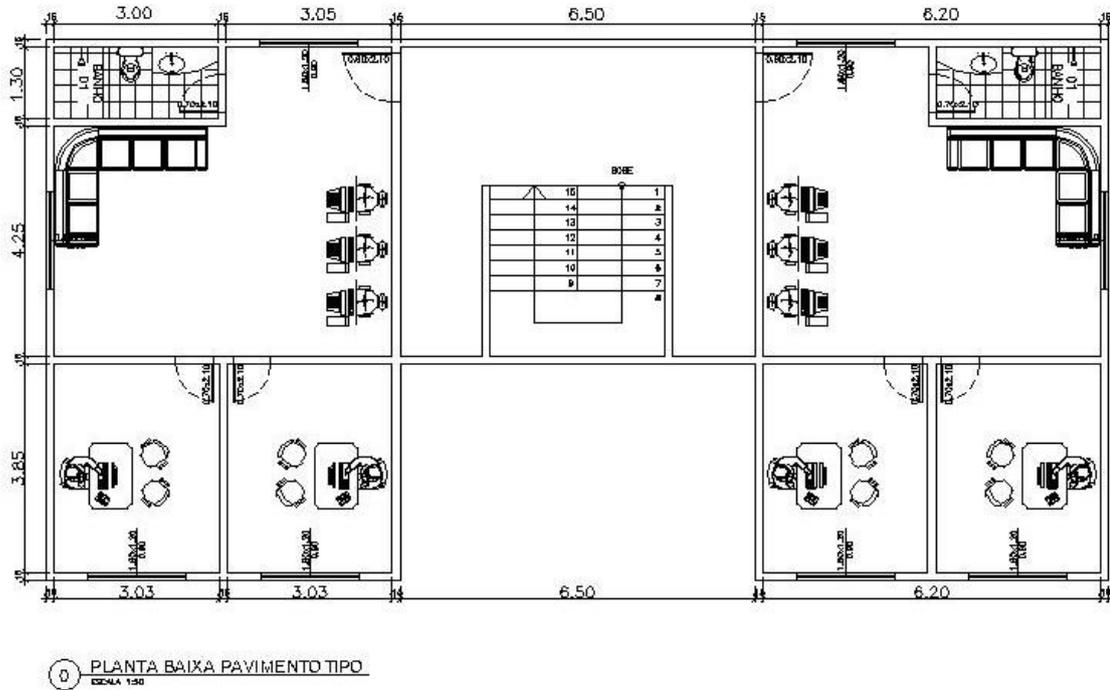
A resistência característica do concreto à compressão utilizado para o cálculo estrutural foi de 30 MPa.

O valor do módulo de deformação secante de acordo com a NBR 6118:2003 é:

$$E_{cs} = 0,85 \times (1) \times 5600 \times \sqrt{30} = 26.071,594 \text{ MPa} \quad (1)$$

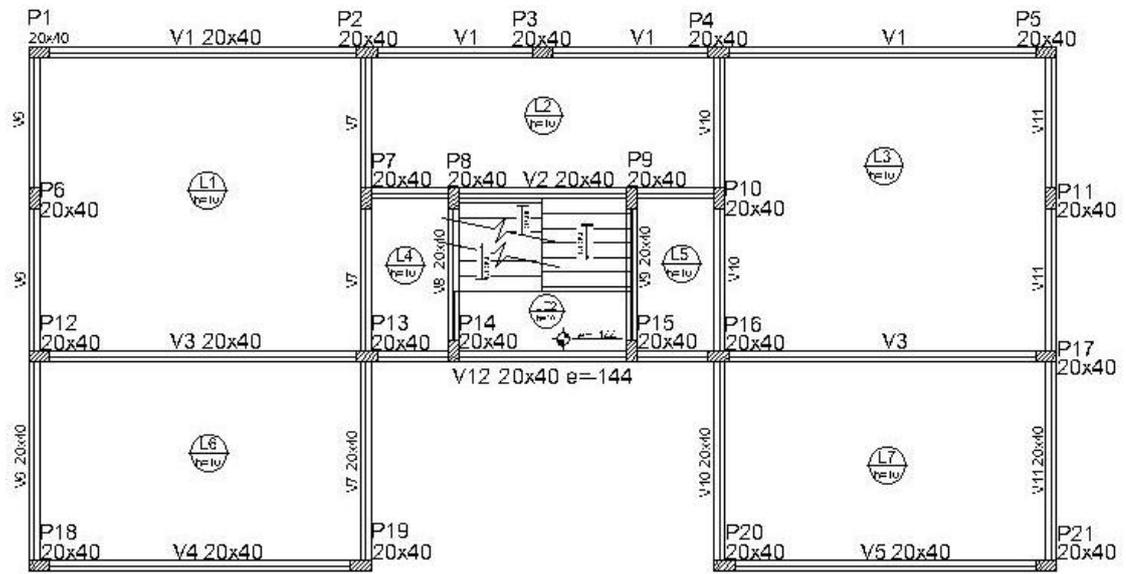
A seguir será apresentada a planta baixa do pavimento tipo do projeto arquitetônico e a planta de forma do pavimento tipo do projeto estrutural. Como este é simétrico não há necessidade de analisar todos os elementos estruturais do pavimento para as ações verticais.

**Figura 25** – Planta baixa do pavimento tipo



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 26** – Planta de forma do pavimento tipo



Forma do pavimento tipo

Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 27** – Legendas da planta de forma do pavimento tipo

Vigas			
Nome	Seção (cm)	Elevação (cm)	Nível (cm)
V1	20x40	0	1152
V2	20x40	0	1152
V3	20x40	0	1152
V4	20x40	0	1152
V5	20x40	0	1152
V6	20x40	0	1152
V7	20x40	0	1152
V8	20x40	0	1152
V9	20x40	0	1152
V10	20x40	0	1152
V11	20x40	0	1152
V12	20x40	-144	1008

Lajes								
Dados					Sobrecarga (kN/m <sup>2</sup> )			
Nome	Tipo	Altura (cm)	Elevação (cm)	Nível (cm)	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Adicional	Acidental	Localizada
L1	Maciça	10	0	1152	2.50	1.00	2.00	sim
L2	Maciça	10	0	1152	2.50	1.00	2.00	-
L3	Maciça	10	0	1152	2.50	1.00	2.00	sim
L4	Maciça	10	0	1152	2.50	1.00	2.00	-
L5	Maciça	10	0	1152	2.50	1.00	2.00	-
L6	Maciça	10	0	1152	2.50	2.10	2.00	-
L7	Maciça	10	0	1152	2.50	2.10	2.00	-
LE1	Maciça	10	-144	1008	5.56	1.00	3.00	-
LE2	Maciça	10	-144	1008	2.50	1.00	3.00	-
LE3	Maciça	10	0	1152	5.56	1.00	3.00	-

Pilares			
Nome	Seção (cm)	Elevação (cm)	Nível (cm)
P1	20 x 40	0	1152
P2	20 x 40	0	1152
P3	20 x 40	0	1152
P4	20 x 40	0	1152
P5	20 x 40	0	1152
P6	20 x 40	0	1152
P7	20 x 40	0	1152
P8	20 x 40	0	1152
P9	20 x 40	0	1152
P10	20 x 40	0	1152
P11	20 x 40	0	1152
P12	20 x 40	0	1152
P13	20 x 40	0	1152
P14	20 x 40	0	1152
P15	20 x 40	0	1152
P16	20 x 40	0	1152
P17	20 x 40	0	1152
P18	20 x 40	0	1152
P19	20 x 40	0	1152
P20	20 x 40	0	1152
P21	20 x 40	0	1152

Legenda dos Pilares	
	Pilar que morre
	Pilar que passa
	Pilar que nasce
	Pilar com mudança de seção

Características dos materiais	
fck (kN/cm <sup>2</sup> )	Ecs (kN/cm <sup>2</sup> )
3	2607

Através da planta de forma e das legendas pode-se notar que no pavimento tipo há:

- 10 lajes de espessura igual a 10 cm, sendo 2 lajes os lances de escada e 1 laje o patamar da escada.

- 12 vigas com seções transversais iguais de 20x40 cm, sendo que a viga 12 se encontra em um nível intermediário entre pavimentos, servindo de apoio para a escada e suportando alvenaria sobre ela.

- 21 pilares de seção transversal igual a 20x40 cm.

## 3.2 Carregamentos

### 3.2.1 Peso próprio

O peso específico do concreto armado de acordo com a norma NBR 6118 é igual a 25 kN/m<sup>3</sup>. O programa SAP 2000 que será utilizado calcula automaticamente o peso próprio dos elementos estruturais da estrutura, isso não acontece apenas nos casos em que a laje for calculada manualmente, como no método de Czerny em que serão consideradas as cargas do revestimento, peso próprio, paredes e sobrecarga de uso da construção.

### 3.2.2 Sobrecarga de uso da construção

**Tabela 1** – Valores mínimos das cargas verticais

11 Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2
12 Escadas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
13 Escolas	Anfiteatro com assentos fixos	-
	Corredor e sala de aula	3
	Outras salas	2
14 Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2
15 Forros	Sem acesso a pessoas	0,5
16 Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3

Fonte: NBR 6120 (1980)

De acordo com a norma NBR 6120 (1980), as cargas verticais adotadas para calcular a estrutura são:

- Salas de uso geral e banheiro = 2 kN/m<sup>2</sup>
- Escadas com acesso ao público = 3 kN/m<sup>2</sup>

Será utilizada também uma carga de 1 kN/m<sup>2</sup> para considerar o peso próprio de revestimentos nas lajes e escadas.

### 3.2.3 Cargas de paredes

As paredes utilizadas foram consideradas todas com 15 cm de espessura sendo 10 cm a largura do tijolo e 2,5 cm a largura da argamassa de areia e cimento de cada lado.

