



**UNIVERSIDADE
ESTADUAL DO
MARANHÃO**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA
CURSO MATEMÁTICA LICENCIATURA

HENDRYL DAYSMYSON LIMA DA SILVA

**O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM USO DE MATERIAIS CONCRETOS
NO ENSINO MÉDIO**

São Luís - MA

2024

HENDRYL DAYMYSON LIMA DA SILVA

**O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM USO DE MATERIAIS CONCRETOS
NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa

São Luís - MA

2024

Silva, Hendryl Daymyson Lima da.

O ensino de geometria espacial com uso de materiais concretos no ensino médio / Hendryl Daymyson Lima da Silva. – São Luís, MA, 2024.

51f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática Licenciatura) - Universidade Estadual do Maranhão, 2024.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa.

1. Materiais Concretos. 2. Educação Matemática. 3. Geometria Espacial.
4. Ensino Médio. I.Título.

Elaborado por Luciana de Araújo - CRB 13/445

HENDRYL DAYMYSON LIMA DA SILVA

**O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM USO DE MATERIAIS CONCRETOS
NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Aprovado em: 06/02/2025

Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa (Orientador)
Doutor em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

Profa. Dra. Rayane de Jesus Santos Melo (examinador I)
Doutora em Educação
Universidade Federal do Maranhão

Prof. Me. Elvys Wagner Ferreira da Silva (examinador II)
Mestre em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado força durante toda a construção do meu caminho durante a graduação em Matemática Licenciatura.

À minha avó materna, por ter incentivado os meus estudos e nunca ter deixado desistir dos meus sonhos, sempre lutando para que eu chegasse na graduação.

À minha esposa, por sempre está me aconselhando e compartilhando das experiências que vivi durante toda a graduação, além do incentivo para que eu me especializasse mais no decorrer de todo o curso.

Ao meu orientador Mauro Guterres Barbosa que durante minha caminhada no curso sempre me inspirou a ser um bom professor de matemática, além de ter abraçado meu projeto tido bastante paciência para me ajudar durante a escrita desse trabalho.

Ao professor Valderlândio de Araujo Pontes preceptor da minha Residência Pedagógica, no qual abriu espaço na escola na qual lecionava para que a nossa pesquisa pudesse acontecer, além das contribuições teóricas.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização desse trabalho.

RESUMO

O presente trabalho busca trazer reflexões sobre o uso de materiais concretos para alunos de Ensino Médio no ensino de Geometria Espacial. O trabalho está apresentado em duas partes. A primeira parte refere-se as conceituações de autores sobre uso de materiais concretos no ensino de matemática e sua relevância para alunos e professores, além de por outros pesquisadores em artigos publicados nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). A segunda parte mostra, por meio de uma intervenção pedagógica, quais foram as experiências vivenciadas pelos alunos no ensino da geometria espacial com o auxílio dos materiais concretos. Para compreender se realmente o uso de materiais concretos teria algum impacto no ensino de geometria espacial definimos alguns passos para seguirmos para chegarmos em nosso objetivo, sendo eles: reconhecer pesquisas que estabelecem relação entre o uso de materiais concretos e o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial; identificar pesquisas que estabelecem relação entre o uso de materiais concretos e o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial no Ensino Médio; identificar teorias que defendem o uso do material concreto para o ensino de geometria; buscar nos documentos de orientações oficiais as premissas para o ensino de geometria espacial e o uso de materiais concretos; elaborar uma proposta pedagógica que articule o uso de materiais concretos para o ensino de geometria espacial no Ensino Médio; realizar uma oficina com o uso de matérias concretos para o ensino de geometria espacial com estudantes do ensino médio; reconhecer a partir da oficina realizada com o uso de materiais concretos para o ensino de geometria espacial com estudantes do ensino médio as características dessa metodologia de ensino. Os autores utilizados para embasar essa pesquisa foram (Pontes, 2018); (Lorrenzato, 1995); (Ponte e Serrazina, 2000); (Santos, 2015) e (Van Hiele, 1957). A partir desses passos e dos autores usados durante nossa pesquisa, concluímos que o uso de materiais concretos se mostrou uma metodologia promissora para o ensino de geometria, não ficando restrita aos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Materiais Concretos; Educação Matemática; Geometria Espacial; Ensino Médio.

ABSTRACT

The present work seeks to show reflections on the use of concrete materials for high school students in teaching Spatial Geometry. The paper is presented in two parts. The first part refers to the authors' concepts on the use of concrete materials in the teaching of mathematics and their relevance for students and teachers, in addition to experiences narrated by other researchers in articles published in the Proceedings of the National Meeting of Mathematics Education (ENEM). The second part shows, through a pedagogical intervention, what were the experiences lived by students in the teaching of spatial geometry with the help of concrete materials. In order to understand whether the use of concrete materials would really have any impact on the teaching of spatial geometry, we defined some steps: recognize research that establishes a relationship between the use of concrete materials and the teaching-learning process of spatial geometry; identify research that establishes a relationship between the use of concrete materials and the teaching-learning process of spatial geometry in high school; identify theories that defend the use of concrete materials for the teaching of geometry; search in official guidance documents the premises for teaching spatial geometry and the use of concrete materials; develop a pedagogical proposal that articulates the use of concrete materials for teaching spatial geometry in high school; hold a workshop on the use of concrete materials for teaching spatial geometry with high school students; recognize from the workshop held on the use of concrete materials for teaching spatial geometry with high school students the characteristics of this teaching methodology. From these steps we can conclude that the use of concrete materials has proven to be a promising methodology for teaching geometry, not being restricted to the final years of elementary school. The authors used to support this research were (Pontes, 2018); (Lorrenzato, 1995); (Ponte and Serrazina, 2000); (Santos, 2015) and (Van Hiele, 1957).

Keywords: Concrete Materials; Mathematics Education; Spatial Geometry; High School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Slide sobre geometria no dia a dia

Figura 2 – Slide sobre geometria nos jogos digitais

Figura 3 – Demonstração da importância da Geometria Espacial no ENEM

Figura 4 – Usando elementos de jogos digitais para representar conceitos geométricos

Figura 5 – Sólidos geométricos de Plástico

Figura 6 – Demonstração da área do Cilindro

Figura 7 – Demonstração da área do Cone

Figura 8 – Sólidos Planificados usados durante a oficina

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
2. METODOLOGIA.....	10
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
3.1 PESQUISAS ATUAIS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM O USO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO MÉDIO.....	16
4. PROPOSTA PEDAGÓGICA.....	19
4.1 ESTRATÉGIA DE AÇÃO.....	19
4.2 PREÂMBULO INICIAL DA PROPOSTA.....	20
4.2.1 Primeira aula.....	21
4.2.2 Segunda aula.....	26
4.2.3 Terceira aula.....	29
4.2.4 Quarta aula.....	31
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	35
5.1 ANÁLISE DA AULA 01.....	35
5.2 ANÁLISE DA AULA 02.....	35
5.3 ANÁLISE DA AULA 03.....	35
5.4 ANÁLISE DA AULA 04.....	35
5.5 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO.....	35
6. REFLEXÕES SOBRE O PROGRAMA RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA EM MINHA FORMAÇÃO DOCENTE.....	35
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
REFERÊNCIAS.....	37
APÊNDICE.....	38

1. INTRODUÇÃO

O ensino da geometria espacial em sala de aula é sempre algo desafiador, já que muitos dos seus conceitos são demonstrados pelos professores, autores de livro didático, educadores e pesquisadores com forte viés na algebrização e extensas demonstrações apoiadas em raciocínio lógico-dedutivo. Essa forma de abordagem pode produzir nos alunos um desinteresse pela aula, dificuldades de aprendizagem do que foi ensinado pelo professor e, conseqüente distanciamento da aplicabilidade do que foi ensinado em aula com a realidade.

Segundo Lorenzato (1995) dois pontos são importantes para determinar o motivo da geometria ser ensinada desta forma na sala de aula, isto é, de forma descontextualizada. O primeiro deles seria que os professores não possuem os conhecimentos geométricos necessários para a realização de uma boa prática pedagógica o que reflete diretamente no ensino da componente curricular e, justifica que o docente que não conhece o poder, a beleza e a importância dela para a formação dos futuros cidadãos e acabam sendo confrontados com seguinte dúvida: ensinar geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la.

O segundo ponto seria a abordagem que os livros didáticos fazem sobre o conhecimento de geometria e, nesse ponto, podemos refletir que a maioria dos livros trazem definições, propriedades, nomes e fórmulas, mas dicotomizado de quaisquer aplicações ou explicações sobre a natureza histórica ou lógica da geometria (Lorenzato, 1995).

Lorenzato (1995) afirma que o problema do ensino de geometria no Brasil está relacionado ao pouco conhecimento da geometria que alguns professores que ensinam matemática apresentam e para compensar a falta do conhecimento geométrico, tentam ensiná-la utilizando os livros didáticos cheio de definições, demonstrações e fórmulas tendem a despertar pouco interesse dos alunos sobre o tema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil, 1999) nos informam que as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas quando desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, possibilita que os alunos possam usar formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca, trabalho esse que pode ser alcançado com o uso de materiais concreto. Assim, estes alunos além de visualizar as propriedades, fórmulas e elementos que tanto se enfatiza nos processos de ensino e livros didáticos, também podem manipulá-los.

A presente pesquisa busca então responder a seguinte indagação: como o uso de materiais concretos pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial dos alunos do Ensino Médio?

Para responder a pergunta proposta pela nossa pesquisa, utilizamos artigos do ENEM – Encontro Nacional Ensino em Matemática contendo experiências que obtiveram sucesso com uso de materiais concretos, autores que apoiam o uso materiais manipulativos para a construção geométrico e, a análise de dados coletados a partir de nossa intervenção feita em uma turma do 3ª série do Ensino Médio durante o processo de nossa vivência no Programa Residência Pedagógica.

Por hipótese, entendemos que com o uso de materiais concretos os estudantes do ensino médio conseguem realizar atividades de revisão e aprofundamento dos conteúdos relacionados à Geometria Espacial, isto é, quando manipulam as formas sólidas podem estabelecer um vínculo entre o concreto manipulável e o abstrato e, passam a reconhecer os elementos dos sólidos geométricos e suas propriedades e a partir deste os modelos matemáticos correspondentes.

2. METODOLOGIA

Anunciamos nosso objetivo principal, como sendo: compreender como o uso de materiais concretos auxiliam o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial no Ensino Médio. Para alcançarmos esse objetivo, o dividimos em objetivos específicos menores, quais sejam: Reconhecer pesquisas que estabelecem relação entre o uso de materiais concretos e o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial; Identificar pesquisas que estabelecem relação entre o uso de materiais concretos e o processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial no Ensino Médio; Identificar teorias que defendam o uso do material concreto para o ensino de geometria; Identificar nos documentos de orientações oficiais as premissas para o ensino de geometria espacial e o uso de materiais concretos e; Identificar nos livros didáticos do ensino a existência de atividades que sugerem o uso de materiais concretos para o ensino da geometria.

