

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

EDUARDO DE ARAÚJO LIMA MESQUITA

**DIMENSIONAMENTO POR COMPUTADOR DE VIGAS BIPOIADAS
PROTENDIDAS PÓS-TRACIONADAS**

São Luís, MA

2018

EDUARDO DE ARAÚJO LIMA MESQUITA

**DIMENSIONAMENTO POR COMPUTADOR DE VIGAS BIAPOIADAS
PROTENDIDAS PÓS-TRACIONADAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil – UEMA, como requisito para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Clodoaldo César Malheiros Ferreira.

Coorientador: Eng. Esp. Márcio Pereira Sena

São Luís, MA

2018

Mesquita, Eduardo de Araújo Lima.

Dimensionamento por computador de vigas biapoiadas protendidas pós-tracionadas / Eduardo de Araújo Lima Mesquita. – São Luís, 2018.

136 p.

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Prof. Me. Clodoaldo César Malheiros Ferreira.

Co-orientador: Eng. Esp. Márcio Pereira Sena.

1.Concreto protendido. 2.Vigas protendidas. 3.Dimensionamento por computador. I.Título

CDU: 624.072.2:004.4

EDUARDO DE ARAÚJO LIMA MESQUITA

**DIMENSIONAMENTO POR COMPUTADOR DE VIGAS BIAPOIADAS
PROTENDIDAS PÓS-TRACIONADAS**

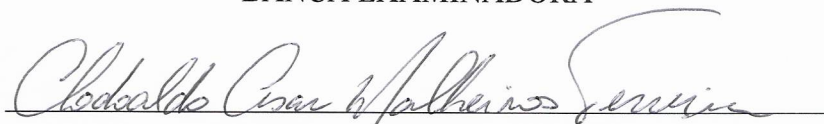
Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
curso de graduação em Engenharia Civil –
UEMA, como requisito para obtenção do título
de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Clodoaldo César
Malheiros Ferreira.

Coorientador: Eng. Esp. Márcio Pereira Sena

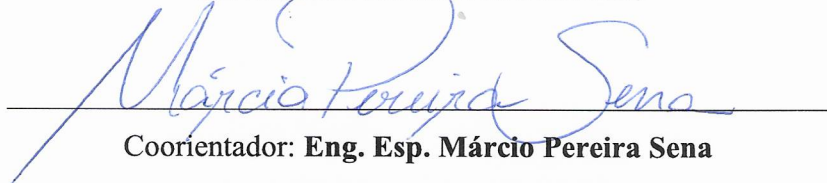
Aprovado em: 05 / 12 / 2018

BANCA EXAMINADORA



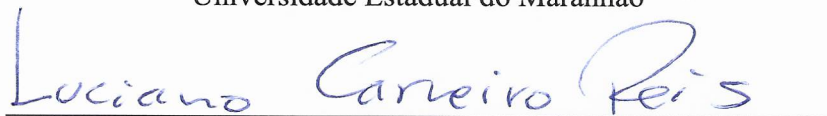
Orientador: **Prof. Msc. Clodoaldo César Malheiros Ferreira**

Universidade Estadual do Maranhão



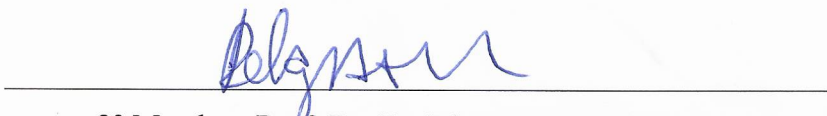
Coorientador: **Eng. Esp. Márcio Pereira Sena**

Universidade Estadual do Maranhão



1º Membro: **Prof. Msc. Luciano Carneiro Reis**

Instituto Federal do Maranhão



2º Membro: **Prof. Dr. Rodrigo de Azevedo Neves**

Universidade Estadual do Maranhão

Ao meu pai Francisco Araújo de Mesquita e à
minha mãe Cleonice de Araújo Lima Mesquita,
por todo o amor e esforço para que eu consiga
realizar meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, primeiramente, por me abençoar em meio todas as dificuldades que passei durante todos esses anos, não só por ter me dado a capacidade e coragem de passar por elas, mas também por sempre ter me dado motivação para seguir em frente.

Aos meus pais, Francisco Araújo de Mesquita e Cleonice de Araújo Lima Mesquita, por todo o amor e sacrifícios.

Aos meus irmãos, por todo o apoio e parceria, me incentivando e acreditando na minha capacidade.

Ao meu orientador, Clodoaldo César Malheiros Ferreira, por sua dedicação e comprometimento que me inspiraram a seguir o caminho mais nobre na engenharia.

Ao meu Coorientador, Márcio Pereira Sena, por sempre disponibilizar seu tempo para a realização deste trabalho, além de sua grande amizade e conselhos.

Aos meus amigos, por todos os momentos inesquecíveis, em especial a Mariana Rodrigues, Alexandre Oliveira, Ana Beatriz, Jorge Vital e Nicolas Mota.

E por fim, a Amanda Paiva, por toda a compreensão e carinho nos momentos mais difíceis.

RESUMO

Este trabalho aborda o dimensionamento de vigas protendidas biapoiadas pós tracionadas com uso de computador (Mathcad). Haja visto que o dimensionamento de estruturas é um processo iterativo, o que implica a necessidade de se repetir várias vezes o mesmo processo até se obter o resultado desejado. Neste trabalho, foram elaborados rotinas e processos de cálculos que, a partir da inserção de dados de maneira intuitiva, realize o dimensionamento da estrutura considerando os Estados Limites. Objetivou-se também, através da rotina automatizada, disponibilizar a solução mais econômica por meio da saída de dados informando a quantidade de cordoalhas necessárias, cabendo ao usuário decidir qual será a configuração de conjunto de cordoalhas será adotado. Com o traçado geométrico parabólico determinado serão calculadas as perdas de protensão, e os resultados destas etapas apresentados em gráficos. A ancoragem utilizada é ativa-passiva, implicando em uma perda de protensão maior, contudo facilitando a execução. Os resultados obtidos por meio da rotina, são comparados e analisados com os exemplos numéricos.

Palavras-chave: Concreto protendido. Vigas protendidas. Dimensionamento por computador.

ABSTRACT

This work deals with the dimensioning of bi supported post-traction prestressed beams using computer (Mathcad). Since the dimensioning of structures is an iterative process, which implies the need to repeat the same process several times until the desired result is obtained. In this work, routines and calculation processes were elaborated that, from the insertion of data in an intuitive way, carried out the dimensioning of the structure considering the Limit States. It was also aimed, through the automated routine, to provide the most economical solution by means of the output of data informing the amount of necessary struts, and it is up to the user to decide what will be the configuration of the strings set will be adopted. With the determined parabolic geometric tracing, the losses of the pretension will be calculated, and the results of these steps will be presented in graphs. The anchorage used is active-passive, implying a greater loss of protension, however facilitating execution. The results obtained through the routine are compared and analyzed with the numerical examples.

Keywords: Prestressed concrete. Proposed beams. Sizing by computer

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ação da protensão na viga	21
Figura 2 - Pré-tração: sequência construtiva	23
Figura 3 – Detalhe monocordoalha	24
Figura 4 – Força de protensão em função da abertura de fissura	27
Figura 5 – Diagrama tensão deformação para aços de armadura passiva	33
Figura 6 – Diagrama tensão deformação para aços de armadura ativa	34
Figura 7 – Bainha metálica.....	37
Figura 8 – Sistema de ancoragem ativa.....	38
Figura 9 – Sistema de pós-tração.....	38
Figura 10 – Equipamentos para injeção de calda de cimento.....	39
Figura 11– Diagrama de forças $P0x$, após perdas por atrito e acomodação da ancoragem	42
Figura 12 – Encurtamento e perda de tensão na armadura.....	46
Figura 13 – Ilustração de comparação entre relaxação e fluência do aço	47
Figura 14 – Tensões e deformações na seção retangular no ELU para concretos inseridos no Grupo I de resistência ($f_{ck} \leq 50MPa$).....	50
Figura 15 - Tensões e deformações na seção T no ELU	52
Figura 16 – Estado-limite de descompressão parcial	57
Figura 17 – Perfil dos cabos em vigas hiperestáticas.	61
Figura 18 – Distribuição de tensões na seção em função do ponto de aplicação da força de protensão. a) P aplicada no baricentro da seção; b) P aplicada fora do baricentro e dentro do perímetro do núcleo central de inércia; c) P aplicada no perímetro do núcleo central de inércia; d) P aplicada fora do núcleo central de inércia.....	63
Figura 19 – Representação da geometria parabólica do cabo representante	64
Figura 20 – Curvas limites no estado em vazio e serviço - Mathcad	64
Figura 21 – Curvas limites: tensões no estado em vazio	65
Figura 22 – Conceito de balanceamento de cargas em concreto protendido.....	67
Figura 23 - Diagramas de esforços sob carga uniformemente distribuída	68
Figura 24 – Planta baixa laje de cobertura que contribui para a viga VP2.....	69
Figura 25 – Seção transversal da viga VP2	70
Figura 26 – Vista longitudinal da viga VP2	70
Figura 27 – Charneiras plásticas dos dois tipos de painéis da laje de cobertura	71
Figura 28 – Coeficientes de majoração	72

Figura 29 – Exemplo 1 - Posição do cabo representante em relação a linha neutra - Mathcad	76
Figura 30 – Exemplo 1 - Vista longitudinal do cabo representante	77
Figura 31 – Exemplo 1 -Variação angular e de perda de protensão devido ao atrito - Mathcad	78
Figura 32 – Exemplo 1 - Programação em Mathcad para verificação do ELU - Mathcad	91
Figura 33 – Exemplo 2 - Esquema da planta baixa do pavimento da edificação	93
Figura 34 – Exemplo 2 – Esquema da seção transversal da viga	94
Figura 35 – Dados de entrada na rotina automática do Mathcad	94
Figura 36 – Coeficientes e parâmetros	95
Figura 37 – Resistências características e de cálculo do concreto - Mathcad	96
Figura 38 – Exemplo 2 - Combinações últimas - Mathcad	97
Figura 39 – Exemplo 2 – Pré-dimensionamento no ELS-F - Mathcad	98
Figura 40 – Exemplo 2 – Pré-dimensionamento ELS-D - Mathcad.....	98
Figura 41 – Exemplo 2 – Posição do cabo representante em relação a linha neutra - Mathcad	100
Figura 42 – Alongamento teórico - Mathcad.....	101
Figura 43 – Verificação da fase de execução a j dias, considerando a protensão e o carregamento g_1	106
Figura 44 – Exemplo 2 – Verificação das tensões limites – ELS-F	107
Figura 45 – Exemplo 2 – Verificação de tensões limites ELS-D	107
Figura 46 – Exemplo 2 – Programação em Mathcad para verificação do ELU	110
Figura 47 – Exemplo 2 - Programação em Mathcad para verificação da variação do erro....	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Correspondência entre a classe de agressividade e qualidade do concreto	30
Tabela 2 – Deformações Específicas de encurtamento do concreto	33
Tabela 3 – Tensão no aço σ_{pd} (Mpa) (adaptado de Vasconcelos)	35
Tabela 4 – Coeficiente de atrito de acordo com a NBR-6118 (2014)	36
Tabela 5 – Valores de λ e X para perfis típicos da armadura.....	43
Tabela 6 – Perda de protensão por deformação imediata do concreto sofrida em cada cabo quando há protensão sequenciada.....	44
Tabela 7 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas	55
Tabela 8 – Níveis de protensão e estados limites de serviço a verificar (caso particular de uma viga sujeita a momento fletor positivo)	56
Tabela 9 – Combinações últimas.....	58
Tabela 10 – Combinações de serviço	59
Tabela 11 – Coeficiente γ_f	60
Tabela 12 – Exemplo 1 – Perda de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad	80
Tabela 13 – Comparação entre os resultados obtidos pelo Autor e pelo Eng. Msc. João Celso M. Marques.....	92
Tabela 14 – Variação angular, perda de protensão por atrito e variação da perda de protensão - Mathcad	102
Tabela 15 – Exemplo 2 – Perda de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad	103
Tabela 16 – Comparação entre os resultados obtidos pelo Autor e pelo Eng. Msc. Ralf Klein	112

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura ..	26
Quadro 2 – Escolha do tipo de protensão	26
Quadro 3 – Verificações para a determinação da quantidade da armadura longitudinal	48

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Curva tensão deformação cordoalha CP-190	36
Gráfico 2 – Exemplo 1 - Traçado geométrico do cabo representante - Mathcad.....	77
Gráfico 3 – Exemplo 1 - Perdas de protensão por atrito - Mathcad	79
Gráfico 4 – Exemplo 1 - Perdas de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad	80
Gráfico 5 – Exemplo 1 - Perdas de protensão iniciais - Mathcad	82
Gráfico 6 – Exemplo 2- Traçado geométrico do cabo representante - Mathcad.....	101
Gráfico 7 – Exemplo 2 – Perda de protensão por atrito - Mathcad	102
Gráfico 8 – Exemplo 2 – Perdas de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad....	103
Gráfico 9 – Exemplo 2 – Perda de protensão iniciais - Mathcad	105

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI – American Concrete Institute

CAA – Classe de Agressividade Ambiental

CF – Combinações Frequentes

CP – Concreto Protendido

ELS – Estado Limite de Serviço

ELS-D – Estado Limite de Descompressão

ELS-DEF – Estado Limite de Deformação Excessiva

ELS-F – Estado Limite de Formação de Fissuras

ELS-W – Estado Limite de Abertura de Fissuras

ELU – Estado Limite Último

CQP – Combinações Quase Permanentes

CR – Combinações Raras

NBR – Norma Brasileira

RB – Relaxação baixa

RB – Relação normal

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. JUSTIFICATIVA	18
1.2. OBJETIVO GERAL	18
1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.4. ESCOPO DO TRABALHO	19
2. METODOLOGIA	20
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
3.1. CONCRETO PROTENDIDO	21
3.2. FORÇA DE PROTENSÃO	21
3.2.1. Valores-limites da força na armadura de protensão	22
3.3. TIPOS DE PROTENSÃO: CLASSIFICAÇÃO	23
3.3.1. Pré-tração	23
3.3.2. Pós-tração com aderência posterior	23
3.3.3. Pós-tração sem aderência posterior	24
3.4. NÍVEL DE PROTENSÃO	25
3.4.1. Protensão Completa	27
3.4.2. Protensão Limitada	28
3.4.3. Protensão Parcial	28
3.5. MATERIAIS	29
3.5.1. Concreto	29
3.5.1.1. Peso específico	30
3.5.1.2. Coeficiente de dilatação térmica	30
3.5.1.3. Resistência à compressão	30
3.5.1.4. Resistência à tração	31
3.5.1.5. Módulo de elasticidade	32
3.5.1.6. Deformações no concreto	32
3.5.2. Aço de armadura ativa	33

3.5.3.	Bainha	36
3.5.4.	Ancoragem.....	37
3.5.5.	Espaçamento mínimo.....	38
3.5.6.	Calda de cimento	39
3.6.	PERDAS DE PROTENSÃO.....	39
3.6.1.	Perdas de protensão iniciais.....	39
3.6.1.1.	Perdas por atrito	39
3.6.1.2.	Perdas por acomodação da ancoragem	40
3.6.1.3.	Perdas por deformação elástica do concreto.....	43
3.6.2.	Perdas de protensão progressivas no tempo	45
3.6.2.1.	Perdas por retração do concreto.....	45
3.6.2.2.	Perdas por fluência do concreto.....	46
3.6.2.3.	Perdas por relaxação do aço e fluência do aço	47
4.	CRITÉRIOS DE PROJETO	48
4.1.	ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU).....	48
4.1.1.	Verificação do Estado Limite Último (ELU)	49
4.1.1.1.	Roteiro de cálculo	49
4.1.1.2.	Momento resistente da seção retangular.....	50
4.1.1.3.	Momento resistente da seção T.....	52
4.1.2.	Verificação da fase de execução.....	53
4.1.3.	Armadura mínima de tração	54
4.1.4.	Estados Limite de Serviço (ELS)	55
4.1.4.1.	Estados limites de formação de fissuras (ELS-F).....	56
4.1.4.2.	Estados limites de abertura das fissuras (ELS-W).....	56
4.1.4.3.	Estados limites de deformações excessivas (ELS-DEF)	56
4.1.4.4.	Estados limites de descompressão (ELS-D)	56
4.1.4.5.	Estados limites de descompressão parcial (ELS-DP).....	57

4.1.4.6.	Estados limites de compressão excessiva (ELS-CE).....	57
4.1.4.7.	Estados limites de vibrações excessivas (ELS-VE).....	57
4.2.	COMBINAÇÕES DE AÇÕES	57
4.2.1.	Combinações últimas.....	57
4.2.2.	Combinações de serviço	59
4.3.	TRAÇADO GEOMÉTRICO DOS CABOS	60
4.3.1.	Fundamento físico do traçado.....	60
4.3.2.	Influência de aspectos construtivos	61
4.3.3.	Cabo representante.....	61
4.4.	FUSO LIMITE	64
4.5.	BALANCEAMENTO DE CARGAS	66
5.	EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	69
5.1.	EXEMPLO 1	69
5.1.1.	Geometria	69
5.1.2.	Carregamentos	70
5.1.2.1.	Peso próprio	70
5.1.2.2.	Contribuição da laje	70
5.1.3.	Parâmetros de projeto	72
5.1.4.	Combinação das ações	74
5.1.5.	Pré-dimensionamento	74
5.1.6.	Dimensionamento da armadura ativa	75
5.1.7.	Traçado geométrico do cabo representante	76
5.1.8.	Alongamento teórico	78
5.1.9.	Cálculo das perdas de protensão.....	78
5.1.9.1.	Perdas de protensão por atrito.....	78
5.1.9.2.	Perdas de protensão por acomodação	79
5.1.9.3.	Perdas de protensão por encurtamento imediato do concreto	80

5.1.9.4. Perdas de protensão progressivas	81
5.1.9.5. Perdas de protensão iniciais totais	81
5.1.9.6. Perdas de protensão totais.....	82
5.1.10. Cálculo da verificação da fase de execução	82
5.1.11. Verificação das tensões.....	83
5.1.12. Balanceamento de cargas.....	84
5.1.13. Cálculo da área de aço passiva	84
5.1.13.1. Cálculo da armadura mínima passiva.....	86
5.1.14. Cálculo da abertura de fissuras	86
5.1.15. Verificação do Estado Limite Último.....	88
5.1.16. Comparação dos resultados para o exemplo 1.....	92
5.2. EXEMPLO 2.....	93
5.2.1. Geometria	93
5.2.2. Carregamentos	94
5.2.3. Parâmetros de projeto	95
5.2.4. Combinação de ações	97
5.2.5. Pré-dimensionamento	98
5.2.6. Dimensionamento da armadura ativa	99
5.2.7. Traçado geométrico do cabo representante	99
5.2.8. Alongamento teórico	101
5.2.9. Cálculo das perdas de protensão.....	101
5.2.9.1. Perdas de protensão por atrito.....	101
5.2.9.2. Perdas de protensão por acomodação da ancoragem.....	102
5.2.9.3. Perdas por encurtamento imediato do concreto.....	104
5.2.9.4. Perdas de protensão progressivas	104
5.2.9.5. Perdas de protensão iniciais totais	105
5.2.10. Perda de protensão total.....	105

5.2.11.	Cálculo da verificação da fase de execução	106
5.2.12.	Verificações das tensões	107
5.2.13.	Balanceamento de cargas.....	108
5.2.14.	Cálculo da área de aço passiva	108
5.2.15.	Cálculo da armadura mínima passiva	110
5.2.16.	Verificação do Estado Limite Último	110
5.2.17.	Comparação dos resultados para o exemplo 2.....	112
6.	CONCLUSÃO.....	113
	REFERÊNCIAS	114
	ANEXOS	117

1. INTRODUÇÃO

As construções são feitas pelos homens por várias finalidades, historicamente, a primeira preocupação foi a habitação e suas derivações como hospitais, escolas, ginásios e estádios. Depois surgiu uma segunda grande motivação que é a locomoção: rodovias, ferrovias, hidrovias, pontes, túneis e viadutos. A terceira, em busca de um maior conforto, o homem buscou o transporte de águas, aquedutos, reservatórios de água e silos. Por último, a necessidade de uma melhor da qualidade de vida através do tratamento de água, de resíduos e etc. O concreto armado foi a primeira solução moderna criada para atender essas preocupações, e o seu desenvolvimento se deu a partir da criação do cimento Portland, na Inglaterra, em 1824. Nos anos posteriores outros países também começaram a produzi-lo, como a França e a Alemanha, e a criar várias formas de melhorar as características de resistência e durabilidade do concreto.

Já no final do século 19 o mundo inteiro já conhecia a possibilidade do uso do concreto armado. Em 1886, o americano P. J. Jackson propõe a primeira sugestão de pré-tensionar o concreto, e no mesmo ano o alemão Matthias Koenen cria um método de dimensionamento empírico do concreto armado, a partir de ensaios laboratoriais realizados pelo francês Monier.

Com o desenvolvimento do estudo da protensão várias patentes de métodos de protensão foram solicitados, contudo sem sucesso, pois a protensão se esvaia em virtude das perdas progressivas no tempo (retração e fluência), desconhecidas na época. No início do século 20 Mörsch formulou fundamentos teóricos do concreto armado, frutos do estudo de Koenen, que perduraram no mundo todo por várias décadas. Em torno de 1912, ambos concordaram que os efeitos da protensão se perdiam em virtude dos fenômenos de retração e fluência.

Em 1919, K. Wettstein (Alemanha) fabricou painéis de concreto protendido utilizando cordas de aço para piano, porém só em 1923 o americano R.H. Dill reconheceu a necessidade de usar aços de alta resistência para subjugar as perdas de protensão. O primeiro trabalho consistente sobre concreto protendido foi apresentado por Freyssinet e se tornou uma das maiores personalidades que contribuíram para o desenvolvimento da tecnologia.

No Brasil (1948), a ponte do Galeão (Rio de Janeiro), foi a primeira obra em concreto armado com 380 m de comprimento, e ficou registrada como a maior ponte do mundo, na época. O sistema utilizado foi o de Freyssinet e todo o material foi importado da França, inclusive cabos de protensão (fios envoltos por camadas de papel Kraft). Esse é o primeiro registro do uso do concreto protendido no Brasil, sobretudo CP “sem aderência”.

Só após 10 anos após a construção da ponte do Galeão surgem no Brasil as bainhas metálicas que possibilitam o uso do CP com aderência posterior, o que consiste na injeção de

argamassa de cimento dentro da bainha gerando atrito entre a cordoalha ou fio e o concreto. Esse sistema possibilitou vencer maiores vãos e suportar maiores cargas.

Hoje, utilizam-se as Normas Brasileiras NBR 7197 (1989), NBR 6118 (2014) e outras, que foram baseadas no comitê Euro-Internacional du Betón (CEB/FIP), publicado em 1978, e estudos realizados por figuras percursoras.

O uso de estruturas em concreto protendido vem se popularizando em virtude dos seus benefícios, e seu uso é mais frequente em obras de edificações com aplicação de cordoalhas não aderentes, contudo este trabalho contempla o estudo e dimensionamento de cordoalhas com ou sem aderência.

1.1. JUSTIFICATIVA

Devido a necessidade de se utilizar maiores vãos, surgiu-se uma solução bastante interessante: a protensão. Assim como em outras áreas, existe a necessidade de se agilizar um método de cálculo repetitivo, a tendência é a utilização de softwares que reduzem drasticamente o tempo que se dedicava para efetuar rotinas de cálculo. Na protensão, evidentemente, não é diferente, porém, atualmente é quase inexistente a disponibilidade de softwares gratuitos que possam auxiliar não só estudantes, mas também profissionais que têm interesse em aprender mais sobre o assunto.

O mercado oferece softwares inacessíveis financeiramente para a maioria dos acadêmicos, e até mesmo para profissionais tornam-se um investimento relativamente oneroso, e que para continuar utilizando sem prejuízos, é necessário requerer constantes atualizações, visto que a norma é revisada a cada 5 anos.

O desenvolvimento dessa rotina reflete o crescimento da utilização de métodos computacionais que atribuem rapidez e facilidade no estudo de dimensionamento de estruturas. Desta maneira, este trabalho almeja o desenvolvimento de uma rotina de cálculo em Mathcad que, em trabalhos posteriores se tornará uma ferramenta livre (gratuita) para o público que se interessar por este assunto, seja no âmbito profissional ou acadêmico.

1.2. OBJETIVO GERAL

Desenvolver uma rotina de cálculo automatizada que dimensione vigas protendidas bi apoiadas pós-tracionadas para seções retangular e “T”, com geometria de cabo parabólica. Além

disso, que calcule as perdas de protensão e verifique o ELU, e sugira ao usuário uma solução eficiente e econômica.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver uma rotina automatizada de dimensionamento que possa ser implementada em um software em trabalhos posteriores;
- Realizar um estudo a respeito dos métodos de dimensionamento;
- Analisar os resultados obtidos através da rotina automatizada e compará-los com bibliografias e exemplos reais;
- Implementar um roteiro de dimensionamento que ajude ao usuário entender os resultados de saída.

1.4. ESCOPO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em 6 capítulos, sendo a introdução o primeiro, o segundo a metodologia, o terceiro e o quarto a fundamentação teórica, o quinto, a aplicação numérica e o sexto para as conclusões sobre o assunto abordado.

O capítulo 1, Introdução, apresenta um breve histórico sobre o surgimento e utilização do concreto protendido no Brasil e no mundo. Além disto, são elucidados os objetivos (geral e específicos) e a justificativa do trabalho.

O capítulo 2, Metodologia, apresenta a metodologia utilizada para realização deste trabalho.

O capítulo 3, apresenta o conteúdo teórico necessário para entender o dimensionamento de vigas protendidas pós-tracionadas.

Os capítulos 4, apresentam os critérios de projetos que definem características do concreto protendido.

O capítulo 5, Exemplo Numérico, é a aplicação dos conceitos teóricos por meio do dimensionamento de estruturas em concreto protendido, bem como as devidas verificações de acordo com as Normas Brasileiras. E por fim, a apresentação dos resultados através de comparações com os resultados dos autores.

O capítulo 6, apresenta as conclusões do trabalho, resultados obtidos, e considerações finais.

2. METODOLOGIA

Inicialmente será definido qual método de dimensionamento será adotado, visto que estruturas de concreto protendido podem ser dimensionadas para o Estado Limite Último (ELU) e verificadas no o Estado Limite Serviço (ELS) e vice-versa. Assim, para este trabalho, será adotada a segundo opção, de modo a dimensionar para as condições de uso da estrutura.

Após criada uma rotina de cálculo que verifique todas as situações de resistência da estrutura, será utilizado o Mathcad para realizar a processo de cálculo de maneira automatizada, contudo, devido à complexidade do assunto, serão definidas condições que serão apresentadas no decorrer do trabalho.

Dado essas etapas iniciais, para atestar a credibilidade, será comparado os resultados com exemplos como a viga protendida do Novo Pórtico de Entrada da UEMA de 30 m, dimensionada e projetada pelo prof. Msc. João Celso Martins Marques e com o exemplo de dissertação de mestrado do engenheiro Msc. Ralf Klein.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

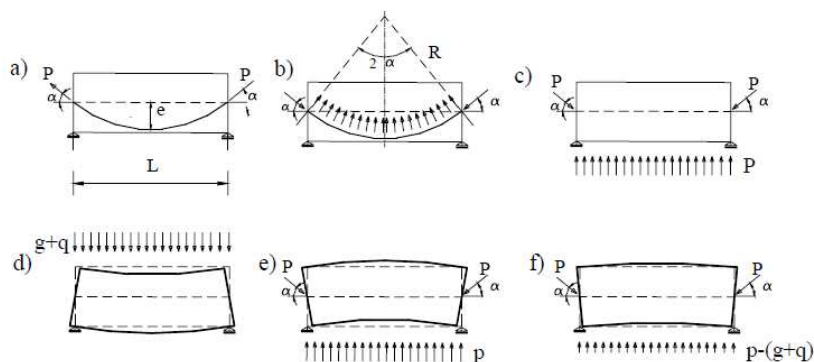
3.1. CONCRETO PROTENDIDO

Segundo PFEIL (1984, p. 1), “A protensão pode ser definida como o artifício de introduzir, numa estrutura, um estado prévio de tensões”. Esse estado prévio de tensões é caracterizado pela aplicação de uma força de compressão na estrutura combatendo os carregamentos solicitantes, de maneira que se crie um carregamento contrário possibilitando vencer grandes vãos, como mostra a Figura 1.

