UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO / PPG
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL / PROFMAT

MÁRCIA REGINA SOUSA DE OLANDA

FUNÇÃO QUADRÁTICA: aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de ensino de Matemática

São Luís
2023

MÁRCIA REGINA SOUSA DE OLANDA

FUNÇÃO QUADRÁTICA: aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de ensino de Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientadora: Profª Dra. Waléria de Jesus Barbosa Soares.

São Luís

2023

Olanda, Márcia Regina Sousa de.
Função quadrática: aplicações de situações didáticas em sala de aula e laboratório de ensino de matemática / Márcia Regina Sousa de Olanda. - São Luís, 2023..
112 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Maranhão, 2023..

Orientadora.: Profa. Dra. Waléria de Jesus Barbosa Soares.

1.Ensino de matemática. 2.Tendências da educação matemática. 3.Função quadrática. 4.Teoria das situações didáticas. 5.Engenharia didática. I.Título.

CDU: 51:37.02

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

FUNÇÃO QUADRÁTICA: aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de ensino de Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Waléria de Jesus Barbosa Soares.

Aprovado em: 02 /06/ 2023.

BANCA EXAMINADORA

Profª Dra. Waléria de Jesus Barbosa Soares (Orientadora)
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão (Examinador interno)
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Profª Dra. Kayla Rocha Braga (Examinador externo)
Universidade Federal do Maranhão - UFMA

São Luís

2023

Dedico este trabalho à minha família e amigos que me apoiaram na caminhada rumo a conclusão. Também, aos professores do curso que fizeram parte de uma rede de incentivo para que chegasse a mais essa etapa importante na minha vida para o crescimento profissional e pessoal.

AGRADECIMENTOS

Agradeço de maneira especial a Deus, pela oportunidade dada de estar realizando mais um sonho. Aos meus pais, Tiago Olanda e Nildenir Olanda, que sempre apoiaram minhas escolhas e ajudaram na trajetória de estudos, lutas e vitórias. Aos meus irmãos, Tiago Olanda, Marcio Olanda e Priscilla Louzeiro, e familiares que torceram pela conclusão. À minha "pequena turma" do mestrado, mas com grandes e lindas pessoas, que são: Fernando Araújo, Francisca Luana Aires, Gleison Silva, Marlos Rocha, Mateus Lopes, Paulo Franca, Paulo Loreço, Priscila Abitibol, que foram essenciais para construção de um caminhar menos árduo, rico em aprendizagens, cheio de sorrisos e alegrias. A todos os professores doutores que colaboraram para o nosso crescimento na Matemática, destaco, em especial, a professora Dra. Sandra Moreira e Dr. José Raimundo Brandão. À secretária Annanda Santos que desde o nosso ingresso no mestrado se tornou o apoio de todos nós dentro do curso. Ao nosso coordenador Dr. Sérgio Turibus, que com sua frase "confia no senhor", nos mostrou que com fé em Deus realizamos o impossível. À minha orientadora Dra. Waléria Soares que com sua sapiência e sensibilidade feminina ajudou-me nos momentos de angústias para a construção deste trabalho. Por fim, com grande relevância, a todos os amigos externos ao mestrado que, diretamente ou indiretamente, torceram e auxiliaram na conquista dessa etapa, cito, em particular e com carinho, a professora Dra. Kayla Braga, Cléria Moreira, Lucivaldo Lima, Greyce Helal, Christianno Lima, Lydicy Amorim e Silvani Lima.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma investigação sobre o estudo de alguns tópicos de função quadrática durante aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de Ensino de Matemática. Busca responder ao questionamento: quais as contribuições de uma sequência didática, conforme a Teoria das Situação Didáticas de Brousseau, para a aprendizagem de alunos sobre o conteúdo de funções quadráticas? Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, de cunho exploratório, desenvolvida em uma turma do 1º ano de ensino técnico do curso de Administração, do Instituto Pleno Rio Anil, em São Luís. Toma como aportes teóricos a Engenharia Didática de Artigue e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Segue o caminho metodológico: 1) analisar o desenvolvimento do estudo das funções, em particular, da função quadrática através dos aspectos histórico-epistemológico e dos livros didáticos no Brasil; 2) identificar possíveis entraves e tendências para o ensino de Matemática na educação básica do Brasil no século XXI; 3) registrar o comportamento dos alunos com a aplicação das situações didáticas durante a busca pelas soluções; e, 4) reconhecer as principais contribuições (e obstáculos) vivenciados pelos alunos durante o desenvolvimento das situações didáticas. Constata-se que o estudo da função quadrática através das situações didáticas articuladas pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau contribui para uma aprendizagem interativa, eficiente e significativa dos alunos, que ao serem desafiados, pensaram criticamente e aplicaram conceitos matemáticos em situações práticas.

Palavras-chave: ensino de matemática; tendências da educação matemática; função quadrática; teoria das situações didáticas; engenharia didática.

ABSTRACT

The present work presents an investigation about the study of some topics of quadratic functions during applications of didactic situations in the classroom and in the Mathematics Teaching Laboratory. It seeks to answer the question: what are the contributions of a didactic sequence, according to Brousseau's Theory of Didactic Situations, for student learning about the content of quadratic functions? It is characterized as a qualitative research, of an exploratory nature, developed in a group of the 1st year of technical education of the Business Administration course, at the Instituto Pleno Rio Anil, in São Luís. It takes Artigue's Didactic Engineering and Brousseau's Theory of Didactic Situations as theoretical contributions. The methodological path follows: 1) analyze the development of the study of functions, in particular, the quadratic function through historical-epistemological aspects and textbooks in Brazil; 2) to identify possible barriers and trends for the teaching of Mathematics in basic education in Brazil in the 21st century; 3) record the students' behavior with the application of didactic situations during the search for solutions; and, 4) recognize the main contributions (and obstacles) experienced by students during the development of didactic situations. It appears that the study of the quadratic function through didactic situations articulated by Brousseau's Theory of Didactic Situations contributes to interactive, efficient and meaningful learning by students, who, when challenged, think critically and apply mathematical concepts in practical situations.

Keywords: mathematics teaching; trends in mathematics education; quadratic functions; theory of didactic situations; didactic engineering.

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CIEM – Comission Internacionale de l'Enseignement Mathemátique

EM – Educação Matemática

EVA – Etileno Acetato de Vinila

IMUK – Internationale Mathematische Unterrichtskommission

IP Rio Anil – Instituto Pleno Rio Anil

IREM – Institut Universitaire de Recherche sur L'enseignement des Mathématiques

LDB – Lei de Diretrizes e Bases

LEM – Laboratório de Ensino de Matemática

MMM – Movimento da Matemática Moderna

PNE – Plano Nacional de Educação

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

TIC – Tecnologias da Informação e da Comunicação

TDIC – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Historicamente, alguns pesquisadores destacam que as formas algébricas foram utilizadas para as resoluções de problemas matemáticos após a aplicação nas soluções das interpretações geométricas. Desse modo, o estudo na Matemática do conteúdo de função surgiu na educação escolar fundamentada nas construções e interpretações gráficas, principalmente, no ensino brasileiro.

A evolução do conceito de função nos livros didáticos brasileiros atribuiu a função o *status* de uma parte importante para os currículos de Matemática, em vários níveis de ensino. Em particular, o estudo da função quadrática, com bases na equação do 2º grau, pode ser considerado um assunto desafiador para os alunos compreenderem os problemas matemáticos e sua relação com o mundo real.

Com o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e as novas concepções de ensino e aprendizagem na educação, surgiu a Didática da Matemática com suas teorias para desenvolver o ensino dessa disciplina. Nesse contexto, temos que a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1980), como modelo teórico, trouxe uma abordagem que propõe auxiliar em investigações e resolução de problemas, tendo como objetivo ajudar os alunos a construírem seu próprio conhecimento matemático, através da descoberta e da experimentação.

Portanto, ao utilizar as situações didáticas de Brousseau no ensino de função quadrática, entendemos que os alunos são incentivados a explorar e entender as relações entre as variáveis envolvidas na função, através de atividades concretas e significativas. Essas atividades podem incluir a modelagem de situações do mundo real, como a trajetória de um objeto em lançamentos, o custo de produção de um produto ou lucro de uma empresa. Ainda, podem auxiliar na construção bidimensional de gráficos e a utilização de softwares para analisar o comportamento de diversas funções.

Observando a relevância dessa teoria ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, propomos esta pesquisa a fim de responder o seguinte questionamento: Quais as contribuições de uma sequência didática, conforme a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, para a aprendizagem de alunos sobre o conteúdo de funções quadráticas? Para isso, o nosso objetivo é investigar o estudo de alguns tópicos de funções quadráticas durante aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de Ensino de Matemática.