Iniciamos a coleta de dados de nossa pesquisa pela leitura da dissertação de mestrado, Materiais Concretos: Uma estratégia para o ensino aprendizagem de Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio (Pontes,2018), tendo em vista que o autor é um dos preceptores do Programa de Residência Pedagógica do curso Matemática da Universidade do Estadual do

Maranhão e um referencial no estado sobre o assunto. A partir desta leitura, buscamos para coletar dados desta pesquisa, outros trabalhos já publicados sobre o tema materiais concretos ao ensino de geometria espacial nos últimos três encontros do ENEM.

Para fazer a busca bibliográfica utilizamos a plataforma dos anais do ENEM dando por prioridade os três últimos, XIV, XIII e XII. Utilizamos os três últimos ENEM para buscar dados para nossa pesquisa, pois queríamos trabalhos atuais que estivessem presente o uso de materiais concretos como uma estratégia metodológica para o ensino de matemática em sala de aula.

Iniciamos nossa busca por fontes bibliográficas nos anais do ENEM XIV, fizemos uma busca dentro do site do evento da palavra-chave geometria visto que nenhum dos trabalhos tinham em seu tema o nome material concreto, para identificarmos que falavam do tema tivemos que ler o resumo de 34 pesquisas e encontramos 4 pesquisas que falavam sobre o uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial, porém apenas 1 pesquisa fala do tema no ensino médio.

Após esse primeiro momento, fomos em busca dos trabalhos sobre o tema no ENEM XIII, neste evento encontramos 4 pesquisas com a palavra-chave materiais concretos, porém apenas 1 falava sobre materiais concretos no ensino de geometria espacial, porém a intervenção não havia sido realizada no ensino médio sendo assim descartamos de nossa pesquisa. Por último fomos atrás de pesquisas nos anais do ENEM XII onde ao procurarmos pelas palavras-chave materiais concretos e materiais manipuláveis encontramos 11 pesquisas relacionadas ao tema, entretanto apenas 2 se encaixavam no tema abordado nesta pesquisa a qual se refere ao ensino de geometria espacial e voltado ao ensino médio.

Uma das problemáticas encontradas por esta pesquisa foi referente aos temas dos artigos pois muitos deles não tinham descrito as palavras materiais concretos ou materiais manipuláveis, deste modo tivemos que ler os seus resumos para encontrar saber se tinham relação do nosso objeto de estudo, além disso muitos trabalhos eram voltados ou para os anos iniciais ou anos finais do ensino fundamental, desta maneira após este levantamento feito restauramos apenas 3 pesquisas que falassem sobre o uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial no ensino de médio.

Para termos ainda mais informações sobre o tema, buscamos dentro da dissertação e dos 3 artigos teóricos que argumentassem sobre materiais concretos e encontramos nomes como Lorenzato (1995), Ponte e Serrazina (2000), Santos (2015) e os Van Hiele (1957) compreendendo que desta maneira teremos uma compreensão de pesquisa bibliográfica nos moldes informados por Fonseca (2022).

[...] a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (Fonseca, 2002, p. 32).

Os dados que foram coletados nesta pesquisa terão o tratamento qualitativo, tendo em vista que não levaremos em conta quantidade de alunos foram ou são impactados com uso de materiais concretos no ensino de geometria espacial, mas como essa metodologia de ensino-aprendizagem pode facilitar no entendimento dos discentes sobre os conhecimentos geométricos espaciais, além de poder ajudar com que esses alunos consigam resolver questões problemas no seu dia-a-dia.

Como instrumento par a coleta dos resultados desta pesquisa, ao final da realização da proposta pedagógica aplicamos um questionário contendo 9 perguntas sendo todas utilizando a ferramenta Microsoft Forms.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 O uso de materiais concretos no ensino de Matemática

Nas salas de aula pelo Brasil, seja de ensino fundamental, médio ou até da graduação, nota-se que muitos discentes possuem um déficit na formação do pensamento abstrato em geometria espacial, aliado com uma dificuldade no entendimento de problemas relacionados com o tema. Segundo Lorenzato (1995) nosso país tem ausentado a geometria da sala de aula, isso é comprovado em sua pesquisa: Os porquês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores, Lorenzato (1993), apresenta os resultados de uma pesquisa dentre 255 professores de 1ª a 4ª séries do antigo ensino fundamental, em que destes: 8% admitiram que tentavam ensinar Geometria, entretanto, em um teste de 8 questões de geometria foram obtidas 2040 respostas erradas, o que fica evidenciada a fragilidade dos conhecimentos geométricos destes professores.

Já na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), temos anunciada uma competência do aluno no ensino médio em que este deve ser capaz de interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas, baseando-se nisso, o uso de materiais concretos traz ao aluno essa possibilidade de poder interpretar e construir figuras geométricas, tendo em vista que seu uso pode instigar o aluno a refletir sobre como elaborar a projeção daquele objeto, quais medidas deve usar e quais elementos são responsáveis para a existência daquela figura.

No modelo de Van Hiele (1994), os alunos possuem 5 níveis para a compreensão do pensamento geométrico sendo estes: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Passaremos a explicitar cada um desses níveis:

- No primeiro nível temos a ‘visualização’ ou reconhecimento onde o aluno irá apenas observar as figuras geométricas, estudando-as de forma visual e tátil aprendendo a identificar e reproduzir algumas formas geométricas globais sem se preocupar com suas propriedades;

- No segundo nível, a ‘análise’, os alunos começam a aprender as propriedades e características das figuras geométricas;

- No terceiro nível, a ‘dedução informal ou ordenação’, os alunos começam a entender as definições abstratas podendo reconhecer classes de figuras, mas ainda não conseguem compreender o papel dos axiomas e a construção de provas formais;

- No quarto nível, ‘dedução formal’, os alunos desse estágio desenvolvem a capacidade de deduzir uma afirmação a partir de outra, o que faz com que eles compreendam as teorias geométricas, além de conseguirem construir provas e desenvolvê-las de várias formas;

- No quinto nível, o ‘rigor’, os alunos estudam vários sistemas dedutivos com bastante rigor comparando, estudando e analisando suas propriedades.

Desta maneira podemos entender que para o aluno percorrer estes 5 níveis, é necessário que o professor, assumindo a postura de mediador das aprendizagens, consiga facilitar a visualização dos conhecimentos de maneira física, tendo em vista que boa parte dos conceitos geométricos parte do abstrato.

No entanto, um dos grandes desafios dos professores da era digital tem sido o uso excessivo dos smartphones dentro das salas de aula. Segundo um estudo realizado pela Universidade de Harvard, nos Estados Unidos, conclui que o uso excessivo das tecnologias digitais leva a prejuízos na comunicação entre crianças e jovens, problemas no sono, atrasos no desenvolvimento cognitivo, entre outros problemas (Jornal da USP, 2024).

Segundo o professor Daniel Cara, da Faculdade de Educação da USP em entrevista ao jornal da USP,

“O ser humano tem três estratégias de memorização que foram desenvolvidas ao longo da história, uma delas é bem recente, que é a escrita. A escrita, quando ela é desenvolvida, é a que gera a maior capacidade de memorização. A audição é muito inferior à leitura. Primeiro a escrita, depois vem a leitura, depois vem a audição, em termos de capacidade de memorização”.

Daniel Cara conclui que as telas e a digitação coíbem todas as três estratégias para memorização, sendo necessária para uma memorização eficaz que as aprendizagens sejam

escritas com a mão. Sendo assim, o uso de materiais manipulativos seria uma excelente estratégia para possibilitar uma maior aprendizagem dos alunos frente às tecnologias digitais.

Deste modo o uso de materiais concretos no ensino da matemática tende a enriquecer o ensino e a aprendizagem do aluno e melhorar a didática do ensino de matemática por parte do professor, dado que o uso dessas ferramentas pode proporcionar aos alunos uma melhor visualização dos conceitos e propriedades.

Com base nessa premissa, as pesquisas de Pontes (2018), Santos (2015), Ponte e Serrazina (2000) e Cavalcanti (2006) mostram que o uso de materiais concretos pode ser uma estratégia para o ensino de geometria, pois, com eles os discentes podem entender a formação das figuras e suas propriedades uma vez que estes recursos podem tornar mais interessante o ensino da geometria espacial, facilmente observada no cotidiano das pessoas, contudo por vezes não sendo relacionada nas aulas com os conceitos matemáticos tratados na escola.

Assim, o uso de materiais concretos objetiva melhorar a resposta do nosso aluno às propostas pedagógicas que nós, professores que ensinam matemática, levamos para dentro da sala de aula. Ademais, podemos fomentar a curiosidade do nosso aluno pelo ensino da geometria. Nesse sentido Santos (2015) afirma que,

o uso do material concreto como subsídio à tarefa docente tem levado os educadores a se utilizarem de múltiplas experiências tais como: geoplano, material dourado, régua de cuisenaire, blocos lógicos, ábacos, cartaz de prega, sólidos geométricos, quadros de frações equivalentes, jogos de encaixe, quebra-cabeças e muitos outros. (p.27)

Deste modo o professor que ensina matemática possui diversas possibilidades de auxílio para a sua aula de geometria espacial, isto é, com uso de materiais concretos. Cabem aos alunos, assim, a tarefa de interagir com o objeto de conhecimento que está sendo ensinado em aula. Contudo, o professor não pode deixar com que este momento seja compreendido apenas como um momento de distração pelo aluno visto que é nessa interação que o aluno poderá construir certos conceitos geométricos o que é afirmado por Ponte e Serrazina (2000) quando nos dizem que,

os conceitos e relações matemáticas são entes abstractos, mas podem encontrar ilustrações, representações e modelos em diversos tipos de suportes físicos. Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos (Ponte; Serrazina, 2000, p.116)

Segundo Cavalcanti (2006), o aluno que tem contato com o material consegue explorar a representação de ideias e desenvolver noções matemáticas dado que os materiais concretos usados podem auxiliar os alunos a compreenderem e aprenderem as ideias

matemáticas subjacentes quando manipulados em situações as quais eles possam refletir criticamente. Encontramos esta assertiva refletida em diversas pesquisas publicadas nos anais do Encontro Nacional do Ensino de Matemática (ENEM), a qual serão explorados seus resultados nesta pesquisa.

Para Pontes (2018), o uso dos materiais concretos não deve ser considerado como um recurso didático inadequado no ensino médio, mesmo que seja mais comum encontrá-lo no ensino fundamental. Algo ficou bem evidente nos levantamentos do ENEM, a grande maioria das pesquisas com o uso de materiais concretos, realizadas eram voltadas para ensino fundamental. Pontes (2018), ainda afirma que,

[...], o desafio é a grande e a proposta que ora se apresenta não consiste em uma fórmula para solucionar os problemas de ensino e aprendizagem dos docentes e discentes a serem detectados, mas uma estratégia viável e coerente, considerando todo o potencial que esses recursos oferecem. (p. 33)

Deste modo, o uso de materiais concretos não deve ser visto como solução para reverter todos os problemas que encontramos no ensino da geometria espacial, mas como uma ferramenta que pode potencializar as nossas aulas, tornando-as mais dinâmicas e imersivas para nossos alunos o que foi demonstrado nas intervenções citadas nesta pesquisa. Em todas houve o consenso de que os alunos se envolveram mais nas aulas, demonstrando grande entusiasmo e interesse pela geometria espacial o que demonstra que o professor que utiliza as metodologias no ensino da matemática tornar a aprendizagem mais significativa.