Já para Hanai (2005), elementos de concreto protendido são uma estrutura na qual parte da armadura é previamente alongada utilizando dispositivos de protensão que têm como objetivo limitar a abertura de fissuras e consequentemente os deslocamentos verticais.

Para realizar a protensão, é necessário definir se será constituída por fios, barras, feixes ou cordões. O conjunto de armadura de protensão é denominada cabo e pode ser designada como armadura ativa, segundo a NBR 7197 (1982).

Figura 1 – Ação da protensão na viga



Fonte: Carvalho (2017, p.34)

3.2. FORÇA DE PROTENSÃO

Segundo a Norma Brasileira NBR 6118 (2014), a força média que atua na armadura de protensão pode ser expressa por:

$$P_t(x) = P_0(x) - \Delta P_t(x) = P_i - \Delta P_0(x) - \Delta P_t(x)$$

Onde:

$$P_0(x) = P_i - \Delta P_0(x)$$

3.2.1. Valores-limites da força na armadura de protensão

Durante a operação (estiramento da armadura) a força de tração não pode ultrapassar os valores estipulados na NBR 6118 (2014) item 9.6.1.2.1:

a) Armadura pré-tracionada

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,90 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços RN}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços RB}$$

b) Armadura pós-tracionada

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,87 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços RN}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,82 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços RB}$$

Para as cordoalhas engraxadas, com aços da classe de relaxação baixa, os valores-limites da tensão σ_{pi} da armadura de protensão na saída do aparelho de tração podem ser elevados para $0,80f_{ptk}$ e $0,88f_{pyk}$;

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{ptk} \\ 0,88 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços RB (pós-tração)}$$

Nos aços CP-85/105, fornecidos em barras, os limites passam a ser $0,72f_{ptk}$ e $0,88 f_{pyk}$, respectivamente.

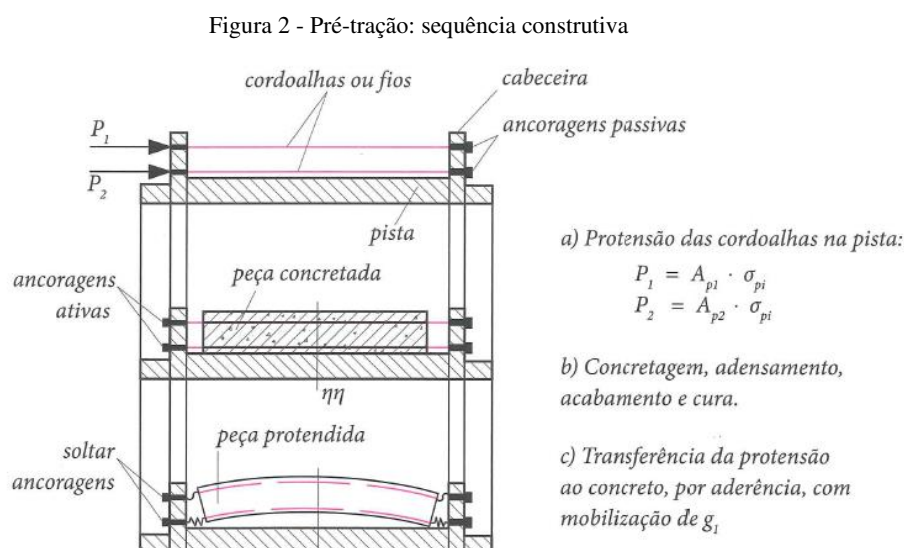
$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,72 \cdot f_{ptk} \\ 0,88 \cdot f_{pyk} \end{cases}, \text{ para aços CP 85/10 em barra}$$

3.3. TIPOS DE PROTENSÃO: CLASSIFICAÇÃO

3.3.1. Pré-tração

De acordo com CHOLFE e BONILHA (2016, apud NBR 6118, 2014) a pré-tração trata-se de concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto. E que a ligação da armadura é desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem do se concreto realiza só por aderência.

Este processo, assim como o de pós-tração, são métodos construtivos e influenciam no método de cálculo. O método de fabricação é feito por meio de uma pista de protensão na qual a armadura (cordoalhas ou fios) é tracionada utilizando as cabeceiras como apoios, como ilustra a seguir:



Fonte: Cholfé e Bonilha (2016, p. 50)

3.3.2. Pós-tração com aderência posterior

Tipo de protensão em que o pré-alongamento é efetuado após a concretagem e utiliza o próprio concreto como apoios para a protensão. A aderência entre a armadura ativa e o concreto se dá através da injeção da calda cimento dentro das bainhas. (BASTOS, 2015)

Pós-tração com aderência posterior pode ser resumida em três etapas, segundo Cholfé e Bonilha (2016).

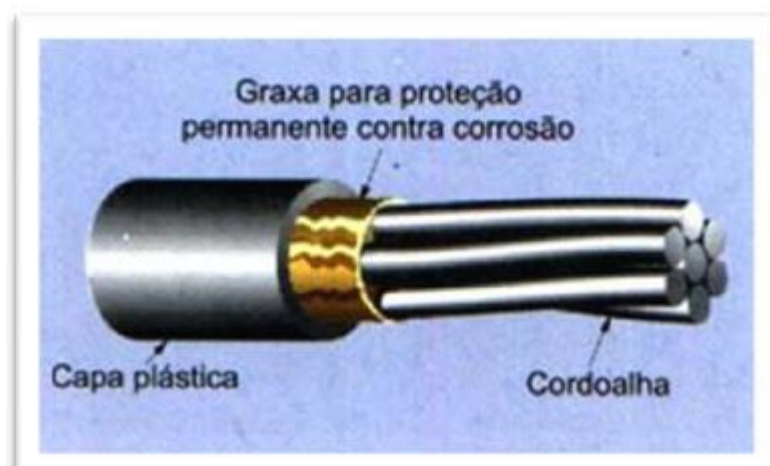
- a) Preparação da estrutura: formas, armaduras passivas, colocação de cabos (kit completo com armadura, ancoragens e acessórios).
- b) Concretagem da peça sem que haja o contato entre o concreto e a armadura a ser protendida, adensamento e cura. Após o endurecimento do concreto até atingir a resistência especificada no projeto, efetua-se a protensão. Nesse ato, ocorre a mobilização do peso próprio e dever ser feita a verificação correspondente.
- c) Atendidas as exigências de projeto com relação aos valores de protensão e respectivos alongamentos de armaduras, começam as operações de injeção de calda cimento, até preencher os vazios existentes dentro das bainhas. Em seguida, são efetuados os acabamentos finais como os cortes das sobras de aço junto às ancoragens, preenchimento dos nichos.

3.3.3. Pós-tração sem aderência posterior

Apresenta características similares que a pós-tração com aderência como o pré-alongamento da armadura após o endurecimento do concreto e o uso da própria peça de concreto como apoios da armadura de protensão, porém, o atrito entre a bainha e o concreto não existe devido a uma camada de graxa que lubrifica a cordoalha reduzindo o atrito.

Esse método ganhou popularidade devido a simplificação do processo de protensão com equipamentos e acessórios mais acessíveis.

Figura 3 – Detalhe monocordoalha



Fonte: Moura (2010)

Moura (2010, p. 25) apresenta algumas características do sistema não aderente:

- Dispensa bainhas e posterior injeção;
- Baixas perdas por atrito;

- Simplificação do processo de protensão (macaco portátil e de fácil manuseio);
- Cordoalhas flexíveis, com boa trabalhabilidade na montagem;
- Pequenas ancoragens, minimizando o problema de concentração de tensões;
- Proteção garantida contra oxidação ao longo da cordoalha;
- Sistema monocordoalha, com baixa capacidade de protensão por unidade: 15 tf iniciais e (em torno de) 12 tf finais;
- Necessita de mais armadura passiva para atender à ruptura (estado limite último), quando comparado ao CP com aderência;
- Toda responsabilidade de funcionamento do sistema repousa no sistema de ancoragem: cunhas e placas de ancoragem ativa e passiva.

3.4. NÍVEL DE PROTENSÃO

O advento do concreto protendido traz consigo várias vantagens, contudo, é necessário analisar quais condições de serviço estará sujeito para obter um bom desempenho. Para armadura ativa, existe a possibilidade de corrosão sob tensão, segundo a NBR 6118, e os limites de aberturas devem ser respeitados e acontecem devido a tração na borda inferior da seção do concreto, para isso é necessário variar a força de protensão.

“Os níveis de protensão estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão, que por sua vez é função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva”. (ISHITANI e FRANÇA, 2002, p. 24)

As tabelas abaixo retiradas da NBR 6118:2014 item 13.4.2 e VERÍSSIMO e CÉSAR (1998, p. 50), apresentam qual o nível de protensão, assim como a abertura máxima que a estrutura deve ter de acordo com a classe de agressividade ambiental.

Quadro 1 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	—
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D ^a	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ^a	Combinação frequente

^a A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50$ mm (Figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

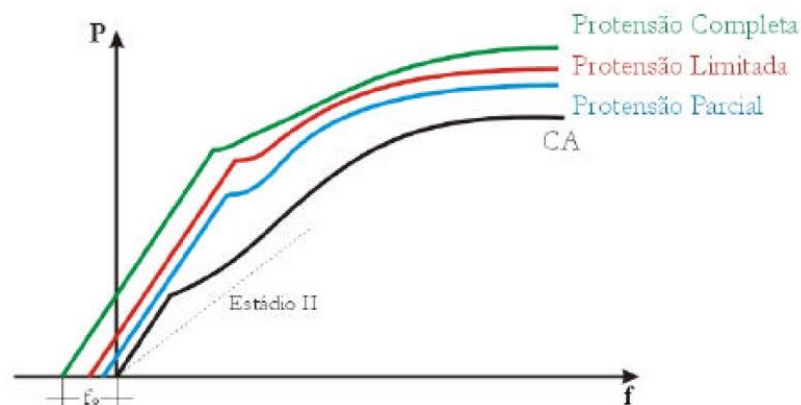
Quadro 2 – Escolha do tipo de protensão

Nível de agressividade do ambiente	Exigências mínimas quanto ao tipo de protensão
muito agressivo	protensão completa
pouco agressivo	protensão limitada
não-agressivo	protensão parcial

Fonte: Veríssimo e César (1998, p. 50)

A força de protensão gera um carregamento contrário ao da ação solicitante, por isso sua intensidade determina o quanto a borda inferior será tracionada, assim, ISHITANI e FRANÇA (2002) afirmam que usualmente pode-se ter três níveis de protensão: completa, limitada e parcial.

Figura 4 – Força de protensão em função da abertura de fissura



Fonte: Ishitani e França (2002, p. 25)

3.4.1. Protensão Completa

Para atender o nível de protensão completa é necessário, segundo o Quadro 1 (Quadro 13.3 NBR 6118), cumprir requisitos quanto a fissuração e combinação de ações. No caso de elementos com armadura pré-tracionada sob condições de ambiente consideradas como classe de agressividade ambiental III e IV, devem seguir as seguintes exigências:

- a) Para combinações frequentes não se admite que haja tensões de tração no concreto, portanto deve-se verificar o Estado Limite de Descompressão (ELS-D), e a critério do projetista pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50 \text{ mm}$;
- b) Já para as combinações raras é preciso cumprir o Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F).

É errado pensar que a protensão total é a mesma coisa que protensão completa, visto que a protensão total tem um grau de protensão ligeiramente abaixo de 1, já na protensão total o grau de protensão é igual a 1, ou seja, há apenas o uso de armadura ativa.

Mesmo o uso da protensão completa ou total serem utilizadas com o objetivo de reduzir completamente a abertura de fissuras, isto é, proteger a armadura ativa, não há uma relação direta entre abertura de fissuras e corrosão. Além disso, segundo o estudo de Bachmann,

citado por Leonhardt (1983), há razões econômicas para adotar um grau de protensão na ordem de 0,5 a 0,6. (HANAI, 2005, p. 65, apud LEONHARDT, 1983)

3.4.2. Protensão Limitada

Os requisitos para o nível de protensão limitada também devem ser atendidos. No caso de elementos com armadura pré-tracionada sob condições de ambiente consideradas como classe de agressividade ambiental II ou com armadura pós-tracionada e CAA III e IV, devem seguir as seguintes exigências:

- a) Para combinações quase-permanentes não se admite que haja tensões de tração no concreto, portanto deve-se verificar o Estado Limite de Descompressão (ELS-D), e a critério do projetista pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50 \text{ mm}$;
- b) Já para as combinações frequentes é preciso cumprir o Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F).

3.4.3. Protensão Parcial

Semelhantemente, os requisitos para o nível de protensão parcial também devem ser atendidos. No caso de elementos com armadura pré-tracionada sob condições de ambiente consideradas como CAA I ou com armadura pós-tracionada e CAA I e II, devem seguir as seguintes exigências:

- a) Para combinações frequentes de ação se admite que haja aberturas, contanto que respeite-se os limites do Estado Limite de abertura de Fissuras (ELS-W), com $w_k \leq 0,2$.

Na norma anterior sobre projeto de concreto protendido (NBR 7197), havia ainda a necessidade de se respeitar o estado limite último de descompressão no caso de combinações quase-permanentes de ações, o que garantiria que o elemento estrutural, durante grande parte de sua vida útil, não apresentaria fissuras abertas (isto é, as fissuras poderiam se abrir com a atuação de todas as ações, mas uma vez retiradas as ações variáveis, de uma curta duração, elas se fechariam). (HANAI, 2005, p. 65, apud NBR 7197, 1989)

Conforme a NBR 6118 (2014), item 17.3.3.2, o valor da abertura de fissuras pode ser calculado de acordo com as seguintes expressões:

$$w_k \leq \begin{cases} \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \frac{3\sigma_{si,II}}{f_{ctm}} \\ \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

3.5. MATERIAIS

A escolha dos materiais utilizados varia de acordo com tipo de sistema de protensão será adotado. Torna-se necessário, assim, analisar quais as principais propriedades dos materiais que serão utilizados. No caso do concreto, pode-se citar não só propriedades mecânicas e elásticas, mas também características construtivas como composição química, mistura, vibração e cura. Já no caso do aço de protensão, pode pontuar-se a resistência elevada e o tipo de aderência. (CARVALHO, 2017)

3.5.1. Concreto

Estruturas protendidas requerem uma maior perícia na qualidade do concreto, assim como no seu processo de cura. Para Veríssimo (1998) a resistência de peças protendidas deve ser maior que peças em concreto armado, e apresenta os seguintes fatores que justificam essa afirmativa:

- a) A introdução da força de protensão pode causar solicitações prévias muito elevadas, frequentemente mais altas que as correspondentes a uma situação de serviço;
- b) O emprego de concretos e aços de alta resistência permite a redução das dimensões das peças, diminuindo seu peso próprio;
- c) Concretos de alta resistência possuem, em geral, módulo de deformação mais elevado, o que diminui tanto as deformações imediatas como as que ocorrem ao longo do tempo. Isso reduz os efeitos de perda de protensão oriundos da retração e fluência do concreto. (VERÍSSIMO e CÉSAR, 1998, p. 24)

Assim como o código modelo CEB-78 recomenda o uso de resistência maiores que 25MPa, a ABNT NBR 6118:2014 também estipula valores mínimos de resistência e relação água/cimento, de acordo com CAA.

Tabela 1- Correspondência entre a classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40
^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655. ^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado. ^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

Fonte: ABNT NRB 6118:2014

Para o dimensionamento de estruturas, sobretudo protendidas, é necessário conhecer as características dos materiais utilizados. Desta maneira, parâmetros como peso específico, coeficiente de dilatação, resistências a tração e compressão e módulo de elasticidade são exemplos. O ideal é que se realize ensaios laboratoriais para conhecê-los, porém, caso não se saiba, podem-se adotar valores padrões, como é mostrado a seguir de acordo com NBR 6118 (2014) e Cholfé e Bonilha (2016).

3.5.1.1. Peso específico

Na ausência de ensaios laboratoriais, segundo a NBR 6118 (2014), adota-se para efeito de cálculo o peso específico do concreto $\gamma_c = 24kN/m^3$ para concreto simples e $\gamma_c = 25kN/m^3$ para concreto armado ou protendido.

3.5.1.2. Coeficiente de dilatação térmica

Conforme a Norma Brasileira (NBR 6118:2014), para efeito de análise estrutural, o coeficiente de dilatação térmica pode ser adotado com o valor de $10^{-5}/C^{\circ}$.

3.5.1.3. Resistência à compressão

Na prática, as resistências adotadas para projetos de estruturas protendidas variam entre C30, C35 e C40, e tendem a aumentar para resistências maiores, afirmam Cholfe e Bonilha (2016).

Na ausência de ensaios específicos, pode ser estimada por meio da expressão no item 12.3.3.b da NBR 6118 (2014):

$$f_{ck,j} = \beta_1 \times f_{ck}, \text{ Onde: } \beta_1 = e^{\left\{s \times \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0,5}\right]\right\}}$$

Onde:

$f_{ck,j}$ = resistência à compressão característica a t dias;

f_{ck} = resistência à compressão característica a 28 dias;

β_1 = relação entre $f_{ck,j}/f_{ck}$;

$s = 0,38$ para concreto de cimento CPIII e CPIV – Lentos;

$s = 0,25$ para concreto de cimento CPI e II – Normais;

$s = 0,20$ para concreto de cimento CPV (ARI) – Rápidos;

t = idade fictícia do concreto em dias, com $t < 28$.

As expressões de cálculo que estimam a resistência característica do concreto foram determinadas a partir de um tratamento estatístico (curva de GAUSS) que afirma que $f_{ck,j} = f_{ck,inf}$. Ainda segundo a mesma Norma Brasileira (NBR 6118, 2014), as resistências de cálculo são adquiridas através da seguinte expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck,j}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

3.5.1.4. Resistência à tração

Podem ser classificadas em direto e indireta, segundo a NBR 6118 (2014), a primeira caracteriza a realização de ensaios e a resistência a tração direta f_{ct} pode considerada igual a $0,9f_{ct,sp}$ ou $0,7f_{ct,f}$, e devem ser obtidas através de ensaios segundo a NBR-7222 e NBR-12142. Na ausência de ensaios, considera-se a segunda, isto é, a indireta. Assim, para tração indireta f_{ct} , pode-se utilizar as seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$$

Onde:

Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck})$$

3.5.1.5. Módulo de elasticidade

É obtido através de ensaios estabelecidos na ABNT NBR 8522, e caso não se realize ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial, dispondo das seguintes equações:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20MPa a 50 MPa}$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55MPa a 90 MPa}$$

Sendo:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaiss;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Onde:

f_{ck} e E_{ci} são dados em MegaPascal (MPa).

3.5.1.6. Deformações no concreto

As deformações do concreto variam de acordo com a resistência característica do concreto. A norma preconiza que para classes que variam de 20 MPa a 50MPa, a deformação última é de 0,35%. Já para classes a partir de 55MPa, adota-se:

$$\varepsilon_{cu} = 0,26\% + 3,5\% \left[\frac{\left(90 - \frac{f_{ck}}{100} \right)}{100} \right]^4$$

Tabela 2 – Deformações Específicas de encurtamento do concreto

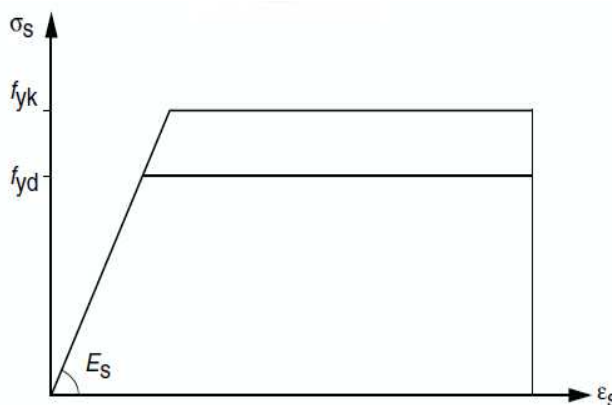
Classe do Concreto (MPa)	ϵ_{cu} (%)
C25	0,35%
C30	0,35%
C35	0,35%
C40	0,35%
C45	0,35%
C50	0,35%
C55	0,31%
C60	0,29%
C65	0,27%
C70	0,27%
C75	0,26%
C80	0,26%
C85	0,26%
C90	0,26%

Fonte: O Autor (2018)

3.5.2. Aço de armadura ativa

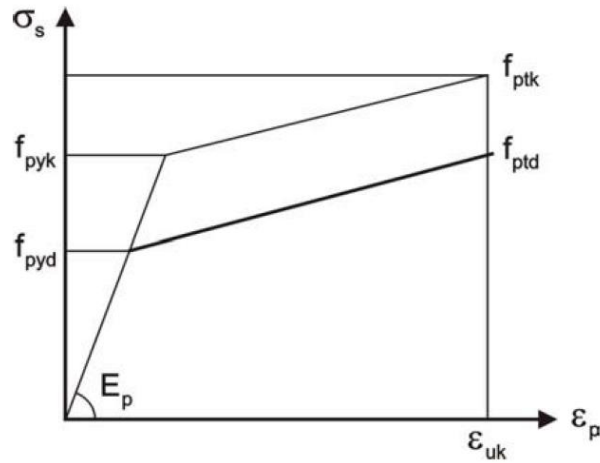
O aço para protensão apresenta características especiais para que seu uso seja vantajoso. Segundo Bastos (2015), apresenta alta resistência para permitir grandes alongamentos em regime elásticos e também para compensar as perdas de protensão que podem alcançar 415 Mpa. Além disso, não possuem patamar de escoamento, apresentam ductibilidade antes da ruptura, boa aderência, baixa relaxação e boa resistência à fadiga e a corrosão.

Figura 5 – Diagrama tensão deformação para aços de armadura passiva



Fonte: ABNT NRB 6118:2014

Figura 6 – Diagrama tensão deformação para aços de armadura ativa



Fonte: Bastos (2015, p. 26)

Essas características categorizam o tipo de aço que será utilizado, sobretudo quanto a sua resistência característica à ruptura por tração. As subcategorias empregadas são: diâmetro e relaxação. O diâmetro é determinado de acordo com o tipo de aço, já que o aço para protensão podem ser fios ou cordoalhas. A relaxação influencia diretamente sobre as perdas que a estrutura estará sujeita.

O módulo de elasticidade do aço, geralmente, é fornecido pelo fabricante, se aproximando de $E_p = 205GPa$ para fios e $E_p = 195GPa$ para cordoalhas. A NBR 6118 e o CEB (Comitê Euro-Internacional do Concreto) permitem, na ausência de ensaios, o uso de um valor médio $E_p = 200GPa$. (HANAI, 2005)

Como apresenta a Figura 5, aço para protensão apresentam dois comportamentos, sendo no primeiro um comportamento de acordo com os princípios da elástica e o segundo regido pelo escoamento do aço. Deste modo, a partir da deformação é possível determinar a tensão de protensão.

$$\epsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p}$$

Quando o valor da deformação total for menor que a deformação que define o escoamento do aço, pode-se afirmar:

$$\sigma_{pd} = \epsilon \cdot E_p$$

Caso o aço esteja escoando, é possível calcular o valor da tensão de protensão a partir da equação de uma reta:

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + (\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}) \cdot \left(\frac{f_{ptd} - f_{pyd}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{pyd}} \right)$$

Ainda é possível utilizar tabelas padronizadas onde se estabeleceu parâmetros, como módulo de elasticidade 200GPa e valores de tensão de escoamento e ruptura através de ensaios realizados pela Belga-Mineira (fabricante de aço para protensão).

Tabela 3 – Tensão no aço σ_{pd} (Mpa) (adaptado de Vasconcelos)

$\varepsilon(\text{‰})$	5,25	6,794	7,438	8,167	9,000	9,962	10,00	12,50	15,00	17,5
CP175	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
CP190	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517

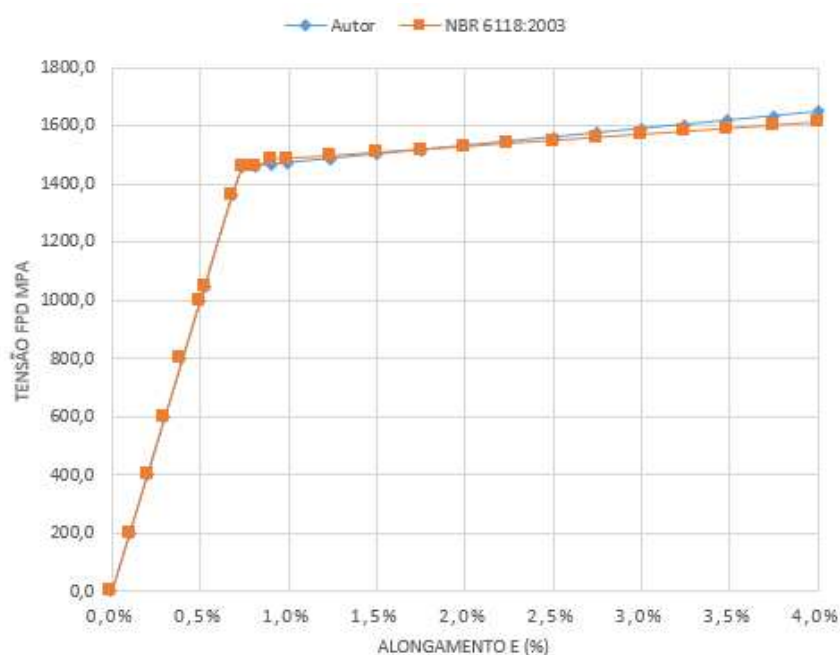
$\varepsilon(\text{‰})$	20,00	22,50	25,00	27,5	30,00	32,50	35,00	37,50	40,00
CP175	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	1474	1484
CP190	1527	1538	1548	1559	1569	1579	1590	1600	1611

Fonte: Carvalho (2015)

Foi adotada para este trabalho um valor genérico para a tensão de escoamento do aço, logo, os valores são: f_{ptk} e $f_{pyk} = 0,9 \cdot f_{ptk}$.

O gráfico abaixo foi elaborado conforme as recomendações da NBR 6118:2014 e os conteúdos teóricos apresentados anteriormente, e como pode ser percebido é praticamente igual ao da Norma Brasileira.

Gráfico 1 – Curva tensão deformação cordoalha CP-190



Fonte: Autor (2018, adaptado NBR 6118:2003)

3.5.3. Bainha

São tubos metálicos que envolvem a armadura ativa (protensão) e são usados nos casos de pós-tração com ou sem aderência posterior. Para gerar atrito entre a bainha e armadura de protensão é adicionado a calda cimento. Segundo a NBR 6118 (2014), os valores dos coeficientes de atrito são:

Tabela 4 – Coeficiente de atrito de acordo com a NBR-6118 (2014)

Tipos de superfícies de atrito	μ
Entre cabo e concreto	0,50
Entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainha metálica	0,30
Entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica	0,20
Entre fios lisos ou cordoalhas e bainhas metálica lubrificada	0,10
Entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada	0,05

Fonte: NBR 6118 (2014)

Figura 7 – Bainha metálica



Fonte: Bastos (2015)

3.5.4. Ancoragem

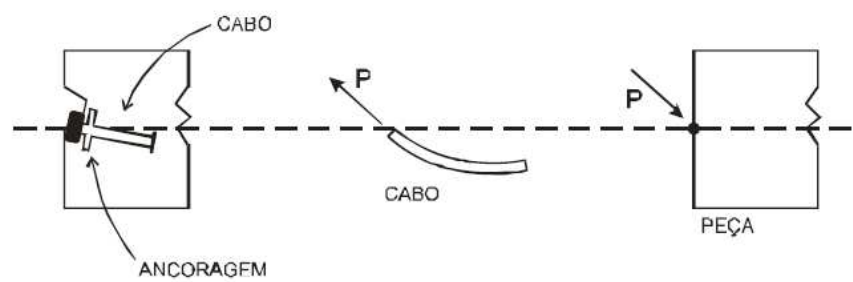
É um conjunto (formado por cunhas, porta cunhas e placas de apoio) de peças mecânicas contendo todos os componentes exigidos para ancorar (fixar) o aço para protensão e transmitir permanentemente a força de protensão ao concreto e impedindo que o cabo volte ao estado original. Segundo, Veríssimo e César (1998), as ancoragens podem ser agrupadas de acordo com as seguintes categorias:

- a) Ancoragem por aderência
- b) Ancoragem por meio de cunhas
- c) Ancoragem por meio de rosca e porca
- d) Ancoragem por meio de cabeçotes apoiados em calços de aço ou em argamassa injetada

A ancoragem é fixada nas extremidades e se usada para tensionar o aço de protensão é chamada de ativa. A mesma ancoragem, mais cunha, mais fôrma plástica é denominada como ancoragem passiva. (CAUDURO, 2002)

O cabo transmite à estrutura, de acordo com os princípios da 3ª Lei de Newton, através das ancoragens, uma carga concentrada de valor idêntico ao da força que o traciona.