As cargas utilizadas para parede são obtidas segundo a NBR 6120:

**Tabela 2** – Peso específico aparente dos materiais

Materiais		Peso específico aparente (kN/m <sup>3</sup> )
1 Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gneiss	30
	Granito	28
	Mármore e calcáreo	28
2 Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico-calcáreos	20
3 Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25

Fonte: NBR 6120 (1980)

- Tijolos furados de 13 kN/m<sup>3</sup>

- Argamassa de cimento e areia de 21 kN/m<sup>3</sup>

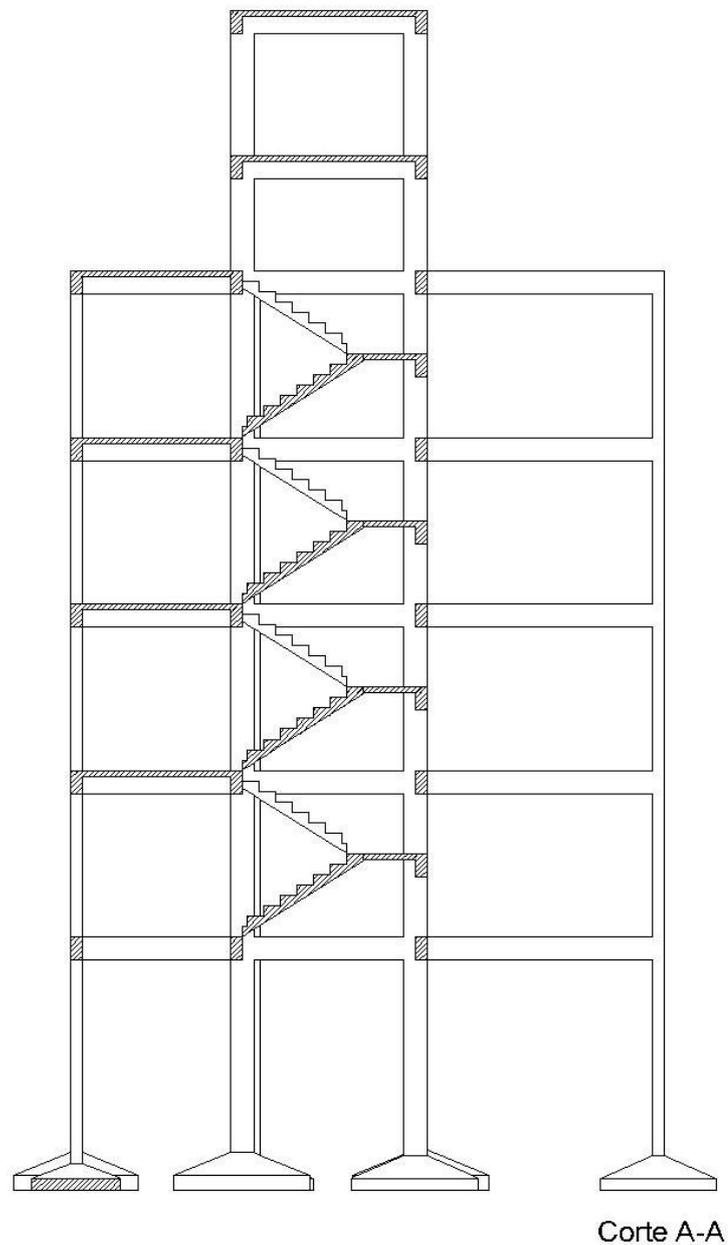
$$13 \times 0,10 + 21 \times 0,05 = 2,35 \quad (2)$$

O pé direito adotado é igual a 2,80 m e encontrou-se a carga linear de parede igual a aproximadamente 6,6 kN/m.

### 3.2.4 Cargas na escada

O modelo estrutural utilizado corresponde a uma laje simplesmente apoiada, solicitada por cargas verticais. Para calcular as reações de apoio e solicitações pode-se considerar o modelo como uma viga isostática.

**Figura 28** – Corte na região da escada



As cargas que atuam na escada se diferenciam no trecho inclinado e no patamar intermediário.

No patamar intermediário:

- Peso próprio:  $25 \text{ kN/m}^3 \times 0,10 \text{ m} = 2,5 \text{ kN/m}^2$ ;

- Sobrecarga:  $3 \text{ kN/m}^2$ ;

- Revestimento:  $1 \text{ kN/m}^2$ ;

Total no patamar intermediário é  $6,5 \text{ kN/m}^2$ .

No trecho inclinado:

$$hm = (h / \cos \alpha) + e/2 \quad (3)$$

$$hm = (10 / \cos 32,735) + 18/2$$

$$hm = 20,888 \text{ cm}$$

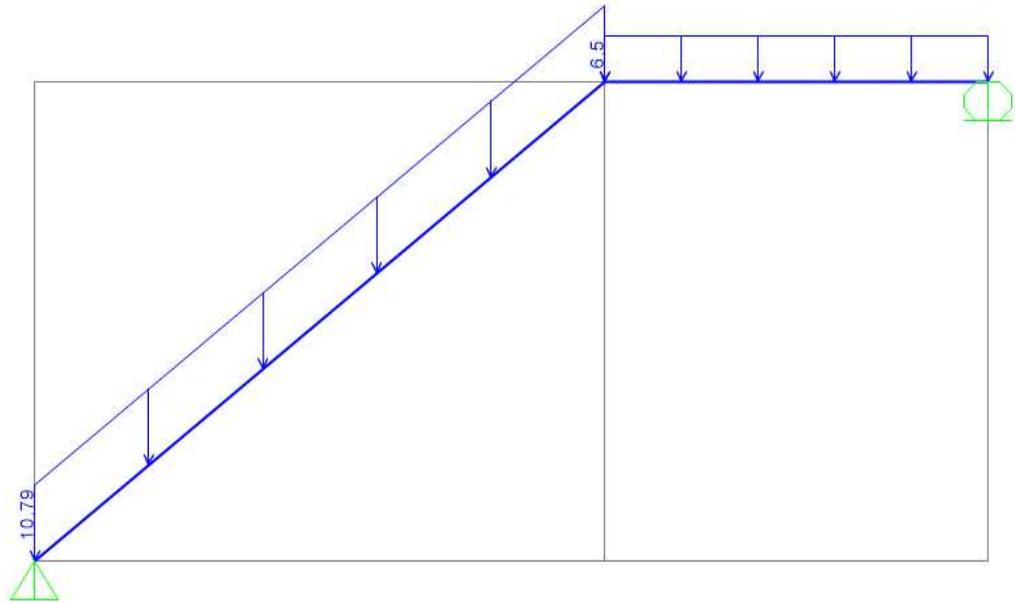
- Peso próprio:  $25 \text{ kN/m}^3 \times 0,20888 \text{ m} = 5,222 \text{ kN/m}^2$ ;

- Sobrecarga:  $3 \text{ kN/m}^2$ ;

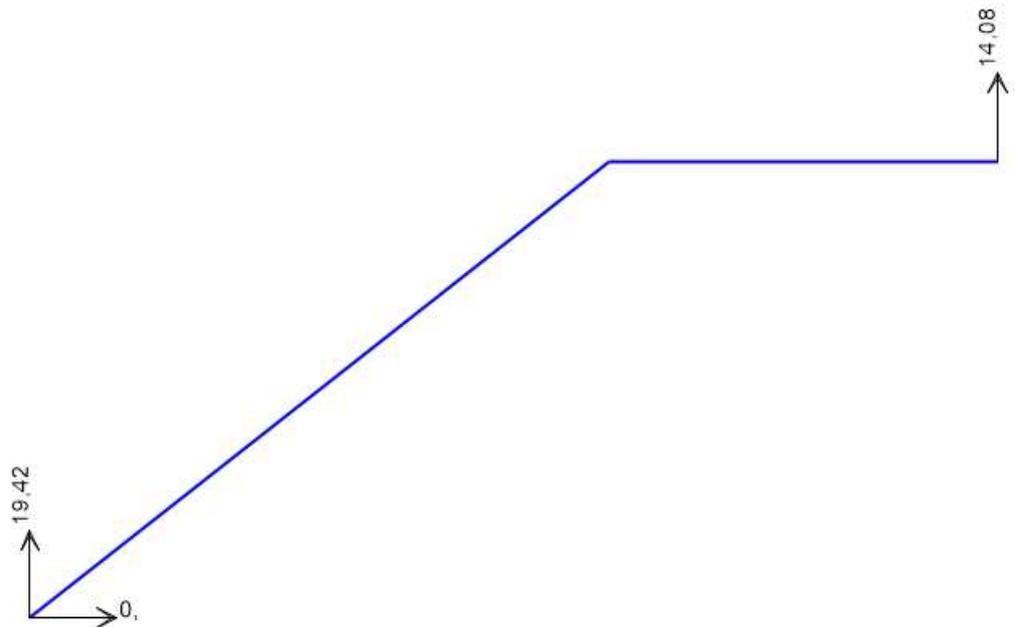
- Revestimento:  $1 \text{ kN/m}^2$ ;

- gradil:  $0,5 \text{ kN/m}$ .

Total no trecho inclinado é  $5,222 + 3 + 1 + 2,5/1,6 = 10,79 \text{ kN/m}^2$ .

**Figura 29** – Ações na escada

Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

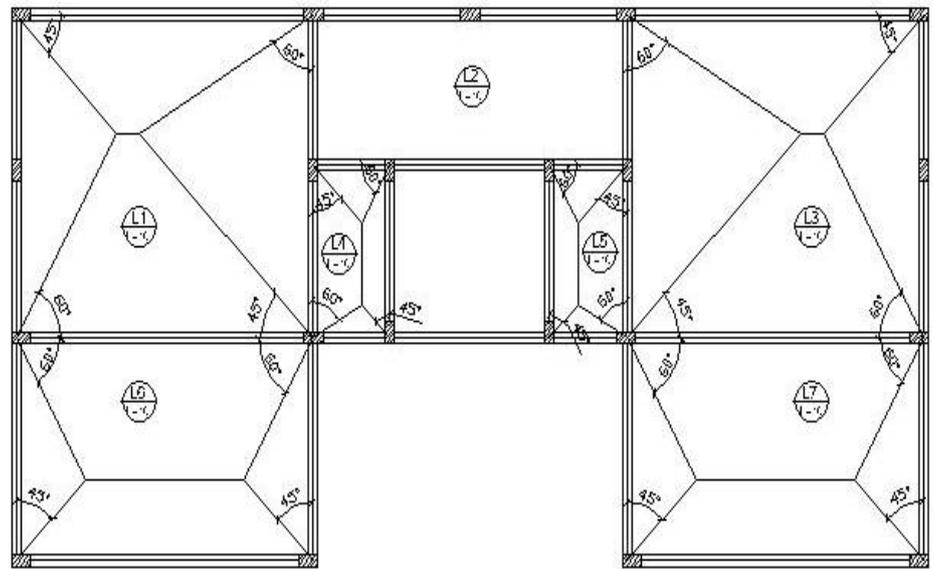
**Figura 30** – Reações de apoio na laje da escada

Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

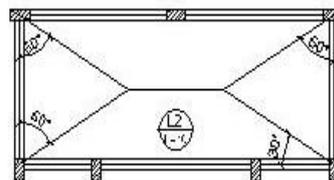
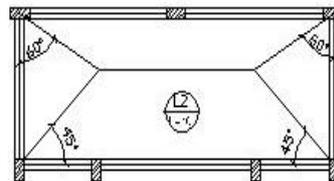
## 4 MODELAGEM

Quando for utilizado o método das charneiras plásticas para determinar as reações de apoio nas lajes e conseqüentemente uma parcela das cargas atuantes nas vigas, a configuração das linhas de ruptura é conforme a figura a seguir.

