UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA
CURSO MATEMÁTICA LICENCIATURA

ALESSANDRA SILVA DOS SANTOS
ANA BEATRIZ RIBEIRO GARCEZ ARAÚJO
FRANCISCA TAISLANE BALDUINO DA SILVA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES LINEARES POR MEIO DA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

São Luís - MA

2025

ALESSANDRA SILVA DOS SANTOS
ANA BEATRIZ RIBEIRO GARCEZ ARAÚJO
FRANCISCA TAISLANE BALDUINO DA SILVA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES LINEARES POR MEIO DA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciadas em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa

São Luís - MA

2025

Santos, Alessandra Silva dos
Uma proposta pedagógica para o ensino de equações lineares por meio da metodologia da resolução de problemas para os anos finais do ensino fundamental / Alessandra Silva dos Santos, Ana Beatriz Ribeiro Garcez Araújo, Francisca Taislane Balduino da Silva. – São Luis, MA, 2025.
90 f

TCC (Graduação em Matemática Licenciatura) - Universidade Estadual do Maranhão, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa.

1.Álgebra. 2.Equação Linear. 3.Resolução de Problemas. I. Araújo, Ana Beatriz Ribeiro Garcez. II. Silva, Francisca Taislane Balduino da. III.Titulo.

CDU: 512.64:373.3

Elaborado por Cássia Diniz - CRB 13/910

ALESSANDRA SILVA DOS SANTOS
ANA BEATRIZ RIBEIRO GARCEZ ARAÚJO
FRANCISCA TAISLANE BALDUINO DA SILVA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES LINEARES POR MEIO DA METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão para a obtenção do título de licenciadas em Matemática.

Aprovado em: 06/02/2025

Mauro Guterres Barbosa

Prof. Dr. Mauro Guterres Barbosa (Orientador)
Doutor em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

Rayane de Jesus Santos Melo

Profa. Dra. Rayane de Jesus Santos Melo (examinador I)
Doutora em Educação
Universidade Federal do Maranhão

Elvys Wagner Ferreira da Silva

Prof. Me. Elvys Wagner Ferreira da Silva (examinador II)
Mestre em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

AGRADECIMENTOS

A Deus[1], pela sua infinita misericórdia por me conceder a realização desse sonho, pela conclusão desse trabalho e por mais uma vez ter acreditado em mim, quando nem eu mesma acreditei. A realização desse trabalho é fruto da perseverança, dedicação, dos momentos fáceis e principalmente dos difíceis, em que pude vencer tantos obstáculos durante essa longa jornada acadêmica, pois até aqui me ajudou o Senhor!

Agradeço pela minha família que sempre prestou apoio e por ter me ajudado até hoje. À minha mãe, Emidia Silva dos Santos Moura, dedico essa conquista por ser meu maior exemplo de mulher guerreira, perseverante e sábia, sou eternamente grata pela sua vida.

As minhas companheiras de trabalho, Francisca Taislane Balduino da Silva e Ana Beatriz Ribeiro Garcez Araújo, obrigada por aceitarem em participar desse trabalho, dessa parceria que proporcionou momentos que serão eternizados, assim como aqueles que trouxeram sentimentos de alegria, leveza, harmonia, tristeza e raiva. Essa união foi essencial para concluirmos essa etapa, agradeço pela paciência e os conselhos dados.

Agradeço a minha grande amiga de graduação, Francisca Taislane Balduino da Silva, pela longa caminhada acadêmica juntas. Foi gratificante fazer parte da sua vida, saber que contribui de alguma forma, mesmo sendo proporcionado momentos de risos que deixava lágrimas caírem. Agradecimento especial pelos conselhos e puxões de orelha que serviram na busca de um melhor desempenho acadêmico, mesmo não alcançando êxito.

Ao meu orientador Mauro Guterres Barbosa, sou grata por aceitar esse convite especial para se empenhar e dedicar tanto nesse trabalho, pelas palavras de incentivo que foram fundamentais para esta realização, e por permanecer essa pessoa paciente, agradável e humorada.

Aos meus amigos Iago Sampaio, Sunamita Amorim, Norma Cristina e Luciene Macieira, pelas palavras de incentivo e de afeto, e por sempre estarem me apoiando nesse sonho.

Agradeço primeiramente à Deus[2], que me concedeu força e persistência para trilhar este caminho. Com certeza, sem sua generosidade e misericórdia, não teria conseguido chegar até aqui, pois por muitas vezes pensei em desistir, mas sua graça me sustentou todos os dias. Sem ele, nada disso seria possível.

---

[1] Alessandra Silva dos Santos

[2] Ana Beatriz Ribeiro Garcez Araújo

À minha avó, Maria de Fátima Ribeiro Garcez (in memoriam), que infelizmente já se foi, mas se faz presente em todos os momentos da minha vida e continua sendo minha fonte de força e perseverança, a qual tinha o sonho de ver sua neta formada, que pode estar comigo fisicamente no começo dessa caminhada, mas que ao final desta vitória em algum lugar ela ainda olha por mim.

À minha família, que sempre me incentivou nesse trajeto. À minha mãe, Elisangela Ribeiro Garcez que mesmo com todas as dificuldades dela, esteve ao meu lado me dando todo o suporte possível, desde me levar para fazer o vestibular ou me amparando em momentos difíceis.

Ao meu noivo, João Vitor Costa Oliveira que foi meu alicerce nesse período, não me deixando renunciar deste sonho nos momentos de cansaço emocional e físico. Obrigada por toda compreensão e incentivo para ir em busca deste propósito.

Agradeço a minha irmã, Dayanne Garcez, minha prima, Erika Garcez e minha tia, Patrícia Azevedo, que constantemente estão me encorajando nos estudos, e muitas vezes, fazendo o papel que minha avó fazia em todas as áreas da minha vida. Essa realização também é de vocês.

As minhas amigas de faculdade e que participaram na elaboração deste trabalho de conclusão de curso, Alessandra Silva dos Santos e Francisca Taislane Balduino da Silva. Obrigada por me acolherem durante os últimos períodos de licenciatura e neste projeto, serei eternamente grata por todo amparo que me foi dado durante esses longos meses. Fazer parte da construção deste TCC com vocês, trouxe alguns sentimentos, como: entusiasmo, leveza e companheirismo. Essa relação foi fundamental para a conclusão dessa etapa que não foi fácil, mas é muito importante em nossas vidas.

Ao meu orientador, Mauro Guterres Barbosa minha eterna gratidão por ter aceitado o convite de orientar este trabalho. Obrigada por todo empenho e dedicação para que este TCC fosse finalizado

Primeiramente[3], agradeço a Deus por me abençoar com saúde, sabedoria, e por sua infinita bondade e misericórdia, que nunca me faltaram. A cada etapa dessa caminhada, pude sentir sua presença tanto nos momentos fácies quanto nos momentos difíceis.

À minha mãe, Joana Balduino da Silva, que nunca deixou de acreditar em mim. Agradeço por sempre estar ao meu lado, pelo apoio incondicional, seu amor e suas palavras que me fortaleceram quando tudo parecia difícil.

[3] Francisca Taislane Balduino da Silva

Ao meu marido, Olívio Pereira Aguiar, meu companheiro de vida, que esteve ao meu lado em todos os momentos. Obrigada, por seu grande amor, por sua compreensão por cuidar de nossa família nos momentos que precisei de concentração para os estudos, e por sempre me incentivar a lutar pelos meus objetivos.

Aos meus filhos, Kauan da Silva Aguiar e Olávio da Silva Aguiar, por serem minha maior fonte de motivação e inspiração para ter concluído essa jornada. Filhos, vocês são a razão do meu viver, amo-os infinitamente.

As colegas que participaram no desenvolvimento desse TCC, Alessandra Silva dos Santos e Ana Beatriz Ribeiro Garcez Araújo, passamos por momentos enriquecedores para a nossa vida. Muitas gargalhadas e também horas bem difíceis na elaboração desse trabalho. Não foi fácil, mas deu tudo certo.

A minha grande amiga da graduação, Alessandra Silva dos Santos, minha eterna gratidão. Sua amizade foi muito importante nessa jornada acadêmica, muitos momentos de grandes risadas, conselhos, estudos, preocupações e também compartilhamentos de coisas da nossa vida pessoal. Esse TCC, não poderia faltar a sua participação, obrigada por tudo.

Uma companheira e amiga da graduação, Mayrane Feitosa de Oliveira, muito obrigada pelos conselhos, força e por sempre ter me ajudado na hora que lhe pedia socorro. Você está presente direta e indiretamente na realização desse trabalho.

Expresso minha sincera gratidão ao meu orientador e professor Mauro Guterres Barbosa por todo o apoio, paciência, contribuições e, especialmente, pelo tempo dedicado à concretização deste trabalho.

A todas as pessoas que de forma direta e indireta, contribuíram para a conquista desse sonho e a realização desta pesquisa. Um muito obrigada a todos!

RESUMO

A presente pesquisa tem o objetivo de apresentar Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Equações Lineares por meio da Metodologia da Resolução de Problemas para os Anos Finais do Ensino Fundamental. A proposta foi aplicada com alunos do 8º ano de uma escola da rede pública municipal. Para embasar a presente proposta, foram realizados levantamentos sobre pesquisas que abordam a metodologia da resolução de problemas. A pesquisa envolveu análises de artigos presentes nos Anais do XIII do Encontro Nacional de Educação Matemática- ENEM, sobre o ensino da metodologia da resolução de problemas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. O estudo adotou uma abordagem qualitativa e quantitativa, visando compreender a relação do ensino da metodologia da resolução de problemas com objeto de conhecimento equação linear. Nesse contexto, destaca-se como essa metodologia se faz presente no ensino crítico da matemática, na sua contribuição para unidade temática Álgebra. Como resultado, conclui-se que aplicação da resolução de problema como metodologia de ensino promove uma aprendizagem matemática significativa, mais dinâmica e interativa, visto que os alunos utilizem e coloquem em prática seus conhecimentos adquiridos em sala de aula.

Palavras chaves: Álgebra, Equação Linear, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The present research aims to present a Pedagogical Proposal for Teaching Linear Equations through the Problem Solving Methodology for the Final Years of Elementary School. The proposal was applied to 8th year students at a municipal public school. To support this proposal, surveys were carried out on research that addresses problem-solving methodology. The research involved analysis of articles present in the Annals of the XIII of the National Meeting of Mathematics Education - ENEM, on teaching problem-solving methodology in the Final Years of Elementary School. The study adopted a qualitative and quantitative approach, aiming to understand the relationship between teaching problem-solving methodology and the linear equation object of knowledge. In this context, it stands out how this methodology is present in the critical teaching of mathematics, in its contribution to the thematic unit Algebra. As a result, it is concluded that the application of problem solving as a teaching methodology promotes significant, more dynamic and interactive mathematical learning, as students use and put into practice their knowledge acquired in the classroom.

Keywords: Algebra, Linear Equation, Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Carpinteiro serrando uma tábua 38
Figura 2--Equações de 1º e 2 º grau 40
Figura 3--Quadros comprados por André 47
Figura 4-Resolução do aluno A na questão 1 51
Figura 5-Resolução do aluno B na questão 1 52
Figura 6-Resolução do aluno C.na questão 1 52
Figura 7-Resolução do aluno D na questão 1 52
Figura 8-Resolução do aluno F na questão 1 53
Figura 9-Resolução da questão 2 pelo aluno A 53
Figura 10-Resolução da questão 2 pelo aluno D 54
Figura 11-Resolução do aluno A (Questão 3) 54
Figura 12-Resolução da questão 6 pelo aluno D 55
Figura 13-Equações do 1° e 2° grau 56
Figura 14-Resolução da aluna A 57
Figura 15-Situação problema 59
Figura 16-Resolução do Aluno A 59
Figura 17-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pela aluna A 64
Figura 18-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pelo aluno B 64
Figura 19-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 1) pelo aluno C 65
Figura 20-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 1) pelo aluno C 66
Figura 21-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 1) pelo aluno C. 66
Figura 22-Resolução do 1º passo –compreender o problema (Questão 2) pelo aluno B 67
Figura 23-Resolução do 1º passo –compreender o problema (Questão 2) pelo aluno D 67
Figura 24-Resolução do 2º passo –elaborar um plano (Questão 2) pela aluna D 68
Figura 25-Resolução do 3º passo –executar o plano (Questão 2) pelo aluno E 68
Figura 26-Resolução do 3º passo –executar o plano (Questão 2) pelo aluno F 69
Figura 27-Resolução do 4º passo –revisar a solução (Questão 2) pelo aluno B 69
Figura 28-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pela dupla A 71
Figura 29-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 1) pela dupla B 71
Figura 30-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 1) pela dupla B 72
Figura 31-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 1) pela dupla B 73
Figura 32-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 2) pela dupla C 73
Figura 33-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 2) pela dupla C 73
Figura 34-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 2) pela dupla C 74
Figura 35-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 2) pela dupla C 74
Figura 36-Resolução da Questão 4 pela dupla D 76
Figura 37-Resolução da Questão 5 pela dupla C 76

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 13
2.1 Desafios no Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental 13
2.2 Ensino de equações lineares: uma abordagem histórica 15
2.3 Resolução de problemas como metodologia de ensino 17
3 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS DO XIII ENEM 20
3.1 Metodologia de busca e seleção das comunicações científicas no XIII ENEM 21
3.2 Análise das Comunicações Científicas selecionadas no XIII ENEM. 23
3.3 Aproximações e complementaridades das pesquisas 31
4 METODOLOGIA 32
5 PROPOSTA PEDAGÓGICA 35
5.1 Estratégia de ação 35
5.2 Preâmbulo inicial da Proposta 35
5.3 Primeira aula 36
5.4 Segunda aula 38
5.5 Terceira aula 41
5.6 Quarta aula 43
5.7 Quinta aula 46
6 ANÁLISES E DISCUSSÕES 50
6.1 Análise e discursão das aulas 50
6.2 A primeira aula: apresentação das licenciandas e diagnóstico de aprendizagem em equações de 1º grau com uma incógnita 50
6.3 A segunda aula: equações do 1º grau com uma incógnita 55
6.4 A terceira aula: metodologia da resolução de problemas por meio do método de george Polya 59
6.5 A quarta aula: resolução de problemas, seguindo os passos de Polya 63
6.6 A quinta aula: atividade diagnóstica 70
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS 77
8 REFERÊNCIAS 80
9 APÊNDICES 84
9.1 APÊNDICE A – Atividade Diagnóstica I para a primeira aula 84
9.2 APÊNDICE B - Atividade Diagnóstica II para a quinta aula 85

9.3 APÊNDICE C – Slides da metodologia de Polya 87

1 INTRODUÇÃO

A matemática, enquanto ciência, ao longo do tempo, tem sido utilizada pelo ser humano para resolver situações-problema do cotidiano.O ensino dessa disciplina em sala de aula vem passando por diversas transformações, com o objetivo de reduzir o déficit de compreensão apresentado pelos alunos. Para Lorenzato (2010, p. 4), "a falta de compreensão dos alunos os conduz a acreditarem que a matemática é difícil e que eles não são inteligentes, entre inúmeras outras consequências maléficas", gerando assim grandes desafios ao ensino matemático.

Nesse sentido, o ensino da matemática exige do professor um olhar atento e reflexivo sobre sua prática, a fim de identificar maneiras de tornar os conteúdos mais compreensíveis e atrativos para os alunos, que segundo Lorenzato (2010, p. 11) "cabe ao professor se manter atualizado, é fundamental que ele possua ou adquira o hábito de leitura, além da constante procura de informações que possam melhorar sua prática pedagógica."

Entre os diversos campos da matemática, a álgebra, segundo Lins e Gimenez (2001, p. 9),

> é um campo de estudos e pesquisas relacionadas aos conteúdos matemáticos propriamente ditos ou a seu ensino e aprendizagem. A importância desse ramo da Matemática pode ser medida pela quantidade de trabalhos sobre ela desenvolvidos, pela abrangência de seus conteúdos em livros-texto de qualquer nível de ensino ou pelas dificuldades em seu ensino e aprendizagem.

Conforme Lins e Gimenez (1997), a álgebra não se resume apenas as letras, como dizem os "letristas". Nesse sentido, o entendimento dessa ideia desvirtuada que pode partir de um coletivo aglomerado de estudantes ao terem seus primeiros contatos com algum objeto de conhecimento que envolve a álgebra, remetendo-os, especificamente, as letras que em um primeiro contato podem dificultar o aprendizado com a álgebra por considerá-la de difícil compreensão com algo que não sejam os números para resolverem problemas matemáticos. Entretanto, o ensino e aprendizado da álgebra vai muito além de se operar com letras, tem uma pensamento lógico-matemático por trás de cada ação, além de contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno.

Dentro dessa temática, ressaltamos o estudo de equações lineares, no qual se estudam relações de igualdades matemática, relações entre grandezas, resolução e elaboração de problemas que possam ser representados por equações de 1º grau (lineares), redutíveis à forma $ax + b = c$, e diversas outras grandezas em situações do cotidiano e em circunstâncias profissionais.

As equações lineares abrangem diversas áreas das ciências: engenharia, biologia, e situações do cotidiano. Ao resolver problemas por meio da resolução de problemas, os alunos podem ser capazes de identificar como esses conceitos estão presentes em situações do cotidiano, proporcionando-os assim, uma melhor interpretação e compreensão destes.

No momento em que o professor ensina o aluno, de qualquer área do conhecimento, em nosso caso a matemática, por meio da resolução de problemas, ele está conduzindo-o para que tenha sua própria percepção sobre o objeto de conhecimento ensinado. Ao destacar sobre resoluções de problemas reafirma-se que este método de aprendizagem faz com que os alunos ampliem seus conhecimentos cognitivos.

Para Polya (2006) a resolução de problemas é uma prática usual, digamos como a natação, ou seja, adquire-se habilidades por meio de imitações práticas. Ao tentarmos resolver problemas, temos que observar e imitar o que fazem outras pessoas quando os resolvem e, por fim, devemos aprender sobre como resolver problemas, isto é, devemos ter em mente um método que nos orientes na construção da habilidade de resolver problemas.

Ao se tratar desse objeto de conhecimento nos anos finais do ensino fundamental, pode-se observar que alunos tendem a sofrer com a falta de compreensão, uma vez que nos anos finais se inicia o estudo das equações lineares, em que o aluno tem o seu primeiro contato com esse tipo de objeto matemático. Partindo dessa problemática, para Silva (2023), é necessário que se investigue e compreenda as possíveis causas das dificuldades apresentadas pelos alunos nos anos finais do ensino fundamental a respeito das equações lineares, para desse modo possamos propor soluções que visam amenizar esse déficit apresentado pelos alunos.

O presente estudo tem como objetivo fazer uso de metodologia da resolução de problemas no ensino das equações lineares para os alunos dos anos finais do fundamental, e visa não somente tratar em si, a maneira como se resolve determinado problema algébrico, mas como pode desenvolver seu pensamento algébrico. Assim, essa forma de pensar algebricamente pode contribuir para uma formação humana integral. Além dessa perspectiva, a proposta pedagógica pretende desenvolver significativamente o crescimento intelectual dos alunos, não somente em amenizar a dificuldade apresentada por eles, mas contribuir na sua formação cidadã.

Ante o exposto, configuramos o nosso problema de pesquisa, como sendo: quais características a metodologia da resolução de problemas colabora para o processo de ensino-aprendizagem das equações lineares nos anos finais do ensino fundamental? Por hipótese, entendemos que a organização da resolução de problemas em etapas tais como: leitura e

interpretação, planejamento, execução e avalição dos resultados, proporcionam uma organização no pensamento resolutivo dos alunos diante de situações-problemas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Desafios no Ensino de Álgebra no Ensino Fundamental

A matemática por ser considerada uma ciência de difícil compreensão, não é exagero afirmarmos que a maioria dos estudantes não tem tanta afinidade e simpatia com ela. Para Lorenzato (2010), o papel do professor é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino que ele emprega é determinante para o comportamento dos alunos. Nesse sentido, um dos fatores que contribui para tal pensamento são as metodologias adotadas em sala de aula, que na maioria das vezes acaba sendo o responsável pelo fracasso, no que se refere a relação estabelecida entre alunos e a matemática.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1988, p.59) "a matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões". Logo, é importante salientar a importância desse componente curricular no cotidiano das pessoas, na qual fazem uso devido as suas necessidades de solucionarem situações problemas.

Em sala de aula, percebe-se grandes dificuldades dos alunos em desenvolverem certas habilidades e competências relacionadas a matemática, e que as transições de suas temáticas não são de fácil compreensão para eles. Nessa mudança de temática, uma que evidencia muitas dificuldades apresentadas pelos alunos, é a transição da aritmética para a álgebra, segundo Lins e Gimenez (1978) quando não é estabelecida a conexão entre ambas, acaba provocando uma desestruturação no conhecimento já adquirido.

A álgebra, de acordo com Ribeiro e Cury (2021), é um ramo da matemática, que tem sido objeto de pesquisa desde que a humanidade começou a explorar a realidade para construir seu conhecimento, resultando em abstrações que possibilitam novas interpretações de cada conceito desenvolvido. Para Ponte *et al* (2009, p. 10):

> [...] inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios.

Ribeiro e Cury (2021) mencionam que a importância da álgebra pode ser avaliada através da quantidade de pesquisas realizadas, da extensão de seus conteúdos presentes em livros didáticos de diferentes níveis educacionais e das dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem desse conteúdo. Para Schneider (2013), a compreensão da linguagem algébrica é essencial para transferir problemas reais para a linguagem matemática e resolvê-los.

No ensino fundamental, especificadamente nos anos finais, percebe-se grande dificuldade no processo de ensino-aprendizagem dos alunos ao conteúdo. Pesquisas, debates e implementações de intervenções pedagógicas são criados no intuito de amenizarem esse déficit de aprendizagem. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (Brasil, 2018, p. 270-271).

Desse modo, é nessa fase que eles devem ser capazes de identificar padrões ou propriedades gerais a partir de exemplos específicos, trabalhar situações abstratas e saber aplicar essa generalização em situação qualquer. De acordo com Lins e Gimenez (2001) a utilização da álgebra se dá como modo de sistematizar propriedades observadas (generalizar), resolver e discutir problemas, usando a álgebra como ferramenta.

Nesse contexto, o ensino da álgebra é indispensável para os alunos, pois desenvolvem o pensamento crítico e lógico, como também auxiliam a resolverem problemas do mundo real. Assim, é essencial salientarmos alguns fatores que contribui para essas dificuldades dos alunos da educação básica ao conteúdo, Pereira Junior (2016, p.1) fala que:

> A imagem tradicional que se tem do trabalho com a álgebra na Educação Básica é a de um trabalho em que se busca simplificar expressões algébricas, resolver equações, aprender regras para manipular símbolos, ou seja, um conjunto de procedimentos que não apresentam conexões com a realidade dos alunos, bem como com outros ramos da matemática.

Para Silva *et al. (*2016), a aprendizagem em álgebra frequentemente representa um desafio para os estudantes, que enfrentam diversas dificuldades ao resolver equações, fatorar, simplificar ou reduzir termos algébricos. Essas dificuldades geralmente surgem porque as soluções são baseadas no uso de técnicas memorizadas e limitadas por padrões pré-estabelecidos. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1988, p. 60) "propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais

blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo".

Para Gil e Felicetti (2016, p. 20), "aprender álgebra vai muito além de repetir exercícios de algoritmos, ou seja, aprender álgebra significa resolver problemas utilizando representações e dando significados a elas". As mesmas autoras, declaram que a álgebra é útil como estratégia de resolução de problemas, pois facilita a organização do cálculo.