Figura 8 – Sistema de ancoragem ativa



Fonte: Moura (2010, p. 32)

3.5.5. Espaçamento mínimo

Os elementos da armadura de protensão devem estar devidamente espaçados, conforme a NBR 7197 (1989), para que seja assegurado a aderência necessária. O espaçamento horizontal é responsável por possibilitar a passagem do vibrador de agulha e dos agregados graúdos do concreto.

Figura 9 – Sistema de pós-tração

Disposição das bainhas	Espaço livre	
	a_h (horizontal)	a_v (vertical)
	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 4\text{ cm}$	$\geq \phi_{ext}$ $\geq 5\text{ cm}$
	$\geq 1,2 \phi_{ext}$ $\geq 4\text{ cm}$	$\geq 1,5 \phi_{ext}$ $\geq 5\text{ cm}$

Fonte: NBR 7189 (1989)

3.5.6. Calda de cimento

A calda cimento ou nata, segundo a NBR 7681 (Calda de cimento para injeção) é uma mistura de cimento, água e aditivos, que tem como objetivo proporcionar aderência entre a armadura ativa e o concreto, nos pós tração, e proteger a armadura contra a corrosão. De acordo com Bastos (2015), utiliza-se cerca de 36 a 34 kg de água para cada 100kg de cimento.

Figura 10 – Equipamentos para injeção de calda de cimento



Fonte: Bastos (2015)

3.6. PERDAS DE PROTENSÃO

3.6.1. Perdas de protensão iniciais

Segundo Cholfe (2016), as perdas imediatas ocorrem no decorrer da transferência da força de protensão para o concreto no tempo $t = t_0$ e podem-se classificar em: perdas devidas ao atrito, perdas por acomodação da ancoragem e perdas devido ao encurtamento imediato do concreto.

3.6.1.1. Perdas por atrito

As perdas por atrito são devidas ao contato entre a bainha e o cabo, para cabos curvilíneos, há desvios de trajetória expressos por desvios angulares $\Delta\alpha$. De acordo com Carvalho (2017), mesmo em cabos retos pós-tracionados há perdas oriundas de ondulações chamadas de parasitárias. A fórmula que considera estes fatores pode ser expressa por de acordo com NBR 6118:2014, no item 9.6.3.3.2.2:

$$\Delta P(x) = P_i[1 - e^{-\mu(\sum \Delta\alpha + \beta x)}]$$

Onde:

P_i Força inicial de protensão;

$\sum \Delta\alpha$ é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto da abscissa x , em radianos;

μ é o coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha, na falta de dados experimentais pode ser estimado de acordo com a norma;

x é a abscissa do ponto onde se deseja calcular o valor da protensão considerando a perda por atrito.

β é o coeficiente de perda por metro devido a curvaturas não intencionais. Na falta de dados experimentais pode ser adotado 0,01 (1/m).

Não há grandes diferenças de resultados entre o método geral e o simplificado. Cholfe (2016, p. 150) “O processo simplificado em vigas produz resultados praticamente iguais aos do processo geral”. Porém, neste trabalho será adotado o método geral a fim de alcançar resultados mais precisos devido a importância dos resultados devido às perdas por atrito.

Como já dito anteriormente no item 1.2, a geometria adotada dos cabos é parabólica, desta forma, a equação genérica que rege sua trajetória é do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Segundo Guidorizzi (2001), a derivada de uma função $f(p)$ em um ponto de abscissa p , é o coeficiente angular da reta tangente. Então, para definir qual o valor angular de cada ponto a ser analisado, a função será derivada e será analisado apenas o valor do coeficiente angular da reta que acompanha x .

$$\sum \Delta\alpha(x) = 2ax$$

3.6.1.2. Perdas por acomodação da ancoragem

As perdas por acomodação acontecem, de acordo com Cholfe (2016), ao se transferir a força de protensão para a ancoragem e a extremidade do cabo sofre um escorregamento Δw . Porém esse deslocamento decresce devido ao efeito de atrito contrário, e ao mesmo passo que se aproxima da seção mais solicitada pode ser desprezível. Para se determinar a posição w em que o deslocamento do cabo é zero, pode-se aplicar a Lei de Hook:

$$\Omega = \Delta w \cdot E_p \cdot A_p$$

$$\Omega = \Delta p_1 \cdot w^2$$

$$\Delta p = \frac{P(0) - P(l_v)}{l_v}$$

$$w = \sqrt{\frac{\Delta w \cdot E_p \cdot A_p}{\Delta p}}$$

$$P_\Omega = P(0) - 2w\Delta p$$

$$P_\Omega(x) = P_{\Omega 0} + \Delta p \cdot x$$

$$P_\Omega(x) = \begin{cases} \text{Se } x \leq w, P_\Omega(x) \\ \text{Se } x > w, P(x) \end{cases}$$

Onde:

Ω é a área do diagrama das forças perdidas

Δp é o coeficiente angular da reta de perdas por acomodação da ancoragem

w é posição de bloqueio em metros

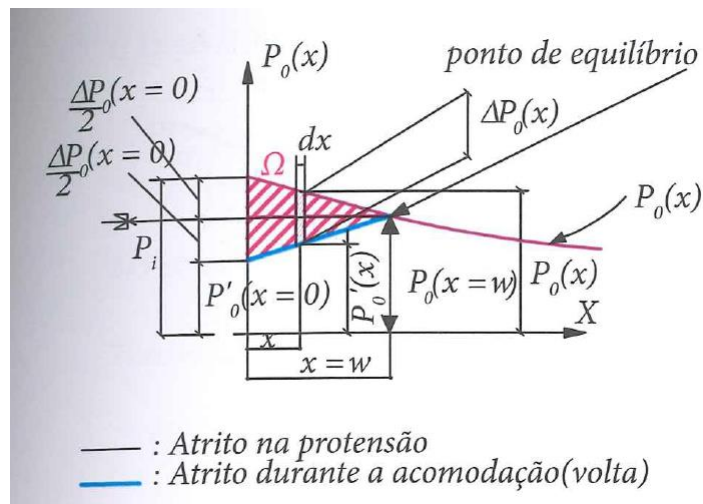
P_Ω é força de protensão na extremidade após as perdas por acomodação da ancoragem

$P_\Omega(x)$ é a função que determina as perdas de protensão por acomodação da ancoragem

Cholfe (2015) afirma que, segundo os catálogos técnicos, a deformação da ancoragem varia de 2 a 6 mm, já segundo Cauduro (2002) esse valor transita entre 5 e 7 mm.

O recuo resulta em uma queda de tensão num trecho delimitado pelo ponto de bloqueio. O diagrama de tensões é caracterizado por uma perda de protensão até w e a partir desse ponto segue a perda de protensão por atrito.

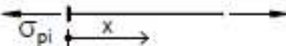
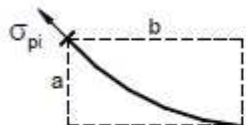
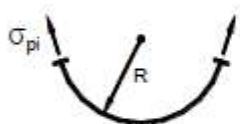
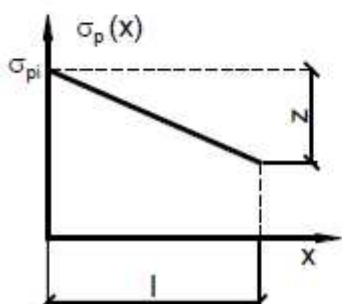
Figura 11– Diagrama de forças $P_0(x)$, após perdas por atrito e acomodação da ancoragem



Fonte: CHOLFE e BONILHA (2016, p. 155)

Carvalho (2017) afirma que é preciso distinguir os casos de pós-tração e pré-tração, pois no primeiro caso a tensão, devido a deformação por ancoragem, é variável, já no segundo caso é constante. Além disso, apresenta um método de cálculo por tentativa de modo que se encontre a posição do ponto de bloqueio pela deformação do cabo em função da deformação disponibilizada pelo fabricante. Este é um método generalista, já que independe do tipo de traçado realizado, porém nesse trabalho a geometria adotada é parabólica e segundo Bastos (2015) pode-se equacionar de acordo com a tabela abaixo:

Tabela 5 – Valores de λ e X para perfis típicos da armadura

Perfil	$\lambda = \frac{\mu\alpha + kx}{x}$	$X \leq \ell$
Linear 	k	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{k \sigma_p}}$
Parabólico 	$2 \frac{\mu a}{b^2} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\sigma_p \lambda}}$
Circular 	$\frac{\mu}{R} + k$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\sigma_p \lambda}}$
Qualquer forma, ou combinação de formas (modelo aproximado) 	$\left(\frac{z}{\ell}\right) \frac{1}{\sigma_p}$	$X = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\frac{z}{\ell}}}$

Fonte: BASTOS (2015)

3.6.1.3. Perdas por deformação elástica do concreto

Essa perda de protensão acontece devido o processo de execução que ao se aplicar a força de protensão a seção de concreto se deforma em um regime elástico. No caso da protensão com aderência inicial essa deformação ocorre pela liberação da armadura de protensão que, por sua vez, se apoia nas cabeceiras da pista. No concreto de protensão com aderência posterior, o macaco de protensão se apoia na própria estrutura. Independentemente do tipo de protensão, essa perda é inerente à execução. Caso o processo de protensão seja feito cabo por cabo, a

deformação provocada é transmitida aos demais já ancorados, à medida que são protendidos. (HANAI, 2005)

Tabela 6 – Perda de protensão por deformação imediata do concreto sofrida em cada cabo quando há protensão sequenciada

Cabo protendido ↓	Perda sofrida no cabo (proporcional ao encurtamento no concreto provocado pelo cabo protendido)							
	1	2	3		i		n-1	n
1	--	--	--		--		--	--
2	ϵ_c	--	--		--		--	--
3	ϵ_c	ϵ_c	--		--		--	--
i	ϵ_c	ϵ_c	ϵ_c		--		--	--
n-1	ϵ_c	ϵ_c	ϵ_c		ϵ_c		--	--
n	ϵ_c	ϵ_c	ϵ_c		ϵ_c		ϵ_c	--
Soma de perdas	$(n-1) \epsilon_c$	$(n-2) \epsilon_c$	$(n-3) \epsilon_c$		$(i-1) \epsilon_c$		ϵ_c	0

Fonte: Carvalho (2017)

Nota-se que os cabos sofrem uma influência dos cabos protendidos posteriormente, e que o primeiro cabo não sofre perdas quando apenas ele é protendido, e para n cabos protendidos sua perda é acumulada proporcional ao número de cabos. Durante a fase de execução, a aplicação da protensão pode ser feita a j dias após a concretagem, o que implica diretamente na deformação do concreto. Desta maneira, pode-se utilizar o parâmetro α_p para calcular o valor da perda de tensão média por encurtamento do concreto.

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{\Omega}(l_v)}{A_c} + \frac{P_{\Omega}(l_v) \cdot e_p^2}{I_c}$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M \cdot e_p}{I_c}$$

$$\Delta\sigma_p = \alpha_{p,j} \cdot \frac{(n-1)}{2 \cdot n} \cdot (\sigma_{cp} - \sigma_{cg})$$

$$\Delta p(\%)_{\text{encurtamento}} = \frac{\Delta \sigma_p \cdot A_p}{P(l_v)}$$

Onde:

$\alpha_{p,j}$ é a relação entre os módulos de elasticidade de armadura ativa e do concreto, na data do ato da protensão $E_p/E_{ci,j}$;

σ_{cp} é a tensão inicial no concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea dos n cabos;

σ_{cg} é a tensão no concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, devida à carga permanente modificada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão;

n é o número de cabos

Segundo CEB-FIP (2005), as perdas de protensão por encurtamento elástico do concreto são pequenas e podem ser até ser desprezadas, porém serão calculadas nesse trabalho.

3.6.2. Perdas de protensão progressivas no tempo

As perdas iniciais acontecem, de modo geral, em virtude do processo de operação, já as perdas progressivas, por fenômenos reológicos do concreto e aço. As características do aço e concreto variam de acordo com o tempo devido ao esforço ou a deformação. Além disso, é considerado que a deformação específica do concreto, junto a armadura e a deformação específica da armadura de protensão, são iguais. (CARVALHO, 2017)

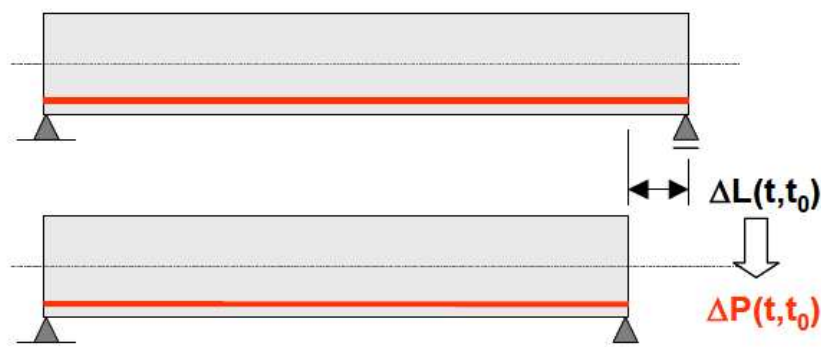
Conforme recomenda o Boletim n.º 31 do CEB-FIP (2005), as perdas ao longo do tempo representam cerca de 10% a 15% da força de protensão inicial.

3.6.2.1. Perdas por retração do concreto

O principal aspecto que marca a perda por retração é o encurtamento da peça é o fenômeno que ocorre em virtude da saída d'água, segundo Carvalho (2017). As características do material, como a porosidade, contribuem para que isso aconteça. Além disso, o autor afirma que a retração inicia-se após o lançamento do concreto, contudo só importa a parte do fenômeno que ocorre depois do ato da protensão.

Veríssimo e César (1998) afirmam que esse fenômeno pode ser acentuado em razão da má execução do concreto, pois, geralmente, no início do processo de protensão a estrutura está sujeita apenas a esforços provenientes de ações do peso próprio, assim, tracionando uma borda da peça intensificando os efeitos da retração.

Figura 12 – Encurtamento e perda de tensão na armadura



Fonte: Hanai (2005)

3.6.2.2. Perdas por fluência do concreto

Cholfe e Bonilha (2016) definem a fluência uma situação em que o concreto é submetido a um estado de tensões e tolera uma deformação imediata, e caso esse estado se mantenha o concreto continua se deformando ao longo do tempo.

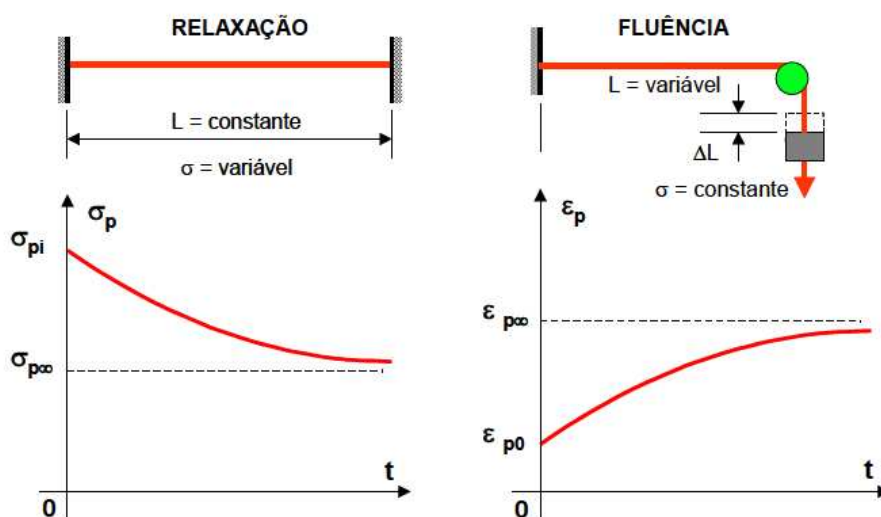
Conforme explica a NBR 6118 (2014), a fluência constitui-se de duas partes: rápida e lenta. A primeira é reversível e acontece nas primeiras 24 horas, já a segunda é composta por outras duas parcelas: deformação lenta irreversível e a deformação lenta reversível.

A separação entre retração e fluência do concreto é apenas convencional, porém, tratam-se de dois princípios que fazem parte de um único fenômeno físico, e que ocorrem simultaneamente. Além disso, as estimativas de cálculo para retração e fluência do concreto não apresentam a mesma precisão que ensaios laboratoriais, por isso que não há sentido as exigências de cálculo sofisticados para estimar perdas de protensão. (CHOLFE e BONILHA, 2016)

3.6.2.3. Perdas por relaxação do aço e fluência do aço

A relaxação é o fenômeno que ocorre em virtude da diminuição da tensão do aço ao longo do tempo e o comprimento da armadura permanece constante, conforme apresenta a Figura 13. Já o fenômeno de fluência acontece devido a deformação do aço ao longo do tempo e a tensão do aço permanece constante. São efeitos distintos que também geram perdas progressivas de protensão, segundo Hanai (2005).

Figura 13 – Ilustração de comparação entre relaxação e fluência do aço



Fonte: Hanai (2005)

4. CRITÉRIOS DE PROJETO

O dimensionamento de estruturas deve ser feito cumprindo critérios relacionados a coeficientes que garantem a segurança, a tensões limites dos materiais utilizados e condições de uso que asseguram bom o funcionamento. Esses critérios são apresentados nos Estados Limites Últimos (ELU) e Estados Limites de Serviço (ELS)

Quadro 3 – Verificações para a determinação da quantidade da armadura longitudinal

verificações que a quantidade de armadura longitudinal afeta diretamente	ELU DE RUPTURA	TEMPO ZERO-verificação em vazio
	ELS	TEMPO INFINITO
		FISSURAÇÃO
		DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

Fonte: Carvalho (2017)

4.1. ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (ELU)

É o estado em que a estrutura se relaciona com o colapso ou ruína, o que caracteriza a paralisação do uso da estrutura, de acordo com a NBR 6118 (2014). A verificação do ELU é adequada quando a solicitação de cálculo S_d é igual ou menor que a resistência de cálculo R_d , considerando as condições mais desfavoráveis de ações, segundo Veríssimo e César (1998). Ainda segundo a Norma Brasileira, a estrutura deve ser verificada em todos os Estados Limites Últimos, como:

- Perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais;
- Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- Provocado por solicitações dinâmicas;
- Provocado por colapso progressivo;
- Provocado pela protensão no ato da transferência da força à seção de concreto;

- g) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo;
- h) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando ações sísmicas;

4.1.1. Verificação do Estado Limite Último (ELU)

Uma vez determinada o dimensionamento no ELS, o que garante o cumprimento dos limites de tensões estabelecidos por norma, é necessário verificar se a estrutura não entrará em colapso devido as deformações na estrutura. Em outras palavras, é preciso mensurar o momento fletor máximo que a peça suporta, dada as características dos materiais, geométricas e de carregamentos. Os métodos de cálculo que podem ser empregados são: por tentativa com arbitragem da tensão na armadura, por tentativa com arbitragem da posição da linha neutra e processo de cálculo por meio de tabelas e ábacos.

4.1.1.1. Roteiro de cálculo

Dado uma vez, o valor das deformações na armadura ativa, segundo Hanai (2005, p.89), para calcular o valor do momento resistente (M_{rd}), neste trabalho, será adotado o processo por tentativas, que consiste em arbitrar a tensão na armadura ativa, conforme o roteiro especificado pelo autor:

- a) Arbitra-se um valor de tensão na armadura ($\sigma_{pd,arb}$), em geral entre f_{pyd} e f_{pyd} na primeira tentativa.
- b) Determina-se a posição da linha neutra, com a condição de equilíbrio de forças ($R_{cc} = R_{pt}$).
- c) Determina-se a deformação adicional (ε_{p1d}) na armadura, correspondente às deformações posteriores ao estado de neutralização, de acordo com o diagrama de deformações.
- d) Determina-se a deformação total de cálculo, somando-se a calculada no item anterior com o pré-alongamento ($\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{p1d} + \varepsilon_{pnd}$); em seguida, determina-se, de acordo com o diagrama tensão-deformação do aço empregado, a tensão na armadura $\sigma_{pd,cal}$.

- e) Se o valor de $\sigma_{pd,cal}$ for suficientemente próximo ao valor adotado $\sigma_{pd,arb}$, então calcula-se o valor do momento resistente; caso contrário, arbitra-se um novo valor e repete-se o processo até se chegar a uma aproximação satisfatória (que segundo Bastos (2015) aproxima-se de um valor de erro abaixo de 1%).
- f) Uma vez determinada a tensão na armadura, calcula-se o valor do momento resistente: $M_{ud} = R_{cc} \cdot z = R_{pt} \cdot z$

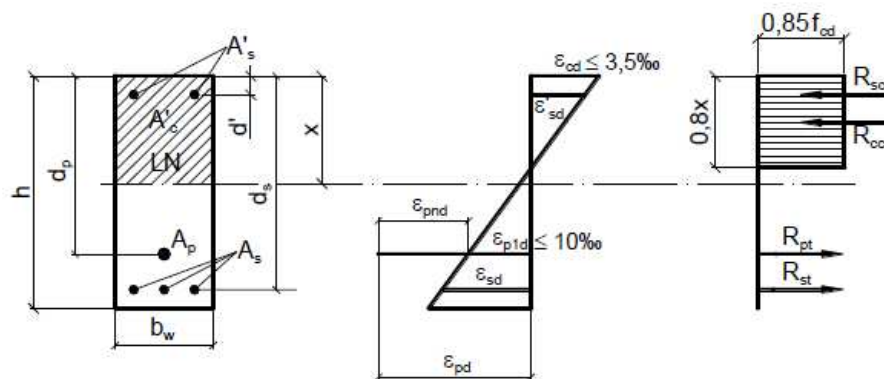
Onde z é o braço de alavanca (distância entre o centro de gravidade de pressão na zona comprimida e o centro de gravidade na armadura de tração).

- g) A condição de segurança estará satisfeita se:

$$M_{ud} \geq M_{sd}$$

4.1.1.2. Momento resistente da seção retangular

Figura 14 – Tensões e deformações na seção retangular no ELU para concretos inseridos no Grupo I de resistência ($f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$).



Fonte: Bastos (2015)

Equilíbrio de forças:

$$R_{cc} + R_{sc} = R_{pt} + R_{st}$$

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot A'_c = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \cdot b_w$$

$$R_{sc} = \sigma'_{sd} \cdot A'_s$$

$$R_{pt} = \sigma_{pd} \cdot A_p$$

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s$$

Onde:

R_{cc} é a resultante das tensões de compressão

σ_{pd} é tensão de cálculo na armadura de protensão

Supondo que A_s e A'_s escoaram $\sigma_{sd} = f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ e $\sigma'_{sd} = f'_{yd} = f'_{yk}/\gamma_s$

$$R_{sc} = f'_{yd} \cdot A'_s$$

$$R_{st} = f_{yd} \cdot A_s$$

$$\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \cdot b_w + f'_{yd} \cdot A'_s = \sigma_{pd} \cdot A_p + f_{yd} \cdot A_s$$

$$x = \frac{\sigma_{pd} \cdot A_p + f_{yd} \cdot A_s - f'_{yd} \cdot A'_s}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot b_w}$$

Compatibilidade de equações:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{p1d}} = \frac{x}{d_p - x}$$

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{sd}} = \frac{x}{d_s - x}$$

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon'_{sd}} = \frac{x}{x - d'}$$

Equilíbrio de momentos fletores: fazendo a somatória de momentos sobre a resultante

R_{cc} tem-se:

$$M_{rd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot (0,5\lambda x - d_s)$$

A condição de estabilidade estará satisfeita se $M_{rd} \geq M_{sd}$

Onde:

M_{rd} é o momento resistente

M_{sd} é o momentos solicitante

Para determinar o momento resistente, faz-se um somatório do momento fletor em função de $R_{cc,n}$, obtem-se:

$$M_{rd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,5\lambda x) + \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (0,5\lambda x - d_s)$$

A condição de estabilidade estará satisfeita se $M_{rd} \geq M_{sd}$

4.1.2. Verificação da fase de execução

Durante a fase de execução, é necessário verificar quantos cabos são possíveis aplicar protensão em virtude do Estado em Vazio, como já dito em capítulos anteriores. Os efeitos que acontecem são contrários aos pretendidos, pois a borda superior tende a tracionar e a borda inferior a comprimir excessivamente. Desta maneira, calcula-se a quantidade de cabos para que não ultrapasse esse limite de tensões estipulado por norma.

$$\sigma_{inf} = -\frac{P(l_v)}{A_c} - \frac{P(l_v) \cdot e_p}{W_{inf}} + \frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{inf}}$$

$$n_{cabos,inf} = \frac{\left(-0,7 \cdot f_{ck,j} - \frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{inf}} \right)}{\left(\left(-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right) \cdot \frac{P(l_v)}{n_{cabos}} \right)} \cdot \frac{1}{\gamma_p}$$

$$n_{cabos,sup} = \frac{\left(\sigma_{fiss,j} - \frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{sup}} \right)}{\left(\left(-\left(\frac{1}{A_c} \right) + \left(\frac{e_p}{W_{sup}} \right) \right) \cdot \frac{P(l_v)}{n_{cabos}} \right)} \cdot \frac{1}{\gamma_p}$$

O número máximo de cabos que podem ser protendidos a j dias, sob ação do peso próprio é:

$$n_{cabos,j \text{ dias}} \leq \begin{cases} n_{cabos,inf} \\ n_{cabos,sup} \end{cases}$$

Caso o número de cabos que podem ser protendidos a j dias for maior que o adotado, usa-se o adotado.

4.1.3. Armadura mínima de tração

“A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta 0,15 %” (NBR 6118, 17.3.5.2.1):

As taxas mínimas de armadura, conforme Hanai (2005), são estabelecidos na NBR 6118:2014 com o objetivo de evitar efeitos não desejáveis, como a fissuração nas etapas construtivas, e ruptura frágil em virtude da fissuração. Outros fatores como a variação de temperatura, retração e fluência justificam o emprego da armadura mínima de tração, e pode ser expressa pela seguinte equação:

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup}$$

Onde:

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m}$$

Com:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ (Mpa)}$$

Desta maneira, conforme o estudo de Hanai (2005), foram estabelecidos valores mínimos (ω_{min}) que determinam as taxas mínimas de armadura longitudinal de flexão para vigas de seções retangulares, “Tê” e circular.

$$\omega_{min} = \frac{A_{s,min} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Onde:

ω_{min} é a taxa mínima de armadura longitudinal

$A_{s,min}$ é área de aço mínima exigida, conforme a NBR6118:2014

f_{yd} é a tensão de escoamento do aço

f_{cd} é a tensão de cálculo do concreto

A_c é a área de concreto bruta da seção

Tabela 7 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de ρ_{min} *							
	ω_{min} \ f_{ck}	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575
* Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{min} dado.								
* Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.								
ω_{min} = taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão para vigas = $A_{s,min}f_{yd}/A_c f_{cd}$								

Fonte: Hanai (2005)

4.1.4. Estados Limite de Serviço (ELS)

São, de acordo com o item 10.4 da NBR 6118 (2014), critérios relacionados ao conforto do usuário, durabilidade, aparência e à boa utilização estrutural. O desempenho e a qualidade são correlacionados a maior quantidade de Estados Limites de Serviço considerados em projeto. Cholfe e Bonilha (2016) afirmam que o que está em discussão é o uso, e não a segurança da estrutura. Há vários ELS, contudo, em estruturas em concreto protendido as mais analisadas são ELS-D, ELS-F e ELS-W.

Tabela 8 – Níveis de protensão e estados limites de serviço a verificar (caso particular de uma viga sujeita a momento fletor positivo)

Estados limites de serviço	Descompressão	Formação de fissuras	Abertura de fissuras

Fonte: Hanai (2005)

4.1.4.1.Estados limites de formação de fissuras (ELS-F)

Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado-limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$, segundo o item 3.2.2 da NBR 6118 (2014).