Também, com este trabalho, visamos analisar o desenvolvimento do estudo das funções, em particular, da função quadrática através dos aspectos histórico-epistemológico e dos livros didáticos no Brasil; identificar possíveis entraves e tendências para o ensino de

Matemática na educação básica do Brasil no século XXI; registrar o comportamento dos alunos com a aplicação das situações didáticas durante a busca pelas soluções; e, reconhecer as principais contribuições (e obstáculos) vivenciados pelos alunos durante o desenvolvimento das situações didáticas.

No sentido de alcançar nossos objetivos, o teórico conceitual que nos apoiamos foi Guy Brousseau da Teoria das Situações Didáticas, e do teórico metodológico foi Michèle Artigue da Engenharia Didática. Nessa perspectiva, aplicamos seis situações didáticas numa turma do 1º ano do ensino médio técnico em Administração de uma escola pública integral de São Luís, envolvendo tópicos de função quadrática, como lei de formação, equação do 2º grau e gráficos, utilizando resolução de problemas, materiais concretos e software Geogebra nos espaços da sala de aula e Laboratório de Ensino de Matemática

Desse modo, estruturamos a dissertação em cinco capítulos. Na introdução apresentamos a justificativa, a questão problema norteadora da pesquisa, os objetivos, as metodologias de pesquisa e ensino utilizadas, assim como a organização do trabalho.

No segundo capítulo, traçamos um breve histórico sobre a Didática da Matemática e suas principais teorias. Destacamos, em tópicos específicos, a descrição do modelo teórico e a teoria metodológica aplicadas na pesquisa, abordando as principais características e elementos da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e da Teoria da Engenharia Didática de Michèle Artigue.

No terceiro capítulo, trouxemos os percursos metodológicos da pesquisa, que caracterizamos em pesquisa qualitativa, exploratória e de caso, com técnica de levantamento de dados apoiada na observação dos fenômenos. A pesquisa foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau para concepção da sequência didática, composta de situações de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização. E, estruturada para análise, conforme a metodologia da Engenharia Didática de Michèle Artigue, que são: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação das situações, análise *a posteriori* e validação da experiência.

No quarto capítulo, apresentamos os resultados e discussões do trabalho organizados pelas quatro fases da Engenharia Didática. Na primeira fase, análise preliminar, abordamos a construção histórica-epistemológica da função quadrática, a evolução do conceito de função nos livros didáticos brasileiros e apresentaremos os entraves e tendências no ensino de Matemática no século XXI no Brasil. Na segunda fase, concepção e análise *a priori*, apresentamos as seis situações didáticas com as previsões dos comportamentos esperados dos alunos e do professor pelos objetivos traçados para cada situação a ser aplicada. Na terceira fase, experimentação, descrevemos os objetivos, como ocorreu a aplicação, as observações feitas e as sugestões de intervenções de cada situação didática. Na quarta fase, análise *a posteriori* e validação, fizemos o tratamento dos dados colhidos na experimentação e confrontamos as análises *a priori* e *a posteriori* para confirmar ou refutar as hipóteses levantadas.

No último capítulo, abordamos as considerações finais sobre o trabalho, do qual concluímos que o estudo da função quadrática através das situações didáticas articuladas pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau contribuíram para uma aprendizagem interativa, eficiente e significativa dos alunos investigados. As atividades desafiaram os alunos para que descobrissem e experimentassem conceitos matemáticos por conta própria, e pudessem desenvolver uma compreensão mais profunda e duradoura desses conceitos. Com isso, os alunos despertaram para um pensamento crítico e aplicaram conceitos matemáticos em situações práticas.

No capítulo a seguir, iremos abordar alguns aspectos sobre a Didática da Matemática, suas teorias e teóricos, a fim de compreender as bases teóricas do presente trabalho.

2 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A Didática da Matemática vislumbrou (e ainda vislumbra) uma educação para o desenvolvimento completo da criança, voltado para o pensamento matemático racional, a matemática lógica e demonstrativa para resolução de problemas.

Ela é considerada uma disciplina acadêmica em constante evolução, que continua a ser influenciada por uma variedade de teorias, pesquisas e práticas educacionais. Nos tópicos seguintes, iremos traçar um breve histórico, abordar teorias e aprofundar os estudos nas Teorias das Situações Didáticas de Guy Brousseau e da Engenharia Didática de Michèle Artigue, bases teóricas do presente trabalho.

2.1 Breve histórico e teorias

A reforma do Movimento da Matemática Moderna e a criação do *Institut Universitaire de Recherche sur L'enseignement des Mathématiques* (IREM) marcaram um momento de reestruturação do ensino de Matemática. Na década de 1970, essas ideias modernas fizeram surgir a Didática da Matemática, na França. Desse modo, ela se desenvolveu como área de pesquisa para trazer:

> [...] à tona a especificidade dos relacionamentos entre o ensinar e o aprender ligado à especificidade do conteúdo a ser ensinado: Matemática. Impondo a ambição de entender a operação dessas relações entre ensinar e aprender e destacar as leis que os regem, tornando explícito, ao mesmo tempo, a necessidade de distanciamento o desejo de ação imediata no sistema educacional. (ARTIGUE et al, 1995, p. 7, tradução nossa).

Tais concepções de ensino e aprendizagem estabeleceram que o objeto de trabalho da Didática da Matemática é o ensino de Matemática, com o propósito de criar novas situações motivadoras de aprendizado. Isso se deu, pois o:

> [...] argumento mais ou menos explícito parecia ser o seguinte: se o ensino melhora, a aprendizagem também melhorará e a validade dessa suposição era tida como certa. O peso "artístico" da atividade de ensino, portanto, recai completamente sobre o professor. Entretanto, por detrás dessa escolha está a convicção de que a atração exercida sobre a atenção e sobre a motivação do estudante são as caraterísticas essenciais para que esse último aprenda. Isso corresponde à verdade ou trata-se de uma ilusão um pouco ingênua? (D'AMORE, 2007, p. 34).

Com o questionamento levantado no final da citação, o autor suscita reflexões sobre se é suficiente a utilização das melhores estratégias de ensino sem levar em consideração alguns elementos essenciais à aprendizagem, como a motivação do aluno em aprender.

É necessário destacarmos que o professor continua tendo um papel relevante no processo, pois este "tem como tarefa maior, garantir que seus alunos se apropriem de conhecimento/saber de forma significativa" (ALMOULOUD, 2016, p. 3), para que não haja perda de sentido da aprendizagem em relação ao que é proposto e ao que é realizado, o que representaria uma desconstrução do processo de conhecimento e descaracterização do saber a ser aprendido.

Então, "a eficácia das aprendizagens não é exclusiva apenas desses 'artistas da didática', [...] nada garante que um professor perfeito, apenas por esse motivo, obtenha o resultado desejado no plano da qualidade da aprendizagem". (D'AMORE, 2007, p. 35). O aprendizado não está somente sobre a responsabilidade do professor, mesmo este sendo dinâmico e motivador, mas, também, depende do alinhamento de vários fatores que contribuirão para dar significado ao que é ensinado.

Nessa perspectiva, o autor D'Amore (2007), quando trata da didática Matemática de Zoltan (1972), considera como positivos os resultados obtidos na aplicação dessa didática, pois o "estudante vive a Matemática, não se limita a aprendê-la: o professor cria para ele ambientes favoráveis, adequados, perfeitamente estruturados; e atividades, por exemplo, jogos lógicos, jogos de movimento, até mesmo danças, cuja estrutura é matemática". (D'AMORE, 2007, p.

35). Há uma relevância dos recursos e interações para se aprender a Matemática existente na manipulação, na compreensão das regras preexistentes ou criadas e nas articulações com os movimentos culturais da sociedade.

Assim, com o esclarecimento das relações entre ensino e aprendizagem, foi derrubada a ideia de que ensinar bem, representaria aprendizagem certa, pois os pesquisadores compreenderam que aprender não dependia apenas da disciplina e metodologia, mas da interação com problemas relacionados com a comunicação, os sociológicos, os antropológicos e outros. (D'AMORE, 2007).

As ideias disseminadas com a Didática da Matemática, em França, deram uma importância aos conteúdos matemáticos e se caracterizaram por uma "vontade de tratar os problemas colocados pela aprendizagem da Matemática em situação escolar e experimentação nas salas de aula; vontade de elaborar um campo teórico específico". (ARTIGUE; DOUADY, 1993, p. 44).

Portanto, a Didática da Matemática francesa é considerada uma das tendências teóricas da Educação Matemática responsável pela sistematização dos estudos acerca do ensino de Matemática. Apoiou-se nas contribuições da epistemologia genética de Piaget, da epistemologia com a noção de obstáculo e da escola de Genebra de Psicologia Social. (ARTIGUE; DOUADY, 1993).

A contribuição da epistemologia genética de Piaget para essa tendência foi que o sujeito a partir de constante interação com o objeto elabora seu conhecimento e a evolução do conhecimento resulta de processos dinâmicos que requerem modelos de regulação. Da epistemologia com a noção de obstáculo, temos que estes são determinados através da necessária rejeição de um conhecimento ou de uma forma de conhecer que funcionaram eficazmente durante um período de tempo considerável. (ARTIGUE; DOUADY, 1993).