Assim, para Santos (2015), é importante que para o uso de materiais se torna realmente significativo é necessário que os professores e a comunidade escolar, reservem um espaço para discutir suas funções sociais, pois entendemos que no dia-a-dia do professor, entre uma ou outra escola, este não consegue fazer tal reflexão e, se chegam a pensar no assunto preferem manter o modo arcaico, ‘sucumbindo ao sistema’.

Na BNCC (2018), existem duas habilidades a qual o aluno deve desenvolver durante o ensino médio, a primeira é referente a EM13MAT307 onde o aluno deve empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

A segunda é referente a EM13MAT309 onde o aluno deve resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou

pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. A BNCC cita ainda que:

É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BRASIL, 2018, p. 271).

Pensando nessas duas habilidades, o professor ao preparar seu plano de aula teria de pensar em quais recursos poderiam auxiliá-los para a internalização dessas habilidades em seus alunos, o uso dos materiais concretos seria uma excelente alternativa, haja vista que muitas escolas pelo Brasil não contam com recursos tecnológicos suficiente para auxiliar o professor, além de permitir que o aluno que o aluno participe do processo de ensino e aprendizagem não como um expectador, mas como aquele que está fazendo descobertas e buscando internalizar os conceitos que estão sendo apresentados em sala de aula.

Segundo Gonçalves et al (2016) os materiais manipulativos na sala de aula de nada valem se eles não estiverem atrelados a objetivos bem claro e se seu uso ficar restrito apenas à manipulação ou ao manuseio que o aluno que o aluno quiser fazer dele. O professor então que escolher esse modelo para o ensino de geometria espacial deve estabelecer objetivos em sua aula para que os conteúdos ensinados não fiquem apenas no lúdico, pois o foco do uso dos materiais é poder potencializar à assimilação dos conceitos abstratos (teóricos) por meio da manipulação.

Gonçalves et al (2016) ainda destaca que o caráter dinâmico e refletido que o uso de materiais concretos traz ao aluno não vem apenas de uma vez, ou seja, ele é construído e modificado a partir do decorrer das atividades de aprendizagem, deste modo professor e aluno deve estabelecer uma complexa rede comunicativa para que os alunos consigam atribuir à tarefa proposta com o material manipulativo. Assim o professor deverá estar constantemente interferindo no processo de aprendizagem do aluno, para que este possa extrair o máximo do uso dos materiais.

O uso de materiais concretos no ensino de geometria no ensino médio por mais que não seja tão comum, pode ser um grande aliado na prática docente, tendo em vista que como foi demonstrado em outras publicações presentes nesta pesquisa onde pode despertar a curiosidade do aluno sobre conceitos geométricos além de uma boa assimilação das fórmulas envolvidas no estudo dos sólidos geométricos, demonstrando que é possível através desta metodologia transformar a forma tradicional de se ensinar matemática para algo mais atrativo

para os alunos, não só dos anos finais do ensino fundamental mas também para os alunos de ensino médio que necessitam desses conhecimentos enraizados.

3.2 Pesquisas Atuais Sobre o Ensino de Geometria Espacial Com o uso de Materiais Concretos no Ensino Médio

Nesta seção abordaremos algumas pesquisas nos anais do Encontro Nacional do Ensino de Matemática sobre o uso de materiais concretos em sala de aula e quais os impactos sentido por esses alunos.

Quadro 01 - Pesquisas Encontradas nos ENEM

Títulos das publicações encontradas	Autores
Explorando a Geometria Espacial com Materiais Concretos Reutilizáveis	Thiago Vinícius dos Anjos Lialda Bezerra Cavalcanti Maria Auxiliadora Rodrigues
Mathcraft: o uso de objetos manipuláveis no ensino e aprendizagem da geometria	Rodrigo Tempos de Carvalho Pereira Dra. Catharina de O. Corcoll Dr. Aparecido dos Santos
O uso de materiais concretos no ensino de geometria	Carla Vital Egídio Rodrigues Martins Jéssica Rodrigues de Souza

Fonte: Autores (2024)

Em Anjos et al (2019), encontramos uma pesquisa que foi realizada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE) campus Recife com alunos do ensino médio, intitulada: ‘Explorando a Geometria Espacial com Materiais Concretos Reutilizáveis’, os alunos tiveram três etapas durante a intervenção da prática docência, são elas: montagem e manuseio dos artefatos com materiais reutilizáveis, registro das descobertas matemáticas na instrumentação e Exposição Matemática (ExpoMAT).

A atividade proposta pelos pesquisadores seria que os alunos construíssem estruturas de poliedros, de modo que seriam usadas bolinhas de isopor (vértices), marcadores de quadro (arestas) e outros materiais que seriam descartados pela escola (papel adesivo), todos unidos com o uso de cola quente.

Na primeira etapa, os alunos realizaram as construções de um hexaedro regular e de um tetraedro, para a construção do hexaedro os alunos levaram em conta o rigor matemático confeccionando a partir das bases quadradas a quantidade de marcadores para manter a perpendicularidade na junção das arestas. Na construção do tetraedro os alunos tomaram com base um triângulo equilátero erguendo três arestas de mesmo comprimento e que formassem 60° grau com suas estruturas triangulares, os pesquisadores notaram que os alunos nesta

atividade didática exploraram as propriedades de: tridimensionalidade, perpendicularismo, paralelismo, áreas e diagonais, além de identificar relações matemáticas implícitas.

Na segunda etapa, foram realizadas aulas práticas onde os alunos manuseariam os materiais para em seguida poderem classificar e identificar regularidades que se encontram nestes sólidos geométricos, esse momento permitiu aos alunos que refletissem e formulassem soluções durante sua manipulação. Por fim na terceira etapa os alunos fizeram apresentação dos projetos com o intuito de despertar o interesse dos participantes por essa nova forma de aprender Matemática.

Observou-se que ao final da intervenção os estudantes conseguiram: explorar os materiais estruturar, interpretar, visualizar, conjecturar, adequar e comunicar as estratégias utilizadas no confronto das situações-problema, constando-se que os materiais concretos corroboram para o processo de construção da imagem mental dos sólidos geométricos explorados durante intervenção da pesquisa.

Em Pereira (2016), encontramos uma pesquisa que foi realizada em uma escola da rede estadual de São Paulo a qual os pesquisadores não informaram o nome, coincidentemente a atividade foi durante o período de greve dos professores, onde devido ao baixo contingente alunos, em foram reunidos alunos dos segundos e terceiros anos do Ensino Médio.

Os pesquisadores, notaram que os alunos tinham um grande interesse em cultura pop e geek, surgiu então a ideia de instigá-los a montar personagens da cultura popular usando papercraft e revisando conceitos geométricos como áreas, calcular volume e perímetro. Eles deveriam montar os seguintes personagens Chaves, Homer Simpson (Os Simpsons), Gene Simons (da banda Kiss), Wolverine (X-Men) e Pikachu (Pokémon), todos impressos em folhas de papel sulfite A4.

Para melhor aproveitamento da intervenção, como seriam duas aulas a serem trabalhadas, a primeira foi usada para revisar os conteúdos de geometria iniciando por perímetro e área usando algum dos personagens para demonstrar os conceitos a quais estava sendo apresentado em sala. Os alunos puderam escolher quais personagens eles tinham maior afinidade e deveriam usar a régua para auxiliá-los para medir os lados das figuras planificadas, de modo a calcular o perímetro e a área destas, os pesquisadores puderam notar que alguns alunos pensaram rapidamente e observaram que havia casos em que as faces eram congruentes entre si, de modo a facilitar os cálculos que foram solicitados.

Após esse primeiro momento de registro dos cálculos, foi feito então a demonstração de como os alunos deveriam montar as peças para confecção dos personagens, esta parte da

intervenção demandou bastante tempo tendo em vista ser necessário destreza e paciência para a montagem dos bonecos. Finalizado esse momento, deu-se início a segunda parte da intervenção onde os alunos deveriam calcular o volume dos sólidos geométricos o conteúdo que foi proposto em sala de aula.

Após a realização de uma oficina foi possível observar que os alunos se mostraram surpresos por se tratar de uma proposta que se distanciava do padrão de uma aula sobre geometria. Além disso, alguns alunos conseguiam aprender que conhecendo a área de uma das faces era possível considerá-la como base e então multiplica pela altura demonstrando mais uma vez, como o uso de materiais concretos pode enriquecer a didática do ensino da geometria espacial.

Em Vital et al (2016), a intervenção pedagógica foi realizada com alunos de uma turma de 3º ano do ensino médio numa escola pública da rede estadual na zona urbana na cidade de Itacarambi-MG, com alunos entre 16 e 19 anos, no período 01/09/2014 à 28/10/2014 com aulas de duração de 2 h por dia.

A pesquisa se iniciou pelo questionário que foi aplicado para sondar os conhecimentos prévios que os alunos tinham sobre Geometria plana e espacial, planificação dos principais sólidos geométricos e a construção desses sólidos, após esse primeiro momento os pesquisadores puderam notar que grande parte dos alunos não possuía conhecimentos sobre Geometria plana (quanto ao nome das figuras, como calcular perímetro e área), portanto foi necessário trabalhar os conceitos de geometria plana para poder fazer que os alunos conseguissem identificar as figuras nos sólidos tridimensionais.

Nas aulas adjacentes os pesquisadores foram trabalhando os conceitos sobre o cálculo de área do retângulo, quadrado, paralelogramo e losango, muitos alunos demonstravam não conhecer os conceitos matemáticos por trás das figuras planas, em alguns momentos demonstravam surpresa quando viam o desenho de um losango haja vista que só tinham visto até então nos livros esses conceitos, mas pouco aprofundados. Foi notado a dificuldade por parte dos pesquisadores que os alunos apresentaram em diferenciar um paralelogramo de um losango.

Ao chegar na parte referente a Geometria espacial, notou-se que os alunos só conheciam os sólidos geométricos através do livro, nunca tiveram a possibilidade de efetuar a construção desses sólidos, também foi solicitado ao final da atividade de Geometria plana que os alunos pesquisassem o significado de arestas, vértices e faces, além de trazer impresso o desenho de figuras tridimensionais, entretanto pouco trouxeram. Deste modo foi realizado a

divisão da sala em quatro grupos e feito a divisão das figuras, fazendo com que eles trocassem as figuras entre si até que todos tivessem contato com as figuras trabalhadas.

No segundo momento da intervenção foi proposto que os alunos construíssem os sólidos planejados com papel cartão, a qual já tinham tido contato são estes: hexaedro, cilindro, cone, prisma de base triangular e hexagonal, paralelepípedo, tetraedro e pirâmide de base quadrada e pentagonal, como auxílio de tesoura, régua e cola, além disso os alunos deveriam preencher uma tabela com o número de faces, vértices e arestas com o objetivo de que os alunos chegassem à Relação de Euler, além do cálculo da área e volume dos sólidos construídos.