4.1.4.2.Estados limites de abertura das fissuras (ELS-W)

Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados, conforme o item 3.2.3 da NBR 6118 (2014).

4.1.4.3.Estados limites de deformações excessivas (ELS-DEF)

Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, de acordo com o item 3.2.4 da NBR 6118 (2014).

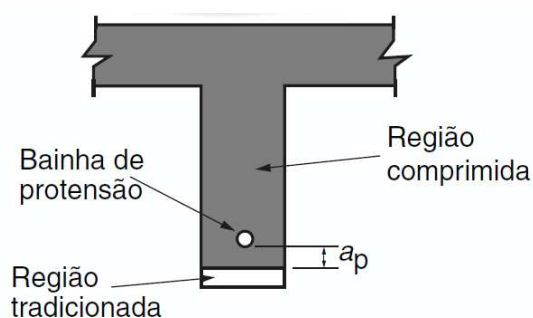
4.1.4.4.Estados limites de descompressão (ELS-D)

É o estado em que um ou mais pontos da seção transversal tem tensão igual a zero, não havendo tração em qualquer outro ponto da seção. É necessário verificar qual combinação de aço deve-se associar. (NBR 7189, 1989)

4.1.4.5. Estados limites de descompressão parcial (ELS-DP)

Estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma distância a_p da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão, de acordo com a Figura 16.

Figura 16 – Estado-limite de descompressão parcial



Fonte: NBR 6118 (2014)

4.1.4.6. Estados limites de compressão excessiva (ELS-CE)

Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Usual no caso do concreto protendido na ocasião da aplicação da protensão, segundo o item 3.2.7 da NBR 6118 (2014).

4.1.4.7. Estados limites de vibrações excessivas (ELS-VE)

Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção, de acordo item 3.2.8 da NBR 6118 (2014).

4.2. COMBINAÇÕES DE AÇÕES

4.2.1. Combinações últimas

A classificação das combinações últimas podem ser: últimas normais, últimas especiais ou de construção e últimas excepcionais, conforme a Tabela 9 (Tabela 11.3 da NBR 6118:2014).

Tabela 9 – Combinações últimas

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado ¹⁾	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\max}$ e $P_{k\min}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,\min}$, onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{0j} Q_{jk}$
Especiais ou de construção ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$
Excepcionais ²⁾		$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{0j} F_{qjk} + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk}$

Fonte: adaptado NBR 6118 (2014)

Onde:

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

F_{gk} representa as ações permanentes diretas;

F_{ek} representa as ações indiretas permanentes como a retração F_{egk} e variáveis como a temperatura F_{eqk} ;

F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1} é escolhida principal;

$\gamma_n, \gamma_{eg}, \gamma_q, \gamma_{eq}$ definido de acordo com a Tabela 6;

ψ_{0j}, ψ_{0e} definido de acordo com a Tabela 7;

F_{sd} representa as ações estabilizantes;

F_{nd} representa as ações não estabilizantes;

G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante;

G_{sk} é o valor característico da ação permanente estabilizante;

R_d é o esforço resistente considerado estabilizante, quando houver;

$$Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{0j} Q_{jk}$$

Q_{nk} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;

Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada principal;

$\psi_{0j} Q_{jk}$ são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido;

$Q_{s,min}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante.

4.2.2. Combinações de serviço

As combinações de serviço são categorizadas, de acordo com a NBR 6118 (2014), conforme sua permanência na estrutura, e podem ser classificadas em:

- Quase permanentes (CQP): Segundo Cholfe (2015), podem atuar durante um período próximo a vida útil da estrutura com consideração necessária para verificar o ELS-D na protensão limitada.
- Frequentes [CF]: repetem-se inúmeras vezes durante o período de vida da estrutura com consideração indispensável para verificações do ELS-W, na protensão parcial e ELS-F na protensão limitada.
- Raras [CR]: Ocorrem intercaladas por longos períodos de tempos e faz-se necessário a verificação no ELS-F na protensão completa

Tabela 10 – Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor freqüente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} F_{qjk}$
Onde: $F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço; F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas; ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS; ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.		

Fonte: Adaptado NBR 6118 (2014)

Onde:

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Tabela 11 – Coeficiente γ_{f2}

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	$\psi_1^{1)}$	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
¹⁾ Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23. ²⁾ Edifícios residenciais. ³⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: Adaptado NBR 6118 (2014)

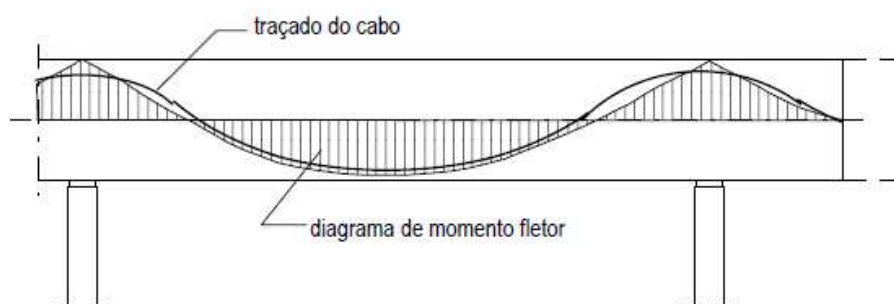
4.3. TRAÇADO GEOMÉTRICO DOS CABOS

4.3.1. Fundamento físico do traçado

A posição dos cabos de protensão influenciam diretamente nas tensões que atuarão na seção da estrutura em concreto protendido, assim, é necessário posicioná-los para que a carga solicitante seja contrabalaneada ou pelo menos a maioria, como dito em 4.5.

Os esforços de protensão atuam, basicamente, proporcionais aos esforços externos (solicitantes). Isso significa que o traçado deve acompanhar o diagrama de momentos fletores resultantes do carregamento solicitante. O traçado pode, assim, ser retilíneo, curvilíneo, poligonal ou misto, segundo Veríssimo e César (1998).

Figura 17 – Perfil dos cabos em vigas hiperestáticas.



Fonte: Veríssimo e César (1998)

4.3.2. Influência de aspectos construtivos

A geometria do cabo pode ser feita a partir do pré-dimensionamento utilizando o cabo representante e determina as possíveis perdas de protensão.

Para Carvalho (2017), para se determinar a geometria é necessário cumprir três premissas:

- Todos os cabos se estendam de uma seção extrema até a outra,
- Quando os cabos atravessam a região da alma o façam de forma isolada ou no máximo em pares no mesmo nível
- Que o centro de gravidade dos cabos em uma seção esteja contido dentro de uma região chamada de feixe limite.

Já para Cholfe e Bonilha (2016):

Para iniciar-se o traçado geométrico é necessário que já se tenha desenvolvido os seguintes itens:

- Determinação do número de cordoalhas (cabos) na seção de dimensionamento.
- Disposição dos cabos na(s) seção(ões) de dimensionamento, respeitando-se os cobrimentos, espaçamentos mínimos e disposições construtivas.
- Disposição das ancoragens nas extremidades, respeitando-se as dimensões dos nichos e placas de ancoragem, espaçamentos mínimos e disposições construtivas. (CHOLFE e BONILHA, 2016, p. 279)

4.3.3. Cabo representante

Em vigas com pós-tração, os cabos podem ser representados por um único cabo assimilando, assim, todas as características médias. Essa representação só é possível quando os cabos de protensão estão próximos e têm trajetórias semelhantes. O uso do cabo representante

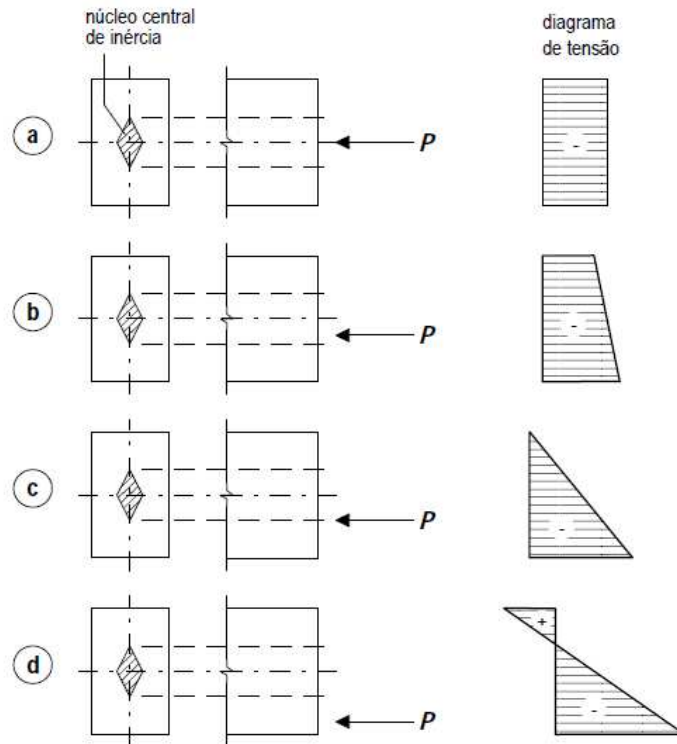
facilita os cálculos no pré-dimensionamento e nas perdas de protensão, pois, assim, é possível aplicar uma perda média que é o somatório das perdas individuais dividido pelo número de cabos. (CARVALHO, 2017)

Abaixo, apresenta-se um roteiro para determinação da armadura longitudinal adaptado de Carvalho (2017, p. 285):

- Esquema estrutural
- Cálculo de cargas solicitantes
- Cálculo das características geométricas
- Cálculo do número de cabos necessários levando em conta o estado limite de serviço
- Delimitação do feixe limite
- Definição do cabo representante
- Cálculo das perdas imediatas do cabo representante
- Cálculo das perdas ao longo do tempo do cabo representante
- Verificação do Estado Limite Último (ELU)

O cabo representante equivale a uma média ponderada dos cabos de protensão, e sua posição deve ser contida dentro do núcleo central de inércia. A consequência da aplicação fora perímetro é o surgimento de tensões de tração no mais distante da linha de atuação, de acordo com Veríssimo e César (1998).

Figura 18 – Distribuição de tensões na seção em função do ponto de aplicação da força de protensão. a) P aplicada no baricentro da seção; b) P aplicada fora do baricentro e dentro do núcleo central de inércia; c) P aplicada no perímetro do núcleo central de inércia; d) P aplicada fora do núcleo central de inércia.

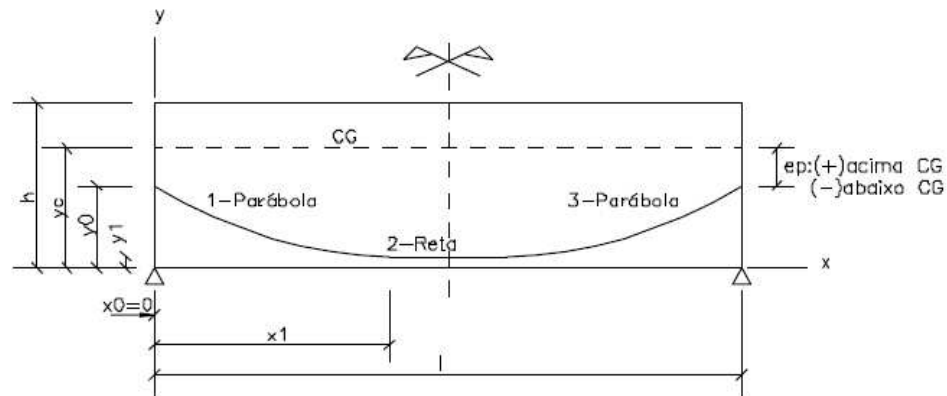


Fonte: Veríssimo e César (1998)

Neste trabalho, será adotado uma geometria parabólica para os cabos de protensão, devido o diagrama de momento fletores de uma viga bi apoiada, que é o caso de estudo, e sua posição geométrica é representada pela equação a seguir:

$$e_p(x) = \frac{4e_p}{l_v^2} \cdot x^2 - \frac{4e_p}{l_v} \cdot x$$

Figura 19 – Representação da geometria parabólica do cabo



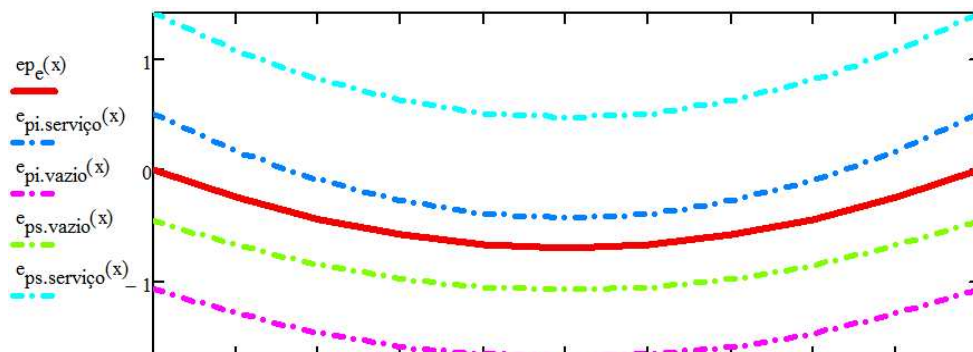
Fonte: Klein (2002)

4.4. FUSO LIMITE

Para Bastos (2015), o fuso limite é uma região dentro da peça onde os cabos de protensão devem se situar para atender os limites das tensões normais. Basicamente, esse processo procura estabelecer limitações às tensões provocadas pela protensão, segundo Hanai (2005).

Para definir as curvas limites, é necessário verificar as situações mais desfavoráveis, desta maneira, faz-se uma análise no estado em vazio e no estado em serviço. Após as análises, verifica-se que duas situações de borda são as mais críticas: A borda superior do estado em vazio e borda inferior do estado em serviço.

Figura 20 – Curvas limites no estado em vazio e serviço - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

a) Estado em vazio

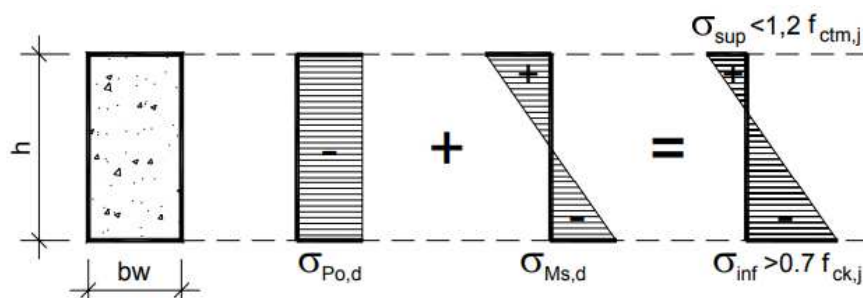
Para esta situação, considera-se apenas o peso próprio e as cargas resultantes da protensão após as perdas iniciais, segundo Bastos (2015), a intenção é aplicar “pouca” carga e “muita” protensão e verificar os limites que o cabo pode se situar.

No estado em vazio, o efeito é contrário ao desejado, ou seja, na borda inferior verifica-se compressão excessiva e na superior a resistência a tração ou descompressão (tensão igual a zero). Além disso, a força de protensão que atua nesse estado é a força P_0 (após as perdas iniciais).

$$e_{p,inferior} = - \left(0,7 \cdot f_{ck} - \frac{P_0}{A_c} + \frac{-g_1 \cdot \frac{x^2}{2} + -g_1 \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{inferior}} \right) \cdot \frac{W_{inferior}}{P_0}$$

$$e_{p,superior} = - \left(\sigma_{fiss} + \frac{P_0}{A_c} + \frac{-g_1 \cdot \frac{x^2}{2} + -g_1 \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{superior}} \right) \cdot \frac{W_{superior}}{P_0}$$

Figura 21 – Curvas limites: tensões no estado em vazio



Fonte: Zanette (2006)

b) Estado em serviço

Para o estado de serviço, utiliza-se as mesmas recomendações do estado em vazio, porém, as únicas diferenças são os carregamentos que serão adotados e a força de protensão que atua nessa situação, visto que esse método visa delimitar as curvas limites para as situações mais desfavoráveis. Sendo assim, a força de protensão que age nesse estado de verificação é a

com perdas infinitas no tempo P_∞ e “a tensão na borda inferior foi limitada à tensão do estado limite de serviço que deve ser atendido pela combinação frequente, para o nível de protensão considerado”. (KLEIN, 2002, p. 33, apud LORIGGIO, 1999)

$$e_{p,inferior} = \left(\sigma_{fiss} + \frac{P_\infty}{A_c} - \frac{-(g_1 + g_2 + \Psi_1 \cdot q) \cdot \frac{x^2}{2} \pm ((g_1 + g_2 + \Psi_1 \cdot q) \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x)}{W_{inferior}} \right) \cdot \frac{W_{inferior}}{P_\infty}$$

$$e_{p,superior} = \left(-0,7f_{ck} + \frac{P_\infty}{A_c} + \frac{-(g_1 + g_2 + \Psi_1 \cdot q) \cdot \frac{x^2}{2} \pm ((g_1 + g_2 + \Psi_1 \cdot q) \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x)}{W_{superior}} \right) \cdot \frac{W_{superior}}{P_\infty}$$

4.5. BALANCEAMENTO DE CARGAS

É um conceito criado pelo professor T. Y. Lin no seu artigo “Load-Balancing Method for Design and Analysis of Prestressed Concret Structures” e consiste em uma tentativa de equilibrar as cargas solicitantes e de protensão, e para isso é necessário visualizar ação da protensão como um carregamento contrário ao solicitante. Evidentemente, o balanceamento de cargas não garante que as tensões nas bordas da seção do concreto serão atendidas, tampouco a afirmação contrária é válida. Desse modo, entende-se que, quando se dimensiona a estrutura para o Estado Limite de Serviço (ELS), o balanceamento nunca é alcançado apenas com armadura ativa, assim, é necessário dimensionar uma armadura passiva para combater o momento fletor resultante da tentativa do balanceamento.

$$W_p = \frac{8 \cdot p \cdot e}{l^2}$$

Onde:

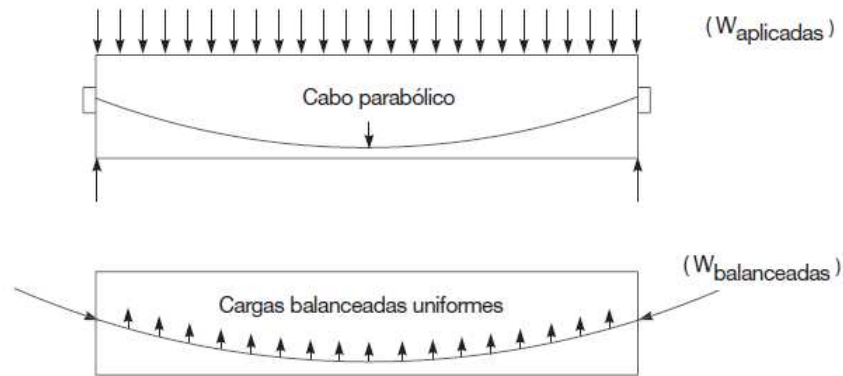
W_p é o carregamento resultante da ação da força de protensão

l_v é o comprimento da viga

e é a excentricidade da armadura ativa em relação à linha neutra

p é o carregamento total das ações solicitantes

Figura 22 – Conceito de balanceamento de cargas em concreto protendido



Fonte: Cauduro (2000)

Segundo Sussekind (1982), o diagrama de momentos fletores, para uma viga biapoiada sob carga uniformemente distribuída, é parabólico e regido por uma equação do 2º grau, enquanto o diagrama dos esforços cortantes é linear.

$$Q_{(x)} = \int -p \, d(x) = px + c_1$$

$$c_1 = \frac{p \cdot l_v}{2}$$

$$Q_{(x)} = -px + \frac{p \cdot l_v}{2}$$

$$M_{(x)} = \int_0^{l_v} Q_{(x)} \, d(x)$$

$$M_{(x)} = -p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x + c_2$$

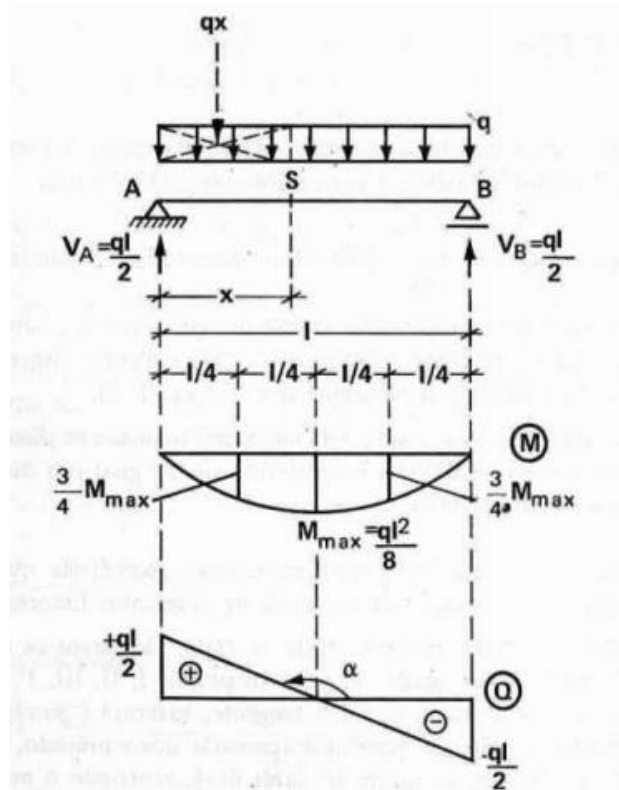
$$c_2 = 0$$

$$M_{(x)} = -p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x$$

O momento fletor para $x = l_v/2$ é:

$$M_{(x)} = \frac{p \cdot l_v^2}{8}$$

Figura 23 - Diagramas de esforços sob carga uniformemente distribuída



Fonte: Sussekind (1981)

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS

5.1. EXEMPLO 1

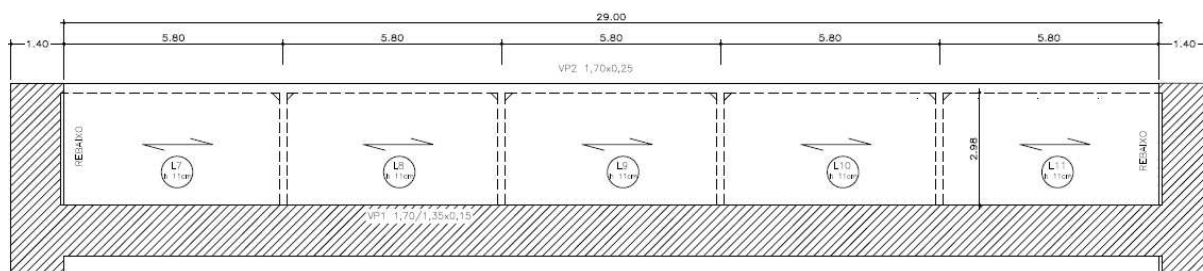
Neste exemplo, será realizado o dimensionamento da viga VP2 (1,7x0,25) que compõe a estrutura do Pórtico e Guarita de Entrada Campus Paulo VI, localizada na Universidade Estadual do Maranhão e calculada pelo Engenheiro e professor Msc. João Celso Martins Marques, contudo, o objetivo é realizar um dimensionamento conforme retrata os capítulos anteriores e apresentar as diferenças dos resultados com o projeto.

5.1.1. Geometria

a) Laje

A laje de cobertura contribui para a viga VP2 tem altura total de 11 cm e fôrmas Steel Deck MF 50, além disso, apresentam 5 painéis de dimensões 3x5,8 metros que totalizam 29 m².

Figura 24 – Planta baixa laje de cobertura que contribui para a viga VP2

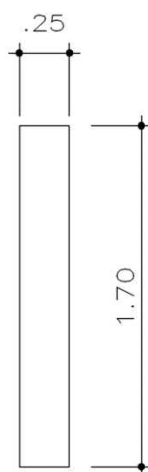


Fonte: O Autor (2018)

b) Viga

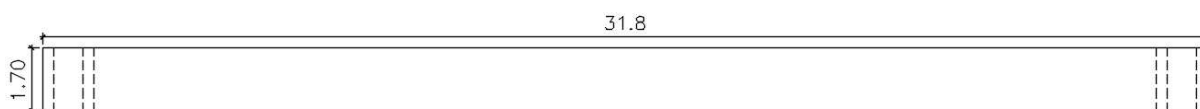
A seção transversal, apresentada abaixo, tem dimensões de 0,25m de largura e 1,70m de altura e comprimento longitudinal de 31,8 m.

Figura 25 – Seção transversal da viga VP2



Fonte: O Autor (2018)

Figura 26 – Vista longitudinal da viga VP2



Fonte: O Autor (2018)

5.1.2. Carregamentos

5.1.2.1. Peso próprio

O carregamento atuante na viga em virtude do peso próprio é definido da seguinte maneira:

$$g_1 = \gamma_c \cdot b_w \cdot h$$

$$g_1 = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 1,7 \text{ m}$$

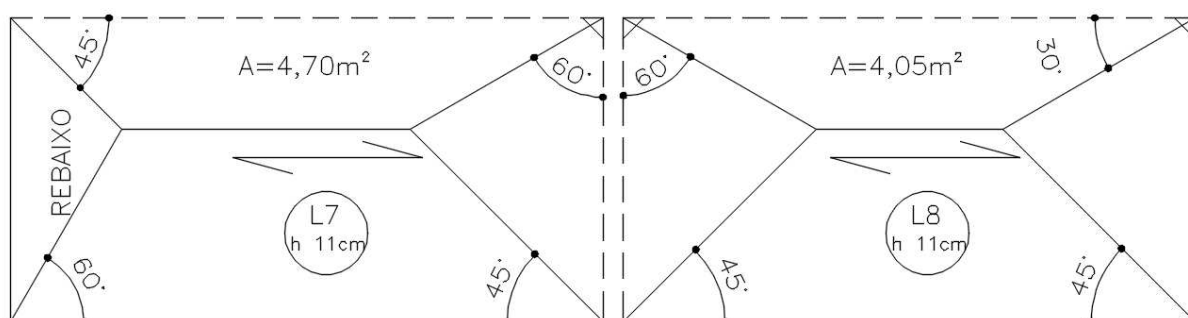
$$g_1 = 10,625 \text{ kN/m}$$

5.1.2.2. Contribuição da laje

As reações dos carregamentos da laje sobre a viga serão determinadas através de um modo simplificado de cálculo, segundo a NBR 6118:2014, item 14.7.6.1:

- a) as reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas correspondentes à análise efetivada com os critérios de 14.7.4, sendo que essas reações podem ser, de maneira aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhes servem de apoio;
- b) quando a análise plástica não for efetuada, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices, com os seguintes ângulos:
- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
 - 60° a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;
 - 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Figura 27 – Charneiras plásticas dos dois tipos de painéis da laje de cobertura



Fonte: O Autor (2018)

Dos 5 painéis que compõem a laje de cobertura, existem 2 tipos: um representado conforme a figura acima (L7) e outro, conforme a mesma figura (L8), totalizando uma área de influência de 21,55m².

O carregamento, devido ao peso próprio da laje, é de $2,15\text{kN/m}^2$, e em virtude da sobrecarga é de 2kN/m^2 . Aplicando o método das charneiras plásticas, tem-se, respectivamente:

$$g_2 = \frac{p \cdot A}{l_v} = \frac{2,15 \cdot 21,55}{31,8} = 1,46\text{kN/m}$$

$$q = \frac{p \cdot A}{l_v} = \frac{2 \cdot 21,55}{31,8} = 1,36\text{kN/m}$$

5.1.3. Parâmetros de projeto

A edificação se localiza em uma região longe da região marítima da Ilha de São Luís, em virtude disso, a Classe de Agressividade Ambiental Classe (CAA) II pode ser adotada. Já que o tipo de protensão pós-tração foi empregado como objeto de estudo deste trabalho, conclui-se, conforme Quadro 1, que deve ser aplicado o nível 1 de protensão, isto é, protensão parcial.

É possível também, ainda segundo o Quadro 1, determinar as combinações que serão consideradas, assim como os estados limites de serviço que devem ser atendidos, conforme NBR 6118 (2014). Para esse nível de protensão, o estado limite de serviço de abertura de fissuras estipula um valor máximo de 0,2mm ($w_k \leq 0,2mm$), e deve ser considerado a combinação de ação em serviço frequente. Além disso, determinou-se o fator de redução de ações da combinação frequente $\psi_1 = 0,7$.