Agora, da escola de Genebra de Psicologia Social, as contribuições partem do desenvolvimento das estruturas operatórias, em que se verifica os problemas de aprendizagem matemática, fazendo uma construção e análise de situações de sala de aula ou de situações de comunicação. (ARTIGUE; DOUADY, 1993)

Das teorias abordadas pela Didática da Matemática francesa, destacamos: Teoria da Transposição Didática, de Yves Chevallard; Teoria dos Obstáculos Epistemológicos, de Gaston Bachellard; Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud; Teoria do Contrato Didático, de Guy Brousseau; Teoria da Dialética-Ferramenta-Objeto, de Régine Douady; Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau; e, Teoria da Engenharia Didática, de Michèle Artigue.

Resumidamente, temos que a Teoria da Transposição Didática, de Chevallard, visa estudar "o processo pelo qual um elemento do saber instituído se transforma depois num conhecimento a ensinar, num objecto de ensino" (ARTIGUE; DOUADY, 1993, p. 48), ou seja, as transformações por que passam os conteúdos da educação matemática de um saber científico em um saber escolar. Para Chevallard, ocorrem deformações de elementos do saber para que esteja apto a ser ensinado, o que "significa selecionar e inter-relacionar o conhecimento acadêmico, adequando-o às possibilidades cognitivas dos alunos e exemplificando de acordo com a sua realidade circundante". (POLIDORO; STIGAR, 2010, p. 3).

A Teoria dos Obstáculos Epistemológicos, de Bachellard, estuda os obstáculos que aparecem no processo de conhecer. Sendo que estabelecer os obstáculos "é distinguir as descontinuidades necessárias das descontinuidades conjecturais, é determinar aquelas que traduzem a necessária rejeição de um conhecimento ou de uma forma de conhecer que funcionaram eficazmente durante um período de tempo considerável". (ARTIGUE; DOUADY, 1993, p. 47).

A Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud, "é uma teoria cognitivista que se reporta à construção de conceitos como fundamento principal, [...] o conhecimento de um indivíduo se constrói à medida que ele consegue estabelecer relações e conceitualizar determinadas situações ou problemas, que necessitam de teoremas de níveis diferentes". (CEDRAN; KIOURANIS, 2019, p. 64). Portanto, para a construção do saber escolar há de se conhecer os modelos de conhecimentos do sujeito tomando de observação os modos de resolução de problemas, as formulações feitas, os erros existentes e os bloqueios à aprendizagem, a fim de tornar o saber mais acessível ao aluno.

A Teoria do Contrato Didático, de Brousseau, considera um contrato pedagógico relacional em sala de aula. Ela estuda "um conjunto de fatores referentes à relação didática que procura definir as responsabilidades e os comportamentos que cada sujeito deve ter perante o outro nas práticas que possibilitam a apropriação do saber". (BELTRÃO; SOUZA; SILVA, 2010, p. 340). Ainda segundo os autores, isso decorre de regras e condições de funcionamento estabelecidas entre os sujeitos do processo (professor e aluno), de forma verbal ou explícitas nas relações didáticas em sala de aula, visando orientar e embasar o processo de ensino e aprendizagem, além de, potencializar as interações entre os conteúdos e os sujeitos.

A Teoria da Dialética-Ferramenta-Objeto, de Douady, estuda a dialética da construção de novos conhecimentos, em que estes têm o aporte de objeto quando adquiridos e serão utilizados, na forma de ferramentas, para resolução de problemas que ampliem e ajudem a aquisição de outros conhecimentos. Desse modo, o conhecimento ocorre pela intensa participação do aluno através da efetivação de propostas de ensino adequadas. Tem-se que a "interação entre o sujeito e o objeto, onde a construção do conhecimento ocorre através de situações de desequilíbrio, que promovem a adaptação e a acomodação frente às situações, ocorrendo novo equilíbrio". (POMMER, 2013, p. 5).

A Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e a Teoria da Engenharia Didática de Artigue serão tratadas nas sessões a seguir, pois são teorias que fundamentaram o presente trabalho de pesquisa.

2.2 Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau

Nos anos 80, principalmente na França, as sequências didáticas foram introduzidas nos textos oficiais da educação, com o propósito de organizar a formação nos Liceus profissionais, visando um ensino estruturado em sequências de atividades planejadas, etapa por etapa. (NUNES; NUNES, 2019).

A sequência didática é "uma unidade de trabalho durante a qual os alunos devem colocar em prática suas competências assimiladas, consolidadas, adquiridas anteriormente e não perfeitamente estabilizadas e primordialmente para aquisição de novas competências". (NUNES; NUNES, 2019, p. 152). Então, caracteriza-se por: ser conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas passo a passo; propor a mobilização para o conhecimento; ter a perspectiva de sistematização, de planejamento meticuloso vinculado aos objetivos de ensino. (ZABALA, 1998). Assim, ocorrem as:

> [...] intervenções "passo a passo" dirigido pelo professor com a finalidade de atingir objetivos de aprendizagem sugere a ideia dos elos conectados de uma corrente. Cada elo posterior está devidamente articulado aos elos anteriores e permite outras articulações com elos subsequentes. Uma forma de rede que se estrutura a partir dessas articulações conceituais. (CABRAL, 2017, p. 33).

Desse modo, a sequência didática tem uma dimensão unitária a partir das reflexões feitas no momento de: planejamento, da aplicação e da avaliação. (ZABALA, 1998). Então, essa tríade permite ao professor que:

> O planejamento racionaliza a inevitável articulação entre as reconstruções conceituais e as metodologias alternativas, a aplicação que materializa a viabilidade e pertinência do material sequenciado disponibilizado aos aprendizes e a avaliação que por sua vez permite a (re)elaborações necessárias a partir da análise e discussão dos dados. (CABRAL, 2017, p. 32).

As sequências didáticas surgiram inicialmente no contexto da área de linguagens, com o gênero textual ou oral. Mas outras áreas foram incentivadas a utilizarem, fazendo adaptações conforme os objetos de conhecimento. No ensino de Matemática, para que a sequência didática tenha significado, "é necessário que o professor apresente os conteúdos de forma articulada com foco na exploração de regularidades – padrões sistêmicos – que podem promover, ainda que intuitivamente, o estabelecimento de generalizações". (CABRAL, 2017, p. 37).

Os estudos sobre as sequências didáticas na área de Matemática ganharam diversas adeptos e teorias, como a teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, na França, em 1980. Essa teoria teve origem na análise da relação que existe entre conhecimento escolar, sistema educacional (professor) e aluno.

A teoria das Situações Didáticas traz que o conhecimento escolar será aprendido pelo aluno a partir da comunicação deste pelo professor numa transposição didática, ou seja, o saber científico se transpõe num saber escolar. Então, o professor organiza o conhecimento de forma a transmitir aos alunos uma série de conhecimentos. Enquanto o aluno organiza o conhecimento escolar e toma para si, ocorrendo assim, a aprendizagem. (BROUSSEAU, 2008).

Os estudos desta teoria "baseia-se numa classificação que, independentemente dos conteúdos, traduz as diferentes relações que as situações didácticas podem estabelecer face ao objecto de conhecimento" (ARTIGUE; DOUADY, 1993, p. 52), visando dar uma aprendizagem mais significativa ao aluno a partir de análises da concepção e apresentação de conteúdos matemáticos ao mesmo.

Em sua obra *Introdução ao Estudo das Situações Didáticas* (2008), Brousseau trata de algumas situações, como situações adidática, didática, fundamental e não didática, fazendo definições para diferenciá-las. Mas, primeiramente, define o que seria uma situação, dizendo que é:

> [...] o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável. Algumas dessas *situações* requerem a aquisição "anterior de todos os conhecimentos e esquemas necessários. (BROUSSEAU, 2008, p. 19).

Desse modo, as situações são formas de interação do sujeito com o meio específico, nas quais algumas irão requerer conhecimentos anteriores e outras não. Já as situações matemáticas são "todas aquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor. Reservamos o termo *situações didáticas* para os modelos que descrevem as atividades do professor e do aluno". (BROUSSEAU, 2008, p. 21). Essa última definição apresenta as situações didáticas como um conjunto de relações estabelecidas entre os alunos, os instrumentos e o sistema educativo (professor) visando a construção de um saber.

Na situação adidática, o professor permite ao aluno trilhar os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção didática, tendo somente o papel de mediador. Caracteriza-se pelas situações de devolução, ação, formulação e validação. Assim, temos que:

> Como o aluno não pode resolver, de pronto, qualquer situação adidática, o professor apresenta as que ele é capaz de solucionar. As situações adidáticas elaboradas com fins didáticos determinam o conhecimento transmitido em um determinado momento e o sentido particular que ele assumirá, em razão das restrições e deformações adicionadas à situação fundamental. (BROUSSEAU, 2008, p. 35-36).

