

519.2001002.6  
C271  
2013

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT**  
**CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS**

**ELDA REGINA DE SENA CARIDADE**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS PARA OTIMIZAÇÃO DA QUALIDADE NO  
ATENDIMENTO: UM ESTUDO DE CASO NO SETOR DE HELPDESK DO  
UNICEUMA**

São Luís  
2013

**ELDA REGINA DE SENA CARIDADE**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS PARA OTIMIZAÇÃO DA QUALIDADE NO  
ATENDIMENTO:UM ESTUDO DE CASO NO SETOR DE *HELPDESK* DO  
UNICEUMA**

Dissertação de mestrado apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Computação e Sistemas do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade Estadual do Maranhão - UEMA como um dos pré-requisitos para obtenção do grau de mestre em Engenharia de Computação e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. João Coelho Silva Filho

Caridade, Elda Regina de Sena.

Aplicação da teoria das filas para otimização da qualidade no atendimento: um estudo de caso no setor de helpdesk do Uniceuma / Elda Regina de Sena Caridade.– São Luís, 2013.

67f.

Dissertação – Curso de Engenharia de Computação e Sistemas, Universidade Estadual do Maranhão, 2013.

Orientador: Prof. Dr. João Coelho da Silva Filho

1.Atendimento. 2.Teoria das filas. 3.Simulação. I.Título

CDU: 519.248:005.6

Aprovada em \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2013

**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Dr. João Coelho Silva Filho (Orientador)

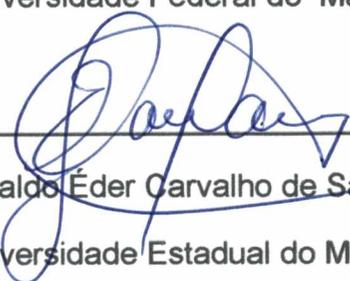
Universidade Estadual do Maranhão



---

Prof. Dr. Sofiane Labidi (Membro)

Universidade Federal do Maranhão



---

Prof. Dr. Ewaldo Éder Carvalho de Santana (Membro)

Universidade Estadual do Maranhão

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus em primeiro lugar por ter me dado sabedoria e saúde para concretização deste trabalho. Sem esquecer de todos aqueles que estiveram presentes em minha vida durante todo este tempo, com palavras de incentivo, de êxito e de apoio.

Agradeço ao meu Professor orientador, João Coelho, por sua preciosa ajuda e incentivos vitais, até em viagens para apresentação de artigos científicos relacionados à área deste trabalho.

No mesmo ensejo, agradeço nesta oportunidade, à minha querida mãe que incansavelmente sempre acreditou em mim e demonstrava isso através de suas palavras de força inesquecíveis e de seu heróico exemplo de vida.

Quero agradecer ainda ao meu esposo Everaldo, pelo apoio dispendido, através de sua atenção e compreensão durante todo este período.

Aos colegas de turma e amigos, com os quais momentos e disciplinas foram partilhados ao longo destes dois anos, muito a agradecer a todos vocês.

Muito obrigada.

## RESUMO

Esta pesquisa investiga a otimização do tempo de atendimento em uma central de suporte técnico utilizando a Teoria das Filas como ferramenta. Foi elaborada uma pesquisa de campo para obter as informações de chegadas e tempos de atendimento das ocorrências na central e a partir dessas informações calculou-se as variáveis envolvidas nesse sistema de filas. A pesquisa originou como resultado a produção de artigo científico relacionado à Teoria das Filas, sendo utilizado o sistema de filas modelo M/M/S com uma análise final dos resultados no experimento. São descritos também os vários outros modelos de filas utilizando-se exemplos práticos bem como a abordagem dos conceitos intrínsecos à sua modelagem matemática, como por exemplo, a Distribuição exponencial e de Poisson, onde é feita uma análise prática e comprobatória da teoria das filas através da ferramenta Arena utilizada para simular o experimento analisado.

**Palavras-chave:** Atendimento, Teoria das Filas, Simulação

## **ABSTRACT**

This paper investigates the optimization of service time in the technical support center using the Queuing Theory as a tool. Was developed a field research for the information of arrivals and service times of occurrences in central and from this information we calculated the variables involved in this queuing system. This research led to the production of scientific articles related to the Theory of Queues. We used the queuing system M/M/S with a final analysis of the results in the experiment. Also described are various other queuing models using practical examples and the approach of the concepts underlying their mathematical modeling such as Exponential distribution and Poisson, and an analysis of the theory and practice evidencing the queues through the tool Arena used to simulate the experiment analyzed.

Keywords : Service, Queuing Theory, Simulation

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Fig 1: Elementos de uma Fila.....                 | 22 |
| Fig 2: Custos de uma Fila.....                    | 23 |
| Fig 3: Aplicação Prática da Teoria das Filas..... | 25 |
| Fig 4: Chegadas em uma Fila.....                  | 30 |
| Fig 3: Probabilidade de Poisson.....              | 30 |
| Fig 6: Desenho do Sistema de Atendimento.....     | 38 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1: Situações comuns de Fila.....                                 | 21 |
| Tabela 2: Valores de $e^{-\lambda}$ para a Distribuição de Poisson..... | 29 |
| Tabela 3: Fórmulas para o Sistema M:/M/1.....                           | 32 |
| Tabela 4: Fórmulas para o modelo de fonte Finita.....                   | 33 |
| Tabela 5: Fórmulas para o Sistema M:/M/S.....                           | 34 |
| Tabela 6: Dados do tempo de Chegadas .....                              | 40 |
| Tabela 7: Dados do tempo de Atendimento.....                            | 42 |
| Tabela 8: Dados do Cenário "A".....                                     | 44 |
| Tabela 9: Dados do Cenário "B".....                                     | 44 |

## LISTA DE SIGLAS

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>CA</b>                   | <b>Custo médio de atendimento</b>  |
| <b>CE</b>                   | <b>Custo médio de espera</b>   |
| <b>CT</b>                   | <b>Custo médio total no sistema de filas</b>                                   |
| <b>FIFO</b>                 | <b>Primeiro a chegar, primeiro a ser atendido.</b>                             |
| <b>K</b>                    | <b>Número máximo de clientes no sistema</b>                                    |
| <b>NS</b>                   | <b>Número médio de clientes no sistema</b>                                     |
| <b>NF</b>                   | <b>Número médio de clientes na fila de espera</b>                              |
| <b>NA</b>                   | <b>Número médio de clientes em atendimento</b>                                 |
| <b>LCFS</b>                 | <b>Último a chegar, primeiro em ser atendido</b>                               |
| <b>M</b>                    | <b>Atividades descritas por distribuições de Poisson ou Exponencial</b>        |
| <b>MM1</b>                  | <b>Sistema de Filas com 1 Atendente</b>  |
| <b>MM1K</b>                 | <b>Sistema de Filas com 1 Atendente e capacidade k de atendimento limitada</b> |
| <b>MMS</b>                  | <b>Sistema de Filas com s Atendentes</b>                                       |
| <b>P(x)</b>                 | <b>Probabilidade de ocorrer x chegadas</b>                                     |
| <b>P0</b>                   | <b>Probabilidade de nenhum cliente no sistema</b>                              |
| <b>Pn</b>                   | <b>Probabilidade de n clientes no sistema</b>                                  |
| <b>R</b>                    | <b>Relação entre as taxas de chegada e de atendimento</b>                      |
| <b>S</b>                    | <b>Número de atendentes no sistema</b>   |
| <b>TS</b>                   | <b>Tempo médio de um cliente no sistema</b>                                    |
| <b>TF</b>                   | <b>Tempo médio de um cliente na fila de espera</b>                             |
| <b>TA</b>                   | <b>Tempo médio de um cliente em atendimento</b>                                |
| <b><math>\lambda</math></b> | <b>Taxa média de chegada</b>   |
| <b><math>\mu</math></b>     | <b>Taxa média de atendimento</b>   |
| <b><math>\rho</math></b>    | <b>Taxa de utilização do sistema</b>   |
| <b>e</b>                    | <b>constante, base de logaritmo natural</b>                                    |

## SUMÁRIO

|          |  |    |
|----------|--|----|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b> .....  | 12 |
|          | 1.1 Delimitação do Problema.....                               | 13 |
|          | 1.2 Justificativa.....   | 13 |
|          | 1.3 Objetivos e Metas.....                                     | 14 |
|          | 1.4 Descrição do Trabalho.....                                 | 14 |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....                             | 16 |
|          | 2.1 Gestão da Capacidade e de Sistema de Filas.....            | 16 |
|          | 2.1.1 Planejamento e Controle da capacidade.....               | 16 |
|          | 2.1.2 Planejamento para capacidade de médio e curto prazo..... | 17 |
|          | 2.2 Gestão de Filas e Fluxos.....                              | 18 |
|          | 2.3 Previsão de Demanda por Atendimento.....                   | 18 |
|          | 2.4 Atendimento na Solicitação por Serviços.....               | 19 |
|          | 2.4.1 Qualidade em Serviços.....                               | 19 |
|          | 2.5 Teoria das Filas.....                                      | 20 |
|          | 2.5.1 Características de um Sistema de Filas.....              | 25 |
|          | 2.5.2 Modelos e Sistemas.....                                  | 31 |
| <b>3</b> | <b>APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS</b> .....                     | 35 |
|          | 3.1 Características da Pesquisa.....                           | 35 |
|          | 3.2 Universo e Amostra.....                                    | 35 |
|          | 3.3 Instrumentos de coleta de dados.....                       | 36 |
|          | 3.4 Métodos de pesquisa.....                                   | 36 |
| <b>4</b> | <b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RESULTADOS</b> .....          | 38 |
|          | 4.1 Caracterização do Sistema de atendimento.....              | 38 |
|          | 4.2 Levantamento de Dados.....                                 | 39 |
|          | 4.3 Análise dos Dados.....                                     | 43 |

|          |                                  |           |
|----------|----------------------------------|-----------|
|          | 4.4 Proposição de Melhorias..... | 45        |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b> | <b>46</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>          | <b>48</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

A qualidade no atendimento tem demandado estudos na área de Pesquisa Operacional como a Teoria das Filas que buscam otimizar o tempo de atendimento em filas de espera. Sendo que o objetivo da Teoria das Filas é otimizar o desempenho de um sistema reduzindo os seus custos operacionais.

A otimização de um sistema de filas de espera é feita através da análise de resultados obtida a partir de características de entrada do sistema, aplicadas em modelos apropriados de filas. Diversos modelos de filas estão disponíveis como ferramentas investigativas no processo da otimização do atendimento de forma geral. Dentre eles podemos destacar o  $M/M/1$  e o  $M/M/S$ , sendo este último foco da pesquisa.

Algumas variáveis em torno do problema como a forma de chegada na fila pode ser determinística ou aleatória, definida através de uma distribuição de probabilidade. “A forma de chegada dos usuários ou processos na fila é usualmente especificada pelo tempo entre chegadas, ou tempo entre chegadas sucessivas ao estabelecimento de prestação de serviços,” [1].

Na Universidade CEUMA localizada em São Luís – MA, constatou-se uma aplicação prática da Teoria das filas no setor de *helpdesk*, onde as solicitações de atendimento chegam de forma aleatória e são atendidas também em tempos aleatórios, ficando em espera aguardando atendimento quando a demanda atinge seu auge. Usando a teoria das filas busca-se otimizar esse congestionamento. A distribuição exponencial caracteriza os tempos de chegada e atendimento das solicitações na fila. Uma das métricas utilizadas para a investigação do desempenho de um sistema é o tempo de atendimento para uma dada solicitação, considerando que um tempo grande de espera na fila pode fazer com que o cliente fique insatisfeito com todo o atendimento. “A qualidade no atendimento gera uma imagem positiva na mente do cliente, que vê satisfeitas suas necessidades e expectativas,” [8].

A utilização de um sistema de recebimento e atendimento de solicitações de serviços em *software* e *hardware* se fez necessário no setor, todavia ainda se observa um tempo de espera para o atendimento quando há um período de grande demanda por esses serviços. Assim como uma baixa taxa de utilização dos mesmos

em períodos de pequena demanda, acarretando uma ociosidade dos recursos no sistema.

Aplicando a teoria das filas, pode-se dimensionar o fluxo e a capacidade de atendimento e de acordo com as variações de demanda, elaborar modelos e sugerir alterações que tragam a redução do tempo de espera para o atendimento, além da redução da ociosidade dos recursos envolvidos no sistema em determinados períodos do tempo.

### 1.1 Delimitação do Problema

Os responsáveis pela central de *helpdesk* da Universidade CEUMA, informaram a existência de uma demanda diária por atendimento de serviços de hardware e software na central, havendo a necessidade de se melhorar o tempo de espera para atendimento por solicitação, relevantemente nos períodos em que a demanda se mostra mais acentuada.

Analisando o contexto, foi elaborada a questão problema deste trabalho: **o atual modelo de atendimento é capaz de suportar a demanda sem causar insatisfação dos usuários/clientes com o tempo de espera para o atendimento?**

### 1.2 Justificativa

A Pesquisa Operacional é uma das áreas da Matemática de grande relevância para as outras ciências, pois embasa muitos conceitos que efetivam a otimização de soluções para problemas nevrálgicos da vida cotidiana. Um deles é a fila que se forma diante de uma grande demanda por um produto ou serviço. Através de análises matemáticas embaladas pelo raciocínio científico, um gestor tem um suporte a mais na hora de tomar uma decisão. O desenvolvimento deste estudo possibilitou avaliar a capacidade operacional, a demanda e analisar o tempo esperado para o atendimento de um Sistema de Filas.

### 1.3 Objetivos e Metas

Para responder ao problema de pesquisa, este trabalho teve como objetivo, desenvolver um modelo de atendimento que seja capaz de auxiliar os gestores na tomada de decisão, permitindo uma melhor alocação de recursos e reduzindo a insatisfação dos clientes com o tempo de espera para o atendimento.

