



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ – REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO - PPG



PROFMAT

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISIONAL EM MATEMÁTICA / PROFMAT

CLEDSON SANTOS DO NASCIMENTO

**ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIAS
DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA**

SÃO LUÍS

2022

CLEDSON SANTOS DO NASCIMENTO

**ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIAS
DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA**

Dissertação apresentada ao Programa Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, da Universidade Estadual do Maranhão/UEMA, São Luís Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Lusitonia da Silva Leite.

SÃO LUÍS

2022

Nascimento, Cledson Santos do.

Elaboração e resolução de problemas como estratégias didático-pedagógicas para o ensino de geometria analítica / Cledson Santos do Nascimento. – São Luís, 2022.

55. f

Dissertação (Mestrado Profissional) – Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2022.

Orientadora: Profa. Dra. Lusitonia da Silva Leite.

1. Matemática. 2. Elaboração de problemas. 3. Motivação. 4. Metodologia.
I. Título.

CDU: 514.12:37.02

CLEDSON SANTOS DO NASCIMENTO

**ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIAS
DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA**

Aprovado em 24/02/2022

Lusitonia da Silva Leite

Dra. Lusitonia Leite – Orientadora
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Sérgio Nolêto Turibus

Dr. Sérgio Nolêto Turibus – Examinador Interno
Universidade Estadual do Maranhão - UEMA

Valeska Martins de Souza

Dra. Valeska Martins de Souza – Examinadora Externa
Universidade Federal do Maranhão - UFMA

Este trabalho é dedicado ao meu amado pai, que através de seu exemplo, foi uma grande fonte de força e inspiração, sem a qual não teria chegado aqui nesse ponto.

À minha esposa e filhos por terem me proporcionado o alicerce emocional tão necessário para prover a tranquilidade que o espírito carece para perseverar no estudo.

À Prof. Dra. Lusitonia da Silva Leite, que soube com paciência e sabedoria orientar este trabalho que hora é apresentado.

A todos os amigos presentes e ausentes. Por fim, a todos os professores do PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática) por sua dedicação.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho foi possível porque pude contar com estímulos e apoios concretos de várias pessoas, que de maneira específica deram sua contribuição.

Embora seja tarefa difícil nominar todas as colaborações, destaco a seguir alguns nomes que foram imprescindíveis nesse processo. Agradeço à Natalia, minha amada esposa que partilhou dos meus esforços.

Agradeço aos meus pais, João Bezerra e Maria das Graças e a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente com a realização deste trabalho.

Dentre os apoios que tive nesse período, destaco o de meu amigo Sandro que esteve sempre disposto e colaborando. Obrigado, de coração!

Aos amigos Paulo Dominice, Fernando Ramos e Farley da Silva, agradeço pelo acolhimento e as boas e necessárias conversas.

Externo agradecimento, ainda, aos colegas de turma, pelas boas amizades construídas e os aprendizados suscitados.

Gratidão ampliada aos professores, pela presença marcante, cada um o seu modo, durante os estudos das disciplinas.

Todos esses esforços seriam em vão se não houvesse a colaboração dos meus queridos alunos que aceitaram participar desta pesquisa, dispondo de seu precioso tempo colaborando com suas experiências de vida e formação.

A escrita acadêmica como registro de uma pesquisa, têm suas exigências que se impõem ao processo como trâmites necessários a serem enfrentados e alcançados. Nesse sentido, pude contar com o precioso apoio e orientação da professora Lusitonia da Silva Leite, a quem estendo minha gratidão, principalmente pela sua incansável busca de espaços na sua agenda diária para que pudéssemos conversar sobre este trabalho.

Por fim, minha gratidão a Deus por mais essa conquista e pela graça da vida.

“É somente nas misteriosas equações do amor que qualquer lógica ou razão pode ser encontrada. Você é a razão de eu estar aqui hoje, você é a razão de eu existir, você é todas as minhas razões.”

John Nash

RESUMO

Este trabalho aborda o tema Elaboração e Resolução de Problemas como Estratégias Didático-pedagógicas no Ensino da Geometria Analítica. O lócus da pesquisa foi a Escola Centro de Ensino Maura Jorge de Melo em Lago da Pedra – MA. A proposição da pesquisa foi oferecer uma experiência alternativa sobre abordagem didática pedagógica no ensino da Matemática, principalmente no que concerne a prática de exercícios. A questão problematizadora que orientou esse trabalho foi: qual eficiência pedagógica da construção de problemas, por parte do aluno, no processo ensino-aprendizagem? Os sujeitos da pesquisa foram 30 (trinta) alunos de duas turmas do 3º ano do ensino Médio da escola supracitada. A abordagem de pesquisa é qualitativa no viés da pesquisa-ação, pois o professor que realizou a experiência de ensino é o pesquisador. A hipótese de início da pesquisa seria a de que as metodologias de ensino ativas podem propiciar aos alunos melhora na sua aprendizagem. O que se espera é que esta pesquisa possa contribuir com outras práticas de outros professores que, a partir da aplicação de tal estratégia de ensino da Matemática resulte em uma melhora significativa na qualidade do ensino, bem como, sua utilização no desenvolvimento criativo e crítico dos alunos, tornando os protagonistas do processo de aprendizagem e, assim, melhora na qualidade da aprendizagem matemática dos alunos. A construção e a resolução de problemas pelos discentes permitiu uma avaliação positiva do desempenho destes por meio das metodologias aplicadas entre duas turmas. O levantamento bibliográfico permitiu esclarecer, embasar o estudo de caso realizado. A análise dos resultados obtidos permitiu aferir que quando os alunos elaboram problemas de dado conteúdo há um ganho de entendimento do mesmo, bem como um maior interesse nas aplicações da Matemática e de sua aprendizagem.

Palavras-chave: Matemática. Elaboração de Problemas. Motivação. Metodologia.

ABSTRACT

This work addresses the theme Elaboration and Problem Solving as Didactic-Pedagogical Strategies in the Teaching of Analytical Geometry. The locus of the research was the Maura Jorge de Melo Teaching Center School in Lago da Pedra - MA. The purpose of the research was to offer an alternative experience on a pedagogical didactic approach in the teaching of Mathematics, especially with regard to the practice of exercises. The problematizing question that guided this work was: what is the pedagogical efficiency of the student's construction of problems in the teaching-learning process? The research subjects were 30 (thirty) students from two classes of the 3rd year of high school at the aforementioned school. The research approach is qualitative in terms of action research, as the teacher who carried out the teaching experience is the researcher. The starting hypothesis of the research would be that active teaching methodologies can provide students with an improvement in their learning. What is expected is that this research can contribute to other practices of other teachers that, from the application of such a teaching strategy of Mathematics, results in a significant improvement in the quality of teaching, as well as its use in the creative and critical development of students, making them the protagonists of the learning process and, thus, improving the quality of students' mathematical learning. The construction and resolution of problems by the students allowed a positive evaluation of their performance through the methodologies applied between two groups. The bibliographic survey made it possible to clarify and support the case study carried out. The analysis of the results obtained allowed us to verify that when students elaborate problems with a given content, there is a gain in understanding of it, as well as a greater interest in the applications of Mathematics and its learning.

Keywords: Mathematics. Problem Elaboration. Motivation. Methodology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Princípios que constituem as metodologias ativas de ensino.....	19
Figura 2 – Alunos elaborando problemas de Geometria Analítica.....	35
Figura 3 – Questões elaboradas pelos alunos.....	35
Figura 4 – Questões elaboradas pelos alunos.....	36
Figura 5 – Alunos resolvendo os problemas elaborados de Geometria Analítica.....	37
Figura 6 – Alunos resolvendo problemas matemáticos de Geometria Analítica.....	37
Figura 7 – Problema elaborado por um aluno	38
Figura 8 – Resolução de um problema por um aluno.....	38
Figura 9 – Problema elaborado por um aluno.....	39
Figura 10 – Resolução do problema por um aluno.....	39
Figura 11 – Atividade de verificação de aprendizagem aplicada aos alunos.....	40
Figura 12 – Questionário de opiniões sobre o método utilizado.....	42

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12	2
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15	3
ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM METODOLOGIAS ATIVAS	18	3.1
CLASSIFICAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS	21	3.2
APRENDIZAGENS COLABORATIVAS	23	3.2.1
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS	23	3.2.2
PROBLEMATIZAÇÃO	26	4 ENSINO
DA GEOMETRIA ANALÍTICA	28	4.1 O ENSINO
DE GEOMETRIA ANALÍTICA POR MEIO DE FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	30	5
METODOLOGIA	33	5.1
EXPERIÊNCIA, OBSERVAÇÃO E ANÁLISE	34	5.2
ATIVIDADES PRODUZIDAS	36	6
DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES PRODUZIDAS	39	6.1
RESULTADOS OBTIDOS	42	7
CONSIDERAÇÕES FINAIS	47	
REFERÊNCIAS	48	
APÊNDICES	52	

1 INTRODUÇÃO

A busca pelo aperfeiçoamento didático, tão necessário à atividade docente, se constitui em ossos do ofício para a maioria dos professores que têm como missão assegurar um ensino de qualidade aos seus educandos.

A luta pela atenção e interesse dos discentes pela aprendizagem é uma constante, pois muitos se encontram dispersos e, muitas vezes, não se sentem atraídos pelas metodologias praticadas nas aulas.

Nesse contexto, o educador tem a oportunidade de refletir e aperfeiçoar as suas práticas pedagógicas e promover o protagonismo dos alunos, potencializando assim o processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, este aperfeiçoamento não surge espontaneamente, mas provém de muito estudo, experiência e da pesquisa teórica e prática sobre a própria experiência docente em busca de encaminhamentos didáticos, metodologias que impulsionem o ensino e a aprendizagem.

No ensino da Matemática, por exemplo, as metodologias adotadas por grande parte dos docentes reduzem-se em, em vultosas vezes, a expor os conteúdos do livro didático na lousa, mostrar como resolver exercícios com alguns exemplos e depois disponibilizar vários outros exercícios semelhantes ao que foi resolvido, fazendo com que o aluno memorize e repita sempre o mesmo processo, não havendo uma exploração mais profunda de todo o potencial criativo do estudante.

Muitos autores dos livros didáticos de Matemática apresentam essa estrutura, expondo inicialmente o conteúdo teórico seguido de uma série de exercícios resolvidos e, por fim, uma série de exercícios propostos semelhantes aos apresentados para os alunos resolverem.

De modo que, seja por comodismo ou deficiência na formação, o professor costuma seguir esta ordem estabelecida nos livros.

Esses fatores causam desconforto e inquietação para muitos docentes, não somente por explorar pouco a criatividade do aluno, mas também por não colocar o aluno como protagonista do processo.

Assim, de outro lado, muitos autores, D'Ambrosio (1993), por exemplo, ensina que é necessário acreditar que o processo de aprendizagem da Matemática se baseia na ação do aluno em resolver problemas, em investigações e explorações dinâmicas de situações diversas.

De outro lado, outros autores ensinam que, alunos proativos necessitam de metodologias com as quais se envolvam se tornem protagonistas, e possam avaliar os resultados com apoio de métodos relevantes, como elaboração e resolução de problemas. Eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. (MORÀN, 2015).

Esses pressupostos fomentaram a realização deste trabalho que aborda as estratégias Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas que preveem o aprendizado por meio da formulação e resolução colaborativa de desafios matemáticos, quando há um incentivo à capacidade do aluno de analisar, estruturar, criar e tentar resolver problemas matemático.

A proposição é que, neste processo, o professor exerce o papel de mediador, que provoca e instiga o aluno a formular e a resolver problemas por conta própria, levando o à reflexão, para que entendam quais alternativas também seriam possíveis para a resolução do desafio.

Diante do exposto, a questão que norteia este trabalho é a seguinte: é possível que os alunos se motivem e tenham aprendizagem significativa de geometria analítica, a partir e estratégias de aprendizagem ativas como a Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas?

A partir deste questionamento, o pressuposto foi que, se os educandos conseguirem ser instigados em sua criatividade despertando neles o interesse pela Matemática, saindo da passividade para se posicionar como protagonistas do seu próprio processo de aprendizagem haverá diferencial positivo na aprendizagem deles.

Para tanto, aplicou-se, os supracitados procedimentos metodológicos, ou seja, Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas, para averiguar a aprendizagem dos alunos.

Este trabalho consiste em uma pesquisa qualitativa e quantitativa realizada a partir de levantamento bibliográfico de materiais já publicados fornecendo subsídios teóricos para a fundamentação; de uma pesquisa ação do tipo exploratória realizada através de estudo de caso com duas turmas (A e B) de alunos da 3ª série do Ensino Médio da escola da rede estadual Centro de Ensino Mauro Jorge de Melo, de Lago da Pedra- MA, sendo 15 alunos da turma A e 15 alunos da turma B, totalizando 30 uma amostra de 30 alunos.