Diante do exposto, é necessário desenvolver estratégias que desafiem o aluno no ensino de álgebra, incentivando a criação de soluções para problemas e, ao mesmo tempo, valorizando o erro, que para Lorenzato (2010), na nova concepção de erro, ele é visto como uma parte natural, inevitável e essencial no processo de aprendizagem. Logo, o erro é uma parte essencial desse processo, promovendo um ambiente de aprendizagem que contribui significativamente para o desenvolvimento cognitivo.

2.2 Ensino de equações lineares: uma abordagem histórica

Em seu contexto histórico, o princípio da equação linear ocorreu de forma diferente em vários lugares do mundo. No Egito antigo, os primeiros resquícios de equação surgem no Papiro de Rhind e o método mais utilizado pelos egípcios é o da falsa posição, para resolver essas questões matemáticas, a resolução consistia em uma equação linear simples, da forma: $x+ax+bx=c$, sendo x a variável. O Papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga que descreve a regra de falsa posição e sua utilização para a resolução de problemas. (Diniz; Franco, 2023).

Na índia, os hindus também faziam uso do método de falsa posição, mas o método predileto deles era o da inversão que se resolve para trás, de acordo com as informações do problema, em Eves (2011) apresenta um exemplo e sua solução resolvido pelo método da inversão, cujo problema é:

> Linda donzela de olhos resplandecentes, uma vez que entendeis o método de inversão correto, dizei-me qual é o número que multiplicado por 3, depois acrescido de 3/4 do produto, depois dividido por 7, diminuído de 1/3 do quociente, multiplicado por si mesmo, diminuído de 52, pela extração da raiz quadrada, adição de 8 e divisão por 10 resulta no número 2?" (Eves, 2011, p. 255).

A resolução pelo método da inversão segundo o autor, consiste em começar pelo número 2 e efetuar para trás. Do modo: $[(2)\ (10) — 8]^{2} + 52 = 196$, $\sqrt{196}=14$, $(14)\ (3/2)\ (7)\ (4/7)\ /3 =$

28, que é a solução deste problema. Analisamos que este nome de inversão é dado pois substituímos a operação por sua inversa.

Na China, que já considerava a matemática de grande utilidade também se empenhou em criar métodos novos de resolução para solucionar problemas envolvendo equação linear, como a regra da dupla falsa posição ou também estimavam por resolver tais questões, utilizando varetas, de cores vermelhas para positivas e negras para negativas, manuseando-as para diferenciar os diferentes coeficientes numéricos da equação (Diniz e Franco, 2023).

No contexto atual, a equação linear, continua sendo muito utilizada, em sua forma mais tradicional ax+b=c. Sendo estudada em várias etapas ao longo dos anos escolares, mais precisamente nos anos finais do ensino fundamental, para muitos é considerada um assunto difícil de aprender, no qual apresentam muitas dificuldades e, “a ênfase nas soluções gerais e no caráter estrutural das equações pode ser um dos fatores que levam os alunos da educação básica a enfrentarem tantas dificuldades na construção do conceito de equação e na sua solução” (Ribeiro e Cury, 2021, p.76).

O incentivo do saber matemático em sala de aula, deve partir do docente, fazendo com que o discente se interesse de fato pelo assunto, saindo do modelo tradicional de ensino, Pontes (2013, p.3) afirma que “a matemática ensinada nas escolas e a realidade do mundo atual caminham em sentidos contrários, em um verdadeiro descompasso”. Dessa forma, analisa-se que, o ensino tradicional causa atraso na aprendizagem do ensino básico.

De maneira oposta ao ensino tradicional, é proposto trabalhar com resoluções de problemas para o ensino com aprendizagem, pertence ao professor fazer com que o aluno veja as equações de forma mais dinâmica. Em Polya (1978) diz que a resolução de problemas, envolve a compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e finalizando com a análise da solução, logo o estudante compreenderá e estará estimulado para resolvê-lo.

A equação de uma forma geral pode conter vários significados, como por exemplo, a equação na forma x+y=2 que simboliza uma reta no plano e retrata ao mesmo tempo um plano no espaço. Em Zardo (2006) afirma que as equações lineares devem ser trabalhadas como modelos de problemas, onde existe o estudo a partir do enunciado, ou seja, entender o que é uma variável ou incógnita, coeficientes, ou seja, o vocabulário da questão, e pode acabar tendo outra forma de interpretação. "Na antiga 6ª série equação é definida como uma igualdade (expressão que tem um sinal =) e que há pelo menos uma letra representando um valor desconhecido" (Zardo, 2006, p.11).

Nos anos finais do ensino fundamental, é crucial que os alunos sejam introduzidos ao conceito de equações lineares, uma das bases da álgebra. Nessa fase, para a BNCC (Brasil, 2018, p. 271) “é necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnitas e equações”. O professor que ensina o assunto, tem como desafio também de transpassar para o estudante que até então só conhecia a matemática com números, e agora vai conhecer uma matemática um pouco diferente do que estava acostumado.

No ponto de vista de Ribeiro (2007), o discente deve entender que o ensino algébrico é de suma importância para o saber matemático, ou que vai além de sinais. Para o ensino de equações lineares, a melhor forma de tentar ensinar para o aluno que apresenta dificuldades é trazendo para a rotina do estudante.

2.3 Resolução de problemas como metodologia de ensino

Segundo Felicetti e Giraffa (2011, p.25) afirmam que “os estudantes têm a necessidade de praticar Matemática, e não apenas ficarem na rotina da aprendizagem de regras, procedimentos e memorizações”, como ocorrem. E acrescentam ainda que: “O sucesso ou, insucesso na disciplina de Matemática está ligada não só naquilo que é ensinado, mas principalmente em como é ensinado de modo a consolidar os conteúdos matemáticos a cada nível de aprendizagem, uma vez que esta disciplina se torna mais complexa a cada nível de ensino”.

Partindo dessa percepção, é necessário analisar como tem se dado a aprendizagem dos nossos estudantes, assim como também fazem uso do conhecimento adquirido. Sabe-se que a educação tradicional ainda resiste nos parâmetros educacionais nas escolas brasileiras, em que é considerada para Paulo Freire uma educação bancária e, para ele “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria construção ou a sua construção” (Freire, 2003, p. 47), uma vez que esse tipo de aprendizagem não contribui de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, buscando aprimorar as estratégias de ensino, cuja finalidade é levar cada indivíduo a uma aprendizagem com significado, temos como indicação a resolução de problema como sendo um caminho que potencializa o estudante, como indica o PCN (Brasil, 1988, p. 59) “[...] que é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula”.

Nessa perspectiva, os estudos voltados para resolução de problemas no âmbito da educação matemática tomaram destaque e reconhecimento no final do século XX, devido a insatisfação do ensino da matemática, que era baseado na tendência formalista clássica, cujo ensino era centralizado no professor, principal responsável na transmissão do conhecimento, tendência essa que contribuiu numa aprendizagem passiva, em que se constitui na repetição e memorização dos procedimentos ditos pelo professor Fiorentini (1995).

Com isso, diversas discussões e trocas de ideias foram levantadas sobre o ensino matemático, bem como é ensinado em sala de aula, sendo assim, em meio a este contexto e a busca de uma metodologia de ensino que contribuísse e auxiliasse na aprendizagem da matemática, o método da resolução de problemas teve como destaque para os pesquisadores, como pontua Onuchic (1999, p. 204) "no final dos anos 70, a resolução de problemas ganhou espaço no mundo inteiro. Começou o movimento a favor do ensino de resolução de problemas".

A partir dos estudos voltados para a metodologia de ensino da resolução de problemas, este estudo toma como referência principal as teorias de George Polya, em que teve como publicação do livro "A arte de resolver problemas", publicado em 1945, considerado por pesquisadores como marco oficial na constituição da teoria resolução de problemas. Tal obra foi esquematizada em quatro fases independentes para solucionar problemas matemáticos. Para complementar essa abordagem, foram integradas as perspectivas de outros autores, trazendo um aprofundamento a compreensão do tema.

Assim, ao falar de resolução de problemas como metodologia de ensino, Dante (1998) afirma que é preciso que faça a diferenciação entre exercício de fixação e um problema matemático. Entende-se como exercício de fixação algo que serve para exercitar, assim como praticar um determinado algoritmo, e compreendemos como problema matemático a descrição de uma situação que se procura algo desconhecido, sem nenhum algoritmo que determine a solução, sendo assim resolver um problema não é uma tarefa simples, e sim, uma atividade que requer iniciativa, criatividade e conhecimento estratégico.

Para Diniz (2001, p. 89) "[...] a resolução de problemas corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, do que significa aprender.", sendo assim é fundamental que haja uma postura mais independente na construção estratégica da solução.

Nesse sentido, a prática de resolução de problemas contribui na construção do conhecimento, assim como favorece um ensino mais dinâmico e superando uma metodologia tradicional, como destaca Schoenfeld (1997, p. 63) "A resolução de problemas possibilita

compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem".

De acordo com o Parâmetro Curricular de Matemática de Pernambuco (PCPE), na prática de resolução de problemas "o estudante deve, diante desses problemas, ser capaz de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contraexemplo" (Pernambuco, 2012, p.28), somente assim o aluno consegue ampliar seus conhecimentos sobre conceitos e procedimentos matemáticos, garantindo uma experiência única.

Contudo, para gerenciar uma situação problema não é uma tarefa fácil, exige de cada indivíduo um pensamento matemático, um olhar estratégico e, principalmente, conhecimento específico para resolver tal problema, pontua Dante (1998), para isso é preciso que o problema seja interessante, desafiador e com ótimo nível de dificuldade para conseguir instigar e despertar o interesse do aluno a resolvê-lo.

Para assegurar que o aluno alcance esse nível de aprendizagem significativa na educação matemática, o educador deve usar em suas intervenções pedagógicas diferentes estratégias de ensino, que permitirá ao aluno desenvolver sua própria compreensão. Dentre essas estratégias de ensino, a metodologia de resolução de problemas torna uma aliada aos educadores para contribuir no desenvolvimento em solucionar problemas matemáticos.

Sendo assim, é fundamental ao educador que na perspectiva metodológica da resolução de problemas, o seu papel muda de transmissor do conhecimento para observador, de controlador para incentivador da aprendizagem. Ensinar através da resolução de problemas se constitui para Onuchic (1999), em um bom caminho para ensinar a matemática, além disso, nessa arte de ensinar, o professor tem como difícil tarefa tornar o aluno como sujeito autônomo de sua aprendizagem.

Sabe-se que no âmbito educacional essa tarefa não é simples, uma vez que o educador se depara um cenário desafiador, em que os alunos apresentam dificuldade em relacionar uma determinada situação problema com o seu cotidiano, trazendo para sala de aula tais indagações: "Em que momento usarei isso?", "Não tem nenhuma relação com minha realidade", são esses levantamentos que contribui na dificuldade da compreensão matemática.

Conforme Vila e Callejo (2006, p. 133) contribuem que "[...] ininterruptamente e desde cedo na vida dos alunos, os problemas devem originar-se, desenvolver-se e ser revisados em contextos da vida cotidiana", por isto, vale dizer que se faz necessário ao professor analisar a situação-problema, assim como também saber escolher, de modo que desperte no aluno tanto o seu pensamento crítico quando o seu interesse em o resolver.

Visando-se melhorar o ensino matemático através da resolução de problemas na sala de aula, temos como referência o matemático e pesquisador húngaro, George Polya, como já citado nesse trabalho, que teve grande influência na descoberta de como resolver e como ensinar estratégias para resolver problemas. Na obra descrita por Polya, Allevato (2024, p. 213) destaca que tal livro "tornou-se referência no ensino sobre resolução de problemas. Esta obra pode ser considerada, talvez, o mais importante exemplo entre os trabalhos com teor essencialmente voltado a ensinar sobre resolução de problemas".

Tais métodos abordados na obra destacada acima, Polya (1995) define os quatros passos da resolução de um problema, sendo elas:

1ª Etapa – Compreender o Problema – essa fase, será possível entender de forma clara e detalhada qual é o problema em questão.

2ª Etapa – Estabelecimento de um Plano – essa etapa, consiste em estabelecer um plano após a interpretação do problema, os estudantes irão associar os conhecimentos já adquiridos com o saber já recente, então encontrar modos de resolver o problema.

3ª Etapa – Execução do Plano – nessa fase tem uma importância significativa em todo processo. As estratégias são colocadas em práticas, onde o estudante demonstrará o que aprendeu, validando sua compreensão e assimilação do conteúdo.

4ª Etapa – Retrospecto ou Verificação - nessa etapa final que ocorre a revisão dos resultados obtidos, em que o aluno deve analisar todo resultado alcançado, assim como o seu raciocínio desenvolvido durante o processo.

Pólya ressalta que a resolução de problemas não é apenas um conjunto de etapas a seguir, mas um processo que requer pensamento crítico, criatividade e adaptação. Ele também discute a importância de refletir sobre a solução encontrada e aprender com o erro, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e de resolução de problemas em geral.

Cada uma destas etapas tem sua importância no processo de solução de problemas, vale pontuar que o seu uso, por si só, não garante o sucesso na solução de situações-problema, pois este depende de conhecimentos prévios do aluno. Assim, não basta apenas ensinar a resolver problemas, mas incentivar que o aluno possa também criar situações problema, partindo da sua realidade, para que assim possa alcançar uma aprendizagem significativa.

3 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS DO XIII ENEM

Nesta seção, apresenta-se o levantamento bibliográfico realizado a partir das comunicações científicas publicadas nos anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). O objetivo é identificar e analisar pesquisas que abordam a metodologia da resolução de problemas nos anos finais do ensino fundamental. Para alcançar esse objetivo, apresentam-se as seguintes subseções: metodologia de busca e seleção das comunicações científicas, análise das comunicações científicas selecionadas e aproximações e complementaridades das pesquisas.

3.1 Metodologia de busca e seleção das comunicações científicas no XIII ENEM

A presente pesquisa iniciou-se com o acesso ao portal oficial do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), a qual dentro do portal optamos pelo XIII ENEM, que corresponde a 13ª edição do evento realizado no ano de 2019.

Para ter acesso as comunicações apresentadas durante o evento, foi necessário realizar o download de todo o evento. Após está etapa, visualizamos as pastas com as seguintes identificações: mesas redondas, palestras e subeixos numerados de 1 até 25, onde cada subeixo era identificado com suas respectivas temáticas.

Posteriormente, selecionamos o subeixo 7 denominado ‘Resolução de Problemas e Investigação Matemática’, pois abordava a área de interesse desta pesquisa. Segundo Marconi e Lakatos (2023), a pesquisa é caracterizada como um procedimento formal que segue um método de pensamento reflexivo, exigindo tratamento científico, sendo considerada um meio para compreender a realidade ou descobrir verdades parciais.

Esta pesquisa se qualifica-se como pesquisa bibliográfica, ou seja, faz uso de análises de documentos, para Marconi e Lakatos (2003, p.63), ‘abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo[...]’. Ela também se caracteriza como uma pesquisa exploratória, ainda conforme Marconi e Lakatos (2003, p.78), esse tipo de pesquisa,

> São investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: (1) desenvolver hipóteses; (2) aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno para a realização de uma pesquisa futura mais precisa; (3) modificar e clarificar conceitos.

No subeixo 7 do XIII ENEM denominado ‘Resolução de problemas e Investigação Matemática’, apresentava um total de 92 comunicações científicas. Foram utilizados três critérios para as seleções das comunicações: (1) comunicações que abordavam a tendência resolução de problemas; (2) comunicações que abordavam o ensino nos Anos Finais do ensino

fundamental; (3) comunicações que apresentavam uma intervenção pedagógica, proposta pedagógica, sequência didática ou Relato de experiência.

A etapa seguinte após a seleção das comunicações científicas baseadas nos critérios citados acima, foi realizado uma análise, na qual foi fundamentado no objetivo da pesquisa que é reconhecer características da metodologia da resolução de problemas para o ensino de equações lineares nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Dessa forma, obtivemos um total de 8 comunicações que convergiam para o objeto desta pesquisa e contemplava os critérios já mencionados. Dessa maneira, o Quadro I, apresentado a seguir, contém os resultados obtidos em nossas análises do ENEM.

Quadro 1 – Comunicações Científicas selecionadas do XIII ENEM que apresentam a metodologia da resolução de problemas e proposta pedagógica nos anos finais do fundamental.

Eixo	**Título**	**Autores**
Resolução de Problemas e Investigação Matemática	UMA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROPORÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CONTEXTO DO ESTÁGIO OBRIGATÓRIO	Gardin *et al.* (2019)
	O CONCEITO DE POTENCIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA POSSIBILIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	Melo; Justulin (2019)
	TRABALHANDO COM PROBLEMAS DE MÚLTIPLOS E DIVISORES: ANÁLISE DE UMA ATIVIDADE APLICADA COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	Vieira; Justulin (2019)
	ANALISE DA INFLUÊNCIA DA PARTICIPAÇÃO DO CURSO PREPARATÓRIO PARA A OBMEP NAS COMUNIDADES CAMPESINAS DE CANGUARETAMA RN	Lima *et al*. (2019)
	RESOLVENDO PROBLEMAS COM ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA: APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DURANTE O ESTÁGIO SUPERVISIONADO	Alves *et al*.(2019)

	OBMEP: APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	Filha; *et al* (2019)
	EDUCAÇÃO FISCAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA: CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS	Santos; Andrade (2019)
	ATIVIDADE INVESTIGATIVA: RESOLVENDO UM PROBLEMA ENVOLVENDO SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU	Nascimento *et al* (2019)

Fonte: Elaborada pelas autoras, 2024

3.2 Análise das Comunicações Científicas selecionadas no XIII ENEM.

A educação matemática vem passando por profundas transformações nos últimos anos, impulsionada por novas demandas sociais e tecnológicas que desafiam professores e pesquisadores a repensar suas práticas, para Lorenzato (2010, p.127), “a falta de reflexão do professor sobre sua prática pedagógica pode garantir a repetição de um ensino destituído de significados para os alunos [...]”.

O XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), realizado em 2019, refletiu essas mudanças ao reunir uma série de comunicações científicas que discutem desde a aplicação de novas metodologias de ensino até questões de inclusão e diversidade nas salas de aula.

Após o levantamento das comunicações científicas no evento, e para os critérios de seleções já abordados no texto, obtivemos para análise e desenvolvimento desta pesquisa as comunicações apresentadas no Quadro I- que corresponde as Comunicações Científicas selecionadas do XIII ENEM que apresentam a metodologia da resolução de problemas e proposta pedagógica nos anos finais do fundamental.

Na comunicação científica dos autores Gardin *et al.* (2019), tem por objetivo relatar a experiência de dois estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), realizada durante o Estágio Curricular Obrigatório, com foco na introdução do conceito de proporção por meio da Resolução de Problemas. A prática foi realizada em 2017, em uma escola pública de Londrina (PR), envolvendo 15 alunos do 7º ano.

Os autores mencionam que segundo (ZORZAN, 2007), a Resolução de Problemas, enquanto abordagem de ensino, surgiu como uma alternativa ao ensino baseado em memorizações e repetições de conteúdos e exercícios, com o intuito de oportunizar que o aluno aprendesse matemática com compreensão. De acordo com (PRADO; ALLEVATO, 2010, p. 26), destacam três concepções de ensino de Matemática baseadas na Resolução de Problemas: "ensinar sobre Resolução de Problemas, ensinar para a Resolução de Problemas e ensinar através da Resolução de Problemas".

Esta pesquisa se baseou na concepção, "ensinar através da Resolução de Problemas", seguindo as nove etapas propostas por Allevato e Onuchic (2009): 1) Preparação do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observar e incentivar; 6) Registro das resoluções na lousa; 7) Plenária; 8) Busca do consenso; 9) Formalização do conteúdo.

O problema proposto para a turma, envolvia o cálculo de descontos oferecidos em um posto de combustível, com o objetivo de introduzir o conceito de proporção. Durante a aula, os alunos foram divididos em grupos para discutir e resolver o problema. As resoluções variaram, com alguns grupos precisando de intervenções dos estagiários para compreender o problema. A plenária permitiu que diferentes soluções fossem apresentadas e discutidas.

Para os autores desta pesquisa, a experiência destacou aspectos positivos, como a interação entre as resoluções dos alunos, a formalização do conteúdo, e a importância do planejamento na abordagem de Resolução de Problemas. Para eles, essa abordagem permitiu a participação ativa dos alunos e lhes proporcionaram a exploração das estratégias adotadas e das discussões feitas pelos estudantes para construir o conceito de proporção.

A comunicação científica do autor Melo *et at.* (2019), trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, que tem como finalidade de analisar a forma como os alunos constroem o conceito de potenciação fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da resolução de problemas.

Conforme os autores mencionam que segundo Costa e Allevato (2013) apontam que a resolução de problemas possibilita ao aluno mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar as informações, bem como ampliar conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos.

A pesquisa foi aplicada aos alunos do 9° ano do ensino fundamental, que adotou uma sequência didática, sendo elas: uma atividade desenvolvida no âmbito da Educação Básica (questão problema), o uso do software Geogebra (ferramenta para análise e solução do

problema investigado), a interação com a Geometria Fractal e, por fim a construção do conceito de potenciação.

Em síntese, os autores concluem que a partir de um problema gerador os alunos foram capazes de estabelecer conexões com o conceito de potenciação através da resolução de problemas, é mister salientar que a tecnologia, o uso do software Geogebra, embora não tenha sido foco principal desta pesquisa, ela foi aprazível, bem como também oportuna na construção de conceitos de forma diferenciada, em que colocou o aluno como protagonista do seu próprio processo de conhecimento.

A comunicação científica dos autores Viera e Justulin (2019), tem como objetivo de analisar o desempenho dos alunos diante da resolução de problemas envolvendo o conteúdo de múltiplos e divisores, assim como investigar se eles compreendem os conceitos de números primos, de máximo divisor comum e de mínimo múltiplo comum, e se saber aplicá-los na resolução de problemas.

Os autores destacam que segundo Dante (1991), para alguns professores consideram a resolução de problemas como a principal razão de se aprender e ensinar Matemática. Para Polya (2006), a resolução de problemas é uma habilidade prática na qual aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

A metodologia de pesquisa foi fundamentada numa abordagem qualitativa, que contou com a participação de 23 alunos, de uma turma de 6° ano do ensino fundamental, em que já haviam sido trabalhados os conceitos de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum. A aplicação da pesquisa foi dividida em duas etapas, sendo estas: uma atividade diagnóstica envolvendo sete problemas matemáticos sobre o conteúdo, contendo diferentes graus de dificuldades; a segunda etapa análise de dados, ou seja, as respostas dadas pelos alunos.

Conforme as análises estabelecidas pelos autores notaram-se que a maioria dos participantes apresentaram dificuldades na resolução de problemas, assim como em realizar operações básicas, sendo um dos fatores que contribuem nessa defasagem matemática é a falta de interpretação, o que acarreta incompreensões e equívocos ao tentar resolver o problema proposto. Com isso, visando melhorar o aprendizado e minimizar as dificuldades apresentadas é essencial que o professor busque implantar novas metodologias, tais como a Resolução de Problemas, notando sua importância nas aulas de matemática, que contribui no desenvolvimento do raciocínio, na autonomia e na motivação do aluno em relação ao estudo da matemática.