Em consonância com o objetivo do trabalho, esta pesquisa buscou executar as seguintes metas:

- Dimensionar o fluxo de atendimento;
- Identificar a capacidade atual do sistema;
- Analisar as necessidades de mudança no modelo atual e propor possíveis alterações.

### 1.4 Descrição do Trabalho

Este trabalho foi estruturado em 5 etapas: introdução, fundamentação teórica, aplicação da Teoria das Filas, procedimentos metodológicos e resultados além das considerações finais.

Na introdução é apresentada a relevância da qualidade no atendimento utilizando-se a Teoria das Filas aplicada a um estudo de caso na universidade CEUMA., onde é identificada uma situação de demanda por serviços de suporte em uma central de *helpdesk*. Em virtude desta demanda de solicitações, as filas de espera para atendimento são um dos problemas que o setor de suporte enfrenta. Problemas de filas de espera ocorrem pelas variações e as incertezas da demanda de pessoas e tempo de atendimento do servidor.

Em seguida no capítulo 2, é feita a fundamentação teórica da pesquisa, na qual são abordados conceitos sobre a Teoria das Filas como um todo, onde embasa-se tópicos como Gestão da capacidade e de Sistema de Filas, Planejamento e Controle da Capacidade de médio e curto prazo, Gestão de Filas e Fluxos, Demanda por serviços, dentre outros.

Na continuidade da pesquisa, no capítulo 3, é descrita a realização de uma aplicação da Teoria das Filas, onde são abordados o universo e amostra da pesquisa, instrumentos de coleta de dados, além dos métodos de pesquisa.

A seguir, no capítulo 4 há a explanação dos procedimentos metodológicos e apresentação dos resultados da pesquisa., onde são ressaltados a caracterização do sistema de atendimento, o levantamento dos dados, e a análise e proposição de melhorias. Para se atingir os resultados, foram levantados os dados quantitativos dos tempos de chegadas e tempos de atendimentos o que possibilitou verificar o funcionamento do sistema em um período compreendido entre os dias 1º e 23 do mês de agosto de 2013. Após os resultados, sugestões de melhorias forma propostas como forma de otimizar o atendimento na central de suporte.

Nas considerações finais conclui-se que o problema de pesquisa foi respondido uma vez que foi identificada a variação de demanda para os serviços fornecidos e feita as recomendações de redimensionamentos de atendentes do suporte diante dos cenários apresentados.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A área de prestação de serviços tem apresentado elevados níveis de crescimento em relação ao setor produtivo. E a qualidade na prestação desses serviços é uma condição premente para a manutenção desses serviços no mercado de uma forma geral. Assim sendo, gestores tem buscado através de técnicas de simulação analítica ou de software a otimização de seus processos. A Teoria das Filas apresenta-se como uma solução para melhoria da qualidade desse atendimento.

### 2.1 Gestão da capacidade e de sistema de filas

No ambiente altamente competitivo atual, as empresas procuram reduzir ao máximo todos os seus custos operacionais, tentando trabalhar com sua máxima capacidade, as empresas que conseguem podem ter uma grande vantagem em relação à outra que esteja trabalhando abaixo ou acima de sua capacidade. Isso ocorre devido a dificuldade dos gestores em dimensionar a sua real capacidade de atendimento e sua demanda, satisfazendo ao máximo as necessidades dos clientes, caso contrário estes ficarão insatisfeitos, [14].

#### 2.1.1 Planejamento e Controle da Capacidade

A capacidade é medida de forma diferente em cada empresa e também tem conceitos variados, mas os resultados levam ao mesmo entendimento de que esta pode ser entendida como a quantidade máxima que algo ou alguém pode produzir em determinado período de tempo.

A capacidade "é o máximo nível de atividade de valor adicionado em determinado período de tempo que o processo pode realizar sob condições normais de operação", [14]. Pode também ser considerada como a saída máxima de um sistema ou de um processo de uma empresa, ou até mesmo a quantidade de trabalho que um único funcionário consegue executar em um período de tempo, [6].

Planejar e controlar a capacidade faz com que as empresas consigam adequar-se as variações de demanda, assim, quando essas variações acontecerem o gestor saberá onde aplicar recursos e aumentar a capacidade durante certo

período de tempo para que o atendimento aos clientes não fique prejudicado. O planejamento e controle da capacidade vem com o objetivo de conciliar ao máximo a capacidade com as variações de demanda, através de alternativas que possam aumentar sua capacidade em determinado período, [14].

### 2.1.2 Planejamento para capacidade de médio e curto prazo

Planejar a capacidade de médio e curto prazo significa criar meios que possam auxiliar a empresa na absorção das variações de demanda em um determinado período de tempo, seja ele de um mês ou de um dia, modificando o volume de produção por um período curto de tempo, [14]. Quando o gestor utiliza desses meios para alterar a capacidade ele acaba afetando uma série de aspectos ligados ao desempenho da organização.

As decisões tomadas pelos gestores afetarão os seguintes aspectos do desempenho:

- Os custos, as receitas e o capital de giro são afetados pelo equilíbrio entre a demanda e a capacidade;

- Qualidade pode ser afetada com a contratação de pessoal temporário, pois as interrupções do trabalho rotineiro aumentam a probabilidade de ocorrência de erros;

- A velocidade de resposta à demanda pode ser melhorada, o aumento da capacidade pode diminuir a ocorrência de filas;

- A confiabilidade será afetada pela proximidade entre a capacidade e demanda, se a empresa trabalhar muito próximo da capacidade máxima qualquer interrupção pode paralisar todo o processo;

- A flexibilidade será melhorada se a capacidade exceder a demanda. Se houver um equilíbrio entre ambas, a operação não será capaz de responder a quaisquer aumento inesperado de demanda, [14].

Para conseguir modificar a capacidade de produção da empresa é preciso conhecer alguns fatores que afetam o seu tamanho. Existem quatro fatores que afetam a capacidade de produção, estes são:

- Capacidade instalada: é a quantidade de máquinas e equipamentos que a empresa possui e o potencial de produção que eles permitem alcançar;

- Mão de obra disponível: é a quantidade de pessoas com que a empresa pode contar para executar a produção;

- Matéria-prima disponível: representa a matéria prima básica, os materiais e insumos que os fornecedores entregam à empresa para abastecer a produção;

- Recursos financeiros: é a capacidade financeira de fazer investimentos em produção, compra de matéria-prima, aquisição de máquinas e equipamentos, [3].

Conhecendo todos esses fatores o gestor pode aplicar adequadamente os recursos, aumentando ou diminuindo a capacidade quando se tornar necessário.

## 2.2 Gestão de Filas e Fluxos

As filas e os fluxos são dois dos aspectos mais importantes quando a organização deseja atrair e/ou manter os clientes existentes, pois estão envolvidos diretamente com a satisfação dos mesmos em relação ao atendimento. Este processo começa a partir do momento em que o cliente entra no sistema e aguarda na fila para ser atendido, se o tempo de espera for alto, o cliente ficará insatisfeito com todo o atendimento prestado. Conforme o autor Henrique Corrêa, ressalta-se que do ponto de vista do cliente, a métrica mais evidente do desempenho de um sistema de filas é o tempo em que o cliente fica nela e/ou no sistema, [4]. "As filas e como elas são gerenciadas são também aspectos dos mais sensíveis e importantes na percepção dos clientes quanto à qualidade do serviço prestado, devendo merecer, na maioria das vezes, grande atenção gerencial", [5].

## 2.3 Previsão de Demanda por Atendimento

Para conseguir planejar a aplicação dos seus recursos o gestor precisa estar atento às variações de demanda, assim ele pode aumentar a capacidade quando a demanda crescer e isto será possível através da previsão de demanda. O conceito de demanda está associado a projeção de crescimento de atendimentos futuros, usando dados ou tendências observadas no histórico da prestadora dos serviços e assim podemos identificar quanto e quando estes produtos serão comprados pelos clientes, [16].

No setor de serviços este cenário não é diferente, existem períodos em que os serviços serão muito demandados e outros em que serão pouco solicitados, assim, através de uma análise do histórico dos atendimentos e os relacionando com o cenário atual podemos ter uma idéia de quanto e quando a demanda irá aumentar. Algumas das alternativas para aumentar a capacidade e conseguir absorver essas variações de demanda em curtos períodos, são citadas em [4], como:

- Programação de turnos de trabalho de modo a variar o número de funcionários conforme a hora ou dia da semana;
- Uso de horas extras e turnos extras, quando possível;
- Subcontratação do serviço de terceiros;
- Aumento da participação do cliente na prestação do serviço, utilizando este como mão de obra, por exemplo, em *self-service* (auto-serviço);
- Maximizar a eficiência durante horários de pico de demanda e concentrar esforços nas atividades críticas.

## 2.4 Atendimento na solicitação por Serviços

Um serviço pode ser entendido como uma ação executada por alguém ou por alguma coisa, sendo o mesmo intangível, produzido ao mesmo tempo em que é consumido e apresenta dificuldade para ser produzido em massa, [10]. Para Teixeira serviço é qualquer ato ou desempenho que uma parte pode oferecer a outra, sendo essencialmente intangível e que não resulte na propriedade de bem físico, [15].

### 2.4.1 Qualidade em serviços

No ponto de vista do cliente a qualidade é aquilo que não só atende suas necessidades, mas que supera suas expectativas em relação a entrega dos bens ou serviços. O autor Irineu Gianese afirma que “a qualidade em serviços pode ser definida como o grau em que as expectativas do cliente são atendidas e/ou excedidas por sua percepção do serviço prestado”, [5]. Isso leva não apenas à satisfação dos consumidores externos, como também torna mais fácil e satisfatório o trabalho das pessoas envolvidas, [14].

(...) A qualidade na prestação do serviço significa satisfação plena do cliente, e um cliente satisfeito se torna, sem dúvida, um divulgador da empresa, voltando a consumir os serviços por ela prestados. Portanto o

cliente deve ser tratado como o patrimônio mais valioso de uma empresa, sendo ele a razão da existência de qualquer empresa, [11].

Em várias ocasiões nas quais vamos aos bancos, casas lotéricas, lava jato, dentre outros, podemos observar a baixa qualidade no atendimento em muitos desses locais, portanto, identificar as causas é essencial para que os gestores possam atuar, solucionando e minimizando esses problemas.

Irineu Gianese ainda aponta os principais motivos para a baixa qualidade nos serviços, [5]:

- Uso frequente de trabalhadores temporários faz com que estes recebam pouca atenção gerencial para motivação e treinamento;
- Os clientes, em geral estão acostumados com o baixo nível de qualidade dos serviços e não tem o hábito de exigir melhorias;
- Em muitos casos as empresas são monopolistas em suas regiões devido a baixa concorrência, sendo assim, não sofrem pressões por melhorias;
- A dificuldade em se padronizar serviços devido a variabilidade de clientes e suas necessidades;
- Normalmente o serviço é produzido e consumido simultaneamente, não havendo tempo para inspeções de qualidade;
- Como o serviço é intangível, a qualidade é difícil de ser medida e controlada.

O tempo de espera de um cliente para o seu atendimento é o primeiro passo para uma grande queda na qualidade de todo o serviço prestado, se esse tempo for muito elevado o cliente já fica insatisfeito com todo o serviço, portanto, temos que garantir que essa primeira impressão não comprometa a qualidade do todo. "O segredo para isso é concentrar-se profundamente nas necessidades e nos desejos do cliente, criando um serviço que atenda ou supere suas expectativas", [11].

## 2.5 Teoria das Filas

A concepção da teoria das filas se iniciou no começo do século XX na Dinamarca, é atribuída ao engenheiro dinamarquês Agner Krarup Erlang, que é considerado o precursor dessa teoria. Ele iniciou um trabalho de redimensionamento

de centrais telefônicas e somente a partir da segunda guerra mundial essa teoria passou a ser usada para outras aplicações, [9].

Um processo de filas consiste na chegadas de usuários em um estabelecimento de prestação de serviços, alinhados (em fila) com atendentes ocupados e clientes recebendo o serviço, deixando o estabelecimento. Um sistema de filas consiste em um conjunto de usuários, com atendentes e uma ordem pela qual os usuários chegam e são processados, [1].

A modelagem matemática através da Teoria das Filas é um método de avaliação indireto cuja principal vantagem em relação a outros métodos é o custo para o seu desenvolvimento. Observamos que existem outros métodos como a simulação direta na qual é necessário a montagem de um ambiente de simulação para estudo do problema. Além da medição ponto a ponto na qual haveria de se interromper o funcionamento das atividades do sistema a fim de se efetuar medições locais. A Teoria das Filas pode ser utilizada para resolver e/ou melhorar qualquer sistema de atendimento, de tal forma que se evite ou diminua a ocorrência de grandes filas. Através de cálculos e uso de modelos, podemos otimizar e dimensionar a quantidade de canais de atendimento necessários em determinado setor da organização. A Tabela 1 ilustra situações comuns de Filas.

| <b>Situação</b>         | <b>Chegada à Fila</b> | <b>Processo do Serviço</b>                   |
|-------------------------|-----------------------|--|
| Impressão de documentos | Documentos            | Servidor de impressão                        |
| Concessionária          | Veículos              | Técnicos de manutenção                       |
| Lanchonete              | Fregueses             | Atendente e Caixa                            |
| Banco                   | Clientes              | Transações manipuladas pelos caixas/gerentes |
| Consultório médico      | Pacientes             | Tratamento por médicos e enfermeiros         |
| Supermercado            | Clientes              | Funcionários das caixas registradoras        |
| Porto                   | Navios e barcos       | Estivadores que fazem carga e descarga       |
| Garagem de ônibus       | Ônibus                | Agentes de limpeza                           |
| <i>Helpdesk</i>         | Usuários de TI        | Técnicos em manutenção e suporte             |
| <i>Callcenter</i>       | Clientes              | Atendentes de serviços                       |

**Tabela 1:** Situações comuns de Fila  
**Fonte:** Autora

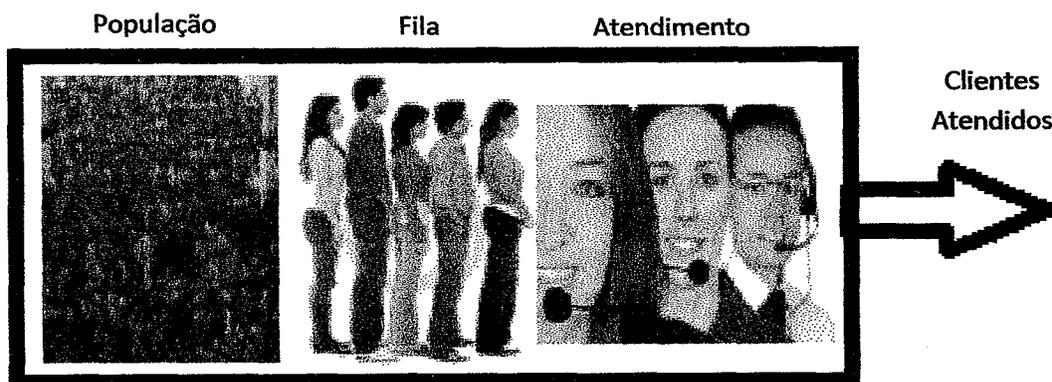
Com o uso da teoria das filas, também podemos avaliar a necessidade de instalação de caixas para atendimento rápido, [9].