A situação fundamental determina o conhecimento ensinado a um dado momento e o significado particular que esse conhecimento vai tomar do fato tendo em vista as escolhas das variáveis didáticas e as restrições e reformulações sofridas em seu processo de organização e reorganização. Já a situação não didática corresponde a aquela que não foi planejada objetivando aprendizagem. (BROUSSEAU, 2008).

Para Brousseau (2008), o mais importante das situações didáticas é o *milieu* (meio), por exemplo, as atividades, os textos e os jogos, que deve favorecer a aprendizagem, ajudando a relacionar os conhecimentos que o aluno tem com aquilo que será aprendido.

Há uma classificação das relações entre o aluno e o meio em três categorias, que são "troca de informações não codificadas ou sem linguagem (ações e decisões); troca de informações codificadas em uma linguagem (mensagens); troca de opiniões (sentenças referentes a um conjunto de enunciados que exercem o papel de teoria". (BROUSSEAU, 2008, p. 27). Isso significa que, na interação com o *milieu,* o aluno tem ações e realiza tomadas de decisões que levam a troca de informações, levanta conjecturas que serão apresentadas por sentenças a serem discutidas e validadas nas discussões que ocorrerão.

O teórico Brousseau (2008) destaca que "a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo". (BROUSSEAU, 2008, p. 22). No entanto, há a necessidade da intervenção do professor para dar a alguns conhecimentos o *status* de saber.

Nesse contexto, Brousseau (2008) destaca que uma sequência didática adequada dar-se-á pelo vínculo entre situações didáticas e situações adidáticas, estabelecendo as etapas de devolução, situação de ação, situação de formulação, situação de validação, componentes das situações adidáticas, e a institucionalização do saber.

Na situação adidática, o ato de devolução ocorre quando o professor propicia ao aluno parte da responsabilidade pela sua aprendizagem, isso se dará pela cessão de uma parte das ações, incluindo-o como protagonista do processo e assumindo os riscos por tal ato. Por exemplo, dando ao aluno uma atividade para pensar e tentar resolver. (BROUSSEAU, 2008).

Na fase de devolução há um paradoxo, consistindo em "que o professor deseje que o aluno elabore a resposta com seus próprios meios, também quer – e tem o dever social de querer – que o aluno dê a resposta correta". (BROUSSEAU, 2008, p. 91).

A situação de ação ocorre quando o aluno reflete seus atos e simula tentativas, faz escolhas do melhor procedimento resolutivo a partir de um esquema de adaptação. Isso decorre da interação do aluno com o *milieu*, que realiza tomadas de decisões para pensar sobre a resolução do problema. Assim, no esquema da situação de ação,

> [...] a aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados. Podemos representar esses conhecimentos por meio de descrições de táticas (ou procedimentos) que o indivíduo parece seguir ou pelas declarações daquilo que parece levar em consideração, mas tudo são só projeções. (BROUSSEAU, 2008, p. 28).

A situação de formulação ocorre com a troca de informação entre o aluno e o *milieu*. Essa situação de conhecimento:

> [...] corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico). O *meio* que exigirá do sujeito do uso de uma formulação deve, então, envolver (efetivamente ou de maneira fictícia) um outro sujeito a quem o primeiro deverá comunicar uma informação. (BROUSSEAU, 2008, p. 29).

Temos que, na formulação, o aluno deve utilizar de uma linguagem mais adequada, sem obrigatoriedade do uso explícito da linguagem matemática formal. Ele poderá fazer ambiguidade, criar redundância, usar metáforas, criar termos novos, não ser claro ou eficaz na mensagem e estabelecer retornos a assuntos anteriores. Mas, em seguida, irá adequar as informações que devem comunicar modificando a linguagem que utiliza habitualmente. (BROUSSEAU, 2008).

O autor ainda afirma que as relações entre os alunos na situação de formulação com as discussões e busca pela solução correta possibilitam que juntos construam os novos conhecimentos, pois:

> [...] a modelagem, no que diz respeito à situação, permite distinguir um novo tipo de formulação: o emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar

> com uma questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em confronto quando há dúvidas. Juntos, encarregam-se das relações formuladas entre um meio e um conhecimento relativo a ele. Cada qual pode posicionar-se em relação a um enunciado e, havendo desacordo, pedir uma demonstração ou exigir que o outro aplique suas declarações na interação com o meio. (BROUSSEAU, 2008, p. 30).

A partir daí, se estabelece a situação de validação, que ocorre quando os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade de suas afirmações, utilizando uma linguagem matemática apropriada, por descrição do que aprenderam ou demonstração do que fizeram.

A institucionalização do saber vem estabelecer convenções sociais e a intenção do professor é revelada. Ele retoma a responsabilidade cedida aos alunos, conferindo aos conhecimentos desenvolvidos o *status* de saber através da formalização das conjecturas e saberes escolares de forma sistematizada. Assim,

> [...] esses feitos e, posteriormente, a argumentação — o fato de garantir a consistência do conjunto das modelagens, eliminando as que são contraditórias, exige um trabalho teórico – mostraram a necessidade de considerar as fases de *institucionalização* que deram a determinados conhecimentos o *status* cultural indispensável de saber. (BROUSSEAU, 2008, p. 31).

Apesar da estrutura organizada para o uso da sequência didática no processo de ensino e aprendizagem, destacamos que a aprendizagem não tem um caráter linear e sem lacunas, pois algumas "das concepções adquiridas não desaparecem imediatamente em benefício de uma concepção melhor: resistem, provocam erros, tornando-se, então, 'obstáculos'". (BROUSSEAU, 2008, p. 48).

Assim, os obstáculos fazem parte do constitutivo do saber e se manifestam pelos erros, não podendo ser ignorados, pois se encontram na "fonte comum: uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um 'conhecimento' anterior bem-sucedido na totalidade de um domínio de ações". (BROUSSEAU, 2008, p. 49).

Trataremos na próxima sessão sobre a metodologia de pesquisa deste trabalho cuja finalidade é analisar as situações didáticas aplicadas neste trabalho, conhecida como Teoria da Engenharia Didática.

2.3 Teoria da Engenharia Didática de Michèle Artigue

Os estudos sobre a teoria da Engenharia Didática feitos por Michèle Artigue surgem entre os anos 1970 e 1980. Tal teoria buscava estudar as condições que visavam favorecer o ensino ou aprendizagem. É considerada uma metodologia de pesquisa com singularidades e fases de utilização.

O termo Engenharia Didática foi empregado numa comparação do esforço pedagógico ao trabalho de um engenheiro, pois:

> [...] para a realização de determinado projeto, se vale dos conhecimentos científicos de seu domínio e aceita submeter-se a um controle de tipo científico. No entanto, ao mesmo tempo, ele é forçado a trabalhar com objetos muito mais complexos do que objetos depurados da ciência e, portanto, tem que lidar de forma prática, com todos os meios disponíveis, problemas que a ciência não quer ou não pode assumir o comando. (ARTIGUE, 1995, p. 33, tradução nossa).

A ideia da teoria tem dupla função "pode ser compreendida tanto como um produto resultante de uma análise a priori, caso da metodologia de pesquisa, quanto como produção para o ensino". (MACHADO, 2008, p. 235). Desta forma, como:

> [...] metodologia de pesquisa, a engenharia didática é caracterizada em primeiro lugar por um esquema experimental baseado nas 'realizações didáticas' em aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. Geralmente distinguem dois níveis: o da micro-engenharia e o da macro-engenharia. (ARTIGUE, 1995, p. 36, tradução nossa).

No contexto dos níveis de pesquisa, as pesquisas de microengenharia são locais, tomam um determinado assunto como objeto de estudo, levando em conta os fenômenos complexos existentes em sala de aula. Já as pesquisas de macroengenharia são as que compõem "a complexidade das pesquisas de microengenharia com a dos fenômenos ligados à duração nas relações ensino/aprendizagem". (MACHADO, 2008, p. 236).

Pelo exposto, a Engenharia Didática é uma proposta de investigação, onde o aluno é investigador e o papel do professor é baseado na engenharia que ele propõe, formalizado por um contrato didático. Nessa linha, visa atender duas questões: as relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; e, o lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa.

Segundo Artigue (2008), a teoria inclui quatro fases: análises preliminares; concepções e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação; análise *a posteriori e* validação.

Nas análises preliminares, o pesquisador busca conhecer o objeto de estudo, para tanto traça estudos sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos didáticos adquiridos, tomando em consideração os objetivos específicos da pesquisa. E, também faz:

- A análise epistemológica dos conteúdos contemplados no ensino

> • A análise do ensino tradicional e seus efeitos
> • A análise das concepções dos alunos, de dificuldades e obstáculos que determinam a sua evolução
> • A análise do campo de restrições onde se vai situar a efetiva realização didática
> • E, claro, tudo o que foi dito acima é feito tendo em mente os objetivos específicos da pesquisa. (ARTIGUE, 1995, p. 38, tradução nossa).