Foram ministradas aulas pelo professor pesquisador, elaboradas e resolvidas questões sobre o conteúdo Geometria Analítica pelos alunos da turma do 3º ano A e também foram resolvidas questões do livro didático pelos alunos da turma do 3º ano B. Foram elaborados e aplicados dois questionários com os 15 alunos da turma do 3º ano A, para que eles avaliassem o processo metodológico do professor pesquisador, além de aplicado um dos questionários também com a turma do 3º ano B.

Esta pesquisa, em termo geral objetivou investigar a possibilidade de os alunos do terceiro ano do Ensino Médio aprenderem colaborativamente a partir da Elaboração e Resolução de Problemas sobre geometria analítica; na especificidade, se buscou trabalhar com os alunos do terceiro ano do ensino médio o conteúdo de geometria analítica, enfatizando as Metodologias ativas solicitando que os alunos elaborassem problemas mediante os conhecimentos adquiridos a partir de aulas ministradas sobre Geometria analítica; requisitar que os alunos trocassem entre eles os problemas elaborados e os resolvessem, discutindo em sala de aula os resultados conseguidos com a resolução dos problemas elaborados por eles; aplicar dois questionários: um envolvendo resolução de problemas sobre o conteúdo geometria analítica (com as duas turmas) e um questionário (aplicado somente com a turma do 3º ano A) para sondar a percepção deles sobre a metodologia de ensino utilizada; averiguar os resultados das avaliações com a finalidade de constatar ou não as aprendizagens dos alunos em relação ao conteúdo trabalhado; analisar os resultados das avaliações sobre o conteúdo específico e os resultados das avaliações sobre a metodologia de ensino.

Assim, este trabalho está composto por esta introdução, que apresenta resumidamente este trabalho; na sequência se apresenta a fundamentação teórica, onde se buscou abordar alguns aspectos acerca do ensino da Matemática ao longo do tempo, enfatizando também as metodologias ativas e o ensino da geometria analítica; na sequência segue-se os procedimentos metodológicos, que explicam como e onde essa pesquisa foi realizada, seguidos dos resultados e discussão e das considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Desde há muito tempo os métodos educacionais estavam focados no ensino a partir da percepção do professor como uma figura central e de poder sobre o aluno (NAGAI & IZEKI, 2013; ARIÈS, 2006). Nesse contexto, o conhecimento valorizado era aquele emanado a partir do professor e que deveria ser absorvido e memorizado pelo discente como conhecimento pronto.

Ao professor cabia a função de ensinar, utilizando-se de aspectos comportamentais como compreender, aplicar, criar, analisar e verificar a aprendizagem, tendo como principal característica o uso das aulas expositivas (MIZUKAMI, 1986), e ao discente, a função de observar, escutar e memorizar, no denominado modelo tradicionalista.

Entretanto, a partir do século XVIII, com o advento das revoluções liberais ocorridas no continente europeu algumas escolas pedagógicas foram surgindo, a partir de pensamentos de teóricos e professores, os quais passaram a ver com olhos críticos as limitações dessa abordagem de ensino mais tradicionalista e fizeram testes com outras metodologias de ensino em várias disciplinas (LOVATO *et al.*, 2018).

Mas foi no limiar do século XX, principalmente a partir dos anos 70 que houve preocupação com os modos de ensinar Matemática e, nesse ensejo, as teorias de metodologias ativas ganharam maior força, com os trabalhos de Jean Piaget (1975) e Lev Vygotsky (1987).

Neste ensejo surgiram vários movimentos como o da Escola Nova e a Primeira Conferência Internacional sobre Aprendizagem Cooperativa em Tel Aviv-Israel, entre outros marcos importantes, que revolucionaram o ensino (LOVATO *et al.*, 2018).

O movimento da Escola Nova, que se fortaleceu a partir da adesão de vários seguidores, entre eles Anísio Teixeira, Fernando de Azevedo e Lourenço Filho, que formularam em 1932, o Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, fertilizando debate com os defensores da escola privada, almejando mudanças no âmbito da política educacional, no que se referia ao currículo escolar e modos de ensino. (LOVATO *et al.*, 2018). A partir de então o debate sobre o ensino centrou no aluno e nas suas aprendizagens, demandando metodologias de ensino diferenciadas, ativas e criativas tendo a educação escola como um processo de busca ativa de

conhecimento por parte do aluno que, por sua vez, fazia exercício de sua liberdade e autonomia.

Para os escolanovistas aprender é próprio do aluno, visto que só ele aprende, e por si; portanto, lhe é cabida a iniciativa. Ao professor, cabe o papel de guiar, de mediador.

Ao logo do século XX, a educação foi contemplada com muitas transformações, e a que há atualmente, é resultante de vários processos e tendências pedagógicas pensadas por diversos teóricos e escolas pedagógicas, as quais discutiram e ainda discutem os modelos de ensino e destacam a necessidade de autonomia dos discentes, que é colocada em foco pelas estratégias de aprendizagem ativas, com as quais o sujeito aluno é o protagonista, enquanto os professores são mediadores ou facilitadores do processo de aprendizagem e o livro didático e o professor não são mais os meios exclusivos pelos quais o saber em sala de aula é adquirido pelo estudante (PEREIRA, 2012).

Com as metodologias ativas o aluno é instigado a participar da aula, através dos trabalhos de discussão, formulação e resolução de problemas matemáticos, como é o caso do tema deste trabalho.

Deste modo, o aluno é retirado de uma posição passiva, puramente receptora de informações e muitas vezes cômoda, para um contexto em que poderá desenvolver novas competências e habilidades, se tornando o centro do processo de ensino e da aprendizagem (BORGES & ALENCAR, 2014).

A formulação e a resolução de problemas podem ser consideradas exemplos de metodologias ativas (BARBOSA & MOURA, 2013). Nesse tipo de metodologia ativa o aluno é desafiado a realizar tarefas mentais de alto nível, como a formulação e resolução de problemas matemáticos.

Bonwell e Eison (1991) definem essas estratégias de aprendizagem como aquelas em que ao mesmo tempo em que o aluno faz alguma coisa, ele pensa sobre as coisas que está fazendo.

Desta maneira, fazer com que os discentes se tornem responsáveis pela própria aprendizagem implica que eles deverão ser responsáveis por uma sequência de tarefas a serem desenvolvidas, as quais devem ser delineadas pelo professor.

Dentre outras tarefas, Lovato *et al.* (2018) elenca as seguintes:

- a) explorar o problema, levantar hipóteses, identificar e elaborar as questões de investigação;
- b) tentar solucionar o problema com o que se

sabe; c) identificar o que não se sabe e o que é preciso saber para solucionar o problema; d) priorizar as necessidades Oliveira, Oliveira & Santos 45 Revista Valore, Volta Redonda, 6 (edição especial): 40-54, 2021. de aprendizagem, estabelecer metas e objetivos de aprendizagem e alocar recursos de modo a saber, o que, quanto e quando é esperado e, para a equipe, determinar as tarefas individuais; e) planejar, delegar responsabilidades para o estudo autônomo da equipe; f) compartilhar o novo conhecimento para que todos os membros aprendam os conhecimentos pesquisados pela equipe; g) aplicar o conhecimento para solucionar o problema; e h) avaliar o novo conhecimento, a solução do problema e a eficácia do processo utilizado, refletindo sobre o processo (LOVATO et al., 2018, p. 158).

Segundo Barbosa e Moura (2013), a aprendizagem ativa ocorre por meio da interação do aluno com o assunto estudado, uma vez que ele é estimulado a construir o conhecimento, ouvindo, falando, perguntando, discutindo, fazendo e ensinando, sendo estimulado.

Em contra partida, Micotti (1999), explica que, quanto a aplicar os aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram obtidos exigirá mais do que simples decoração ou solução mecânica de exercícios. Exigirá o domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio e capacidades de análise e abstração (MICOTTI, 1999). E, Zabala (2001) acrescenta que, ao realizar tais reflexões, o aluno terá uma maior clareza sobre o conteúdo, visto que, esse conhecimento construído não precisará ser retomado, apenas lembrado, quando de sua aplicação.

3 ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM METODOLOGIAS ATIVAS

As metodologias ativas como estratégias de ensino configuradas a partir de uma concepção educacional construtivista baseada na reflexão permeiam o que se busca explicitar neste trabalho, trazendo uma possível estratégia de ensino e aprendizagem que promova o desenvolvimento da autonomia do estudante, através da atividade no processo de aprendizagem, com atividades de investigação que estimulem a curiosidade, a criatividade e o interesse do educando, enquanto os professores assumem o papel de mediadores e/ou facilitadores do processo de ensino.

Nesse contexto, o aluno deixa a posição puramente receptora de informações, para um contexto em que poderá desenvolver novas competências, se tornando o centro do processo de ensino e da aprendizagem (BORGES & ALENCAR, 2014).

Segundo Cecy, Oliveira e Costa (2013), a Metodologia Ativa é uma estratégia de ensino protagonizada pelo aluno e composta por processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema, um caso, ou construir e executar um projeto, que estimula a aprendizagem e facilita a formação e o desenvolvimento de processo de aprendizagem discente.

Este pensamento de Cecy, Oliveira e Costa (2013) é corroborado por Luckesi nos seguintes termos:

A aprendizagem ativa é construída pelo educando a partir da assimilação ativa dos conteúdos socioculturais, assimila esses conteúdos e tornando-os seus, por meio da atividade de internalização de experiências vividas. (LUCKESI, 2002, p. 94).

Desta maneira, as Metodologias Ativas podem ser entendidas também como formas de desenvolver o processo do aprender que os educadores utilizam na busca de conduzir a formação crítica de seus alunos. Deste modo, a utilização dessas metodologias pode favorecer a autonomia do educando, despertando a curiosidade, estimulando tomadas de decisões individuais e coletivas provenientes de suas atividades e práticas sociais.

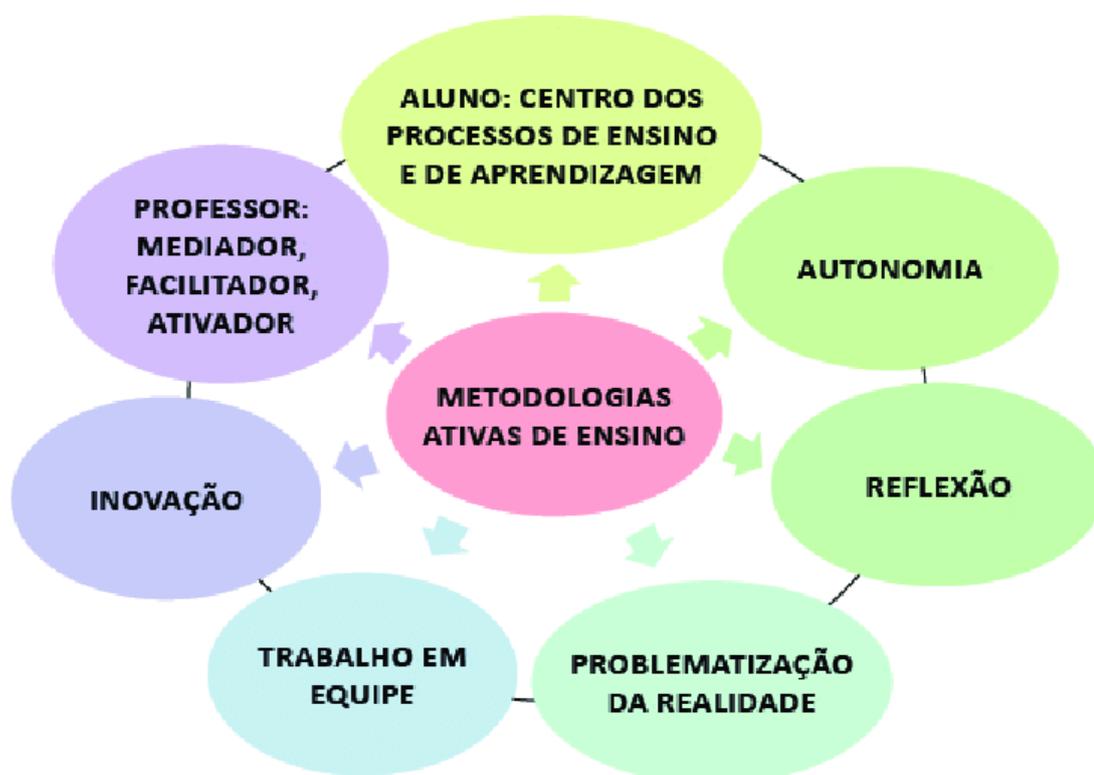
Para Barbosa e Moura,

A aprendizagem ativa ocorre quando o aluno interage com o assunto em estudo – ouvindo, falando, perguntando, discutindo, fazendo e ensinando – sendo estimulado a construir o conhecimento ao invés de recebê-lo de forma passiva [...]. Em um ambiente de aprendizagem ativa, o professor atua como orientador, supervisor e facilitador do processo de aprendizagem, e não apenas como fonte única de informação e conhecimento (BARBOSA; MOURA, 2013, p. 55).

Assim, a utilização dessas metodologias deve favorecer a autonomia do educando, despertando a curiosidade, estimulando tomadas de decisões individuais e coletivas, advindos das atividades essenciais da prática social e em contextos do estudante.