Esta teoria ainda envolve o estudo matemático das variáveis em torno das filas ou linhas de espera. Quando há ocorrências de filas, é porque se excede a capacidade de fornecer um bem ou serviço. Os modelos matemáticos se tornam complexos porque normalmente utilizam ferramentas que envolvem um tratamento estatístico ou estocástico. Fornecer uma capacidade excessiva de atendimento gera ociosidade, fornecer um atendimento deficitário gera insatisfação, perda de clientes, perda de produção; tudo isto leva a uma relação muito forte entre as condições de um Sistema de Filas e a minimização dos custos no atendimento do mesmo.

O estudo de sistemas de filas tem larga utilidade:

- a) No planejamento e controle da produção.
- b) No dimensionamento de sistemas de armazenamento.
- c) Nos sistemas de transportes.
- d) Nos sistemas de tráfego (rodo-porto-aéreo-ferroviário).
- e) Na manutenção de máquinas.
- f) em qualquer sistema em que seja provável a formação de filas para determinado atendimento.
- g) Nos sistemas de saúde.
- h) Sistemas comerciais.

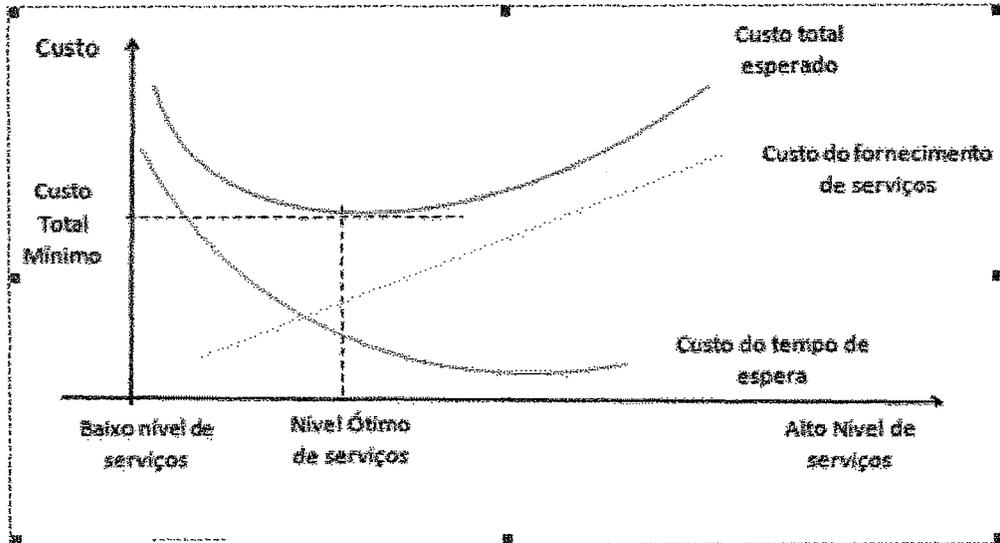
A Figura 1 a seguir ilustra um Sistema de Filas.



**Figura 1:** Elementos de uma Fila  
**Fonte:** Autora

Na Figura 1 pode-se constatar os elementos que compõe um sistema de Filas. Neste sistema, de uma dada população, forma-se uma fila de clientes que

esperam por um bem ou serviço. A nomenclatura para clientes pode significar qualquer demanda pelo bem ou serviço, tal como um processo que aguarda um recurso ser disponibilizado, um equipamento em manutenção aguardando a chegada de uma peça, documentos para serem impressos num *buffer* de impressão, veículos aguardando instalação de opcionais numa concessionária, etc..



**Figura 2: Custos de uma Fila**  
**Fonte: Heizer**

A Figura 2 ilustra os custos das filas. Os gerentes de operações reconhecem a troca que deve haver entre dois custos: o custo de fornecer bons serviços e o custo do tempo de espera do cliente ou da máquina. Qualquer empresa, seja do ramo de produção ou serviços, prima pela qualidade do seu produto, sem também esquecer a relação custo/benefício no que concerne a perda de receitas por mau atendimento.

Ao se observar a Figura 2 constata-se que os custos dos serviços crescem à proporção que uma empresa tenta aumentar seu nível de serviço. Um meio de se avaliar uma instalação de serviços é analisar o custo total esperado. O custo total é a somados custos dos serviços esperados mais os custos previstos de espera. Os gerentes de alguns centros de serviços podem variar a capacidade do atendimento tendo pessoal e máquinas de reserva que podem ser designados para determinados postos de serviços a fim de evitar ou diminuir as filas excessivamente longas. Nos supermercados, por exemplo, os gerentes e funcionários do estoque

podem designar caixas extras em situações de datas especiais e horários de pico de demandas. Exemplificando em termos de um estabelecimento comercial, pode-se afirmar que a gerência do mesmo deseja filas pequenas o suficiente para que os clientes não fiquem insatisfeitos e também para que não saiam sem comprar ou que comprem sem nunca mais voltar. Entretanto, estes gerentes estão dispostos a admitir alguma espera, se esta for compensada por economias significativas nos custos dos serviços.

De igual forma nos bancos e nos locais de *check-in* dos aeroportos, trabalhadores de tempo parcial podem ser convocados para auxiliar num cenário de alta demanda. Entretanto à medida que o nível dos serviços melhora (isto é, se acelera), o custo do tempo gasto na espera em filas diminui. O custo da espera pode refletir a perda de produtividade dos trabalhadores enquanto as ferramentas ou máquinas esperam por reparos ou podem simplesmente ser uma estimativa do custo da perda de clientes por causa do mau atendimento e das longas filas. Em alguns sistemas de serviços, por exemplo num serviço de ambulâncias de emergência, o custo de longas filas de espera pode ser irreparavelmente alto, pois lida com o risco de vida humana.

Percebe-se que o método de Modelagem Analítica ou matemática é adequado e praticável, pois somente é necessário papel, lápis e um corolário de um modelo de filas.

Todavia, em contrapartida, seria impraticável parar um atendimento (por exemplo na fila de um supermercado) para verificar o desempenho dos atendentes e a produtividade do sistema, [2].

Temos como exemplo, o caso de uma empresa americana de *callcenter* que empregou o estudo da Teoria das Filas para rever e melhorar o seu atendimento, diminuindo o seu prejuízo em relação à suas vendas. Isto é ilustrado na Figura 3.

### **A.L.L. BEAN adota a Teoria das Filas**

A.L.L. Bean estava diante de sérios problemas. Era a época dos picos de vendas, e o nível de serviço das ligações que chegavam era simplesmente inaceitável. Amplamente conhecida como um varejista de mercadorias de alta qualidade, cerca de 65% do volume de vendas da L.L.Bean são gerados por pedidos via telefone através de seus centros de atendimento de chamadas gratuitas localizado em Maine.

Eis um resumo da má situação existente durante certos períodos, 80% das chamadas ouviam o sinal de linha de ocupada, e, quando isso não acontecia, o cliente tinha que esperar até 10 minutos para conseguir falar com um agente de vendas. A.L.L. Bean estimava que perdia US\$ 10 milhões em lucros por causa da forma como seus recursos de telemarketing estavam alocados. Deixar os clientes esperando “na linha”(no telefone) estava custando US\$25.000 por dia. Em dias excepcionalmente movimentados, o total de pedidos perdidos por problema de fila aproximava-se de US\$500.000 em receita bruta.

Com o desenvolvimento de modelos de filas a A.L.L. Bean conseguiu ajustar o número de linhas telefônicas e o número de agentes em serviço para cada meia hora de cada dia de temporada. Em um ano, a utilização do modelo resultou em 24% a mais de chamadas respondidas, 17% a mais de pedidos feitos e 16% a mais de receita. O novo sistema também significou 81% a menos de chamadas abandonadas e um tempo de resposta 84% mais rápido. O percentual de clientes que ligavam e que gastavam menos de 20 segundos na fila aumentou de 25% para 77%. Não é preciso dizer que a Teoria das Filas mudou a maneira de pensar da empresa L.L.Bean em relação a telecomunicações.

### **Figura 3: Aplicação prática da Teoria das Filas**

**Fonte:** P. Quinn, B. Andrews e H. Pearsons, Interfaces(janeiro-fevereiro de 1991): 75-91; e B. Render e R. Stair, Quantitative Analysis for Management, 6ª Ed.(UpperSaddle River, NJ: Prentice Hall, 1997), p. 658.

## **2.5.1 Características do Sistema de Filas**

A Teoria das Filas envolve várias fórmulas para calcular a probabilidade de um estado estável de diferentes configurações desse sistema, sendo que na maioria delas é necessário que os tempos de chegadas e os tempos de atendimento sejam embasados na distribuição exponencial de probabilidade. Existem resultados aproximados quando as distribuições não são exponenciais. Dadas as probabilidades de um estado estável, calculamos uma variedade de variáveis que interessam ao operador de um Sistema de Filas, que englobam o valor previsto de clientes nos sistemas, do tempo que o cliente permanece no sistema, a eficiência dos atendentes, dentre outros parâmetros, [9].

Para descrever um Sistema de Filas de espera, Kendall (1951) inventou a seguinte notação: cada Sistema de Filas de espera é descrito por 6 características: 1/2/3/4/5/6. A primeira característica especifica a natureza do processo de chegada. As seguintes abreviações são usadas:

- M: Chegadas com tempos de chegadas independentes, variáveis randômicas identicamente distribuídas descritas por distribuições exponenciais. Ou chegadas por unidade de tempo independentes, variáveis aleatórias identicamente distribuídas descritas por distribuições de Poisson.

- D: Chegadas à fila com tempos de chegada identicamente distribuídos e determinísticos (variância = 0).

- Ek: Chegadas à fila com tempos de chegada identicamente distribuídos e descritos pela distribuição de Erlang de parâmetro  $R = \lambda k$  e com forma k.

- G1: Chegadas com tempos de chegada identicamente distribuídos e controlados por uma distribuição geral.

A segunda característica especifica a natureza dos tempos de atendimento, que podem ser:

- M: Tempos de atendimento independentes, variáveis randômicas identicamente distribuídas e distribuídas exponencialmente.

D: Tempos de atendimento identicamente distribuídos e determinísticos.

Ek: Tempos de atendimento identicamente distribuídos e descritos pela distribuição de Erlang de parâmetro  $R = k\lambda$  com forma k

G: Tempos de atendimento são identicamente distribuídos e seguindo uma distribuição geral

A terceira característica é o número de atendentes em paralelo.

A quarta característica descreve a disciplina da fila de espera:

- FIFO = primeiro a chegar, primeiro a ser atendido.

- LIFO = último a chegar, primeiro em ser atendido.

- SIRO = Atendimento em ordem randômico.

- GD = Disciplina geral de uma fila de espera.

A quinta característica indica o máximo número permitido de clientes no sistema, incluindo clientes que estão na fila de espera e clientes que estão sendo atendidos pelo atendente/servidor.

A sexta característica significa o tamanho da população. A população geralmente é considerada infinita.

Em muitos modelos importantes, as três últimas variáveis são omitidas quando seus valores respectivos são  $GD/\infty/\infty$ . A seguir são mostrados exemplos com a notação de Kendall e seu significado:

- $M/M/1$ : chegadas com distribuição de Poisson, atendimento com distribuição exponencial, um atendente, disciplina geral, infinito número de clientes no sistema e infinita população. Aqui as três últimas variáveis são omitidas mas com significado implícito.

- $M/E2/8/FIFO/10/\infty$ : pode representar uma odontoclínica com oito dentistas, tempos de chegada exponenciais, tempo de atendimento Erlang com duas faces, a disciplina da fila de espera é FIFO (*first-in, first-out*), onde o primeiro a chegar é atendido, e com uma capacidade total de dez pacientes.

De uma forma geral, os principais elementos de um sistema de filas são os clientes (que podem representar pessoas, partes, máquinas, aviões, processos de computador, entre outros) e os servidores (que podem ser caixas de banco, controladores de tráfego, cabines de pedágio, etc), [6]. Segundo o mesmo autor, outros elementos importantes desse sistema são:

- Entradas do sistema: envolve o tamanho da população, ou seja, a quantidade de clientes que chegam á determinado sistema;

- Disciplina de fila: refere-se a regra pela qual os clientes são atendidos ao chegarem no sistema, a mais utilizada é a FIFO;

- Instalação dos serviços: refere-se a quantidade de canais de atendimento, que pode ser através de um só ou de múltiplos canais.

Em relação às características das chegadas no sistema de filas, encontram-se três itens importantes: o tamanho da população de chegada, o padrão de chegadas e o comportamento destas chegadas ao sistema.