A comunicação científica dos autores Lima *et at*. (2019), tem como ideia uma pesquisa experimental, cuja finalidade é apresentar as primeiras análises da influência do Curso

Preparatório de Matemática Olímpica (OBMEP) no desempenho escolar dos alunos de escolas públicas residentes das comunidades campesinas dos Caboclos.

O projeto-experimento foi trabalhado com os anos finais do ensino fundamental, que adotou o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, ainda com enfoque analítico com etapas qualitativas e quantitativas.

Para implementação da proposta, a pesquisa foi aplicada numa amostragem do tipo probabilística com método aleatório simples, em que foram selecionados dois grupos de alunos, sendo o primeiro com alunos participando do Curso Preparatório de Matemática Olímpica e o segundo grupo de alunos que não participarão do curso, mas terão seu desempenho acompanhado para fins de comparação.

O delineamento metodológico do experimento seguiu uma linha didática, tais como: material didático desenvolvido pelos autores, além dele foi utilizado o banco de questões da OBMEP, as apostilas do Programa de Iniciação Científica (PIC) e, por fim vídeos do Portal da Matemática, cujos assuntos abordados foram: geometria, aritmética, geometria plana, métodos da contagem e álgebra.

Com a pesquisa experimental ainda em andamento, os autores conseguiram pontuar algumas observações apresentadas durante o processo de ensino e aprendizagem, em que foi diagnosticado através do pré-teste com os alunos. A partir desse exame foi possível identificar o nível de conhecimento matemático abaixo do esperado para trabalhar com questões olímpicas, o que tornar desafiador para mostrar o desempenho dos alunos participantes do projeto superior com os não participantes.

Contudo, durante o desenvolvimento da aplicação metodológica na sala de aula com os alunos, estes demonstraram estarem felizes em participarem do projeto, assim como apresentaram-se dedicados nas atividades desenvolvidas, tendo sua participação ativa e cooperação na resolução dos problemas propostos com base na metodologia de ensino abordada na sala de aula.

A comunicação científica dos autores Alves *et at.* (2019), tem como foco relatar a experiência vivenciada em um projeto de atendimento para os alunos do ensino fundamental durante o estágio supervisionado 2. O relato tem por objetivos apresentarem alguns aspectos teóricos sobre a resolução de problemas, assim como narrarem alguns episódios e fatos ocorridos no estágio.

O projeto foi realizado ao 6° e 7° anos do ensino fundamental, teve como abordagem metodológica a resolução de problemas, que segundo Onuchic (1999) pontua que o ensino da

matemática via resolução de problemas oferece ao aluno um meio poderoso e importante para o seu desenvolvimento e da sua própria compreensão.

Para aplicação do projeto foi acordado em formar dois grupos de trabalho, sendo o primeiro grupo formado para o atendimento aos alunos com dificuldade na aprendizagem matemática, o segundo teve como finalidade no incentivo a participação dos alunos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), tanto o primeiro quanto o segundo grupo tiveram 8 encontros. Nesses encontros foram distribuídas atividades impressas, geralmente com apenas um problema, em que os alunos ao finalizarem cada questão problema era discutido com eles a sua resolução.

Durante o estágio, foi dado a liberdade aos estagiários para experimentarem métodos e estratégias diferentes para ensinar, sendo assim, é um dos atendimentos foi realizada a correção de uma prova da 1ª fase (nível 1) da OBMEP, feita no Flip Chart – o cartão de resposta -. Outra estratégia aplicada nos atendimentos aos alunos foi atividade em grupo, em que os alunos foram divididos em trio, para resolverem desafios de raciocínio lógico.

Os autores chegaram à conclusão que de fato importante para sua formação como docente, uma vez que é possível enxergar de forma clara a relação que envolve o processo de ensino-aprendizagem. Ainda com os autores o desafio em conduzir os alunos ao atendimento para OBMEP foi interessante, pois foi desafiador tendo em vista o nível de complexidade das questões que foi aplicada nas provas. Em sumo, a experiência foi enriquecedora, pois foi possível aprender muito ao conduzir uma aula.

A comunicação científica das autoras Fogliarini Filha *et al.* (2019), relata a experiência do projeto de extensão denominado "Preparação para a OBMEP Níveis 1 e 2: Parceria IFRS e Escolas", desenvolvido em 2018 no Campus Canoas do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS - Campus Canoas).

O principal objetivo do projeto foi estimular o estudo da matemática, preparando alunos de escolas públicas da região para a segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). A metodologia utilizada pelas autoras foi a resolução de problemas com base em questões de edições anteriores da olimpíada. Para elas, o ensino de matemática por meio da resolução de problemas vai além de ensinar apenas conceitos matemáticos. A metodologia ajuda a desenvolver habilidades que são úteis em outras áreas da vida, incluindo a vida escolar e situações cotidianas.

A pesquisa foi desenvolvida com 48 estudantes dos anos finais do ensino fundamental, de 7 escolas públicas de Canoa. Foram organizados encontros semanais de duas horas, explorando questões anteriores da olimpíada e discutindo estratégias de resolução.

A metodologia utilizada, baseada na resolução de problemas, seguiu as etapas propostas por Polya (1985): compreensão do problema, elaboração de um plano de resolução, execução do plano e verificação da solução. 1) compreensão do problema-, é essencial primeiro entender o enunciado, ou seja, garantir que a formulação do problema esteja clara; 2) elaboração de um plano- após entender o problema, é preciso desenvolver um plano de ação. Isso significa pensar em estratégias ou métodos para resolver o problema; 3) execução do plano- o aluno precisa colocar o plano em prática, ou seja**,** aplicar os métodos e procedimentos para solucionar o problema; 4) verificação da solução- depois de chegar a uma solução, é importante revisar todo o processo para verificar possíveis erros ou falhas na resolução do problema.

Entre os principais resultados desta pesquisa, as autoras mencionam que, os alunos se sentiram mais confiantes para realizar a prova da segunda fase da OBMEP, e dois deles conquistaram medalhas de ouro, um de prata e nove menções honrosas. A proposta também teve um impacto positivo na autoestima dos estudantes, e conseguiu alcançar o seu objetivo de promover o estudo da matemática e preparar alunos para a OBMEP, utilizando a resolução de problemas como uma metodologia eficaz para desenvolver o raciocínio lógico-matemático e incentivar o interesse dos estudantes por ciências exatas.

A comunicação científica dos autores Santos e Andrade (2019), é resultado de uma pesquisa de mestrado fundamentada na Educação Matemática Crítica (EMC), Educação Fiscal (EF) e Educação Matemática (EM), utilizando a Resolução de Problemas como abordagem pedagógica. Influenciados por Skovsmose, os ambientes de aprendizagem foram construídos combinando problemas relacionados à matemática pura, sem irrealidade (exercícios artificiais) e realidade (cenários para investigação).

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, abordaram a modalidade pedagógica, onde o professor é também o pesquisador, com o objetivo de investigar como a educação fiscal nas aulas de matemática pode contribuir para a formação da consciência cidadã dos alunos. As atividades pedagógicas, foram aplicadas a uma turma do 7º ano do ensino fundamental, composta por 48 alunos, em uma escola pública de Juazeirinho/ PB.

O estudo utilizou a metodologia do Milieu, onde foi empregado para criar ambientes de aprendizagem que combinam problemas e cenários para investigação. O estudo dividiu o Milieu em vários CIRP (Cenários para Investigação e Resolução de Problemas), cada um representando diferentes fases e aspectos do ensino de porcentagem.

O CIRP – 1, foi o primeiro Milieu, que foi subdividido em três partes: CIRP – (1.1): Foi aplicada uma atividade diagnóstica para entender o conhecimento prévio dos alunos sobre porcentagem; CIRP – (1.2): Desenvolveu-se o estudo de porcentagem através da resolução de

problemas em diferentes aulas ao longo de três semanas; CIRP – (1.3): Relacionou o conteúdo de porcentagem com aspectos sociopolíticos, econômicos e culturais, abordando a matemática de forma contextualizada e promovendo a Educação Matemática Crítica. A intenção foi integrar a matemática à formação da cidadania.

Na aplicação do CIRP – 2, foi mais breve em comparação ao anterior e focou na porcentagem e suas conexões através da resolução de problemas. Incluiu também a formalização dos conceitos estudados e integrou a Educação Fiscal com problemas contextualizados sobre impostos.

Em suas análises, os autores mencionam, que as formações dos alunos em grupos pequenos, com liberdade para explorar as atividades, promoveu um ambiente de investigação colaborativa, as atividades relacionadas a impostos e cidadania, permitiram que eles refletissem sobre questões do cotidiano, conectando a matemática a problemas reais. Ao conectar porcentagem com frações, o ensino foi apresentado de forma multicontextual, permitindo que os alunos vissem a aplicabilidade dos conceitos matemáticos em situações do dia a dia. Os autores observaram que alguns alunos deram respostas surpreendentes, o que foi inesperado para a série em que se encontravam. Isso indica que os alunos, mesmo em uma série considerada inicial para certos conceitos, foram capazes de desenvolver raciocínios mais avançados ou diferentes do esperado.

Os autores finalizaram suas análises sobre as atividades desenvolvidas com os alunos, com as seguintes palavras de Skovsmose (2000, p. 21):

> Nunca ousarei afirmar que o abandono do paradigma do exercício para explorar cenários para investigação forneceria uma resposta para essas questões. Nem afirmaria que é suficiente construir uma educação matemática baseada somente em referências à vida real. Minha expectativa é que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa oferecer novos recursos para levar os alunos a agirem e refletirem e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica.

Para os autores, o uso da resolução e exploração de problemas, destacou a importância de pagar impostos como um ato de cidadania. A pesquisa combinou exercícios e problemas contextualizados, o que, de acordo com Andrade e Skovsmose, proporciona uma aprendizagem mais significativa, estimulando a interatividade e a compreensão dos aspectos sociais da matemática. Segundo os autores, ao trabalhar com a Resolução de Problemas, os alunos foram desafiados a adquirir conceitos a partir das situações apresentadas, em vez de aprender a teoria antes. Houve um aprendizado significativo, especialmente em relação à cidadania e ao papel

dos impostos. Entretanto, os autores não têm certeza de como os alunos aplicarão esse conhecimento fora da escola.

Na comunicação científica dos autores Nascimento *et al* (2019), trata-se de um relato de experiência de dois professores em formação continuada que aplicaram uma aula investigativa baseada nas três fases da investigação matemática, descritas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). A pesquisa foi desenvolvida na escola municipal Jairo Azi, em Ouriçangas, BA com uma turma de 15 alunos do 8º ano.

A aula foi estruturada em três fases: introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados, com o objetivo de verificar se essa metodologia poderia promover a construção do conhecimento matemático. Os autores salientam que para Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), a aula investigativa tem início com uma situação-problema para cuja resolução os alunos, individualmente ou em grupo, buscam estratégias.

Na primeira fase, os professores aplicaram um problema retirado da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que envolvia sistemas de equações do 1.º grau. Eles explicaram aos alunos o conceito de investigação matemática e organizaram a turma em grupos de três, orientando-os a registrar o processo por meio de gravações e anotações.

Na segunda fase, os alunos, em grupos, leram o problema e começaram a discutir e formular estratégias para resolvê-lo. Os professores intercederam apenas para fornecer orientações gerais, permitindo que os alunos explorassem diferentes caminhos e levantassem conjecturas. Segundo os autores, durante o processo, os alunos demonstraram autonomia e raciocínio lógico, formulando sistemas de equações e buscando soluções por meio de testes e ajustes em suas estratégias.

Na última fase, os grupos apresentaram suas soluções, permitindo a comparação entre diferentes métodos. Embora a maioria dos grupos tenha utilizado sistemas de equações, um dos grupos desenvolveu uma solução baseada em pensamento numérico. Para (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 41), “no final de uma investigação, o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos. Os alunos podem pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador”.

Os autores concluíram que a investigação matemática é uma metodologia eficaz para desenvolver o senso crítico e o conhecimento matemático, pois envolve os alunos de maneira ativa no desenvolvimento do conhecimento.

3.3 Aproximações e complementaridades das pesquisas

Na análise das comunicações científicas, é comum identificar tanto aproximações quanto complementaridades entre os trabalhos desenvolvidos em relação a metodologia de ensino Resolução de Problemas (RP), mostrando diferentes abordagens e experiências pedagógicas que envolvem esta metodologia.

Todas as experiências relatadas, concordam que a Resolução de Problemas é uma metodologia ativa e significativa em oposição ao ensino tradicional, que muitas vezes se baseia na memorização e repetição. Destacam que a RP busca desenvolver a compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos, ao invés de apenas habilidades mecânicas.

Nas comunicações científicas dos autores Gardin *et al.* (2019) e Fogliarini Filha *et al.* (2019), demostram semelhanças no uso de etapas estruturadas no desenvolvimento do processo na resolução do problema. As comunicações abordaram os nove passos de Allevato e Onuchic (2009), e as quatro fases de Polya (1985), organizando aprendizado de forma que os alunos passem por um ciclo reflexivo que vai da compreensão do problema até a verificação da solução. Isso mostra uma aproximação metodológica entre as pesquisas, reforçando a importância de seguir um caminho bem definido na Resolução do Problema.

Todas as comunicações científicas, ressaltam que a RP é utilizada com intuito de desenvolver habilidades além do conteúdo matemático, como o raciocínio lógico**, a** autonomia e a habilidade de trabalhar em grupo. Nesse sentido, busca promover um aprendizado mais completo, preparando os alunos para desafios que perpassam o conteúdo escolar.

A pesquisa de Santos e Andrade (2019), traz uma abordagem diferenciada ao integrar a RP com a Educação Matemática Crítica (EMC) e a Educação Fiscal (EF). Ao relacionar os conceitos matemáticos com questões sociopolíticas, econômicas e culturais, essa experiência complementa outras abordagens ao mostrar como a Resolução de Problemas pode ser usada para desenvolver consciência cidadã e conectar a matemática com a realidade dos alunos.

Nas comunicações científicas de Lima *et at*. (2019) e Fogliarini Filha *et al.* (2019), abordaram o uso da resolução de problemas para a preparação da OBMEP, esses estudos mostraram como a metodologia pode ser utilizada para motivar os alunos a se dedicarem a conteúdos mais desafiadores.

Nas pesquisas de Gardin *et al* (2019) e Melo *et al* (2019), apresentam os conceitos dos objetos de conhecimentos (proporção e potenciação), ambos fazendo uso da metodologia resolução de problemas. Contudo, Melo *et al* (2019) mostra como o uso da tecnologia, neste

caso o software Geogebra a resolução de problemas, pode amplificar a compreensão de conceitos matemáticos e fornece novas maneiras de visualizar problemas e soluções.

Na pesquisa de Nascimento *et al.* (2019) complementa o uso da resolução de problemas ao aplicar a metodologia da investigação matemática, que envolve os alunos em um processo mais exploratório. Esse método vai além da simples resolução de problemas, pois promove a criação de estratégias originais e a formulação de conjecturas, reforçando a importância da autonomia e do pensamento criativo no ensino da matemática.

Vieira e Justulin (2019), traz uma reflexão ao relatar as dificuldades encontradas pelos alunos na aplicação da metodologia, especialmente em relação à compreensão e operações matemáticas básicas. Os autores ressaltam que é necessário fazer adaptações da metodologia quando os alunos enfrentam dificuldades em conhecimentos prévios, propõe que a resolução de problema deve ser aplicada de forma cautelosa, levando em conta o nível de preparação dos alunos**.**

Todas as comunicações científicas revelaram que a metodologia resolução de problemas, é uma metodologia ativa no ensino da matemática, promove um aprendizado mais significativo e participativo dos alunos. Além do mais, trouxe o uso de tecnologia, integração com questões socioculturais e políticas, e a preparação para competições matemáticas, ampliando as possibilidades de aplicação dessa metodologia.

4 METODOLOGIA

A pesquisa científica segundo Gil (1999, p.42) pode ser definida "[...] como o processo formal e sistêmico de desenvolvimento do método científico, que tem como objetivo descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos". Nessa perspectiva, os aspectos metodológicos que anunciaremos buscam compreender o problema e, apontar possíveis respostas intencionados na obtenção de novos conhecimentos que comtemplem às necessidades sociais.

Desse modo, a presente pesquisa estará intencionada em compreender o processo de ensino-aprendizagem-avaliação do objeto de conhecimento equação linear, por meio da metodologia de ensino da resolução de problemas com alunos dos anos finais do ensino fundamental. Para obtenção desse objetivo de compreensão iniciamos com uma pesquisa bibliográfica.

Então para se iniciar um processo de pesquisa científica é fundamental conhecer e analisar a sua problemática antes de propor qualquer tipo de intervenção prática. Por isso, para Gil (2002, p.44), a pesquisa bibliográfica "[...] é desenvolvida com base em material já elaborado, construído principalmente de livros e artigos científicos", sendo ela primordial para a compreensão do problema que se pretende tratar.

Sendo assim, para embasamento teórico, tivemos como fonte de pesquisa principal as Comunicações Científicas publicadas nos Anais do XIII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) que apresentaram a metodologia da resolução de problemas e proposta pedagógica nos anos finais do fundamental.

Para o desenvolvimento e alcance dos objetivos almejados, está pesquisa utilizará uma abordagem qualitativa, uma vez que ela estará direcionada em analisar e realizar práticas interpretativas ou obter dados descritivos em que o pesquisador estará envolvido na própria investigação junto com o seu objeto de maneira social-cultural. Segundo Brandão (2001),

> A pesquisa qualitativa (...) está relacionada aos significados que as pessoas atribuem às suas experiências do mundo social e a como as pessoas compreendem esse mundo. Tenta, portanto, interpretar os fenômenos sociais (interações, comportamentos, etc.), em termos de sentidos que as pessoas lhes dão; em função disso, é comumente referida como pesquisa interpretativa. (Brandão, 2021, p. 13).

Todavia a mesma pesquisa realizará análise de dados estatísticos, pois pretendemos quantificar os indicadores que serão norteadores no processo investigativo, a partir de instrumentos de coleta de dados. Sendo assim, a vigente pesquisa abordará tanto métodos qualitativos quanto quantitativos, também reconhecida como quali-quantitativa, uma vez que elas nos proporcionarão uma compreensão mais abrangente do problema estudado. Em relação a esse tipo de abordagem, Creswell e Clarck (2013) afirmam que: "a combinação de métodos qualitativos e quantitativos proporciona uma forma abrangente de entender os problemas de pesquisa. A integração de diferentes tipos de dados oferece uma visão mais completa e robusta."

Optaremos pela pesquisa de campo, para a obtenção de dados precisos que permitirão a interação direta com os participantes, possibilitando o uso de questionários, entrevistas, observações e que facilitará a compreensão do contexto na qual a pesquisa será desenvolvida, que no caso será no ambiente escolar. Segundo Gonçalves (2001, p.67), "a pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao

espaço onde o fenômeno ocorre ou ocorreu, e reunir um conjunto de informações a serem documentadas".

Assim, após a compreensão teórica do problema construímos uma proposta pedagógica a partir da metodologia resolução de problemas, esse método de ensino faz com que os alunos exercitem capacidades cognitivas sobre o objeto de conhecimento que se quer tratar, que nessa pesquisa são as equações lineares. A mesma permite ao aluno compreender o problema de diferentes modos, sem ter que decorar regras e fórmulas, Onuchic (1999), diz que, um problema é algo que não sabemos como resolver, mas temos interesse em solucionar.

Em seguida, realizaremos a nossa proposta com alunos dos anos finais do ensino fundamental, aplicando como objeto de conhecimento, a equação linear por via resolução de problema. De acordo com a BNCC (2018), são nos anos finais do ensino fundamental que os alunos têm o primeiro contato com o assunto, mas por agora não sabemos se possuem ou não conhecimentos prévios sobre ele, ou se já dominam seus processos resolutivos, mas de fato o que desejamos é que esse processo resolutivo seja realizado via resolução de problemas.

Para o levantamento da coleta de dados no método quali-quantitativo, utilizaremos: diário de campo, cadernos dos alunos, registro fotográfico e questionário. No diário de campo serão observadas ações e reflexões sobre os dados coletados, já no caderno do aluno será identificado se há anotações reflexivas ou comentários que indiquem a sua compreensão do objeto de conhecimento e da metodologia implementada. No registro fotográfico, registraremos visualmente amostras e observações em diferentes momentos para comparar mudanças durante a aplicação da proposta pedagógica e, por fim, utilizaremos o questionário como análise de dados estatísticos para verificação de erros e acertos.

Para a realização desta proposta pedagógica, optamos pela metodologia da resolução de problemas com o objetivo de minimizar as dificuldades dos alunos na resolução de equações de 1º grau com uma incógnita. As aulas foram organizadas em cinco momentos, sendo, cinco encontros com durações de 50 minutos, cada um com atividades específicas voltadas à resolução de situações-problema.

As atividades elaboradas buscaram promover o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas a partir da análise crítica das situações apresentadas, estimulando os alunos a formularem equações que representassem essas situações reais. A cada etapa, os estudantes foram incentivados a discutir em grupo suas abordagens, promovendo um ambiente de aprendizagem colaborativa e ativa.

5 PROPOSTA PEDAGÓGICA

Nesta seção traremos a estratégia de ação para a execução da presente Proposta Pedagógica, bem como seu preâmbulo inicial e, em sequência a configuração de como as aulas serão ministradas.

5.1 Estratégia de ação

A seção seguinte desta Proposta Pedagógica aborda sua execução no contexto escolar, organizada em cinco encontros, todos com duração de 50 minutos cada.

O primeiro encontro (Aula I) tem como temática a apresentação das licenciandas e Diagnóstico de Aprendizagem em Equações de 1º Grau com uma incógnita. O segundo encontro (Aula II) aborda as Equações do 1°grau com uma incógnita. O terceiro momento (Aula III) trabalha a Metodologia da resolução de problemas por meio do método de George Polya. O quarto momento (Aula IV) apresenta a Resolução de problemas, seguindo os passos de Polya e o quinto encontro (Aula V) consiste em uma Atividade diagnóstica.

O objetivo principal desta Proposta é identificar e analisar as características da metodologia da resolução de problemas no contexto do ensino de equações lineares. Buscaremos explorar como essa abordagem pode facilitar a compreensão dos conceitos algébricos, promover o raciocínio lógico e desenvolver a autonomia dos alunos na resolução de equações. Além disso, pretendemos investigar a aplicação prática dessa metodologia em sala de aula, avaliando sua eficácia no aprendizado dos estudantes.

A proposta será desenvolvida em uma escola pública da rede municipal, localizada no município do Paço do Lumiar– MA, em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, vespertino, composta por 27 alunos. A pesquisa será desenvolvida no mês de novembro de 2024, com o propósito de trabalhar a Equação Linear por meio da Metodologia Resolução de Problemas, a fim de identificar as dificuldades e erros dos alunos e promover um entendimento mais aprofundado sobre o tema. Para isso, será proposta atividades em que suas resoluções seguirá a metodologia de George Polya.

5.2 Preâmbulo inicial da Proposta

- **Componente curricular:** Matemática

- **Unidade temática:** Álgebra
- **Objetos de conhecimento:**
  - Equação do 1°grau com uma incógnita
  - Desenvolvimento do pensamento algébrico
  - Resolução de Problemas do cotidiano envolvendo equação do 1° grau com uma incógnita.
- **Competência específica da BNCC para o Ensino Fundamental Anos Finais:**

Competência 2 - Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

- **Habilidades da BNCC:**

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

5.3 Primeira aula

Temática da aula: Apresentação das licenciandas e Diagnóstico de Aprendizagem em Equações de 1º Grau com uma incógnita.