A seção transversal é retangular, desse modo, de acordo com Bastos (2015), o coeficiente de majoração da resistência a tração do concreto é 1,5 ($\alpha = 1,5$). Outros coeficientes considerados estão apresentados abaixo:

Figura 28 – Coeficientes de majoração

γ_c	1,4
γ_s	1,15
γ_f	1,4
γ_p	1,1

Fonte: O Autor (2018)

Como o concreto estrutural utilizado tem resistência característica de 40MPa, o cimento usado para confecção é classe CPIII e a protensão será realizada aos 21 dias (j dias), assim, a resistência do concreto a j dias:

$$f_{ck,j} = e^{\left[s \left(1 - \frac{28}{j} \right)^{0,5} \right]} \cdot f_{ck}$$

$$f_{ck,j} = e^{\left[0,38 \left(1 - \frac{28}{21} \right)^{0,5} \right]} \cdot 40 = 37,7 \text{ MPa}$$

A resistência do concreto a compressão depende de fatores relacionados a resistência característica e à sua geometria.

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}, & 25MPa \leq f_{ck} \leq 50MPa \\ 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}), & 50MPa > f_{ck} \end{cases}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{40^2} = 3,51 MPa$$

$$f_{ctk,inf} = 2,47 MPa$$

$$\sigma_{fiss} = \alpha \cdot f_{ctk,inf}$$

$$\sigma_{fiss} = 1,5 \cdot 2,47 = 3,68 MPa$$

O agregado graúdo que compõe o concreto estrutural, neste exemplo, é a brita, que por norma é caracterizada por granito ou gnaíse.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} = 1 \cdot 5600 \sqrt{40} = 35,4 GPa$$

$$E_{c,j} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck,j}}$$

$$E_{c,j} = 1 \cdot 5600 \sqrt{37,7} = 34,39 GPa$$

Os valores limites da aplicação força de protensão são estipulados na NBR 6118 (2014). Para armadura pós-tracionada CP190 RB 12.7, apresentam os seguintes limites:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{pmatrix} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,87 \cdot f_{ptk} \end{pmatrix}$$

De maneira análoga, tem-se:

$$P_{i,cord} \leq \begin{pmatrix} 0,74 \cdot 191,71 \\ 0,82 \cdot 0,9 \cdot 191,71 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{pmatrix} 141,86 \\ 141,48 \end{pmatrix}$$

Logo, $P_{i,cord} = 141,48 \text{ kN}$.

5.1.4. Combinação das ações

Conforme elucidado em capítulos anteriores, as combinações para serviço, para nível de protensão parcial, deve ser adotada a combinação frequente.

$$M = M_{g1} + \Psi_1 \cdot M_q$$

$$M = [(10,625 + 1,46) + 0,7 \cdot 1,36] \cdot \frac{l_v^2}{8}$$

$$M = 1647,9 \text{ kNm}$$

5.1.5. Pré-dimensionamento

Para o nível de protensão parcial, será adotado o Estado Limite de Descompressão, conforme Hanai (2005).

$$P_{\infty} = \frac{\left(0 - \frac{M}{W_{inf}}\right)}{-\left(\frac{1}{A_c}\right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}}\right)} =$$

$$P_{\infty} = 1675,9 \text{ kN}$$

É necessário verificar se o valor estimado, considerando apenas a borda inferior, não supere o valor máximo de compressão excessiva na borda superior.

$$\sigma_s = \frac{P_\infty}{A_c} + \frac{P_\infty \cdot e_p}{W_{sup}} - \frac{M}{W_{sup}} \leq 0,7f_{ck} = 0,7 \cdot 40 = 28MPa$$

$$\sigma_s = 7,9 MPa \text{ (Ok!)}$$

5.1.6. Dimensionamento da armadura ativa

Para dimensionar a armadura ativa, é necessário, primeiro, estimar as perdas. Então, serão adotados um valor de 25% de perda total, perdas iniciais de 8,3% e progressivas no tempo de 18,2%. Os dois últimos valores foram definidos a partir de uma constatação técnica média de valores, segundo Rudolf (1998), $\Delta p_{inicial} = \Delta p_{total}/3$ e $\Delta p_{total} = 1 - \left(\frac{1 - \Delta p_{total}}{1 - \Delta p_{inicial}} \right)$.

$$P_i = \frac{P_\infty}{(1 - \Delta p_{total})} = \frac{1675,9}{(1 - 0,25)} = 2234 \text{ kN}$$

$$P_0 = P_i \cdot (1 - \Delta p_{total}) = 2234 \cdot (1 - 0,083) = 2048 \text{ kN}$$

$$P_\infty = 1675,9 \text{ kN}$$

O número de cordoalhas necessárias pode ser determinado a partir da relação entre a força de protensão total e a tensão por cordoalha.

$$n_{cord} = \frac{P_i}{P_{i,cord}} = \frac{2234}{141,48} \cong 16 \text{ cordolhas}$$

Serão adotadas 6 cordoalhas por cabo, que é o mesmo valor escolhido pelo projetista calculista, Eng. João Celso Martins Marques.

$$n_{cabos} = \frac{n_{cord}}{6} = \frac{16}{6} \cong 2,76 \text{ cabos}$$

$$n_{cabos} = 3 \text{ cabos}$$

Desse modo, o novo número de cordoalhas é de 18, logo:

$$A_p = A_{cord} \cdot n_{cord} = 1,009 \cdot 18 = 18,162 \text{ cm}^2$$

$$P_i = P_{i,cord} \cdot n_{cord} = 141,48 \cdot 18 = 2546,68 \text{ kN}$$

$$P_0 = P_i \cdot (1 - \Delta p_{inicial}) = 2546,68 \cdot (1 - 0,083) = 2334,5 \text{ kN}$$

$$P_{\infty} = P_i \cdot (1 - \Delta p_{total}) = 2546,68 \cdot (1 - 0,25) = 1910 \text{ kN}$$

5.1.7. Traçado geométrico do cabo representante

Primeiramente, foram padronizadas 11 seções, nas quais se intercalam igualmente, formando 10 trechos. O traçado do cabo geométrico é calculado a partir de uma equação parabólica, como já detalhado em capítulos anteriores, e pode ser expresso pela seguinte equação:

$$e_p(x) = \frac{4e_p}{l_v^2} \cdot x^2 - \frac{4e_p}{l_v} \cdot x$$

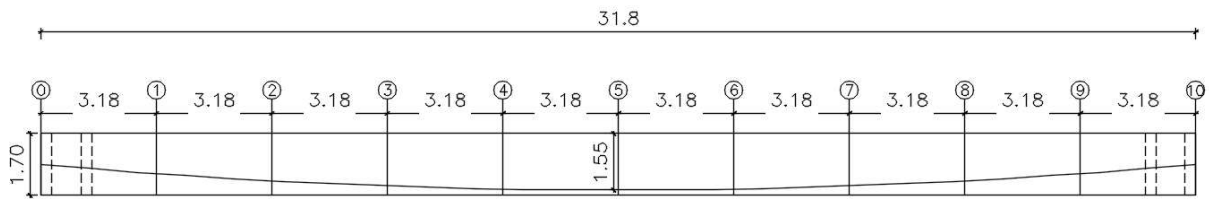
$$e_p(x) = \frac{2,8}{1011,24} x^2 - \frac{2,8}{31,8} \cdot x$$

Figura 29 – Exemplo 1 - Posição do cabo representante em relação a linha neutra - Mathcad

	0		0
0	0	0	0
1	3.18	1	-0.252
2	6.36	2	-0.448
3	9.54	3	-0.588
4	12.72	4	-0.672
5	15.9	5	-0.7
6	19.08	6	-0.672
7	22.26	7	-0.588
8	25.44	8	-0.448
9	28.62	9	-0.252
10	31.8	10	0

Fonte: O Autor (2018)

Figura 30 – Exemplo 1 - Vista longitudinal do cabo representante



Fonte: O Autor (2018)

O cabo representante deve estar localizado dentro do fuso limite, portanto, determinam-se traçados geométricos considerando os limites físicos e as respectivas tensões a serem atendidas.

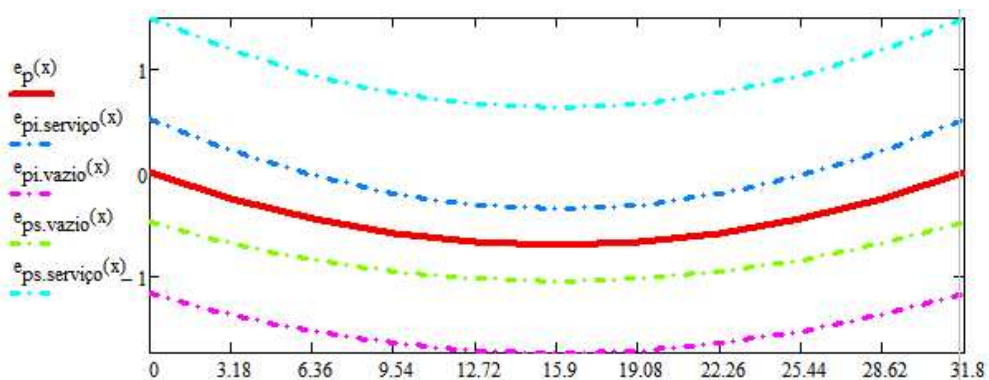
$$e_{pi,serviço}(x) = \left[\sigma_{fiss} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda inferior})$$

$$e_{ps,serviço}(x) = \left[-0,7f_{ck} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda superior})$$

$$e_{pi,vazio}(x) = \left[\sigma_{fiss} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda inferior})$$

$$e_{ps,vazio}(x) = \left[-0,7f_{ck} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda superior})$$

Gráfico 2 – Exemplo 1 - Traçado geométrico do cabo representante - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.1.8. Alongamento teórico

O alongamento teórico pode ser mensura por meio da Lei de Hooke, dessa forma, tem-se:

$$\Delta l = \frac{\int_0^{l_v} P(x)}{E_p \cdot A_p}$$

$$\Delta l = \frac{76182,2}{200 \cdot 10^6 \cdot 18,16 \cdot 10^{-3}} = 210mm$$

5.1.9. Cálculo das perdas de protensão

5.1.9.1. Perdas de protensão por atrito

$$\Delta\alpha(x) = \frac{8 \cdot e_p}{l_v} \cdot x$$

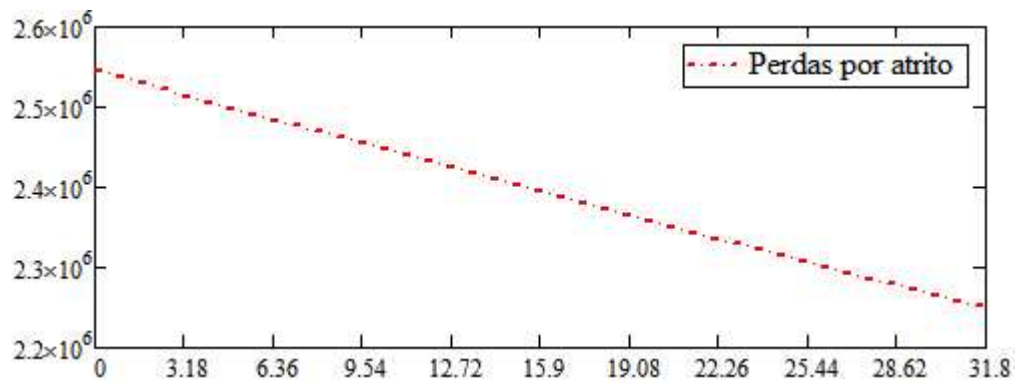
$$P(x) = P_i \cdot e^{-\mu(\Delta\alpha(x) + \beta x)}$$

Figura 31 – Exemplo 1 -Variação angular e de perda de protensão devido ao atrito - Mathcad

$\Delta\alpha(x) =$		0	$P(x) =$		0	·kN
	0	0		0	2546.7	
	1	0.018		1	2515.4	
	2	0.035		2	2484.5	
	3	0.053		3	2454	
	4	0.07		4	2423.9	
	5	0.088		5	2394.1	
	6	0.106		6	2364.8	
	7	0.123		7	2335.7	
	8	0.141		8	2307	
	9	0.158		9	2278.7	
	10	0.176		10	2250.8	

Fonte: O Autor (2018)

Gráfico 3 – Exemplo 1 - Perdas de protensão por atrito - Mathcad



Fonte: O Auto (2018)

5.1.9.2. Perdas de protensão por acomodação

$$\Delta p = \frac{2546,7 - 2250,8}{31,8} = 9,31 \text{ kN/m}$$

$$w = \sqrt{\frac{0,004 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,186 \cdot 10^{-3}}{9,31}} = 12,495 \text{ m}$$

$$P_{\Omega,0} = 2546,7 - 232,6 = 2314,1$$

$$P_{\Omega}(x) = 2314,1 + 9,31 \cdot x$$

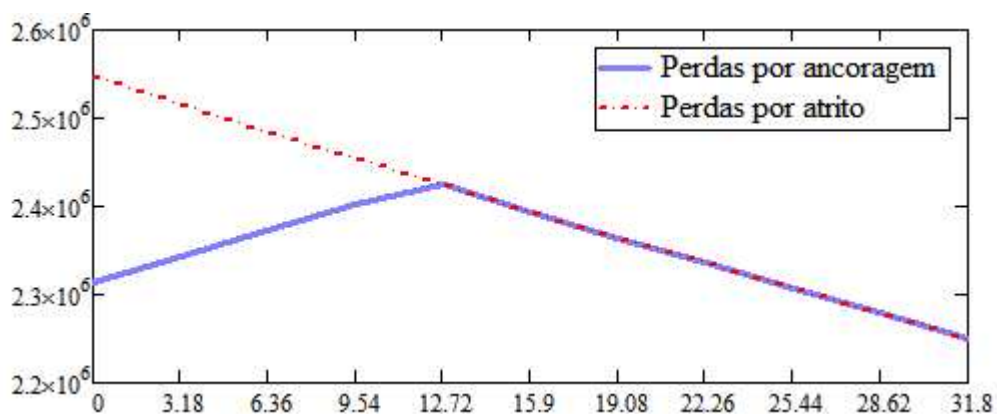
$$P_{\Omega}(x) = \begin{cases} \text{Se } x \leq w, P_{\Omega}(x) \\ \text{Se } x > w, P(x) \end{cases}$$

Tabela 12 – Exemplo 1 – Perda de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad

x =	$P_{\Omega}(x) =$	
0 m	2314.1	-kN
3.18	2343.7	
6.36	2373.3	
9.54	2402.9	
12.72	2423.9	
15.9	2394.1	
19.08	2364.8	
22.26	2335.7	
25.44	2307	
28.62	2278.7	
31.8	2250.8	

Fonte: O Autor (2018)

Gráfico 4 – Exemplo 1 - Perdas de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.1.9.3. Perdas de protensão por encurtamento imediato do concreto

$$\sigma_{cp} = \frac{2250,8}{0,425} + \frac{2250,8 \cdot 0,7^2}{0,102} = 16,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cg} = \frac{1647,9 \cdot 0,7}{0,102} = 11,27 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = 5,815 \cdot \frac{(18 - 1)}{2 \cdot 18} \cdot (16,07 - 11,27)$$

$$\Delta\sigma_p = 9,306 \text{ MPa}$$

$$\Delta p(\%)_{\text{encurtamento}} = \frac{9,306 \cdot 1,816 \cdot 10^{-3}}{2250,8}$$

$$\Delta p(\%)_{\text{encurtamento}} = 0,751\%$$

5.1.9.4. Perdas de protensão progressivas

De acordo com Cholfé (2016), as perdas progressivas, mesmo calculadas pelo método geral, não apresentam a mesma precisão que ensaios laboratoriais, logo, será adotado a recomendação conforme o Boletim nº31 do CEB-FIP (2005), que diz que as perdas progressivas variam entre 10% e 15%, e para este trabalho, será adotado o valor máximo de 15%.

$$\Delta p_{\text{tempo}} = 15\%$$

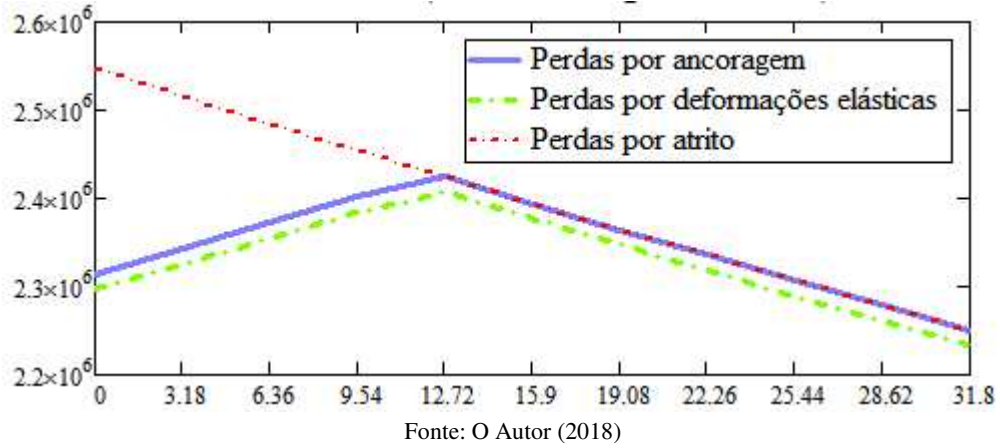
5.1.9.5. Perdas de protensão iniciais totais

$$\Delta p_{\text{inicial}} = 1 - \left[\frac{\frac{\sum P_{\Omega}(x)}{n_{\text{seções}}}}{P(0)} \cdot (1 - \Delta p(\%)_{\text{encurtamento}}) \right]$$

$$\Delta p_{\text{inicial}} = 1 - \left[\frac{\frac{25789,1}{11}}{2546,7} \cdot (1 - 0,00751) \right]$$

$$\Delta p_{\text{inicial}} = 8,63\%$$

Gráfico 5 – Exemplo 1 - Perdas de protensão iniciais - Mathcad



5.1.9.6. Perdas de protensão totais

$$\Delta p_{total} = 1 - (1 - \Delta p_{inicial}) \cdot (1 - \Delta p_{tempo})$$

$$\Delta p_{total} = 1 - (1 - 0,0863) \cdot (1 - 0,15)$$

$$\Delta p_{total} = 22,3\%$$

5.1.10. Cálculo da verificação da fase de execução

$$\sigma_{inf} = -\frac{2250,8}{0,425} - \frac{2250,8 \cdot 0,7}{0,12} + \frac{10,625 \cdot \frac{31,8^2}{8}}{0,12}$$

$$n_{cabos,inf} = \frac{\left(-0,7 \cdot 40 - \frac{10,625 \cdot \frac{31,8^2}{8}}{0,12} \right)}{\left(\left(-\left(\frac{1}{0,425} \right) - \left(\frac{0,7}{0,12} \right) \right) \cdot \frac{2250,8}{3} \right)} \cdot \frac{1}{1,1}$$

$$n_{cabos,inf} = 6 \text{ cabos}$$

$$n_{cabos,sup} = \frac{\left(3,54 - \frac{10,625 \cdot \frac{31,8^2}{8}}{W_{sup}} \right)}{\left(\left(-\left(\frac{1}{0,425} \right) + \left(\frac{0,7}{0,12} \right) \right) \cdot \frac{220,8}{3} \right)} \cdot \frac{1}{1,1}$$

$$n_{cabos,sup} = 5 \text{ cabos}$$

O número máximo de cabos que podem ser protendidos a j dias, sob ação do peso próprio é:

$$n_{cabos,j \text{ dias}} \leq \begin{cases} 6 \text{ cabos} \\ 5 \text{ cabos} \end{cases}$$

Como o número de cabos adotados no dimensionamento é menor que o número máximo de cabos que podem ser protendidos a j dias, pode-se protender todos.

5.1.11. Verificação das tensões

Os limites de tensão devem ser atendidos conforme a ABNT NBR 6118 (2014), e com o objetivo de simplificar, será verificado as tensões no meio do vão ($lv/2$).

Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras

$$\sigma_i = -\frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{inf}} + \frac{M}{W_{inf}} > 0$$

$$\sigma_i = -\frac{1977,8}{0,425} - \frac{1977,8 \cdot 0,7}{0,12} + \frac{1647,9}{0,12} = -2,47 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = -\frac{P_{\infty}}{A_c} + \frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{sup}} - \frac{M}{W_{sup}} < 0,7f_{ck}$$

$$\sigma_s = -\frac{1977,8}{0,425} + \frac{1977,8 \cdot 0,7}{0,12} - \frac{1647,9}{0,12} = -18,34 \text{ MPa}$$

Onde:

P_{∞} é a força de protensão no tempo

e_p é a excentricidade máxima

A_c é a área de concreto bruta da seção transversal

W_{inf} é o momento de inércia

M é o momento fletor considerando a combinação de ações conforme com nível de protensão.

5.1.12. Balanceamento de cargas

$$\mu_p = \frac{8 \cdot P_{\infty} \cdot e_p}{l_v^2}$$

$$\mu_p = \frac{8 \cdot 1977,8 \cdot 0,7}{31,8}$$

$$M_{sd}(x) = \gamma_f \cdot \left[\left(\frac{g_1 l_v x}{2} - \frac{g_1 x^2}{2} \right) + \left(\frac{g_2 l_v x}{2} - \frac{g_2 x^2}{2} \right) + \left(\frac{q l_v x}{2} - \frac{q x^2}{2} \right) - \left(\frac{\mu_p l_v x}{2} - \frac{\mu_p x^2}{2} \right) \right]$$

$$M_{sd}(x) = 1,4 \cdot \left[\left(\frac{337,9x}{2} - \frac{10,625x^2}{2} \right) + \left(\frac{46,4x}{2} - \frac{1,46x^2}{2} \right) + \left(\frac{43,2x}{2} - \frac{1,36x^2}{2} \right) - \left(\frac{348,3x}{2} - \frac{11x^2}{2} \right) \right]$$

$$M_{sd}(15,9) = 441,1 \text{ kNm}$$

5.1.13. Cálculo da área de aço passiva

O cálculo da linha neutra pode ser calculado, conforme Carvalho (2017):

$$x = \frac{0,68 \cdot d_s \mp \sqrt{(0,68 \cdot d_s)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right)}{b_w \cdot f_{cd}} \right)}}{0,544}$$

$$x' = \frac{0,68 \cdot 1,65 + \sqrt{(0,68 \cdot 1,65)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{441,1(15,9)}{0,25 \cdot 28571,4}\right)}}{0,544} = 406,9 \text{ cm}$$

$$x'' = \frac{0,68 \cdot 1,65 - \sqrt{(0,68 \cdot 1,65)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{441,1(15,9)}{0,25 \cdot 28571,4}\right)}}{0,544} = 5,6 \text{ cm}$$

Como o valor x' está fora dos limites geométricos da seção transversal, adota-se o valor de x'' como posição da linha neutra dentro da peça, assim, $x = x''$.

Definida a posição da linha neutra, é necessário verificar em qual domínio a estrutura trabalha, deste modo, tem-se:

$$x_{23} = 0,259 \cdot d_s$$

$$x_{23} = 0,259 \cdot 1,65 = 42,735 \text{ cm}$$

$$x_{34} = 0,45 \cdot d_s$$

$$x_{34} = 0,45 \cdot 1,65 = 74,25 \text{ cm}$$

$$\text{Domínio} \rightarrow \begin{cases} x < x_{23} \\ (x_{23} < x < x_{34}) \\ x > x_{34} \end{cases}$$

Logo, está no domínio 2.

$$z = d_s - 0,4x$$

$$z = 1,65 - 0,0224 = 1,628 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{M_{sd}(l_v/2)}{z \cdot f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{441,1}{1,628 \cdot 43478,6} = 6,232 \text{ cm}^2$$

5.1.13.1. Cálculo da armadura mínima passiva

Conforme a Tabela 7, o valor de $\omega_{\min}$ é de 0,035, assim, tem-se:

$$\omega_{\min} = \frac{A_{s,\min} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s,\min} = \frac{0,035 \cdot 0,425 \cdot 2,857}{43,8} = 9,775 \text{ cm}^2$$

Logo, como a área de aço passiva mínima é maior que área de aço calculada, adota-se a mínima.

$$A_s = 9,775 \text{ cm}^2$$

5.1.14. Cálculo da abertura de fissuras

$$d' = 1,7 - 1,65 = 5 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{0,25}{2} = 12,5 \text{ cm}$$

$$a_2 = 5,647 \cdot 9,78 \cdot 10^{-4} + (5,647 - 1) \cdot 0 = 55,2 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -5,647 \cdot 9,78 \cdot 1,65 - (5,647 - 1) \cdot 0 \cdot 0,05 = -9107,8 \text{ cm}^2$$

$$x_{II} = \frac{-55,2 \mp \sqrt{55,2^2 - 4 \cdot 12,5 \cdot -9107,8}}{2 \cdot 12,5} = 24,875 \text{ cm}$$

$$I_{x,II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_p \cdot A_s (d_s - x_{II})^2 + (\alpha_p - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')$$

$$I_{x,II} = \frac{25 \cdot 24,875^3}{3} + 5,647 \cdot 9,775 (165 - 24,88)^2 + (5,647 - 1) \cdot 0 \cdot (24,875 - 5)$$

$$I_{x,II} = 1,21 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$A_{cri} = b_w \cdot 7,5 \phi_s$$

$$A_{cri} = 25 \cdot 7,5 \cdot 1,25 = 234,38 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{ri} = \frac{A_s}{A_{cri}}$$

$$\rho_{ri} = \frac{9,775}{234,38} = 0,042$$

$$M_{dw} = 1647,8 - 1977,8 \cdot 0,7 = 263,5 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{si,II} = -\alpha_p \cdot \frac{P_\infty}{A_{cII}} + \sigma_p \cdot \frac{M_{dw} \cdot (d_s - x_{II})}{I_{x,II}}$$

$$\sigma_{si,II} = -5,647 \cdot \frac{1977,8}{677,08} + 5,647 \cdot \frac{26350 \cdot (165 - 24,875)}{1,21 \cdot 10^6} = 7,04 \text{ MPa}$$

$$w'_k = \frac{\phi_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \frac{3\sigma_{si,II}}{f_{ctm}}$$

$$w'_k = \frac{1,25}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{7,04}{210000} \cdot \frac{3 \cdot 7,04}{3,51} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$$

$$w''_k = \frac{\phi_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

$$w''_k = \frac{1,25}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{7,04}{210000} \cdot \left(\frac{4}{0,042} + 45 \right) = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$w_k \leq \begin{cases} \frac{\phi_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \frac{3\sigma_{si,II}}{f_{ctm}} \\ \frac{\phi_s}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si,II}}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

Logo, o menor valor é $9 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$. A NBR 6118 (2014) preconiza que o valor máximo de abertura de fissura para o nível de protensão parcial, com classe de agressividade III, é 0,2 mm. Dessa forma, encontra-se dentro dos limites estipulados por norma.

5.1.15. Verificação do Estado Limite Último

Conforme apresentado no item 494.1.1.1 deste trabalho, é necessário cumprir os seguintes passos:

- a) Arbitra-se um valor de tensão na armadura ($\sigma_{pd,arb}$), em geral entre f_{pyd} e f_{ptd} na primeira tentativa.

$$f_{pyd} = \frac{P_{yk}}{\gamma_s \cdot A_{cord}}$$

$$f_{pyd} = \frac{172,5}{1,4 \cdot 1,009} = 1487 \text{ MPa}$$

Considera-se que o aço de armadura ativa está escoando, assim, o valor da tensão na armadura de protensão $\sigma_{pd} = f_{pyd}$.

- b) Determina-se a posição da linha neutra, com a condição de equilíbrio de forças ($R_{cc} = R_{pt}$).

$$x = \frac{A_p \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w}$$

$$x = \frac{1,82 \cdot 10^{-3} \cdot 1487 + 9,78 \cdot 10^{-4} \cdot 434,8}{0,8 \cdot 0,85 \cdot 28,6 \cdot 0,25} = 0,644 \text{ m}$$

- c) Determina-se a deformação adicional (ε_{p1d}) na armadura, correspondente às deformações posteriores ao estado de neutralização, de acordo com o diagrama de deformações.

$$\varepsilon_{p1d} = \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \cdot \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_{p1d} = \left(\frac{1,55 - 0,644}{0,644} \right) \cdot 0,35\%$$

$$\varepsilon_{p1d} = 0,492\%$$

- d) Determina-se a deformação total de cálculo, somando-se a calculada no item anterior com o pré-alongamento ($\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{p1d} + \varepsilon_{pnd}$); em seguida, determina-se, de acordo com o diagrama tensão-deformação do aço empregado, a tensão na armadura $\sigma_{pd,cal}$.

$$\varepsilon_{pd} = \Delta\varepsilon_{pi} + \varepsilon_{p1d}$$

$$\varepsilon_{pd} = 0,649 + 0,492 = 1,141 \%$$

Conforme apresentando em capítulos anteriores, é possível calcular o valor de σ_{pd} através de equações baseadas no gráfico de escoamento do aço.