Tamanho da População de Chegada: Os tamanhos da população são considerados ilimitados(infinitos) ou limitados(finitos). Quando o número de clientes ou chegadas em qualquer momento é apenas uma pequena parte de todas as chegadas potenciais, a população de chegada é considerada ilimitada ou infinita. Exemplos de populações infinitas incluem a chegada de carros a cabines de pedágio, clientes que chegam a um supermercado e estudantes que vão se matricular em uma grande universidade. A maioria dos modelos de filas enquadra-se no tipo de população de chegada infinita. Um exemplo de população limitada ou finita é encontrado por exemplo em uma empresa que possui cinco máquinas

copiadoras. Cada máquina copiadora é um "cliente" que pode apresentar defeitos e demandar serviços.

**Padrão de Chegadas ao Sistema:** os clientes chegam a um sistema de filas segundo alguma programação conhecida, por exemplo chegam a um pronto-socorro 10 pacientes a cada meia hora ou em um dado período do ano, por exemplo na época de carnaval, a demanda aumenta e chegam ao pronto-socorro em média 50 pacientes por hora. Ainda pode-se afirmar também que as chegadas à fila podem ser de forma aleatória.

As chegadas são consideradas aleatórias quando independem umas das outras e essas ocorrências não podem ser previstas com precisão. Em problemas de filas o número de chegadas por unidade de tempo pode ser estimado por uma distribuição de probabilidade conhecida como distribuição de *Poisson*.

Para qualquer taxa de chegada, como por exemplo 10 a cada meia hora, 50 por hora, 15 por minuto, uma distribuição de *Poisson* pode ser estabelecida pela fórmula

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Onde  $P(x)$  = Probabilidade de ocorrer  $x$  chegadas

$x$  = Número de chegadas por unidade de tempo

$\lambda$  = Taxa média de Chegada

$e$  = 2,7183 (Base dos Logaritmos naturais)

A Tabela 2 fornece o valor de  $e^{-\lambda}$  para utilização no cálculo da distribuição de *Poisson*.

| $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ |
|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
| 0,0       | 1,0000         | 1,6       | 0,2019         | 3,1       | 0,0450         | 4,6       | 0,0101         |
| 0,1       | 0,9048         | 1,7       | 0,1827         | 3,2       | 0,0408         | 4,7       | 0,0091         |
| 0,2       | 0,8187         | 1,8       | 0,1653         | 3,3       | 0,0369         | 4,8       | 0,0082         |
| 0,3       | 0,7408         | 1,9       | 0,1496         | 3,4       | 0,0334         | 4,9       | 0,0074         |
| 0,4       | 0,6703         | 2,0       | 0,1353         | 3,5       | 0,0302         | 5,0       | 0,0067         |
| 0,5       | 0,6065         | 2,1       | 0,1225         | 3,6       | 0,0273         | 5,1       | 0,0061         |
| 0,6       | 0,5488         | 2,2       | 0,1108         | 3,7       | 0,0247         | 5,2       | 0,0055         |
| 0,7       | 0,4966         | 2,3       | 0,1003         | 3,8       | 0,0224         | 5,3       | 0,0050         |
| 0,8       | 0,4493         | 2,4       | 0,0907         | 3,9       | 0,0202         | 5,4       | 0,0045         |
| 0,9       | 0,4066         | 2,5       | 0,0821         | 4,0       | 0,0183         | 5,5       | 0,0041         |
| 1,0       | 0,3679         | 2,6       | 0,0743         | 4,1       | 0,0166         | 5,6       | 0,0037         |
| 1,1       | 0,3329         | 2,7       | 0,0672         | 4,2       | 0,0150         | 5,7       | 0,0033         |
| 1,2       | 0,3012         | 2,8       | 0,0608         | 4,3       | 0,0136         | 5,8       | 0,0030         |
| 1,3       | 0,2725         | 2,9       | 0,0550         | 4,4       | 0,0123         | 5,9       | 0,0027         |
| 1,4       | 0,2466         | 3,0       | 0,0498         | 4,5       | 0,0111         | 6,0       | 0,0025         |
| 1,5       | 0,2291         |           |                |           |                |           |                |

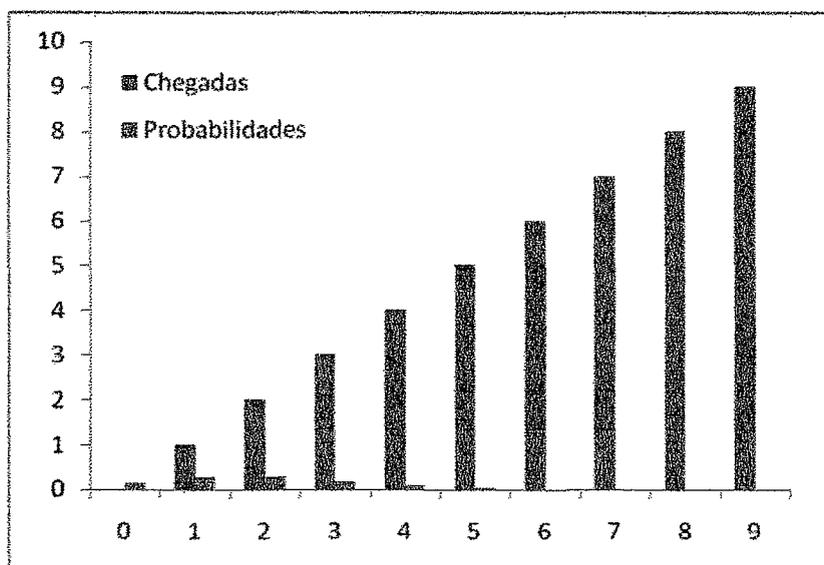
Tabela 2: Valores de  $e^{-\lambda}$  para a Distribuição de *Poisson*

Fonte: Autora

Na Figura 3 ilustra-se a distribuição de *Poisson* para  $\lambda = 2$  e na Figura 5 para  $\lambda = 4$ . Na interpretação desses resultados, se a taxa média de chegada é  $\lambda = 2$  clientes por hora, a probabilidade de ocorrer a chegada de 0 clientes (nenhum cliente) a qualquer momento aleatoriamente é aproximadamente 13%, probabilidade de 1 cliente é cerca de 27%; de 2 clientes, em torno de 27%; de 3 clientes, 18%; de 4 clientes em torno de 9%, e assim sucessivamente. As chances de que cheguem 9 ou mais clientes são praticamente zero. As chegadas, naturalmente, não seguem sempre a distribuição de *Poisson* (podem seguir alguma outra distribuição). Os padrões, por sua vez, devem ser examinados a fim de garantir que sejam bem aproximados por *Poisson* antes que essa distribuição seja aplicada.

| Chegadas | Probabilidades |
|----------|----------------|
| 0        | 0,135333474    |
| 1        | 0,270666948    |
| 2        | 0,270666948    |
| 3        | 0,180444632    |
| 4        | 0,090222316    |
| 5        | 0,036088926    |
| 6        | 0,012029642    |
| 7        | 0,003437041    |
| 8        | 0,00085926     |
| 9        | 0,000190947    |

**Figura 4: Chegadas em uma Fila**  
**Fonte: Autora**



**Figura 5: Probabilidades de Poisson**  
**Fonte: Autora**

No que concerne ao comportamento das Chegadas num sistema de filas, a maioria dos modelos de filas parte do princípio de que um cliente que chega é um cliente paciente. Clientes pacientes são pessoas ou máquinas que esperam na fila até serem atendidas sem trocar de fila. Infelizmente na vida real a situação é mais

complicada pelo fato de as pessoas se recusarem a entrar em filas ou a desistir delas. Os clientes se recusam a entrar na fila porque ela é longa demais para atender a suas necessidades ou interesses. Os clientes que desistem são aqueles que entram na fila, depois perdem a paciência e saem sem completar seu atendimento. Na realidade, essas situações servem apenas para tornar relevante a Teoria das filas e a análise de suas variáveis.

A Fila pode ser limitada ou ilimitada. Será limitada quando não puder, por lei ou por restrições físicas, crescer infinitamente. Num pequeno salão de beleza por exemplo, pode haver um número limitado de cadeiras de espera. O modelo de fila abordado nesta pesquisa é o modelo ilimitado. A fila é ilimitada quando o seu tamanho é irrestrito. A exemplo, podemos citar o caso de cabines de pedágio que fazem o atendimento aos veículos que chegam ali.

### 2.5.2 Modelos e Sistemas

A análise de um modelo de fila nos leva a uma série de medidas de desempenho que ajudam o gestor a tomar decisões. Segundo o autor Jay Heizer, as medidas de desempenho de um sistema de filas são, [6]:

- O tempo médio em que cada cliente fica na fila;
- O tamanho médio da fila;
- O tempo médio em que cada cliente fica no sistema;
- O número médio de clientes no sistema;
- A probabilidade de que a instalação do serviço esteja ociosa;
- O fator de utilização do sistema em estudo; e,
- A probabilidade de termos um número específico de clientes no sistema.

Para analisarmos esses fatores usamos alguns modelos, que servem para calculá-los.

O modelo de atendente único é caracterizado por ser um sistema que possui um único atendente e uma única fila para atendimento dos clientes. A chegada dos clientes é apresentada de acordo com a distribuição de Poisson e por uma média do tempo de chegada.

As fórmulas aplicadas para cálculos nesse modelo são apresentadas na Tabela 2. Segundo Darci Prado, o modelo de atendente único ( $M/M/1$ ), é aquele em que tanto as chegadas quanto o atendimento são marcovianos (o que é o mesmo

que dizer que seguem a distribuição de Poisson ou exponencial negativa) e em que temos um único atendente, [9].

Quando existe uma população finita de possíveis clientes para uma instalação de serviços, devemos considerar um modelo diferente de fila. Esse modelo deve ser usado, por exemplo, se estivermos pensando em reparos de equipamentos em uma fábrica que possui 5 máquinas, se estivermos com a responsabilidade da manutenção de uma frota de 10 aviões com conexões, ou se dirigirmos uma enfermaria com 20 leitos.

O modelo de população finita permite que se considere qualquer número de pessoas responsáveis pelo reparo(servidores). Neste modelo de fonte finita a população de clientes do sistema tem uma quantidade máxima determinada, [9].

| Nome  | Descrição   | Fórmula                           |
|-------|---|-----------------------------------|
| $P_n$ | Probabilidade de que n clientes encontram-se no sistema | $= (1 - P)P^n$                    |
| $P$   | Utilização média do sistema                             | $= \frac{\lambda}{\mu}$           |
| $NS$  | Número médio de clientes no sistema                     | $= \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ |
| $NF$  | Número médio de clientes na fila                        | $= P NF$                          |
| $TS$  | Tempo médio que o cliente permanece no sistema          | $= \frac{1}{\mu - \lambda}$       |
| $TF$  | Tempo em que o cliente permanece na fila                | $= PTS$                           |

**Tabela 3:** Fórmulas para o modelo M/M/1  
 Fonte: Prado (2009). Adaptado pela autora

Já para o modelo M/M/1/K, a única diferença que se evidencia é que nesse caso a população de clientes é finita. As fórmulas utilizadas neste tipo de modelo estão descritas na Tabela 3.

| Nome           | Descrição  | Fórmula   |
|----------------|--|---|
| NF             | Número médio de Clientes na Fila                     | $= N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$   |
| NS             | Número médio de Clientes no Sistema                  | $= N - \frac{\mu}{\lambda} (1 - P_0)$   |
| TF             | Tempo médio durante o qual o cliente fica na Fila    | $= NF [(\lambda - NF)\lambda]^{-1}$   |
| TS             | Tempo médio durante o qual o cliente fica no Sistema | $= NS [(\lambda - NS)\lambda]^{-1}$   |
| P <sub>0</sub> | Probabilidade de existirem zero Clientes no Sistema  | $= \left[ \sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$ |

Tabela 4: Fórmulas para o modelo de fonte finita

Fonte: Prado (2009). Adaptado pelo autora

O modelo com múltiplos atendentes (M/M/S) apresenta uma única fila e os clientes esperam um dos "S" atendentes ficar disponível. Este modelo é o foco deste trabalho.

Neste modelo, temos uma única fila e diversos servidores e tanto a chegada como o atendimento são marcovianos, [9].

A denominação M/M/S advém das características de forma ou taxa de chegada, taxa de atendimento e número de servidores respectivamente. Segundo o autor Richardson Bronson, um sistema M/M/S é um processo de filas com um modelo de chegada de Poisson, s atendentes, com t tempos de atendimento exponenciais independentes, [1].

Neste modelo, há dois ou mais servidores ou canais múltiplos disponíveis para cuidar dos clientes que chegam. Os clientes/solicitações que aguardam serviço formam uma fila única e prosseguem até o primeiro servidor disponível. Filas de canais múltiplos e de fase única são encontradas em muitas instituições, como por exemplo as instituições bancárias, onde forma-se uma fila comum e o cliente da frente da fila dirige-se ao primeiro caixa livre. Para identificarmos as características operacionais deste modelo, usaremos o corolário de fórmulas a seguir, conforme Tabela 4:

| Nome      | Descrição   | Fórmula   |
|-----------|---|---|
| $\rho$    | Taxa de utilização do Sistema                           | $= \frac{\lambda}{s\mu}$  |
| <b>R</b>  | Relação entre a taxa de chegada e a taxa de atendimento | $= \frac{\lambda}{\mu}$   |
| $P_0$     | Probabilidade de nenhum usuário no sistema              | $= \left( \sum_{n=0}^{s-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{(r)^s}{s!} \left( \frac{1}{1-p} \right) \right)^{-1}$ |
| $P_n$     | Probabilidade de $n$ usuários no sistema                | $= P_0 \frac{r^n}{n!} \text{ se } 0 < n < s$ $= P_0 \frac{r^n}{s^{n-s} s!} \text{ se } n \geq s$        |
| <b>NF</b> | Número médio de clientes na fila                        | $= \frac{P_0 (\lambda/\mu)^s \rho}{s! (1-p)^2}$   |
| <b>NS</b> | Número médio de clientes no sistema                     | $= \lambda TS$  |
| <b>TS</b> | Tempo médio em que o cliente fica no sistema            | $= TF + \frac{1}{\mu}$  |
| <b>TF</b> | Tempo médio de espera na fila                           | $= NF/\lambda$  |

**Tabela 5:** Fórmulas para o modelo M/M/S  
**Fonte:** Prado (2009). Adaptado pelo autora

### 3 APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS

#### 3.1 Características da pesquisa

Quanto a natureza esta pesquisa caracterizou-se como aplicada. Os dados da pesquisa foram de abordagem quantitativa, pois as informações foram expressas em números para análise e interpretação de resultados.