**Figura 31** – Linhas de ruptura



Forma do pavimento tipo



#### 4.1 Vigas contínuas

A composição das cargas que atuam nas vigas é dada pela reação de apoio das lajes que são calculadas pelo método das charneiras plásticas, pela carga de paredes sobre a viga e pelo peso próprio. Todas as vigas se apoiam em pilares, neste projeto não há casos de vigas apoiadas em vigas. Devido a simetria da planta baixa do pavimento tipo, não há necessidade de analisar todas as vigas.

Na figura a seguir pode-se observar o modelo bidimensional com as vigas e cargas distribuídas que nelas atuam, havendo casos em que uma viga pode receber as reações de apoio de mais de uma laje.

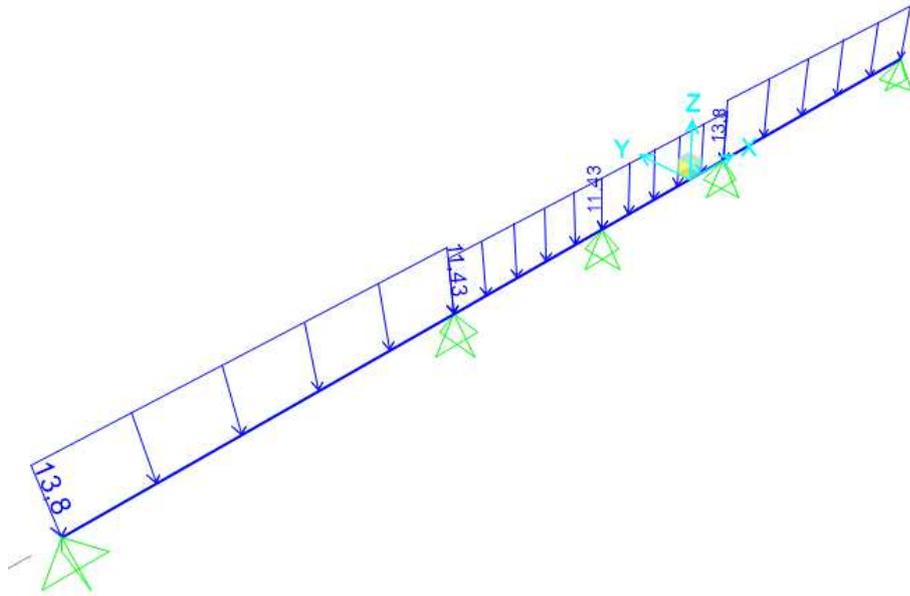
É necessário considerar na extremidade das vigas o momento negativo resultante da solidariedade entre o pilar e a viga. Segundo a NBR 6118, este momento é dado pela fórmula:

$$M = Meng \times \left[ \frac{R_{inf} + R_{sup}}{R_{vig} + R_{inf} + R_{sup}} \right] \quad (4)$$

$$R_i = I_i / l_i \quad (5)$$

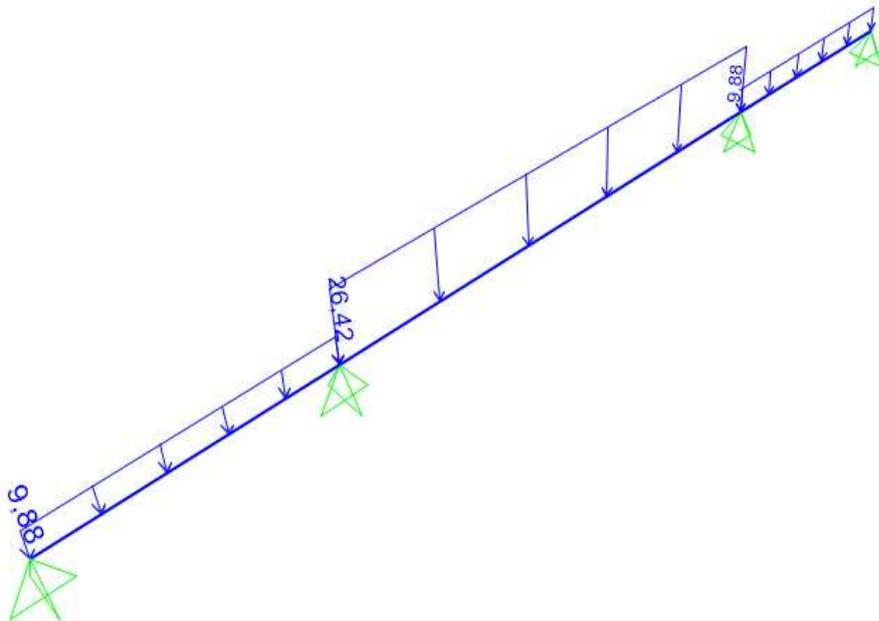
$I_i$  é a rigidez do elemento estrutural no eixo considerado e  $l_i$  é o comprimento livre dos pilares superior e inferior e para o vão livre da viga.

**Figura 32** – viga contínua V1 (SAP 2000)



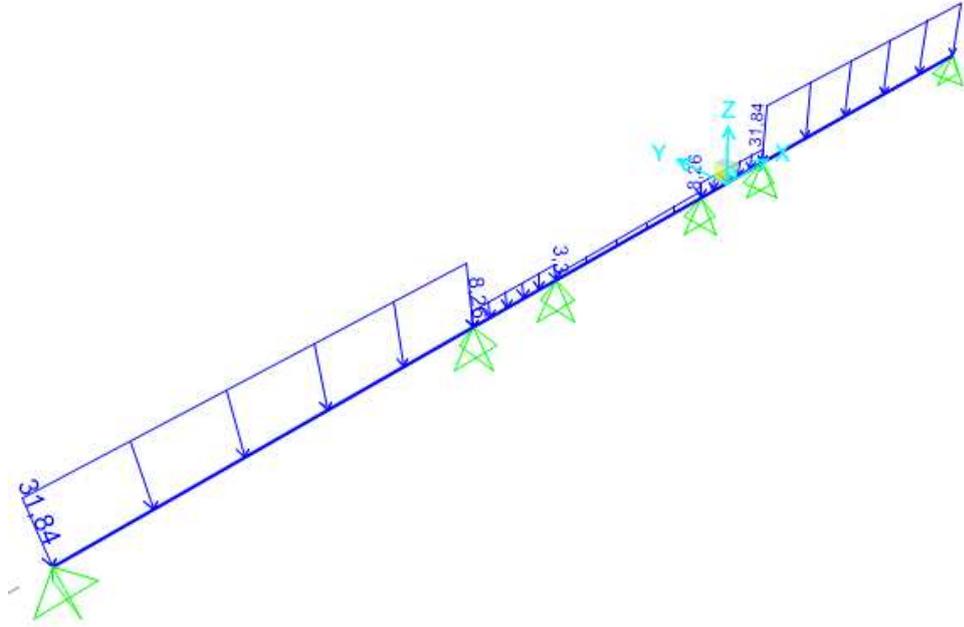
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 33** – viga contínua V2 (SAP 2000)



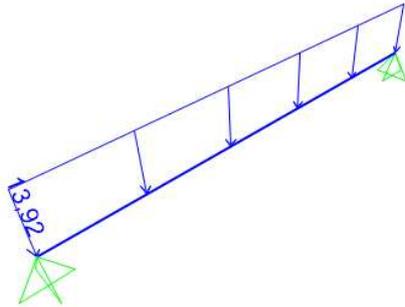
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 34** – viga contínua V3 (SAP 2000)



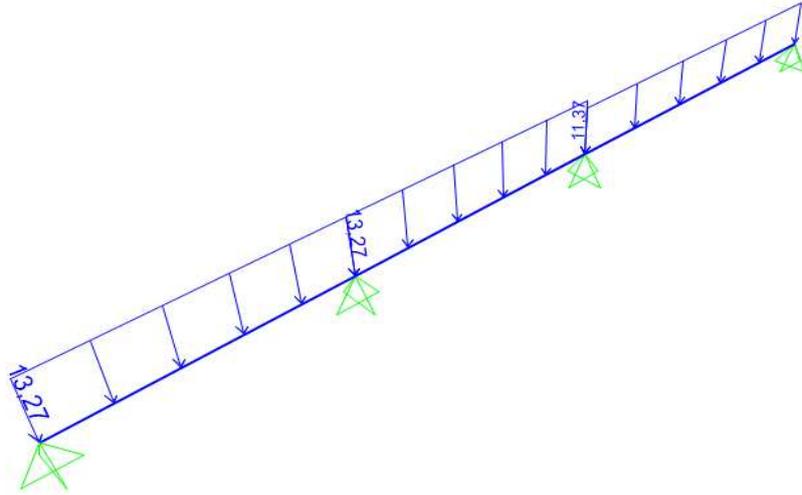
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 35** – viga contínua V4 = V5 (SAP 2000)



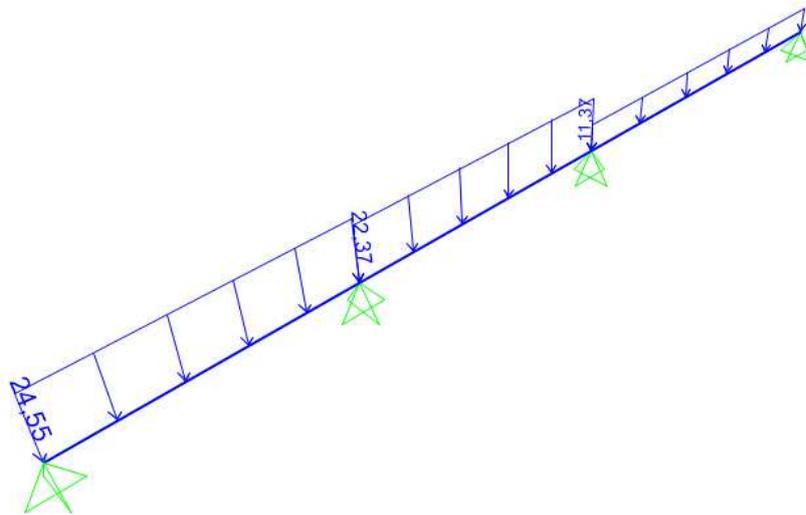
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 36** – viga contínua V6 = V11 (SAP 2000)