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + (\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}) \cdot \left(\frac{f_{ptd} - f_{pyd}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{pyd}} \right)$$

$$\sigma_{pd} = 1487 + (1,141 - 0,743) \cdot \left(\frac{1652,2 - 1487}{3,5 - 0,743} \right)$$

$$\sigma_{pd} = 1510,85 \text{ MPa}$$

- e) Se o valor de $\sigma_{pd,cal}$ for suficientemente próximo ao valor adotado $\sigma_{pd,arb}$, então calcula-se o valor do momento resistente; caso contrário, arbitra-se um novo valor e repete-se o processo até se chegar a uma aproximação satisfatória (que segundo Bastos (2015) aproxima-se de um valor de erro abaixo de 1%).

$$Erro(\%) = \frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{pd1}} - 1 \leq 1\%$$

$$Erro(\%) = \frac{1510,85}{1487} - 1 = 1,6\%$$

$$Erro(\%) = 1,6\% \leq 1\% \text{ (Não Ok!)}$$

Como o erro não é pequeno o bastante para ser desconsiderado, torna-se necessário realizar este processo consecutivamente até o erro se tornar aceitável. Através da rotina de cálculo automatizada no Mathcad, esse processo é realizado em até 1000 vezes com uma variação de tensão em 1MPa até que atenda as condições de erro máximo permissível. Desta forma, o valor de σ_{pd} para atender um erro menor que 1% é de 1510,6 MPa, o que configura uma variação de erro de 0,03%.

Figura 32 – Exemplo 1 - Programação em Mathcad para verificação do ELU - Mathcad

```

sigma_pd := sigma_pd1 <- f_pyd
if seção = 1
  for i ∈ 1..1000
    sigma_pd1 <- sigma_pd1 + 1MPa
    x <- (A_p * sigma_pd1 + A_s * f_pyd) / (lambda * alpha_c * f_cd * b_w)
    epsilon_pd1 <- ((d_p - x) / x) * epsilon_cu
    epsilon_pd <- Delta_epsilon_pi + epsilon_pd1
    sigma_pd <- if epsilon_pd < epsilon_pyd then E_p * epsilon_pd else f_pyd + (f_ptd - f_pyd) * ((epsilon_pd - epsilon_pyd) / (epsilon_u - epsilon_pyd))
    break if abs((sigma_pd / sigma_pd1) - 1) < 1%
sigma_pd

```

= 1510.6 MPa

Fonte: O Autor (2018)

- f) Uma vez determinada a tensão na armadura, calcula-se o valor do momento resistente: $M_{ud} = R_{cc} \cdot z = R_{pt} \cdot z$

O momento resistente para seção retangular, como já detalhado anteriormente, é expresso pela seguinte equação:

$$M_{rd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot (0,5\lambda x - d_s)$$

$$M_{rd} = 1513,1 \cdot 1,186 \cdot 10^{-3} \cdot (1,55 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,622) + 4,35 \cdot 10^5 \cdot 9,78 \cdot 10^{-4} \cdot (1,65 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,622) + 4,35 \cdot 10^5 \cdot 0 \cdot (0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,622 - 1,65)$$

$$M_{rd} = 3956 \text{ kNm}$$

- g) A condição de segurança estará satisfeita se:

$$M_{ud} \geq M_{sd}$$

$$M_{Sd} = [(g_1 + g_2) \cdot \gamma_f + q \cdot \gamma_f] \cdot l_v^2 / 8$$

$$M_{Sd} = [(10,625 + 1,46) \cdot 1,4 + 1,36 \cdot 1,4] \cdot 31,8 / 8$$

$$M_{Sd} = 2379,3 \text{ kNm}$$

$$3956 \geq 2379,3 \text{ (Ok!)}$$

Como a deformação $\Delta \varepsilon_{pi}$ é menor que 1% e a armadura ativa está escoando ($\varepsilon_{pd} > \varepsilon_{pyd}$), a estrutura está no domínio 3.

5.1.16. Comparação dos resultados para o exemplo 1

Os resultados gerais obtidos por meio da rotina desenvolvida e o projeto elaborado pelo Eng. Msc. João Celso Martins Marques, estão apresentados abaixo com o intuito de elucidar a precisão dos cálculos realizados ao longo deste trabalho. A área de aço adotada em projeto foi inferior a calculada pela rotina, em virtude da área de aço mínima ser maior que a calculada. Desta forma, caso fosse adotada a área de aço calculada (6,23 cm²), existiria uma variação de erro próxima de 10%.

Tabela 13 – Comparação entre os resultados obtidos pelo Autor e pelo projeto do Pórtico de Entrada - UEMA

	Autor (2018)	Projeto do Pórtico de Entrada - UEMA	Variação de erro
Pi	2547,0 kN	2619,3 kN	-3%
As	9,78 cm ²	7,04 cm ²	39%
Ap	18,16 cm ²	18,18 cm ²	0%
Δp (total)	22,3%	25,0% *	-11%
* Valor estimado para comparação			

Fonte: O Autor (2018)

5.2.EXEMPLO 2

Este exemplo, que foi resolvido pelo Eng. Msc. Ralf Klein, foi extraído e adaptado de um projeto real de uma edificação industrial na cidade de Blumenau executado em estrutura de concreto armado. A solução aqui apresentada, utilizando a rotina automatizada, será comparada com a solução do autor.

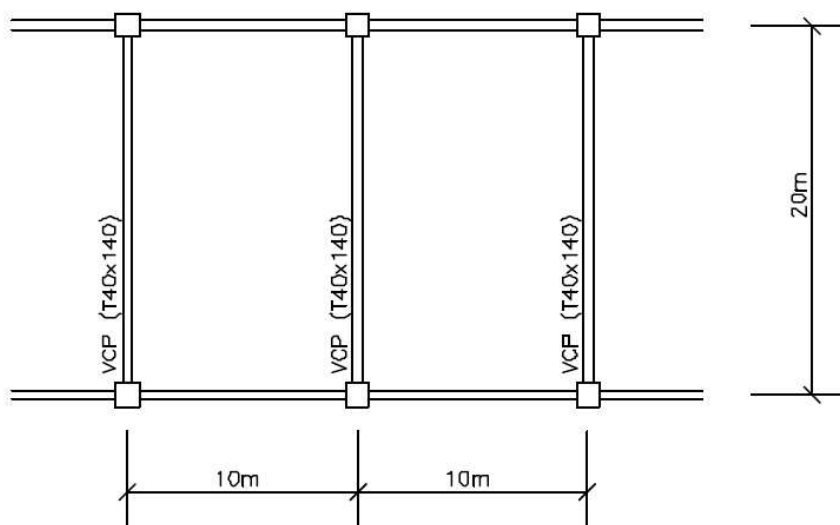
O exemplo se trata de três vigas de concreto protendido com um vão de 20m que fazem parte de um edifício que servirá como depósito de peças de cristal. As vigas e as lajes se integram e uma parte delas constituem a mesa das vigas, formando vigas tipo “T”.

5.2.1. Geometria

a) Vigas

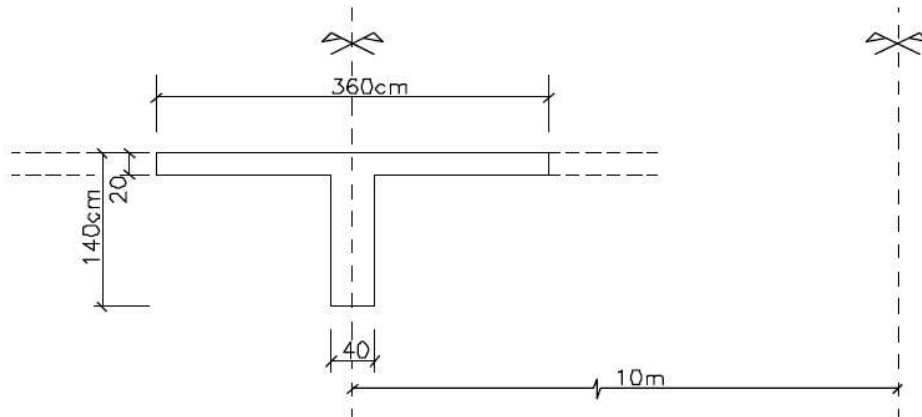
A seção transversal, apresentada abaixo, tem dimensões de 0,25m de largura da alma, 3,60m de largura da mesa, 0,20m de altura da mesa e 1,40m de altura total. Além disso, comprimento longitudinal de 20 m e vão espaçadas a cada 10 m.

Figura 33 – Exemplo 2 - Esquema da planta baixa do pavimento da edificação



Fonte: Adaptado Ralf Klein (2002)

Figura 34 – Exemplo 2 – Esquema da seção transversal da viga



Fonte: Adaptado Ralf Klein (2002)

5.2.2. Carregamentos

Os carregamentos permanentes são divididos em g_1 e g_2 , já o carregamento variável como q .

Figura 35 – Dados de entrada na rotina automática do Mathcad

Carregamentos		Características Geométricas		
$g_1 := 64 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	$g_2 := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	$b_w := 0.4\text{m}$	$h := 1.4\text{m}$	$j := 28 \text{ dias}$
$q := 50 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ (variável)		$b_f := 3.6\text{m}$	$h_f := 0.2\text{m}$	☐ Retangular
		$l_v := 20\text{m}$	$e_p := 0.92\text{m}$	☒ "T"
			$d_s := 1.35\text{m}$	
+				
Dados dos Materiais				
$f_{ck} := 25\text{MPa}$	☒ CP 190 RB 12.7 ☐ CP 190 RB 15.2 ☐ CP 210 RB 12.7 ☐ CP 210 RB 15.2			
☐ Parcial ☒ Limitada				

Fonte: O Autor (2018)

5.2.3. Parâmetros de projeto

A edificação se localiza em uma região de clima industrial e alta umidade (80%), em virtude disso, a Classe de Agressividade Ambiental Classe (CAA) III pode ser adotada. Já que o tipo de protensão pós-tração foi empregado como objeto de estudo deste trabalho, conclui-se, conforme Quadro 1, que deve ser aplicado o nível 3 de protensão, isto é, protensão limitada.

Além disso, também é possível, ainda segundo o Quadro 1, determinar as combinações que serão consideradas, assim como os estados limites de serviço que devem ser atendidos, conforme NBR 6118 (2014). Para esse nível de protensão, o Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras e Estado Limite de Serviço de Descompressão, e deve ser considerado a combinação de ação em serviço frequente e quase permanente. Além disso, determinou-se o fator de redução de ações da combinação frequente $\psi_1 = 0,7$.

A seção transversal é tipo "T", desse modo, de acordo com Bastos (2015), o coeficiente de majoração da resistência a tração do concreto é 1,2 ($\alpha = 1,2$). Outros coeficientes considerados estão apresentados abaixo:

Figura 36 – Coeficientes e parâmetros

$\gamma_c := 1.4$	$f_{yk} := 500\text{MPa}$	
$\gamma_s := 1.15$	$E_s := 210\text{GPa}$	
$\gamma_f := 1.4$	$E_p := 195\text{GPa}$	
$\gamma_p := 1.1$	$\gamma_{conc} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$	
$\psi_1 := 0.7$	$\Delta_w := 4\text{mm}$	
$\psi_2 := 0.6$		
$\alpha_E := 1$		
$s_{cr} := 0.38$		
$\mu_a := 0.25$		
$\beta := 0.01 \cdot \frac{1}{\text{m}}$		+
$\alpha_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80\text{MPa}} & \text{otherwise} \end{cases}$		$= 0.85$
$\alpha := \begin{cases} 1.5 & \text{if } \text{seção} = 1 \\ 1.2 & \text{otherwise} \end{cases}$		$= 1.2$

Fonte: O Autor (2018)

Como o concreto estrutural utilizado tem resistência característica de 40MPa, o cimento usado para confecção é classe CPIII e a protensão será realizada aos 21 dias (j dias), assim, a resistência do concreto a j dias:

Figura 37 – Resistências características e de cálculo do concreto - Mathcad

$$\begin{aligned}
 f_{ckj}(j) &:= e^{\left[s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{j} \right)^{0.5} \right] \right]} \cdot f_{ck} \\
 f_{ckj}(j) &= 25 \cdot \text{MPa} \\
 f_{cdj}(j) &:= \frac{f_{ckj}(j)}{\gamma_c} \\
 f_{cdj}(j) &= 17.9 \cdot \text{MPa} \\
 f_{ctm} &:= \begin{cases} 0.3 \text{MPa} \cdot \sqrt[3]{\left[\left(\frac{f_{ck}}{1 \text{MPa}} \right)^2 \right]} & \text{if } 25 \text{MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 2.12 \cdot \ln \left(1 + 0.11 \cdot \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right) \cdot \text{MPa} & \text{otherwise} \end{cases} = 2.565 \cdot \text{MPa} \\
 f_{ctk_inf} &:= 0.7 \cdot f_{ctm} = 1.795 \cdot \text{MPa} \\
 \sigma_{fiss} &:= \alpha \cdot f_{ctk_inf} = 2.155 \cdot \text{MPa} \\
 \sigma_{fiss} &= 2.15 \cdot \text{MPa}
 \end{aligned}$$

Fonte: O Autor (2018)

Os valores limites da aplicação força de protensão são estipulados na NBR 6118 (2014). Para armadura pós-tracionada CP190 RB 12.7, apresentam os seguintes limites:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{pmatrix} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,87 \cdot f_{ptk} \end{pmatrix}$$

De maneira análoga, tem-se:

$$P_{i,cord} \leq \begin{pmatrix} 0,74 \cdot 191,71 \\ 0,82 \cdot 0,9 \cdot 191,71 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{pmatrix} 141,86 \\ 141,48 \end{pmatrix}$$

Logo, $P_{i, cord} = 141,48 \text{ kN}$.

5.2.4. Combinação de ações

Conforme elucidado em capítulos anteriores, as combinações para serviço, para nível de protensão limitada, deve ser adotada a combinação frequente e quase permanente, como mostra a figura abaixo:

Combinação frequente:

$$M_1 = M_{g1} + \Psi_1 \cdot M_q$$

Combinação quase-permanente:

$$M_2 = M_{g1} + \Psi_2 \cdot M_q$$

Figura 38 – Exemplo 2 - Combinações últimas - Mathcad

$$M_1 := \begin{bmatrix} \left[(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q \right] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nível} = 2 \\ \left[(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q \right] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nível} = 1 \end{bmatrix} = 5450 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\boxed{M_1 = 5450 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}}$$

$$M_2 := \begin{bmatrix} \left[(g_1 + g_2) + \psi_2 \cdot q \right] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nível} = 2 \\ \left[(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q \right] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nível} = 1 \end{bmatrix} = 5200 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\boxed{M_2 = 5200 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}}$$

Fonte: O Autor (2018)

5.2.5. Pré-dimensionamento

Para o nível de protensão limitada, será adotado o Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras e de Descompressão, conforme NBR 6118 (2014), e adotado o maior valor.

Figura 39 – Exemplo 2 – Pré-dimensionamento no ELS-F - Mathcad

Verificação ELS-F

$$P_1 := \frac{\left[\sigma_{fiss} - \left(\frac{M_1}{W_{inf}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right]} = 4634 \text{ kN}$$

$$\left| \begin{array}{ll} \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_1}{A_c} \right) + \left(\frac{P_1 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_1}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} & = \text{"OK!"} \\ \text{"NÃO PASSA!!!" if } \left[-\left(\frac{P_1}{A_c} \right) + \left(\frac{P_1 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_1}{W_{sup}} \right] > 0.7 \cdot f_{ck} & \end{array} \right.$$

Fonte: O Autor (2018)

Figura 40 – Exemplo 2 – Pré-dimensionamento ELS-D - Mathcad

Verificação ELS-D

$$P_2 := \frac{\left[0 - \left(\frac{M_2}{W_{inf}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right]} = 4795.7 \text{ kN}$$

$$\left| \begin{array}{ll} \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_2}{A_c} \right) + \left(\frac{P_2 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_2}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} & = \text{"OK!"} \\ \text{"NÃO PASSA!!!" if } \left[-\left(\frac{P_2}{A_c} \right) + \left(\frac{P_2 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_2}{W_{sup}} \right] > 0.7 \cdot f_{ck} & \end{array} \right.$$

Fonte: O Autor (2018)

$$P_{\infty} = 4795,7 \text{ kN}$$

5.2.6. Dimensionamento da armadura ativa

Para dimensionar a armadura ativa, serão adotados os mesmos valores utilizados pelo Msc. Ralf Klein. Então, serão adotados um valor de 24% de perda total, perdas iniciais de 8% e progressivas no tempo de 17,4%. Os dois últimos valores foram definidos a partir de uma constatação técnica média de valores, segundo Rudolf, $\Delta p_{inicial} = \Delta p_{total}/3$ e $\Delta p_{total} = 1 - \left(\frac{1 - \Delta p_{total}}{1 - \Delta p_{inicial}} \right)$. O número de cordoalhas calculadas foram de 45, uma solução apresentada pelo autor, contudo, o número de cordoalhas por cabo define a quantidade de cordoalhas que serão utilizadas. Desse modo, optando por 8 cordoalhas por cabo, tem-se:

Estimativa de perdas	
$\Delta_{pt} := 24\%$	$\Delta_{pi} := \frac{\Delta_{pt}}{3} = 8\%$
$\Delta_{pp} := 1 - \frac{1 - \Delta_{pt}}{1 - \Delta_{pi}} = 17.4\%$	
$P_i := \frac{P_{\infty}}{(1 - \Delta_{pt})} = 6310 \text{ kN} \quad (\text{Força Inicial})$	
$n_{cord} := \text{ceil} \left(\frac{P_i}{P_{i_{cord}}} \right) = 45$	
$cord_{cabo} := 8$	
$n_{cord} = 45$	
$n_{cabos} := \text{ceil} \left(\frac{n_{cord}}{cord_{cabo}} \right) = 6$	
$n_{cord} = cord_{cabo} \cdot n_{cabos} = 48$	
$A_p := A_{cord} \cdot n_{cord} = 48.432 \text{ cm}^2$	
$P_i := P_{i_{cord}} \cdot n_{cord} = 6791.14 \text{ kN}$	

5.2.7. Traçado geométrico do cabo representante

O número de seções é padronizado em 11, nas quais se intercalam igualmente, formando 10 trechos. O traçado do cabo geométrico é calculado a partir de uma equação

parabólica, como já detalhado em capítulos anteriores, e pode ser expresso pela seguinte equação:

$$e_p(x) = \frac{4e_p}{l_v^2} \cdot x^2 - \frac{4e_p}{l_v} \cdot x$$

Figura 41 – Exemplo 2 – Posição do cabo representante em relação a linha neutra - Mathcad

$x =$		0	m	$e_p(x) =$		0	m
	0	0			0	0	
	1	2			1	-0.331	
	2	4			2	-0.589	
	3	6			3	-0.773	
	4	8			4	-0.883	
	5	10			5	-0.92	
	6	12			6	-0.883	
	7	14			7	-0.773	
	8	16			8	-0.589	
	9	18			9	-0.331	
	10	20			10	0	

Fonte: O Autor (2018)

O cabo representante deve estar localizado dentro do fuso limite, portanto, determinam-se traçados geométricos considerando os limites físicos e as respectivas tensões a serem atendidas.

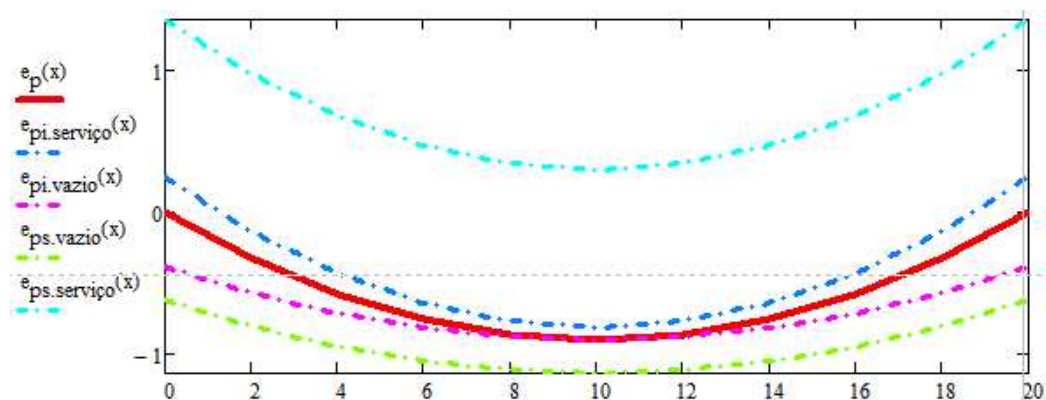
$$e_{pi,serviço}(x) = \left[\sigma_{fiss} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda inferior})$$

$$e_{ps,serviço}(x) = \left[-0,7f_{ck} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda superior})$$

$$e_{pi,vazio}(x) = \left[\sigma_{fiss} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda inferior})$$

$$e_{ps,vazio}(x) = \left[-0,7f_{ck} + \frac{p_{\infty}}{A_c} - \frac{-p \frac{x^2}{2} + \frac{p \cdot l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_{\infty}} \quad (\text{Borda superior})$$

Gráfico 6 – Exemplo 2- Traçado geométrico do cabo representante - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.2.8. Alongamento teórico

Figura 42 – Alongamento teórico - Mathcad

$$\Delta_1 := \frac{\int_0^{l_v} P(x) \, dx}{E_p \cdot A_p} = 134 \cdot \text{mm}$$

Fonte: O Autor (2018)

5.2.9. Cálculo das perdas de protensão

5.2.9.1. Perdas de protensão por atrito

$$\Delta\alpha(x) = \frac{8 \cdot e_p}{l_v} \cdot x$$

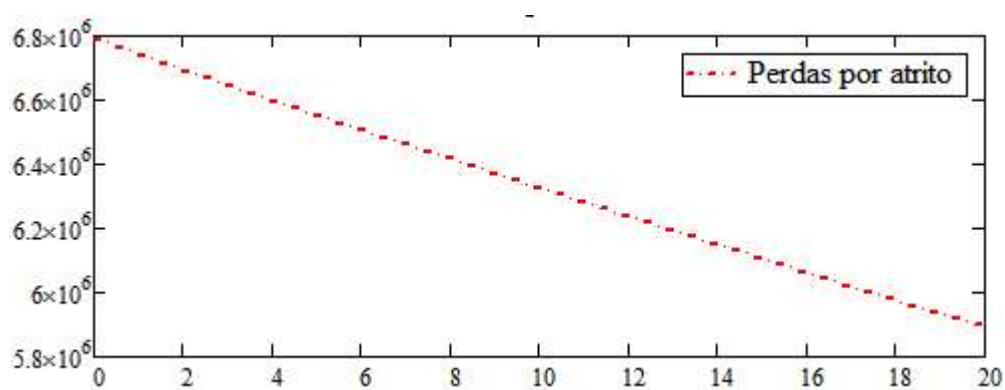
$$P(x) = P_i \cdot e^{-\mu(\Delta\alpha(x) + \beta x)}$$

Tabela 14 – Variação angular, perda de protensão por atrito e variação da perda de protensão - Mathcad

$\Delta\alpha(x) =$		0	$P(x) =$		0	$\Delta P(x) =$		0
	0	0		0	6791.1		0	0
	1	0.037		1	6695.4		1	95.8
	2	0.074		2	6601		2	190.2
	3	0.11		3	6507.9		3	283.2
	4	0.147		4	6416.1		4	375
	5	0.184		5	6325.7		5	465.5
	6	0.221		6	6236.5		6	554.6
	7	0.258		7	6148.6		7	642.6
	8	0.294		8	6061.9		8	729.3
	9	0.331		9	5976.4		9	814.7
	10	0.368		10	5892.1		10	899

Fonte: O Autor (2018)

Gráfico 7 – Exemplo 2 – Perda de protensão por atrito - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.2.9.2. Perdas de protensão por acomodação da ancoragem

$$\Delta p = \frac{6791,1 - 5892,1}{20} = 44,95 \text{ kN/m}$$

$$w = \sqrt{\frac{0,004 \cdot 195 \cdot 10^6 \cdot 4,843 \cdot 10^{-3}}{44,95}} = 9,17 \text{ m}$$

$$P_{\Omega,0} = 6791,1 - 2 \cdot 9,17 \cdot 44,95 = 5967 \text{ kN}$$

$$P_{\Omega}(x) = 5967 + 44,95 \cdot x$$

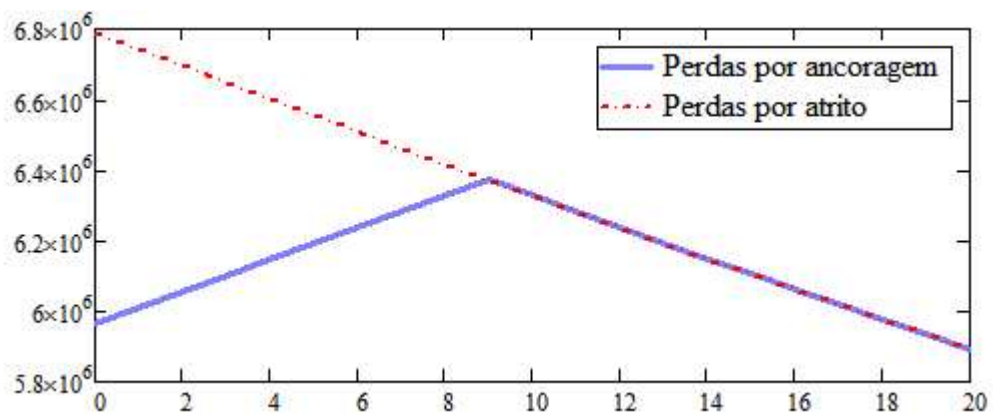
$$P_{\Omega}(x) = \begin{cases} \text{Se } x \leq w, P_{\Omega}(x) \\ \text{Se } x > w, P(x) \end{cases}$$

Tabela 15 – Exemplo 2 – Perda de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad

x =	$P_{\Omega}(x) =$	
0 m	5967	kN
2	6056.9	
4	6146.8	
6	6236.7	
8	6326.6	
10	6325.7	
12	6236.5	
14	6148.6	
16	6061.9	
18	5976.4	
20	5892.1	

Fonte: O Autor (2018)

Gráfico 8 – Exemplo 2 – Perdas de protensão por acomodação da ancoragem - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.2.9.3. Perdas por encurtamento imediato do concreto

$$\sigma_{cp} = \frac{5892,1}{1,2} + \frac{5892,1 \cdot 0,92^2}{0,201} = 29,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cg} = \frac{5450 \cdot 0,92}{0,201} = 24,93 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_p = 6,96 \cdot \frac{(48 - 1)}{2 \cdot 48} \cdot (29,71 - 24,93)$$

$$\Delta\sigma_p = 13,86 \text{ MPa}$$

$$\Delta p(\%)_{\text{encurtamento}} = \frac{13,86 \cdot 4,843 \cdot 10^{-3}}{5892,1}$$

$$\Delta p(\%)_{\text{encurtamento}} = 1,14\%$$

5.2.9.4. Perdas de protensão progressivas

De acordo com Cholfe (2016), as perdas progressivas, mesmo calculadas pelo método geral, não apresentam a mesma precisão que ensaios laboratoriais, logo, será adotado a recomendação conforme o Boletim nº31 do CEB-FIP (2005), que diz que as perdas progressivas variam entre 10% e 15%, e para este trabalho, será adotado o valor máximo de 15%.

$$\Delta p_{\text{tempo}} = 15\%$$

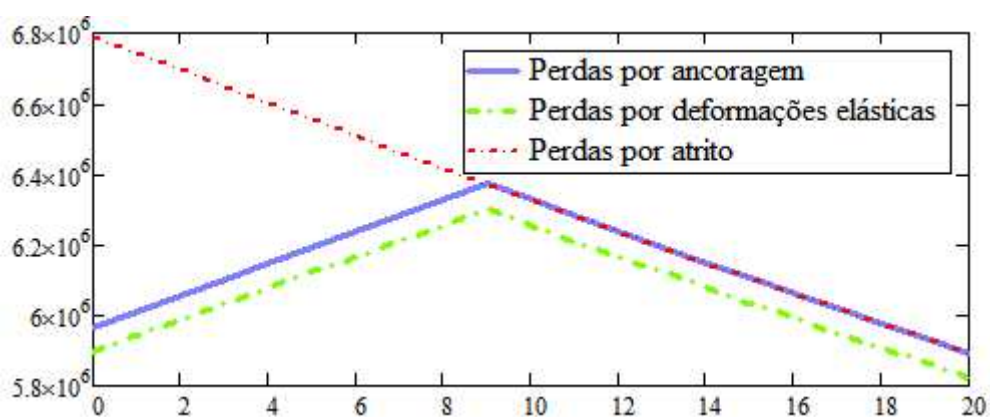
5.2.9.5. Perdas de protensão iniciais totais

$$\Delta p_{inicial} = 1 - \left[\frac{\sum P_{\Omega}(x)}{\frac{n_{seções}}{P(0)} \cdot (1 - \Delta p(\%)_{encurtamento})} \right]$$

$$\Delta p_{inicial} = 1 - \left[\frac{\frac{67375}{11}}{6791,1} \cdot (1 - 0,0114) \right]$$

$$\Delta p_{inicial} = 10,84\%$$

Gráfico 9 – Exemplo 2 – Perda de protensão iniciais - Mathcad



Fonte: O Autor (2018)

5.2.10. Perda de protensão total

$$\Delta p_{total} = 1 - (1 - \Delta p_{inicial}) \cdot (1 - \Delta p_{tempo})$$

$$\Delta p_{total} = 1 - (1 - 0,1084) \cdot (1 - 0,15)$$

$$\Delta p_{total} = 24,2\%$$

5.2.11. Cálculo da verificação da fase de execução

A verificação da fase de execução deve ser realizada considerando a atuação da força de protensão e o carregamento g_1 , assim, faz-se uma verificação em função do número de cabos para que a ação da protensão não seja maior que as tensões limites que o concreto suporta, conforme a NBR 6118 (2014).