Duração: 50 minutos

Objetivos:

- Informar aos alunos sobre o desenvolvimento da aplicação da intervenção pedagógica.
- Verificar o entendimento dos alunos sobre os conceitos fundamentais das equações de 1º grau com uma incógnita, como a definição, a estrutura e a solução.
- Identificar quais aspectos ou conceitos específicos sobre equações de 1º grau com uma incógnita os alunos têm mais dificuldade em entender ou aplicar.

Recursos utilizados:

- ✓ Quadro branco,
- ✓ Pincel
- ✓ Apagador
- ✓ Impressões

Procedimentos avaliativos:

Interação dos alunos durante a aplicação do questionário.

Procedimentos metodológicos:

Nesta primeira aula, as licenciandas irão se apresentar à turma da seguinte maneira: *"Bom dia, turma! Tudo bem com vocês? Nós somos as professoras Alessandra, Beatriz e Francisca. Somos do curso de licenciatura em matemática, da Universidade Estadual do Maranhã (UEMA). Hoje, estamos aqui para dar início a uma proposta pedagógica que será realizada com vocês, na qual essa proposta é também uma pesquisa de conclusão do nosso curso. Ela será desenvolvida em quatro encontros*".

Após essas informações dadas pelas licenciandas, será explicado o que ocorrerá em cada momento com a turma, e elas estarão abertas para perguntas e dúvidas dos alunos em relação ao desenvolvimento da proposta. Caso os alunos apresentem dúvidas ou perguntas sobre como acontecerá a realização da proposta pedagógica, elas serão respondidas, caso contrário, seguiremos para a próxima etapa que é, aplicação do questionário.

Será entregue a cada aluno, um questionário (Apêndice A) onde contará com cinco questões abertas e todas contextualizadas, sobre o objeto de conhecimento que é equação de primeiro grau com uma incógnita. A realização da resolução desse questionário pelos estudantes, não contará com consultas em cadernos, livros, internet ou com a intervenção das professoras, ou seja, os alunos irão resolvê-los sozinhos e individualmente. No apêndice A, será proposto as seguintes questões:

Questão 1 *- Duas caixas são tais que a massa de uma dela é o quádruplo da outra. Sabendo que as duas juntas pesam 20 quilogramas, quanto pesa cada caixa?*

Questão 2 *- Um carpinteiro serra uma tábua de 120 cm em dois pedaços. O comprimento da parte maior é igual ao triplo do comprimento da menor. Determine o comprimento de cada uma das partes.*

Figura 1-Carpinteiro serrando uma tábua

Fonte: Giovanni Júnior, José Ruy; Castrucci, Benedicto; 2009.

Questão 3 *- Em uma turma de 30 alunos, 6 escrevem apenas com a mão esquerda (são canhotos), e 2 escrevem com as duas mãos (são ambidestros). Quantos alunos escrevem apenas com a mão direita (são destros)?*

Questão 4 *- Uma prefeitura aplicou R$ 850 mil na construção de 3 creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R$ 250 mil. Qual o custo da construção do parque infantil?*

Questão 5 *- Ofereci R$ 20,00 emprestado para um amigo que estava precisando, mas ele disse que não adiantaria, pois, mesmo juntando esse valor ao que ele tinha e depois dobrado o resultado, ainda faltariam R$40,00 para pagar a dívida de R$ 200,00. Quanto o meu amigo tem?*

Questão 6 *- Um prêmio de R$ 165.000,00 deve ser dividido entre Caio, Pedro e Toni. Pedro deve receber a metade do valor de Caio, e Toni vai receber R$ 20.000,00 a mais do que Caio. Que quantia cada um receberá?*

Ao término da aula, as professoras receberão os questionários dos alunos, e agradecerão a participação e colaboração dos estudantes

A aplicação do questionário, será utilizado para avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre equação de primeiro grau com uma incógnita, identificando as possíveis dificuldades e erros cometidos por eles, e contribuirá como um pré-teste, podendo medir a eficácia da intervenção pedagógica, e o quanto os alunos progrediram.

5.4 Segunda aula

Temática da aula: Equações do 1°grau com uma incógnita

Duração: 50 minutos

Objetivos:

- Compreender o conceito de equação do 1° grau.
- Identificar equação do 1°grau
- Desenvolver o pensamento algébrico.

Recursos utilizados:

- ✓ Quadro branco
- ✓ Pincel
- ✓ Apagador

Procedimentos avaliativos:

Observação da participação dos alunos nas atividades propostas.

Procedimentos Metodológicos:

Nessa segunda aula, a professora apresentará para turma a finalidade da utilização da equação do 1°grau no cotidiano, assim como sua representação algébrica.

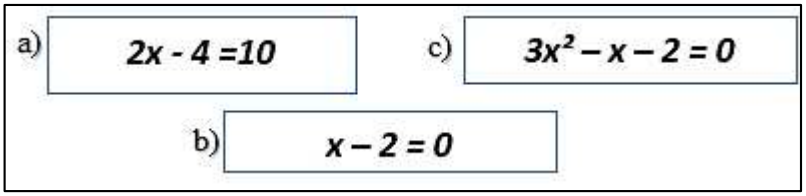
Para iniciar a aula, a professora escreverá no quadro branco alguns exemplos de equações, em que os alunos terão como desafio de analisar e identificar elas, ainda contará com a professora fazendo uma breve análise com as seguintes indagações:

"Quais destas equações vocês já utilizaram no cotidiano? Existe alguma semelhança ou diferença entre elas?"

"Vocês conseguem identificá-las? Como uma diferencia da outra?"

Conforme as respostas dos alunos mediante as perguntas realizadas pela professora, a partir dessa sondagem, este dará andamento ao conteúdo em si, o objeto de conhecimento, equação do 1°grau com uma incógnita, explicando os seus elementos básicos, sendo estes; coeficientes e incógnita, como mostra na Figura 1.

Figura 2--Equações de 1º e 2 º grau



Fonte: Autoras, 2024.

Na Figura 2, tanto o item A quanto o B trata-se de equações do 1°grau com uma incógnita, enquanto o item C tem como característica a equação do 2°grau. Com o objetivo de analisar e identificar as equações, em posse delas a professora irá explorar com os alunos a fim de que consigam identificá-las, assim como responder as seguintes perguntas:

"*Como conseguimos diferenciar uma equação do 1° e 2°grau? Podemos considerar toda expressão algébrica como sendo uma equação do 1°grau?"*

De acordo com as respostas dos alunos, a professora seguirá com o conteúdo abordado, fazendo suas ponderações e colocações sobre as devidas indagações, permitindo que os alunos desenvolvam um pensamento reflexivo diante da temática abordada em sala de aula.

Após a explicação a docente apresentará aos alunos uma situação problema para que estes consigam identificar os elementos básicos de uma equação do 1°grau, será analisado a maneira, ou melhor, as estratégias que os estudantes aplicarão na sua resolução. Esse momento, será fundamental, pois permitirá destacar quais métodos de resolução de problemas é conhecido pelos alunos, assim como será possível identificar as dificuldades apresentadas por eles.

"A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°. Se um ângulo desse triângulo mede 3x + 4°, o outro ângulo mede 2x - 15°. Se a medida do terceiro ângulo é 86°, então o valor de x é:"

Nessa situação problema espera-se que os alunos consigam identificar as medidas dos ângulos dada pela equação, como é dado no início da questão, a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180°, como o problema não está representado na fórmula padrão ax+b=0, se estima que eles consigam manipular, organizá-la fazendo as devidas alterações para resolvê-la, caso haja dificuldade nessa manipulação, a professora explicará a maneira correta para solucionar o problema.

Em seguida, caso os alunos apresentam ainda dificuldade em resolver situação problema semelhantemente com essa representação de equação, que exige uma manipulação para resolver o problema, a professora poderá propor mais exemplos para eles exercitarem.

5.5 Terceira aula

Temática da aula: Metodologia da resolução de problemas por meio do método de George Polya.

Duração: 50 minutos

Objetivos:

- Ensinar o método de resolução de problemas de George Polya
- Desenvolver o raciocínio lógico e crítico
- Analisar as dificuldades de aprendizagem dos alunos sobre o tema

Recursos utilizados:

- ✓ Quadro branco
- ✓ Pincel
- ✓ Apagador
- ✓ Notebook
- ✓ Projetor

Procedimentos avaliativos:

Participação dos alunos no decorrer da aula.

Procedimentos Metodológicos:

Nesta terceira aula, que tem como temática a Metodologia da resolução de problemas por meio do método de George Polya, iniciará com a professora expondo os seguintes comentários:

"Boa tarde turma! Hoje teremos o nosso terceiro encontro, no qual será apresentado uma metodologia a vocês, que ajudarão nas resoluções de problemas matemáticos. Essa metodologia ela é desenvolvida de forma estruturada, ou seja, o método segue uma organização lógica e é dividida em quatro etapas. Será apresentado a vocês a metodologia da resolução de problemas baseados nos passos de George Polya".

Logo mais, com o auxílio do projetor, a professora fará um breve comentário sobre as contribuições de George Polya para a educação matemática, e explicará detalhadamente sua metodologia de resolução de problemas que inclui os seguintes passos:

1º passo: Compreender o problema: entender o que está sendo solicitado qual o problema a ser resolvido? Quais são os dados disponíveis? Qual ou quais condições o problema impõe?

2º passo: Elaborar um plano: decidir qual estratégia usar para resolver o problema. Já viu um problema semelhante antes? Pode utilizar algum princípio matemático (fórmula, equação, etc.) para solucionar o problema? Utilizou todos os dados?

3º passo: Executar o plano: colocar a estratégia em prática. A estratégia aplicada é a correta? As operações e cálculos estão sendo utilizados de maneira adequados?

4º passo: Revisar a solução: análise da solução encontrada. A resposta encontrada faz sentido dentro das condições do problema, ou seja, está correta? É possível resolver o problema de outra forma para confirmar o resultado?

Adiante, a professora apresentará e explicará o passo a passo da resolução de uma questão envolvendo equação do 1º grau com uma incógnita, por meio do método de Pólya. No decorrer da resolução da questão, a docente fará algumas perguntas para os alunos.

Questão 1 *Ana e Bruno têm, juntos, R$ 110,00. Sabemos que Bruno tem R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana. Qual é a quantia que Ana possui?*

1° passo: Compreender o problema.

"*Pessoal*, *essa primeira etapa é a compreensão do problema. Antes de tentarmos resolver qualquer problema matemático, é necessário primeiramente fazer a sua leitura, para que assim possamos identificar o que a questão pede para ser solucionado e as informações fornecidas no problema para se chegar na solução. Com isso, pergunto a vocês, o que o problema pede para ser solucionado e quais as informações fornecidas no problema para se chegar na solução da questão?*

Espera-se, que os alunos mencionam que é preciso encontrar o valor da quantia que Ana possui, e que para achar a solução do problema, é fornecido informações relevantes: Ana e Bruno têm juntos R$ 110,00, Bruno tem R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana.

2° passo: Elabora um plano.

Neste passo, a professora explicará que após a compreensão do problema, é hora de elaborar uma estratégia para se encontrar a solução. No contexto da questão a estratégia escolhida é montar uma equação. Será feita as seguintes identificações: A quantia de Ana será representada por x (pois não sabemos o valor de sua quantia), a quantia de Bruno por 2x +20

(o dobro do valor da quantia de Ana adicionado a 20) e por fim, montar a equação x+(2x+20) =110.

3° passo: Executar o plano

"Agora vamos colocar em prática o plano já estabelecido, ou seja, resolver a equação x+(2x+20) =110". Logo mais, ela explicará a resolução da equação.

Eliminando o parêntese a equação ficará: x + 2x + 20 = 110. Resolvendo os termos semelhantes obtemos 3x + 20 = 110. Isolando o termo 3x e subtraindo o 20 em ambos os termos a equação será 3x = 110 – 20, e simplificando a equação temos 3x = 90. Dividindo ambos os membros por 3 encontraremos o valor da incógnita(x) =30.

4° passo: Revisar a solução

"*Neste momento, vamos verificar se o valor encontrado para a incógnita(x)que corresponde a quantia de Ana está correta. Para isso, vamos fazer a verificação dos valores".*

O valor da quantia de Ana foi igual a 30 reais, Bruno tem (2x + 20) o dobro da quantia de Ana mais 20, dando um total de 80 reais. O problema relata que a soma dos dois valores é igual a 110, logo o valor da quantia de Ana (30) mais o valor da quantia de Bruno (80) dá um total de 110, portanto a solução encontrada para x= 30 está correta.

Posteriormente, a professora perguntará se ficou alguma dúvida no método que será utilizado na resolução do problema. Caso a resposta seja sim, ela retornará a explicação no passo em que o aluno apresentar dúvida, caso contrário, ela encerrará a aula e explicará que na próxima aula eles colocarão em prática a metodologia.

5.6 Quarta aula

Temática da aula: Resolução de problemas, seguindo os passos de Polya.

Duração: 50 minutos

Objetivos:

- Aplicar os quatro passos de Polya (compreender o problema, planejar, executar e revisar) de forma prática e organizada.
- Estimular o raciocínio lógico para encontrar soluções alternativas.
- Valorizar o processo de tentativa e erro como parte natural da aprendizagem.

Recursos utilizados:

- ✓ Quadro branco
- ✓ Pincel
- ✓ Apagador
- ✓ Lista de exercícios impressas.

Procedimentos avaliativos:

Interação dos alunos no processo de resolução da atividade. Analisando se estão seguindo todos os passos de Polya corretamente.

Procedimentos Metodológicos:

Nesta quarta aula, a professora trabalhará com a turma uma atividade de fixação sobre equação do primeiro grau com uma incógnita por meio da metodologia de Polya, que foi estudado na aula anterior. Acontecerá da seguinte forma:

"Boa tarde, turma! Hoje nós iremos dar continuidade a aula anterior, dessa vez, resolvendo uma atividade impressa, que entregarei a cada um de vocês individualmente sobre equações do 1° grau usando o método de resolução de problemas de George Pólya, como vimos se desenvolve em quatro passos"

Após a explicação de como deverá ser resolvida as questões, a professora entregará atividade aos alunos, que contará com as seguintes questões:

Questão 1: *A soma de dois números é 78, um deles é o quíntuplo do outro. Quais são esses números?*

1° Passo: Compreender o problema

Espera-se que o aluno encontre os valores de dois números, sendo que o problema informa que um deles é o quíntuplo do outro e a soma dos dois números é 78.

2° Passo: Elaborar um plano

Nessa etapa, pretende-se que o aluno primeiramente represente os dois números: menor número = x e o quíntuplo = 5x. Por fim, montar a equação x + 5x = 78.

3° Passo: Executar o plano

Utilizando a relação estabelecida no plano (um número é x e o outro é 5x), o aluno escreverá e resolverá a equação x + 5x = 78. Fará o isolamento da incógnita x: somará os termos semelhantes x + 5x, obtendo como resultado 6x, logo terá a equação 6x = 78. Utilizará o inverso multiplicativo, dividindo ambos membros por 6, resultando assim o valor da incógnita x = 13 e o quíntuplo = 5× 13 = 65. Determinando os valores dos dois números 13 e 65.

4° Passo: Revisar a solução

Nesse último passo, os alunos deverão verificar se o resultado encontrado corresponde ao contexto da questão: a soma dos dois números (13 e 65) é igual a 78, um número é quíntuplo do outro, ou seja, 65 é quíntuplo de 13, logo o resultado encontrado estará correto.

Questão 2: *Numa turma de 56 alunos, o número de meninos é a terça parte do número de meninas. Quantos são os meninos e as meninas dessa turma?*

1° Passo: Compreender o problema

Neste passo, espera-se que, os estudantes descubram o número de meninos e meninas, observando o enunciado da questão relata que, a quantidade de meninos é a terça parte do número de meninas e o total de alunos é 56.

2° Passo: Elaborar um plano

Nessa etapa, propõe-se que os alunos definam a incógnita x, identificando x como o número de meninas e a terça parte ($\frac{x}{3}$) sendo a quantidade de meninos. No fim, montar a equação $x + \frac{x}{3} = 56$.

3° Passo: Executar o plano

Aplicando a definição designada no passo anterior (número de meninas é x e o número de meninos é $\frac{x}{3}$), o estudante solucionará a equação $x + \frac{x}{3} = 56$. Colocará o mesmo denominador (3) nas duas frações, transformando-a na seguinte equação: $\frac{3x}{3} + \frac{x}{3} = 56$, feito essa operação, o discente fará o isolamento da incógnita x, somará os termos semelhantes $\frac{3x}{3} + \frac{x}{3}$, adquirindo como resultado $\frac{4x}{3}$, logo obterá a equação $\frac{4x}{3} = 56$. Fará uso do princípio multiplicativo, onde o número 3 multiplicará ambos os membros, obtendo como equação $4x = 168$. Aplicará o inverso multiplicativo, dividindo os dois lados por 4, resultando então no valor da incógnita x (número de meninas) =42 e a $\frac{x}{3}$(número de meninos)=$\frac{42}{3} = 14$. Definindo a quantidade meninas e meninos 42 e 14, respectivamente.

4° Passo: Revisar a solução

Neste passo final, os discentes deverão confirmar se a solução encontrada corresponde enunciado da questão: O total de alunos é 56 (42+14=56) e o número de meninos é a terça parte do número de meninas, ou seja, 14 (número de meninos) é a terça parte do número 42 (quantidade de meninas), sendo assim o resultado encontrado estará correto.

Com essa atividade, espera-se que os alunos desenvolvam competências específicas relacionadas a metodologia de resolução de problemas, como também habilidades para pensar criticamente e lidar com desafios de maneira sistemática.

5.7 Quinta aula

Temática da aula: Atividade diagnóstica.

Duração: 50 minutos

Objetivos:

- Avaliar as dificuldades dos alunos em cada etapa da metodologia de Polya
- Promover o pensamento crítico
- Observar como os alunos trabalha em equipe
- Coletar opiniões sobre o uso da metodologia no objeto de conhecimento.

Recursos utilizados:

- ✓ Quadro branco
- ✓ Pincel
- ✓ Apagador
- ✓ Atividade avaliativa impressa

Procedimentos avaliativos:

Participação dos alunos no desenvolvimento da atividade. Observando se eles estão envolvidos em suas resoluções, e se elas estão expostas de forma clara e organizada.

Procedimentos metodológicos:

Nesta quinta aula, a professora fará o seguinte comentário para os alunos:

"Turma, hoje encerraremos com vocês a aplicação da nossa intervenção pedagógica. No início comunicamos que ela seria desenvolvida em cinco encontros, e hoje chegamos na última etapa. Desde já, agradecemos a participação e colaboração de todos vocês, pois vocês foram os protagonistas desta pesquisa.

Nas aulas anteriores vocês já tiveram, uma revisão sobre equação do primeiro grau com uma incógnita, como também obtiveram conhecimento da metodologia da resolução de problemas baseados nos passos de George Polya, então, hoje vocês realizarão uma atividade sozinhos, ou seja, sem a intervenção da professora nas resoluções dos problemas, no qual vocês colocarão em prática os conhecimentos adquiridos nessas aulas".

Logo mais, a turma será dividida em duplas, e cada uma receberá uma lista de exercícios impressas contendo, três questões abertas e todas contextualizadas sobre equação de primeiro com uma incógnita, onde cada problema será dividido em quatro seções correspondentes aos passos de Pólya: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução. A atividade também contará com duas questões discursivas, sobre a opinião dos alunos em relação a intervenção pedagógica.

Finalizando a aula, a professora recolherá os materiais das duplas, e agradecerá a participação de todos.

A seguir, serão apresentadas as questões propostas para os alunos resolverem em sala de aula:

Questão 1 - *André comprou os 3 quadros abaixo de uma mesma artista por R$ 1.320,00. Pelo quadro A, ele pagou o dobro do valor pago pelo quadro B, e pelo quadro C, o triplo da quantia paga pelo B. Quanto ele pagou pelo quadro C?*

Figura 3--Quadros comprados por André

Fonte: Bianchini, Edwaldo; 2015

Resolução do Problema

Compreensão: O problema anuncia que André comprou três quadros (A, B e C) e pagou, no total, R$ 1.320,00. No qual os dados fornecidos são: o valor pago pelo quadro A foi

o dobro do valor pago pelo quadro B. O valor pago pelo quadro C foi o triplo do valor pago pelo quadro B. Queremos descobrir quanto André pagou pelo quadro C.

Planejamento: Espera-se que os alunos definem uma incógnita para o valor pago pelo quadro B, pois é o valor base para calcular os outros valores. Que expressem os valores pagos pelos quadros A e C em função do valor pago pelo quadro B. somem os valores pagos pelos três quadros e igualem ao total de R$ 1.320,00 para montar uma equação. E resolver essa equação para encontrar o valor de C.

Execução: Seja x o valor pago pelo quadro B. Logo, o valor pago pelo quadro A é 2x, e o valor pago pelo quadro C é 3x. A soma dos valores dos três quadros é: x + 2x + 3x = 1320. Simplificando a expressão temos que: 6x = 1320, dividindo ambos os membros por 6 temos, x = 220. Em seguida, substituímos o valor de x para encontrar o valor do quadro C, que será: 3x = 3*220 = 660.

Revisão: Analisamos que: O valor do quadro B é R$ 220,00, do quadro A é R$ 440,00 (2 vezes o valor de B) e do quadro C é R$ 660,00 (3 vezes o valor de B). A soma dos valores é:220+440+660=1320. Logo, o valor total confere com o valor dado no problema, então, a solução está correta.

Questão 2 - *Em uma gincana de Matemática, o grupo de Carlos propôs ao grupo de Everaldo a seguinte questão:*

"O dobro de um número adicionado a 20 é igual à soma desse número com 15. Que número é esse?" A resposta dada foi 5.

Responda: Everaldo e seu grupo acertaram a questão proposta pelo grupo de Carlos?

Resolução do Problema

Compreensão: O problema solicita para verificar se a resposta dada (5) está correta. Afirma que "o dobro de um número adicionado a 20 é igual à soma desse número com 15". Espera-se que os alunos passem essa frase para uma equação, e verifique se a resposta dada satisfaz essa condição.

Planejamento: Define o número desconhecido como x. Constrói a equação a partir dos dados oferecidos no problema, montando a seguinte equação: 2x+20=x+15. Diante disso, resolver a equação para encontrar o valor de x e comparar com a resposta dada.

Execução: Que os alunos resolvam a equação: 2x+20=x+15. Subtraindo x e 20 em ambos os membros temos: x = - 5.

Revisão: O valor de x que satisfaz a equação é−5, não 5. Logo, Everaldo e seu grupo não acertaram a questão, pois o valor correto para o número é -5, e não 5.

Questão 3*- No cofre de Luís havia o dobro da quantia, em real, de Caio. Caio e Luís colocaram, respectivamente, R$ 28,00 e R$ 6,00 em seus cofres. Assim, ficaram com quantias iguais. Quanto Caio tem agora*?

Resolução do Problema

Compreensão: Inicialmente, Luís tinha o dobro da quantia que Caio tinha. Depois, Caio adicionou R$ 28,00 ao seu cofre, e Luís adicionou R$ 6,00 ao dele. No final, os dois ficaram com quantias iguais. O problema pede para descobrir qual a quantia de Caio agora.

Planejamento: Seja x a quantia inicial de Caio. A quantia inicial de Luís será, então, 2x (o dobro do valor de Caio). Após as adições, Caio tem x+28 e Luís tem 2x+6. Como os valores finais são iguais, escrevemos a equação: x+28=2x+6.Os alunos resolverão a equação para encontrar o valor de x, a quantia inicial de Caio, e depois adicionarão R$ 28,00 para saber quanto ele tem agora.