A partir dessas análises haverá uma delimitação das variáveis pertinentes do sistema, variáveis de comando, sobre as quais o ensino pode atuar. Artigue (1995) distingue dois tipos de variáveis de comando: as variáveis macrodidáticas ou globais, que tem relação com a organização global da engenharia; as variáveis microdidáticas ou locais, que tem relação com a organização de uma sequência ou fase. (ARTIGUE, 1995).

Desse modo, a segunda fase, concepção e análise *a priori,* é o momento de invenção, organização e desenvolvimento de situações. A análise “comporta uma parte de descrição e outra de previsão, e está centrada nas características de uma situação adidática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos”. (MACHADO, 2008, p. 243). É a fase que serve para elaboração de situação didática, levantar hipóteses a respeito do que ocorrerá ao final das atividades e quais as dificuldades previstas (parte descritiva e parte preditiva).

Na análise *a priori* das situações didáticas, deve-se:

> • Descrever as seleções a nível local (eventualmente relacionando-as com as seleções globais) e as características da situação didática delas resultante.
> • Analisar o que pode estar em jogo nesta situação para um aluno com base nas possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação disponível para ele, uma vez colocado em prática em uma operação quase isolada do professor
> • Prever os campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise realizada permite controlar o seu significado e garantir, em particular, que se os comportamentos ocorreram, são resultados do desenvolvimento visado pela aprendizagem. (ARTIGUE, 1995, p. 45, tradução nossa).

A partir daí, aplica-se a terceira fase da Engenharia Didática, a implementação da experiência ou experimentação. Nessa fase, há o contato do pesquisador/professor/observador com a população de alunos, objeto de investigação. É o momento em que se aplica as situações didáticas em sala de aula. Ela supõe:

> A explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da experimentação; o estabelecimento do contrato didático; aplicação dos instrumentos de pesquisa; registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais, etc.). (MACHADO, 2008, p. 244-245).

Portanto, o professor poderá durante a aplicação corrigir as situações ou propor alterações, fazer observações e colher dados para uma análise posterior. Em seguida, com essas informações e observações faz-se o tratamento dos dados e uma confrontação da proposta anterior com os resultados após aplicação, inicia-se a última fase da Engenharia Didática, a análise *a posteriori* e validação.

A análise *a posteriori* baseia-se no "conjunto de dados recolhidos ao longo da experimentação, [...] bem como as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são frequentemente complementados com outros obtidos a partir do uso de metodologias externas". (ARTIGUE, 1995, p. 48, tradução nossa).

A validação na Engenharia Didática é, sobretudo, feita de forma interna, pois consiste na comparação entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori.* Então, analisa-se os resultados validando a experiência e hipóteses formuladas ou refutando-as. (MACHADO, 2008). Essa validação pode ocorrer respondendo às perguntas: os objetivos foram atingidos ou não? Caso não, onde falharam?

Portanto, a Engenharia Didática é aquela em que se vai "construir um processo de aprendizagem de um dado conteúdo, apoiando-se em hipóteses teóricas, em fazer uma análise a priori de possíveis efeitos, em observar os efeitos produzidos e compará-los com as previsões". (ARTIGUE e DOUADY, 1993, p. 57). É uma ideologia de inovação presente no domínio educativo e um movimento de valorização do saber prático do professor, considerada como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados na junção do conhecimento prático com o conhecimento teórico.

No entanto, segundo Artigue e Douady (2008), a teoria enfrenta limites tanto da execução, controle de variáveis envolvidas e uma questão deontológica, em que a:

> [...] realização de sequências de aprendizagem concebidas para fins experimentais, implica alunos reais e professores reais, em salas de aula reais. Com todos os problemas institucionais regulados, fica uma pequena margem de manobra à experiência. Os alunos envolvidos devem aprender pelo menos tanto como em situação padrão. Este facto coloca o problema da avaliação das aquisições dos alunos e o da adequação dos critérios de avaliação ao processo de aprendizagem, não somente em termos de competências a curto prazo como também em termos de durabilidade, disponibilidade, adaptabilidade. (ARTIGUE; DOUADY, 1993, p. 52).

Portanto, os experimentos de aprendizagem aplicados nas sequências didáticas, mesmo cuidadosamente planejados e regulados, sofrem distorções, pois os alunos, os professores e as salas de aulas são reais. No entanto, a proposta é que os alunos devem aprender tanto quanto em uma situação padrão de aprendizagem. Sendo que a avaliação deve ter um caráter de avaliar o que foi aprendido e, também, a durabilidade, a disponibilidade e a adaptabilidade das habilidades aprendidas ao longo do tempo.

A seguir iremos detalhar os percursos metodológicos da presente pesquisa.

3 PERCURSOS METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada buscou investigar o estudo de alguns tópicos de função quadrática durante aplicações de situações didáticas em sala de aula e no Laboratório de ensino de Matemática.

Entendemos a necessidade de investigar a realidade e as especificidades do ensino de funções quadráticas, visto que o pensamento algébrico contribui diretamente com o pensar matemático e, os conteúdos e operações que envolvem o cálculo algébrico mostram-se fundamentais no processo de aprendizagem.

A pesquisa possui caráter qualitativo, pois segundo Godoy (1995, p. 57) trata-se de “um trabalho que tem como objetivo a investigação, a compreensão e interpretação de um fenômeno”, de modo a entender os diferentes fatores que contribuem ou influenciam no desenvolvimento do problema, posteriormente construindo hipóteses com base nos elementos observados. Ainda,

> [...] nas abordagens qualitativas, o termo pesquisa ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador. (GARNICA, 1997, p. 111).

Neste método de pesquisa, as hipóteses são construídas de forma indutiva, portanto não existe uma exatidão em relação ao método experimental, por isso há a necessidade de observação, a partir da “escolha adequada de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento”. (FLICK, 2009, p. 23).

Enfatizamos que ao buscar investigar as principais dificuldades para a compreensão e aplicação das funções quadráticas, tomamos esta pesquisa como de cunho exploratório, onde a interpretação dos resultados baseou-se em uma avaliação interpretativa de resolução de questões.

Portanto, foi imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos (avaliação diagnóstica), criando situações nas quais pudessem fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade (BRASIL, 2018). Por isso, buscamos proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, aprimorando nossas ideias ou a descoberta de intuições (GIL, 2019). Assim, a escolha das atividades e dos recursos foi realizada de forma criteriosa.

A pesquisa se caracteriza como estudo de caso, pois permite um estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos (aqui no caso o estudo de alguns elementos da função quadrática), de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento. (GIL, 2008).

Esse grupo de sujeitos possui características em comum, ou seja, estudantes do 1º ano de ensino médio técnico do curso de Administração. Nesse sentido, para o estudo de caso foi necessário identificar um problema, levantar dados, analisar o contexto e chegar a conclusões.

Ainda, o estudo de caso foi efetivado mediante as observações do grupo estudado Gil (2008), e também por meio da análise das atividades realizadas. Assim, o principal foco foi identificar e analisar, descrevendo a realidade encontrada no que diz respeito à compreensão de função quadrática pelos estudantes envolvidos.

Na presente pesquisa, foram desenvolvidas seis situações didáticas aplicadas numa turma do 1º ano de ensino médio técnico do curso de Administração, do Instituto Pleno Rio Anil (IP Rio Anil), uma escola integral com 10 turmas de 1º ano, num total de mais de 400 alunos. A turma era composta por 42 alunos que foi convidada a participar da pesquisa e, prontamente, aceitou. No entanto, apenas 38 alunos efetivamente participaram, sendo que as situações foram aplicadas nos espaços de sala de aula e do Laboratório de Ensino de Matemática, utilizando resolução de problemas, materiais concretos e software Geogebra

Para a análise da pesquisa utilizamos a Engenharia Didática de Artigue (1980). Para isso, partimos da concepção de que a metodologia de ensino utilizada foi a situação didática pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1980), pois consideramos que as atividades desenvolvidas neste trabalho são compostas de uma série de situações didáticas para o ensino de funções quadráticas, em que se utilizou resolução de problemas, materiais concretos, mapa mental[1] e recursos tecnológicos.