Após o uso de materiais concretos em sala de aula ficou evidente a posição do professor como inovador, criativo e que busca construir um ambiente didático ao aluno, extrapolando o usual, isto é, ler, interpretar e calcular. Foi possível observar do ponto de vista dos pesquisadores durante suas intervenções o interesse e o entusiasmo em cada aluno, em cada prática a eles proposta. Existiram momentos de erros e de acertos que foram identificados durante a interação e desenvolvimento por parte dos alunos na ação pedagógica proposta. Pode ser notado ainda que a compreensão sobre a construção dos sólidos geométricos pode melhorar após a inserção dos materiais concretos em sala, pois os alunos conseguem apalpar e manipular os conhecimentos que outrora eram apenas abstratos.

4. PROPOSTA PEDAGÓGICA

Nesta seção abordaremos sobre como surgiu a implementação da Proposta Pedagógica, bem como seu preâmbulo inicial e a organização das aulas ministradas durante a Oficina de Geometria Espacial com uso de materiais concretos.

4.1 Estratégia de Ação

A montagem da Proposta Pedagógica desenvolveu-se com a sua aplicação no âmbito escolar, planejando quatro aulas tendo a duração de 1 h 40 min. (2 horários de 50 minutos). Durante a construção da proposta, buscávamos inserir os materiais concretos em todas as aulas visando avaliar seus impactos na aprendizagem os alunos.

A prerrogativa principal da presente proposta pedagógica era proporcionar aos alunos uma revisão dos conceitos de Geometria Espacial para o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de forma lúdica e diferente do tradicional. Além disso, buscávamos que através dessa

proposta, os alunos conseguissem internalizar os conceitos geométricos espaciais e entendessem a sua aplicabilidade sobre seu cotidiano.

Nossa Proposta foi realizada em uma escola da rede pública estadual do Maranhão, situada na cidade de São Luís. Os alunos participantes eram de uma turma da 3ª série do Ensino Médio, matutino, composta por 30 estudantes. A intervenção foi realizada no mês de outubro de 2023, com o foco em demonstrar aos alunos a Geometria Espacial com o auxílio de materiais concretos.

A seguir relataremos os planejamentos de cada aula, assim como as metodologias que foram usando durante cada uma. A maneira de como cada conceito matemático foi distribuído e a ordem que cada um foi visto sempre pensando em proporcionar uma construção e consolidação progressiva dos conhecimentos geométricos aprendidos.

As questões que foram utilizadas com auxílio dos materiais concretos foram todas retiradas da prova de matemática do Enem, demonstrando aos alunos que era possível desenvolver as questões referentes a geometria espacial desde que os conceitos básicos fossem aprendidos por eles.

Optamos durante aplicação da Proposta Pedagógica realizar um questionário final no qual os alunos poderiam mostrar suas opiniões sobre o uso de materiais concretos durante a intervenção, no intuito de verificar se o uso de materiais concretos teve um impacto significativo na aprendizagem de geometria.

4.2 Preâmbulo inicial da proposta

- Componente curricular: Matemática
- Unidade temática: Geometria e Grandezas e Medidas
- Objetos de conhecimento: Conceitos e procedimentos de geometria métrica; sistema métrico decimal e unidades não convencionais; funções, fórmulas e expressões algébricas; sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindro e cones); cálculo de volume de sólidos geométricos.

- Competência específica da BNCC:

Competência específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Competência específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como

observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

- **Habilidades:**

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

4.2.1 Primeira aula

Temática da aula: Introdução a Geometria Espacial e Poliedros

Duração: 1h 40 min

Objetivos: apresentar os principais conceitos dos sólidos geométricos: plano, ponto, reta aresta, vértice, faces e altura; apresentar as fórmulas para cálculo de volume de figuras geométricas espaciais; revisar os conceitos de planificação; noções iniciais sobre cálculo de volume de figuras espaciais;

Recursos utilizados: Projetor, quadro branco e material manipulativo

Procedimentos avaliativos: Interação dos alunos com as imagens ilustrativas, envolvimento dos alunos com os conceitos apresentados

Procedimentos metodológicos:

A aula será iniciada com o professor apresentando aos alunos que será realizado com eles uma oficina de geometria espacial. O professor pode falar: “Alunos, a oficina que será realizada com vocês durante nossos próximos quatro encontros, tratasse de um trabalho conjunto entre a Universidade Estadual do Maranhão-UEMA com está escola por meio do Programa de Residência Pedagógica da CAPES, o objetivo de criar uma pesquisa que relacionasse o estudo de Geometria Espacial com o uso de materiais concretos”. Após isso o professor deve questionar aos alunos sobre:

Quais figuras geométricas
você conhece?

Você acha que usa
geometria no seu cotidiano?

Qual a importância da
geometria para seu dia a
dia?

Quais as dificuldades que
você encontra no
entendimento da geometria?

As respostas que o professor deve esperar dos alunos são:

A importância da geometria é que com
ela podemos fazer a construção de
casas, prédios e pontes.

As figuras que conheço são
o quadrado, o retângulo e o
triângulo. As figuras que
conheço são o quadrado, o
retângulo e o triângulo.

Professor não acredito
que eu use as fórmulas
geométricas no meu
cotidiano.

As dificuldades estão em
lembrar das fórmulas e
como saber quais dados da
questão usar para resolver.

Após ouvir atentamente as respostas dadas pelos alunos, será demonstrado para os alunos por meio dos slides, imagens de objetos e construções onde podemos observar figuras geométricas espaciais que estão presentes em nosso dia-a-dia conforme a Figura 1 e Figura 2.

Figura 1 - Slide sobre geometria no dia-a-dia



Fonte: Autores (2023)

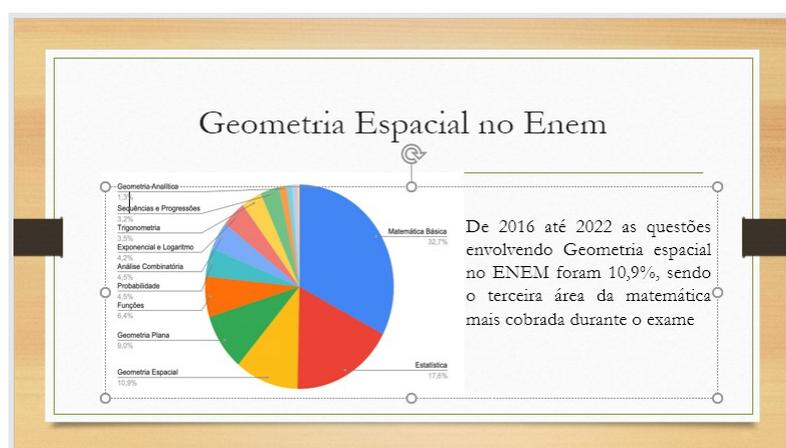
Figura 2 – Slide sobre geometria nos jogos digitais



Fonte: Autores (2023)

O professor durante o prenúncio da aula mostrará aos alunos o percentual de questões referente ao objeto matemático, geometria cobradas no Enem, tendo em vista que a oficina se trata de uma preparação dos alunos para o Enem, conforme a figura 3.

Figura 3 – Demonstração da importância da Geometria Espacial no ENEM

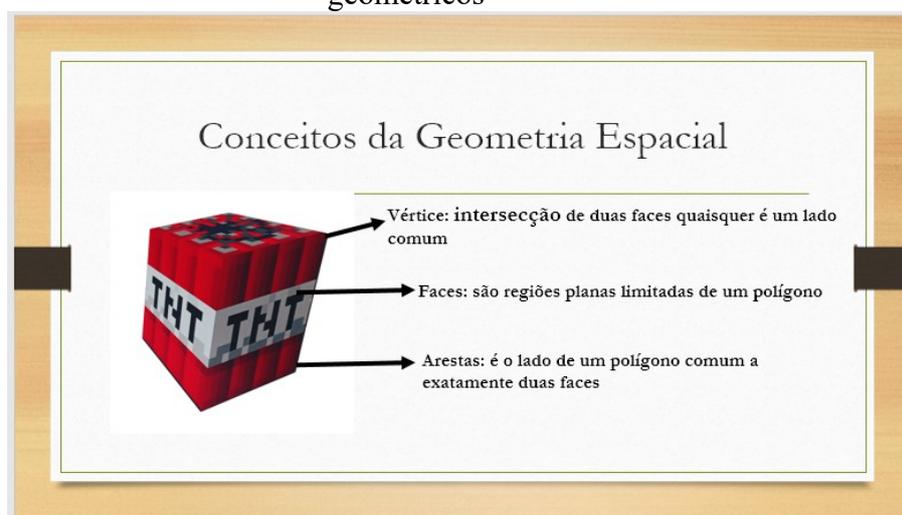


Fonte: Autores (2023)

Seguindo adiante, o professor deve falar sobre os conceitos primitivos da geometria: ponto, reta e plano, além de mencionar sobre os postulados da existência, da determinação e da inclusão para que o aluno possa ter uma noção melhor dos conceitos de aresta e vértice.

O professor pode usar como estratégia a retomada do uso de figuras geométricas espaciais em jogos para introduzir os conceitos de aresta, vértices e faces, conforme a figura 4.

Figura 4 – Usando elementos de jogos digitais para representar conceitos geométricos



Fonte: Autores (2023)

Após a explicação destes conceitos, o professor deve iniciar uma conexão entre o que foi mencionado até aquele momento na aula com a relação de Euler, explicando que Leonhard Euler (1707-1783), um matemático suíço, descobriu ser possível relacionar o número de vértices (V), com o número de arestas (A) e o número de faces (F) de um poliedro convexo obtendo a fórmula $V-A+F=2$.

Logo em seguida vamos iniciar por um dos poliedros mais conhecidos, o prisma. O professor começará falando aos alunos que os prismas recebem nomes especiais a partir da região poligonal de suas bases e podem ser classificados de acordo com a perpendicularidade das bases.

O prisma será classificado de prisma reto quando as arestas laterais são perpendiculares às bases, e chamaremos de prisma oblíquo quando as arestas laterais não são perpendiculares às bases. Quanto a base nós teremos os seguintes prismas mais utilizados:

- Prisma reto triangular cuja as bases são triangulares e as faces laterais são retangulares;

- Prisma reto pentagonal cuja as bases são pentagonais e as faces laterais são retangulares;
- Prisma reto hexagonal cuja as bases são hexagonais e as faces laterais são retangulares;
- Prisma reto de base retangular ou paralelepípedo cuja as bases as faces laterais são retangulares;
- Cubo ou hexaedro regular cuja as bases e as faces laterais são quadrangulares.