No que concerne aos fins da pesquisa, para obter os resultados foi preciso um tratamento dos dados e informações para que se chegasse a eles, e isso tornou-se possível através de uma pesquisa quantitativa, [7].

Como o problema e o ambiente em estudo eram pouco conhecidos, foi necessária também uma pesquisa exploratória, com o objetivo de caracterizar os dados para que pudessem surgir as hipóteses para a solução dos mesmos. De acordo com João Álvaro Ruiz, a pesquisa exploratória consiste numa caracterização inicial do problema, de sua classificação e de sua reta definição. Constituindo o primeiro estágio de toda pesquisa científica, [12].

Os meios para a pesquisa foi do tipo estudo de caso, bibliográfica e documental. O estudo de caso permitiu o conhecimento do ambiente em estudo e de suas características. Esse tipo de estudo permite:

- Explorar situações da vida real cujos limites não estão sendo definidos;
- Preservar o caráter unitário do objeto estudado;
- Descrever a situação do contexto em que está sendo feita determinada investigação;
- Formular hipóteses ou desenvolver teorias;
- Explicar as variáveis causais de determinado fenômeno em situações muito complexas que não possibilitam a utilização de levantamento e experimentos.

Quanto à pesquisa bibliográfica foram analisados livros e trabalhos relacionados com o tema desta pesquisa. A pesquisa bibliográfica nos permite conhecer o que já se tem de escrito sobre determinado assunto que vamos abordar, [12].

#### 3.2 Universo e amostra

O universo desta pesquisa foi a Central de *helpdesk* da Universidade CEUMA, localizada em São Luis – MA.

### 3.3 Instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram os formulários e a entrevista. O formulário é uma espécie de questionário que o próprio pesquisador preenche de acordo com as respostas do informante e/ou atendente, [12]. Este foi usado para o registro dos dados observados no sistema.

A observação foi utilizada para coletar os dados e analisar a situação real do local em estudo. “A observação não consiste em apenas ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar”, [7].

Nesta pesquisa foi necessária uma entrevista com os funcionários que trabalham na Central de *helpdesk* para que o pesquisador pudesse conhecer alguns aspectos adicionais do ambiente estudado. Esse diálogo tem o objetivo de “colher de determinada fonte, de determinada pessoa ou informante, dados relevantes para a pesquisa em andamento”, [12].

### 3.4 Método de pesquisa

Nesta seção foram elaboradas as etapas para realização da pesquisa. Estas etapas são a Caracterização e dimensionamento do sistema atual de atendimento, Levantamento dos dados, Análise desses dados e proposição de melhorias. Estas etapas são detalhadas a seguir:

**a) Caracterização e desenho do sistema atual de atendimento:** Nesta etapa, foi feita uma análise do sistema atual para conhecer suas características, tais como o sistema de atendimento, disciplina de fila e a quantidade de atendentes existentes no local. Observando o cenário foi possível obter os valores de duas variáveis imprescindíveis para a pesquisa, essas variáveis são: o tempo de atendimento e o tempo de chegadas;

**b) Levantamento dos dados:** Nesta etapa foram coletados os dados do tempo de atendimento e tempo de chegadas durante um certo período entre os dias 1º e 23 do mês de agosto de 2013. Com base nesses dados, foi possível estudar e analisar o sistema durante o período pesquisado;

**c) Análises dos dados:** Os dados coletados foram analisados e assim obteve-se a taxa média de chegada, taxa média de atendimento e número médio de atendentes, possibilitando a utilização das fórmulas da Teoria das Filas para que

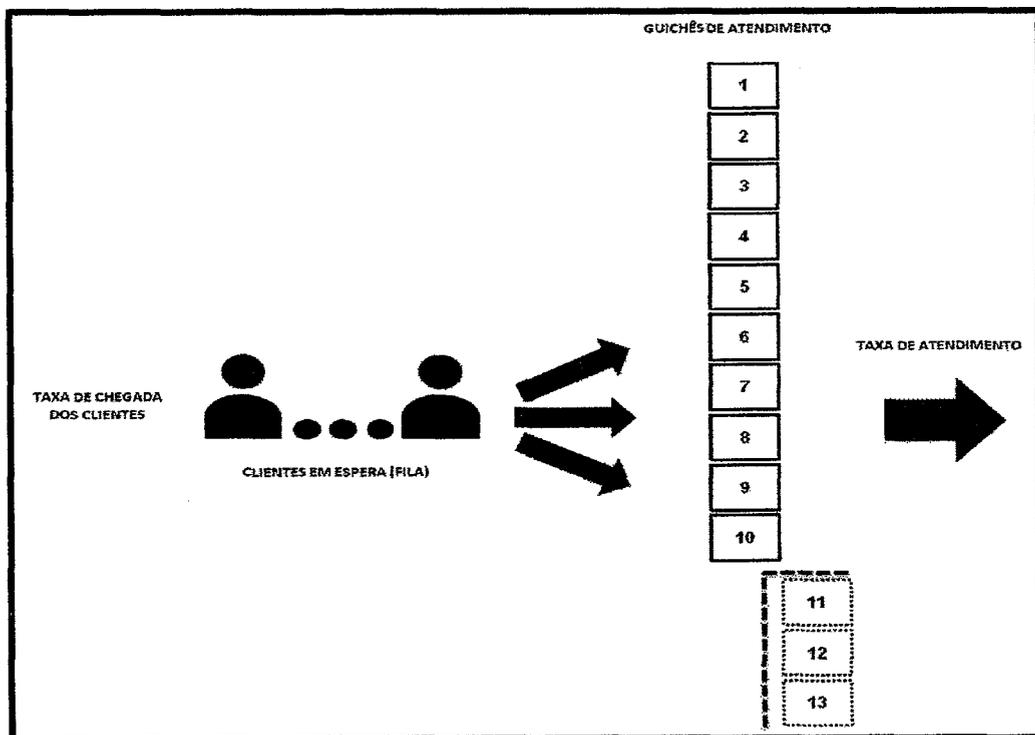
fossem obtidas outras informações como o tamanho da fila e do sistema e o tempo esperado na fila e no sistema.

**d) Proposição de Melhorias:** Nesta etapa, com base nos resultados obtidos, foram feitas simulações para possíveis mudanças no sistema. A partir dessas simulações são propostas as melhorias para o atual sistema de atendimento.

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E RESULTADOS

### 4.1 Caracterização e desenho do sistema atual de atendimento

Nesta etapa foi desenhado o sistema de atendimento, para conhecer todo o cenário em estudo. O resultado desta etapa está representado na Figura 6, mostrando o sistema de fila utilizado e a quantidade de operadores ou atendentes para atendimento.



**Figura 6:** Desenho do sistema de atendimento  
**Fonte:** Autora

A central de *helpdesk* possui 13 atendentes entre operadores, técnicos de laboratório, técnicos em eletrônica, auxiliar de laboratório, técnicos nível 1 e estagiário, que efetuam o atendimento às chamadas de serviços, sendo que estas chamadas passam primeiramente por uma triagem e cadastros de ordem de serviço pelos operadores.

O Sistema de Fila atual da Central de *helpdesk* da Universidade CEUMA é de canais múltiplos e fase única, ou seja, é formado por uma única fila de espera e por atendentes em paralelo, assim, o cliente é atendido quando o primeiro atendente fica disponível. Todos os atendentes executam as mesmas tarefas, a disciplina de fila deste sistema funciona como FIFO, assim, o primeiro cliente que chega é o

primeiro a ser atendido. O horário de atendimento da Central de *helpdesk* funciona das 08:00 às 22:00 horas.

## 4.2 Levantamento de dados

Nesta seção foi feito um levantamento do tempo de atendimento das solicitações no sistema durante a pesquisa realizada entre os dias 1º e 23 do mês de agosto de 2013 em períodos matutinos e vespertinos de expediente.

Na Tabela 5 são apresentados os resultados do tempo de chegada à fila nos dias 1º e 15 de agosto. Nesta Tabela, na primeira linha temos a data da medição, na segunda linha o horário da pesquisa, na terceira linha temos a quantidade de atendentes disponíveis naquele horário e da quarta linha em diante temos a quantidade de solicitações de serviços que chegaram na fila durante o horário pesquisado, bem como o tempo de chegada.

Como no horário investigado havia diferentes números de atendentes ou operadores, foram feitas amostras para os diferentes turnos de atendimento, observando-se a demanda de serviços nestes horários pesquisados. No turno matutino havia um número de quatro atendentes e no turno vespertino um número de seis atendentes conforme ilustrado na Tabela 5.

Os tempos de interchegadas na fila são aleatórios, isto significa que o horário de uma chegada de solicitação na fila não depende do horário de chegada da próxima solicitação, são independentes.

Os tempos de atendimento são caracterizados também como aleatórios, significando que uma solicitação é atendida em um tempo que é independente do tempo de atendimento de outra solicitação.

Pode-se ilustrar essa afirmação, através de uma fila de supermercado, onde os tempos de atendimento dos clientes na fila são diferentes entre si. Um cliente que possui um carrinho cheio de mercadorias vai ser atendido num tempo diferente de um cliente que possui uma cesta apenas com dez itens de compra.

| <b>Data</b>               | <b>01/08/2013</b> | <b>01/08/2013</b> | <b>15/08/2013</b> | <b>15/08/2013</b> |
|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Horário pesquisado</b> | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  |
| <b>Nº de atendentes</b>   | 4                 | 6                 | 4                 | 6                 |
| <b>Nº de clientes</b>     |                   |                   |                   |                   |
| <b>1</b>                  | 00:08:12          | 00:14:07          | 00:08:23          | 00:14:00          |
| <b>2</b>                  | 00:09:35          | 00:14:09          | 00:10:03          | 00:14:21          |
| <b>3</b>                  | 00:10:03          | 00:14:28          | 00:10:24          | 00:15:12          |
| <b>4</b>                  | 00:10:08          | 00:14:28          | 00:11:42          | 00:15:16          |
| <b>5</b>                  | 00:10:25          | 00:14:43          |                   | 00:15:20          |
| <b>6</b>                  |                   | 00:14:52          |                   | 00:15:31          |
| <b>7</b>                  |                   | 00:15:07          |                   | 00:15:37          |
| <b>8</b>                  |                   | 00:15:16          |                   | 00:15:43          |
| <b>9</b>                  |                   | 00:15:19          |                   | 00:15:47          |
| <b>10</b>                 |                   | 00:15:26          |                   | 00:15:48          |
| <b>11</b>                 |                   | 00:16:47          |                   | 00:15:53          |
| <b>12</b>                 |                   | 00:16:51          |                   | 00:15:55          |
| <b>13</b>                 |                   | 00:16:53          |                   | 00:15:55          |
| <b>14</b>                 |                   | 00:16:55          |                   | 00:15:59          |
| <b>15</b>                 |                   | 00:17:00          |                   | 00:16:01          |
| <b>16</b>                 |                   | 00:17:02          |                   | 00:16:05          |
| <b>17</b>                 |                   | 00:17:04          |                   | 00:16:09          |
| <b>18</b>                 |                   | 00:17:09          |                   | 00:17:11          |
| <b>19</b>                 |                   | 00:17:13          |                   | 00:17:11          |
| <b>20</b>                 |                   | 00:17:15          |                   | 00:17:22          |
| <b>21</b>                 |                   | 00:17:31          |                   |                   |
| <b>22</b>                 |                   | 00:17:49          |                   |                   |
| <b>23</b>                 |                   | 00:18:06          |                   |                   |
| <b>24</b>                 |                   | 00:18:06          |                   |                   |

**Tabela 6: Dados do tempo de chegadas**

**Fonte: Autora**

A seguir, na Tabela 6, são apresentados os resultados do tempo de atendimento para as entradas da Tabela 5 na data do dia 1º de agosto. Na primeira linha temos a data da medição, na segunda linha temos o horário da pesquisa, na terceira linha temos a quantidade de atendentes disponíveis e da quarta linha em diante temos a quantidade de clientes que chegaram na fila de espera durante o horário pesquisado, bem como o horário da chegada.