Cecy, Oliveira e Costa (2013), afirmam que algumas características são essenciais para identificar uma estratégia de ensino que esteja no campo das metodologias ativas, devendo ser construtivista (aprendizagem significativa), colaborativa (em grupo), interdisciplinar (integrado), contextualizada (realidade), reflexiva (ética e valores), crítica, investigativa (aprender a aprender), humanista (social), motivadora (emoção), desafiadora (CECY; OLIVEIRA; COSTA, 2013, p. 25).

Figura 1 - Princípios que constituem as metodologias ativas de ensino



FONTE: Simões (2020).

Observando esse contexto, fica mais evidente ainda que é de fundamental importância a participação do professor no processo de repensar a construção do conhecimento, na qual a mediação e a interação são os pressupostos essenciais para que ocorra aprendizagem.

Contudo, orientam os autores, a mudança na prática pedagógica não deve acontecer de forma agressiva para o professor, nem para o acadêmico, evitando-se assim a queima de etapas.

A centralidade e protagonismo do aluno são algumas das características mais evidentes das metodologias ativas. Visto que, a grande maioria das definições e discussões sobre metodologias ativas realçam essa necessidade de centrar o estudante no processo de ensino e aprendizagem como característica inerente aos métodos ativos.

Colocar o discente no centro do processo de aprendizagem consiste, especialmente, em compreendê-lo como sujeito histórico, valorizando suas experiências vividas, saberes adquiridos e posicionamentos, planejando e organizando as situações e condições de aprendizagem de forma que a ação do estudante esteja evidenciada (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017).

Conforme Barbosa e Moura (2013), para que o aluno seja envolvido de fato no processo de ensino e aprendizagem, os autores recomendam que as propostas e estratégias de aprendizagem levem o discente a ler, escrever, perguntar, discutir ou ocupar-se em resolver problemas e desenvolver projetos. Além disso, o aluno deve realizar tarefas mentais de alto nível, como análise, fazer reflexão, síntese e avaliação do processo.

Corroborando com a mesma linha de pensamento de Barbosa e Moura (2013), Morán (2015) salienta o seguinte:

As metodologias de ensino precisam acompanhar os objetivos pretendidos para ensinar o conteúdo nomeado. Se quisermos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se quisermos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. (MORÁN, 2015, p. 17).

Levando em conta esta linha de pensamento dos autores supracitados, a opção por uma metodologia ativa deve ser feita de forma consciente, pensada e, sobretudo, preparada para não tirar do professor a função de ensinar.

Uma proposta metodológica construtivista consiste em educar o aluno para a conquista de sua autonomia, através de metodologias inovadoras, para a descoberta, utilizando-se da pesquisa, participação dos alunos, trabalhos em grupo, como um meio de aprofundar e resignificar os conhecimentos.

3.1 CLASSIFICAÇÕES DAS METODOLOGIAS ATIVAS

Conforme as metodologias ativas foram sendo pensadas e desenvolvidas ao longo do tempo foram surgindo muitas das propostas atuais sobre as aprendizagens colaborativa e cooperativa (TORRES & IRALA, 2007). Enquanto alguns autores tratam os termos como sinônimos ou como complementares (TORRES & IRALA, 2007), outros diferenciam as atividades colaborativas das cooperativas (DILLENBOURG, 1999; MCINNERNEY & ROBERTS, 2004). Mas ambos abordam as práticas proativas de resolução de problemas, como marco das atividades colaborativas e cooperativas.

As metodologias ativas englobam termos como colaborativa e cooperativa. Dillenburg (1999) *apud* Torres e Irala, (2004) define de forma simples a aprendizagem colaborativa enfatizando que esta é uma situação na qual duas ou mais pessoas aprendem ou tentam aprender algo juntas. Na colaboração, todos os participantes são responsáveis pelo sucesso ou fracasso do grupo, ou seja, aprendizagem colaborativa significa aprender juntos e cooperar significa cada um ter responsabilidade por realizar tarefas no interior do grupo para que se tenham sucesso.

Para Lopes & Silva, (2010), a aprendizagem cooperativa é uma metodologia na qual os alunos, em grupos pequenos e heterogêneos, se ajudam no processo de aprendizagem e avaliam a forma como trabalham, com vista a alcançarem objetivos comuns. Já na aprendizagem colaborativa não existem relações hierárquicas. Os membros do grupo são capazes de ouvir, dividir ideias e trabalhar em conjunto, possibilitando uma interação entre eles (KEMCZINSKI, MAREK, HOUNSELL & GASPARINI, 2007).

Em linhas gerais, a diferença sutil entre o significado dos dois termos existe no fato de o processo de cooperação ser mais controlado pelo professor, enquanto que na colaboração, o aluno possui um papel mais ativo (TORRES E IRALA, 2014).

Pode-se perceber também que há uma subordinação da colaboração à cooperação, uma vez que o trabalho colaborativo depende da cooperação entre os sujeitos do grupo (TORRES; ALCÂNTARA; IRALA, 2004), mas o contrário não se aplica (KEMCZINSKI; MAREK; HOUNSELL; GASPARINI, 2007). Em ambas as categorias, o problema a ser estudado é apresentado pelo professor aos alunos, e estes devem resolvê-lo de forma ativa, interagindo com seus colegas, descobrindo a melhor maneira de abordar o tema proposto.

Assim, o pressuposto é que através das metodologias ativas o aluno absorve os conteúdos por meio do desenvolvimento de atividades propostas pelo professor, executando junto com os outros colegas, enquanto o docente supervisiona e propõe novas discussões e desafios, conforme ensina Luckesi (2002) ao enfatizar as metodologias ativas como as que são construídas pelo educando a partir da assimilação ativa dos conteúdos socioculturais tornando-os seus, por meio da atividade de internalização de experiências vividas.

Buscando facilitar a compreensão acerca das metodologias ativas, será apresentado no quadro abaixo a classificação de aprendizagens colaborativas e cooperativas, de acordo com Lovato, *et al.* (2018, P. 160). Nesta classificação, conforme pode ser observado no referido quadro, há uma divisão entre Metodologias Ativas Cooperativas e Colaborativas, visto que segundo Lovato, *et al.* (2018) há algumas diferenças entre os dois tipos.

Quadro 1 – Classificação das metodologias ativas conforme os processos de aprendizagens colaborativas e cooperativas

CLASSIFICAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS	
APRENDIZAGEM COLABORATIVA	<ul style="list-style-type: none"> - Aprendizagem Baseada em Problemas; - Problematização; - Aprendizagem Baseada em Projetos; - Aprendizagem Baseada em Equipes; - Instrução por Pares; - Sala de Aula Invertida;
APRENDIZAGEM COOPERATIVA	<ul style="list-style-type: none"> - Jigsaw (quebra-cabeça); - Divisão dos Alunos em Equipes para o Sucesso; - Torneios de Jogos em Equipes;

FONTE: Adaptado de Lovato *et al.* (2018, p.160).

3.2 APRENDIZAGENS COLABORATIVAS

A aprendizagem colaborativa tem sido frequentemente defendida no meio acadêmico atual, pois é reconhecido nessas metodologias o potencial de promover uma aprendizagem ativa por meio do estímulo: ao pensamento crítico; ao desenvolvimento de capacidades de interação, negociação de informações e resolução de problemas; ao desenvolvimento da capacidade de autorregulação do processo de ensino-aprendizagem. Essas formas de ensinar e aprender, segundo seus defensores, tornam os alunos mais responsáveis por sua aprendizagem, levando-os a assimilar conceitos e a construir conhecimentos de uma maneira mais autônoma.

3.2.1 Aprendizagem Baseada em Problemas

Aprendizagem Baseada em Problemas é um método que se caracteriza pelo uso de problemas do mundo real visando incentivar os educandos a desenvolverem pensamento crítico e habilidades de solução de problemas e adquirirem conhecimento sobre os conceitos essenciais da área em questão (RIBEIRO, *et al.* 2003).

O método da Aprendizagem Baseada em Problemas tem como propósito tornar o aluno capaz de construir o aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos. Isso o expõe a situações motivadoras e o prepara para o mundo do trabalho, ou seja, a Aprendizagem Baseada em Problemas é focada na parte teórica da resolução de problemas específicos.

Com a Aprendizagem Baseada em Problemas o aluno deixa de ser apenas o receptor das informações transmitidas pelo professor. Nela, o aprendizado é ativo e há ganho de conhecimento e habilidades durante a resolução de problemas.

Deste modo, essa metodologia rompe com os paradigmas tradicionais de ensino, apresentando vantagens de aprendizagem, como a capacidade dos educandos de resolverem problemas, desenvolvimento de pensamento crítico e criativo, responsabilidade com o aprendizado e aperfeiçoamento contínuo.

De acordo com Schmidt (1993), essa metodologia ativa teve sua origem como proposta metodológica, na McMaster University Medical School, em 1969, no Canadá, inspirada no método de estudos de caso da escola de Direito da

Universidade de Harvard, nos Estados Unidos, mas é possível encontrar exemplos de implementação dessa metodologia ativa em todo o sistema educacional, pois, apesar de ter sido sistematizada há pouco mais de três décadas, a Aprendizagem Baseada em Problemas não é uma abordagem nova (LOVATO *et al.* 2018). Sabe-se que muitos de seus elementos norteadores já foram contemplados anteriormente por educadores e pesquisadores educacionais do mundo todo, tais como Ausubel, Bruner, Dewey, Piaget e Rogers (DOCHY *et al.* 2003).

O método em questão foi sendo reconhecido como uma abordagem que gera benefícios, e acabou ganhando ênfase em outras áreas, como Enfermagem, Engenharia, Serviço Social, Direito, Negócios e Economia (STANLEY & MARSDEN, 2012).

Para Lovato *et al.* (2018) a Aprendizagem Baseada em Problemas pode ser considerada inovadora na medida em que consegue incorporar e integrar conceitos de várias teorias educacionais e operacionalizá-los na forma de um conjunto consistente de atividades.

Segundo Masetto (1996) a inserção do aluno em contato com os problemas reais pode promover a superação dos requisitos teóricos para se partir para a prática, a aquisição do conhecimento de forma não necessariamente lógica e sequencial, a construção do conhecimento em rede e a responsabilização dos alunos por seu desenvolvimento profissional e por seu comportamento ético com relação aos colegas, professores e sociedade.

Ribeiro, *et al.* (2003) *apud* Gijsselaers (1996) acredita que essa metodologia ativa contempla três princípios fundamentais sobre a aprendizagem, a saber:

1. a aprendizagem é um processo construtivo e não receptivo – o conhecimento é estruturado em redes de conceitos relacionados entre si e conceitos novos são aprendidos na medida que são relacionados a redes preexistentes, sendo, portanto, importante ativar o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto em questão de modo a conseguir a aprendizagem de novos conceitos relacionados a ele;
2. a metacognição afeta a aprendizagem – habilidades tais como o estabelecimento de objetivos (o que vou fazer?), a seleção de estratégias (como vou fazer?) e avaliação dos resultados (funcionou?) são consideradas essenciais à aprendizagem;
3. fatores contextuais e sociais influenciam a aprendizagem – o contexto em que o ensino se dá favorece ou inibe a aprendizagem, assim, a aprendizagem é otimizada quando o conteúdo ensinado está próximo do contexto profissional futuro dos alunos e quando os alunos compartilham responsabilidades e visões diferentes sobre uma mesma questão, o que leva os alunos a aprofundarem seu questionamento sobre o assunto e a desenvolverem habilidades tais como senso crítico, aceitação de opiniões diferentes, construção de consenso etc. (RIBEIRO, *et al.* 2003 *apud*, GIJSELAERS 1996, p. 131).

Muitas atividades educacionais poderiam ser consideradas Aprendizagem Baseada em Problemas. Porém, a principal diferença entre este e outros métodos de ensino e aprendizagem, tais como as metodologias ativas, é o fato de o problema direcionar e motivar a aprendizagem, sendo o problema o ponto central a ser construído pelo aluno (LOVATO, *et al.*, 2018).

A Aprendizagem Baseada em Problemas, bem como a Problematização promovem a integração dos conceitos e habilidades necessários para a elaboração e solução, o que requer um processo de solução de problemas e o comprometimento com a aprendizagem autônoma por parte dos discentes (RIBEIRO, *et al.* 2003 *apud* HADGRAFT & PRPIC, 1999).

Em suas diversas aplicações as estratégias ativas, Aprendizagem Baseada em Problemas e Problematização, têm em comum um processo que pode ser resumido em um conjunto de atividades que consistem em os alunos elaborar um problema e tentar solucioná-lo avaliando seus conhecimentos e definindo a natureza do problema, levantando e anotando aspectos de aprendizagem do problema que não compreendem, definindo o que sabem e, sobretudo, o que não sabem a respeito do problema priorizando as questões de aprendizagem levantadas e planejando quando, como, onde e por quem estas questões serão investigadas para serem posteriormente partilhadas com o grupo (BARROWA, 2001).