Execução: Resolver a equação x+28=2x+6: subtraindo x e 6 em ambos os lados, temos o valor de x = 22. Sendo assim, no início Caio tinha R$22,00. Para descobrir o valor atual de Caio, será feito: 22 + 28 =50.

Revisão: No início, Caio tinha R$ 22,00 e depois adicionou R$ 28,00, ficando com um total de R$ 50,00. Luís, tinha o dobro do valor inicial de Caio, ou seja, começou com R$ 44,00 e acrescentou R$ 6,00, também ficando com um total de R$ 50,00.

Como ambos ficaram com quantias iguais (R$ 50,00), logo a resposta está correta.

Questão 4 *–Durante as aulas, você conheceu uma metodologia estruturada em resolução de problemas matemáticos baseados nos passos de Polya. Antes dessas aulas, você já tinha ouvido falar ou utilizado alguma técnica similar de resolução de problemas em matemática? Se sim, conte um pouco como foi*.

Nesta questão, espera-se obter dos alunos informações sobre o conhecimento prévio com técnicas organizadas de resolver problemas matemáticos, especificadamente, se já utilizaram procedimentos semelhantes aos passos de Pólya.

Questão 5 *–Na sua opinião, a metodologia de resolução de problemas de Pólya, ajudaram a compreender melhor as equações de primeiro grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.*

Nesta questão, pretende-se alcançar dos alunos uma avaliação centralizada na eficácia da metodologia de Polya em seu processo de aprendizagem, nas equações de primeiro grau com uma incógnita. E através das justificativas, analisar quais etapas da metodologia os alunos acharam que contribuíram ou não, para o entendimento.

6 ANÁLISES E DISCUSSÕES

A realização desta Proposta Pedagógica ocorreu em uma escola da rede municipal, localizada na Rua dois, Vila Epitácio Cafeteira, Paço do Lumiar - (MA). A presente instituição recebe alunos do Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais.

A proposta Pedagógica apresentada ocorreu nos dias de 21, 22, 25, 26 e 28 de Novembro de 2024. Como mencionado anteriormente a aplicação sucedeu em 5 aulas, todas ministradas pelas docentes.

Na próxima seção, apresentaremos uma análise detalhada das aulas, abordando como decorreram, os questionamentos levantados pelos estudantes, a participação e os registros das atividades realizadas. Oportunamente, temos que todas as imagens e gráficos utilizados nesta análise estão presentes no Apêndice I.

6.1 Análise e discursão das aulas

Nesta seção, sucederemos as análises das aulas que realizadas a partir das regências das licenciandas e, por isso, contará com cinco seções

6.2 A PRIMEIRA AULA: APRESENTAÇÃO DAS LICENCIANDAS E DIAGNÓSTICO DE APRENDIZAGEM EM EQUAÇÕES DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

No primeiro encontro houve uma breve apresentação, em que as professoras explicaram a principal razão das vossas presenças, apresentando assim a proposta pedagógicas aos alunos, em que alguns deles mostraram dúvidas sobre ela, a principal delas foi se tal

proposta iria interferir com as aulas ministradas pelo professor titular, assim as professoras esclareceram que os alunos não serão afetados quanto a isso.

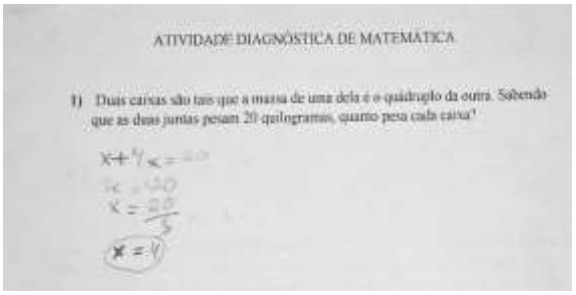
Assim, sanando as dúvidas dos alunos apresentadas em sala de aula, as professoras seguiram para aplicação do questionário, atividade diagnóstica que será fundamental para analisar os conhecimentos e verificar acertos e erros obtidos pelos alunos, mas antes da aplicação foi esclarecido que seria individual, não haveria consultas e nem uso de quaisquer aparelhos eletrônicos, além também sem a intervenção das professoras.

Durante a aplicação do questionário, etapa esta que contou com a participação de 27 alunos no total, foi observado que boa parte da turma mostrou concentração e empenho na resolução das questões, estas que serão analisadas a seguir.

Nas Figuras 4, 5 e 6, que se referem a primeira questão, os alunos adotaram os mesmos métodos para resolver a situação problema, em que eles interpretaram o enunciado, na qual tinha como objetivo de determinar os pesos das duas caixas. Os alunos conseguiram representar o problema proposto para uma linguagem algébrica, denotando assim a incógnita x para caixa menor e 4x para caixa maior, que resultou na seguinte equação: $x + 4x = 20$.

Sendo assim, os alunos resolveram a equação da seguinte maneira: primeiramente somaram os termos semelhantes, depois tiveram como objetivo isolar a incógnita x, mas para isso aplicaram a ideia do inverso multiplicativo, para assim chegar no resultado $x = 4$, em que os alunos alcançaram com êxito. Todavia, o enunciado não exigia o valor desconhecido da incógnita x, e sim determinar os valores da caixa menor e maior, na qual seriam obtidas pela substituição do valor da incógnita x, aonde os alunos não conseguiram interpretar corretamente a questão.

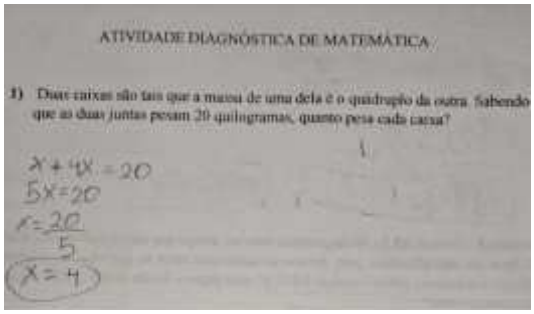
Figura 4-Resolução do aluno A na questão 1


ATIVIDADE DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICA

1) Duas caixas são tais que a massa de uma dela é o quádruplo da outra. Sabendo que as duas juntas pesam 20 quilogramas, quanto pesa cada caixa?

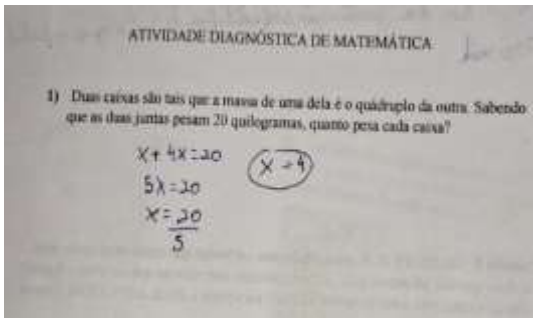
Fonte: Autoras, 2024

Figura 5-Resolução do aluno B na questão 1



Fonte: Autoras, 2024

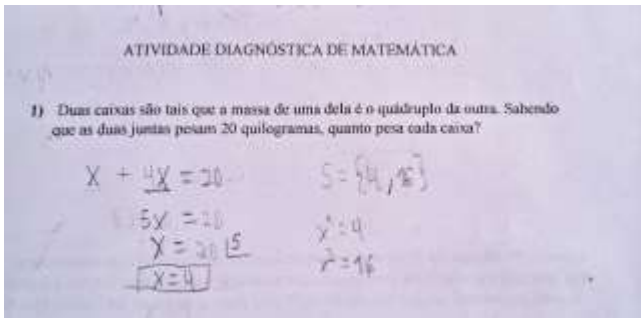
Figura 6-Resolução do aluno C.na questão 1



Fonte: Autoras, 2024

Na Figura 7, que corresponde a mesma questão citada acima, o aluno D conseguiu transformar numa linguagem matemática utilizando a ideia da álgebra, ele conduziu a mesma linha de pensamento dos demais alunos a, b e c, apenas cometeu alguns equívocos na montagem da equação, mas nada que afetasse ao resultado. Além disso, o aluno D soube interpretar corretamente o resultado obtido da equação, compreendeu que o enunciando não exigia o valor da incógnita x, mas entendeu a relação dela para encontrar os valores da caixa menor e maior, como determina S= {4, 16}.

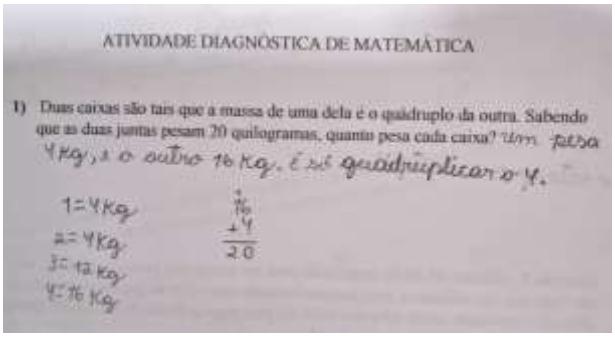
Figura 7-Resolução do aluno D na questão 1



Fonte: Autoras, 2024

Enquanto na Figura 8, pode-se analisar o aluno F não soube fazer uma linguagem algébrica, demonstrando assim dificuldade nesse tipo de linguagem matemática, mas adotou uma estratégia diferente dos demais, obteve o mesmo resultado gerando assim o protagonismo do aluno na busca do seu próprio processo de conhecimento.

Figura 8-Resolução do aluno F na questão 1

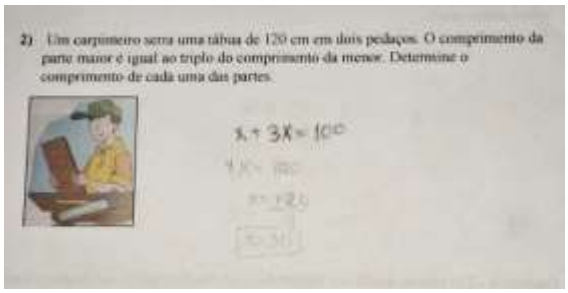


Fonte: Autoras, 2024

Todas as análises realizadas na primeira questão foram verificadas que apenas os alunos D e F, das respectivas Figuras 7 e 8 foram capazes de interpretar a questão e responder corretamente, embora tenham adotados estratégias diferentes.

Na Figura 9, o aluno A novamente foi capaz de transformar a questão 2 para uma linguagem algébrica, determinou o valor da incógnita x para parte menor da tábua, enquanto 3x para parte maior, conseguiu elaborar a equação: $x + 3x = 120$, que seguiu os seguintes passos: inicialmente agrupou os termos semelhantes, isolou a incógnita x e aplicou o inverso multiplicativo para determinar o valor da incógnita x, que obteve como resultado $x = 30$, mas não soube fazer a substituição do valor encontrado da incógnita x para determinar os valores dos respectivos comprimentos da tábua, como era de finalidade da questão.

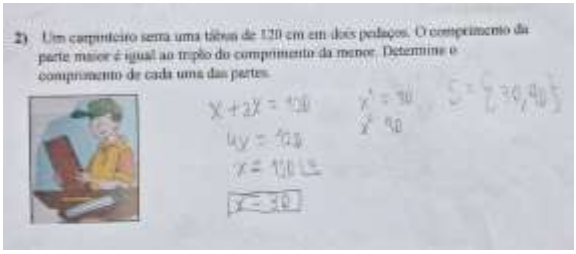
Figura 9-Resolução da questão 2 pelo aluno A



Fonte: Autoras, 2024

Essa segunda questão exigiu que o aluno identificasse as informações contidas no enunciado e transformasse numa linguagem algébrica, permitindo assim simplificar e resolver o problema proposto. Como foi analisado na Figura 10, em que o aluno D, conseguiu responder adequadamente à questão.

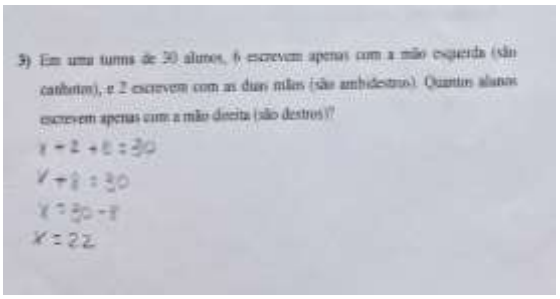
Figura 10-Resolução da questão 2 pelo aluno D



Fonte: Autoras, 2024

Na Figura 11, que condiz a questão 3, boa parte dos alunos conseguiram fazer a identificação das informações dadas no enunciado, souberam fazer a representação algébrica, sendo uma das questões que alcançaram melhores resultados.

Figura 11-Resolução do aluno A (Questão 3)



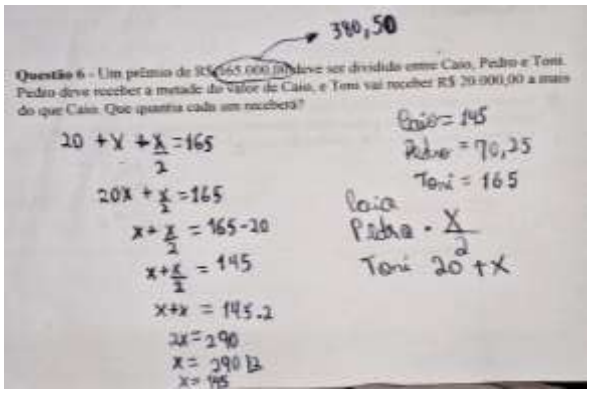
Fonte: Autoras, 2024

Como pode-se analisar o aluno foi capaz de realizar uma linguagem algébrica a partir da linguagem natural, em que interpretou corretamente o enunciado, definiu a incógnita x como o número de alunos destros, permitindo assim elaborar a equação $x + 2 + 6 = 30$, que resolveu adotando a seguinte sequência: de início somou os termos semelhantes, conservando a igualdade, em seguida para isolar a incógnita o aluno usou do inverso aditivo, fazendo as devidas operações básicas da matemática, que chegou no seguinte resultado $x = 22$.

Ao verificar todas as respostas obtidas no questionário, analisou que a última questão os alunos não conseguiram realizar uma interpretação algébrica corretamente, em que boa parte da turma demonstrou dificuldade em resolvê-la. Entre os alunos que mais chegou mais perto em fazer a ligação da linguagem natural para a linguagem algébrica foi o aluno D, embora tenha tido dificuldade em dar tratamento à equação, o que reforça a afirmação de Araújo *et al* (2002)

que “há todo um trabalho no sentido de entender o que o problema propõe; de estabelecer relações [...]; de transformar o problema verbal em linguagem algébrica [...]”, como mostra na Figura 12.

Figura 12-Resolução da questão 6 pelo aluno D



Fonte: Autoras, 2024

Diante das análises estabelecidas pode-se dizer que a maioria dos estudantes apresentaram dificuldades na resolução do problema, a falta de interpretação foi um dos principais fatores que contribuiu ao erro, dado em que o aluno conseguiu realizar a passagem da linguagem natural para linguagem algébrica, demonstrando um domínio com a linguagem algébrica, como pontua Carmo (2003, p. 1) “para o domínio desta linguagem, faz-se necessário o aprendizado de seus códigos verbais, a fim de que a leitura de expressões matemáticas apresente algum sentido lógico para quem as lê”, mas existe um déficit de atenção dos alunos em entender o que o problema propõe.

Após todos os alunos concluírem de responder ao questionário, as professoras agradeceram a participação de todos os envolvidos, pelo seu empenho e dedicação, explicou que essa foi a primeira etapa da proposta pedagógica e que ocorrerá mais quatro encontros para finalizá-la, relatou que será fundamental a presença de todos.

6.3 A SEGUNDA AULA: EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

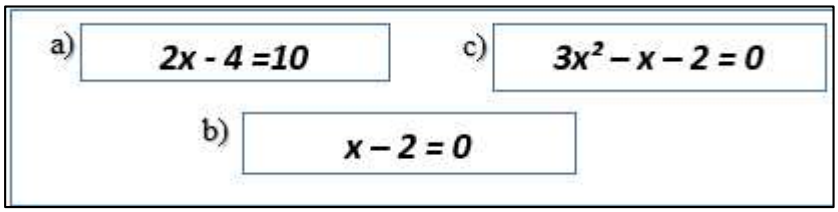
A aula iniciou novamente com uma breve apresentação das professoras explicando o real motivo de estarem lá. Após essa apresentação, a professora conduziu apresentando o tema da primeira aula que seria Equação do 1°grau com uma incógnita, sendo está apenas uma revisão. Antes da explicação da aula a professora fez algumas perguntas para que pudesse perceber se os alunos tinham algum conhecimento prévio sobre o assunto abordado.

Professora: *Vocês sabem me dizer o que é uma equação?*
Aluno A: *Sim.*
Aluno B: *Não.*
Aluno C:*Quando tem a letra x.*
Aluno D: *Equação é quando a gente utilizamos a letra x.*
Professora: *O que a letra x representa numa equação?*
Aluno D: *É o que queremos descobrir numa equação.*

Após as perguntas a professora deu continuidade à aula abordando sobre o que é uma equação, explicando sua finalidade e o porquê da utilização das letras, consideradas incógnita, como estabelece a BNCC (2018) da necessidade de o aluno estabelecer conexões entre incógnitas e equações. Dando sequência, com intuito de revisar equação do 1°grau com uma incógnita, a professora utilizou a equação de 1° e 2° grau (Figura 13), apresentando três alternativas (A, B, C) no qual as alternativas A e C tratava-se de uma equação do 1° grau com uma incógnita, respectivamente, $2x - 4 = 10$ e $x - 2 = 0$, enquanto a alternativa B referiu-se uma equação do 2°grau, $3x^2 - x - 2 = 0$, ela fez os seguintes questionamentos.

Professora: *Turma, dessas alternativas quais são equação do 1° grau?*
Aluno A: *Todas se tratam de equação do 1° grau.*
Aluno B: *Apenas a alternativa b.*
Professora: *Vocês conseguem diferenciar uma equação do 1° e 2° grau?*
Aluna A: *É quando temos uma equação com duas incógnitas.*
Aluna B: *Uma equação do 2° grau é quando temos 2x, enquanto a do 1° grau tem apenas um x.*

Figura 13-Equações do 1° e 2° grau



Fonte: Autoras, 2024

Diante das perguntas realizadas pela professora a turma não demonstrou conhecimento sobre diferenciar uma equação do 1° e 2° grau, uma vez que os mesmos já haviam sido estudado sobre o conceito de equação do 2° grau com o professor titular, sendo assim a professora precisou abordar com os alunos sobre como diferenciar uma equação da outra, ainda na sequência sobre a temática da aula, trazendo os elementos básicos da equação do 1° grau com uma incógnita, mostrando como identificá-los e atribuir seus nomes.

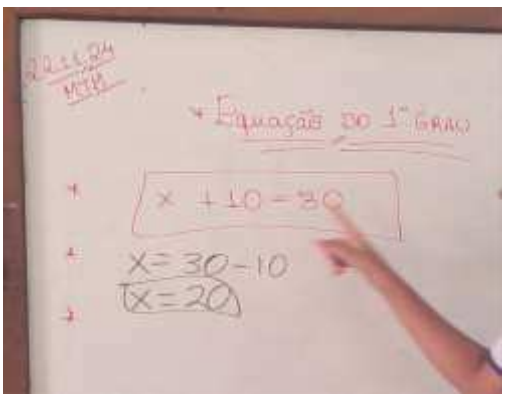
Afim de desenvolver com os alunos os métodos de resolução de problemas com uma equação do 1°grau com uma incógnita, a professora criou uma situação problema dentro da sala de aula.

> ***Professora:*** *Turma, vamos descobrir minha idade? Quantos anos vocês acham que eu tenho?*
> ***Aluno A:*** *23 anos.*
> ***Aluno B:*** *26 anos.*
> ***Professora:*** *Vocês descobrirão minha idade na seguinte situação problema. Aluno A, você tem irmão mais novo?*
> ***Aluno A:*** *Tenho.*
> ***Professora:*** *Quantos anos ele tem?*
> ***Aluno A:*** *Ele tem 10 anos.*
> ***Professora:*** *A minha idade somada com a do irmão dele é 30 anos. Quantos anos eu tenho?*
> ***Aluno A:*** *A senhora tem 20 anos.*
> ***Professora:*** *Beleza, e como posso representar essa situação problema numa linguagem algébrica?*
> ***Aluno A:*** *Representando as idades com incógnita.*
> ***Aluno B:*** *A gente forma uma equação, em que a soma das idades será igual a 30.*

Como boa parte da turma demonstrou interesse e participação, a professora aproveitou para desafiá-los em resolver algebricamente a situação problema, deixando de forma explícita a utilização da álgebra como uma ferramenta para resolver e discutir problemas (Lins e Gimenez, 2001). Esse foi o momento propício para verificar os diferentes métodos que eles adotaram na resolução de problema, foi deixado um determinado tempo para resolver e aquele que finalizou primeiro demonstrou no quadro branco sua linha de pensamento, permitindo assim que o aluno se torne co-construtor do conhecimento matemático (Onuchic).

Na Figura 14, que condiz a resolução da aluna A, ela resolveu a equação x + 10 = 30, da seguinte maneira: para fazer o isolamento da incógnita, primeiramente ela “passa” o 10 para o segundo membro negativo (- 10), conserva o sinal de igualdade e repete o número 30 ficando a equação x = 30 – 10. Logo, resolve a subtração e encontra o valor da incógnita x= 20.

Figura 14-Resolução da aluna A



Fonte: Autoras, 2024.

Após a explicação da aluna A, a professora agradeceu sua participação, seu grande esforço e empenho na questão, mas não deixou de realizar algumas perguntas para os alunos relacionado na questão problema.

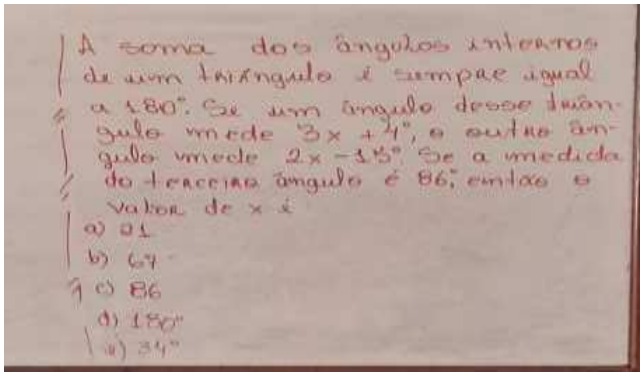
> ***Professora:*** *Turma, o que eu quero descobrir nessa questão?*
> ***Aluno A:*** *A sua idade.*
> ***Professora:*** *A linha de raciocínio da aluna A foi a correta, ela soube trazer* ***a*** *interpretação do problema e transformar numa linguagem algébrica?*
> ***Aluno C:*** *Sim.*
> ***Professora:*** *Alguém adotou uma estratégia diferente do aluno A para resolver o problema?*
> ***Aluna D:*** *Eu fiz igual a ela, fazendo a mesma interpretação.*
> ***Aluno B:*** *A minha estratégia foi igual.*
> ***Aluno C:*** *Adotei a mesma estratégia.*
> ***Professora:*** *E como eu faço para verificar se o resultado obtido está correto?*
> ***Aluno A:*** *Não sabemos.*

Após as indagações realizadas pela professora e as respostas obtidas dos alunos, ela verificou que nenhum aluno forneceu uma resposta correta, na nova concepção de erro, ele é visto como uma parte natural, inevitável e essencial no processo de aprendizagem (Lorenzato, 2010). Embora tivessem conhecimento sobre o assunto abordado, eles apresentaram dificuldades no desenvolvimento da questão no quesito de verificar se o resultado da incógnita satisfazia a equação.