| <b>Data</b>               |         | <b>01/08/2013</b>           | <b>01/08/2013</b>           |
|---------------------------|---------|-----------------------------|-----------------------------|
| <b>Horário pesquisado</b> |         | 08:00h<br>12:00h            | 14:00h<br>18:00h            |
| <b>Atendentes</b>         |         | 4                           | 6                           |
| <b>Nº de clientes</b>     |         | <b>Tempo de atendimento</b> | <b>Tempo de atendimento</b> |
| <b>1</b>                  | Entrada | 08:12:00                    | 14:07:00                    |
| <b>1</b>                  | Saída   | 08:42:00                    | 15:06:00                    |
| <b>2</b>                  | Entrada | 09:35:00                    | 14:09:00                    |
| <b>2</b>                  | Saída   | 11:30:00                    | 15:48:00                    |
| <b>3</b>                  | Entrada | 10:03:00                    | 14:28:00                    |
| <b>3</b>                  | Saída   | 17:14:00                    | 14:03:00(05/08)             |
| <b>4</b>                  | Entrada | 10:08:00                    | 14:28:00                    |
| <b>4</b>                  | Saída   | 11:39:00                    | 16:18:00                    |
| <b>5</b>                  | Entrada | 10:25:00                    | 14:43:00                    |
| <b>5</b>                  | Saída   | 11:31:00                    | 16:29:00                    |
| <b>6</b>                  | Entrada |                             | 14:52:00                    |
| <b>6</b>                  | Saída   |                             | 18:18:00                    |
| <b>7</b>                  | Entrada |                             | 15:07:00                    |
| <b>7</b>                  | Saída   |                             | 15:26:00(02/08)             |
| <b>8</b>                  | Entrada |                             | 15:16:00                    |
| <b>8</b>                  | Saída   |                             | 15:45:00                    |
| <b>9</b>                  | Entrada |                             | 15:19:00                    |
| <b>9</b>                  | Saída   |                             | 18:39:00                    |
| <b>10</b>                 | Entrada |                             | 15:26:00                    |
| <b>10</b>                 | Saída   |                             | 16:24:00(08/08)             |
| <b>11</b>                 | Entrada |                             | 16:47:00                    |
| <b>11</b>                 | Saída   |                             | 16:41:00(14/08)             |
| <b>12</b>                 | Entrada |                             | 16:51:00                    |
| <b>12</b>                 | Saída   |                             | 14:04:00(26/08)             |
| <b>13</b>                 | Entrada |                             | 16:53:00                    |
| <b>13</b>                 | Saída   |                             | 17:41:00(02/08)             |
| <b>14</b>                 | Entrada |                             | 16:55:00                    |
| <b>14</b>                 | Saída   |                             | 17:42:00(02/08)             |
| <b>15</b>                 | Entrada |                             | 17:00:00                    |
| <b>15</b>                 | Saída   |                             | 17:13:00                    |
| <b>16</b>                 | Entrada |                             | 17:02:00                    |
| <b>16</b>                 | Saída   |                             | 17:28:00(02/08)             |
| <b>17</b>                 | Entrada |                             | 17:04:00                    |
| <b>17</b>                 | Saída   |                             | 09:37:00(06/08)             |
| <b>18</b>                 | Entrada |                             | 17:09:00                    |
| <b>18</b>                 | Saída   |                             | 08:59:00(09/08)             |
| <b>19</b>                 | Entrada |                             | 17:13:00                    |
| <b>19</b>                 | Saída   |                             | 19:51:00                    |
| <b>20</b>                 | Entrada |                             | 17:15:00                    |
| <b>20</b>                 | Saída   |                             | 18:03:00                    |

|    |         |  |                 |
|----|---------|--|-----------------|
| 21 | Entrada |  | 17:31:00        |
| 21 | Saída   |  | 09:30:00(06/08) |
| 22 | Entrada |  | 17:49:00        |
| 22 | Saída   |  | 14:26:00(21/08) |

Tabela 7: Dados do tempo de atendimento

Fonte: Autora

A seguir são apresentados os resultados do tempo de atendimento dos operadores ou atendentes pesquisado no dia 15 do mês de agosto de 2013. Na Tabela 7, temos o registro dos tempos de atendimento pesquisados para esse dia nos turnos matutino e vespertino. Na primeira linha temos a data da medição, na segunda linha temos o horário da pesquisa, na terceira linha temos o número de atendentes ou operadores e da quarta linha em diante temos a quantidade de solicitações que foram atendidas durante o horário pesquisado, bem como o horário de início e término do atendimento de cada solicitação.

| Data                      |         | 15/08/2013           | 15/08/2013           |
|---------------------------|---------|----------------------|----------------------|
| <b>Horário pesquisado</b> |         | 08:00h               | 14:00h               |
|                           |         | 12:00h               | 18:00h               |
| <b>Atendentes</b>         |         | 4                    | 6                    |
| <b>Nº de clientes</b>     |         | Tempo de atendimento | Tempo de atendimento |
| 1                         | Entrada | 08:23:00             | 14:00:00             |
| 1                         | Saída   | 09:05:00             | 09:46:00(16/08)      |
| 2                         | Entrada | 10:03:00             | 14:21:00             |
| 2                         | Saída   | 10:42:00             | 14:23:00             |
| 3                         | Entrada | 10:24:00             | 15:12:00             |
| 3                         | Saída   | 10:40:00             | 16:46:00(19/08)      |
| 4                         | Entrada | 11:42:00             | 15:16:00             |
| 4                         | Saída   | 19:41:00(22/08)      | 16:07:00             |
| 5                         | Entrada |                      | 15:20:00             |
| 5                         | Saída   |                      | 15:36:00(03/09)      |
| 6                         | Entrada |                      | 15:31:00             |
| 6                         | Saída   |                      | 14:33:00(22/08)      |
| 7                         | Entrada |                      | 15:37:00             |
| 7                         | Saída   |                      | 08:47:00(16/08)      |
| 58                        | Entrada |                      | 15:43:00             |
| 8                         | Saída   |                      | 19:01:00(02/09)      |
| 9                         | Entrada |                      | 15:48:00             |
| 9                         | Saída   |                      | 19:01:00(02/09)      |
| 10                        | Entrada |                      | 15:47:00             |
| 10                        | Saída   |                      | 17:13:00(19/08)      |

|    |         |  |                 |
|----|---------|--|-----------------|
| 11 | Entrada |  | 15:53:00        |
| 11 | Saída   |  | 16:26:00        |
| 12 | Entrada |  | 15:55:00        |
| 12 | Saída   |  | 16:05:00        |
| 13 | Entrada |  | 15:55:00        |
| 13 | Saída   |  | 15:30:00(19/08) |
| 14 | Entrada |  | 15:59:00        |
| 14 | Saída   |  | 19:54:00        |
| 15 | Entrada |  | 16:01:00        |
| 15 | Saída   |  | 11:32:00(16/08) |
| 16 | Entrada |  | 16:05:00        |
| 16 | Saída   |  | 15:15:00(19/08) |
| 17 | Entrada |  | 16:09:00        |
| 17 | Saída   |  | 16:11:00        |
| 18 | Entrada |  | 16:32:00        |
| 18 | Saída   |  | 16:44:00(21/08) |
| 19 | Entrada |  | 17:01:00        |
| 19 | Saída   |  | 17:20:00        |

**Tabela 8: Dados do tempo de atendimento**  
**Fonte: Autora**

#### 4.3 Análise dos dados

Nesta seção, os dados coletados da pesquisa foram tabulados e analisados. Este sistema de atendimento será estudado em dois cenários, pois, de acordo com entrevista realizada com os responsáveis pela Central de *helpdesk*, a demanda sofre alterações durante o dia. No turno matutino observa-se que existe uma demanda menor em relação ao turno vespertino que possui maior número de solicitações. Este período em que a demanda é baixa, vamos chamar de cenário "A" e o período em que a demanda é alta vamos chamar de cenário "B".

As alterações de demanda citadas acima foram comprovadas com a amostra dos dados coletados nos meses de agosto e setembro, descrito nas tabelas 6 e 7 respectivamente. A seguir, na Tabela 8 são apresentados os dados calculados para o período de baixa demanda. Na primeira coluna está a data pesquisada, na segunda a taxa de chegada das solicitações de atendimento, na terceira coluna a quantidade de atendentes disponíveis, na quarta coluna a média do tempo de atendimento e na quinta coluna a quantidade de solicitações de serviços atendidas no horário pesquisado. Ao final, foi calculada a taxa média de chegada dos clientes,

a quantidade média de atendentes disponíveis, o tempo médio de atendimento e por fim, a quantidade média de solicitações atendidas no horário pesquisado.

| <b>Manhã (08:00-12)</b> |  |                           |                     |                      |
|-------------------------|--|---------------------------|---------------------|----------------------|
| <b>Data</b>             | <b>Chegadas<br/>(<math>\lambda</math>)</b> | <b>Atendentes<br/>(S)</b> | <b>TA Total (h)</b> | <b>TA/cliente(h)</b> |
| 01/08/2013              | 5=1,25/h                                   | 4                         | 11,33               | 2,26                 |
| 15/08/2013              | 2=0,5/h                                    | 4                         | 0,81                | 0,4                  |
| 19/08/2013              | 4=1/h                                      | 4                         | 8,84                | 2,21                 |
| 20/08/2013              | 3=0,75/h                                   | 4                         | 7,1                 | 2,36                 |
| 21/08/2013              | 9=2,25/h                                   | 4                         | 20,95               | 2,61                 |
| 22/08/2013              | 3=0,75/h                                   | 4                         | 6,27                | 2,09                 |
| 23/08/2013              | 5=1,25/h                                   | 4                         | 2,48                | 0,49                 |
| <b>Média</b>            | <b>1,10/h</b>                              | <b>4</b>                  | <b>57,78</b>        | <b>2,17</b>          |

**Tabela 8: Dados do cenário "A" (baixa demanda)**

**Fonte: Autora**

Os resultados apresentados na Tabela 8 mostram que no cenário "A" (Baixa demanda), a média de solicitações que chegam no sistema é de aproximadamente 1,10 solicitações por hora. A quantidade de atendentes disponíveis é de 4 em média. O tempo de atendimento é de 2 horas e 17 minutos em média. Nesta análise de dados observa-se a utilização do sistema em torno de 0,24 ou seja 24%. Isto significa que em 76% do tempo há ociosidade no sistema, além da demora no atendimento de uma dada solicitação.

A seguir, na tabela 9 são apresentados os dados calculados no período de maior demanda das solicitações de atendimento.

| <b>Tarde(14:00-18:00)</b> |  |                           |                     |                      |
|---------------------------|--|---------------------------|---------------------|----------------------|
| <b>Data</b>               | <b>Chegadas<br/>(<math>\lambda</math>)</b> | <b>Atendentes<br/>(S)</b> | <b>TA Total (h)</b> | <b>TA/cliente(h)</b> |
| 01/08/2013                | 14=3,5/h                                   | 6                         | 16,08               | 1,15                 |
| 15/08/2013                | 6=1,5/h                                    | 6                         | 4,62                | 0,77                 |
| 19/08/2013                | 12=3/h                                     | 6                         | 21,3                | 1,77                 |
| 20/08/2013                | 8=2/h                                      | 6                         | 18,68               | 2,33                 |
| 21/08/2013                | 12=3/h                                     | 6                         | 24,28               | 2,02                 |
| 22/08/2013                | 6=1,5/h                                    | 6                         | 4,29                | 0,71                 |
| 23/08/2013                | 6=1,5/h                                    | 6                         | 6,91                | 1,15                 |
| <b>Média</b>              | <b>4,57</b>                                | <b>6</b>                  | <b>96,16</b>        | <b>1,41</b>          |

**Tabela 9: Dados do cenário "B" (alta demanda)**

**Fonte: Autora**

Na primeira coluna está a data pesquisada, na segunda a taxa de chegada das solicitações de serviços, na terceira coluna a quantidade de atendentes

disponíveis, na quarta coluna a média do tempo de atendimento e na quinta coluna a quantidade de solicitações atendidas no horário pesquisado. Ao final foi calculada a taxa média de chegada das solicitações de atendimento, a quantidade média de atendentes disponíveis, o tempo médio de atendimento.

Os resultados apresentados na Tabela 9 mostram que no cenário "B" (Alta demanda), a média de solicitações que chegam no sistema é de aproximadamente 4,57 solicitações por hora. A quantidade de atendentes disponíveis é de 6 em média. O tempo de atendimento é de 1 hora e 41 minutos por solicitação em média. Nesta análise de dados observa-se a utilização do sistema em torno de 0,54 ou seja 54%. Isto significa que neste cenário a utilização do sistema melhorou um pouco em comparação com o cenário "A", mas ainda há ociosidade em torno de 46% do tempo de sistema.

#### 4.4 Proposição de melhorias

Nesta seção foram desenvolvidas propostas de melhoria para o modelo de atendimento conforme os resultados observados em cada cenário.

##### **Cenário "A" (Baixa demanda por serviços)**

1ª Proposta: Diminuir a capacidade de atendimento reduzindo o número de atendentes do suporte de 4 para 2 atendentes, considerando a taxa média de chegada de 1,14 solicitações por hora.

2ª Proposta: Diminuir a capacidade de atendimento reduzindo o número de atendentes do suporte de 4 para 1 atendente, considerando a taxa média de chegada de 1,14 solicitações por hora.

##### **Cenário "B" (Alta demanda por serviços)**

1ª Proposta: Aumentar a capacidade de atendimento elevando o número de atendentes do suporte de 6 para 8 atendentes, considerando a taxa média de chegada de 2,28 solicitações por hora.

2ª Proposta: Diminuir o tempo de atendimento das solicitações de 1h 41 minutos para 1 hora, melhorando a agilidade no processo de atendimento, considerando a taxa média de chegada de 2,28 solicitações por hora.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, foi aplicada a Teoria das Filas no sistema de atendimento da central de *Helpdesk* da Universidade Ceuma. Ao final, conclui-se que a investigação do problema contribuiu para sua solução, uma vez que foram identificados a existência de 2 cenários, que são determinados pela demanda por atendimento, assim, o cenário "A" (baixa demanda) compreende o período em que a demanda por atendimento é bem menor, com uma média de chegada de aproximadamente uma solicitação por hora, deixando o sistema de atendimento ocioso. No cenário "B" investigou-se a taxa de chegada de solicitações ao sistema no período vespertino, observando-se que a demanda aumentava nesse turno de atendimento.

O objetivo foi desenvolver um modelo de atendimento que fosse capaz de auxiliar os gestores na hora de tomar decisões, permitindo uma melhor alocação de recursos e reduzindo-se a insatisfação dos clientes com o tempo de espera para o atendimento.