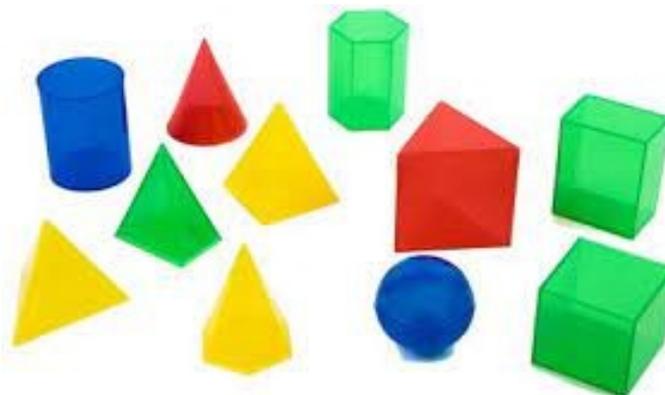
Para calcularmos a área do prisma será necessário fazermos $A_T = 2 \cdot A_b + A_l$, sendo $A_b =$ área da base e $A_l =$ área lateral, com exceção do paralelepípedo e do cubo que tem uma maneira diferente para o cálculo da área total. No paralelepípedo cujas as dimensões medem a , b e c , a área total será dada por: $A_T = 2(ab+ac+bc)$, já no cubo a área total é dada por $A_T = 6a^2$, sendo $a =$ arestas.

O cálculo do volume do prisma é dado pela fórmula $V = A_b \times h$, sendo essa fórmula padrão para todos os prismas. Durante a apresentação dos prismas será usado a planificação dos prismas comentados na sala para familiarizar os alunos com a intervenção que será feita na segunda aula.

Dando continuidade, o professor deve apresentar aos alunos sobre as pirâmides, falando sobre os tipos de pirâmides que serão usadas durante as aulas (pirâmide quadrangular, pirâmide pentagonal e tetraedro), além da definição formal de pirâmide: uma região limitada por um polígono regular e a projeção sobre o plano da base é o centro dessa base, essa definição implica que todas as arestas laterais sejam congruentes. Outro conceito que deve ser abordado na aula é sobre o apótema da pirâmide que seria a altura de cada face lateral presente e deve ser usado para o cálculo da área total da pirâmide.

Para calcularmos a área da pirâmide será necessário aplicarmos $A_T = A_b + A_l$, sendo importante encontrar o apótema para encontrar a área da lateral. No cálculo do volume da pirâmide basta aplicarmos a fórmula do volume do prisma e dividirmos por 3, essa propriedade é verdadeira pois ao decompor um prisma triangular obteremos 3 pirâmides com bases e alturas congruentes. Para demonstrar esse conceito começaremos o uso dos materiais concretos usando três tetraedros para formar um prisma de base triangular, para essa demonstração usaremos os materiais da Figura 5.

Figura 5 - Sólidos geométricos de Plástico



Fonte: <https://mmpmateriaispedagogicos.com.br> (2020)

4.2.2 Segunda aula

Temática da aula: Corpos Redondos – Aprendendo sobre o Volume dos Cilindros, dos Cones e das Esferas

Duração: 1h 40 min

Objetivos: apresentar as diferenças entre os corpos redondos; descrever como a planificação dos corpos redondos é feita; demonstrar quais as fórmulas utilizadas para cálculo do volume e área total dos corpos redondos.

Recursos utilizados: Projetor, quadro branco e material manipulativo

Procedimentos avaliativos: anotações dos cálculos de volumes e figuras geométricas construídas.

Procedimentos metodológicos

O professor deverá começar a falar dos corpos redondos. O primeiro corpo redondo que traremos para discussão será o cilindro, o professor deve iniciar falando que o cilindro se trata de um sólido cuja as bases são formadas por 2 círculos e uma superfície lateral por uma parte não plana, “arredondada”. Eles são classificados como retos e oblíquos.

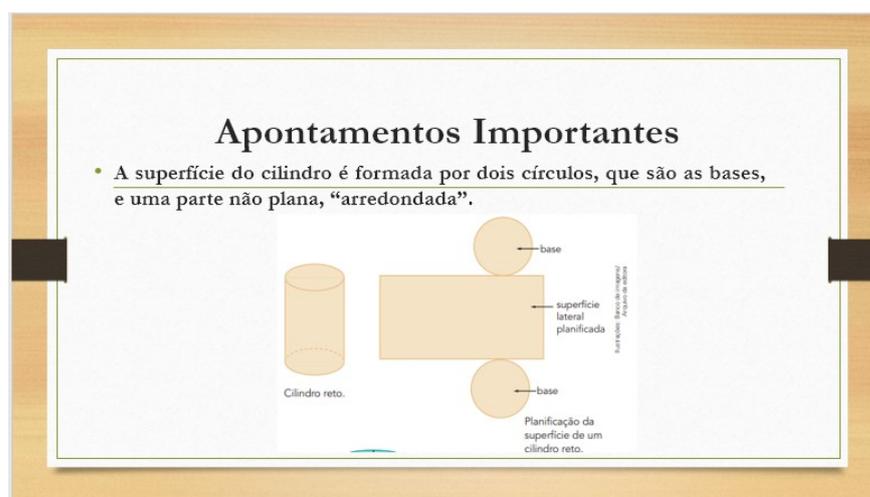
- Retos: um cilindro é reto se seu eixo é perpendicular aos planos das bases;
- Oblíquos: um cilindro é oblíquo se seu eixo for oblíquo aos planos, ou seja, não perpendicular as bases.

O professor deve falar para os alunos que os cilindros retos podem ser obtidos também ao girar uma região retangular em torno de uma reta que contém um dos lados, chamado assim de cilindro de revolução. Para obtermos a medida de sua área é necessário calcular $A_T = 2 \cdot A_b + A_l$, sendo a área lateral dada por $A_l = 2\pi rh$ e $2A_b = 2\pi r^2$, deste modo

reescrevendo a fórmula teremos $A_T = 2\pi r(h+r)$. O cálculo de seu volume é dado por $V = \pi r^2 h$, vale ressaltar que o volume de um cilindro e de um paralelepípedo (de mesma medida de área da base e mesma medida de comprimento de altura).

Outro corpo redondo muito comum é o cone que diferente do cilindro, é formado apenas por uma área plana circular e uma área lateral “arredondada”. O eixo do cone é o que liga o vértice ao centro da base sendo classificado como cone reto quando o eixo é perpendicular à base e oblíquo quando o eixo não é perpendicular à base conforme a Figura 6.

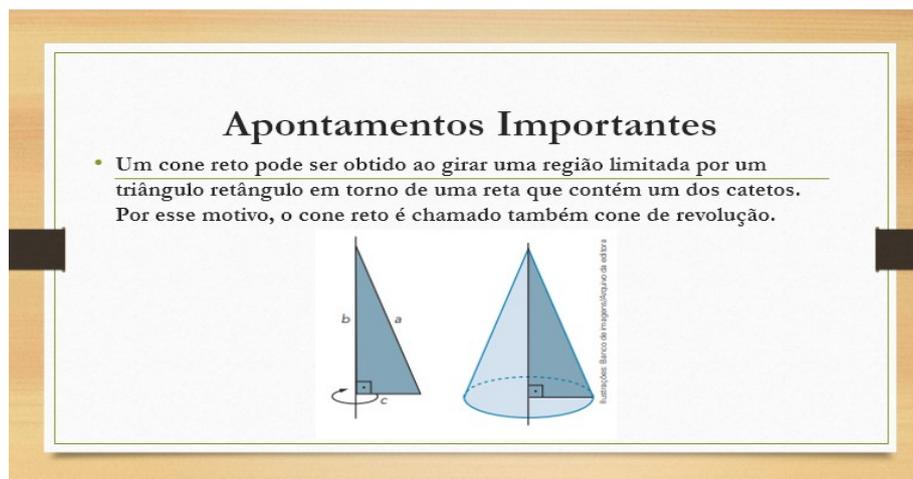
Figura 6 - Demonstração da área do Cilindro



Fonte: Autores (2023)

O professor deve falar assim como nos cilindros retos, é possível obter um cone reto ao girar um triângulo retângulo em torno de uma reta que contém um dos catetos conforme a figura 7. O cálculo para obtermos área do cone basta calcularmos $A_T = A_b + A_l$, sendo a área lateral dada por $A_l = \pi r g$ e $A_b = \pi r^2$, desta maneira reescrevendo a fórmula teremos $A_T = \pi r(g+r)$. Para obtermos o volume do cone basta pegarmos a fórmula do volume do cilindro e dividirmos por 3, essa propriedade é válida devido ao fato de se pegarmos um cone com a mesma medida da área da base e comprimento da altura de um cilindro, precisaremos de três cones para enchê-lo, isso será demonstrado na segunda aula com o uso de materiais concretos para os alunos (Figura 7).

Figura 7 - Demonstração da área do Cone



Fonte: Autores (2023)

O último sólido geométrico apresentado deverá ser a esfera, o professor pode chamar atenção dos alunos para como foi descoberto a fórmula da esfera. Ele deverá dizer: “o cálculo para descobrir o volume da esfera partiu das observações que Arquimedes (287a.C – 212a.C), no qual observou que uma esfera cujo comprimento do raio mede R e um cone com medida de comprimento do raio $2R$ e medida de comprimento da altura $2R$ são equilibrados por um cilindro com medida de comprimento do raio $2R$ e medida de comprimento da altura $2R$ desde que a medida de comprimento do braço da balança referente aos primeiros sólidos seja o dobro da medida de comprimento do braço referente ao segundo”. Para calcular área da esfera basta calcularmos $A_{Es}=4\pi r^2$, já o seu volume é dado pela fórmula $V_{Es}=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Para encerrar a aula pediremos que os alunos tragam para a próxima aula cola de isopor e uma régua para fazermos as construções geométricas com os materiais manipulativos. Esperamos que os alunos estejam bem empolgados para a construção dos sólidos, pois será a oportunidade de colocarem o conhecimento aprendidos nessa primeira aula em prática.

4.2.3 Terceira aula

Temática da aula: Construção de sólidos espaciais e calculando seus volumes.

Duração: 1h 40 min

Objetivos: construir prismas, pirâmides, cilindros e cones com o uso de planificação; medir o volume através de água para verificação correta do volume; explicar sobre conversão de medidas volume de centímetro cúbico para mililitro.

Recursos utilizados: quadro branco, régua e materiais manipulativos.

Procedimentos avaliativos: anotações dos cálculos de volumes e figuras geométricas construídas.

Procedimentos metodológicos

O professor iniciará a aula falando que nossa aula de hoje será um pouco diferente da convencional, vamos ver na prática como construímos os sólidos geométricos e como fazemos para verificar se o volume obtido pelo sólido geométrico está realmente correto. Para iniciarmos vamos discutindo as questões da última aula e perguntar aos alunos:

Qual a dificuldade que
você tiveram ao
identificar as figuras?

Conseguiram assimilar as
fórmulas para o cálculo
de volume?

Qual sólido geométrico
chamou mais sua
atenção?

Após ouvir as repostas dos alunos, o professor dividirá a turma em 5 grupos contendo cada grupo 6 participantes deixando os alunos montarem da maneira a qual preferirem. A primeira atividade será a construção de sólidos geométricos planificados, será dado a cada um dos membros do grupo um sólido planificado e eles deverão montar informando qual o nome do sólido. Os sólidos que serão distribuídos estão representados na figura 8.