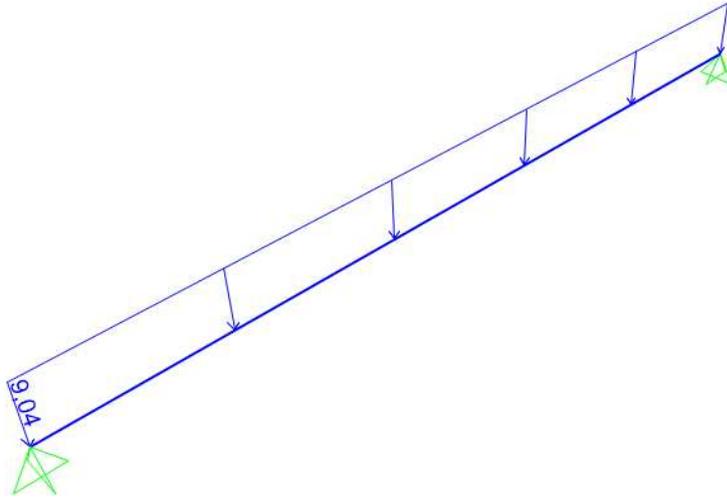
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 37** – viga contínua V7 = V10 (SAP 2000)



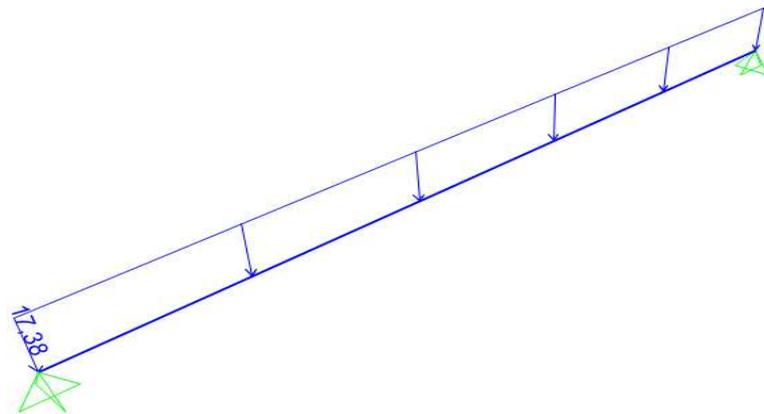
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 38** – viga contínua V8 = V9 (SAP 2000)



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 39** – viga contínua V12 (SAP 2000)



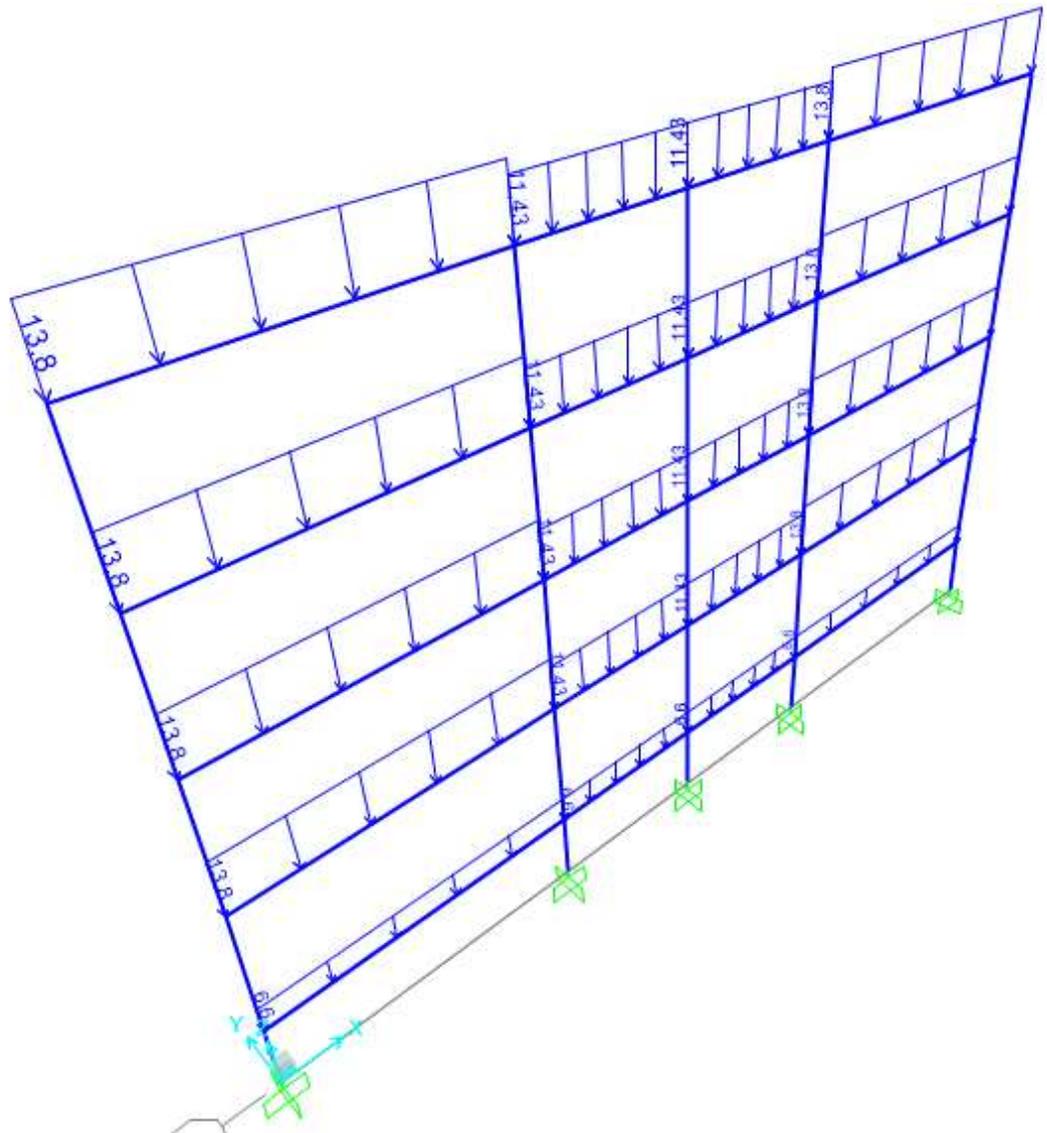
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

## 4.2 Pórticos planos

Neste modelo as cargas nas vigas são resultantes da soma entre as reações de apoio das lajes, que são obtidas conforme o método das charneiras plásticas como no modelo de vigas contínuas, as cargas das paredes e o peso próprio das vigas.

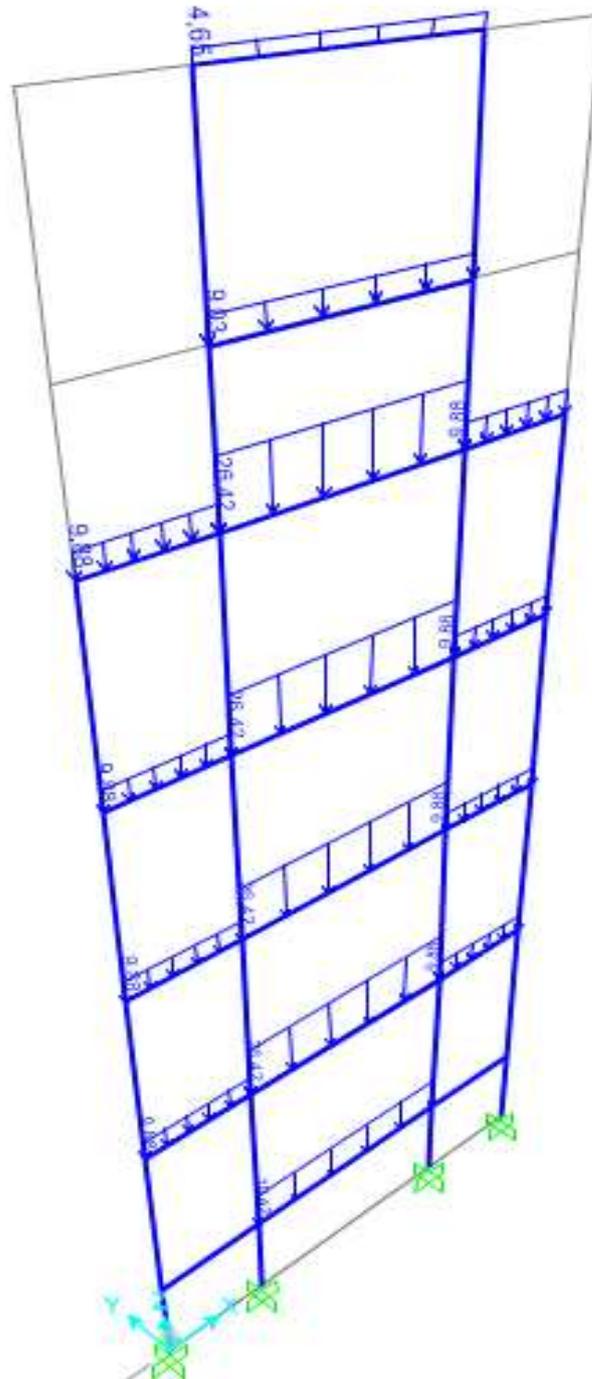
As vigas e pilares formam pórticos em um modelo bidimensional que representam todos os pavimentos. Os pilares são considerados engastados junto à fundação.