---

[1] Mapa mental é uma ferramenta em que se pode transformar uma série de ideias em um diagrama visual. A técnica contribui para desenvolver pensamentos, para assimilar novos conceitos com melhor compreensão e memorização. O conceito foi desenvolvido no início da década de 1970 pelo psicólogo britânico Tony Buzan. Disponível em: https://www.locaweb.com.br/blog/temas/primeiros-passos/mapa-mental-o-que-e-como-fazer-e-para-que-serve/?utm_source=content-marketing&utm_medium=google&utm_campaign=NZN_AON_Search_Interesses_Business_SRCH_Mapamentalaraqueserve&gclid=Cj0KCQjwlumhBhClARIsABO6p-yu1J9DLTc6s8tCoXe5dldjhENrhVcWe2DcgsDWT6Eb9ZCYI1WhMuEaAl4eEALw_wcB. Acesso em: abr. 2023

No desenvolvimento da pesquisa seguimos os seguintes passos: 1. Primeiramente fizemos o levantamento acerca de teóricos e bases curriculares que fundamentam o ensino de função quadrática, analisando aspectos histórico-epistemológico, investigando o seu panorama no ensino de matemática na educação básica brasileira no século XXI através de possíveis entraves e tendências; 2. Foi realizada uma avaliação diagnóstica antes da aplicação das situações didáticas; 3. Em seguida realizamos um estudo de caso por meio da aplicação de seis as situações didáticas, conforme a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, com os alunos da escola investigada abordando o conteúdo de função quadrática; 4. Por fim, analisamos qualitativamente os resultados, utilizando a teoria da Engenharia Didática de Michèle Artigue, reconhecendo as principais contribuições (e obstáculos) vivenciados pelos alunos durante o desenvolvimento das situações didáticas.

Ao analisarmos os resultados das avaliações, tomamos os diversos aspectos subjetivos de interpretação dos problemas e o desenvolvimento das operações envolvidas no estudo das funções quadráticas. Consideramos as estratégias de cálculo e suas especificidades, o que evidenciou a necessidade de recorrer aos documentos curriculares nacionais, como por exemplo, a BNCC (2018) e trabalhos que tratam das dificuldades de aprendizagem no ensino de álgebra, buscando identificar o nível de domínio do conteúdo função quadrática em relação ao que está sendo trabalhado na disciplina de matemática, seja na sala de aula ou no Laboratório de Ensino de Matemática.

No capítulo seguinte, trataremos dos resultados obtidos e das discussões desenvolvidas durante a trajetória de aplicação e análise dessa pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da metodologia de pesquisa adotada, no caso, a Engenharia Didática de Artigue, faremos as análises e discussões dos resultados através das seguintes etapas: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*/validação. Na sessão a seguir, traçamos as análises preliminares como base para elaboração das atividades a serem aplicadas e experimentadas.

4.1 Análise preliminar

A fase das análises preliminares visa um estudo da epistemologia do assunto em questão, considerando o quadro teórico e os conhecimentos didáticos, identificando as concepções do ensino e seus efeitos, assim como as necessidades de aprendizagem. Desse modo, na próxima sessão, iremos realizar essas análises do estudo da função na Matemática.

4.1.1 Análise epistemológica: conceitos e história da gênese da função quadrática

A ideia sobre função surge com os antigos matemáticos gregos. Algumas formalizações ocorreram com René Descartes[2], John Wallis[3] e Isaac Newton[4]. Temos que: Descartes introduziu o sistema de coordenadas cartesianas, permitindo que as funções fossem representadas graficamente; Wallis tentou dar às raízes complexas de uma equação quadrática real uma interpretação gráfica, apresentando uma relação de correspondência entre conjuntos; Newton modelou fenômenos físicos utilizando as funções. (EVES, 2011).

No entanto, foi a teoria de conjuntos, criada no final do século XIX, por George Cantor[5], que possibilitou novos olhares sobre o espaço e a geometria e, também, sobre conceitos básicos, como o de função. A origem da palavra função é latina e foi introduzida, em 1964, por Leibniz[6] e, segundo Eves (2011, p. 660), expressava a "quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva."

Em 1718, com Johann Bernoulli[7], a função é considerada "uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; pouco tempo depois Euler considerou uma

---

[2] René Descarte, que nasceu em 1596 na França, foi um matemático inovador. Escreveu o Discurso sobre o método em que tratou de assuntos sobre ótica, meteorologia e geometria. Ele resolveu problemas geométricos com a álgebra e apresentou soluções de equações algébricas utilizando construções geométricas. Inventou a regra de sinais para localizar raízes de equações polinomiais. Desenvolveu a teoria do movimento planetário na qual vórtices enchem o espaço e empurram os planetas em suas órbitas. (FLOOD; WILSON, 2013)

[3] John Wallis, que nasceu em 1616 na Inglaterra, foi um dos matemáticos mais influente antes de Newton. Foi um escritor produtivo e original em muitos campos. Suas obras mais importantes foram Aritmética dos infinitos e tratado das seções cônicas. Na primeira obra, desenvolveu cálculos de áreas sob curvas e obteve a fórmula da razão das áreas do quadrado e do círculo. Na segunda obra, tratou as seções cônicas como curvas definidas por equações e obteve as propriedades pelas técnicas de na análise algébrica cridas por Descartes. (FLOOD; WILSON, 2013)

[4] Isaac Newton, que nasceu em 1642 na Inglaterra, foi um matemático que em suas obras científicas, como Principia Matemática, trouxe profundidade nos estudos sobre cálculo, séries, curvas cúbicas, leis sobre movimento e gravitação. Destacou que a força que faz os objetos caírem na Terra é a mesma que mantém os planetas orbitando em torno do Sol. (FLOOD; WILSON, 2013)

[5] George Cantor, que nasceu em 1845 na Rússia, criou a moderna teoria dos conjuntos. Determinou a importância das correspondências biunívocas entre conjuntos e criou a teoria dos números transfinitos, mostrando que os infinitos podem ter tamanhos diferentes, ou seja, as cardinalidades diferentes. (FLOOD; WILSON, 2013)

[6] Gottfried Leibniz, que nasceu em 1646 na Alemanha, foi considerado o maior teórico da lógica e da linguagem desde Aristóteles. Criou a aritmética binária e a máquina de calcular. No cálculo elaborado por ele fez somas e subtrações em que inseriu novos símbolos, com de diferenciação e integral. (FLOOD; WILSON, 2013)

[7] Johann Bernoulli, nasceu em 1667 na Suiça, irmão de Jacob Bernoulli, foi um matemático que trabalhou como tutor do marquês de l'Hôpital e Leonhard Euler. Desenvolveu estudos no cálculo integral definindo a integração como inverso de diferenciação. Propôs o problema de braquistócrona – encontrar a curva de descida mais rápida – e para resolver fez uma abordagem utilizando famílias de curva, o que deu origem ao cálculo de variações. (FLOOD; WILSON, 2013)

função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes." (EVES, 2011, p. 660-661). Portanto, as ideias algébricas tornam-se fortes e muito utilizadas para resolução dos problemas matemáticos.

Há diversos tipos de funções, porém, na análise em questão iremos destacar a gênese da função polinomial do 2º grau, também conhecida como função quadrática, em que sua origem está associada à resolução da equação do 2º grau, considerando-se, em princípio, as interpretações geométricas.

Ao longo da história, há quase quatro mil anos, foram encontrados registros em escritos babilônicos com problemas antigos de equação do 2º grau que originaram o estudo dessas funções. Temos, por exemplo, a questão para encontrar dois números conhecendo sua soma (s) e seu produto (p). Geometricamente, este problema recai na determinação dos lados de um retângulo conhecendo o semiperímetro e a área. (LIMA, 2013).

Na Grécia, com Arquimedes[8], Apolônio[9] e outros matemáticos gregos, as ideias sobre função quadrática são disseminadas com os estudos sobre as propriedades da parábola. Segundo Pedroso (2010), temos que, apesar da:

> [...] dificuldade no tratamento com os números, racionais e irracionais, e a falta de praticidade do sistema de numeração grego, que era literal, além do gosto natural pela geometria, levou essa civilização (500 a 200 a.C.) a desenvolver um tratamento geométrico de muitos problemas matemáticos, dentre os quais, a solução de equações do 2° grau. Em "Os Elementos" de Euclides particularmente encontra-se algumas proposições desse tipo de equação. (PEDROSO, 2010, p. 3).

Os hindus também contribuíram com as equações do 2º grau, quando utilizaram o método de completamento de quadrados (método hindu) para resolver as equações. Eles aceitavam os números negativos e irracionais como respostas e sabiam que as equações tinham duas raízes formais. (EVES, 2011).

No século IX, o matemático *Al-Khwarizmi*[10] foi o primeiro a apresentar a solução geral de uma equação quadrática utilizando os métodos algébricos. Ele escreveu uma obra conhecida

---

[8] Arquimedes, nasceu por volta de 287 a.c na ilha da Sicília, foi um dos maiores matemáticos e trabalhou na geometria com cálculo de áreas, superfícies e volume de diversos sólidos. Listou os sólidos semirregulares, estudou as espirais e estimou o valor de pi (π). Na matemática aplicada, contribuiu para os estudos da hidrostática e descobriu a lei da alavanca. (FLOOD; WILSON, 2013)

[9] Apolônio de Perga, nasceu por volta de 262 a.c em Alexandria, foi conhecido como grande geômetra. Escreveu o tratado sobre as cônicas. Criou o círculo de Apolônio em que define da seguinte forma: suponhamos que um ponto P se mova no plano de modo que a sua distância a um ponto A mantenha uma razão fixa ($\neq 1$) em relação à distância ao ponto B. Então o ponto traça um círculo. (FLOOD; WILSON, 2013)

[10] *Mohamed-ibn-Musa Al-Khwarizmi,* nasceu por volta de 783 a.c na Pérsia, foi um matemático da Casa da Sabedoria para estudos de matemática e astronomia. Ele descreveu soluções de equações lineares e quadráticas, usou a forma geométrica de completar quadrados para resolver equações do 2º grau. (FLOOD; WILSON, 2013).

como *Al-Jabr w'al-Muqabala*, trazendo pela primeira vez a palavra álgebra. Seu trabalho influenciou muito a Matemática árabe e europeia, tornando a palavra *al-jabr* sinônimo de ciência das equações. (EVES, 2011).