Figura 8 - Sólidos Planificados usados durante a oficina



Fonte: <https://mmpmateriaispedagogicos.com.br> (2020)

Logo após a montagem dos sólidos, vamos solicitar que os grupos realizem as medidas das arestas com o auxílio de uma régua. Em seguida cada grupo terá que responder as perguntas:

- 1) Qual nome do sólido planificado?
- 2) Calcule área da base da figura construída.
- 3) Calcule área lateral da figura construída.
- 4) Qual a área total do sólido?
- 5) Qual o volume do sólido geométrico construído?

A primeira atividade terá o prazo de 50 min e será informado aos alunos logo quando iniciarmos. A ideia desta primeira atividade é conseguir notar se os alunos assimilaram os conceitos demonstrados durante a primeira aula e permitir por meio dos materiais concretos que eles visualizem na prática os conceitos empregados durante as aulas.

Após o término da primeira atividade vamos recolher de cada grupo as respostas na folha para correção dos dados, logo em seguida o professor pode solicitar que alguns alunos falem para a classe qual foi a dificuldade que sua equipe encontrou e o que acharam da aula com o uso de materiais concretos.

A fim de iniciarmos a segunda atividade, solicitaremos a turma 4 voluntários, estes medirão as dimensões dos sólidos, logo em seguida o professor iniciará pelas demonstrações.

A primeira demonstração feita será a do prisma onde usaremos a fórmula $V = A_b \times h$ e encheremos o recipiente até a borda de maneira que não transborde. A segunda demonstração será do volume da pirâmide a qual usaremos a fórmula $V = \frac{A_b \times h}{3}$, onde poderemos aproveitar para demonstrarem que é possível encher um prisma com 3 pirâmides desde que ambos tenham a mesma área da base. A terceira demonstração será do volume do cilindro a qual usaremos a fórmula $V = \pi r^2 h$ preenchendo-o com a água de corante até a borda e por último faremos a demonstração do volume do cone a qual usaremos $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$, a qual demonstrarem que é possível encher um cilindro com 3 cones de mesma base e altura.

O intuito dessa segunda parte da aula é demonstrar aos alunos, com o auxílio dos materiais concretos, como é feito o cálculo de volume na prática com a finalidade de despertar a curiosidade dos alunos para matemática mostrando que é possível sim aprender conceitos matemáticos de forma lúdica.

4.2.4 Quarta aula

Temática da aula: Resolução de questões do Enem envolvendo Geometria Espacial

Duração: 1 h 40 min

Objetivos: verificar quais conceitos foram compreendidos pelos alunos; reforçar conceitos que não foram compreendidos; refletir sobre aplicabilidade dos conceitos exposto em sala de aula; refletir sobre as construções feitas na terceira aula.

Recursos utilizados: projetor e quadro branco

Procedimentos avaliativos: questionário qualitativo.

Procedimentos metodológicos

O professor deverá iniciar a aula informando aos alunos que aquela será a última da nossa oficina em geometria espacial e para complementarmos os nossos estudos, irem trabalhar com questões que fizeram parte do Enem como uma forma de revisão para a prova e verificar se os conceitos que aprendemos durante nossa oficina foram assimilados.

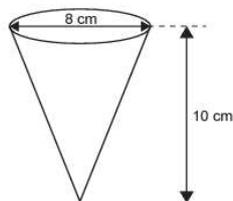
A dinâmica da aula será feita do seguinte modo: a questão será projetada no quadro para que os alunos possam ler os dados; logo em seguida os alunos terão 10 minutos para resolver as questões; após os 10 minutos um aluno será convidado a resolver no quadro as questões; o aluno que responder correto ganhará 2 pontos na avaliação do período; um aluno não poderá ir mais de uma vez; após cada resolução o professor mostrará se a resolução está correta ou não; serão trabalhadas 6 questões do Enem.

As questões escolhidas para abordamos em sala serão:

Questão 1:

QUESTÃO 148

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A 1,52.
- B 3,24.
- C 3,60.
- D 6,48.
- E 7,20.

A resolução que esperamos dos alunos seria:

1º Verificar o volume do cone dado:

$$V = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3} = \frac{160\pi}{3} \text{ cm}^3$$

2º Reduzir o valor 19% do valor do volume encontrado, para ser mais rápido eles podem usar o fator multiplicativo. Sendo assumi o volume seria:

$$V = \frac{160\pi}{3} \cdot 0,81 = 43,2\pi \text{ cm}^3$$

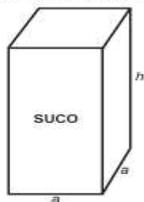
3º Calcular o raio utilizando a fórmula do volume:

$$\frac{\pi \cdot R^2 \cdot 10}{3} = 43,2\pi \Rightarrow \frac{R^2 \cdot 10}{3} = 43,2 \Rightarrow R^2 = 12,96 \Rightarrow R = 3,6 \text{ cm}$$

Questão 2:

QUESTÃO 143

Uma indústria de sucos utiliza uma embalagem no formato de prisma reto de base quadrada, com aresta da base de medida a e altura de medida h , ambas de mesma unidade de medida, como representado na figura.



Deseja-se criar uma linha de produção para uma nova embalagem de igual formato, mas que deverá ter uma capacidade igual ao triplo da atual. A altura da nova embalagem será igual a $\frac{4}{3}$ da altura da embalagem atual. As arestas da base da nova embalagem serão denominadas de x . Qual a relação de dependência entre a medida x da nova aresta da base e a medida a da aresta atual?

A $x = a$

B $x = 3a$

C $x = 9a$

D $x = \frac{3a}{2}$

E $x = a\sqrt{3}$

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> (ENEM PPL – 2022)

A resolução que esperamos dos alunos seria:

1º Verificar o volume do prisma atual:

$$V_1 = 3 \cdot a \cdot a \cdot h$$

2º Verificar o volume do novo prisma:

$$V_2 = x \cdot x \cdot \frac{4 \cdot h}{3}$$

3º Agora vamos igualar os volumes, para obter o x :

$$3 \cdot a^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{4 \cdot h}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{9a^2}{4} \Rightarrow x = \frac{3a}{2}$$

Questão 3:**Questão 161**

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A.

Se R denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é

- A $\frac{R}{2}$
- B $2R$
- C $4R$
- D $5R$
- E $16R$

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> (ENEM – 2020)

A resolução que esperamos dos alunos seria:

1º Verificar o volume do primeiro cilindro:

$$V_1 = \pi \cdot R^2 \cdot H_A$$

2º Verificar o volume do segundo cilindro:

$$V_2 = \pi \cdot R_B^2 \cdot 0,25 H_A$$

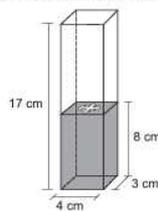
3º Agora vamos igualar os volumes, para obter o R:

$$\pi \cdot R^2 \cdot H_A = \pi \cdot R_B^2 \cdot 0,25 H_A \Rightarrow R^2 = R_B^2 \cdot 0,25 \Rightarrow R = 0,5 \cdot R_B \Rightarrow R_B = 2R$$

Questão 4:**Questão 175**

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm³ cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

- A 14.
- B 16.
- C 18.
- D 30.
- E 34.

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> (ENEM – 2020)

A resolução que esperamos dos alunos seria:

1º Verificar que deve ser adicionado ao recipiente:

$$V_1 = 3.4.7 = 84 \text{ cm}^3$$

2º Resolvendo a regra de três:

$$1 \text{ bolinha} \cdots \cdots \cdots 6 \text{ cm}^3$$

$$x \text{ bolinhas} \cdots \cdots \cdots 6 \text{ cm}^3$$

$$6x = 84$$

$$x = 14$$

Questão 5:

Questão 161

As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de secções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as secções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas sectionadas serão removidas. Uma dessas secções está indicada na figura.

Essa luminária terá por faces

- A 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- B 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.
- C 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- D 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.
- E 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> (ENEM – 2019)

A resolução que esperamos dos alunos seria:

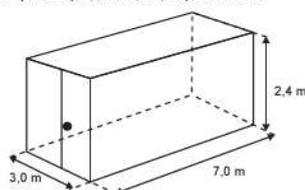
1º Retirar de cada vértice $1/3$;

2º Ao retirarmos $1/3$ de cada vértice notaremos que as figuras a serem formadas são 4 hexágonos e 4 triângulos equiláteros.

Questão 6:

Questão 177

Uma empresa especializou-se no aluguel de contêineres que são utilizados como unidades comerciais móveis. O modelo padrão alugado pela empresa tem altura de 2,4 m e as outras duas dimensões (largura e comprimento), 3,0 m e 7,0 m, respectivamente.



Um cliente solicitou um contêiner com altura padrão, porém, com largura 40% maior e comprimento 20% menor que as correspondentes medidas do modelo padrão. Para atender às necessidades de mercado, a empresa também disponibiliza um estoque de outros modelos de contêineres, conforme o quadro.

Modelos com altura de 2,4 m	Largura (em metro)	Comprimento (em metro)
I	4,2	8,4
II	4,2	5,6
III	4,2	5,8
IV	5,0	5,6
V	5,0	8,4

Dos modelos disponíveis, qual atende às necessidades do cliente?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> (ENEM – 2019)

1º Calcular a largura de 40% maior, sendo assim vamos usar o fator multiplicativo:

$$L = 1,4 \cdot 3 = 4,2$$

2º Calcular o comprimento de 20% menor, utilizando novamente o fator multiplicativo:

$$C = 0,8 \cdot 7 = 5,6$$

Para finalizar realizarem os agradecimentos ao professor preceptor pela oportunidade de ministrar a oficina com seus alunos, agradeceremos aos alunos pela sua atenção e dedicação nas aulas, além da sua participação, pois sem ela seria impossível o desenvolvimento da oficina.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção realizaremos as discussões referente aos resultados obtidos durante a aplicação da proposta e seus impactos para os alunos. Analisaremos o quanto os alunos se envolveram com a oficina e quais os conhecimentos que eles obtiveram durante todas as etapas de nossa intervenção.

5.1 Análise da Aula 01

A aula 01 seria responsável pela revisão dos conceitos geométricos de ponto, plano, arestas, vértices e faces. Durante a aula notamos que os alunos apresentavam muita dificuldade para entender os conceitos de arestas e faces confundindo-os repetidas vezes algo que corrobora com o Lorenzato (1995) descreveu em sua pesquisa ao notar que os alunos não conseguiam notar conceitos geométricos simples. Para resolver esse problema, utilizamos os sólidos geométricos manipulativos para explicar as diferenças entre os dois conceitos.

Os alunos demonstraram interesse pela explicação tendo em vista que o conceito de utilizar uma figura concreta para explicar os conceitos geométricos parecia algo que eles não tinham presenciado durante suas aulas de matemática em séries anteriores. Algo que chamou nossa atenção foi que durante esta aula o uso dos smartphones diminuíram consideravelmente com poucos alunos fazendo o uso durante a aula o que pode ser usado pelo professor para diminuir o uso de celulares em sala de aula e de diminuir os impactos a aprendizagem relatados por Daniel Cara (Jornal USP, 2024).