Figura 43 – Verificação da fase de execução a j dias, considerando a protensão e o carregamento g_1

$$\sigma_{inf} := -\frac{P(l_v)}{A_c} - \frac{P(l_v) \cdot e_p}{W_{inf}} + \frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{inf}} = -16.173 \text{ MPa}$$

$$n_{inf} := \frac{\left[-0.7 \cdot f_{ckj}(j) - \left(\frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{inf}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right] \cdot \frac{P(l_v)}{n_{cabos}} \cdot \gamma_p} \cdot 1 = 6$$

$$n_{sup} := \frac{\left[\left(\frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{sup}} \right) + \sigma_{fissj}(j) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) + \frac{e_p}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{P(l_v)}{n_{cabos}} \cdot \gamma_p} \cdot 1 = 8$$

$$n_c := \text{floor}(\min(n_{inf}, n_{sup})) = 5$$

$$\xi_p := \min\left(\frac{n_c}{n_{cabos}}, 1\right) = 83\%$$

Fonte: O Autor (2018)

Desse modo, só é possível protender 83% da força de protensão, o que significa, de modo prático, a protensão de 5 dos 8 cabos.

5.2.12. Verificações das tensões

Após o cálculo das perdas de protensão, as forças de protensão são redefinidas, desse modo, é necessário verificar novamente as bordas na seção mais solicitada, conforme NBR 6118 (2014).

Verificação no ELS-F:

Figura 44 – Exemplo 2 – Verificação das tensões limites – ELS-F

Borda Inferior	
"NÃO OK!"	if $\left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{inf}} \right) + \frac{M_1}{W_{inf}} \right] > \sigma_{fiss} = \text{"OK!"}$
"NÃO OK!"	if $\left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{inf}} \right) + \frac{M_1}{W_{inf}} \right] \geq 0.7 \cdot f_{ck}$
"OK!"	otherwise

Borda Superior	
"OK!"	if $\left[-\left(\frac{P_{\infty}}{A_c} \right) + \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_1}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} = \text{"OK!"}$
"NÃO OK!"	otherwise

Fonte: O Autor (2018)

Verificação no ELS-D:

Figura 45 – Exemplo 2 – Verificação de tensões limites ELS-D

Borda Inferior	
"NÃO OK!"	if $\left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{inf}} \right) + \frac{M_2}{W_{inf}} \right] > 0 = \text{"OK!"}$
"NÃO OK!"	if $\left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{inf}} \right) + \frac{M_2}{W_{inf}} \right] \geq 0.7 \cdot f_{ck}$
"OK!"	otherwise

Borda Superior	
"OK!"	if $\left[-\left(\frac{P_{\infty}}{A_c} \right) + \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_2}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} = \text{"OK!"}$
"NÃO OK!"	otherwise

Fonte: O Autor (2018)

5.2.13. Balanceamento de cargas

$$\mu_p = \frac{8 \cdot P_\infty \cdot e_p}{l_v^2}$$

$$\mu_p = \frac{8 \cdot 5146,9 \cdot 0,92}{20} = 94,7 \text{ kN/m}$$

$$M_{sd}(x) = \gamma_f \cdot \left[\left(\frac{g_1 l_v x}{2} - \frac{g_1 x^2}{2} \right) + \left(\frac{g_2 l_v x}{2} - \frac{g_2 x^2}{2} \right) + \left(\frac{q l_v x}{2} - \frac{q x^2}{2} \right) - \left(\frac{\mu_p l_v x}{2} - \frac{\mu_p x^2}{2} \right) \right]$$

$$M_{sd}(x) = 1,4 \cdot \left[\left(\frac{1280x}{2} - \frac{64x^2}{2} \right) + \left(\frac{200x}{2} - \frac{10x^2}{2} \right) + \left(\frac{1000x}{2} - \frac{50x^2}{2} \right) - \left(\frac{1894,1x}{2} - \frac{94,7x^2}{2} \right) \right]$$

$$M_{sd}(10) = 2050,7 \text{ kNm}$$

5.2.14. Cálculo da área de aço passiva

O cálculo da linha neutra pode ser feito supondo, inicialmente, que a linha neutra se encontra na mesa da viga, o que configura uma seção “T” falsa, ou seja, trabalha como seção retangular de largura b_f , conforme Carvalho (2017):

$$x = \frac{0,68 \cdot d_s \mp \sqrt{(0,68 \cdot d_s)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right)}{b_f \cdot f_{cd}} \right)}}{0,544}$$

$$x' = \frac{0,68 \cdot 1,35 + \sqrt{(0,68 \cdot 1,35)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{2050,7(10)}{3,6 \cdot 17857,1} \right)}}{0,544} = 334 \text{ cm}$$

$$x'' = \frac{0,68 \cdot 1,35 - \sqrt{(0,68 \cdot 1,35)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{2050,7(10)}{3,6 \cdot 17857,1} \right)}}{0,544} = 3,5 \text{ cm}$$

Como o valor x' está fora dos limites geométricos da seção transversal, adota-se o valor de x'' como posição da linha neutra dentro da peça, assim, $x = x''$. Como $h_f > x$, calcula-se como seção retangular.

Definida a posição da linha neutra, é necessário verificar em qual domínio a estrutura trabalha, deste modo, tem-se:

$$x_{23} = 0,259 \cdot d_s$$

$$x_{23} = 0,259 \cdot 1,35 = 35 \text{ cm}$$

$$x_{34} = 0,45 \cdot d_s$$

$$x_{34} = 0,45 \cdot 1,35 = 60,8 \text{ cm}$$

$$\text{Domínio} \rightarrow \begin{cases} x < x_{23} \\ (x_{23} < x < x_{34}) \\ x > x_{34} \end{cases}$$

Logo, está no domínio 2.

$$z = d_s - 0,4x$$

$$z = 1,65 - 0,014 = 1,34 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{M_{sd}(l_v/2)}{z \cdot f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{2050,7}{1,34 \cdot 43478,6} = 35,31 \text{ cm}^2$$

5.2.15. Cálculo da armadura mínima passiva

Conforme a Tabela 7, o valor de ω_{min} é de 0,024, assim, tem-se:

$$\omega_{min} = \frac{A_{s,min} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s,min} = \frac{0,024 \cdot 1,2 \cdot 1,428}{43,8} = 11,83 \text{ cm}^2$$

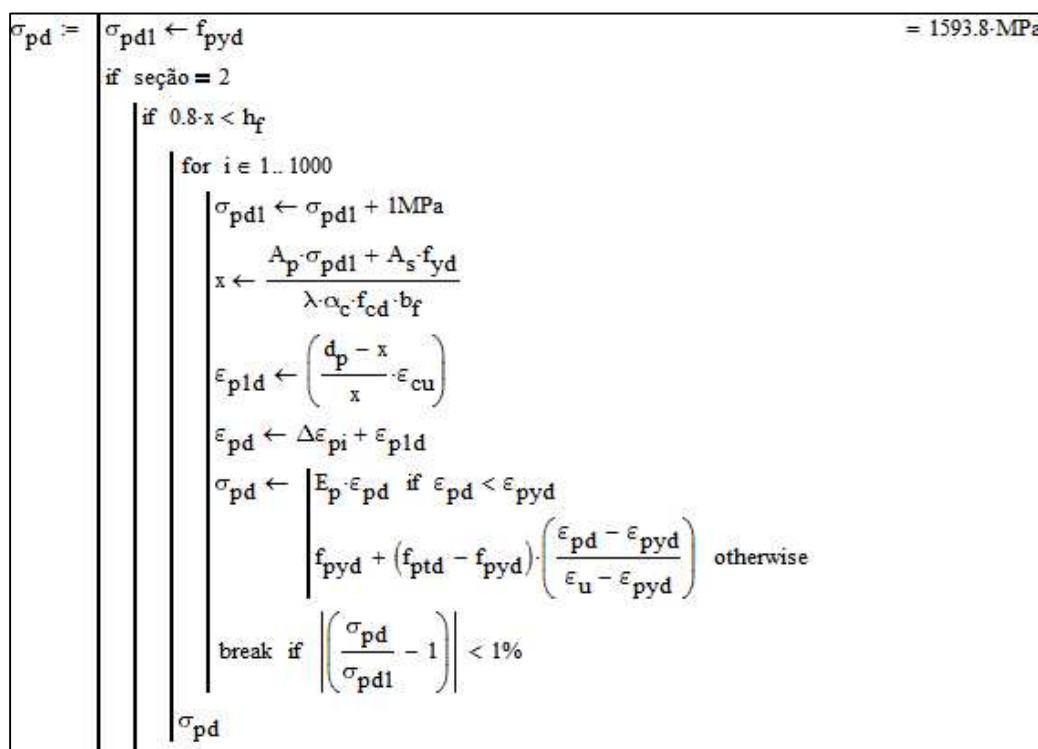
Logo, como a área de aço passiva mínima é menor que área de aço calculada, adota-se a calculada.

$$A_s = 35,31 \text{ cm}^2$$

5.2.16. Verificação do Estado Limite Último

Como já detalhado em 5.1.15, repete-se o mesmo processo para verificação, logo, será apresentado apenas os resultados de saída da rotina automática aplicada do Mathcad.

Figura 46 – Exemplo 2 – Programação em Mathcad para verificação do ELU



$$x = \frac{A_p \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_f}$$

$$x = \frac{4,842 \cdot 10^{-3} \cdot 1593,8 + 35,31 \cdot 10^{-4} \cdot 434,8}{0,8 \cdot 0,85 \cdot 17,86 \cdot 3,6} = 0,21 \text{ m}$$

Figura 47 – Exemplo 2 - Programação em Mathcad para verificação da variação do erro

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p1d} &:= \left(\frac{d_p - x}{x} \cdot \varepsilon_{cu} \right) = 1.799\% \\ \varepsilon_{pd} &:= \Delta \varepsilon_{pi} + \varepsilon_{p1d} = 2.515\% \quad (\varepsilon_{pyd} < \varepsilon_{pd} < 3.5\%) \\ \sigma_{pd} &:= \begin{cases} E_p \cdot \varepsilon_{pd} & \text{if } \varepsilon_{pd} < \varepsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + (f_{ptd} - f_{pyd}) \cdot \left(\frac{\varepsilon_{pd} - \varepsilon_{pyd}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{pyd}} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = 1592.8 \text{ MPa} \\ \left| \left(\frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{pd1}} - 1 \right) \right| &= 0.07\% \quad (\text{Verificação da variação do erro}) \end{aligned}$$

Fonte: O Autor

O momento resistente para seção retangular, como já detalhado anteriormente, é expresso pela seguinte equação:

$$M_{rd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0,5\lambda x) + f_{yd} \cdot A'_s \cdot (0,5\lambda x - d_s)$$

$$\begin{aligned} M_{rd} &= 1593,8 \cdot 4,842 \cdot 10^{-3} \cdot (1,3 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,21) + 4,35 \cdot 10^5 \cdot 3,531 \cdot 10^{-3} \\ &\quad \cdot (1,35 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,21) + 4,35 \cdot 10^5 \cdot 0 \cdot (0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,21 - 1,35) \end{aligned}$$

$$M_{rd} = 11323,3 \text{ kNm}$$

A verificação de segurança estará satisfeita se:

$$M_{ud} \geq M_{sd}$$

$$M_{sd} = [(g_1 + g_2) \cdot \gamma_f + q \cdot \gamma_f] \cdot l_v^2 / 8$$

$$M_{sd} = [(64 + 10) \cdot 1,4 + 50 \cdot 1,4] \cdot 20/8$$

$$M_{sd} = 8680 \text{ kNm}$$

$$11323,3 \geq 8680,3 \text{ (Ok!)}$$

Como a deformação $\Delta \varepsilon_{pi}$ é menor que 1% e a armadura ativa está escoando ($\varepsilon_{pd} > \varepsilon_{pyd}$), a estrutura está no domínio 3.

5.2.17. Comparação dos resultados para o exemplo 2

Os resultados gerais obtidos por meio da rotina desensolvida e o software desenvolvido pelo Msc. Ralf Klein, são apresentados abaixo com o intuito de elucidar a precisão dos cálculos realizados ao longo deste trabalho. Como dito anteriormente, existem outras combinações de cordoalhas possíveis para a solução deste exemplo, como o uso de 45 cordoalhas divididas em 3 cabos de 15 cordoalhas, contudo, foi adotado outra conjuntura, deixando claro que a rotina elaborada possibilita que o usuário interaja de modo livre.

Tabela 16 – Comparação entre os resultados obtidos pelo Autor e pelo Eng. Msc. Ralf Klein

	Autor (2018)	Klein (2002)	Variação de erro
Pi	6791,0 kN	6744,0 kN	1%
PO	6247,8 kN	6339,0 kN	-1%
P _∞	5161,3 kN	5125,0 kN	1%
Ap	48,4 cm ²	49,1 cm ²	-1%
Δp (total)	24,2%	26,6%	-9%

Fonte: O Autor (2018)

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou fundamentações teóricas necessárias para o entendimento do funcionamento de vigas em concreto protendido baseadas no sistema de pós tração. Os exemplos elucidados no decorrer do trabalho obtiveram resultados satisfatórios em relação aos trabalhos dos respectivos autores. O exemplo 1 se trata de uma estrutura construída em 2018, dimensionada e projetada pelo Eng. Msc. João Celso Martins Marques, e os resultados evidenciam uma diferença de até 39%, embora a maioria seja em torno de 3%. Essa diferença é notada no cálculo da área de aço passiva, contudo, caso fosse adotado o valor da área de aço calculada, e não a mínima, essa diferença cairia para 10,23%. O exemplo 2, em virtude da maior disponibilidade de dados, apresenta uma menor porcentagem de erro. Desse modo, nota-se que a maioria dos resultados apresentam erro em torno de 1%, já as perdas de protensão totais, 9%. O exemplo 2, originalmente, é constituído de um sistema de ancoragem ativa-ativa, enquanto o exemplo resolvido pelo autor, ativa-passiva, o que justifica uma variação relativamente abrupta dos resultados apresentados.

As estruturas são verificadas quanto ao estado limite último no ato da compressão, e obtiveram êxito quanto aos limites estabelecidos em norma. E possibilita ao usuário a escolha da situação mais econômica, embora caiba ao usuário verificar se a quantidade de cabos escolhida consegue se acomodar dentro dos limites físicos da estrutura.

Para trabalhos futuros, recomenda-se que seja desenvolvido um software com uma interface gráfica baseada em Visual Basic para que se facilite o uso e a disseminação do mesmo. Além disso, que sejam feitas verificações de forma automatizada em todos os trechos da estrutura, assim como, possibilitar o uso de sistemas de pré-tração e o cálculo de estruturas hiperestáticas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS BRASILEIRAS. **NBR 9062:** Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 1985.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS BRASILEIRAS. **NBR 7482:** Fios de Aço para Concreto Protendido. Rio de Janeiro: ABNT, 1990.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS BRASILEIRAS. **NBR 7483:** Cordoalhas de Aço para Concreto Protendido. Rio de Janeiro: ABNT, 1990.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7197:** Projeto de Estruturas de Concreto Protendido - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de Estrutura de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

BASTOS, P. S. D. S. **Notas de Aula:** Concreto Protendido. Bauru: UNESP, 2015.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em Concreto Protendido.** São Paulo: PINI, 2017.

CAUDURO, E. L. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas.** 2ª. ed. [S.l.]: [s.n.], 2002.

CEB-FIP. **Comitê Euro-Internacional.** [S.l.]: [s.n.], 2005.

CHOLFE, L.; BONILHA, L. **Concreto Protendido:** teoria e prática. São Paulo: PINI, 2016.

GUIDORIZZI, H. L. **Curso de Cálculo - Volume 1.** São Paulo: LTC, 2001. 138 p.

HANAI, J. B. **Fundamentos do Concreto Protendido.** São Carlos: ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO PAULO, 2005.

ISHITANI, H.; FRANÇA, R. L. E. S. **Concreto Protendido: Fundamentos Iniciais**. São Paulo: [s.n.], 2002.

KLEIN, R. **Dimensionamento por Computador de Vigas Simplesmente Apoiadas de Concreto Protendido Pós-Tracionadas**. Florianópolis: [s.n.], 2002.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: Interciência, v. 5, 1983.

LIN, T. Y. **Load-Balancing Method for Design and Analysis of Prestressed Concrete**. [S.l.]: Journal of the American Concrete Institute, 1963.

MOURA, J. R. B. **Estrutura de Concreto Protendido: Curso Introductório**. Fortaleza: UNIFOR, 2010.

PEREIRA, J. L. S. et al. **Concreto Protendido e Lajes Protendidas com Monocordalhas Engraxadas**. [S.l.]: Comunidade da Construção, 2005.

PFEIL, W. **Concreto Protendido: Introdução**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, v. 1, 1984.

ROCHA, A. M. D. **Novo curso prático de concreto armado e concreto protendido - Volume 5**. Rio de Janeiro: EDITORA CIENTÍFICA, 1972.

SENGUPTA, A. K.; MENON, D. **Prestressed Concrete Structures**. [S.l.]: Indian Institute of Technology Madras.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural**. 6. ed. Porto Alegre; Rio de Janeiro: Ed. Globo, v. 1, 1981.

VERÍSSIMO, G. D. S.; CÉSAR, K. L. J. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos**. 4ª Edição. ed. [S.l.]: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE VIÇOSA, v. 1, 1998.

ZANETTE, D. S. Projeto de Vigas de Pequeno Porte Parcialmente Protendidas Com Monocordoalhas Engraxadas. Florianópolis : [s.n.], 2006.

ANEXOS

ANEXO A – Memória de cálculo em Mathcad

DIMENSIONAMENTO DE VIGAS BIAPOIADAS PROTENDIDAS PÓS-TRACIOANADAS

Carregamentos

$$g_1 := 64 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_2 := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q := 50 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(variável)

Características Geométricas

$$b_w := 0.4\text{m}$$

$$b_f := 3.6\text{m}$$

$$l_v := 20\text{m}$$

$$h := 1.4\text{m}$$

$$h_f := 0.2\text{m}$$

$$e_p := 0.92\text{m}$$

$$d_s := 1.35\text{m}$$

$$j := 28 \text{ dias}$$

☐ Retangular

☒ 'T'

Dados dos Materiais

$$f_{ck} := 25\text{MPa}$$

☐ Parcial

☒ Limitada

☒ CP 190 RB 12.7

☐ CP 190 RB 15.2

☐ CP 210 RB 12.7

☐ CP 210 RB 15.2

Coeficientes e parâmetros

$$\gamma_c := 1.4$$

$$\gamma_s := 1.15$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\gamma_p := 1.1$$

$$\psi_1 := 0.7$$

$$\psi_2 := 0.6$$

$$\alpha_E := 1$$

$$s_w := 0.38$$

$$\mu_a := 0.25$$

$$\beta := 0.01 \cdot \frac{1}{\text{m}}$$

$$\alpha_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ 0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80\text{MPa}} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.85$$

$$\alpha := \begin{cases} 1.5 & \text{if } \text{seção} = 1 \\ 1.2 & \text{otherwise} \end{cases} = 1.2$$

$$f_{yk} := 500\text{MPa}$$

$$E_s := 210\text{GPa}$$

$$E_p := 195\text{GPa}$$

$$\gamma_{conc} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\Delta_w := 4\text{mm}$$

$$M_1 := \begin{cases} [(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nivel} = 2 \\ [(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nivel} = 1 \end{cases} = 5450 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_1 = 5450 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_2 := \begin{cases} [(g_1 + g_2) + \psi_2 \cdot q] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nivel} = 2 \\ [(g_1 + g_2) + \psi_1 \cdot q] \cdot \frac{l_v^2}{8} & \text{if nivel} = 1 \end{cases} = 5200 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = 5200 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 17.9 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.8 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ckj(j)} := e^{\left[s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{j} \right)^{0.5} \right] \right]} \cdot f_{ck}$$

$$f_{ckj(j)} = 25 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{cdj(j)} := \frac{f_{ckj(j)}}{\gamma_c}$$

$$f_{cdj(j)} = 17.9 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctm} := \begin{cases} 0.3 \text{MPa} \cdot \sqrt[3]{\left[\left(\frac{f_{ck}}{1 \text{MPa}} \right)^2 \right]} & \text{if } 25 \text{MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 2.12 \cdot \ln \left(1 + 0.11 \cdot \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right) \cdot \text{MPa} & \text{otherwise} \end{cases} = 2.565 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctk_inf} := 0.7 \cdot f_{ctm} = 1.795 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{fiss} := \alpha \cdot f_{ctk_inf} = 2.155 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{fiss} = 2.15 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{ci} := \begin{cases} \alpha_E \cdot 5600 \cdot \text{MPa} \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}} & \text{if } 25 \text{MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ 21.5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10 \text{MPa}} + 1.25 \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \text{MPa} & \text{otherwise} \end{cases} = 28 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{ci} = 28 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{cj(j)} := \begin{cases} \left(\frac{f_{ckj(j)}}{f_{ck}} \right)^{0.5} \cdot E_{ci} & \text{if } 20 \text{MPa} < f_{ck} \leq 45 \text{MPa} \\ \left(\frac{f_{ckj(j)}}{f_{ck}} \right)^{0.3} \cdot E_{ci} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_{cj(j)} = 28 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{cs} := \alpha_1 \cdot E_{ci} = 23.8 \cdot \text{GPa}$$

$$\alpha_p := \frac{E_p}{E_{ci}} = 6.964$$

$$f_{ctmj(j)} := 0.3 \text{MPa} \cdot \sqrt[3]{\left[\left(\frac{f_{ckj(j)}}{1 \text{MPa}} \right)^2 \right]}$$

$$f_{ctk_infj(j)} := 0.7 \cdot f_{ctmj(j)}$$

$$\sigma_{fissj(j)} := \alpha \cdot f_{ctk_infj(j)}$$

$$\sigma_{fissj(j)} = 2.155 \cdot \text{MPa}$$

$$\alpha_c := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ 0.85 \cdot \left[1 - \left(\frac{f_{ck} - 50\text{MPa}}{200\text{MPa}} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases} = 0.85$$

$$\lambda := \begin{cases} 0.8 & \text{if } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ 0.8 - \left(\frac{f_{ck} - 50\text{MPa}}{400\text{MPa}} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = 0.8$$

$$\alpha_{pj} := \frac{E_p}{E_{cj(j)}} = 6.964$$

$$\chi := \begin{cases} \frac{h}{2} & \text{if seção} = 1 \\ \frac{\left[\left(\frac{h}{2} \cdot b_w \cdot h \right) + \left(h - \frac{h_f}{2} \right) \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \right]}{[b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot h_f]} & \text{if seção} = 2 \end{cases} = 1.02 \quad \text{Posição da linha neutra}$$

$$I := \begin{cases} \frac{b_w \cdot h^3}{12} & \text{if seção} = 1 \\ \left(b_w \frac{h^3}{12} \right) + \left(\frac{h}{2} - \chi \right)^2 \cdot b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^3}{12} + \left[\left(h - \frac{h_f}{2} \right) - \chi \right]^2 \cdot [(b_f - b_w) \cdot h_f] & \text{if seção} = 2 \end{cases} = 0.2011 \cdot \text{m}^4$$

$$W_{sup} := \frac{I}{h - \chi} = 0.529 \cdot \text{m}^3 \quad W_{inf} := \frac{I}{\chi} = 0.197 \cdot \text{m}^3$$

$$A_c := \begin{cases} b_w \cdot h & \text{if seção} = 1 \\ h_f \cdot (b_f - b_w) + b_w \cdot h & \text{if seção} = 2 \end{cases} = 1.2$$

Pré-Dimensionamento

Verificação EL S-F

$$P_1 := \frac{\left[\sigma_{fiss} - \left(\frac{M_1}{W_{inf}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right]} = 4634 \text{ kN}$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_1}{A_c} \right) + \left(\frac{P_1 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_1}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} \\ \text{"NÃO PASSA!!" if } \left[-\left(\frac{P_1}{A_c} \right) + \left(\frac{P_1 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_1}{W_{sup}} \right] > 0.7 \cdot f_{ck} \end{array} \right. = \text{"OK!"}$$

Verificação EL S-D

$$P_2 := \frac{\left[0 - \left(\frac{M_2}{W_{inf}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{inf}} \right) \right]} = 4795.7 \text{ kN}$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_2}{A_c} \right) + \left(\frac{P_2 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_2}{W_{sup}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} \\ \text{"NÃO PASSA!!" if } \left[-\left(\frac{P_2}{A_c} \right) + \left(\frac{P_2 \cdot e_p}{W_{sup}} \right) - \frac{M_2}{W_{sup}} \right] > 0.7 \cdot f_{ck} \end{array} \right. = \text{"OK!"}$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA ATIVA

Obs.: Tensão de Escoamento Genérica $P_{tk} = P$, $P_{yk} = 0.9 \cdot P$

$$\sigma_{cord} := \text{MPa} \cdot \left| \begin{array}{l} 1900 \text{ if } \text{cord}_{tipo} = 1 \\ 1900 \text{ if } \text{cord}_{tipo} = 2 \\ 2100 \text{ otherwise} \end{array} \right. = 1900 \cdot \text{MPa} \quad A_{cord} := \text{cm}^2 \cdot \left| \begin{array}{l} 1.009 \text{ if } \text{cord}_{tipo} = 1 \\ 1.009 \text{ if } \text{cord}_{tipo} = 3 \\ 1.434 \text{ otherwise} \end{array} \right. = 1.009 \cdot \text{cm}^2$$

$$\sigma_{cord} = 1900 \cdot \text{MPa}$$

$$A_{cord} = 1.009 \cdot \text{cm}^2$$

$$P_{tk} := \sigma_{cord} \cdot A_{cord} = 191.71 \cdot \text{kN}$$

$$P_{yk} := 0.9 P_{tk} = 172.539 \cdot \text{kN}$$

$$P_{icord} := \min(0.74 \cdot P_{tk}, 0.82 P_{yk}) = 141.482 \cdot \text{kN}$$

Verificação da maior força de protensão

$$P_{\infty} := \begin{cases} P_2 & \text{if nível} = 1 \\ \max(P_1, P_2) & \text{if nível} = 2 \end{cases} = 4795.7 \cdot \text{kN}$$