**Figura 40** – Pórtico plano 1: P1+P2+P3+P4+P5+V1 (SAP 2000)



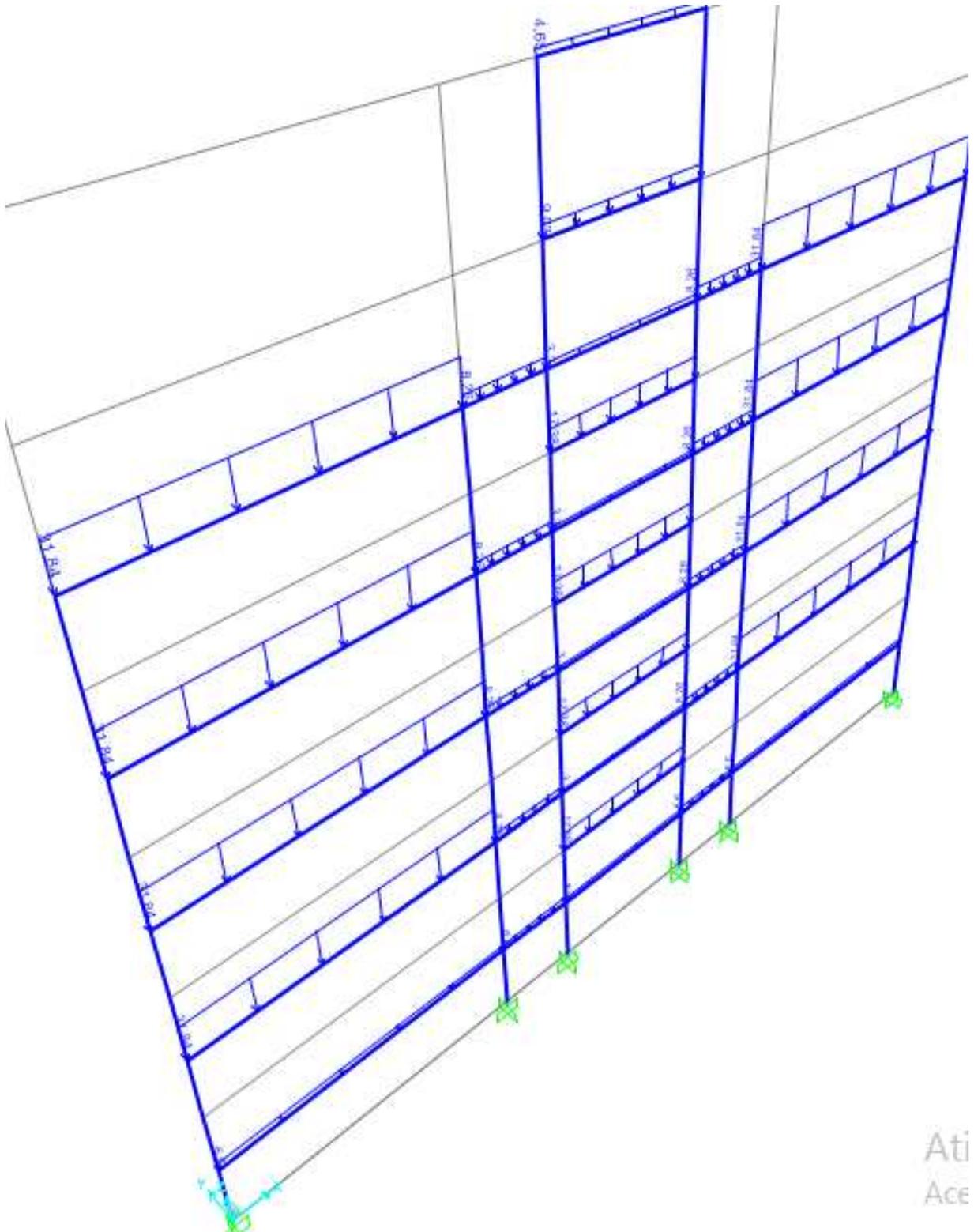
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 41** – Pórtico plano 2: P7+P8+P9+P10+V2 (SAP 2000)



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

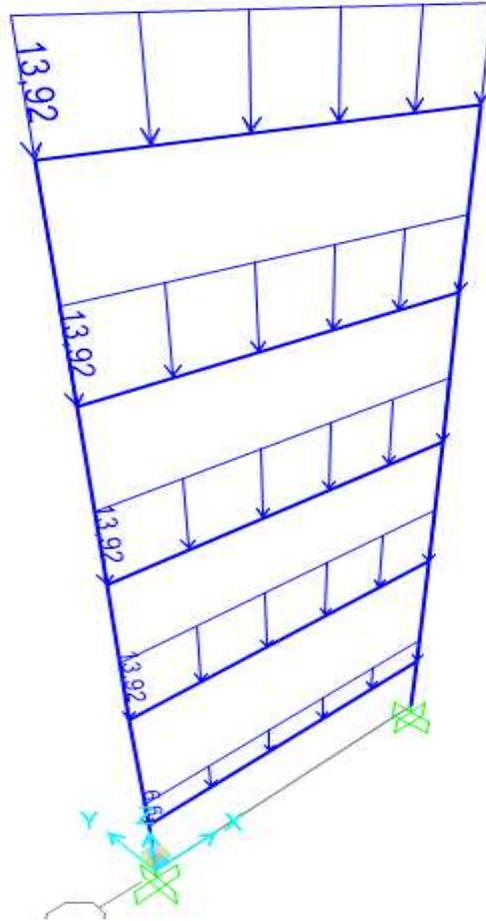
**Figura 42** – Pórtico plano 3: P12+P13+P14+P15+P16+P17+V3+V12 (SAP 2000)



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

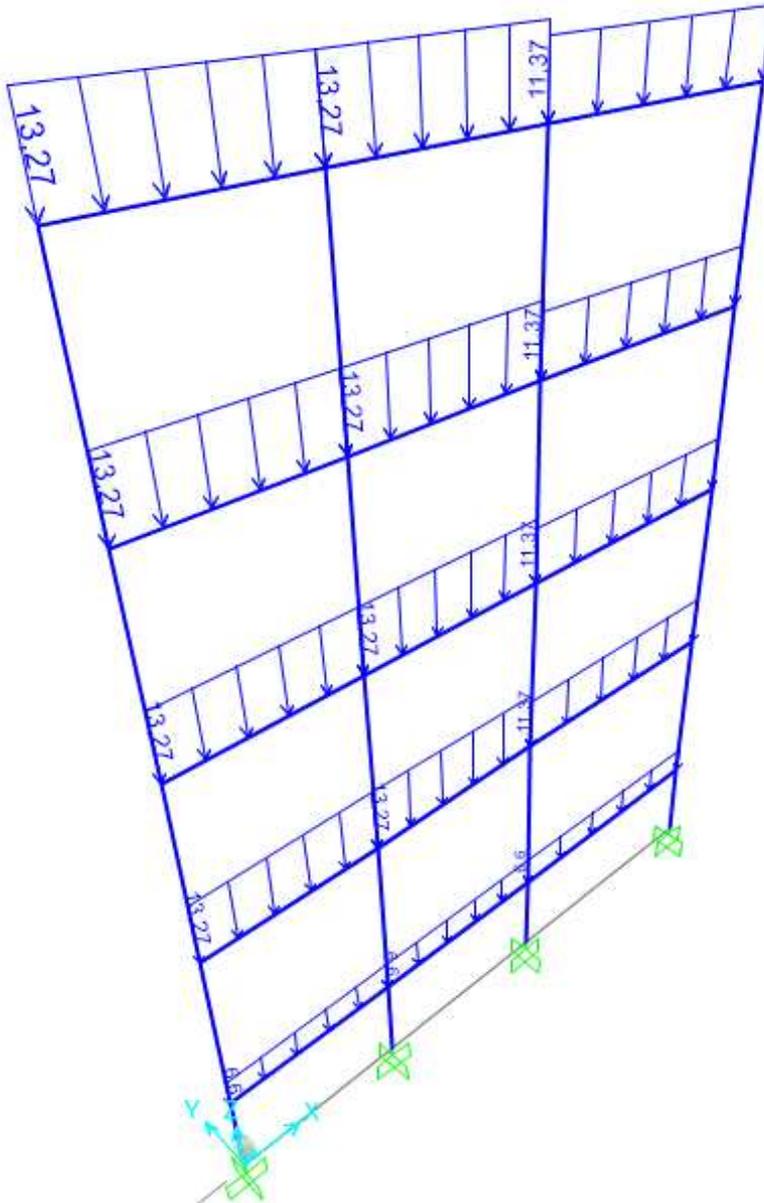
Ati  
Ace

**Figura 43** – Pórtico plano 4 : P18+P19+V4 = Pórtico plano 5: P20+P21+V5 (SAP 2000)



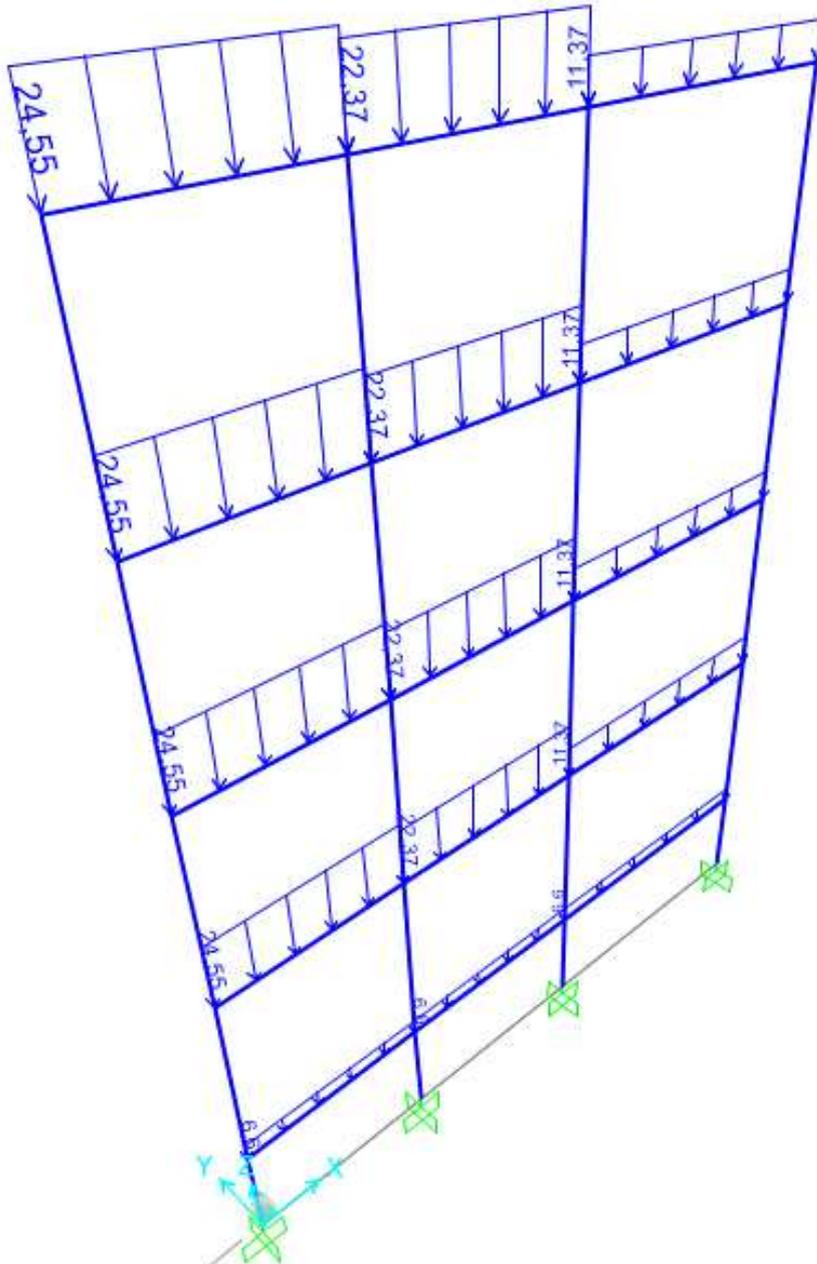
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 44** – Pórtico plano 6 : P1+P6+P12+P18+V6 = Pórtico plano 11: P5+P11+P17+P21+V11 (SAP 2000)