Além disso, os alunos podem explorar questões de aprendizagem anteriores, integrando seus novos conhecimentos ao contexto do problema, podendo vir a definir novas questões de aprendizagem à medida que progredem na solução do problema; e depois de terminado o trabalho com o problema, os alunos avaliam seus pares e a si mesmos de modo a desenvolverem habilidades de autoavaliação e avaliação construtiva de colegas, imprescindíveis para uma aprendizagem autônoma eficaz (BARROWA, 2001).

Este conjunto de atividades não só acarreta mudanças no processo de ensino aprendizagem como também coloca desafios para discentes e docentes.

Segundo (RIBEIRO, *et al.* 2003) a Aprendizagem Baseada em Problemas implica em diferentes papéis para estes atores, quando comparados àqueles associados ao ensino convencional. Ainda segundo o mesmo autor, o papel primordial do professor nesta metodologia ativa de ensino é o de mediador, dando orientação e apoio aos alunos para que a interação entre os eles seja produtiva e ajude os a identificar o conhecimento necessário para solucionar o problema.

No entanto, os alunos devem ter responsabilidade sobre sua aprendizagem, buscando desenvolvê-la de modo a satisfazer suas necessidades estudantis.

A delegação da responsabilidade pela aprendizagem ativa, neste caso da Aprendizagem Baseada em Resolução de Problemas, ensina os alunos a aprenderem por toda a vida – uma habilidade extremamente útil já que se acredita que grande parte do conhecimento adquirido na escola estará desatualizada quando os alunos estiverem iniciando sua vida profissional. É relevante ressaltar que esta metodologia ativa não é meramente uma técnica para resolver problemas, mas, para, além disso, o aluno é quem pensa no problema e na formação como o deverá solucioná-lo. (LOVATO *et al.* 2018).

A principal atividade dos alunos em um ambiente educacional baseado na Aprendizagem Baseada em Problemas é a aprendizagem – identificando o que precisam saber, investigando, ensinando uns aos outros e aplicando os novos conhecimentos – e não a mera compleição da tarefa (RIBEIRO *et al.* 2003).

Nesta estratégia de aprendizagem o conhecimento construído e as habilidades e atitudes desenvolvidas neste processo são mais relevantes que a solução por si. É esta uma das características que tornam essa metodologia interessante: a possibilidade de se atingir objetivos educacionais mais amplos, ou seja, não só a aquisição de conhecimentos por parte dos alunos, mas o desenvolvimento de habilidades e atitudes que lhes serão úteis em sua vida profissional futura.

3.2.2 Problematização

Segundo Oliveira (2015), metodologia da Problematização é comparável à Aprendizagem Baseada em Problemas, embora, tanto Problematização, quanto a Aprendizagem Baseada em Problemas, apresentam similaridades.

Na metodologia da Problematização, os alunos formulam os problemas por meio da observação da realidade, na qual as questões de estudo estão ocorrendo. A realidade é problematizada pelos alunos e não há restrições quanto aos aspectos incluídos na formulação dos problemas, já que são extraídos da realidade social, dinâmica e complexa (LOVATO *et al.* 2018).

Conforme Berbel (1998) nesta metodologia os problemas são elaborados por uma comissão especial, a fim de cobrir conhecimentos essenciais do currículo,

necessários para serem considerados aptos para exercer a profissão. Este método permite o desenvolvimento do raciocínio reflexivo e crítico do educando, através de uma problematização da realidade, e a busca pela resolução do problema detectado (VASCONCELLOS, 1999).

Por meio da Problematização os educandos iniciam estudos e pesquisas, refletindo sobre fatos que possam facilitar a reflexão e compreensão do caso (LOVATO *et al.* 2018). Este método, baseado na pesquisa, busca formar profissionais críticos e sensibilizados para a sua área de atuação (BERBEL, 2005).

Segundo Berbel (1998), esta metodologia possui cinco etapas sequenciais:

- a. Observação da realidade e definição de um problema: os alunos são levados a conhecer a realidade deles, a identificar as características apoiados pelo professor, a selecionar umas das situações vistas e a problematizarem;
- b. Pontos-chave: inicia-se uma reflexão sobre os possíveis fatores e determinantes do problema, para que haja uma maior compreensão da complexidade do mesmo, culminando na definição dos pontos-chave do estudo;
- c. Teorização: construção de respostas mais elaboradas para o problema, dados obtidos, analisados e discutidos, servindo como base para a modificação da realidade;
- d. Hipóteses de solução: pensar em alternativas criativas e originais para o problema;
- e. Aplicação à realidade: apresentação da solução da problematização.

4 ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

Principal contribuição do filósofo e matemático René Descartes (1596 –1650) à Matemática a Geometria Analítica é uma importante área do estudo da Matemática que faz ponte entre a Geometria e Álgebra. Constituiu-se da introdução de novas curvas e de seu uso, tanto no estudo de problemas determinados, quanto na resolução de equações de grau mais elevado e de lugares geométricos, traduzidos por equações indeterminadas.

Existem várias aplicações a partir da leitura do sistema cartesiano, auxiliando o desenvolvimento tecnológico da sociedade e da própria Matemática permitindo, por exemplo, que um dado problema geométrico possa ser analisado sob uma ótica algébrica e que um problema puramente algébrico possa ser traduzido geometricamente.

Parte integrante dos conteúdos trabalhados na Educação Básica, quando são trabalhados os conceitos que são aprofundados nos componentes curriculares dos cursos de graduação das ciências exatas, o estudo da Geometria Analítica é relevante, pois é uma ferramenta importante para o Cálculo Diferencial e Integral.

Conforme Murari (2012, pág. 216) este é um ramo da Matemática que possui um campo muito fecundo, e a maneira como for estudada irá refletir no desenvolvimento intelectual, no raciocínio lógico e na capacidade de abstração e generalização do aluno. Portanto, exige linguagem e procedimentos apropriados para que suas relações conceituais e sua especificidade quanto às representações simbólicas sejam entendidas.

Historicamente as ideias da Geometria Analítica surgiram da comparação de grandezas curvilíneas com grandezas retilíneas. Os egípcios e os babilônios deram os primeiros passos nos estudos da geometria por meio do estudo do círculo. Os historiadores divergem sobre quem inventou a Geometria Analítica e a época exata desta invenção.

No entanto, historiadores apontam que parece mais correto concordar com a maioria dos historiadores que consideram as contribuições decisivas feitas no século XVII pelos matemáticos franceses René Descartes e Pierre de Fermat como a origem essencial do assunto (EVES, 2004, p.383). Sem dúvida, a partir da contribuição dada por esses dois homens à Geometria Analítica é que esta ganhou os contornos iniciais da forma com que estamos familiarizados nos dias atuais.

No Brasil, o ensino de Geometria Analítica iniciou-se logo após a chegada da família real Portuguesa, em 1808. D. João, já prevendo sua partida de Portugal, enviou para o Brasil em 1738, especialistas com o objetivo de capacitar e acelerar o desenvolvimento militar. Uma das medidas adotadas pelos enviados foi a obrigatoriedade do ensino de Geometria a todo militar que desejasse se tornar um oficial (VALENTE, 2002).

A geometria ensinada, tal qual a geometria de Euclides, que prevalecia em todas as partes do planeta era baseada no método lógico-dedutivo, rigor, axiomas, teoremas, postulados e etc. Tal vertente educacional perdurou até meados de 1930, quando as mudanças propostas pelo matemático Felix Klein foram assimiladas pelo sistema educacional brasileiro (VALENTIM JR, 2013).

No discurso das pesquisas sobre o ensino de Geometria Analítica vamos encontrar diversos argumentos que mostram que o seu ensino é pautado pelo uso excessivo da linguagem algébrica, muitas vezes descaracterizando a própria natureza geométrica das situações que ela envolve. Do mesmo modo, existe nos alunos uma resistência ao seu estudo. (ANDRADE, 2007).

A geometria analítica tem um papel muito importante, já que ao permitir o aluno transitar entre uma área mais palpável da Matemática para outra mais abstrata, possibilita este desenvolver suas habilidades de abstração e generalização do universo matemático.

No Ensino Médio, a Matemática, em especial no campo a Geometria Analítica compreende ao estudo do ponto, reta, circunferência e as cônicas apresentando conceitos que envolvem a ideia de localização de pontos por meio de coordenadas cartesianas.

O Plano Cartesiano, criado por Descartes, considera que um sistema de coordenadas é capaz de definir a localização de qualquer ponto no plano a partir de dois eixos perpendiculares, Eixo das Abscissas (eixo x) e Eixo das Ordenadas (eixo y), que pertencem a um plano em comum.

A Base Nacional Curricular Comum - BNCC (BRASIL, 2018) para o Ensino Médio orienta que no estudo da Geometria Analítica os alunos devem representar geometricamente funções polinomiais de 1º grau, intersecção e posição de figuras utilizando o plano cartesiano. Isso deve ocorrer a partir da resolução de problemas, em vista de reconhecer que a mesma situação pode ser resolvida de formas

diferentes e associar as situações com a sua representação algébrica e gráfica (ou vice-versa).

Além de ser base de grandes campos de estudos matemáticos em dias atuais, a Geometria Analítica também é muito utilizada em atividades não explicitamente matemáticas. Seja na geometria algébrica, física, geometria diferencial, engenharia e outras, ou ainda na vida prática como nos mapas, satélites e no moderno Sistema de Posicionamento Global (GPS) (sigla em inglês), ela está presente.

Não obstante pode-se constar segundo a Coletânea Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, desenvolvida pelo Sistema de Ensino Poliedro, que apenas 0,6% das questões de Matemática cobrada no principal vestibular do país (ENEM) é de geometria analítica.

4.1 O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA POR MEIO DE FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resolver problemas parte da própria necessidade prática humana de superar desafios para sua sobrevivência, desde uma simples contagem de rebanho nos primórdios, passando pelos problemas da medida até o problema da era espacial, como qual deve ser o ângulo de reentrada de uma nave. Portanto, para conquistar determinada meta de maneira a superar as suas necessidades o homem buscou e continua buscando solucionar os problemas que os inquietava.

Desta forma, à medida que resolve problemas vai acumulando conhecimento. Para o progresso da Matemática a resolução de problemas foi fundamental (CAVALCANTE, 2013). Não há dúvidas que a resolução de problemas na Matemática é tão fundamental para essa área que na verdade encontra-se em sua própria gênese, é sua razão de ser.

A resolução de problemas é a razão principal de se aprender e ensinar Matemática. É por meio dessa prática que se inicia o aluno no exercício de pensar matematicamente e nas aplicações da Matemática. Resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os a uma nova situação, atendendo a um objetivo (CARVALHO, 2009).

Na Metodologia Ativa de “resolução de problemas” há pelo menos três dimensões diferentes, que seria: a resolução como o processo, como uma metodologia de ensino, e como campo de pesquisa (CAVALCANTE, 2013).

É razoável então supor que os problemas que tantos são capazes de nos intrigar nos forneça uma base metodológica para seu ensino, nesse sentido possui grande contribuição o matemático húngaro George Pólya (1887-1985), um dos primeiros a chamar atenção para importância do ato de resolver problemas no processo de ensino de Matemática. Visto que, nas décadas de 1960 e 1970, o mesmo realizou pesquisas que serviram de base para Luiz Roberto Dante, o qual buscou determinar os objetivos da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, como também para diversos pesquisadores brasileiros, tais como: Mauro Toledo, Maria Bicudo, entre outros (COLOMBO, 2005).

Desde então, a Resolução de Problemas, passou por três fases que foram ensinar sobre a resolução de problemas, ensinar para a resolução de problemas, e ensinar através da resolução de problemas (ONUCHIC, 1999).

Van de Walle (2009, p. 58) destaca que “aprendizagem é um resultado da Resolução de Problemas”, isso significa que vai muito mais além do que solicitar que o aluno resolva determinado problema utilizando técnicas já conhecidas pelo aluno, e sim fazer com que o aluno desenvolva a capacidade e a competência para resolver problemas, permitindo ampliar aquilo que ele sabe.

Ensinar e aprender através da resolução de problemas é uma atividade sistemática que envolve algumas etapas como: Formar grupos e entregar uma atividade; o papel do professor; resultados na lousa; plenária; análise de resultados; consenso; e formalização (ONUCHIC, 1999).

Segundo Pólya (1995) a resolução de problemas compreende as seguintes etapas:

1. Compreender o problema (CP): o que é necessário para resolvê-lo? Quais suas variáveis e incógnitas?
2. Designar um plano (DP): Esse problema é conhecido? Como as variáveis estão correlacionadas? Quais estratégias devem ser usadas para sua resolução?
3. Executar o plano (EP): é possível verificar cada passo da execução? É possível demonstrar que o plano está correto?

4. Retrospecto do problema (RP): é possível verificar o resultado encontrado?

A resolução de problemas contribui para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, possibilitando ao aluno criar diversas habilidades, tais como: criatividade, iniciativa, trabalho em grupo, entre outras. Distanciando-se de aulas condicionadas somente a exercícios rotineiros irrelevantes, os quais valorizam apenas a aprendizagem por imitação e reprodução (SALIN, 2013).