Outro momento que foi muito interessante foi quando mostramos as planificações dos poliedros utilizando os materiais concretos, os alunos pareciam não terem visto esses conceitos antes nas séries passadas e aparentavam o desconhecimento de algumas planificações que mostramos durante a aula.

Ponte e Serrazina (2000) chamam atenção que os conceitos e relações matemáticas são entes abstratos e por meio de materiais manipulativos desenvolver os conhecimentos matemáticos necessários. De modo que os alunos apresentaram dificuldades para lembrar das planificações por só terem vistos em livros de didáticos ou nem terem visto estas planificações, sendo assim os materiais concretos permitiram uma nova abordagem do conhecimento geométrico para os alunos participantes.

5.2 Análise da Aula 02

Nessa aula focamos em mostrar aos alunos a definição de corpos redondos, como calcular sua área total, seu volume e como se dar suas planificações. Notamos que durante a explicar sobre a geratriz no cilindro, os alunos apresentaram dificuldade em assimilar e identificar o que era mesmo sendo mostrado nos slides com figuras mostrando novamente o que Lorenzato (1995) havia notado em sua pesquisa sobre o Ensino de Geometria nas escolas.

Percebendo tal dificuldade optamos por utilizar o material concreto para demonstrar o conceito e explicar o conceito de geratriz para os alunos, logo notamos como a aula ficou

dinâmica, pois os alunos queriam tocar e observar como se formava a geratriz do cilindro. Passamos a figura de mão em mão para que eles pudessem entender melhor o conceito.

Buscando que os alunos tivessem uma experiência matemática para o conhecimento matemático sobre geometria espacial fosse melhor assimilado, conforme o que Santos (2015) acreditava ser necessário para se obter um melhor conhecimento matemático.

Novamente o uso dos celulares ficou escasso durante as aulas e as conversas paralelas, que eram algo constante nas aulas, deram lugar a conversas sobre o tema proposto em sala demonstrando novamente que os materiais concretos podem ser uma alternativa para minimizar os impactos do uso excessivo de smartphones em sala de aula (Jornal USP-2024)

Com a demonstração da planificação das figuras a explicação sobre como calcular área total e volume ficaram de fácil assimilação, tendo em vista que os alunos conseguiram notar a relação entre a planificação e a fórmula apresentação, fazendo os paralelos entre o raio do círculo e a geratriz das figuras conforme Calvacanti (2006) já havia relatado em sua pesquisa.

5.3 Análise da Aula 03

Nesse momento da intervenção reservamos para a construção de sólidos geométricos planificados utilizando os materiais que a escola havia adquirido para o seu Laboratório de Ensino de Matemática e estavam guardados sem serem utilizados pelos professores da instituição.

Durante a construção dos sólidos geométricos notamos o quanto os alunos permaneciam inseridos na aula e o quanto a demonstração dos materiais concretos permitiu que os alunos fixassem conceitos que antes tinham muita dificuldade conforme as ideias de Ponte e Serrazina (2000) para a construção do pensamento matemático.

Além da construção, solicitamos aos alunos que contassem a quantidades de arestas, de vértices, de faces e calculassem usando as fórmulas e uma régua a área total dos sólidos e o volume total.

Para fomentar a curiosidade dos alunos, em cada grupo distribuímos 2 sólidos geométricos que não haviam sido comentados em nossas aulas no intuito de notar a percepção dos alunos. À medida que eles faziam a construção dos sólidos não comentados em aulas, eles nos questionavam como poderiam calcular a área total e o volume daqueles objetos.

Explicamos que nem todos os sólidos geométricos possuem fórmulas para cálculo de área total e volume sendo o cálculo realizado por meio de observação das faces que compõem o sólido e alguns de seus elementos.

Podíamos notar que os alunos iam deduzindo alguns cálculos de volume e de área total das figuras apenas pela observação, escolhendo uma fórmula que melhor se aplicaria com a situação, o que Santos (2015) e os Van Hiele (1957) fazer parte da construção do pensamento geométrico.

Houve um episódio muito interessante durante aplicação da nossa oficina, no qual uma aluna veio no intervalo na sala dos professores querendo saber uma forma de calcular a área total de um prisma de base trapezoidal, buscando deduzir a fórmula sem ter tido nenhuma fórmula pré-estabelecida durante nossas aulas.

Demonstrando o quanto uso de Materiais Concretos pode ser uma excelente estratégia para prender a atenção dos alunos e despertar sua curiosidade conforme o que (Pontes,2018) afirma sobre o uso de materiais concretos no ensino médio.

5.4 Análise da Aula 04

A última parte de nossa intervenção na escola dividimos em dois momentos. O primeiro momento fizemos a demonstração do princípio de Cavalieri e no segundo momento resolução de questões do Enem envolvendo Geometria Espacial.

Usamos no primeiro momento os sólidos de acrílico sendo preenchidos por água com corante para podemos mostrar aos alunos o princípio de Cavalieri. Durante o momento dos nossos experimentos era bastante visível nos alunos que aquela maneira de ensinar matemática estava bem distante de sua realidade escolar, demonstrando que é possível aprender matemática sem muita algebrização ou apenas decorando fórmulas, algo que muitos relataram durante a nossa intervenção, Lorenzato (1995) afirmava que o professor deveria fazer para ensino de geometria em sala de aula.

No segundo momento realizamos a resolução das questões do Enem resolvendo com uso dos materiais concretos e pudemos observar o quanto os conceitos geométricos estavam mais bem internalizados pelos alunos. Existiram sim alunos que ainda estavam com dificuldades em interpretar os conceitos solicitados nas questões e como resolver.

A última parte da intervenção foi muito gratificante, pois observamos de maneira clara o quanto os materiais concretos ajudaram na internalização de conceitos geométricos e como eles conseguiram melhor interpretar os conceitos apresentados nas questões. Além

disso, em nossas observações os alunos tiveram uma melhora significativa nos conceitos geométricos, começando até a abstrair os sólidos que não tinham desenhos nas questões.

5.5 Análise do Questionário de Avaliação

Buscando entender melhor, quais os resultados do uso de materiais concretos no ensino de matemática para os alunos no que participaram de nossa intervenção, criamos um questionário com 4 questões abertas e 3 questões fechadas na plataforma Microsoft Forms. Buscamos entender qual a opinião dos alunos sobre sua aprendizagem de geometria com o uso de materiais concretos e pedimos para que eles não se identificassem.

O uso do questionário foi usado como forma de coleta de dados ao final de nossa pesquisa, buscando analisar os impactos do uso de materiais concretos em sala para aprendizagem dos alunos sobre os conhecimentos geométricos foram absolvidos durante as nossas aulas. Marconi e Lakatos (2003) afirmam que a parte da pesquisa de coleta de dados permite perceber se as técnicas selecionadas e os conhecimentos teóricos atingiram os objetivos do pesquisador.

Como o questionário foi realizado após a semana do ENEM, muitos alunos evadiram da escola e estavam apenas aguardando o boletim final. Sendo assim, dos 30 alunos participantes da nossa intervenção, apenas 8 responderam nosso questionário. Deste modo iremos trazer para nossas reflexões as opiniões dos 8 alunos e tentar entender quais foram os impactos do uso de metodologias lúdicas para o ensino de geometria no ensino médio e se realmente os professores podem ou não as utilizar.

A primeira pergunta que fizemos aos alunos foi o que eles aprenderam com a oficina que ministramos. A maioria dos alunos respondeu que havia obtido conhecimentos relevantes para sua formação, no entanto três alunos chamaram atenção. Identificaremos suas falas como aluno 1, aluno 2 e aluno 3, visto que as respostas são anônimas. O aluno 1 afirmou que a oficina:

Ajudou na socialização da turma com o professor e aprendemos conteúdos de uma forma diferente (Aluno 1, 2023)

A afirmação do aluno 1 permite entender que o uso de materiais concretos traz uma aula dinâmica onde o aluno além de aprender conceitos matemáticos, consegue ter uma interação melhor com o professor e com a turma, o que Pontes (2018) e Gonçalves et al (2016) também perceberam em suas pesquisas.

O aluno 2 ao responder a primeira pergunta complementou dizendo que,

Apreendi várias coisas diferentes e acredito que algo eficaz na minha vida (Aluno 2, 2023)

Já o aluno 3 afirmou que após a oficina com uso de materiais concretos,

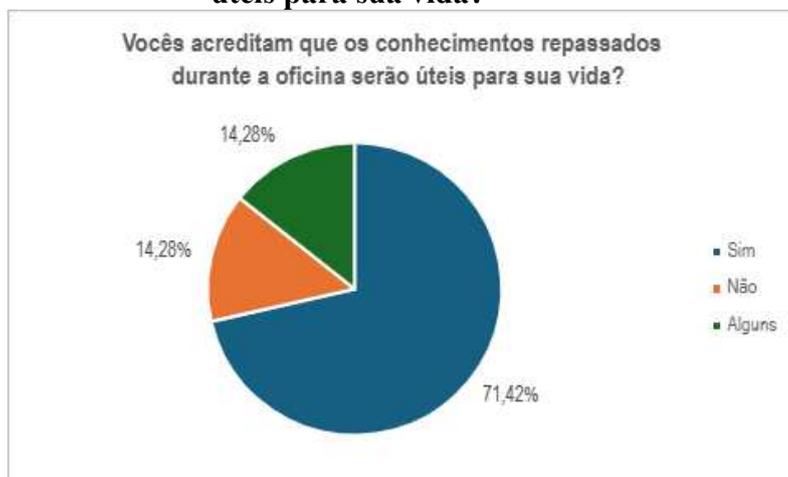
Entendi sobre uma área da matemática que é importante, a Geometria (Aluno 3, 2023)

Pontes (2018) acredita que os materiais concretos não são a solução para todos os problemas que a escola enfrenta para dar uma educação de qualidade aos seus alunos, no entanto, analisando a afirmação do aluno 2 e 3 notamos que os materiais manipulativos permitem ao professor trazer uma nova roupagem para sua aula de matemática trazer conceitos complexos de forma mais lúdicas e dinâmicas para os alunos.

A pergunta 2 do nosso questionário foi se os alunos acreditavam que os conhecimentos repassados durante a oficina serão úteis para sua vida? A maioria dos alunos responderam que sim, conforme mostra o gráfico 1.

Anjos (2019) afirma os alunos que tem contato com os materiais concretos consegue desenvolver um pensamento geométrico melhor desenvolvido, o que será internalizado pelo aluno por toda sua vida acadêmica. O gráfico abaixo, mostra que os alunos também reconhecem os materiais concretos como úteis para sua vida.

Gráfico 1 - Vocês acreditam que os conhecimentos repassados durante a oficina serão úteis para sua vida?



Fonte: Autores (2023)

Na pergunta 3 questionamos os alunos qual(is) sua(s) maior(es) dificuldade(s) durante as atividades pela oficina? A maioria dos alunos responder não ter tido nenhuma dificuldade com as explicações comentando que os materiais concretos haviam facilitado o processo de entendimento.