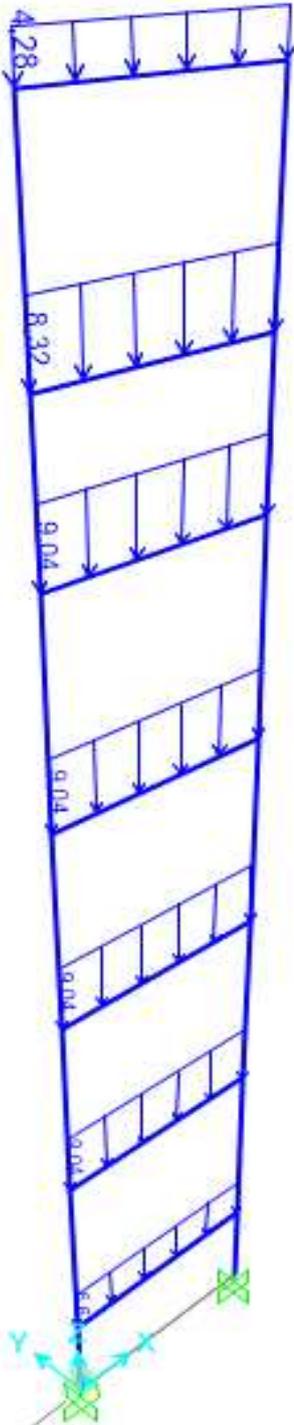
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 45** – Pórtico plano 7 : P2+P7+P13+P19+V7 = Pórtico plano 10:  
P4+P10+P16+P20+V10 (SAP 2000)



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

**Figura 46** – Pórtico plano 8 : P8+P14+V8 = Pórtico plano 9: P9+P15+V9 (SAP 2000)

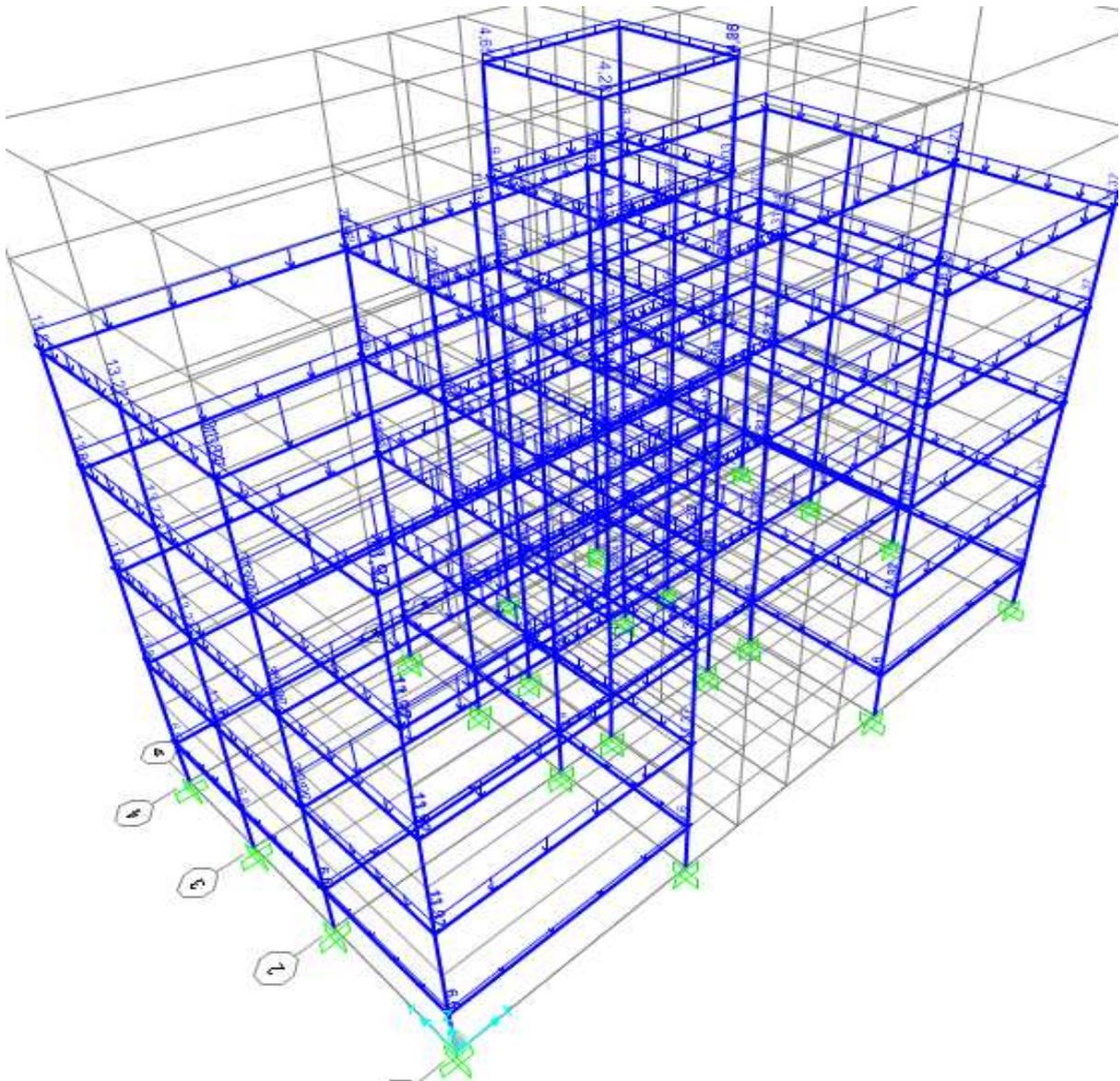


Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

### 4.3 Pórtico espacial sem lajes

Assim como nos modelos anteriores, no modelo tridimensional de pórticos espaciais sem lajes, as cargas atuantes nas vigas são resultantes da soma das reações de apoio das lajes, cargas de parede sobre as vigas e o peso próprio. As reações de apoio das lajes são obtidas pelo método das charneiras plásticas.

**Figura 47** – Pórtico espacial sem lajes (SAP 2000)



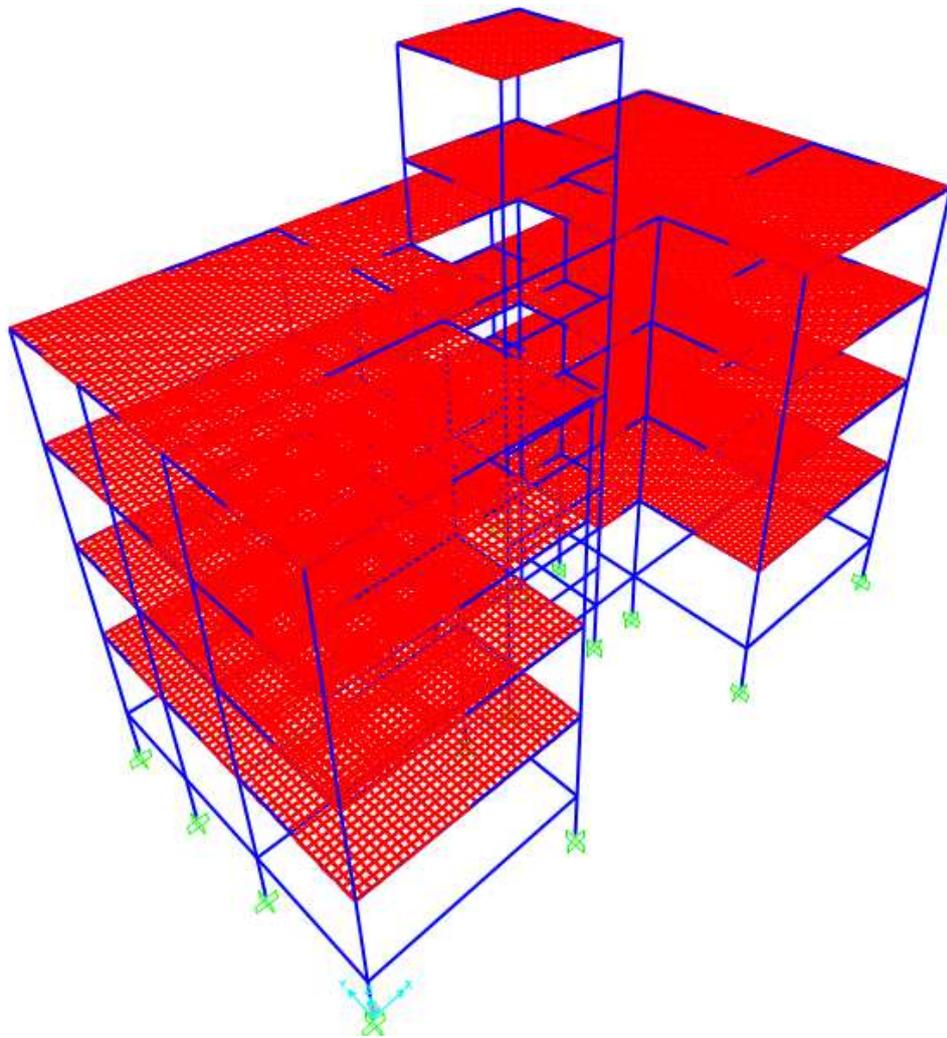
Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

#### 4.4 Pórtico espacial com elementos finitos de placas

Este modelo discretizado utiliza um conjunto de elementos ou malhas na caracterização do objeto de estudo.

Os elementos finitos bidimensionais chamados de placas podem ser utilizados para representar as lajes no modelo de pórticos espaciais. O modelo utilizando placas é muito usado na análise de pavimentos de concreto armado.