Nesse contexto de resolução de problemas, a geometria analítica pode contribuir enormemente uma vez que o aluno possa produzir imagens mentais de objetos antes puramente abstratos, e abstrair objetos geométricos a fim de estudar suas propriedades.

5 METODOLOGIA

Conforme Barreto; Honorato (1998), a metodologia de uma pesquisa deve ser entendida como o conjunto detalhado e sequencial de métodos e técnicas científicas a serem executados ao longo da pesquisa, de tal modo que se consiga atingir os objetivos inicialmente propostos e, ao mesmo tempo, atender aos critérios de menor custo, maior rapidez, maior eficácia e mais confiabilidade de informação.

A pesquisa desenvolvida nesse trabalho é de natureza qualitativa e quantitativa, tem como modo de se desenvolver o exposto por Barreto; Honorato (1998), tendo sido realizada com base em um levantamento bibliográfico feito a partir de materiais já publicados e de acesso gratuito, de vários autores da área, os quais abordam o tema em questão, fornecendo subsídios teóricos para a fundamentação.

No que tange a abordagem de pesquisa esta se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, que segundo Gil (2008), uma pesquisa qualitativa é uma forma de estudo que não pode ser mensurada por meio de métodos quantitativos. Ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos, o que envolve aos fundamentos bibliográficos e pesquisa de campo.

Um levantamento bibliográfico ocorre quando é feito levantamento de materiais elaborados a partir de trabalhos já publicados, constituídos principalmente de livros, artigos de periódicos e outros materiais disponibilizados na Internet (MINAYO, 2007).

O levantamento bibliográfico deste trabalho foi desenvolvido a partir da realização de buscas e coletas de materiais utilizando a base de dados do Google Acadêmico, em livros, revistas e periódicos publicados e disponibilizados na rede. Foram selecionados monografias, teses (OLIVEIRA, 2015), artigos científicos (BORGES; ALENCAR, 2013), e livros (ENGEL, 2000) que abordaram sobre as metodologias ativas e outros aspectos que dizem respeito ao ensino e aprendizagem da Geometria Analítica utilizando a metodologia de Resolução de problemas.

Além do levantamento bibliográfico, como procedimento metodológico, foi realizada a chamada pesquisa-ação, amplamente aplicada na área do ensino, cujos métodos promovem a participação dos integrantes do contexto escolar na

elaboração e na busca de solução para problemas, observando, descrevendo e planejando ações (ENGEL, 2000).

Como instrumento de coleta de dados para esta pesquisa, foram elaborados e aplicados dois questionários contendo perguntas objetivas direcionadas a uma amostra composta por 30 alunos que estudam na 3ª série (sendo 15 alunos da turma A, com quem foram aplicados os dois questionários e 15 alunos da turma B, com quem foram aplicados apenas 1 questionário) do Ensino Médio da referida instituição educacional, além de terem sido feitas observações ao longo da pesquisa.

Para Severino (2007) o questionário é um conjunto de questões, sistematicamente articuladas, que se destinam a levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vista a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo.

Na aplicação dos dois questionários, bem como nas demais atividades realizadas, foram cumpridos os protocolos de distanciamento social e normas de segurança sanitária estabelecidas, devido ao atual momento de pandemia (COVID-19) em que estamos vivendo.

5.1 EXPERIÊNCIA, OBSERVAÇÃO E ANÁLISE

Ser professor na educação básica, atualmente constitui um grande desafio, pois o professor precisa, para além do óbvio, domínio do conteúdo, de um conjunto de metodologias didáticas pedagógicas que sejam capazes de motivar e fazer o aluno compreender os conteúdos.

Tal intento encontra em seu caminho grande diversidade de sentimentos e interesses diversos dos discentes, visto, por vezes, como obstáculos. O professor precisa então encontrar um método didático que possa confluir essa diversidade de interesses para os objetivos da aprendizagem.

Partindo dessa problemática e da experiência educacional vivida no Centro de Ensino Maura Jorge de Melo, escola pertencente à rede pública estadual localizada em Lago da Pedra –MA e que oferece a etapa final da educação básica que é o Ensino Médio, notou-se uma desmotivação muito grande dos alunos em relação aos conteúdos de Matemática.

Conforme as observações feitas, em relação ao ensino de Matemática em Lago da Pedra, os alunos passam pelo Ensino Fundamental e chegam ao Ensino Médio com um conhecimento muito precário das quatro operações com números naturais, com informações extremamente confusas sobre o conjunto dos inteiros e operações e conhecimento quase nenhum sobre o conjunto dos números racionais e irracionais, bem como suas operações.

Pode-se ainda observar que as escolas lagopedrenses carecem de laboratórios de Matemática e biblioteca, e quando as possuem, funcionam apenas como depósito de livros, sendo, muitas vezes, inacessíveis aos alunos.

Enfim, muitos são os desafios encontrados para atender aos padrões mínimos de qualidade educacionais. E nesse contexto o Centro de Ensino Maura Jorge busca vencer essas dificuldades, que não são exclusivas da Matemática, por meio de diversas iniciativas tais como Projeto de Feira Científica Cultural, Aulões pró Enem, Gincanas Ecológicas, Aulas extra classe preparatórias para as Olimpíadas de Matemática e Português, etc. Não obstante, vale ressaltar que o entendimento é de que a aprendizagem só será eficaz quando colocar o aluno como ator principal do processo.

É dentro deste contexto que foi pensado em verificar uma metodologia que pudesse tirar o aluno de uma posição passiva no processo ensino aprendizagem e desenvolver seu pensamento e conhecimento matemáticos. Verificar se a Metodologia Ativa Aprendizagem baseada em problemas, buscando a elaboração de questões de Matemática, pode melhorar a conexão entre ensino e aprendizagem nesta área.

Na primeira etapa da pesquisa foram selecionados 15 alunos da turma do 3^a ano A e mais 15 discentes da turma do 3^o ano B, divisão esta já realizada pela escola, devida as exigências sanitárias impostas às escolas do estado pela Secretaria de Estado da Educação (SEDUC), como condição necessária ao retorno presencial das aulas.

Nesta etapa se desenvolveu ao longo de 4 semanas aulas teóricas expositivas e apresentação de questões, acompanhadas das dúvidas dos alunos e discursões acerca das estratégias de resolução das mesmas, sobre os conteúdos de Geometria Analítica:

- Plano Cartesiano.
- Ponto Médio.

- Distância entre Pontos.
- Condição de Alinhamento de três pontos.
- Equação geral da reta.

Ao término de cada conteúdo trabalhado com os alunos da turma A lhes eram solicitados, como primeira atividade, que elaborassem duas questões (autorais) sobre o conteúdo estudado. As questões mais bem elaboradas foram selecionadas e redistribuídas a autores diferentes a fim de que as resolvessem como segunda atividade. Por fim, cada aluno foi orientado a apresentar sua solução; as quais eram discutidas abertamente.

Enquanto que na turma B ao término de cada aula expositiva acerca dos mesmos conteúdos, como primeira atividade, aos alunos eram solicitados a resolverem os exercícios propostos pelo livro, e como segunda atividade, a expor as suas soluções as quais eram discutidas abertamente pela turma.

Na segunda etapa foi aplicado o mesmo questionário para ambas as turmas, a fim de verificar e comparar o desempenho das referidas turmas (3º anos A e B), bem como um outro questionário aplicado com a amostra de alunos da turma A, com objetivo de qualificar suas impressões sobre a estratégia.

5.2 ATIVIDADES PRODUZIDAS

Inspirados pelos exemplos apresentados no livro didático, textos ou em situações imaginadas e/ou observadas nas experiências de vida, os alunos foram orientados, em sala de aula, a elaborar duas questões que tivessem uma única solução, que fossem passíveis de solução por meio do conteúdo trabalhado e que fossem originais (dentro de suas limitações).

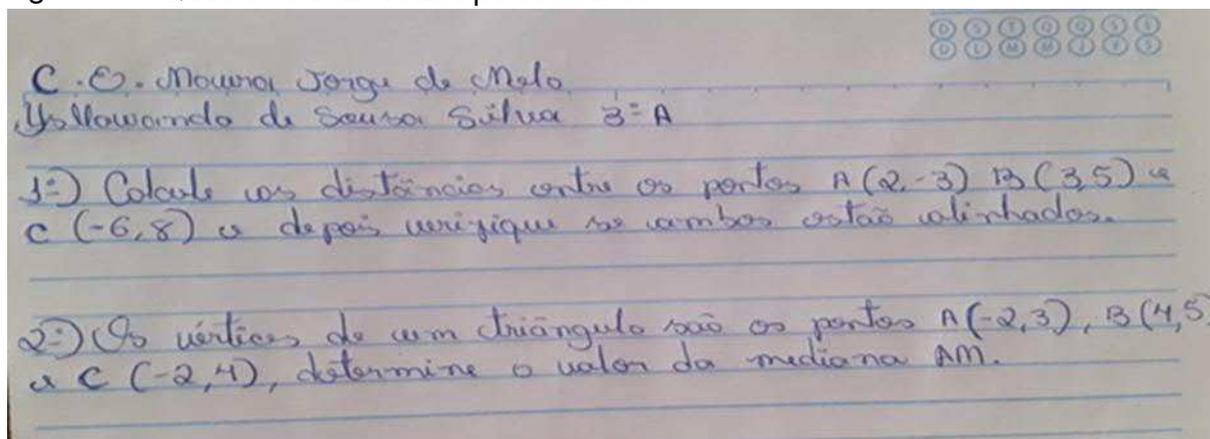
Figura 2 – alunos elaborando problemas de Geometria Analítica



Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Ao que surgiram questões umas mais originais outras menos, mas todas as atividades produzidas constituíram um esforço nesse sentido, como podemos ver no exemplo abaixo:

Figura 3 – Questões elaboradas pelos alunos

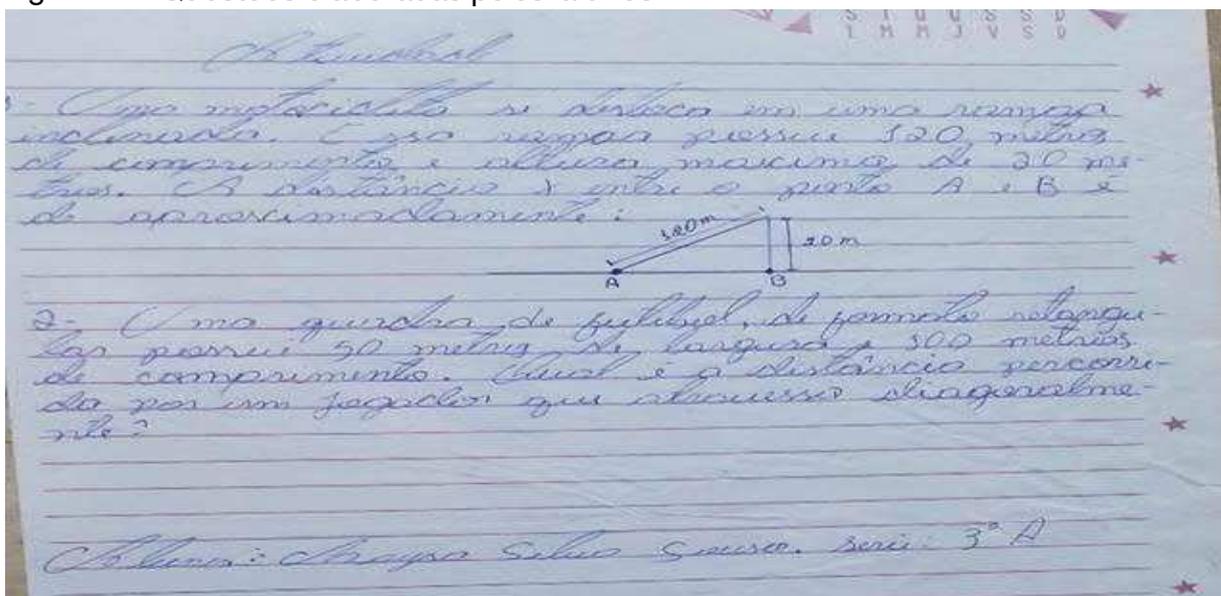


Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Embora as questões na Figura 1 não sejam tão originais assim, ao menos a primeira rendeu uma boa discussão no que concerne ao emprego do pronome ambos, cujo uso é sempre para indicar dois elementos. Não obstante a intensão do aluno era se referir aos três pontos. Esse erro no enunciado também foi útil para chamar-lhes a atenção para o quanto precisamos ter cuidado com a clareza dos enunciados de uma questão, evitando ambiguidades durante sua elaboração, claro que esse exercício deve ajudar também na leitura e interpretação de outros problemas.

Não obstante houve questões mais interessantes, onde podemos perceber que o aluno implicitamente propõe uma interpretação analítica de um problema de geometria Euclidiana, o que nos permite inferir que ele não apenas conseguiu estabelecer essa conexão, mas também a propõe em forma de exercícios, como podemos ver na Figura 2.