Quanto aos objetivos específicos foi efetivada uma comparação entre cenários de baixa demanda e alta demanda, dimensionando o fluxo de atendimento para melhorar o processo em si ou a alteração da quantidade de atendentes. Diante da quantificação real de atendentes, foi possível monitorar no período da pesquisa, a real produtividade dos mesmos diante da demanda pelos serviços no sistema. Os atendentes ficam disponíveis para atendimento e revezam-se nos turnos matutino, vespertino foco desta pesquisa. Foi possível também identificar o Sistema de Filas na central de *helpdesk*, que é de canais múltiplos e fase única e a disciplina de fila que funciona como FIFO, ou seja, a primeira solicitação que chega é a primeira a ser atendida. Com base nessas informações foi possível atingir o segundo objetivo específico, que foi de dimensionar a capacidade atual de atendimento, através da coleta dos tempos de chegada e de atendimento e assim, foi possível obter a capacidade média de atendimento, que no cenário "A" foi de 2 horas 17 minutos. Significando que uma solicitação é atendida em média em 2 horas e 17 minutos, fornecendo ao final dados totais para análise de solicitações de atendimento. No cenário "B", a capacidade média de atendimento é em média de 1 hora e 41 minutos. Significando que uma dada solicitação é atendida ou resolvida em média em 1 hora e 41 minutos, sendo obtido um total médio de solicitações de atendimento observadas no período.

A pesquisa operacional através da teoria das filas, mostrou-se uma ferramenta de muita utilidade para a área de gerência de operações, tanto na área de serviços quanto na área de produção, uma vez que através de sua utilização, podemos tomar decisões mais confiáveis, planejando recursos e garantindo a eficiência da empresa no que diz respeito ao equilíbrio entre a demanda e a capacidade, garantindo menos espera por parte dos clientes para o atendimento, além de custos menores para a empresa.

É conveniente ressaltar que esta pesquisa é de grande relevância para a sociedade, uma vez que agregou grandes conhecimentos teóricos e práticos sobre o estudo da teoria das filas e suas aplicações, fazendo com que se adquirisse conhecimentos frente à cenários reais, como o estudo de caso realizado na pesquisa. De uma forma geral qualquer área do setor produtivo ou prestação de serviços pode beneficiar-se dos estudos da Teoria das Filas.

Ressalta-se ainda uma contribuição na participação do Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional com a apresentação de dois artigos científicos intitulados "Aplicação da Teoria das Filas para otimização da Qualidade no Atendimento: Um estudo de caso" e "Algoritmos de Segurança em Redes de Computadores" na Universidade Federal de Mato Grosso, em Cuiabá. Além de participação na I Semana de Engenharia da Universidade Federal do Maranhão com uma palestra sobre Aplicações na área de Pesquisa Operacional. Bem como a participação na III Semana de Matemática da UEMA com a palestra Estudo comprobatório da Teoria da Filas através do software ARENA. E também participação no I Congresso de Ciência e Tecnologia no UNICEUMA com o minicurso sobre o software ARENA.

Como sugestão de continuidade para trabalhos futuros, é interessante a utilização de software's para a realização dos cálculos na modelagem matemática da Teoria das Filas, pois a agilidade e precisão nos cálculos é necessária para este tipo de Modelagem.

## REFERÊNCIAS

- [1] BRONSON, Richard. **Pesquisa operacional**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1985
- [2] CARIDADE, E.; COELHO, J.; OLIVEIRA, P. **Aplicação da Teoria das Filas para otimização da Qualidade no Atendimento: Um estudo de caso**. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional – CNMAC-CO. UFMT-Cuiabá – MT. Disponível em: [www.sbmac.org.br/cmaccs/cmac-co/2013/trabalhos/PDF/6519.pdf](http://www.sbmac.org.br/cmaccs/cmac-co/2013/trabalhos/PDF/6519.pdf).
- [3] CARIDADE, E.; COELHO, J.; OLIVEIRA, P. **Algoritmos de Segurança em Redes de Computadores**. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional – CNMAC-CO. UFMT-Cuiabá – MT. Disponível em: [www.sbmac.org.br/cmaccs/cmac-co/2013/trabalhos/PDF/6519.pdf](http://www.sbmac.org.br/cmaccs/cmac-co/2013/trabalhos/PDF/6519.pdf)
- [4] CHIAVENATO, Idalberto. **Iniciação ao Planejamento e Controle de Produção**. São Paulo: McGraw-Hill, 1990.
- [5] CORRÊA, Henrique; CORRÊA, Carlos. **Administração de Produção e de Operações: Manufatura e serviços**. São Paulo: Atlas, 2011.
- [6] GIANESE, Irineu; CORRÊA, Henrique. **Administração Estratégica de Serviços: Operações para Satisfação do Cliente**. São Paulo: Atlas, 1994.
- [7] HEIZER, Jay; RENDER, Barry. **Administração de Operações – bens e serviços**. 5ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- [8] LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia Científica**. 5ª Edição. São Paulo: Atlas, 2010.
- [9] PILARES, Nanci. **Atendimento ao Cliente: o recurso esquecido**. São Paulo: Nobel, 1989.
- [10] PRADO, Darci. **Teoria das Filas e da Simulação**. 4ª Edição. Nova Lima: INDG Tecnologia e serviços Ltda, 2009.
- [11] RÓS, Daniel. **Gerenciamento de Serviços de Tecnologia da Informação, utilizando a Biblioteca de boas praticas ITIL** Disponível em:

[http://repositorio.uscs.edu.br/bitstream/123456789/149/2/Monografia\\_Daniel%20Vieira%20Ros.pdf](http://repositorio.uscs.edu.br/bitstream/123456789/149/2/Monografia_Daniel%20Vieira%20Ros.pdf). Acesso em: 25 de abril de 2013.

[12] RODRIGUES, Francisco; LEAL, Maria; HARGREAVES, Lourdes. **Qualidade em prestação de Serviços**. Rio de Janeiro: SENAC/DN/DFP, 1997.

[13] RUIZ, João Álvaro. **Metodologia Científica: guia para eficiência nos estudos**. 5ª Edição. São Paulo: Atlas, 2002.

[14] SILVA, Paula. **Atendimento ao Cliente: A chave para o sucesso**. Disponível em: <http://www.aspas.com.br/pdf/Atendimento%20ao%20Cliente.pdf>. Acesso em 5 de junho de 2013.

[15] SLACK, Nigel *et al.* **Administração da produção**. 2ª Edição. São Paulo: Atlas, 2009

[16] TEIXEIRA, Ivandi; TEIXEIRA, Regina; SOUSA, Rejane. **Qualidade dos serviços: Um diferencial competitivo**. Disponível em: [http://www.aedb.br/seget/artigos06/315\\_Qualidade%20em%20Servicos.pdf](http://www.aedb.br/seget/artigos06/315_Qualidade%20em%20Servicos.pdf). Acesso em 27 de julho de 2013.

[17] VERRUCK, Fabio; BAMPI, Rodrigo; MILAN, Gabriel. **Previsão de demanda em operações de serviços: Um estudo em uma empresa do setor de transportes**. Disponível: [http://www.simpoi.fgvsp.br/arquivo/2009/artigos/E2009\\_T00125\\_PCN53633.pdf](http://www.simpoi.fgvsp.br/arquivo/2009/artigos/E2009_T00125_PCN53633.pdf). Acesso em: 15 de outubro de 2013.

## APÉNDICES

**APÊNDICE A – Dados do tempo de chegada**

| <b>Data</b>               | <b>01/08/2013</b> | <b>01/08/2013</b> | <b>15/08/2013</b> | <b>15/08/2013</b> | <b>19/08/2013</b> | <b>19/08/2013</b> |
|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Horário pesquisado</b> | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  |
| <b>Nº de atendentes</b>   | 4                 | 6                 | 4                 | 6                 | 4                 | 6                 |
| <b>Nº de clientes</b>     |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>1</b>                  | 00:08:12          | 00:14:07          | 00:08:23          | 00:14:00          | 00:09:03          | 00:14:16          |
| <b>2</b>                  | 00:09:35          | 00:14:09          | 00:10:03          | 00:14:21          | 00:09:03          | 00:14:19          |
| <b>3</b>                  | 00:10:03          | 00:14:28          | 00:10:24          | 00:15:12          | 00:10:18          | 00:14:38          |
| <b>4</b>                  | 00:10:08          | 00:14:28          | 00:11:42          | 00:15:16          | 00:10:46          | 00:14:55          |
| <b>5</b>                  | 00:10:25          | 00:14:43          |                   | 00:15:20          |                   | 00:15:06          |
| <b>6</b>                  |                   | 00:14:52          |                   | 00:15:31          |                   | 00:15:12          |
| <b>7</b>                  |                   | 00:15:07          |                   | 00:15:37          |                   | 00:15:13          |
| <b>8</b>                  |                   | 00:15:16          |                   | 00:15:43          |                   | 00:15:14          |
| <b>9</b>                  |                   | 00:15:19          |                   | 00:15:47          |                   | 00:15:18          |
| <b>10</b>                 |                   | 00:15:26          |                   | 00:15:48          |                   | 00:15:35          |
| <b>11</b>                 |                   | 00:16:47          |                   | 00:15:53          |                   | 00:15:36          |
| <b>12</b>                 |                   | 00:16:51          |                   | 00:15:55          |                   | 00:15:58          |
| <b>13</b>                 |                   | 00:16:53          |                   | 00:15:55          |                   | 00:17:22          |
| <b>14</b>                 |                   | 00:16:55          |                   | 00:15:59          |                   |                   |
| <b>15</b>                 |                   | 00:17:00          |                   | 00:16:01          |                   |                   |
| <b>16</b>                 |                   | 00:17:02          |                   | 00:16:05          |                   |                   |
| <b>17</b>                 |                   | 00:17:04          |                   | 00:16:09          |                   |                   |
| <b>18</b>                 |                   | 00:17:09          |                   | 00:17:11          |                   |                   |
| <b>19</b>                 |                   | 00:17:13          |                   | 00:17:11          |                   |                   |
| <b>20</b>                 |                   | 00:17:15          |                   | 00:17:22          |                   |                   |
| <b>21</b>                 |                   | 00:17:31          |                   |                   |                   |                   |
| <b>22</b>                 |                   | 00:17:49          |                   |                   |                   |                   |
| <b>23</b>                 |                   | 00:18:06          |                   |                   |                   |                   |
| <b>24</b>                 |                   | 00:18:06          |                   |                   |                   |                   |

**APÊNDICE B – Dados do tempo de chegada**

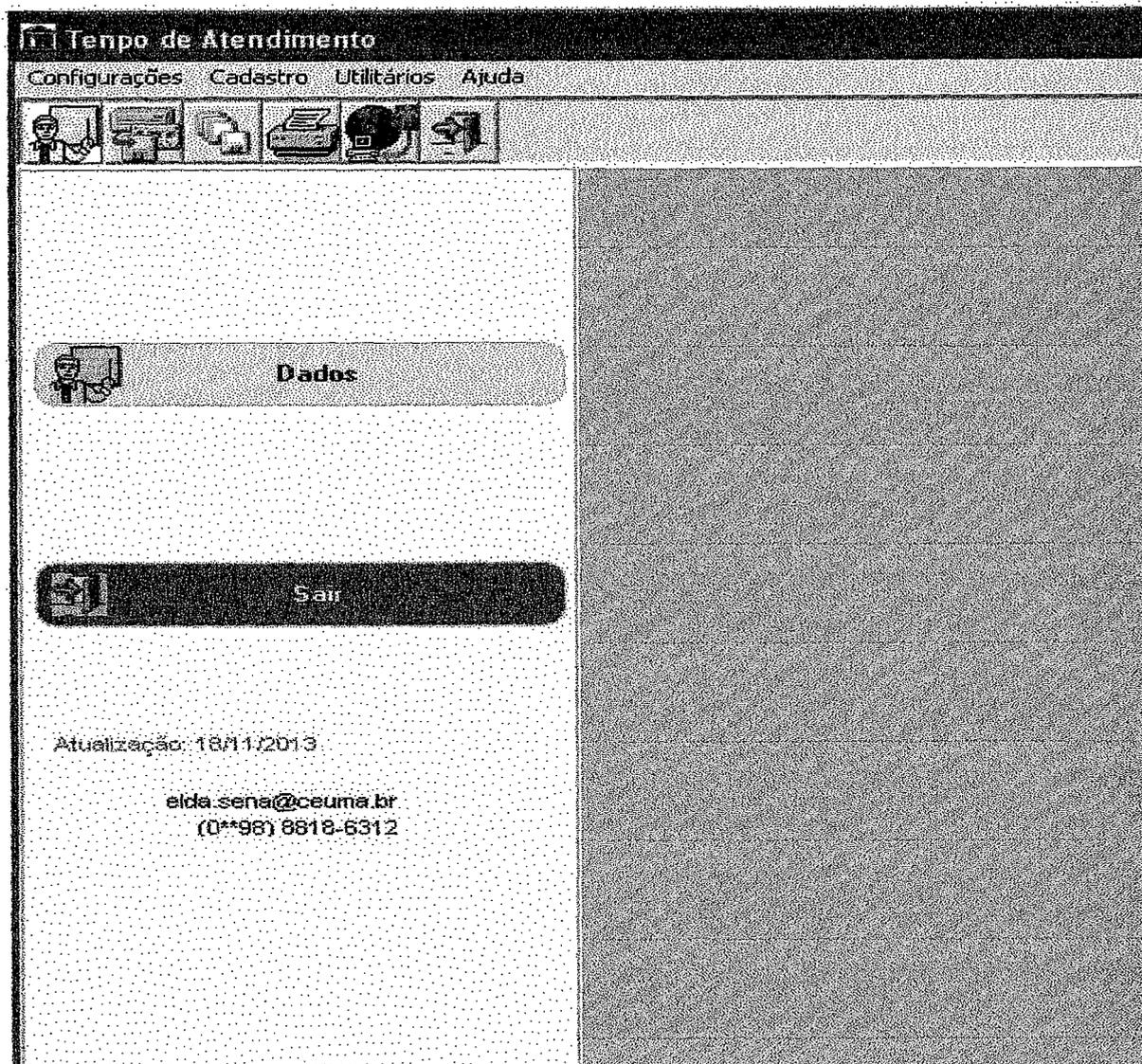
| <b>Data</b>               | <b>20/08/2013</b> | <b>20/08/2013</b> | <b>21/08/2013</b> | <b>21/08/2013</b> | <b>22/08/2013</b> | <b>22/08/2013</b> |
|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Horário pesquisado</b> | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  | 08:00h<br>12:00h  | 14:00h<br>18:00h  |
| <b>Nº de atendentes</b>   | 4                 | 6                 | 4                 | 6                 | 4                 | 6                 |
| <b>Nº de clientes</b>     |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>1</b>                  | 00:09:21          | 00:14:38          | 00:09:13          | 00:14:07          | 00:08:35          | 00:14:08          |
| <b>2</b>                  | 00:09:36          | 00:14:57          | 00:09:57          | 00:14:12          | 00:10:37          | 00:14:13          |
| <b>3</b>                  | 00:09:36          | 00:14:59          | 00:10:00          | 00:14:15          | 00:11:06          | 00:15:04          |
| <b>4</b>                  |                   | 00:15:13          | 00:10:14          | 00:14:31          |                   | 00:15:09          |
| <b>5</b>                  |                   | 00:15:17          | 00:11:08          | 00:14:33          |                   | 00:15:17          |
| <b>6</b>                  |                   | 00:15:19          | 00:11:32          | 00:14:36          |                   | 00:15:19          |
| <b>7</b>                  |                   | 00:17:02          | 00:11:46          | 00:14:50          |                   | 00:15:20          |
| <b>8</b>                  |                   | 00:17:04          | 00:11:50          | 00:14:56          |                   | 00:15:47          |
| <b>9</b>                  |                   | 00:17:43          |                   | 00:15:04          |                   | 00:17:45          |
| <b>10</b>                 |                   |                   |                   | 00:15:35          |                   |                   |
| <b>11</b>                 |                   |                   |                   | 00:15:41          |                   |                   |
| <b>12</b>                 |                   |                   |                   | 00:15:41          |                   |                   |
| <b>13</b>                 |                   |                   |                   | 00:16:54          |                   |                   |
| <b>14</b>                 |                   |                   |                   | 00:16:58          |                   |                   |
| <b>15</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>16</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>17</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>18</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>19</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>20</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>21</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>22</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>23</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| <b>24</b>                 |                   |                   |                   |                   |                   |                   |