Porém, o termo álgebra tomou um significado mais amplo na Europa, na metade do século, com os mouros da Espanha, pois "quem consertava ossos fraturados chamava-se algebrista; e como os barbeiros medievais dedicavam-se adicionalmente a essa tarefa, eles próprios se chamavam de algebristas" (EVES, 2011, p. 266). Interessante que a concepção de algebrista, na visão profissional, caracterizava-se como ideia de organizar, consertar ou arrumar.

No final do século XVI, o matemático François Viète[11] começou a usar fórmulas para determinar as raízes da equação $x^2 - sx + p = 0$, que no caso são: $x = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p}$ e $s - x = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p}$, em que s representava a soma das raízes e p representava o produto das raízes. O que existia era uma espécie de receita de como proceder em exemplos concretos com coeficientes numéricos. (LIMA, 2013).

Durante a Renascença, a função quadrática ganhou grande importância na matemática europeia. O italiano Gerolamo Cardano[12], em seu livro *Ars Magna*, descreveu métodos para resolver equações quárticas e cúbicas, aplicando álgebra e equação do 2º grau. Foi estudada por matemáticos como Leonardo da Vinci[13], Galileu Galilei[14] e Johannes Kepler[15]. Galileu usou a função quadrática para estudar o movimento dos objetos em queda livre. O alemão Johannes Kepler, em suas investigações sobre o movimento dos planetas, utilizou extensivamente a função do 2º grau para descrever as órbitas elípticas dos planetas ao redor do Sol. (EVES, 2011).

---

[11] François Viéte, nasceu em 1540 na França, foi um matemático formado em Direito que escreveu sobre astronomia, trigonometria e álgebra. Suas principais contribuições consistem em usar a álgebra para mostrar soluções geométricas e de notação com letras para representar quantidade conhecidas e desconhecidas. (FLOOD; WILSON, 2013).

[12] Gerolamo Cardano, nasceu em 1501 na Itália, foi um matemático que escrevia sobre temas de física, medicina, álgebra e probabilidade. Publicou o livro Ars Magna em 1545 em que tinham métodos de resolver equações cúbicas e quárticas. (FLOOD; WILSON, 2013).

[13] Leonardo da Vinci, nasceu em 1452 na Itália, trabalhou como pintor e engenheiro do duque de Milão. Estudou bastante a geometria, investigou várias abordagens sobre quadratura do círculo e usava o número de ouro ao elaborar proporções dos seus quadros. (FLOOD; WILSON, 2013).

[14] Galileu Galilei, nasceu em 1592 na cidade de Pisa, Itália, foi matemático e filósofo que divulgou a ideia de Copérnico de que a Terra girava em torno do sol e não era o centro o universo. Foi um astrônomo que fez uso de telescópio e escreveu o livro Os dois principais sistemas do mundo em que tratava de discussões entre dois filósofos e um leigo a respeito das posições astronômicas. (FLOOD; WILSON, 2013).

[15] Johannes Kepler, nasceu em 1571 na Alemanha, foi um matemático que elaborou o modelo do sistema solar, as leis planetárias, tinha interesse no cálculo integral de áreas e volume e estudou os poliedros. (FLOOD; WILSON, 2013).

A função quadrática, ao longo do tempo, tornou-se uma ferramenta importante em muitas áreas da ciência, incluindo física, engenharia, economia, ciências sociais e muitas outras. Portanto:

> O conceito de função permeia grande parte da matemática [...] parece representar um guia natural e efetivo para a seleção e desenvolvimento do material de textos de matemática. Enfim, é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática. (EVES, 2011, p. 661).

Desse modo, a função é amplamente utilizada para modelar o comportamento de sistemas dinâmicos, para descrever o movimento de objetos em queda livre, para prever a taxa de crescimento de populações, para calcular a distância entre dois pontos em um plano cartesiano, e muitas outras aplicações práticas. Na próxima sessão, faremos o estudo das funções nos livros didáticos brasileiros ao longo do tempo.

4.1.2 Análise institucional: o estudo de funções nos livros didáticos brasileiros

A elaboração dos livros didáticos no Brasil perpassa por diversas reformas educacionais, que surgiram de discussões internacionais sobre o ensino de Matemática ocorridas no século XIX. Houve a criação de comissões como Internationale Mathematische Unterrichtskommission (IMUK) e Comission Internacionale de l’Enseignement Mathemátique (CIEM) que visavam discutir as novas estratégias de ensino e disseminaram ideias influenciadoras na educação do Brasil. (VALENTE, 2005).

O professor Euclides Roxo, diretor do Colégio Pedro II, propôs uma reforma ao ensino de Matemática no Brasil que consistia em criar a disciplina de Matemática, fazendo uma fusão da aritmética, álgebra, geometria e trigonometria para o ensino, e, também, trouxe a necessidade da formação do educador matemático. (VALENTE, 2005).

Com a criação do Ministério da Educação e Saúde Pública, pelo governo de Getúlio Vargas, foram implantadas mudanças educacionais no Brasil, com o ministro Francisco Campos. Segundo Valente (2004), o ministro:

> [...] convocou Euclides Roxo para estruturar o ensino da matemática em nível nacional no secundário. Roxo aproveitou a experiência desenvolvida no Colégio Pedro II e fez constar da primeira reforma nacional do ensino, que ficou conhecida como “Reforma Francisco Campos”, o ensino de Matemática para todas as cinco primeiras séries do Curso Fundamental. Dividido em Fundamental e Complementar, o ensino secundário extinguirá, a partir da Reforma, as antigas disciplinas autônomas Aritmética, Álgebra e Geometria. (VALENTE, 2004, p. 3).

A Reforma Francisco Campos trouxe o modo como os conteúdos de Matemática deveriam ser tratados didaticamente. O livro deveria seguir as orientações 'Instruções Metodológicas', ou seja,

> [...] a introdução do conceito de função, desde a primeira série do Curso Fundamental, e o seu desenvolvimento como conceito unificador dos ramos matemáticos (Aritmética, Álgebra e Geometria); um curso de Geometria Intuitiva que progressiva e articuladamente à Aritmética e à Álgebra caminharia para a Geometria Lógico-Dedutiva; o uso do Método Heurístico para a introdução e desenvolvimento dos conteúdos de ensino; a utilização de questões práticas, definidas nas Instruções como [...] as aplicações no domínio das ciências físicas e naturais, bem como no campo da técnica, preferindo-se exemplos e problemas que interessem às cogitações dos alunos. (VALENTE, 2004, p. 5).

A partir daí, vários livros para o ensino de Matemática foram publicados trazendo as ideias propostas por Euclides Roxo. Então, foram lançadas quatro coleções: "Como se aprende mathematica, em dois volumes, de Savério Cristófaro; o Curso de Mathematica elementar, em três volumes, de Euclides Roxo; Mathematica, em três volumes, de Cecil Thiré e Mello e Souza; e Primeiro ano de mathematica, de Jacomo Stávale". (DASSIE, 2011, p. 1).

Nos livros publicados por Cristófaro, em 1929, quanto ao conteúdo de funções, estes não apresentavam destaque ao conceito de função, pois traziam uma abordagem da:

> [...] representação gráfica de funções não favorece atribuição de significados, pois apesar de existir um capítulo denominado Diagramas a relação de dependência só é apresentada a partir de uma equação indeterminada onde procedimentos algébricos são citados para obter uma relação entre duas variáveis [...] apenas a representação de funções a partir da relação expressa de forma algébrica com a construção de tabelas. (DASSIE, 2011, p. 3).

Porém, nos livros elaborados por Euclides Roxo, que traduzem a renovação do ensino de Matemática, há inovações ao tratar o assunto de funções. Temos que, o capítulo 07, do primeiro volume, "é caracterizado pelo tratamento da informação. A articulação entre dados numéricos, tabelas, gráficos e linguagem algébrica é feita a partir de diferentes contextos, como por exemplo, altitudes de picos, extensão territorial, populações, produção de mercadorias". (DASSIE, 2011, p. 3).