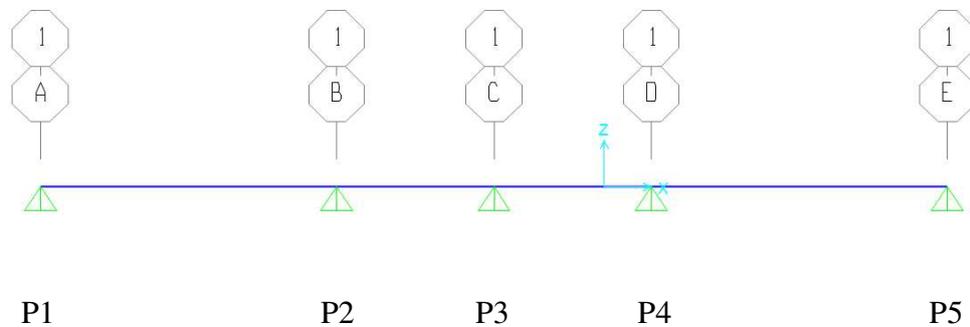
**Figura 48** – Pórtico espacial com lajes discretizadas em elementos finitos de placas (SAP 2000)



Fonte: Desenvolvido pelo autor (2017)

## 5 RESULTADOS

O modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas foi utilizado como referência na comparação dos momentos fletores nas vigas obtidos por outros modelos, visto que é o modelo que apresenta resultados mais satisfatórios e precisos levando em consideração a integração entre os diferentes elementos da estrutura. Nos modelos de pórticos espaciais e pórticos planos foram analisados os pavimentos-tipos intermediários.



VIGA V1:

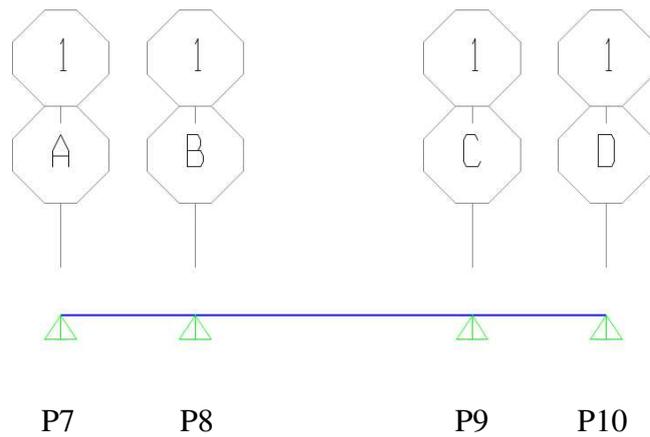
Apoio    vão    apoio    vão    apoio    vão    apoio    vão    apoio

Vigas contínuas	-40,96	51,49	-59,09	-6,092	10	-6,092	-59,09	51,49	-40,96
Pórticos planos	-48,41	28,99	-49,46	3,36	-13,66	3,36	-49,46	28,99	-48,41
Pórtico espacial sem lajes	-49,22	29,07	-48,54	3,55	-17,49	3,55	-48,54	29,07	-49,22
Pórtico espacial com elementos finitos	<b>-29,98</b>	<b>15,09</b>	<b>-26,52</b>	<b>1,03</b>	<b>-9,25</b>	<b>1,03</b>	<b>-26,52</b>	<b>15,09</b>	<b>-29,98</b>

Pode-se observar que para viga V1 os momentos fletores nos apoios são todos negativos com exceção do momento encontrado no pilar P3 no modelo de vigas contínuas em que as fibras inferiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são na maioria positivos, com exceção do vão entre os pilares P2 e P3 e do vão entre os pilares P3 e P4, onde as fibras tracionadas são as superiores no modelo de vigas contínuas.

Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos na viga V1 pode-se observar que os valores obtidos foram superestimados em relação aos de referência com exceção dos momentos encontrados no pilar P3 e no vão entre os pilares P2 e P3 no modelo de vigas contínuas que tracionam regiões diferentes. No modelo de vigas contínuas os momentos fletores chegaram a ultrapassar em 241,22% o momento de referência obtido pelo modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas, no vão entre os pilares P1 e P2 e também P4 e P5. Porém os momentos fletores nas extremidades, apesar de ultrapassarem em 36,6% os momentos fletores de referência são mais próximos do que os obtidos pelos modelos de pórtico plano e espacial sem laje.

Os momentos fletores obtidos pelos modelos de pórtico plano e espacial sem lajes são mais próximos ao modelo de referência que o modelo de vigas contínuas com exceção dos valores encontrados nos apoios de extremidades. O modelo de pórticos planos apresentou valores mais próximos aos obtidos pelo modelo de referência quando comparado ao modelo de pórtico espacial sem lajes.



VIGA V2:

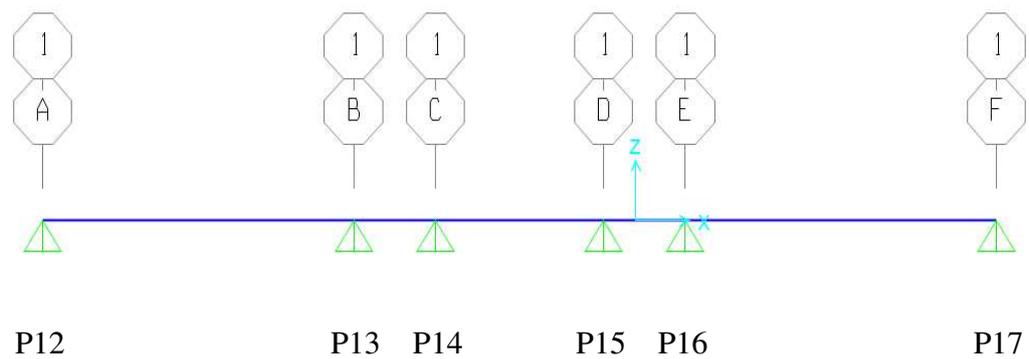
	Apoio	vão	apoio	vão	apoio	vão	apoio
Vigas contínuas	-0,82	-6,683	-21,45	18,78	-21,45	-6,683	-0,82
Pórticos planos	-13,52	-5,70	-23,31	16,92	-23,31	-5,70	-13,52
Pórtico espacial sem lajes	-1,43	-4,44	-20,14	15,09	-20,14	-4,44	-1,43
Pórtico espacial com elementos finitos	<b>3,65</b>	<b>-4,32</b>	<b>-16,54</b>	<b>7,0</b>	<b>-16,54</b>	<b>-4,32</b>	<b>3,65</b>

Na viga V2, os momentos fletores nos apoios são todos negativos com exceção do valor encontrado no pilar P7 e P10 no modelo de referência, o modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas, em que as fibras inferiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são na maioria negativos, com exceção do vão entre os pilares P8 e P9, onde as fibras tracionadas são as inferiores em todos os modelos.

Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos na viga V2 pode-se observar que os momentos fletores são superestimados em todos os 3 modelos, com

exceção dos momentos encontrados no pilar P7 e P10 que tracionam regiões diferentes ao modelo de referência. O modelo de vigas contínuas chega a ultrapassar em 168,29% o momento de referência obtido pelo modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas, no vão entre os pilares P8 e P9.

Os momentos fletores obtidos pelo modelo de pórtico espacial sem lajes no vão entre os pilares P7 e P8 e no vão entre P9 e P10 são mais próximos aos obtidos pelo modelo de referência, ultrapassando em 2,78%. Os valores obtidos pelo modelo de pórtico espacial sem lajes foi o que mais se aproximou ao obtido pelo modelo de referência. Nos apoios extremos, o momento fletor encontrado pelos outros modelos indica tração na fibra superior enquanto no modelo de referência foi observado o contrário.



VIGA 3:

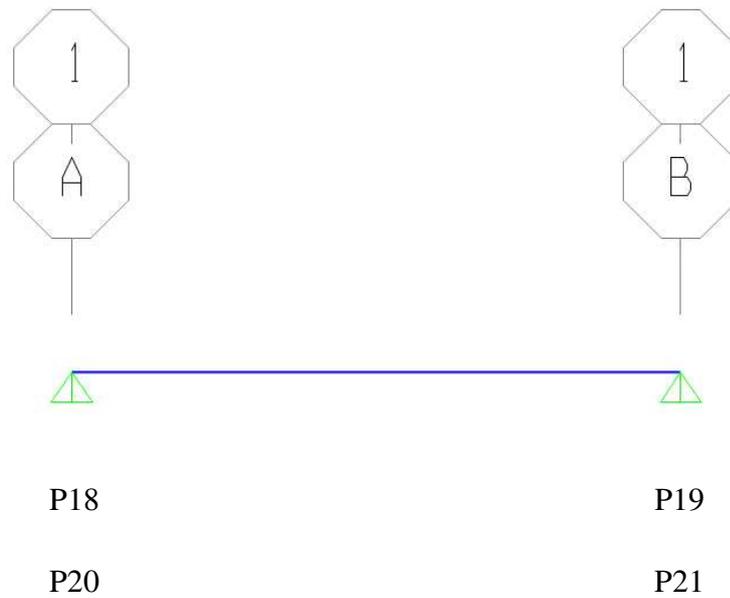
Apoio    vão    apoio    vão    apoio    vão    apoio    vão    apoio    vão    apoio

Vigas contínuas	-94,51	107,7	-133,25	-58,09	10,09	17,59	10,09	-58,09	-133,25	107,7	-94,51
Pórticos planos	-105,37	62,87	-104,79	-10,74	-14,83	0,28	-14,83	-10,74	-104,79	62,87	-105,37
Pórtico espacial sem lajes	-104,25	62,86	-103,86	-10,48	-21,33	-0,44	-21,33	-10,48	-103,86	62,86	-104,25
Pórtico espacial com elementos finitos	-31,79	14,4	-28,74	-4,33	-14,25	-0,16	-14,25	-4,73	-28,74	14,4	-31,79

Na viga V3, os momentos fletores nos apoios são todos negativos com exceção do momento encontrado no pilar P14 e P15 no modelo de vigas contínuas em que as fibras inferiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores entre os pilares P12 e P13 e também entre P16 e P17 são positivos para todos os modelos e entre os pilares P14 e P15 somente no modelo de vigas contínuas e de pórticos planos, as fibras inferiores são tracionadas, nos outros vãos foram obtidos momentos negativos indicando que as fibras superiores estão sendo tracionadas.

Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos na viga V3 pode-se observar que os valores obtidos são superestimados em relação aos de referência, com exceção dos momentos encontrados no pilar P14 e P15 no modelo de vigas contínuas que tracionam regiões diferentes, assim com o vão entre eles para o modelo de vigas contínuas e de pórticos planos. O modelo de vigas contínuas chega a ultrapassar em 1241,57% o valor de referência no meio do vão entre os pilares P13 e P14. Os momentos fletores obtidos pelo modelo de vigas contínuas foram mais distantes dos valores de referência que os modelos de pórticos planos e de pórtico espacial sem lajes, com exceção dos valores encontrados nos pilares de extremidades apesar de ultrapassarem em 197,3% os valores de referência.