Para finalizar essa etapa, a professora escreveu mais um exemplo de situação problema a fim de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, assim como verificar se os alunos conseguiram compreender sobre o objeto de conhecimento, permitindo assim que eles não somente aprendem sobre álgebra como também possam resolver problemas utilizando representações e dando significado a elas (Gil e Felicetti, 2016).

Na Figura 15, que corresponde a situação problema apresentada pela professora, tendo como objetivo em aplicar conceitos matemáticos sobre medida de ângulos internos, assim como construir o seu pensamento algébrico. A resolução do problema seguiu da seguinte maneira: recorreu-se a ideia da soma dos ângulos internos de um triângulo ($\hat{a} + \hat{o} + \hat{i} = 180°$), sendo assim a partir de cada medida dada do ângulo, construiu a equação que correspondeu assim: $3x + 4° + 2x - 15° + 86° = 180°$. Aplicou-se o inverso aditivo em ambos membros e conservou o sinal da igualdade, que resultou na seguinte equação: $3x + 2x = 180° - 86° + 15°$. Logo, realizou as operações básicas da adição e subtração para encontrar o valor da incógnita $x = 21$.

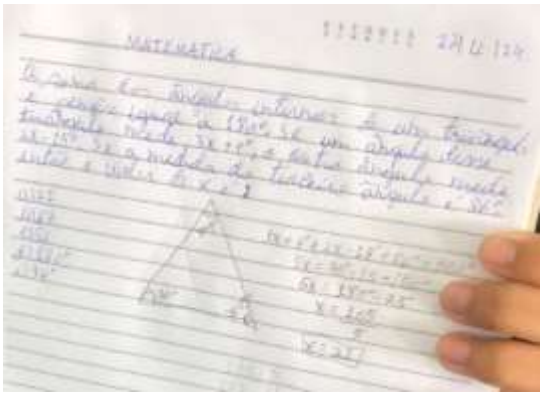
Figura 15-Situação problema



Fonte: Autoras, 2024

Na Figura 16, o aluno A conseguiu interpretar a situação problema, recorreu a ideia da soma de medida dos ângulos internos, além também da sua construção do seu pensamento algébrico, visto que era um dos fatores essenciais na resolução dessa questão, apenas ressalta-se que cometeu apenas um equívoco na organização das operações matemáticas ligadas ao inverso aditivo, mas o mesmo foi corrigido pela professora e realizando depois as devidas correções.

Figura 16-Resolução do Aluno A



Fonte: Autoras, 2024.

Antes do encerramento da aula, a professora tirou as dúvidas apresentadas pelos alunos mediante a revisão dada sobre equação do 1°grau com uma incógnita, momento que houve participação ativa dos alunos, além também da contribuição da concentração e do empenho em sala de aula diante das atividades propostas.

6.4 A TERCEIRA AULA: METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DO MÉTODO DE GEORGE POLYA

Nesta aula, a professora fez uma breve revisão sobre os acontecimentos dos encontros anteriores sendo estes: aplicação do questionário e revisão sobre o objeto de conhecimento equação de 1º grau com uma incógnita.

Primeiramente, ela comentou com os alunos a temática da aula: a metodologia da resolução de problemas, por meio do método de George Polya. Em seguida a professora perguntou aos alunos: *Vocês conhecem ou já ouviram falar na metodologia da resolução de problemas matemáticos baseados nos passos de George Polya?* Ela ficou aguardando a interação dos alunos pois, é necessário permitir e incentivar que os alunos expressem suas opiniões durante as aulas (Lorenzato, 2010). A professora obteve como resposta dos alunos: *não conhecemos e nem ouvimos falar dessa metodologia de resolver problemas matemáticos.* Logo mais, ela foi projetando o assunto.

Posteriormente, a professora mostrou no slide 2 (Apêndice C**)** uma pequena introdução, mencionando que o desenvolvimento dos quatro passos de Polya para a resolução de problemas são fundamentais para desenvolver habilidades de raciocínio lógico e aprimorar a capacidade de resolver desafios em diversas situações. Neste momento, percebia-se que os alunos estavam bem atentos as informações dadas pela professora.

No slide 3 (Apêndice C), foi mencionado um pouco sobre a importância de George Polya e suas contribuições na educação matemática, ressaltando sua metodologia de resolução de problemas, pelo estudo dessa metodologia, foi possível perceber um novo aspecto da matemática (Polya,2006).

Nos slides 4, 5, 6 e 7 (Apêndice C) são apresentados os quatro passos de Polya (compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução) respectivamente, que para Onuchic,*et.al* (2014) demonstra a preocupação com a melhoria das habilidades dos estudantes ao reconhecer que, para isso, os professores devem ser bons resolvedores de problemas e estimular o interesse de seus alunos a se tornarem também bons solucionadores.

No 1º passo que se refere a compreender o problema (slide 4) neste momento, a professora explicou que Polya afirma que para resolver o problema com êxito, é necessário que o aluno entenda completamente o enunciado. E para que isso aconteça é preciso fazer algumas perguntas que ajudam a obter essa compreensão, como: Qual a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições ou restrições?

No 2º passo elaborar um plano (slide 5), a professora expõe aos alunos que após a compreensão do problema, vem a etapa de elaborar estratégias para encontrar a solução, ou seja elaborar um plano. Para a realização desse passo, é necessário que o aluno tenha conhecimento

prévio, criatividade, que encontre a conexão entre a incógnita e as informações dadas no problema. Logo, a professora explica que o autor menciona que podemos utilizar um problema correlato, ou seja, um problema que seja parecido com o problema proposto.

Ao 3º passo sobre executar o plano (slide 6) a professora ressaltou que, esse é o momento de colocar em prática o plano já elaborado. Para isso, é necessário averiguar se a estratégia utilizada é a correta, e também verificar se os cálculos estão sendo desenvolvidos corretamente. E o 4º passo, revisar a solução (slide 7) sendo o último passo da metodologia, foi explicado que essa revisão permite ao aluno refletir sobre o método utilizado, verifica se realmente esse método faz sentido no contexto do problema e se tem a possibilidade de ser utilizado outro método distinto para se chegar na solução do problema.

Logo mais, a professora fez as seguintes indagações aos alunos:

> ***Professora:*** *O método de resolução de problemas de Polya é dividido em quantos passos?*
> ***Alunos:*** *4 passos*
> ***Professora****: Qual o 1º passo?*
> ***Alunos:*** *Compreender o problema*
> ***Professora****: Qual o 2º passo?*
> ***Alunos****: Elaborar um plano*
> ***Professora****: Qual o 3º passo?*
> ***Alunos:*** *Executar o plano*
> ***Professora****: E o 4º passo?*
> ***Alunos****: Revisar a solução*

Adiante, a professora comentou com os estudantes que os próximos slides seriam trabalhado um exemplo da resolução de uma equação de 1º grau com uma incógnita pelo método de Polya. Então, ela explicou o passo a passo da resolução do problema por meio da metodologia apresentada. Polya (2006) ressalta que, ao resolver um problema em sala de aula, o professor deve dramatizar suas ideias e elaborar para si mesmo as mesmas perguntas que utiliza para orientar os alunos.

No slide 8(Apêndice C), é apresentada a resolução do problema envolvendo a equação de 1º grau com uma incógnita, pelo 1º passo da metodologia (compreender o problema), a professora realizou a leitura da seguinte questão: *Ana e Bruno têm, juntos, R$ 110,00. Sabemos que Bruno tem R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana. Qual é a quantia que Ana possui?* Após a realização da leitura do problema, a professora explicou para os alunos que nessa primeira etapa é necessário entender o que o problema pedi para ser solucionado, ou seja, realizar a leitura da questão e fazer a identificação das informações que são relevantes para solucionar o problema, adiante ela realizou as seguintes indagações:

Turma, nessa questão o que o problema pede para ser solucionado? Pouquíssimos alunos responderam: *Professora, o problema pedi para encontrar o valor da quantia de Ana*.

A professora mencionou que a resposta dada estava correta e fez outra pergunta*: E quais as informações fornecidas na questão para se chegar na solução do problema?* Diante dessa pergunta, os alunos apresentaram bastante dúvidas, nenhum aluno conseguiu respondê-la corretamente, então foi feita uma nova leitura da questão no qual a professora foi destacando as informações relevantes para se encontrar a solução do problema, mencionou que Ana e Bruno têm juntos R$ 110,00, Bruno tem R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana.

Nesta etapa, observou-se que a maioria dos alunos não tinham o hábito de fazerem a leitura e releitura de um problema matemático, para se alcançar a solução de um determinado problema, simplesmente memorizavam fórmulas e procedimentos. Onuchic (1999) destaca que ensinar matemática por meio da resolução de problemas é essencial para o desenvolvimento e a compreensão dos alunos.

Na Apêndice C (Slide 9), é mostrado o desenvolvimento do 2º passo-Elabora um plano. A professora explicou que após a compreensão do problema, é hora de elaborar uma estratégia para encontrar a solução. No contexto da questão a estratégia escolhida foi montar uma equação, em seguida realizou as identificações da incógnita:

> ***Professora:*** *Como não sabemos ainda o valor da quantia de Ana, como podemos fazer a sua representação?*
> ***AlunoA:*** *podemos chamar de x.*
> ***Professora****: Certo. Então, a quantia de Ana vai ser igual a x. E como podemos representar a quantia de Bruno?*
> ***Aluno A****: O dobro é igual a 2x.*
> ***Aluno B:*** *mais 20.*
> ***Professora****: Juntando as duas respostas obtidas chegaremos a quantia de Bruno, que será?*
> ***Alunos C****: 2x mais 20*
> ***Professora****: Correto! Agora com essas identificações, montamos a equação x +(2x+20) =110.*

Após a compreensão do problema (1º passo), a maioria dos alunos não apresentaram dificuldades em elaborar um plano, foram bem participativos nessa etapa.

No slide 9 (Apêndice C) condiz ao 3º passo- Executar o plano. A professora fez o seguinte comentário: *Agora vamos colocar em prática o plano já estabelecido, ou seja, resolver a equação x+(2x+20) =11.* Logo mais, ela explicou a resolução da equação para os alunos.

Eliminando o parêntese a equação ficou x + 2x + 20 = 110. Resolvendo os termos semelhantes obtemos 3x + 20 = 110. Isolando o termo 3x e subtraindo o 20 em ambos os termos obtivemos a equação 3x = 110 – 20, e simplificando a equação temos 3x = 90. Dividindo ambos os membros por 3 encontraremos o valor da incógnita(x) =30.

Nesse passo que discutimos, os alunos não apresentaram dificuldades em seu desenvolvimento, pois já tinham conhecimentos prévios do assunto

No slide 10(Apêndice C), que retrata o 4º passo- Revisar a solução, a professora explicou que essa etapa consistiu em verificar se o valor encontrado para a incógnita(x) que corresponde à quantia de Ana, está correta. Ela esclareceu: *O valor da quantia de Ana foi igual a 30 reais, Bruno tem 2x + 20, ou seja, o dobro da quantia de Ana mais 20 reais, dando um total de 80 reais. O problema relata que a soma dos dois valores é igual a 110, logo o valor da quantia de Ana (30) mais o valor da quantia de Bruno (80) dá um total de 110, portanto a solução encontrada para x= 30 está correta.*

Após as explicações, a professora fez a seguinte pergunta para os alunos: *vocês já resolveram algum problema matemático, em que no final por conta própria tiveram que verificar se a solução encontrada do problema estava correta?* Os alunos responderam: *Nunca fizemos essa verificação do resultado encontrado, só fazemos os cálculos e o professor faz a correção da atividade.*

Nessa etapa, a maioria dos alunos apresentaram dificuldades não em entender o processo, mas por não terem o hábito de revisar se a solução encontrada do problema é a correta. Para Polya (2006) é possível que nesse momento o aluno encontre uma solução melhor ou descubra novos e interessantes fatos.

Ao finalizar a aula, a professora revisou os quatros passos de Polya e mencionou sua importância na organização do pensamento para a resolução de problemas, observando que os alunos estavam bem atenciosos e participativos no decorrer da aula.

6.5 A QUARTA AULA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, SEGUINDO OS PASSOS DE POLYA

Neste quarto encontro, a professora iniciou a aula comunicando para os alunos que eles iriam realizar uma atividade sobre o objeto de conhecimento (equação de 1° grau com uma incógnita) pelo método de Polya, em que a atividade era impressa e continha duas questões, ambas abertas, em que ela descreveu:

"Turma, como mencionado no final da aula anterior, hoje vocês colocarão em prática a metodologia de Polya resolvendo duas questões sobre equação de 1° grau com uma incógnita. Essas questões já estão divididas em seus passos (compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução)."

Após essa breve explicação, a professora entregou as atividades impressas aos alunos e com seu auxílio, deram início ao desenvolvimento da atividade. Mediante a resolução das

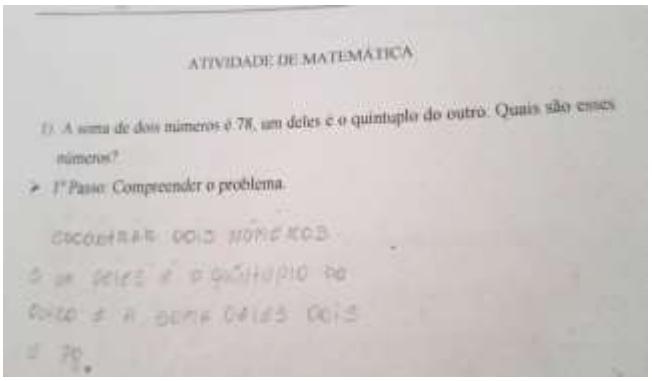
questões, a professora circulava em sala de aula observando-os e sanando as dúvidas apresentadas por eles.

Na participação desta fase da intervenção pedagógica, avaliamos cerca de 17 alunos individualmente. Em seguida, serão analisados os resultados que obtivemos com a aplicação da atividade proposta.

ANÁLISE DA ATIVIDADE

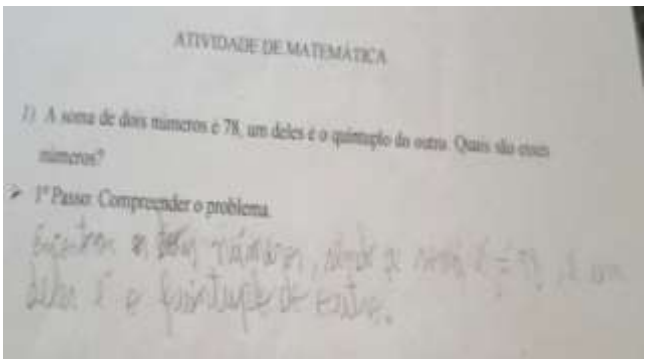
Nas Figuras 17 e 18, que correspondem à resolução do 1° passo da primeira questão, realizados pelos alunos A e B, respectivamente, foi respondida de forma correta e todos os demais alunos também acertaram essa primeira etapa.

Figura 17-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pela aluna A



Fonte: Autoras, 2024

Figura 18-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pelo aluno B



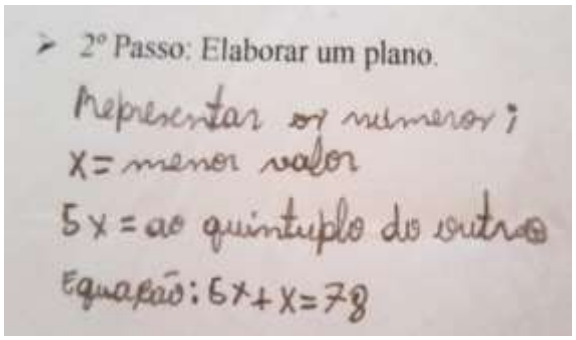
Fonte: Autoras, 2024

Neste 1° passo que consistiu em compreender o problema (Figuras 17 e 18), os alunos identificaram as incógnitas, ou seja, os valores que deveriam descobrir: dois números distintos. Eles anotaram os dados mais relevantes fornecidos pela questão, identificando que um dos

números é o quíntuplo do outro e que a soma desses dois números é 78, para assim solucionarem o problema.

A Figura 19, representa a resolução do 2° passo - elaborar um plano, solucionado pelo aluno C. Inicialmente, o aluno atribuiu nomes as incógnitas para identificarem ou representa-las de alguma forma, usando x como menor valor e 5x sendo o quíntuplo do menor valor (x). O aluno anotou "o quíntuplo do outro" e por fim, o discente montou a equação que ficou da seguinte forma: 5x + x = 78.

Figura 19-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 1) pelo aluno C



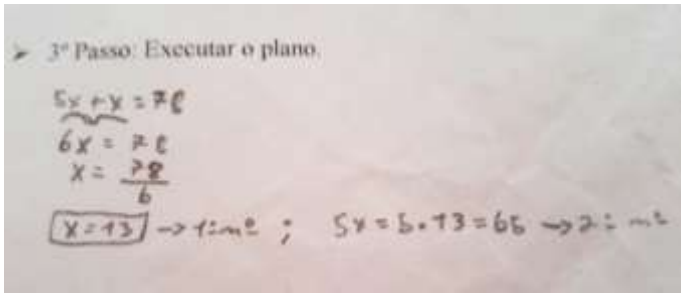
Fonte: Autoras, 2024

Fazendo a análise das outras 16 respostas do 2° passo, foi perceptível que a maior parte dos estudantes resolveram esse passo com bastante exatidão, retratando quais foram seus planos para resolverem a questão.

Na Figura 20, que condiz ao 3° passo-executar um plano, o aluno C solucionou a equação 5x + x = 78. No primeiro membro somou os termos semelhantes, 5x e x, obtendo como resultado 6x. Em seguida, conservou o sinal de igualdade e manteve o termo que já estava no segundo membro (o número 78) resultando na equação 6x = 78.

Adiante, o aluno isolou a incógnita x, tendo como resultado $x = \frac{78}{6}$. Dividindo 78 por 6, obteve o valor da incógnita (x)=13. Posteriormente, o aluno multiplicou o valor encontrado (13) por 5, conforme umas das informações fornecidas, que indicava que um deles é o quíntuplo do outro. Assim, procedeu da seguinte forma: 5x = 5*13 =65. Logo, o estudante encontrou os dois números, sendo eles 13 e 65, respectivamente. Nesta etapa, a maioria dos alunos responderam corretamente ao 3° passo.

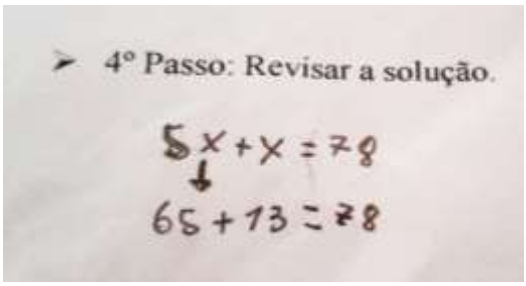
Figura 20-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 1) pelo aluno C



Fonte: Autoras, 2024

Na Figura 21, que corresponde ao 4° passo - revisar a solução, os discentes montam a equação e fazem as seguintes substituições: 5x + x = 78, substituem cada termo pelos valores descobertos no 3° passo, sendo o 5x = 65, a incógnita(x) sendo menor valor= 13 e igualado a 78, se a soma dos números descobertos no passo anterior for 78 é porque a equação está correta, caso contrário a equação estaria errada. Dito isso, o aluno C respondeu com exatidão a equação, obtendo a resposta correta no 4° passo, juntamente a ele, a maioria dos alunos também concluíram esse passo e essa questão com excelência.

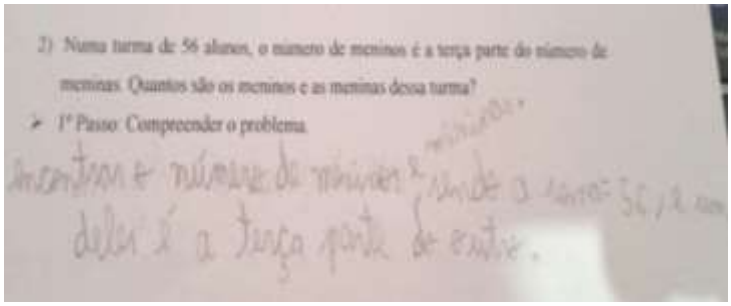
Figura 21-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 1) pelo aluno C.



Fonte: Autoras, 2024

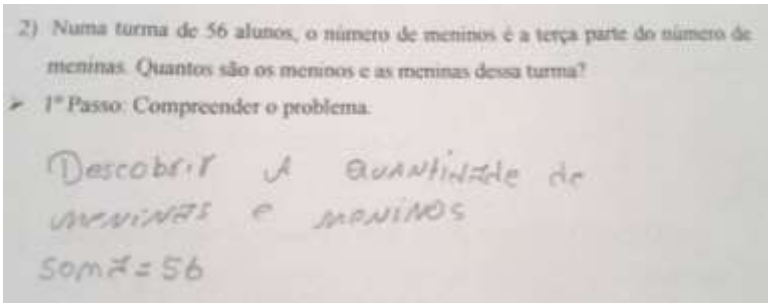
As Figuras 22 e 23, correspondem à resolução do 1° passo (compreender o problema) da 2° questão, realizadas pelos alunos B e D, respectivamente. Ambas foram respondidas de maneira correta, no entanto, o aluno B apresentou uma resposta mais ampla, incluindo todos os dados fornecidos na questão. Todos os participantes obtiveram êxito nesse primeiro passo.

Figura 22-Resolução do 1º passo –compreender o problema (Questão 2) pelo aluno B



Fonte: Autoras, 2024

Figura 23-Resolução do 1º passo –compreender o problema (Questão 2) pelo aluno D

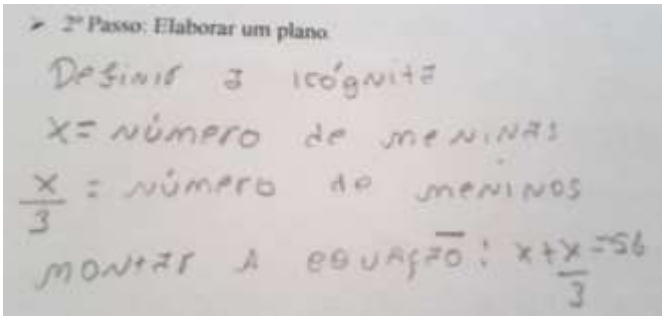


Fonte: Autoras, 2024

Na análise, notou-se que ambos os alunos compreenderam o problema, mas houve uma diferença entre eles: o aluno B acrescentou uma informação a mais que à aluna D. O aluno B descreveu que o número de meninos é a terça parte do número de meninas, ou, como representou, ‘um deles é a terça parte do outro’. No entanto ambos souberam identificar que deveriam encontrar a quantidade de meninas e meninos, sabendo que a soma dos dois é 56.

Na Figura 24, que apresenta o 2° passo - elaborar um plano, desenvolvido pela aluna D, observou-se que, em primeiro lugar, a aluna define a incógnita, diferencia os dados para identificar quais quantidades correspondem a meninas e quais a meninos e, por fim, monta a equação $x + \frac{x}{3} = 56$.