### APÊNDICE C – Dados dos tempos de Atendimento

| Data               |         | 01/08/2013           | 01/08/2013           |
|--------------------|---------|----------------------|----------------------|
| Horário pesquisado |         | 08:00h               | 14:00h               |
|                    |         | 12:00h               | 18:00h               |
| Atendentes         |         | 4                    | 6                    |
| Nº de clientes     |         | Tempo de atendimento | Tempo de atendimento |
| 1                  | Entrada | 08:12:00             | 14:07:00             |
| 1                  | Saída   | 08:42:00             | 15:06:00             |
| 2                  | Entrada | 09:35:00             | 14:09:00             |
| 2                  | Saída   | 11:30:00             | 15:48:00             |
| 3                  | Entrada | 10:03:00             | 14:28:00             |
| 3                  | Saída   | 17:14:00             | 14:03:00(05/08)      |
| 4                  | Entrada | 10:08:00             | 14:28:00             |
| 4                  | Saída   | 11:39:00             | 16:18:00             |
| 5                  | Entrada | 10:25:00             | 14:43:00             |
| 5                  | Saída   | 11:31:00             | 16:29:00             |
| 6                  | Entrada |                      | 14:52:00             |
| 6                  | Saída   |                      | 18:18:00             |
| 7                  | Entrada |                      | 15:07:00             |
| 7                  | Saída   |                      | 15:26:00(02/08)      |
| 8                  | Entrada |                      | 15:16:00             |
| 8                  | Saída   |                      | 15:45:00             |
| 9                  | Entrada |                      | 15:19:00             |
| 9                  | Saída   |                      | 18:39:00             |
| 10                 | Entrada |                      | 15:26:00             |
| 10                 | Saída   |                      | 16:24:00(08/08)      |
| 11                 | Entrada |                      | 16:47:00             |
| 11                 | Saída   |                      | 16:41:00(14/08)      |
| 12                 | Entrada |                      | 16:51:00             |
| 12                 | Saída   |                      | 14:04:00(26/08)      |
| 13                 | Entrada |                      | 16:53:00             |
| 13                 | Saída   |                      | 17:41:00(02/08)      |
| 14                 | Entrada |                      | 16:55:00             |
| 14                 | Saída   |                      | 17:42:00(02/08)      |
| 15                 | Entrada |                      | 17:00:00             |
| 15                 | Saída   |                      | 17:13:00             |
| 16                 | Entrada |                      | 17:02:00             |
| 16                 | Saída   |                      | 17:28:00(02/08)      |
| 17                 | Entrada |                      | 17:04:00             |
| 17                 | Saída   |                      | 09:37:00(06/08)      |
| 18                 | Entrada |                      | 17:09:00             |
| 18                 | Saída   |                      | 08:59:00(09/08)      |
| 19                 | Entrada |                      | 17:13:00             |
| 19                 | Saída   |                      | 19:51:00             |

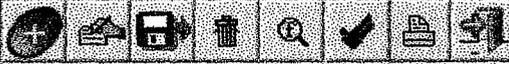
|           |                |  |                        |
|-----------|----------------|--|------------------------|
| <b>20</b> | <b>Entrada</b> |  | <b>17:15:00</b>        |
| <b>20</b> | <b>Saída</b>   |  | <b>18:03:00</b>        |
| <b>21</b> | <b>Entrada</b> |  | <b>17:31:00</b>        |
| <b>21</b> | <b>Saída</b>   |  | <b>09:30:00(06/08)</b> |
| <b>22</b> | <b>Entrada</b> |  | <b>17:49:00</b>        |
| <b>22</b> | <b>Saída</b>   |  | <b>14:26:00(21/08)</b> |

## APÊNDICE D – Tela inicial Aplicativo TA



## APÊNDICE E – Tela Dados Aplicativo TA

Formulário de Dados



|   | Data_Inicial | Hora_Inicial | Data_Final | Hora_Final | Tempo(H:M) |
|---|--------------|--------------|------------|------------|------------|
| ▶ | 01/08/2013   | 08:12        | 01/08/2013 | 08:42      | 00:30      |
|   | 01/08/2013   | 09:35        | 01/08/2013 | 11:30      | 01:55      |
|   | 01/08/2013   | 10:03        | 01/08/2013 | 17:14      | 07:11      |
|   | 01/08/2013   | 10:08        | 01/08/2013 | 11:39      | 01:31      |
|   | 01/08/2013   | 10:25        | 01/08/2013 | 11:31      | 01:06      |
|   | 01/08/2013   | 14:07        | 01/08/2013 | 15:06      | 00:59      |
|   | 01/08/2013   | 14:09        | 01/08/2013 | 15:48      | 01:39      |
|   | 01/08/2013   | 14:28        | 01/08/2013 | 16:18      | 01:50      |
|   | 01/08/2013   | 14:43        | 01/08/2013 | 16:29      | 01:46      |
|   | 01/08/2013   | 14:52        | 01/08/2013 | 18:18      | 03:26      |
|   | 01/08/2013   | 15:07        | 02/08/2013 | 15:26      | 00:19      |
|   | 01/08/2013   | 15:16        | 01/08/2013 | 15:45      | 00:29      |
|   | 01/08/2013   | 15:19        | 01/08/2013 | 18:39      | 03:20      |
|   | 01/08/2013   | 16:53        | 02/08/2013 | 17:41      | 00:48      |
|   | 01/08/2013   | 16:55        | 02/08/2013 | 17:42      | 00:47      |
|   | 01/08/2013   | 17:00        | 01/08/2013 | 17:13      | 00:13      |
|   | 01/08/2013   | 17:02        | 02/08/2013 | 17:28      | 00:26      |
|   | 01/08/2013   | 17:13        | 01/08/2013 | 19:51      | 02:38      |
|   | 01/08/2013   | 17:15        | 01/08/2013 | 18:03      | 00:48      |
|   | 15/08/2013   | 08:23        | 15/08/2013 | 09:05      | 00:42      |
|   | 15/08/2013   | 10:03        | 15/08/2013 | 10:42      | 00:39      |
|   | 15/08/2013   | 14:21        | 16/08/2013 | 14:23      | 00:02      |
|   | 15/08/2013   | 15:16        | 15/08/2013 | 16:07      | 00:51      |
|   | 15/08/2013   | 15:53        | 15/08/2013 | 16:26      | 00:33      |
|   | 15/08/2013   | 15:59        | 15/08/2013 | 19:54      | 03:55      |
|   | 15/08/2013   | 16:09        | 15/08/2013 | 16:11      | 00:02      |
|   | 15/08/2013   | 17:01        | 15/08/2013 | 17:20      | 00:19      |
|   | 19/08/2013   | 09:03        | 19/08/2013 | 10:14      | 01:11      |

# APÊNDICE F – Tela Dados Aplicativo TA

**Formulário de Dados**

| Data Inicial | Hora Inicial | Data Final | Hora Final | Tempo(H:M) |
|--------------|--------------|------------|------------|------------|
| 01/08/2013   | 08:12        | 01/08/2013 | 08:42      | 00:30      |
| 01/08/2013   | 09:35        | 01/08/2013 | 11:30      | 01:55      |
| 01/08/2013   | 10:03        | 01/08/2013 | 17:14      | 07:11      |
| 01/08/2013   | 10:08        | 01/08/2013 | 11:39      | 01:31      |
| 01/08/2013   | 10:25        | 01/08/2013 | 11:31      | 01:06      |
| 01/08/2013   | 14:07        | 01/08/2013 | 15:06      | 00:59      |
| 01/08/2013   | 14:09        | 01/08/2013 | 15:48      | 01:39      |
| 01/08/2013   | 14:28        | 01/08/2013 | 16:18      | 01:50      |
| 01/08/2013   | 14:43        | 01/08/2013 | 16:29      | 01:46      |
| 01/08/2013   | 14:52        | 01/08/2013 | 18:18      | 03:26      |
| 01/08/2013   | 15:07        | 02/08/2013 | 15:26      | 00:19      |
| 01/08/2013   | 15:16        | 01/08/2013 | 15:45      | 00:29      |
| 01/08/2013   | 15:19        | 01/08/2013 | 18:39      | 03:20      |
| 01/08/2013   | 16:53        | 02/08/2013 | 17:41      | 00:48      |
| 01/08/2013   | 16:55        | 02/08/2013 | 17:42      | 00:47      |
| 01/08/2013   | 17:00        | 01/08/2013 | 17:13      | 00:13      |
| 01/08/2013   | 17:02        | 02/08/2013 | 17:28      | 00:26      |
| 01/08/2013   | 17:13        | 01/08/2013 | 19:51      | 02:38      |
| 01/08/2013   | 17:15        | 01/08/2013 | 18:03      | 00:48      |
| 15/08/2013   | 08:23        | 15/08/2013 | 09:05      | 00:42      |
| 15/08/2013   | 10:03        | 15/08/2013 | 10:42      | 00:39      |
| 15/08/2013   | 14:21        | 16/08/2013 | 14:23      | 00:02      |
| 15/08/2013   | 15:16        | 15/08/2013 | 16:07      | 00:51      |
| 15/08/2013   | 15:53        | 15/08/2013 | 16:26      | 00:33      |
| 15/08/2013   | 15:59        | 15/08/2013 | 16:54      | 00:55      |

Atualização: 15/11/2013

ekla.sena@ceuma.br  
(0498) 8618-6312

### APÊNDICE G – Valores de $e^{-\lambda}$ para uso na Distribuição de Poisson

Valores de  $e^{-\lambda}$

| $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ | $\lambda$ | $e^{-\lambda}$ |
|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
| 0,0       | 1,0000         | 1,6       | 0,2019         | 3,1       | 0,0450         | 4,6       | 0,0101         |
| 0,1       | 0,9048         | 1,7       | 0,1827         | 3,2       | 0,0408         | 4,7       | 0,0091         |
| 0,2       | 0,8187         | 1,8       | 0,1653         | 3,3       | 0,0369         | 4,8       | 0,0082         |
| 0,3       | 0,7408         | 1,9       | 0,1496         | 3,4       | 0,0334         | 4,9       | 0,0074         |
| 0,4       | 0,6703         | 2,0       | 0,1353         | 3,5       | 0,0302         | 5,0       | 0,0067         |
| 0,5       | 0,6065         | 2,1       | 0,1225         | 3,6       | 0,0273         | 5,1       | 0,0061         |
| 0,6       | 0,5488         | 2,2       | 0,1108         | 3,7       | 0,0247         | 5,2       | 0,0055         |
| 0,7       | 0,4966         | 2,3       | 0,1003         | 3,8       | 0,0224         | 5,3       | 0,0050         |
| 0,8       | 0,4493         | 2,4       | 0,0907         | 3,9       | 0,0202         | 5,4       | 0,0045         |
| 0,9       | 0,4066         | 2,5       | 0,0821         | 4,0       | 0,0183         | 5,5       | 0,0041         |
| 1,0       | 0,3679         | 2,6       | 0,0743         | 4,1       | 0,0166         | 5,6       | 0,0037         |
| 1,1       | 0,3329         | 2,7       | 0,0672         | 4,2       | 0,0150         | 5,7       | 0,0033         |
| 1,2       | 0,3012         | 2,8       | 0,0608         | 4,3       | 0,0136         | 5,8       | 0,0030         |
| 1,3       | 0,2725         | 2,9       | 0,0550         | 4,4       | 0,0123         | 5,9       | 0,0027         |
| 1,4       | 0,2466         | 3,0       | 0,0498         | 4,5       | 0,0111         | 6,0       | 0,0025         |
| 1,5       | 0,2291         |           |                |           |                |           |                |