Os momentos fletores encontrados pelo modelo de pórtico espacial sem lajes foram os que mais se aproximaram aos valores de referência, com exceção dos momentos de extremidades, que o modelo de vigas contínuas mais se aproximou e os valores encontrados no pilar P14 e P15 que os mais próximos foram os obtidos pelo modelo de pórticos planos ultrapassando em 4,1% o valor de referência.



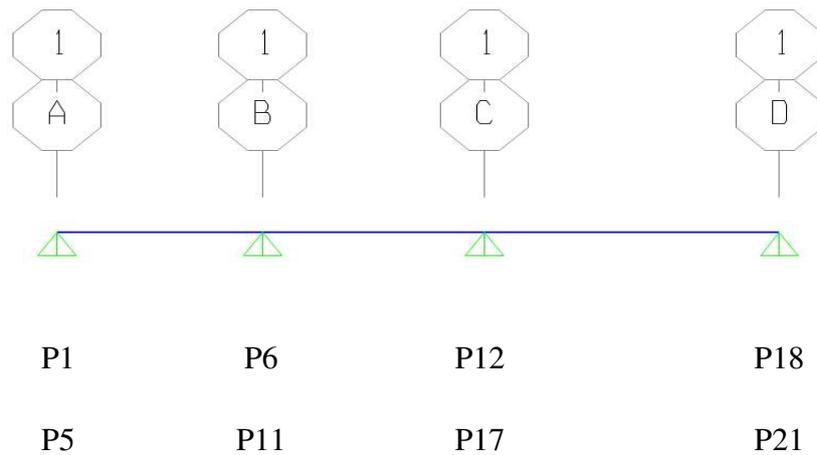
VIGA V4 = VIGA V5:

	Apoio	vão	apoio
Vigas contínuas	-41,32	78,52	-41,32
Pórticos planos	-48,63	29,89	-48,63
Pórtico espacial sem lajes	-48,53	29,86	-48,60
Pórtico espacial com elementos finitos	-33,41	17,08	-33,33

Nas vigas V4 e V5, os momentos fletores nos apoios são todos negativos para todos os modelos, neles as fibras superiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são todos positivos, indicando que as fibras tracionadas são as inferiores.

Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos pode-se observar que os valores obtidos são superestimados quando comparados aos valores de referência. No modelo de vigas contínuas chega a ultrapassar em 359,72% o momento de referência no meio do vão entre os pilares. Porém os momentos fletores nas extremidades, apesar de ultrapassarem em 23,68% os momentos fletores de referência são mais próximos do que os obtidos pelos modelos de pórtico plano e espacial sem laje.

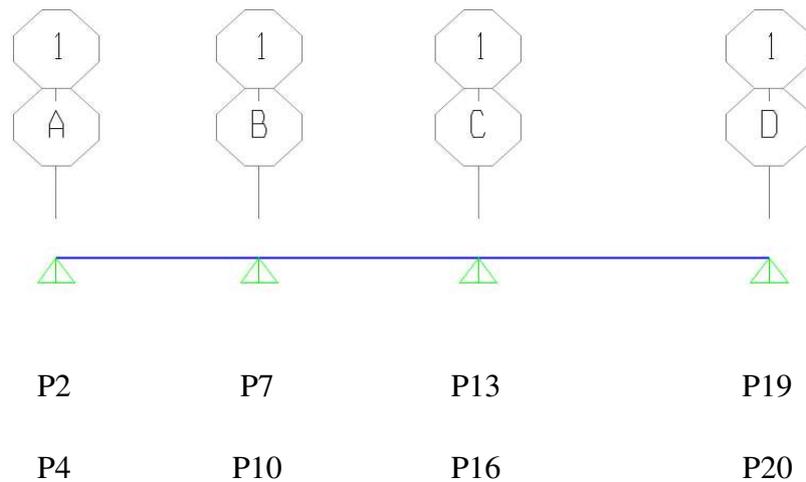
Os momentos fletores obtidos pelos modelos de pórtico plano e espacial sem lajes são mais próximos ao modelo de referência no meio do vão, sendo o modelo de pórtico espacial sem lajes mais preciso, ultrapassando em aproximadamente 74,8% o valor de referência.



VIGA V6 = VIGA V11:

	Apoio	vão	apoio	vão	apoio	vão	apoio
Vigas contínuas	-4,24	9,59	-10,86	2,07	-20,22	17,49	-8,81
Pórticos planos	-10,6	5,64	-11,04	5,45	-15,66	10,26	-17,29
Pórtico espacial sem lajes	-2,78	5,25	-10,82	5,09	-9,83	14,42	-14,82
Pórtico espacial com elementos finitos	-1,56	3,66	-7,37	2,97	-6,3	9,76	-6,15

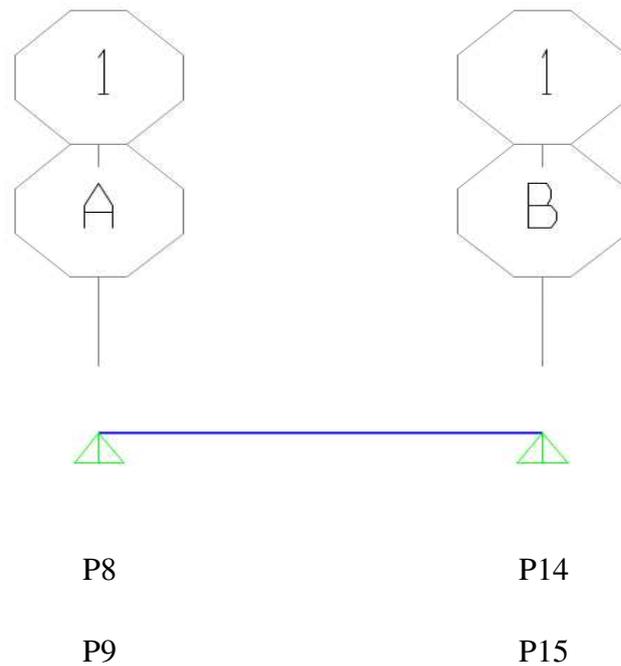
Na viga V6 que é igual a V11, os momentos fletores nos apoios são todos negativos para todos os modelos, neles as fibras superiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são todos positivos, indicando que as fibras tracionadas são as inferiores. Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos pode-se observar que os valores encontrados pelos modelos utilizados são superestimados com exceção do vão intermediário no modelo de vigas contínuas. No apoio P12 da viga V6, o momento fletor obtido pelo modelo de vigas contínuas ultrapassa em 220,9% o valor de referência. O modelo de pórtico espacial sem lajes é o que apresenta valores mais próximos aos de referência, com exceção do apoio e vão extremos do lado direito.



VIGA V7 = VIGA V10:

	Apoio	vão	apoio	vão	apoio	vão	apoio
Vigas contínuas	-7,84	16,04	-20,76	5,51	-22,55	16,61	-8,81
Pórticos planos	-18,4	10,02	-16,28	9,41	-19,42	9,85	-17,9
Pórtico espacial sem lajes	-6,9	9,74	-15,44	9,31	-11,84	9,42	-14,8
Pórtico espacial com elementos finitos	-3,40	5,52	-11,80	4,89	-8,96	9,32	-6,42

Na viga V7 que é igual a V10, os momentos fletores nos apoios são todos negativos para todos os modelos, neles as fibras superiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são todos positivos, indicando que as fibras tracionadas são as inferiores. Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos pode-se observar que os momentos fletores obtidos pelos modelos utilizados são superestimados. Os valores obtidos pelo modelo de pórtico espacial sem lajes é o que mais se aproxima dos valores de referência, ultrapassando em 1,07% o valor de referência no vão extremo do lado direito, com exceção do apoio extremo do lado direito P19, em que o modelo de vigas contínuas é o que mais se aproxima.



VIGA V8 = VIGA V9:

	Apoio	vão	apoio
Vigas contínuas	-5,51	13,08	-5,51
Pórticos planos	-7,67	5,4	-7,67
Pórtico espacial sem lajes	-5,03	6,92	-5,03
Pórtico espacial com elementos finitos	-1,55	3,06	-1,55

Nas vigas V8 e V9, os momentos fletores nos apoios são todos negativos para todos os modelos, neles as fibras superiores que estão sendo tracionadas. Já no meio dos vãos, os momentos fletores são todos positivos, indicando que as fibras tracionadas são as inferiores.

Comparando-se os modelos em relação aos momentos fletores obtidos pode-se observar que os valores obtidos são superestimados quando comparados aos valores de referência chegando a ultrapassar em 394,84% pelo modelo de pórticos planos nos apoios. No meio do vão, os valores obtidos pelo modelo de pórticos planos se aproximaram dos valores de referência, ultrapassando em 76,47%.

Os momentos fletores obtidos pelos modelos de pórtico espacial sem lajes são mais próximos ao modelo de referência nas extremidades, ultrapassando em aproximadamente 224,5% o valor de referência.



## 6 CONCLUSÃO

O modelo mais simples de vigas contínuas apesar de poder ser utilizado na análise de estruturas apresentam valores superestimados em relação aos demais ocasionando superdimensionamento, porém alguns momentos fletores obtidos nas extremidades, segundo a NBR 6118 oriundos da solidariedade entre pilares extremos e vigas, apresentaram uma aproximação melhor que os outros modelos em alguns casos.

O modelo de pórtico espacial sem lajes foi o que mais se aproximou do modelo de referência, visto que é um modelo mais refinado que o modelo de vigas contínuas e o modelo de pórticos planos. A utilização do modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas forneceu resultados mais próximos dos reais devido sua complexidade e os recursos computacionais que necessita, sendo mais satisfatório e apresentando valores menores de momentos fletores nas vigas que os demais modelos.

O modelo de pórticos planos apesar de obter uma boa aproximação com o modelo de pórtico espacial sem lajes, ainda assim apresenta valores superiores a esse, apresentando valores mais distantes aos obtidos pelo modelo de pórtico espacial com elementos finitos de placas do que o modelo de pórtico espacial sem lajes.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro, 2002.

CHAGAS, Daniel Pereira. **Análise Comparativa entre Modelos Estruturais para Edifícios de Concreto Armado**. Trabalho de Conclusão de Curso. Curitiba - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2012.

CORRÊA, M.R.S. **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. Tese (Doutorado). São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1991.

FONTES, Fernando F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. Dissertação (Mestrado). São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2005.

GIONGO, José Samuel. **Concreto Armado: Projeto Estrutural de Edifícios**. Apostila. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2007.

KIMURA, Alio. **Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. São Paulo: Pini, 2007.

MARTHA, Luiz Fernando. **Métodos Básicos da Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: PUC – Rio, 2007.