Estimativa de perdas

$$\Delta_{pt} := 24\% \quad \Delta_{pi} := \frac{\Delta_{pt}}{3} = 8\% \quad \Delta_{pp} := 1 - \frac{1 - \Delta_{pt}}{1 - \Delta_{pi}} = 17.4\%$$

$$P_i := \frac{P_{\infty}}{(1 - \Delta_{pt})} = 6310 \cdot \text{kN} \quad (\text{Força Inicial})$$

$$n_{cord} := \text{ceil}\left(\frac{P_i}{P_{icord}}\right) = 45$$

$$cord_{cabo} := 8$$

$$n_{cord} = 45$$

$$n_{cabos} := \text{ceil}\left(\frac{n_{cord}}{cord_{cabo}}\right) = 6$$

$$n_{cord} := cord_{cabo} \cdot n_{cabos} = 48$$

$$A_p := A_{cord} \cdot n_{cord} = 48.432 \cdot \text{cm}^2$$

$$P_{pk} := P_{icord} \cdot n_{cord} = 6791.1 \cdot \text{kN} \quad (\text{Força Inicial})$$

$$P_{\infty} := P_i \cdot (1 - \Delta_{pt}) = 5161.3 \cdot \text{kN} \quad (\text{Após Perdas Totais})$$

$$P_0 := P_i \cdot (1 - \Delta_{pi}) = 6247.8 \cdot \text{kN} \quad (\text{Após Perdas Iniciais})$$

Equações do fuso limite

$$e_{pi.servi\tilde{c}o}(x) := \left[\sigma_{fiss} + \frac{P_{\infty}}{A_c} - \frac{-(\xi_1 + \xi_2) + \psi_1 \cdot q \cdot \frac{x^2}{2} + [(\xi_1 + \xi_2) + \psi_1 \cdot q] \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_{\infty}}$$

$$e_{ps.servi\tilde{c}o}(x) := \left[\left[-0.7f_{ck} + \frac{P_{\infty}}{A_c} + \frac{-(\xi_1 + \xi_2) + \psi_1 \cdot q \cdot \frac{x^2}{2} + [(\xi_1 + \xi_2) + \psi_1 \cdot q] \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_{\infty}} \right]$$

$$e_{pi.vazio}(x) := \left[0.7f_{ck} - \frac{P_0}{A_c} + \frac{-(\xi_1) \cdot \frac{x^2}{2} + (\xi_1) \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{inf}} \right] \cdot \frac{W_{inf}}{P_0}$$

$$e_{ps.vazio}(x) := \left[\left[\sigma_{fiss} + \frac{P_0}{A_c} + \frac{-(\xi_1) \cdot \frac{x^2}{2} + (\xi_1) \cdot \frac{l_v}{2} \cdot x}{W_{sup}} \right] \cdot \frac{W_{sup}}{P_0} \right]$$

TRAÇADO GEOMÉTRICO DO CABO REPRESENTANTE

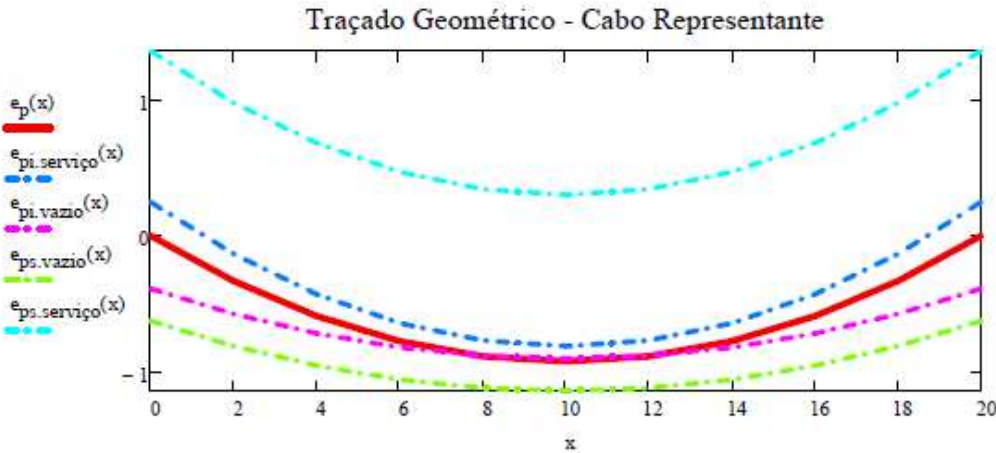
$$trecho := \frac{l_v}{10} = 2 \text{ m}$$

$$e_p(x) := \frac{4 \cdot e_p}{l_v^2} \cdot x^2 - \frac{4 \cdot e_p}{l_v} \cdot x$$

x :=	0
	1.trecho
	2.trecho
	3.trecho
	4.trecho
	5.trecho
	6.trecho
	7.trecho
	8.trecho
	9.trecho
	10.trecho

x =	0	0
	1	2
	2	4
	3	6
	4	8
	5	10
	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
	10	20

e _p (x) =	0	0
	1	-0.331
	2	-0.589
	3	-0.773
	4	-0.883
	5	-0.92
	6	-0.883
	7	-0.773
	8	-0.589
	9	-0.331
	10	0



PERDAS IMEDITADAS

Perdas por atrito

$$\Delta\alpha(x) := \frac{8 \cdot e_p}{l_v^2} \cdot x \quad P(x) := P_i \cdot e^{-\mu_a(\Delta\alpha(x) + \beta \cdot x)} \quad \Delta P(x) := P_i \cdot \left[1 - e^{-\mu_a(\Delta\alpha(x) + \beta \cdot x)} \right]$$

$\Delta\alpha(x) =$

	0
0	0
1	0.037
2	0.074
3	0.11
4	0.147
5	0.184
6	0.221
7	0.258
8	0.294
9	0.331
10	0.368

$P(x) =$

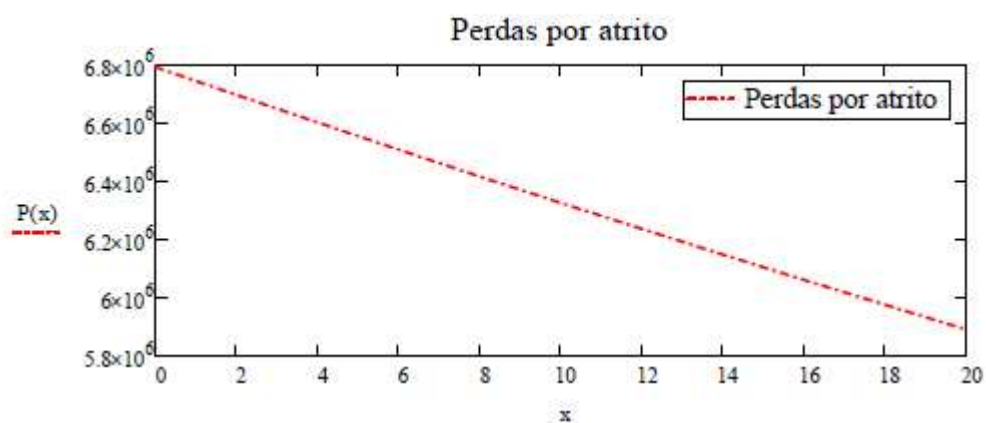
	0
0	6791.1
1	6695.4
2	6601
3	6507.9
4	6416.1
5	6325.7
6	6236.5
7	6148.6
8	6061.9
9	5976.4
10	5892.1

·kN

$\Delta P(x) =$

	0
0	0
1	95.8
2	190.2
3	283.2
4	375
5	465.5
6	554.6
7	642.6
8	729.3
9	814.7
10	899

·kN



Alongamento Teórico

$$\Delta_l := \frac{\int_0^{l_v} P(x) \, dx}{E_p \cdot A_p} = 134 \cdot \text{mm}$$

Perdas por acomodação da ancoragem

$$\Delta_p := \frac{P(0) - P(l_v)}{l_v} = 44.95 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$w := \sqrt{\frac{\Delta_w \cdot E_p \cdot A_p}{\Delta_p}} = 9.17 \text{ m}$$

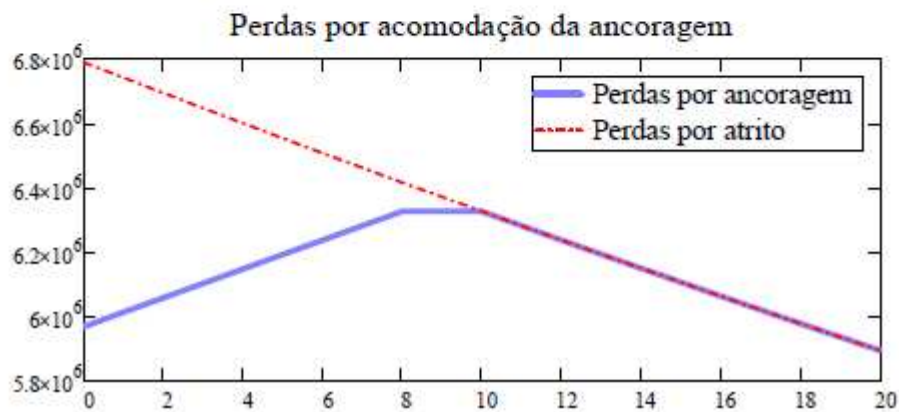
$$P\Omega_0 := P(0) - 2w \cdot \Delta_p = 5967 \cdot \text{kN}$$

$$P\Omega(x) := P\Omega_0 + \Delta_p \cdot x$$

$$P_{\Omega}(x) := \begin{cases} P_{\Omega}(x) & \text{if } x \leq w \\ P(x) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$x := 0, \text{ trecho } \dots l_v$

$x =$	$P_{\Omega}(x) =$				
0 m	5967	.kN		0	6791.1
2	6056.9			1	6695.4
4	6146.8			2	6601
6	6236.7			3	6507.9
8	6326.6		$P(x) =$	4	6416.1
10	6325.7			5	6325.7
12	6236.5			6	6236.5
14	6148.6			7	6148.6
16	6061.9			8	6061.9
18	5976.4			9	5976.4
20	5892.1			10	5892.1



Perdas por Encurtamento Imediato do concreto

$$\sigma_{cp} := \frac{P_{\Omega}(l_v)}{A_c} + \frac{P_{\Omega}(l_v) \cdot e_p^2}{I} = 29.71 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{cg} := \frac{\max(M_1, M_2)}{I} \cdot e_p = 24.93 \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma_p := \alpha_{pj} \cdot \frac{(n_{\text{cabos}} - 1)}{2 \cdot n_{\text{cabos}}} \cdot (\sigma_{cp} - \sigma_{cg}) = 13.86 \cdot \text{MPa}$$

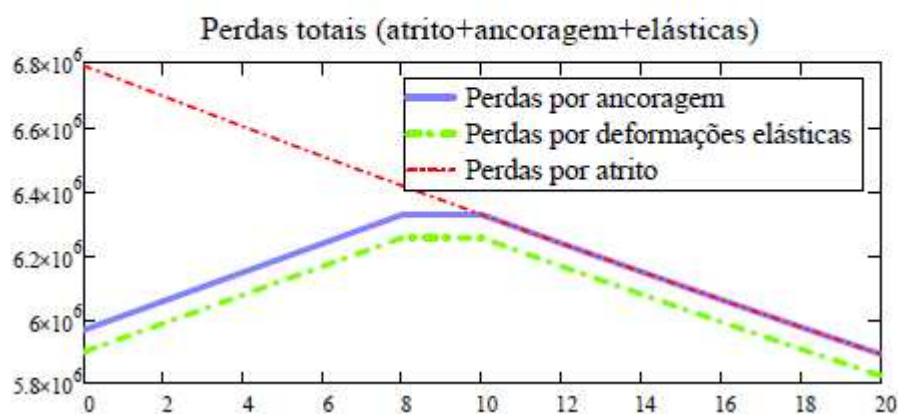
$$\Delta p_{i\text{encurt}} := \frac{\Delta\sigma_p \cdot A_p}{P(l_v)} = 1.14\%$$

$$\Delta p_{\text{inicial}} := 1 - \frac{\sum_x P_{\Omega(x)}}{P(0)} \cdot (1 - \Delta p_{i\text{encurt}}) = 10.84\%$$

$\Delta p_{pp} := 15\%$ (perda progressiva no tempo, segundo ACD)

$$P_{\text{nom}} := P_i \cdot (1 - \Delta p_{\text{inicial}}) \cdot (1 - \Delta p_{pp}) = 5146.9 \cdot \text{kN}$$

$$\Delta p_{\text{pt}} := 1 - (1 - \Delta p_{\text{inicial}}) \cdot (1 - \Delta p_{pp}) = 24.2\% \quad (\text{Perda de protensão total})$$



Verificação da fase de execução j - j dias de protensão + gk

$$\sigma_{\text{inf}} := -\frac{P(l_v)}{A_c} - \frac{P(l_v) \cdot e_p}{W_{\text{inf}}} + \frac{g_1 \cdot \frac{l_v^2}{8}}{W_{\text{inf}}} = -16.173 \cdot \text{MPa}$$

$$n_{\text{inf}} := \left\lceil \frac{\left[-0.7 \cdot f_{ckj}(j) - \left(\frac{g_1 \cdot l_v^2}{8} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) - \left(\frac{e_p}{W_{\text{inf}}} \right) \right] \cdot \frac{P(l_v)}{n_{\text{cabos}}}} \cdot \frac{1}{\gamma_p} \right\rceil = 6$$

$$n_{\text{sup}} := \left\lceil \frac{\left[\left(\frac{\sigma_{fissj}(j) + \frac{g_1 \cdot l_v^2}{8}}{W_{\text{sup}}} \right) \right]}{\left[-\left(\frac{1}{A_c} \right) + \frac{e_p}{W_{\text{sup}}} \right] \cdot \frac{P(l_v)}{n_{\text{cabos}}}} \cdot \frac{1}{\gamma_p} \right\rceil = 8$$

$$n_c := \text{floor}(\min(n_{\text{inf}}, n_{\text{sup}})) = 5$$

(número máximo de cabos que podem ser protendidos com j dias e sob ação de g_1)

$$g_p := \min\left(\frac{n_c}{n_{\text{cabos}}}, 1\right) = 83\%$$

Verificação das Tensões

ELS-F

Borda Inferior

$$\begin{aligned} & \text{"NÃO OK!" if } \left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{inf}}} \right) + \frac{M_1}{W_{\text{inf}}} \right] > \sigma_{fiss} = \text{"OK!"} \\ & \text{"NÃO OK!" if } \left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{inf}}} \right) + \frac{M_1}{W_{\text{inf}}} \right] \geq 0.7 \cdot f_{ck} \\ & \text{"OK!" otherwise} \end{aligned}$$

Borda Superior

$$\begin{aligned} & \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_{\infty}}{A_c} \right) + \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{sup}}} \right) - \frac{M_1}{W_{\text{sup}}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} = \text{"OK!"} \\ & \text{"NÃO OK!" otherwise} \end{aligned}$$

[ELS-D]

Borda Inferior

$$\begin{array}{ll}
 \text{"NÃO OK!" if } \left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{inf}}} \right) + \frac{M_2}{W_{\text{inf}}} \right] > 0 & = \text{"OK!"} \\
 \text{"NÃO OK!" if } \left[\frac{-P_{\infty}}{A_c} - \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{inf}}} \right) + \frac{M_2}{W_{\text{inf}}} \right] \geq 0.7 \cdot f_{ck} & \\
 \text{"OK!" otherwise} &
 \end{array}$$

Borda Superior

$$\begin{array}{ll}
 \text{"OK!" if } \left[-\left(\frac{P_{\infty}}{A_c} \right) + \left(\frac{P_{\infty} \cdot e_p}{W_{\text{sup}}} \right) - \frac{M_2}{W_{\text{sup}}} \right] \leq 0.7 \cdot f_{ck} & = \text{"OK!"} \\
 \text{"NÃO OK!" otherwise} &
 \end{array}$$

BALANCEAMENTO DE CARGAS ELU

$$u_p := \frac{8 \cdot P_{\infty} \cdot e_p}{(l_v)^2} = 94.7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Carregamento devido a protensão})$$

$$M_{sd}(x) := \gamma f \cdot \left[\left[\frac{g_1 l_v x}{2} - \frac{g_1 \cdot (x)^2}{2} \right] + \left[\frac{g_2 l_v x}{2} - \frac{g_2 \cdot (x)^2}{2} \right] + \left[\frac{q l_v x}{2} - \frac{q \cdot (x)^2}{2} \right] - \left[\frac{u_p l_v x}{2} - \frac{u_p \cdot (x)^2}{2} \right] \right]$$

$$M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right) = 2050.7 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (\text{Momento solicitante de cálculo na seção})$$

VERIFICAÇÃO NO ELU E CÁLCULO DA ÁREA DE AÇO PASSIVA

Cálculo da Linha Neutra

$$x_1 := \frac{0.68 \cdot d_s + \sqrt{(0.68 \cdot d_s)^2 - 4 \cdot 0.272 \cdot \left(\frac{M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right)}{b_f \cdot f_{cd}} \right)}}{0.544} = 334 \cdot \text{cm}$$

$$x_2 := \frac{0.68 \cdot d_s - \sqrt{(0.68 \cdot d_s)^2 - 4 \cdot 0.272 \cdot \left(\frac{M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right)}{b_f \cdot f_{cd}} \right)}}{0.544} = 3.5 \cdot \text{cm}$$

$$x := \begin{cases} x_1 & \text{if } 0 \leq x_1 \leq h \\ x_2 & \text{otherwise} \end{cases} = 3.5 \cdot \text{cm}$$

Verificação do domínio

$$x_{23} := 0.259 \cdot d_s = 35 \cdot \text{cm}$$

$$x_{34} := 0.45 \cdot d_s = 60.8 \cdot \text{cm}$$

Cálculo do braço de alavanca z

$$z := d_s - 0.4x = 1.336 \text{ m}$$

$$\text{Domínio} := \begin{cases} 2 & \text{if } x < x_{23} \\ 3 & \text{if } x_{23} < x < x_{34} \\ 4 & \text{if } x > x_{34} \end{cases} = 2$$

Cálculo da área de aço passivo A_s

$$A_{sp} := \frac{M_{sd} \left(\frac{l_v}{2} \right)}{z \cdot f_{yd}} = 35.306 \cdot \text{cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada})$$

$$\omega_{\min} := \begin{cases} 0.035 & \text{if seção} = 1 \\ 0.024 & \text{if seção} = 2 \end{cases} = 0.024$$

$$A_{smin} := \frac{\omega_{\min} A_c f_{cd}}{f_{yd}} = 11.829 \cdot \text{cm}^2 \quad (\text{Área de aço passivo mínimo})$$

$$A_s' := 0 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço comprimida})$$

$$A_s := \max(A_{sp}, A_{smin}) = 35.306 \cdot \text{cm}^2$$

Diâmetro da Barra: $\phi_b := 12.5 \text{ mm}$

$$A_{barra} := \frac{(\pi \cdot \phi_b^2)}{4} = 1.227 \cdot \text{cm}^2 \quad (\text{Área da Barra})$$

$$n_{barras} := \text{ceil}\left(\frac{A_s}{A_{barra}}\right) = 29 \quad (\text{Número de barras})$$

VERIFICAÇÃO DE ABERTURA DE FISSURAS NO ELS

Cálculo das propriedades geométricas no Estado II para ELS-W

$$d' := h - d_s = 5 \cdot \text{cm}$$

$$a_1 := \frac{b_w}{2} = 20 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \alpha_p \cdot A_s + (\alpha_p - 1) \cdot A_s' = 245.88 \cdot \text{cm}^2$$

$$a_3 := -\alpha_p \cdot A_s \cdot d_s - (\alpha_p - 1) \cdot A_s' \cdot d' = -3.319 \times 10^4 \cdot \text{cm}^3$$

$$x_{II} := \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = 35.053 \cdot \text{cm} \quad (\text{Linha neutra no Estado II})$$

$$I_{sII} := \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_p \cdot A_s \cdot (d_s - x_{II})^2 + (\alpha_p - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2 = 3.03 \times 10^6 \cdot \text{cm}^4 \quad (\text{Inércia no Estado II})$$

$$A_{cII} := b_w \cdot x_{II} + \alpha_p \cdot A_s + (\alpha_p - 1) \cdot A_s' = 0.165 \cdot \text{m}^2 \quad (\text{Área da seção Estado II})$$

Verificação abertura de fissuras

$$\phi_s := \phi_b = 12.5 \cdot \text{mm}$$

$$A_{cri} := b_w \cdot 7.5 \cdot \phi_s = 0.038 \cdot \text{m}^2 \quad (\text{Área da região de envolvimento}) \quad \rho_{II} := \frac{A_s}{A_{cri}} = 0.094 \quad (\text{Taxa de armadura})$$

$$\eta_i := 2.25 \quad (\text{Coeficiente de conformação superficial})$$

$$M_{dw} := \max(M_1, M_2) - P_{\infty} \cdot e_p = 714.8 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (\text{Momento fletor de cálculo ELS-W})$$

$$\sigma_{siII} := -\alpha_p \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{cII}} + \alpha_p \cdot \frac{M_{dw} \cdot (d_s - x_{II})}{I_{sII}} = -53.319 \cdot \text{MPa} \quad (\text{Tensão no centro de gravidade da armadura})$$

$$w_{\text{ww}} := \begin{cases} 0 & \text{if } \min \left[\frac{\phi_s}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{\text{si.II}}}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{\text{si.II}}}{f_{\text{ctm}}}, \frac{\phi_s}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{\text{si.II}}}{E_s} \left(\frac{4}{\rho_{\text{ri}}} + 45 \right) \right] < 0 \\ \min \left[\frac{\phi_s}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{\text{si.II}}}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{\text{si.II}}}{f_{\text{ctm}}}, \frac{\phi_s}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{\text{si.II}}}{E_s} \left(\frac{4}{\rho_{\text{ri}}} + 45 \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases} = 0 \text{ mm} \quad \text{(Abertura provável de fissura)}$$

$$\text{Resultado}_{\text{fissuração}} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } w < w_{\text{máx}} \\ \text{"Fissuração Nociva"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

VERIFICAÇÃO DO ELU

$$f_{\text{ptd}} := \frac{P_{\text{tk}}}{A_{\text{cord}} \cdot \gamma_s} = 1652.2 \text{ MPa} \quad f_{\text{pyd}} := \frac{P_{\text{yk}}}{A_{\text{cord}} \cdot \gamma_s} = 1487 \text{ MPa} \quad \epsilon_{\text{pyd}} := \frac{f_{\text{pyd}}}{E_p} = 0.763 \cdot \%$$

$$d_p := (h - \chi) + e_p = 1.3 \text{ m}$$

$$\epsilon_u := 3.5 \cdot \%$$

$$\epsilon_{\text{cu}} := \begin{cases} 0.35 \cdot \% & \text{if } f_{\text{ck}} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.26 \cdot \% + 3.5 \cdot \% \cdot \left[\frac{\left(90 - \frac{f_{\text{ck}}}{\text{MPa}} \right)^4}{100} \right] & \text{otherwise} \end{cases} = 0.35 \cdot \%$$

$$P_n := \gamma_p \cdot (P_{\infty} + \alpha_p \cdot A_p \cdot \sigma_{\text{cp}}) = 6763.8 \text{ kN} \quad \text{(Força de protensão final)}$$

$$\Delta \epsilon_{pi} := \frac{P_n}{E_p \cdot A_p} = 0.716\%$$

$\sigma_{pd} :=$	$\sigma_{pd1} \leftarrow f_{pyd}$	$= 1593.8 \text{ MPa}$
	if seção = 1	
	for i ∈ 1 .. 1000	
	$\sigma_{pd1} \leftarrow \sigma_{pd1} + 1 \text{ MPa}$	
	$x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd1} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w}$	
	$\epsilon_{p1d} \leftarrow \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \cdot \epsilon_{cu}$	
	$\epsilon_{pd} \leftarrow \Delta \epsilon_{pi} + \epsilon_{p1d}$	
	$\sigma_{pd} \leftarrow \begin{cases} E_p \cdot \epsilon_{pd} & \text{if } \epsilon_{pd} < \epsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + (f_{ptd} - f_{pyd}) \cdot \left(\frac{\epsilon_{pd} - \epsilon_{pyd}}{\epsilon_u - \epsilon_{pyd}} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$	
	break if $\left \left(\frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{pd1}} - 1 \right) \right < 1\%$	
	σ_{pd}	
	if seção = 2	
	if $0.8 \cdot x < h_f$	
	for i ∈ 1 .. 1000	
	$\sigma_{pd1} \leftarrow \sigma_{pd1} + 1 \text{ MPa}$	
	$x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd1} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_f}$	
	$\epsilon_{p1d} \leftarrow \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \cdot \epsilon_{cu}$	
	$\epsilon_{pd} \leftarrow \Delta \epsilon_{pi} + \epsilon_{p1d}$	
	$\sigma_{pd} \leftarrow \begin{cases} E_p \cdot \epsilon_{pd} & \text{if } \epsilon_{pd} < \epsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + (f_{ptd} - f_{pyd}) \cdot \left(\frac{\epsilon_{pd} - \epsilon_{pyd}}{\epsilon_u - \epsilon_{pyd}} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$	
	break if $\left \left(\frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{pd1}} - 1 \right) \right < 1\%$	

	if $0.8x > h_f$
	for $i \in 1 \dots 100$
	$\sigma_{pd1} \leftarrow \sigma_{pd1} + 1\text{MPa}$
	$x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd1} + A_s \cdot f_{yd} - \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w}$
	$\epsilon_{p1d} \leftarrow \left(\frac{d_p - x}{x} \cdot \epsilon_{cu} \right)$
	$\epsilon_{pd} \leftarrow \Delta \epsilon_{pi} + \epsilon_{p1d}$
	$\sigma_{pd} \leftarrow \begin{cases} E_p \cdot \epsilon_{pd} & \text{if } \epsilon_{pd} < \epsilon_{pyd} \\ f_{pyd} + (f_{ptd} - f_{pyd}) \cdot \left(\frac{\epsilon_{pd} - \epsilon_{pyd}}{\epsilon_u - \epsilon_{pyd}} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$
	break if $\left \left(\frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{pd1}} - 1 \right) \right < 1\%$
	σ_{pd}

$$\sigma_{pd} = 1593.8 \text{ MPa} \quad \epsilon_{pd} = 2.516\%$$

$$N_{pd} := \sigma_{pd} \cdot A_p = 7718.9 \text{ kN}$$

$$N_{sd} := A_s \cdot f_{yd} = 1.535 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$N_{td} := A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot \sigma_{pd} = 9254 \text{ kN}$$

$$\text{Dominio} := \begin{cases} \text{"Dominio 2"} & \text{if } \Delta \epsilon_{pi} \geq 1\% \\ \text{"Dominio 3"} & \text{if } \begin{cases} \Delta \epsilon_{pi} < 1\% \\ \epsilon_{pd} > \epsilon_{pyd} \end{cases} \\ \text{"Dominio 4"} & \text{if } \begin{cases} \Delta \epsilon_{pi} < 1\% \\ \epsilon_{pd} < \epsilon_{pyd} \end{cases} \end{cases} = \text{"Dominio 3"}$$

$$M_{rd} := \begin{cases} \text{if } \text{seção} = 1 & \\ \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w} \\ \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) \end{array} \right. & \\ \text{if } \text{seção} = 2 & \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } 0.8 \cdot x < h_f \\ \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_f} \\ \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) \end{array} \right. \\ \text{if } 0.8 \cdot x > h_f \\ \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \frac{A_p \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot f_{yd} - \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f}{\lambda \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w} \\ \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (0.5 \cdot \lambda \cdot x - 0.5 \cdot h_f) + \sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) + f_{yd} \cdot A_s \cdot (d_s - 0.5 \cdot \lambda \cdot x) \end{array} \right. \end{array} \right. & \end{cases} = 11323.3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Sd} := \left[(g_1 + g_2) \cdot \gamma_f + (q) \cdot \gamma_f \right] \cdot \left(\frac{l_v^2}{8} \right) = 8680 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\gamma := \frac{M_{rd}}{M_{Sd}} = 1.305 \quad (\text{Estabilidade})$$

"E.L.U está Ok!" if $M_{rd} > M_{Sd}$ = "E.L.U está Ok!" "Não Passa!" otherwise