Entretanto alguns alunos sinalizaram que tiveram dificuldade com atenção e com as fórmulas apresentadas durante a aula demonstrando que como Pontes (2018) no qual os materiais concretos não seriam a solução de todos os problemas que o aluno enfrenta na aprendizagem da matemática contudo pode ser uma forte aliada do professor para facilitação a mediação de conceitos geométricos utilizando-os.

Na pergunta 4 questionamos os alunos se o uso de materiais concretos ajudou a facilitar os conceitos ensinados durante as aulas, todos os alunos foram unânimes em responder que os materiais concretos ajudaram muito para aprender os conceitos de geometria espacial, as falas do aluno 4 e aluno 5 corroboram para essa afirmação.

O aluno 4 em sua fala afirma que *“a gente teve a visão das figuras, ficando mais fácil pra saber o que aquilo significava”* e o aluno 5 respondeu que *“sim, tornou mais lúdico”*, mostrando o que Anjos et al (2016) e Pereira (2016) encontraram ao final de suas pesquisas onde os alunos conseguiam ter uma maior compreensão dos conceitos geométricos após suas intervenções conjecturando e deduzindo fórmulas matemáticas relacionadas com geometria.

Na questão 5 de nosso questionário perguntamos para nossos alunos com eles avaliavam as aulas com o uso de materiais concretos. Para avaliarmos isso colocamos a opção dos alunos avaliarem usando estrelas no qual entre 1 e 2 estrelas seria muito ruim, 3 estrelas mediano, e 4 e 5 muito bom ou aceitável. A maioria dos alunos avaliou entre muito bom ou aceitável conforme mostra o gráfico 2.

Gráfico 2 - Como você avalia as aulas com materiais concretos



Fonte: Autores (2023)

Na questão 6 perguntamos como os alunos avaliavam a aula do professor durante as aulas da oficina usando o mesmo sistema de estrelas da questão 5. A grande maioria dos alunos avaliou entre muito bom ou aceitável conforme mostra o gráfico 3.

Gráfico 3 – Como você avalia as aulas do professor da oficina?



Fonte: Autores (2023)

Na questão 7 questionamos nossos alunos sobre como eles avaliariam a oficina realizada em sala, seguindo o mesmo padrão de estrelas das questões 5 e 6. Os alunos, por sua vez avaliariam em grande maioria por muito bom ou aceitável conforme mostra o gráfico 4.

Gráfico 4 – Como você avalia o que você aprendeu na oficina?



Fonte: Autores (2023)

6. REFLEXÕES SOBRE O PROGRAMA RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA EM MINHA FORMAÇÃO DOCENTE

Nesta seção falaremos sobre as reflexões obtidas durante o Programa de Residência Pedagógica (PRP) e como elas impactaram em nossa prática docente, além das mudanças em nossa visão sobre como a educação matemática é vista pelos alunos na escola.

Durante as atividades do PRP, pudemos observar que os alunos passam cada vez mais tempo em seus smartphones sem disponibilizar muita atenção para aulas de matemática que eram ministrados em sala de aula pelos professores, o que confirma os estudos de Havard sobre o uso excessivo de tecnologias dentro da escola (Jornal USP-2024).

Notamos que era difícil chamar atenção dos alunos, pois era comum ouvirmos que aquele conhecimento já estava na Internet e não havia a necessidade deles terem o conhecimento ali ofertado pelo professor, pois eles encontrariam com facilidade nas plataformas digitais, comportamento que reflete as ideias de Daniel Cara (Jornal USP-2024).

Em vários momentos no qual solicitamos atividades para serem feitas em sala de aula e os alunos não encontravam a resposta na Internet, eles nem tentavam responder as questões propostas demonstrando uma dependência do mundo digital.

Em alguns diálogos com os alunos procuramos questionar sobre suas perspectivas para o vestibular, era comum ouvir que não tentariam fazer ou só tentariam por conta da insistência dos pais, eram poucos os que demonstravam interesse em seguir alguma carreira profissional.

O que se ouvia muito dos alunos era que seu não interesse pela graduação vinha a devido aos discursos de pessoas de parentes e amigos e, até professores, que os assustavam afirmando que a graduação seria mais complexa e extremamente conteudista algo que Lorenzato (1995) fala sobre o ensino de uma matemática algebrista e extremamente conteudista.

Os alunos comentavam constantemente não gostarem de matemática por terem tido professores que só copiavam as fórmulas e propriedades no quadro sem explicar qual sua aplicação para os alunos, dizendo por várias vezes que eles teriam que decorar aquilo para passarem de ano trazendo as aulas a falta de dinamismo e extremo rigor matemático, o que afastava estes alunos da matemática, Lorenzato (1995) falava sobre o quanto o ensino de geometria era extremamente algebrizado e conteudista.

Era muito comum ouvir de alguns alunos a fala de que “estudavam matemática só porque estavam tentando passar no vestibular” ou “estudo matemática apenas para passar de ano” e queriam distância de cursos onde a matemática estaria presente.

O PRP proporciona aos futuros professores de matemática, terem os seus primeiros contatos com a sala de aula e o ambiente escolar, trazendo fortes reflexões sobre o que aprendemos nos cursos de formação e que usaremos na formação básica dos nossos futuros alunos de isto é, como devemos fazer na sala de aula, quais processos metodológicos deveremos utilizar com nossos alunos, como fazer alunos aprenderem e, verem a Matemática de forma positiva.

Nós como futuros professores temos um grande desafio para o ensino de matemática em nossas escolas, devemos buscar maneiras de mudar a dinâmica de nossas aulas que por vezes pode ser malvista pelos alunos. Precisamos atuarmos junto da tecnologia para ensino da matemática e usarmos recursos que retirem os alunos de uma zona de dependência tecnológica, para que eles consigam fazer suas próprias descobertas sem a dependência da tecnologia em suas vidas. Contudo essa iniciativa não deve ser apenas dos professores, precisamos mover toda comunidade escolar para esse tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi executado com o propósito de compreender como o uso de materiais concretos auxiliam o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Espacial no Ensino Médio. Baseado nessa premissa, realizamos primeiramente uma análise teórica que nos permitisse ter embasamento científico necessário para realização da intervenção pedagógica.

Durante a pesquisa teórica, notou-se que o uso dos materiais concretos permitia aos alunos pudessem visualizar melhor conceitos matemáticos que por serem abstratos eram de difícil assimilação. Além disso, as reflexões sobre como o pensamento geométrico é construído, proposto pelos Van Hiele (1957), trouxeram a pesquisa um significado no qual os materiais manipulativos podem ser uma saída para a construção desse pensamento geométrico.

No intuito de não avaliarmos apenas a construção do pensamento geométrico no qual os materiais concretos poderiam trazer aos alunos por meio dos teóricos, fomos atrás de relatos de pesquisas que continham intervenções pedagógicas com o uso de materiais concretos dentre os quais notamos que os alunos que haviam passado pelas intervenções conseguiram desenvolver um pensamento geométrico satisfatório, conseguindo deduzir até algumas fórmulas geométricas e visualizar as planificações de sólidos geométricos.

Criamos então uma proposta pedagógica buscando replicar resultados iguais ou até melhores do que os relatos obtidos pelos pesquisadores do ENEM e para mensurar esses resultados usamos a observação durante as aulas, um questionário dirigido aos alunos e a resolução de questões com a auxílio dos materiais concretos. Realizamos então a intervenção no formato de oficinas de revisão para o vestibular divididas em 4 aulas, sendo as duas primeiras aulas responsáveis pela revisão de fórmulas e conceitos geométricos, uma aula de construção de poliedro e uma aula para resolução de questões.

A partir de todo os dados obtidos durante toda a pesquisa podemos notar que o uso de materiais concretos pode ser uma estratégia bastante útil para o professor usar durante suas aulas, pois ela permitiu que nossos alunos pudessem construir os pensamentos geométricos de arestas, vértices, faces, geratriz, área e volume.

Outro ponto importante percebido durante a pesquisa foi sobre a atenção dos alunos durante as aulas com o uso de materiais concretos. Eles permitiram os alunos a diminuírem o uso dos smartphones em sala, pois os alunos ficavam presos quanto ao uso de uma nova ferramenta no ensino de matemática.

No entanto, destacamos que o uso dos materiais concretos não são a solução para todos os problemas enfrentados pelos professores de matemática dentro de sala. O que a

presente pesquisa defende é que o uso de materiais concretos pode ser uma estratégia para professor de matemática potencializar o ensino de Geometria aos alunos, contudo precisa haver um apoio por parte da escola e Estado para que haja tais recursos, visto que toda a intervenção desta pesquisa só foi realizada com sucesso por conta da escola possui um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM).

REFERÊNCIAS

- ANJOS, T. V. dos; CAVALCANTI, L. B.; RODRIGUES, M. A. **Explorando a geometria espacial com os materiais concretos reutilizáveis**, 2019.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Documento oficial do MEC que apresenta as novas diretrizes curriculares para os ensinos Fundamental e Médio.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.
- CARVALHO, T. S.; ARRUDA, V. R. de; SANTOS, G. F. dos. **Oficina de poliedros: utilização de materiais concretos para ensino da geometria**, 2019.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.
- JORNAL DA USP (São Paulo). **Uso de celulares nas escolas traz mais prejuízos do que benefícios aos estudantes**. Jornal da USP, 24 set. 2024. Disponível em: <https://jornal.usp.br/radio-usp/uso-de-celulares-nas-escolas-traz-mais-prejuizos-do-que-beneficios-aos-estudantes/#:~:text=Linhas%20de%20estudos,desenvolvimento%20cognitivo%2C%20entre%20outros%20problemas>. Acesso em: 10 dez. 2024.
- KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, ;FIGUEIREDO, L. G.. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele**. Bolema, Rio Claro - SP, v. 9, n. 10, p. 1-8, 1994.
- LORENZATO, S. A., "Os "porques" Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professores", Proposições, vol. 10, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1993.
- LORENZATO, S. A. **Porque não ensinar Geometria?** In: A Educação Matemática em Revista, Ano III, nº 4, 1º semestre, p. 3-13, Blumenau: SBEM, 1995. BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica.
- PEREIRA, R. T. de C.; CORCOLL, C. de O; SANTOS, A. dos. **Mathcraft: o uso de objetos manipuláveis no ensino e aprendizagem da geometria**, 2016.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. Didáctica da matemática no 1º ciclo. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.
- PONTES, V. de A. **MATERIAIS CONCRETOS: Uma estratégia para o ensino aprendizagem de Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio**. 2018. Dissertação de Mestrado (Matemática) - UEMA,2018.
- SANTOS, A. M. A. dos. **Utilização de materiais concretos para o ensino de geometria plana e espacial: Um estudo de caso**. 2015. 51f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Vale São Francisco, Juazeiro,2015. Disponível em: <http://www.univasf.edu.br/~tcc/000006/00000661.pdf>

TAXWEILER, N. R. da S. .; VASCONCELLOS, M. L. **Questionário online como instrumento de coleta de dados em pesquisa em secretariado: desenho, refinamento, pré-testagem e versão final.** Revista Expectativa, [S. l.], v. 21, n. 1, p. 147–168, 2022. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/expectativa/article/view/28178>. Acesso em: 21 set. 2024.

APÊNDICE