Figura 4 – Questões elaboradas pelos alunos



Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Pode se observar ainda uma maior preocupação do aluno em dá um contexto para a questão, ao trazer elemento do cotidiano como motocicleta, rampa, campo de futebol, etc.

6 DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES PRODUZIDAS

Ao fim de cada semana as questões elaboradas eram distribuídas a autores diferentes para que as resolvessem, conforme pode se observar pela Figura 4:

Figura 5 – Alunos resolvendo os problemas elaborados de Geometria Analítica



Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Por fim as resoluções foram apresentadas aos colegas, pelos alunos, no quadro.

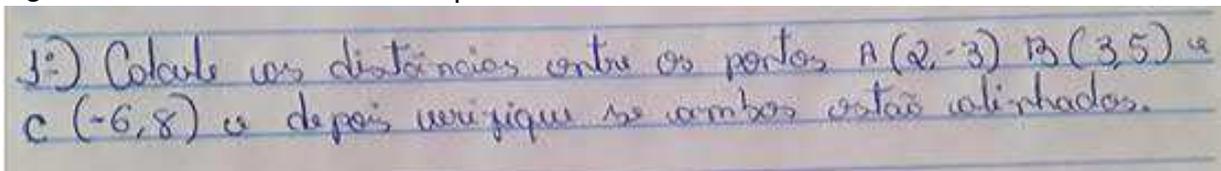
Figura 6 – Alunos resolvendo problemas matemáticos de Geometria Analítica



Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Sob a orientação do professor, eram analisadas por todos a fim de dirimir quaisquer dúvidas sobre a questão, como exemplificado abaixo:

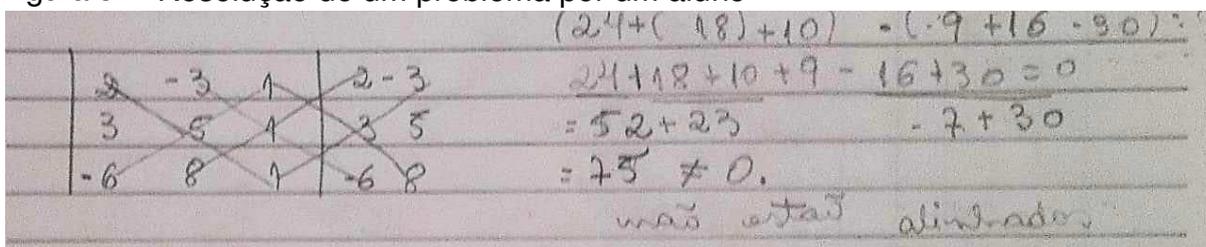
Figura 7 – Problema elaborado por um aluno



Fonte: o autor/alunos, 2021.

Cuja solução apresentada pela maioria, foi:

Figura 8 – Resolução de um problema por um aluno



Fonte: o autor/alunos, 2021.

Onde discutimos que a solução pelo determinante, atende apenas parcialmente a questão proposta, e que é muito importante que atentem para os comandos do enunciado da mesma; pois nesse caso está implícito que o autor pretendia que os alunos usassem um conceito mais simples, a saber, o da desigualdade triangular: Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Usado então o conceito já estabelecido de distância entre pontos, calculamos:

$$d_{AB} = \sqrt{(2-3)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(3-(-6))^2 + (5-8)^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(2-(-6))^2 + (-3-8)^2} = \sqrt{64 + 121} = \sqrt{185}$$

para em seguida, verificar a desigualdade triangular:

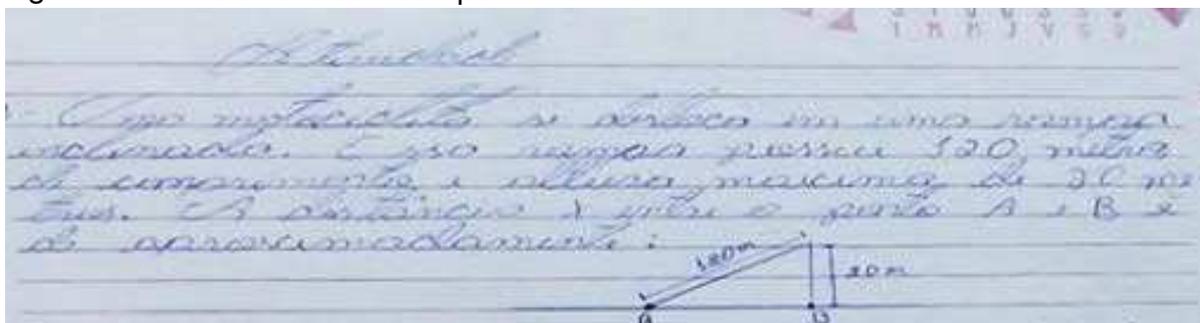
- $d_{AB} < d_{BC} + d_{AC}$

- $d_{BC} < d_{AB} + d_{AC}$

- $d_{AC} < d_{AB} + d_{BC}$, portanto concluir que os pontos considerados determinam um triângulo e que, por conseguinte não são colineares.

É também digno de nota, que a conexão entre a geometria Euclidiana e Analítica sugerida na questão a seguir:

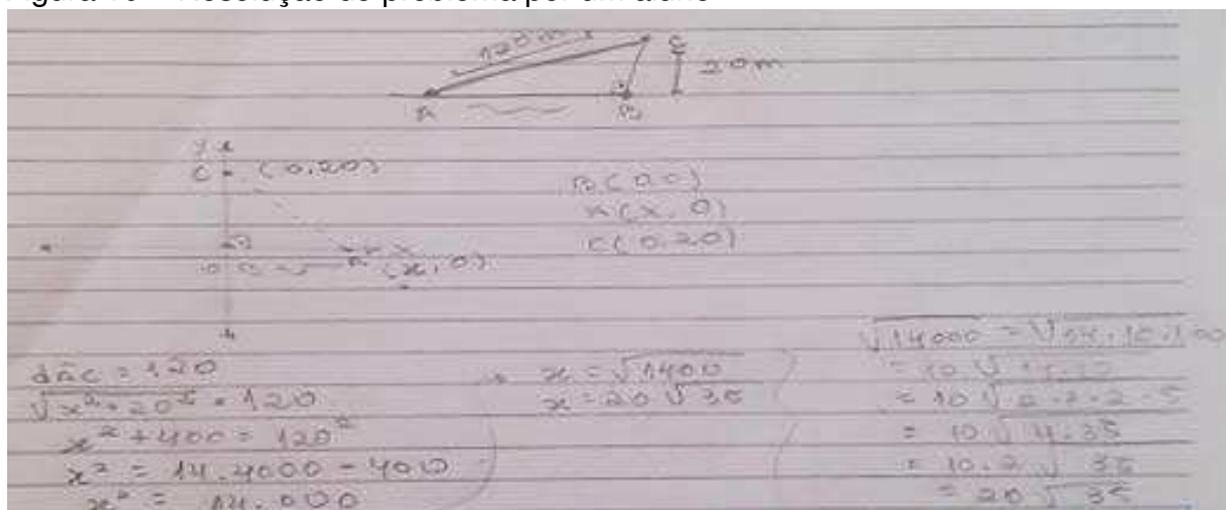
Figura 9 – Problema elaborado por um aluno



Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

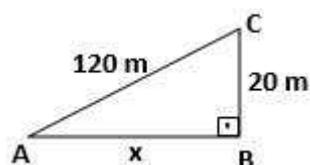
Foi satisfatoriamente atendida por boa parte dos alunos, como podemos observar na solução abaixo de um dos alunos:

Figura 10 – Resolução do problema por um aluno

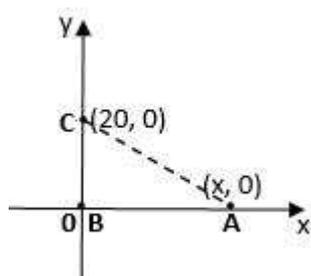


Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Onde ele escreveu o problema geométrico:



No problema analítico:



Para em seguida resolve-lo estabelecendo a igualdade $\bar{d} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$.

6.1 RESULTADOS OBTIDOS

Findando esse período de elaboração, resolução e discussão acerca das questões formuladas, foi aplicada uma atividade de verificação da aprendizagem nas turmas A e B, com vistas a obter um comparativo do desempenho entre essas turmas que haviam sido expostas a estímulos e métodos diferentes.

Figura 11 – Atividade de verificação de aprendizagem aplicada aos alunos

Centro de Ensino Maura Jorge de Melo
Lago da Pedra - MA ____/____/____
Professor Cledson S. do Nascimento
Aluno(a) _____

GOVERNO DO MARANHÃO  **GOVERNO DO PIAUÍ** 

1ª Verificação

INSTRUÇÕES:

- Esta atividade possui 5 questões objetiva, com 4 alternativas cada;
- Cada questão possui apenas uma alternativa correta;
- Não será permitido o uso de celulares ou qualquer dispositivo similar para pesquisa.

1. Se o ponto P $(2n + 4, 5)$ pertence ao eixo OY, então n é:
 - a) -2
 - b) -1
 - c) 0
 - d) 2
2. O ponto Q $(-3, -3)$ pertence a:
 - a) Origem do Plano Cartesiano.
 - b) A bissetriz dos Quadrantes Impares.
 - c) Ao eixo OX.
 - d) Ao eixo OY.
3. O segmento \overline{AB} é diâmetro de uma circunferência de centro C $(1, 2)$. Se A é o ponto $(0, 5)$, então B é o ponto:
 - a) $(-1, 3)$
 - b) $(0, 5)$
 - c) $(2, -1)$
 - d) $(3, 0)$
4. Determine o valor de k, para que os pontos A $(k, 1)$, B $(3, 2)$ e C $(5, 4)$, sejam colineares.
 - a) -1
 - b) 0
 - c) 1
 - d) 2
5. O ponto P $(0, 3)$ pertence a reta de equação:
 - a) $2x - y + 3 = 0$
 - b) $2x + y + 3 = 0$
 - c) $2x - y - 3 = 0$
 - d) $2x + y + 2 = 0$

Fonte: o Autor/Alunos, 2021.

Neste momento do trabalho admitiu-se a hipótese inicial de que os alunos poderiam apropriar-se dos conceitos dos conteúdos estudados construindo e resolvendo questões a partir da teoria inicial e sua curiosidade e interesse.

Para melhor entendimento do desempenho das turmas A e B, obtidos da avaliação Figura 9, os resultados foram tabulados e representam a quantidade de alunos que acertaram cada questão nas respectivas turmas:

Tabela 1 – Número de acerto por questão da turma do 3º ano A, considerando os 15 alunos pesquisados

Questões	Quantidade de acertos	Quantidade de acerto (%)
1ª	9	60%
2ª	10	70%
3ª	6	40%
4ª	8	53%
5ª	7	47%

Fonte: o Autor, 2021.

Tabela 2 – Número de acertos por questão da turma 3ª ano B, considerando os 15 alunos pesquisados

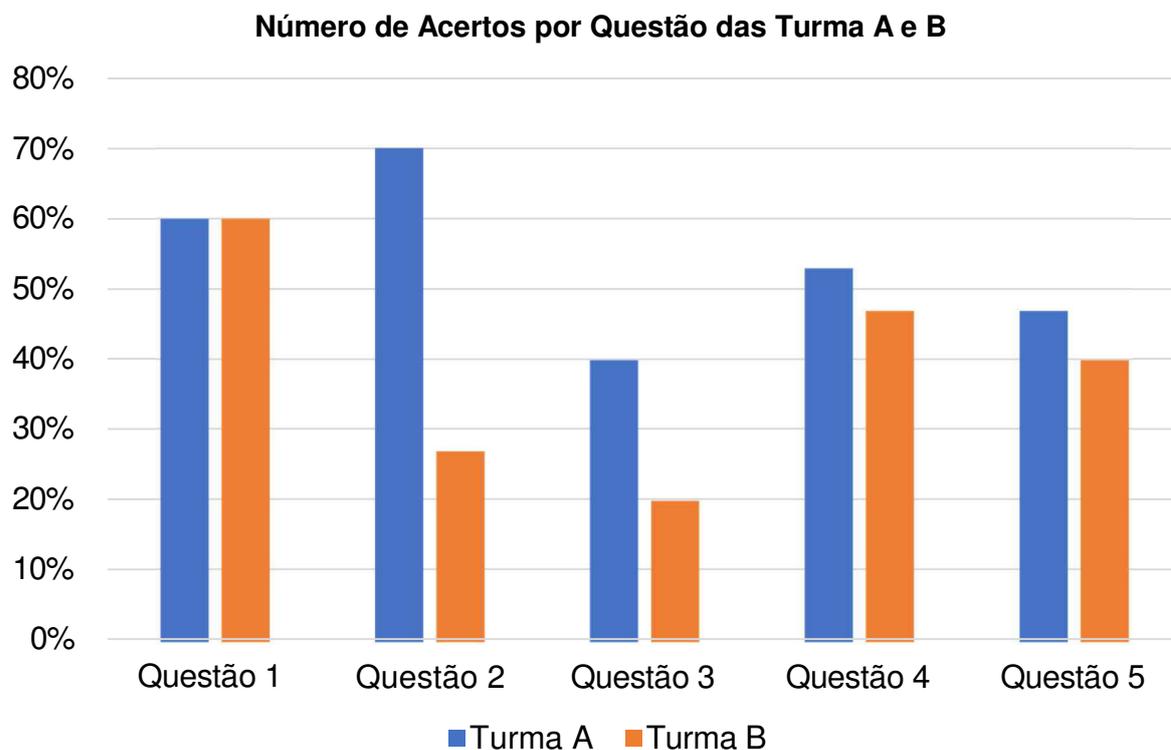
Questões	Quantidade de acertos	Quantidade de acerto (%)
1ª	9	60%
2ª	4	27%
3ª	3	20%
4ª	7	47%
5ª	6	40%

Fonte: o Autor, 2021.