Figura 24-Resolução do 2º passo –elaborar um plano (Questão 2) pela aluna D

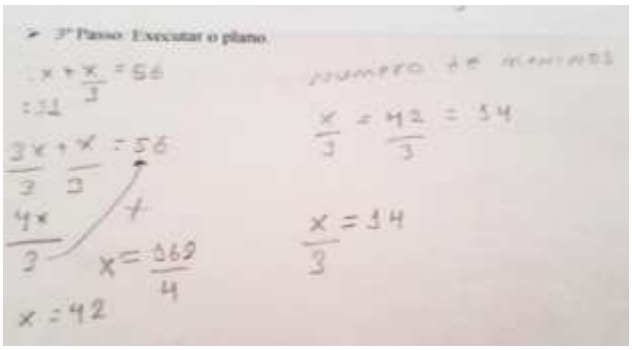


Fonte: Autoras, 2024

Fazendo a análise de todas as resoluções do 2° passo da segunda questão, foi possível notar que grande parte da turma conseguiu resolvê-la com clareza.

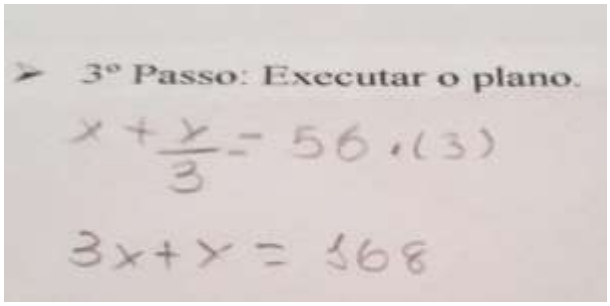
Nas Figuras 25 e 26, que fazem alusão ao 3° passo - executar o plano, desenvolvidas pelos alunos E e F, respectivamente, o aluno resolveu a equação montada no passo anterior. Para isso, colocou x sob o mesmo denominador, da seguinte forma:$\frac{3x}{3}+\frac{x}{3}=56$, depois, somou os numeradores: $\frac{4x}{3}=56$. Em seguida, eliminou o denominador multiplicando ambos os lados por 3: Por fim, dividiu ambos os membros por 4, obtendo o resultado: $x=42$. Esse valor de x representa o número de meninas. Para descobrir a quantidade de meninos, o aluno dividiu o resultado encontrado por 3, uma vez que a questão informou que o número de meninos é a terça parte do número de meninas, resultando em 14 meninos.

Figura 25-Resolução do 3º passo –executar o plano (Questão 2) pelo aluno E



Fonte: Autoras, 2024

Figura 26-Resolução do 3º passo –executar o plano (Questão 2) pelo aluno F



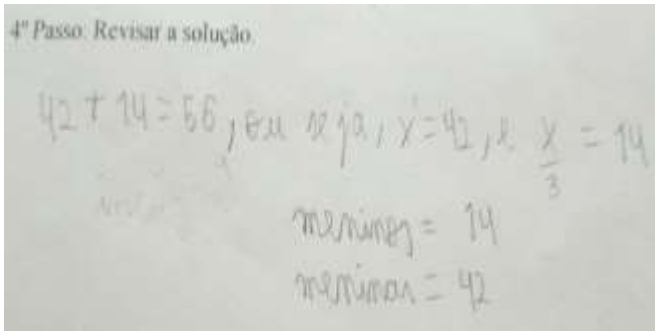
Fonte: Autoras, 2024

Neste 3° passo, observou-se, a partir das análises feitas, que dos 17 alunos que participaram da atividade, apenas 6 conseguiram desenvolver o 3° passo de forma correta. Essa questão envolveu fração e a maioria dos alunos mostraram dificuldades em resolver problemas de equações do 1° grau com frações. Por conta disso, muitos deixaram pela metade como o aluno E, representada na Figura 25, outros deixaram até mesmo em branco.

Vale ressaltar que se pressupõe que alunos do 8° ano já tiverem contato com frações, pois, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é no 6° ano que os discentes aprendem sobre esse objeto de conhecimento.

Na Figura 27, que corresponde ao 4° passo - revisar a solução, os alunos que conseguiram chegar até o 4° passo, montaram novamente a equação, mas desta vez substituindo a incógnita pelos números descobertos no 3° passo, da seguinte forma: No passo anterior, foi descoberto que x=42 e $\frac{x}{3} = 14$, e o enunciado da questão informa que o total de alunos da turma é igual a 56. Então, os estudantes somaram $42 + 14$, que resultou no número 56. Logo, os alunos que chegaram até o 4° passo e obtiveram esse resultado acertaram todos os passos da questão, como o aluno B (Figura 27).

Figura 27-Resolução do 4º passo –revisar a solução (Questão 2) pelo aluno B



Fonte: Autoras, 2024

6.6 A QUINTA AULA: ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Nesta quinta aula, sendo está a última etapa da aplicação da intervenção pedagógica, a professora deu início a aula passando algumas informações para os alunos, de como eles desenvolveriam a resolução da atividade em sala. Logo mais, ela agradeceu aos discentes suas participações e colaborações nas atividades desenvolvidas no decorrer da aplicação da proposta.

Adiante, ela solicitou à turma que formasse duplas e entregou a cada dupla uma atividade diagnóstica impressa contendo cinco questões. As três primeiras questões foram abertas, envolvendo a metodologia da resolução de problemas de Polya e divididas em seus passos (compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução) na resolução do objeto de conhecimento (equação de 1° grau com uma incógnita). As duas últimas questões foram discursivas: a primeira buscou identificar se os alunos, já conheciam ou utilizavam uma metodologia de resolução de problemas similar à que foi apresentado à eles, enquanto a segunda buscava a opinião dos estudantes sobre a proposta pedagógica apresentada no decorrer das atividades.

Na sequência, a professora explicou que as resoluções das questões aconteceriam sem consultas, e sem a intervenção dela. Destacou que esse era o momento de eles expressarem as suas habilidades e competências desenvolvidas ao longo das aulas, e também avaliar as contribuições que a metodologia da resolução de problemas baseados nos passos de Polya trouxe para resolver problemas relacionados a equação de primeiro grau com uma incógnita.

Nesta etapa, contamos com um total de 20 alunos, sendo estes divididos em 10 duplas, nomeadas de A até J. A seguir, serão apresentadas as análises das respostas dos alunos às questões.

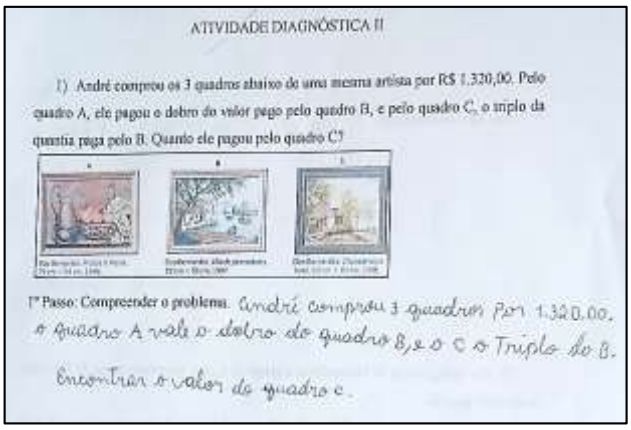
ANÁLISE DA ATIVIDADE

A presente análise tem como objetivo, analisar a aplicação prática dos passos da metodologia de resolução de problemas de Polya na equação de 1° grau com uma incógnita, desenvolvidas por distintas duplas de alunos. A metodologia buscou não apenas examinar o entendimento dos alunos nas etapas da resolução de problemas, mas também observar padrões, dificuldades e estratégias desenvolvidas durante o processo.

Na questão 1, cada um dos quatros passos de Polya – 1° Compreender o problema, 2° Elaborar um plano, 3° Executar o plano e 4° Revisar a solução, será especificada individualmente.

Na Figura 28, que corresponde a resolução do 1° passo realizado pela dupla A, foi desenvolvida corretamente, e todas as demais duplas obtiveram êxito.

Figura 28-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 1) pela dupla A

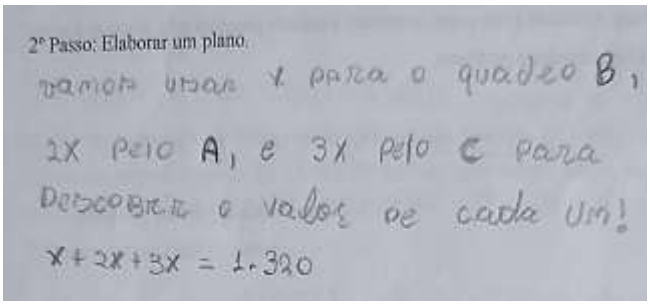


Fonte: Autoras, 2024

Neste 1° Passo que é compreender o problema (Figura 28), a dupla identificou a incógnita, sendo está, encontrar o valor do Quadro C, anotou as informações relevantes para encontrar a solução do problema, descrevendo que André comprou 3 quadros por 1320, que pelo quadro A ele pagou o dobro do valor pago pelo quadro B, e pelo quadro C, o triplo da quantia paga pelo quadro B. De acordo com Polya (2006) no primeiro momento, é necessário compreender o problema e perceber claramente o que é necessário.

Na Figura 29, refere-se a solução do 2° passo: Elaborar um plano, estabelecida pela dupla B. Primeiramente os alunos nomeiam a incógnita usando x para o quadro B, 2x para o quadro A e 3x para o quadro C. Em seguida, menciona que é necessário descobrir o valor de cada quadro e monta a seguinte equação: x + 2x + 3x = 1320.

Figura 29-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 1) pela dupla B

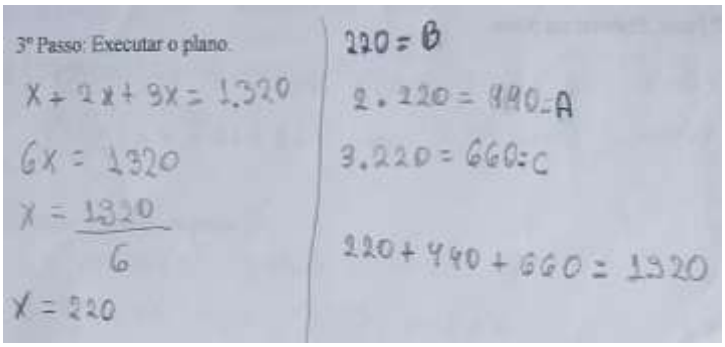


Fonte: Autoras, 2024

Analisando todas as respostas deste 2º passo, foi possível perceber que a maioria dos alunos resolveram com bastante clareza descrevendo suas estratégias utilizadas no problema. É importante fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver seu raciocínio lógico, preparar o aluno para novas situações e conceder oportunidades deles se envolverem com aplicações matemáticas (Dante, 1988).

Na Figura 30, que corresponde ao 3º passo: Executar o plano, a dupla B resolveu a equação x + 2x + 3x = 1320. No primeiro membro soma os termos semelhantes x +2x + 3x, dando um total de 6x, conserva o sinal de igualdade e repeti o termo que já estava no segundo membro (1320) ficando 6x = 1320. Logo mais, faz o isolamento da incógnita(x) utilizando o inverso multiplicativo, chegando ao resultado x = $\frac{1320}{6}$. Dividindo 1320 por 6 chega no valor da incógnita(x)= 220. Adiante, eles substituem o valor encontrado de x (220) no quadro A, B e C, identificando que o valor do quadro A e C dependiam do valor do quadro B, descrevendo o valor 220 = B, 2*220 = 440=A e 3*220 = 660=C. Logo, soma os três valores dos quadros totalizando no valor apresentado no problema (220+440+660=1320). Neste passo, a maioria das duplas compreenderam o passo e fizeram semelhante a resolução apresentada pela dupla B.

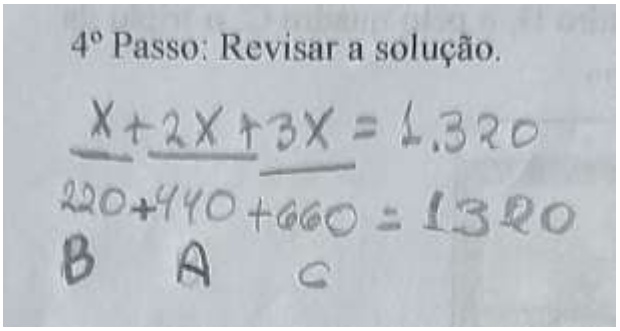
Figura 30-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 1) pela dupla B



Fonte: Autoras, 2024

No 4° Passo: Revisar a solução (Figura 31), os alunos montam a equação x + 2x +3x = 1320, e faz as seguintes identificações: x igual a 220 que é igual a B, 2x igual a 440 que é igual A, 3x igual a 660 sendo igual a C, e juntando os três valores deu um total de 1320. Com o plano já executado, os alunos verificaram que realmente o plano abordado foi o correto a ser utilizado no contexto do problema, e os cálculos foram desenvolvidos de forma correto.

Figura 31-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 1) pela dupla B

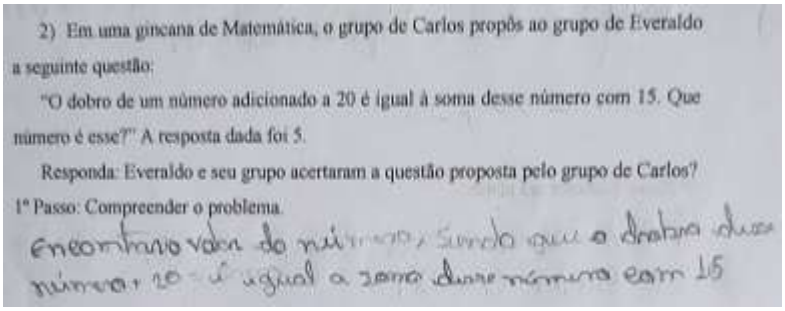


Fonte: Autoras, 2024

Assim, a resolução apresentada pela dupla B foi resolvida com sucesso, e grande parte das duplas. Conforme Freire 2004 “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”.

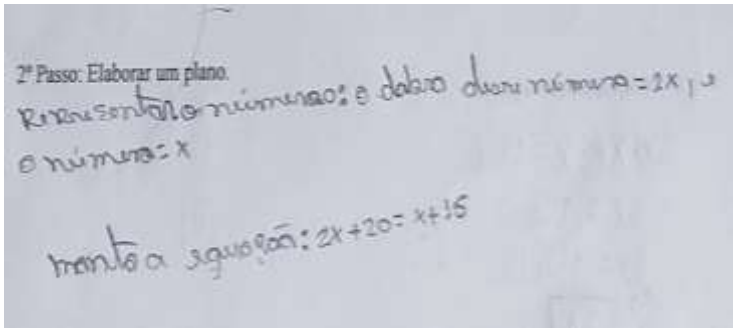
Nas Figuras 32, 33, 34 e 35 que condiz com a segunda questão resolvida pela dupla C, teve como objetivo formular uma equação do 1° grau correspondente e solucioná-la, para verificar se a resposta proposta estava correta.

Figura 32-Resolução do 1º passo –Compreender o problema (Questão 2) pela dupla C



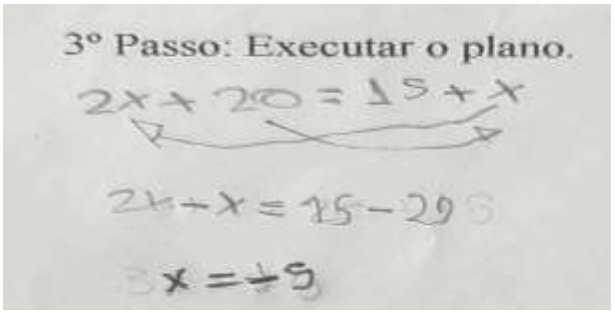
Fonte: Autoras, 2024

Figura 33-Resolução do 2º passo –Elaborar um plano (Questão 2) pela dupla C



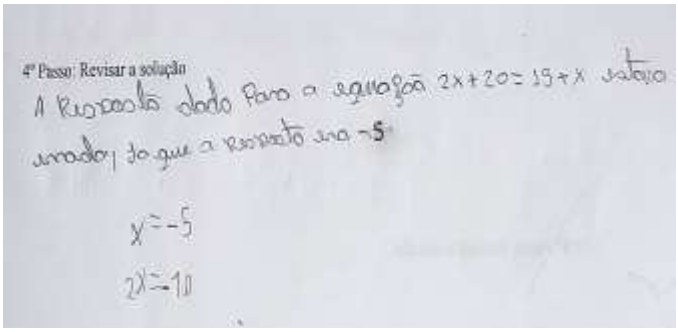
Fonte: Autoras, 2024

Figura 34-Resolução do 3º passo –Executar o plano (Questão 2) pela dupla C



Fonte: Autoras, 2024

Figura 35-Resolução do 4º passo –Revisar a solução (Questão 2) pela dupla C



Fonte: Autoras, 2024

Como se pode observar, a dupla C respondeu a questão corretamente, sendo está a única dupla que desenvolveu corretamente os quatros passos de Polya na resolução do problema da segunda questão.

Na resolução do problema, o 1°passo: Compreender o problema (Figura 32), a dupla descreve que o problema pedi para encontrar o valor de um número, e menciona que o dobro desse número mais 20 é igual a soma desse número com 15. Nesta etapa, eles identificaram o que o problema exige para ser solucionado e anotam as informações relevantes do contexto. 2° passo: elaborar um plano (Figura 33) a princípio os alunos representaram os números, o dobro desse número é igual a 2x, e o número é igual a x. Em seguida monta a equação: 2x + 20 = x + 15. Após a compreensão do problema, eles determinam a estratégia utilizada para a resolução.

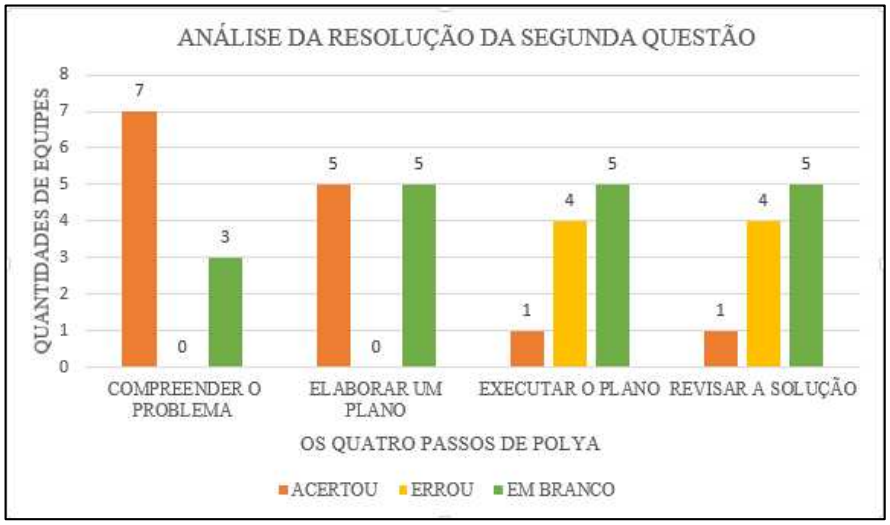
No 3° passo: executar o plano (Figura 34) eles montam a equação 2x + 20 = x + 15, e utilizam o processo de isolamento da incógnita. Inicialmente, eles subtraem x e 20(inverso aditivo) em ambos os membros obtendo, 2x – x = 15 – 20, e em seguida resolve os termos semelhantes resultando em x = - 5. E por fim, no 4° passo: revisar a solução (Figura 35) os alunos relatam que a resposta (5) dada no contexto para a equação 2x + 20 = x + 15 estava

errada, já que ao executarem o plano a resposta foi -5. Logo, eles fazem a substituição do valor da incógnita(x)= - 5 e de 2x = - 10.

A aplicação da metodologia da resolução de problemas de Polya, foi fundamental para que a dupla C desenvolvessem de forma correta a resolução da questão. Ao abordarem passos estruturados (compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução), eles puderam organizar suas ideias e seguirem uma ordem lógica na resolução. Conforme Polya (2006), cada uma dessas etapas possui sua importância. Pode acontecer que um estudante tenha uma ideia brilhante e, saltando por todas as preparações, chegue impulsivamente à solução.

Ao examinar as respostas dadas pelos alunos no desenvolvimento dos passos da segunda questão, constatou-se que elas incluíram acertos, erros e respostas em branco, como mostradas no gráfico a seguir.

Gráfico 1-Resolução da segunda questão



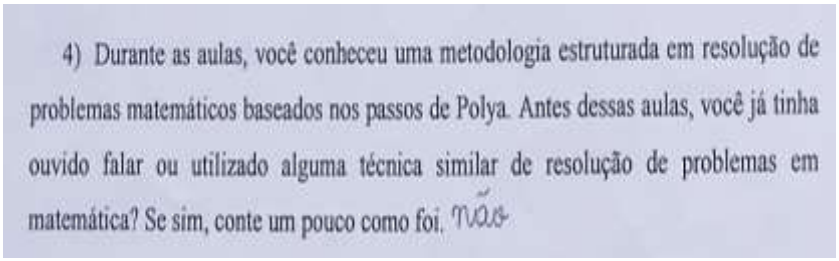
Fonte: Autoras, 2024.

No Gráfico 1, é possível fazermos uma averiguação da resolução da segunda questão, com seus respectivos passos. No primeiro passo, compreender o problema, 7 duplas responderam corretamente, e apenas 3 duplas deixaram em branco este passo. No segundo passo elaborar um plano para o problema, 5 duplas responderam corretamente o passo, e 5 não desenvolveram o segundo passo. No terceiro passo, referente a executar um plano para o problema, 4 duplas erraram ao responder este passo, 5 duplas deixaram em branco e 1 dupla desenvolveu corretamente o passo. No quarto e último passo, que se tratava de revisar a solução

tivemos a mesma quantidade do terceiro passo, onde 4 duplas não conseguiram revisar a solução, 1 dupla revisou corretamente e 5 deixaram em branco.

Na Figura 36, que corresponde à resposta da dupla D no item 4, eles responderam de maneira breve o que solicita na pergunta, informando que eles não tinham conhecimento prévio ou experiência com práticas similares de resolução de problemas matemáticos baseados nos passos de Polya. Obtivemos a mesma resposta de todas as demais duplas.

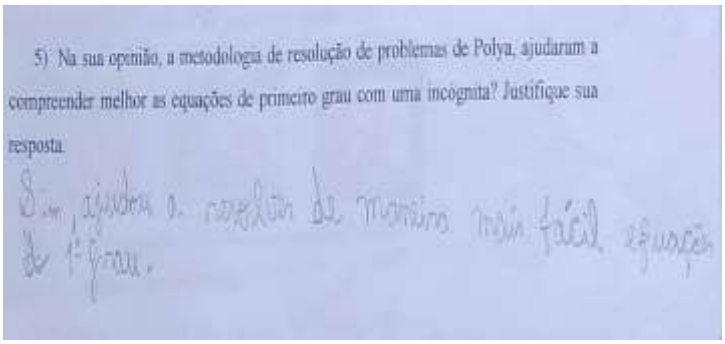
Figura 36-Resolução da Questão 4 pela dupla D



Fonte: Autoras, 2024

Na Figura 37, observa-se a resposta da dupla C na questão 5, eles mencionaram que sim, a metodologia ajudou a resolver de maneira mais fácil a equação de primeiro grau com uma incógnita, e a resposta da maioria das duplas foram semelhantes à da dupla C. A explicação dos alunos demonstrou compreensão, porém, de maneira bem limitada. Os alunos, poderiam ter relatado como os passos de Polya favoreceu na resolução das equações.