Percebemos que a turma A que elaborou e resolveu os problemas, com base nos conhecimentos teóricos estudados (conceitos, definições e exemplos de aplicação de Geometria Analítica), obteve um desempenho melhor do que os turma B ou seja houveram mais alunos da turma A acertando cada questão da avaliação do que alunos da turma B, com exceção da questão 1 onde as quantidades de alunos que à certaram foram a mesma 60%.

Esse resultado fica mais evidente, quando representados no gráfico abaixo que compara a quantidade de alunos das turmas A e B que acertaram cada questão da avaliação.

Gráfico 1 – Desempenho da turma do 3º ano A e B na atividade de verificação de aprendizagem



Fonte: o Autor, 2021.

Esses resultados nos permitem inferir, que a intervenção didática por meio da elaboração de problemas, resolução e discussão dos mesmos com mediação do professor sobre os conteúdos, favoreceu maior apropriação do conteúdo, corroborando assim a hipótese levantada no início desta pesquisa.

Após a realização do teste, os estudantes da turma exitosa receberam um questionário Sim/Não Figura 10, para que pudesse avaliar as impressões dos alunos acerca da estratégia elaboração e resolução de questões.

Figura 12 – Questionário de opiniões sobre o método utilizado

Centro de Ensino Maura Jorge de Melo
Lago da Pedra – MA ___/___/___
Professor Cledson S. do Nascimento

Questionário

Em relação a metodologia aplica responda:

1. Tornou a aula mais motivadora?
 Sim () Não

2. Contribuiu para maior entendimento do conteúdo?
 Sim () Não

3. Proporcionou uma maior proximidade do conteúdo abordado com seu cotidiano?
 Sim () Não

4. Despertou seu interesse em estudar mais a disciplina Matemática?
 Sim () Não

5. Deseja que fosse aplicada em outras disciplinas?
 Sim () Não

Fonte: o autor, 2021.

O resultado do questionário mostrou que a estratégia avaliada teve boa receptividade por boa parte dos alunos, como a tabela abaixo mostra:

Tabela 3 – Questionário Sim/Não, 3º ano A

Questões	Sim	Não	%
1. Tornou a aula mais motivadora?	15	0	100%
2. Contribuiu para maior entendimento do conteúdo?	14	1	93%
3. Proporcionou uma maior proximidade do conteúdo abordado com seu cotidiano?	11	4	73%

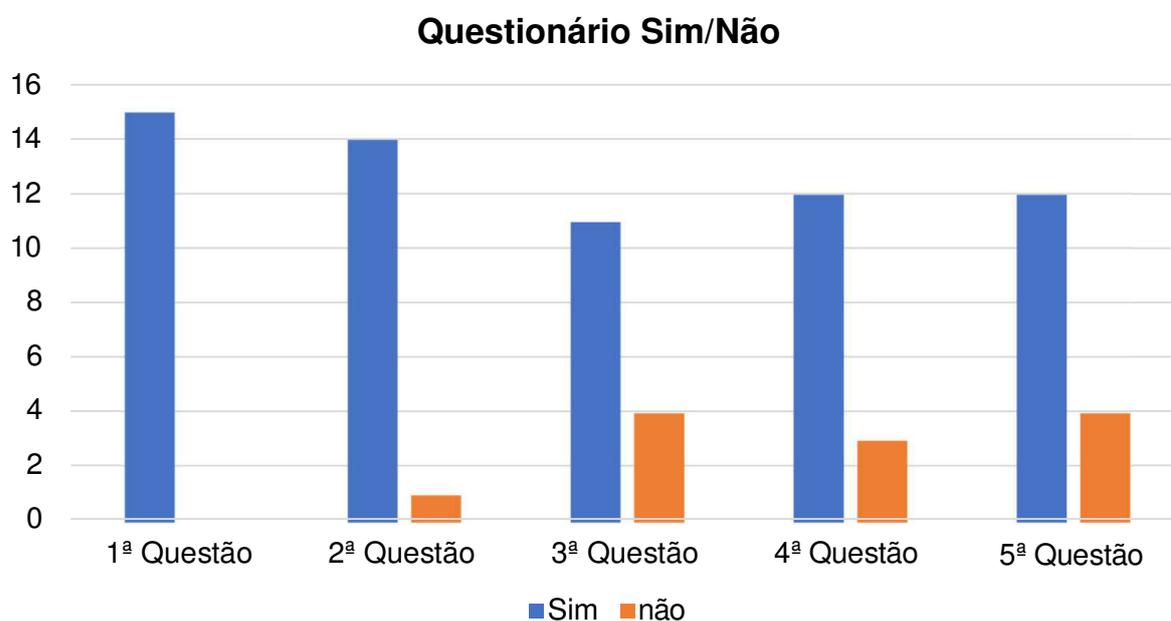
4. Despertou seu interesse em estudar em estudar a disciplina Matemática?	12	3	80%
5. Deseja que seja aplicada em outras disciplinas?	12	3	80%

Fonte: o Autor, 2021.

E de fato esses resultados estão de acordo com a percepção tida no decurso da aplicação do projeto, uma vez que a maioria dos alunos mostrou grande envolvimento na elaboração dos problemas bem como entusiasmo ao ver suas questões sendo resolvidas e debatidas por toda a turma. Fato este que contribuiu para a melhora da autoestima de estudantes que se sentiam muito intimidado com a Matemática.

Os resultados do questionário estão resumidos no gráfico abaixo:

Gráfico 2 – Proporcionou maior proximidade com o cotidiano?



Fonte: o Autor, 2021.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho o objetivo principal foi investigar a possibilidade dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio aprenderem colaborativamente a partir da elaboração e resolução de problemas sobre geometria analítica, ou seja, analisar a compreensão do conhecimento manifestada pelos estudantes do Ensino Médio do Centro de Ensino Maura Jorge de Melo, quando instigados a livre elaboração de problemas, bem como a resolução e discussão dos mesmos, sobre Geometria Analítica, em comparação com outra turma na qual os conteúdos trabalhados se deram de forma predominantemente tradicional. Para tal foi aplicada a metodologia descrita, constituída também de dois questionários que serviram como avaliações, conforme apresentado na pesquisa, com propósito de aferir a eficácia da elaboração de problemas no processo ensino e aprendizagem.

A intervenção didática, através da pesquisa ação, propiciou aos estudantes da turma „A” um desempenho consideravelmente superior ao dos estudantes da turma da turma „B”, na qual não foram utilizadas as Metodologias Ativas Aprendizagem Baseada em Problemas e Problematização, conforme demonstram os dados levantados no decurso da pesquisa, reforçando assim positivamente a hipótese de que há de fato um ganho de qualidade quando o estudante é colocado não apenas como um assimilador de conhecimento, mas como produtor ativo do conhecimento e protagonista do seu próprio aprendizado.

Pelas análises das manifestações apresentadas pelos discentes, tanto no comportamento no decurso dos trabalhos quanto nas respostas dadas pelos estudantes aos questionários, foi perceptível o interesse e entusiasmo na busca pelo conhecimento, o que permitiu inferir que o método foi bem aceito unanimemente.

Portanto, conclui-se que estimular o estudante a elaborar e resolver problemas sobre o conteúdo que se deseja ensinar contribui não apenas significativamente com assimilação dos conteúdos, mas também é capaz de motivar e desenvolver a criatividade deste no processo de ensino aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Roberto C. D. **Geometria analítica plana: praxeologias Matemáticas no ensino médio**. Dissertação do programa de pós-graduação em educação em ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará. Belém, 2007.

ARIÈS, P. **História Social da Criança e da Família**. LTC: Rio de Janeiro, 2006.

BARBOSA, E. F.; MOURA, D. G. **Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica**. B. Tec. Senac. Rio de Janeiro, v. 39, n.2, p.48-67, maio/ago. 2013.

BARRETO, Alcyrus Vieira Pinto; HONORATO, Cezar de Freitas. **Manual de sobrevivência na selva acadêmica**. Rio de Janeiro: Objeto Direto, 1998.

BARROWS, H., & TAMBLYN, R. M. **Aprendizagem Baseada em Problemas: Uma Abordagem à Educação Médica**. Nova York: Spring Publishing Company, 1980.

BERBEL, N. A. N. **O Problema de Estudo na Metodologia da Problematização**. In: Berbel, N. A. N. (Org.) Exercitando a reflexão com conversas de professores. Londrina, PR: Grafcel. Bonwell, 2005.

BONWELL, C. C., & EISON, J. A. **Aprendizagem ativa: criando entusiasmo na sala de aula**. Washington, 1991.

BORGES, T. S.; ALENCAR, G. **Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do ensino superior**. Cairu em Revista, v. 3. n. p. 119-143. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN 5ª a 8ª séries**. Volume 03 - Matemática. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br>. Acesso em: 16 set. 2021.

CAMARGO, E. P. (2016) **Inclusão e necessidade educacional especial: compreendendo identidade e diferença por meio do ensino de física e da deficiência visual**. Editora Livraria da Física. São Paulo, 2016.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes. **Fundamentos teóricos do pensamento matemático**. IESDE Brasil S.A: Curitiba, 2009.

CAVALCANTE, José Luiz. **Formação de Professores que Ensinam Matemática: Saberes e vivências a partir da Resolução de Problemas**. 1. ed. Paco Editorial: Jundiaí, 2013.

CECY, Carlos; OLIVEIRA, Geraldo Alécio de; COSTA, Eula Maria de Melo Barcelos (Org). **Metodologias Ativas: aplicações e vivências em Educação Farmacêutica**. Brasília: ABENFARBIO, 2013.

COLOMBO, J.A.A.; LAGOS, M.B. **Problemas, Quem não tem? Coletânea de problemas matemáticos**. Imprepel: Pato Branco, 2005.

D'AMBROSIO, B.S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. *In: Pro-Posições, Revista da Faculdade de Educação / UNICAMP*. Vol. 4, n 1. p. 35-41. Campinas. Mar. 1993.

DIESEL, Aline; BALDEZ, Alda Leila Santos; MARTINS, Silvana Neumann. Os Princípios das Metodologias Ativas de Ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, v. 14, n. 1, jan./abr. 2017. Disponível em: <http://revistathema.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/download/404/295>. Acesso em: 15 set. 2021.

DILLENBOURG, P. O que você entende por aprendizagem colaborativa? *In: DILLENBOURG, P. (ed.). Aprendizagem colaborativa: abordagens cognitivas e computacionais*. Elsevier: Oxford, 1999.

DOCHY, F. *et al.*. **Efeitos da aprendizagem baseada em problemas: uma meta-análise**. Disponível em: <http://www.elsevier.com/locate/learninstruc>. Acesso em: out. 2021.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar em Revista**, n. 16, p. 181-191, 2000.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues - ed. da Unicamp São Paulo – 2004.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2008.
HADGRAFT, R.G.; PRPIC, J.K. **As dimensões-chave da aprendizagem baseada em problemas**. Proc. 11 de agosto Conf. em Engenharia Educação. p. 127-132. 1999.

KEMCZINSKI, A.; MAREK, J.; HOUNSELL, M. S., & GASPARINI, I. Colaboração e cooperação – pertinência, concorrência ou complementaridade. **Revista Produção Online**. v. 7, n. 3. P. 1-15. 2007.

LOPES, J.; SILVA, H. **O Professor Faz a Diferença**. Na aprendizagem dos alunos. Na realização escolar dos alunos. No sucesso dos alunos. LIDEL: Lisboa, 2010.

LOVATO, Fabricio Luís; MICHELOTTI, Angela; SILVA, Cristiane Brandão da; LORETTO, Elgion Lucio da Silva. Metodologias Ativas de Aprendizagem: uma breve revisão. **Acta Scientiae**. Vol.20, n.2 p.154-17. mar./abr. 2018.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. Cortez: São Paulo, 2002.

MASETTO, M. A aula na universidade. *In: VIII ENDIPE, Anais*. v. 2, p.323-330. Florianópolis, 1996.

MCINNERNEY, J. M., & ROBERTS, T. S. *In: Aprendizagem colaborativa ou cooperativa?* 2004.

MICOTTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. Editora UNESP: São Paulo, 1999.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.); DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. Pesquisa social: teoria, método e criatividade. *In*: MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio da pesquisa social**. 26ª ed. Vozes: Petrópolis, 2007.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo, 1986.

MORÁN, J. M. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: **Souza, C. A. & Torres-Morales**. O. E. (Org.). **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**. UEPG. Ponta Grossa: 2015.

MURARI, Claudemir. Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizagem de Geometria. *In*: BICUDO, Maria Aparecida V.; BORBA, Marcelo C. **Educação Matemática: Pesquisa em movimento**. 4 ed. São Paulo: Cortez, 2012.

NAGAI, W. A., & IZEKI, C. A. Relato de experiência com metodologia ativa de aprendizagem em uma disciplina de programação básica com ingressantes dos cursos de Engenharia da Computação, Engenharia de Controle e Automação e Engenharia Elétrica. *In*: **Revista RETEC**. n 4, p. 1-10. 2013.

OLIVEIRA, R. M. **Problem Based Learning como estratégia de ensino: diagnóstico para a aplicabilidade no Curso de Ciências Contábeis da Universidade Federal do Paraná**. Dissertação de Mestrado, Contabilidade, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2015.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PEREIRA, R. **Método Ativo: Técnicas de Problematização da Realidade aplicada à Educação Básica e ao Ensino Superior**. **Anais do VI Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade**. São Cristóvão, 2012.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro. 1995.

RIBEIRO, Luis Roberto C. *et al.*; **Uma experiência com a PBL no ensino de engenharia sob a ótica dos alunos**. São Paulo: COBENGE, 2003.

SALIN, E. B. Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 8, n. 2, p. 261-274. Florianópolis, 2013.

SEVERINO, Antonio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23ª ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SCHMIDT, H. G. Fundamentos da aprendizagem baseada em problemas: algumas notas explicativas. **Educação médica**, v. 27, n. 5, p. 422-432. 1993.

TORRES, P. L., ALCÂNTARA, P. R., & IRALA, E. A. F. Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 4, n 13. p. 129-145. 2004.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**. Edição Especial n. 4, p. 79-97. 2014.

VALENTIM JR, Joselio Lopes. **A Geometria Analítica como conteúdo do ensino secundário**: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Gustavo Capanema e MMM. Dissertação do programa de pós-graduação profissional (PROFMAT) da Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **A Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicações em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Artmed: Porto Alegre, 2009.

VASCONCELLOS, M. M. M. Aspectos pedagógicos e filosóficos da metodologia da problematização. *In*: Berbel, N. A. N. **Metodologia da problematização: fundamentos e aplicações**. EDUEL: Londrina, 1999.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ZABALA, A. **Enfoque Globalizador e Pensamento Complexo**: uma proposta para o currículo escolar. Artmed: Porto Alegre, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 – Termo de Consentimento e Livre esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIAS DIDÁTICO PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA** desenvolvida por Cledson Santos do Nascimento. Fui informado, ainda, de que a pesquisa é orientada pela profa. Dra. Lusitonia da Silva Leite.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais é investigar a possibilidade de os alunos do terceiro ano do Ensino Médio da escola Centro de Ensino Maura Jorge de Melo aprenderem colaborativamente a partir da elaboração e resolução de problemas sobre Geometria Analítica.

Fui também esclarecido de que os usos das informações por mim oferecidas estão submetidos às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos, da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP) do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde.

Minha colaboração se fará de forma anônima, por meio de dois questionários a serem respondidos a partir da assinatura desta autorização. O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e/ou sua orientadora.

Fui ainda informado de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem prejuízo para meu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme recomendações da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP).

Lago da Pedra - MA, 10 de setembro de 2021.

Assinatura do pesquisador: Medson Santos do Nascimento

Assinatura da testemunha: Natália da Conceição Araújo

Assinatura dos participantes

NOME DO ALUNO	ASSINATURA
ALANA CORREIA SOUSA	Alana Correia Sousa
ALANA SOUSA LIMA	Alana Sousa Lima
ANA CLAUDIA BEZERRA SAMPAIO	Ana Cláudia Bezerra Sampaio
ANA CRISTINA MENDES DA CRUZ	Ana Cristina Mendes da Cruz
AYRLON DA CONCEICAO DE SALES	
CAMILLE VICTORIA PEREIRA SILVA	
CARLOS EDUARDO DO NASCIMENTO ARAUJO	
ERICA DA SILVA ARAUJO	Érica da Silva Araújo
GUILHERME GONCALVES DE JESUS	Guilherme Gonçalves de Jesus
HERIKA LOHANNA ARAUJO LEAL	Herika Lohanna Araújo Leal
IRLAN JOSE DE SOUSA	Irlan José de Sousa
JOAO PAULO VASCONCELOS BARROS	
JOICE SILVA FONTES	Joice Silva Fontes
JOSE WILKER UCHOA FERREIRA	Jose Wilker Uchoa Ferreira
KAWANE FERREIRA RAMOS	Kawane Ferreira Ramos
LAYSA LUANA CARDOSO DE JESUS	Laysa Luana Cardoso de Jesus
LUIZA MARIA DA COSTA SOUSA	Luiza Maria da Costa Sousa
MACLEY DE SOUSA CRUZ	Macley de Sousa Cruz
MAGNO OLIVEIRA DE SOUSA	Magno Oliveira de Sousa
MARIA CLARA SOUSA OLIVEIRA	

APÊNDICE 2 – Atividades produzidas pelos alunos envolvidos na pesquisa

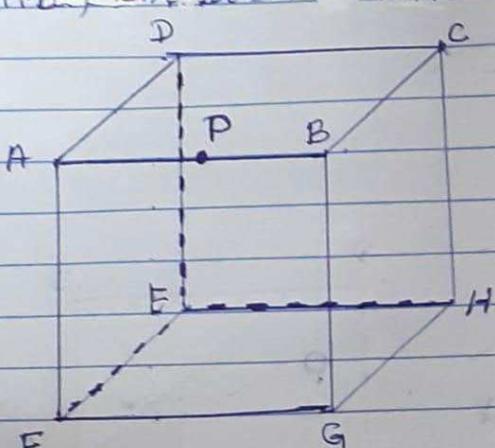
Questões elaboradas pelos alunos envolvidos na pesquisa

7. uma quadra de futebol de forma retangular possui 50 metros de largura e 100 metros de comprimento. qual é a distância percorrida por um jogador que atravessa diagonalmente?

FONTE: O Autor/Alunos (2022).

Questões elaboradas pelos alunos envolvidos na pesquisa

Sabendo que o ponto P é ponto médio do segmento \overline{AB} , em um cubo $ABCDEFGH$ de aresta 2m.



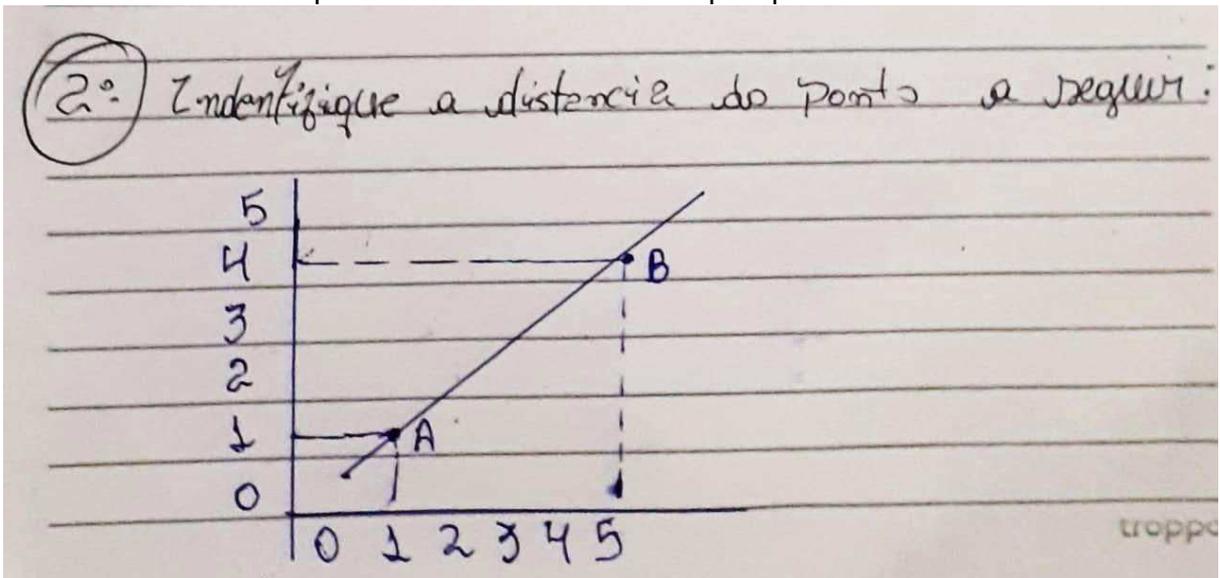
a) Represente os pontos P e H em um plano cartesiano

b) Determine a distância entre os pontos P e H

c) Determine o ponto médio do segmento \overline{PH}

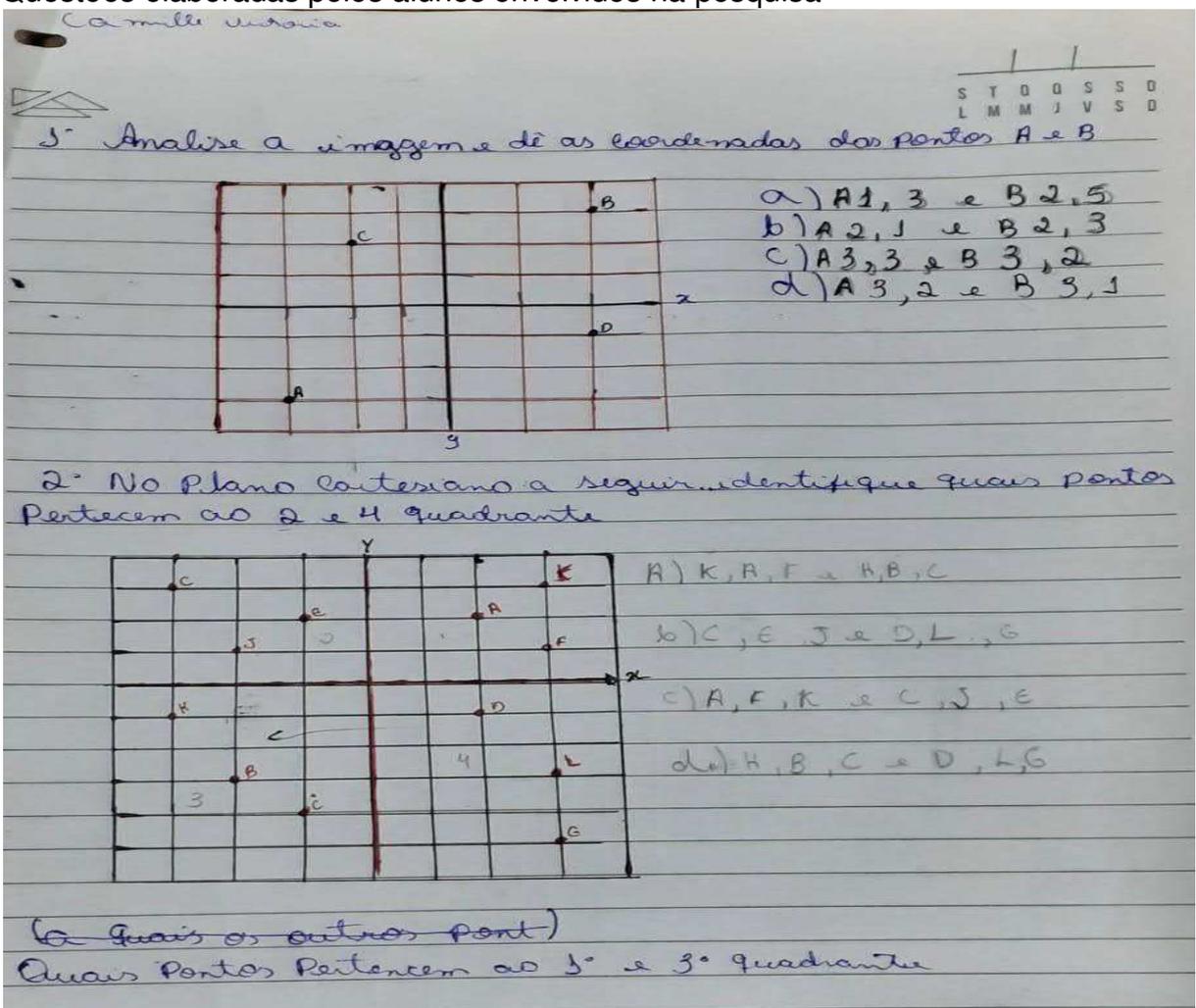
FONTE: O Autor/Alunos (2022).

Questões elaboradas pelos alunos envolvidos na pesquisa



FONTE: O Autor/Alunos (2022).

Questões elaboradas pelos alunos envolvidos na pesquisa



FONTE: O Autor/Alunos (2022).