Figura 37-Resolução da Questão 5 pela dupla C



Fonte: Autoras, 2024

Diante do exposto, observou nas questões propostas, que os alunos puderam desenvolver e exercitar seus conhecimentos através da resolução de problemas envolvendo os quatro passos de Polya, sendo esta metodologia, uma habilidade prática na qual aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os (Polya,2006). Com isso, encerramos a proposta pedagógica

com a satisfação de ter alcançado nossos objetivos, o número de atividades completas foi satisfatório, com poucas respostas deixadas em branco, indicando que os alunos estavam bem comprometidos no desenvolvimento da questão. Porém, algumas duplas apresentaram dificuldades em resolverem os passos corretamente, particularmente em executar o plano e revisar a solução. Nesse viés, muitas vezes o erro não resulta na falta de compreensão do conteúdo matemático, mas de fatores como falta de atenção, pressa ou chute (Lorenzato, 2006).

Desse modo, a metodologia da resolução de problemas pelo método de Polya demonstra ser uma forma eficiente tanto para o professor quanto para o aluno aprender, organizar as ideias, fortalecer o pensamento crítico e raciocínio logico, além de possibilitar uma melhor compreensão do problema.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou explorar uma intervenção pedagógica com a temática, Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Equações Lineares por meio da Metodologia da Resolução de Problemas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, em que decorreu numa escola da rede municipal do município de Paço do Lumiar (MA) com uma turma do 8°ano do Ensino Fundamental.

A princípio, o levantamento teórico baseou-se em comunicações científicas no Subeixo 7 denominado Resolução de Problemas e Investigação Matemática publicadas no XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Mediante a investigação científica, foi notável a dificuldade na identificação de trabalhos científicos que abordassem de forma integrada, a metodologia de ensino de resolução de problema e o objeto de conhecimento, equações lineares. A ausência de estudos específicos sobre essa combinação indicou a necessidade em recorrer a fonte de pesquisas diversificadas para ampliar e aperfeiçoar os estudos neste projeto de ensino. Foi possível identificar sua contribuição no desenvolvimento desta proposta pedagógica, a partir das análises que serviram como norteadores, evidenciamos as práticas pedagógicas realizadas pelo professor no âmbito escolar, mediada pela interação professor-aluno-conhecimento.

Assim, podemos afirmar que as análises realizadas nas comunicações científicas publicadas no XIII ENEM mostram como as metodologias de ensino adotadas pelos docentes atuam de maneira tanto eficiente quanto ineficaz, se tratando de resolução de problema destaca-

se metodologias ativas que proporciona uma aprendizagem ativa, permitindo ao estudante um protagonismo, uma autonomia na busca pelo seu conhecimento. Desse modo, o método da resolução de problemas mostra ser uma maneira estruturada de trabalhar determinado objeto de conhecimento a fim de desenvolver o raciocínio lógico e o pensamento crítico do aluno.

Podemos destacar as literaturas científicas que apontaram a aplicação de novas metodologias, debates em grupo, a investigação matemática e a formação continuada, que proporcionaram uma aprendizagem significativa. As abordagens pedagógicas contribuíram para o desenvolvimento de habilidades crítica com a metodologia da resolução de problema. Além disso, nas práticas pedagógicas evidenciou-se que os alunos possuíam conhecimento prévios e que a implementação ao uso de tecnologias, como software Geogebra, que foi aprazível na construção do conhecimento de maneira diferenciada e conectada com a realidade do aluno.

Sendo assim, enfatiza-se a relevância da metodologia de resolução de problemas como eixo essencial na educação matemática, promovendo não apenas o desenvolvimento do conhecimento técnico, mas também o fortalecimento da capacidade crítica e reflexiva, fundamentais para resolução de problema. Essa abordagem de ensino permite ao aluno pensar por si mesmo, argumentar, elaborar estratégias e planejar seu pensamento matemático, tornando-o ativo no processo de ensino e aprendizagem.

Conforme os resultados obtidos por meio da proposta pedagógica, é possível afirmar que os objetivos da intervenção foram alcançados. Todavia, ao aplicar essa abordagem educacional, verificou-se a necessidade de explorar mais, devido ao fato de ser o primeiro contato dos alunos com essa metodologia. Essa necessidade está relacionada à articulação do objeto de conhecimento mediante a metodologia de ensino da resolução de problema.

No desenvolvimento do projeto de ensino, por meio da metodologia foi possível promover uma aprendizagem contextualizada, na qual os estudantes deixaram de ser meros espectadores, e se tornaram participantes ativos no processo de ensino e aprendizagem. Durante as aulas, foram desenvolvidas atividades com o objetivo de interpretar problemas, elaborar estratégias, executar planos, e realizar análises e discussões de resultados, a fim de fomentar uma aprendizagem investigativa e relevante para os alunos.

Essas ações implementadas não foram configuradas apenas à resolução de problemas, mas também ao incentivo do desenvolvimento de habilidades como o pensamento lógico, a conexão entre os conceitos matemáticos na realidade cotidiana, como também gerenciar o pensamento matemático. Assim, é fundamental que o docente desperte no aluno o interesse por

essa abordagem, trazendo situações problemas conectados com a sua realidade para que ele se torne sujeito ativo no processo de aprendizagem.

Nesse sentido, acreditamos ter contribuído na aprendizagem dos participantes desta proposta pedagógica, ao proporcionar experiências e conhecimentos relacionado à metodologia de resolução de problema de Polya. Considerando que essa abordagem era desconhecida ou pouca utilizada no cotidiano da sala de aula, a falta de experiência dos alunos contribuiu para as dificuldades no uso desse método. Ressalta-se que tal metodologia de ensino exige não somente tempo, como também clareza na formulação dos problemas, estratégias adotadas de mediação do professor, e o envolvimento dos alunos na dinâmica de ensino.

Dessa forma, os resultados adquiridos nesta pesquisa indicam que a utilização da metodologia da resolução de problema pode ser uma solução eficaz para as dificuldades enfrentadas pelos alunos no processo de aprendizagem. Assim, espera-se que haja novas discussões e investigações sobre o uso dessa metodologia conectada com o estudo das equações lineares em sala de aula, a capacitação dos docentes para sua aplicação, e o incentivo ao professor no apoio ao aluno durante seu uso, contribuindo significativamente na aquisições de novos conhecimentos.

8 REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA EDUCAÇÃO**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209- 232, jun. 2014.

ALVES, David Oliveira. *et al.* **Resolvendo problemas com alunos da educação básica: aprendizagens profissionais em educação matemática durante o estágio supervisionado**. Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/2273-15114-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

ASSUNÇÃO, Caio; CAVALCANTI, Morgana; FREITAS, de Regina**. Avalia Brasil, ensino fundamental II**: 8º ano, livro do aluno. – 1. ed. – São Paulo: Eureka, 2019.

BRASIL, **Base Nacional Curricular Comum**. Ministério da Educação, Brasília, 2018.

BRASIL. MEC/SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, 1998.

DAMASCENO, Vanessa da Silva; COSTA, Acylena Coelho; FREITAS, Thais Lorena Melo. Equação do 1º grau: uma revisão teórica acerca de seus significados. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo-SP, 13 a 16 de julho de 2016.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de Problemas e Comunicação. In: **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, p. 87-96, 2001.

EDWALDO, Bianchini. **Matemática Bianchini 7.** 8. ed.- São Paulo: Moderna, 2015.

EVES, Howard. **Introdução à História da matemática**. Campinas (SP): Editora da Unicamp, 2011.849p.

Exercício sobre equação de 1º grau **–Brasil Escola.** Disponível em**: https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-equacao-do-1-grau.htm.** Acesso em: 20 de outubro de 2024.

FILHA, Cláudia Brum de Oliveira Fogliarini. *et al.* **Obmep: aprendizagem de matemática pela resolução de problemas**. **.** Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/3280-12690-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, SP: UNICAMP, Ano 3, n. 4, 1995.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia** - saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

GARDIN, Francielle Silva. *et al.* **Uma introdução do conceito de proporção através da resolução de problemas no contexto do estágio obrigatório**. Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/847-11808-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática:** 8º ano : ensino fundamental : anos finais. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2022. Disponível em: **https://drive.google.com/file/d/1QoDD2YAM68JI_99cSr1ra7STs9VXrCor/view.** Acesso em: 11 de outubro de 2024.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto**. A conquista da matemática, 7º ano. –**Ed. renovada. – São Paulo: FTD, 2009. – (Coleção a conquista da matemática).

GIL, Katia Henn; FELICETTI, Vera Lucia. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**. Porto Alegre –RS, 2016, N°. 1, p. 19 – 35.

IEZZE, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio**. Matemática e realidade:** 8º.—10. ed.—São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022. Disponível em**:** **https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2024_OBJETO_1/Saraiva/Matematica/index_matematica_8ano_MP.pdf.** Acesso em: 11 de outubro de 2024.

JUNIOR, Ademir Pereira. Cálculo algébrico: um relato de uma atividade**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo-SP, 13 a 16 de julho de 2016.

LIMA, Francisco do Nascimento. *et al.* **Análise da influência da participação no curso preparatório para a obmep nas comunidades campesinas de canguaretama rn**. Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/2230-11817-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

LINS, Régis Carlos; GIMENEZ, José. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus,1978.

LINS, Régis Carlos; GIMENEZ, José. **Perspectivas Em Aritmética e Álgebra Para O Século XXI**. Campinas: Papirus, 2001.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. ver.- Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores).

MASOLA, Wilson de Jesus; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate.** São Paulo, v. 3 n. 7 (2019): jan./abr.

MELO, Marcela Camila Picin de; JUSTULIN, Andresa Maria. **O conceito de potenciação através da resolução de problemas: uma possibilidade no ensino aprendizagem de matemática.** Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17

de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/992-15134-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

NASCIMENTO, Flaviano Gomes do. *et al.* **Atividade investigativa: resolvendo um problema envolvendo sistema de equações do 1º grau.** Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/2103-15188-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de La .Rosa. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?**. UPF - IV Jornada Nacional de Educação Matemática/ XVII Jornada Regional de Educação Matemática. Rio Grande do Sul, 2012.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suelly Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andresa Maria (Orgs). Jundiaí, Paco Editorial: 2014.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino Fundamental e Médio**. Pernambuco, 2012.

PINHEIRO, Anderson Diniz; SÁ, Pedro Franco de. Equação do primeiro grau: aspectos históricos. **Sociedade Brasileira de História da Matemática**. Maceió-AL, abril de 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas/** G.Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTES, Édel Alexandre Silva. HIPERMAT- Hipertexto Matemático: uma ferramenta no ensino-aprendizagem da matemática na educação básica. **Psicologia & Saberes**. [Alagoas], v. 2 n. 2 (2013).

PONTES, Édel Alexandre Silva. Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema. **Revista Sítio Novo**. vol. 2, n. 2 – jul./dez. 2018 - ISSN 2594-7036.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor**: explorando os conceitos de equação e de função. 2.ed.; 1. reimp. -Belo Horizonte: Autêntica, 2021. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SANTANA, Geralda de Fatima Neri; PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo-SP, 13 a 16 de julho de 2016.

SANTOS, Robério de Oliveira; ANDRADE, Silvano de. **Educação fiscal nas aulas de matemática: cenários para investigação e exploração de problemas**. Encontro Nacional de

educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/3460-13032-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro 2024.

SCHOENFELD, Alan Henry. Heurísticas da sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A Resolução de Problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

SCHNEIDER, Alexsandro. **A aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino fundamental**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

SILVA, Janaína Mendes Pereira da. *et al*. A educação algébrica e a produção escrita de estudantes do 8º ano do ensino fundamental. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo-SP, 13 a 16 de julho de 2016.

VIEIRA, Larissa Nori; JUSTULIN, Andresa Maria. **Trabalhando com problemas de múltiplos e divisores**: **análise de uma atividade aplicada com alunos do ensino fundamental.** Encontro Nacional da educação Matemática – XIII ENEM; Cuiabá/MT 14 a 17 de julho de 2019. Disponível em: file:///C:/Users/cliente1/Downloads/2223-15162-1-PB.pdf. Acesso em: 17 de setembro de 2024.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. **Matemática para aprender a pensar: O papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZARDO, Taciana. **Equações do 1º grau – um estudo didático**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

9 APÊNDICES

9.1 APÊNDICE A – Atividade Diagnóstica I para a primeira aula

ALUNO:_____

TURMA:_____ DATA:_____

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I

1) Duas caixas são tais que a massa de uma dela é o quádruplo da outra. Sabendo que as duas juntas pesam 20 quilogramas, quanto pesa cada caixa.

2) Um carpinteiro serra uma tábua de 120 cm em dois pedaços. O comprimento da parte maior é igual ao triplo do comprimento da menor. Determine o comprimento de cada uma das partes.

3) Em uma turma de 30 alunos, 6 escrevem apenas com a mão esquerda (são canhotos), e 2 escrevem com as duas mãos (são ambidestros). Quantos alunos escrevem apenas com a mão direita (são destros)?

4) Uma prefeitura aplicou R$ 850 mil na construção de 3 creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R$ 250 mil. Qual o custo da construção do parque infantil?

5) Ofereci R$ 20,00 emprestado para um amigo que estava precisando, mas ele disse que não adiantaria, pois, mesmo juntando esse valor ao que ele tinha e depois dobrado o resultado, ainda faltariam R$40,00 para pagar a dívida de R$ 200,00. Quanto o meu amigo tem?

6) Um prêmio de R$ 165.000,00 deve ser dividido entre Caio, Pedro e Toni. Pedro deve receber a metade do valor de Caio, e Toni vai receber R$ 20.000,00 a mais do que Caio. Que quantia cada um receberá?

9.2 APÊNDICE B - Atividade Diagnóstica II para a quinta aula

ALUNOS:_____

TURMA:_____ DATA:_____

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA II

1) André comprou os 3 quadros abaixo de uma mesma artista por R$ 1.320,00. Pelo quadro A, ele pagou o dobro do valor pago pelo quadro B, e pelo quadro C, o triplo da quantia paga pelo B. Quanto ele pagou pelo quadro C?

1º Passo: Compreender o problema.

2º Passo: Elaborar um plano.

3º Passo: Executar o plano.

4º Passo: Revisar a solução.

2) Em uma gincana de Matemática, o grupo de Carlos propôs ao grupo de Everaldo a seguinte questão:

"O dobro de um número adicionado a 20 é igual à soma desse número com 15. Que número é esse?" A resposta dada foi 5.

Responda: Everaldo e seu grupo acertaram a questão proposta pelo grupo de Carlos?

1º Passo: Compreender o problema.

2º Passo: Elaborar um plano.

3º Passo: Executar o plano.

4º Passo: Revisar a solução

3) No cofre de Luis havia o dobro da quantia, em real, de Caio. Caio e Luis colocaram, respectivamente, R$ 28,00 e R$ 6,00 em seus cofres. Assim, ficaram com quantias iguais. Quanto Caio tem agora?

1º Passo: Compreender o problema.

2º Passo: Elaborar um plano.

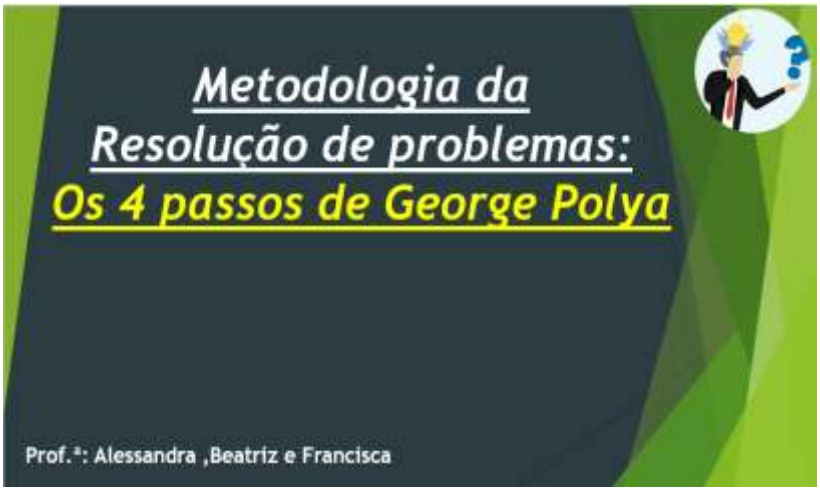
3º Passo: Executar o plano.

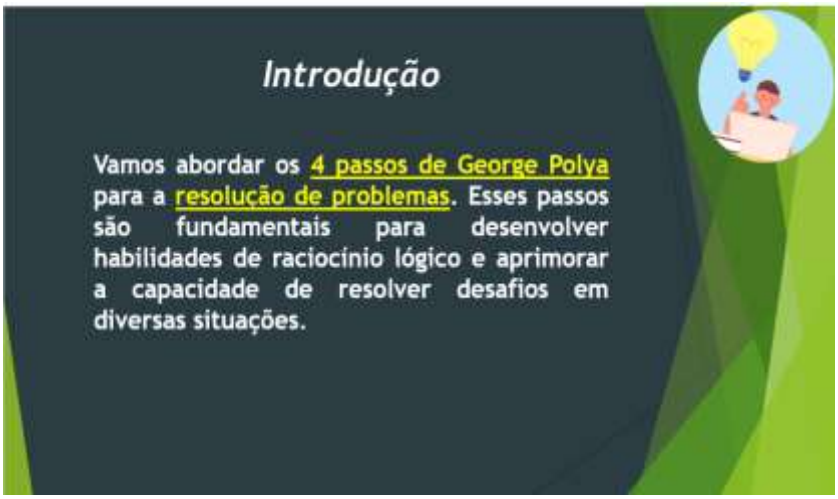
4º Passo: Revisar a solução

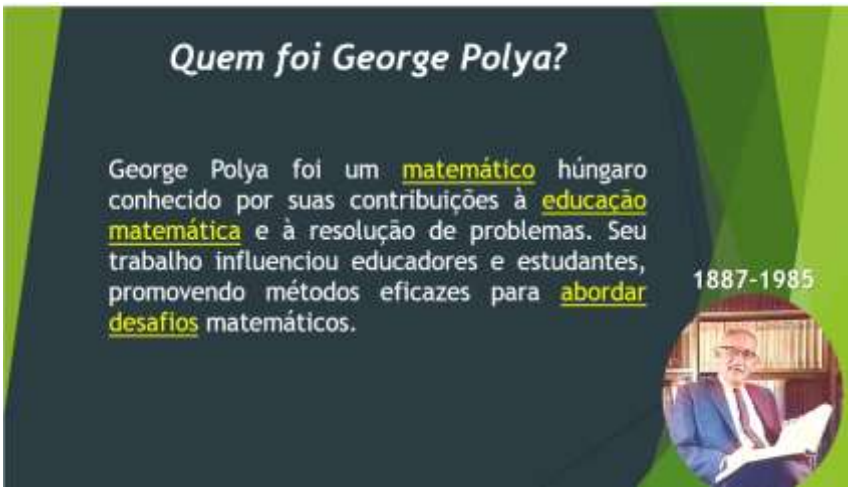
4) Durante as aulas, você conheceu uma metodologia estruturada em resolução de problemas matemáticos baseados nos passos de Polya. Antes dessas aulas, você já tinha ouvido falar ou utilizado alguma técnica similar de resolução de problemas em matemática? Se sim, conte um pouco como foi.

5) Na sua opinião, a metodologia de resolução de problemas de Polya, ajudaram a compreender melhor as equações de primeiro grau com uma incógnita? Justifique sua resposta.

9.3 APÊNDICE C – Slides da metodologia de Polya







1º Passo: Compreender o Problema

- O estudante precisa entender o problema e deve tentar resolvê-lo. Para isso são utilizadas algumas perguntas:
- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições ou restrições?
- Sugere algumas estratégias : Trace uma figura, separe os dados em partes, adote uma notação adequada.

2º Passo: Elaborar um Plano

- Encontrar um plano que funcione vai depender de conhecimentos prévios e experiência em problemas semelhantes mas também, em muitos casos, de uma dose de intuição e criatividade. O objetivo é encontrar conexões entre os dados do problema e sua incógnita. Chegar a um plano para resolver o problema. Perguntas que podem auxiliar:
- Você se lembra de algum problema semelhante? Você consegue adaptar métodos usados em problemas semelhantes para este problema? Você conhece resultados ou fórmulas que possam ajudar? Você pode enunciar o problema de forma diferente? Você consegue resolver parte do problema?

3º Passo: Executar o Plano

- **Colocar a estratégia em prática**: Agora, é hora de aplicar a solução que você planejou no passo anterior. As perguntas sugeridas por Polya que podem auxiliar são:
- Estou aplicando a estratégia correta? As operações e os cálculos estão sendo feitos de maneira cuidadosa?

2° passo: Elaborar um problema

- *Definir uma incógnita (x), para encontrar o valor desejado. E fazer as seguintes relações:*
  X = quantia de Ana
  2x+20 = quantia de Bruno
- Montar a equação: x + (2x + 20) = 110.

3° passo: Executar o plano

- x + (2x + 20) = 110
  X + 2x + 20 = 110
  3x = 110 - 20
  3x = 90
  x = 90/3
  x = 30

4º Passo: Revisar a Solução

- Ao revisar a solução o estudante pode consolidar seu conhecimento e desenvolver sua habilidade de resolução de problemas. Também pode ocorrer que uma revisão acabe mostrando algum erro ou imprecisão no raciocínio ou então indicar uma solução mais simples. Polya sugere perguntar:

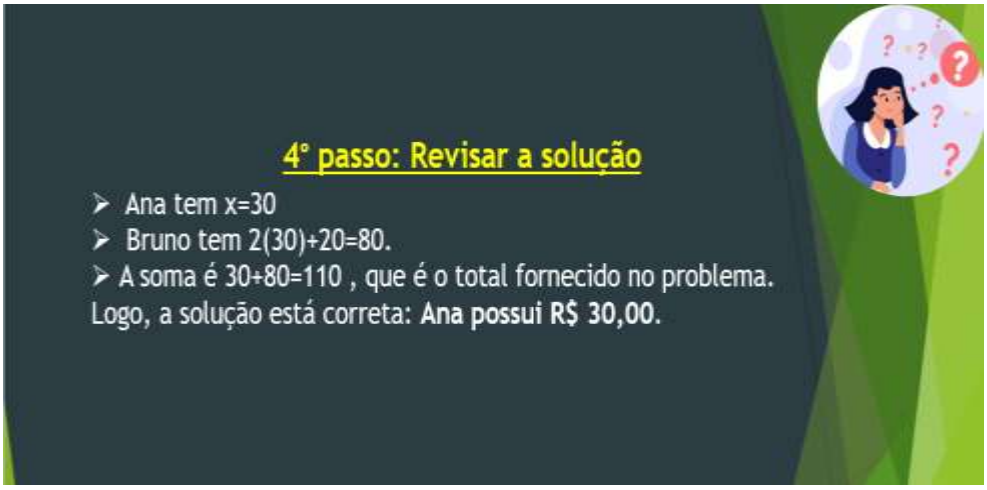
- A resposta faz sentido dentro do contexto do problema? Os cálculos estão corretos? É possível resolver o problema de outra maneira para confirmar o resultado?

Exemplo de Problema

1) *Ana e Bruno têm, juntos, R$ 110,00. Sabemos que Bruno tem R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana. Qual é a quantia que Ana possui?*

1° passo: Compreender o problema

- Encontrar a quantia que Ana possui.
- Ana e Bruno têm juntos, R$ 110,00.
- Bruno têm R$ 20,00 a mais do que o dobro da quantia de Ana.


4° passo: Revisar a solução
Ana tem x=30
Bruno tem 2(30)+20=80.
A soma é 30+80=110 , que é o total fornecido no problema.
Logo, a solução está correta: Ana possui R$ 30,00.