No capítulo 08, do segundo volume, denominado *Noção de função – Proporcionalidade*, temos que:

> A noção função é dada pela noção de dependência. Ao longo do capítulo o conceito de função é apresentado analiticamente, por representação gráfica, algebricamente por uma expressão e aritmeticamente por meio de tabelas. Destaca-se a discussão sobre

> dependência proporcional articulando a representação gráfica e os conceitos de inclinação e declividade e a proporcionalidade inversa articulada com as funções do tipo y = a/x. (DASSIE, 2011, p. 6).

No capítulo 11, do segundo volume, foram articuladas as resoluções de problemas com o conceito de função através do tratamento gráfico, geométrico e algébrico nas soluções. Isso ocorreu com a utilização de "diversos contextos, como por exemplo, conversão de escalas termométricas, movimento uniforme, horários das estradas de ferro e problemas da antiguidade." (DASSIE, 2011, p. 6).

As obras de Euclides Roxo foram consideradas instrumentos com novas abordagens de alguns conteúdos matemáticos, havendo uma predominância dos processos algébricos utilizados para resolução de problemas, que podem ser de várias maneiras solucionados. (DASSIE, 2011). Também, nestes livros, há "o uso de recursos didáticos, como por exemplo, os instrumentos de medida e de construção geométrica, as orientações para a construção dos modelos dos sólidos, o uso da reta numérica e as notas históricas ao longo dos capítulos." (DASSIE, 2011, p. 7).

No livro de Cecil Thiré e Mello e Souza, temos que o "conceito de função não é explorado como ideia axial do ensino. Portanto, principalmente no segundo volume, é possível separar os capítulos em blocos de aritmética, álgebra e geometria". (DASSIE, 2011, p. 8). Assim, temos que nos primeiros volumes os:

> [...] capítulos sobre razão e proporção não destacam a relação entre duas grandezas de forma a conduzir ao conceito de função por dependência, nem se articulam com processos algébricos. [...] Assim, por exemplo, o conceito de função torna-se um estudo isolado e passa a constituir um conteúdo exclusivamente algébrico. Em particular, o capítulo VI do terceiro volume, trata as funções $y = x^m$, $y = 1/x^m$ e $y = \sqrt{x}$ apenas graficamente. (DASSIE, 2011, p. 9).

Portanto, os livros de Cecil Thiré e Mello e Souza se apresentam como obras que não articulam os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria como foi proposto nos livros escritos por Euclides Roxo. O assunto de função é tratado só no aspecto algébrico ou gráfico, no segundo volume, e o conceito de função é tratado como uma relação de dependência entre duas grandezas, no primeiro volume. ((DASSIE, 2011)

No ano de 1930, a Companhia Editora Nacional lança o livro Primeiro ano de mathematica de Jacomo Stávale. A obra traz uma distribuição diferente de conteúdos em relação aos programas dos primeiros anos da época, pois pretendia atingir os públicos do primeiro ano dos Cursos Ginasiais seriados e das Escolas Complementares anexas às Escolas Normais. (DASSIE, 2011)

Em suas obras, observamos que não há preocupação de estudos aprofundados sobre funções, conforme Dassie (2011, p. 10), os "gráficos são tratados num pequeno capítulo que iniciasse com a marcação de pontos no plano cartesiano e segue com a representação gráfica de 2x+3, após uma reduzida exposição de exemplos sobre função".

Com a posse do ministro Gustavo Capanema, em 1934, no Ministério da Educação e Saúde Pública, houve a proposta de reforma na organização do ensino secundário, a Reforma Capanema. Ela não evidenciou mudanças quanto a inserção de conteúdos matemáticos ou novas abordagens na produção de livros didáticos, então, a abordagem do assunto funções não foi contemplado. Para Valente (2004):

> A Reforma Gustavo Capanema apenas elencou os conteúdos da disciplina que deveriam ser ensinados nas diferentes séries do ensino secundário. Com ela, a disciplina ganhou novas feições. A análise das coleções evidencia que a apropriação que os autores fizeram da nova reforma traduziu-se pela manutenção em separado dos ensinos de Aritmética, de Álgebra e de Geometria, mesmo que sob o manto de uma única disciplina chamada Matemática. (VALENTE, 2004, p. 6)

Já no início da década de 1950, o ministro da educação Ernesto Simões Filho propõe uma nova mudança nos programas de conteúdos e das orientações pedagógicas das disciplinas para o ensino secundário, ginasial e colégio. Surge a simplificação dos programas reduzindo ao limite mais básico, a proposta ao currículo reduzido de Matemática ficou conhecido como *Programa Mínimo*. Segundo Marques:

> [...] a ideia de se estabelecer programas mínimos para o ensino das disciplinas, não está simplesmente relacionada com a diminuição dos conteúdos, mas preponderantemente, com a possibilidade de serem elaborados planos de desenvolvimento desse programa mínimo de acordo com as especificidades de cada região. (MARQUES, 2005, p. 55).

Com os programas divulgados pela Portaria de 1951, destacamos que nas instruções metodológicas a Matemática é tomada como uma disciplina fundamental à formação do adolescente. Temos que, novamente, o conteúdo de funções não teve abordagem na portaria. Assim, os programas foram considerados só uma continuidade da Reforma de Capanema. (MARQUES, 2005).

Na década de 60, com o desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna, o professor Osvaldo Sangiorgi influenciado pelas ideias desse movimento ofereceu um curso de aperfeiçoamento aos professores brasileiros visando o processo de implantação dessa tendência nas escolas do país. Suas obras são um exemplo dos livros didáticos representantes do movimento. (ALVES, 2005).

Da década de 70 até a década de 90, temos que a Lei nº 56912/71 trouxe a possibilidade de as escolas brasileiras elaborarem seus próprios currículos escolhendo disciplinas obrigatórias e optativas integralizadas pela parte diversificada. Houve divulgações e orientações da Educação Matemática para o ensino voltado a resolução de problemas, através de trabalhos de Polya (1945) e dos livros de Matemática de alguns autores brasileiros, como Di Pietro Netto. (OLIVEIRA, 2019).

Desse modo, temos que no final do século XX as ideias disseminadas pelo Movimento da Matemática Moderna trouxeram "o conceito de função através da teoria de conjuntos já se encontrava consolidado nos livros didáticos, porém com foco voltou-se para o estudo de diferentes meios/métodos de abordar esse conceito, com o intuito de facilitar sua compreensão por parte dos estudantes." (OLIVEIRA, 2019, p. 49). A partir daí, os conceitos matemáticos receberam uma contribuição relevante através de estudos que ajudaram no processo de ensino e aprendizagem de Matemática utilizando estratégias diversificadas.

Na próxima sessão, faremos uma abordagem de alguns entraves e de tendências no ensino de Matemática na educação básica do Brasil no século XXI trazendo um aporte histórico e documental, desde as Constituições Federais até as leis da educação.

4.1.3 Análise didática: alguns entraves e tendências para o ensino de Matemática na educação básica do Brasil no século XXI

A educação no Brasil é estabelecida como direito de todos os cidadãos a partir da constituição de 1824, outorgada por D. Pedro I, que em seu artigo 179, descreve:

> Art. 179. A inviolabilidade dos Direitos Civis, e Políticos dos Cidadãos Brazileiros, que tem por base a liberdade, a segurança individual, e a propriedade, é garantida pela Constituição do Imperio, pela maneira seguinte. [...] XXXII. A Instrucção primaria, e gratuita a todos os Cidadãos. XXXIII. Collegios, e Universidades, aonde serão ensinados os elementos das Sciencias, Bellas Letras, e Artes. (BRASIL, Constituição de 1824).

Porém, o termo cidadão não incluiu todos os nascidos ou residentes no país. Sendo que foram considerados cidadãos brasileiros, conforme artigo 6º da Constituição de 1824, os ingênuos e libertos nascidos no Brasil, os filhos de pai brasileiro, os ilegítimos de mãe brasileira nascidos no exterior que tivessem domicílio no Império, os brasileiros naturalizados e os filhos de pai brasileiro em serviço em país estrangeiro, ainda que não se estabelecessem no Brasil, além de todos os nascidos em Portugal e suas possessões que residissem no país por ocasião da Independência. (BRASIL, Constituição de 1824).

Assim, as constituições seguintes trouxeram retrocessos e avanços educacionais para o Brasil. A Constituição de 1891 não trouxe nenhum artigo que garanta de maneira clara o acesso livre e gratuito ao ensino. A Constituição de 1934 foi a primeira que citou o Plano Nacional de Educação (PNE) e a lei que regularizou o sistema de educação brasileiro, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB). As Constituições de 1937 e 1946 contribuíram para vários debates sobre a Lei de Diretrizes e Bases, contribuindo para o primeiro projeto de lei a respeito, promulgado em 196, no governo João Goulart. (OLIVEIRA, 2019).

Com a Constituição de 1971 a Lei de Diretrizes e Bases foi alterada, inserindo no currículo de ensino do 1º e 2º graus a obrigatoriedade de um núcleo comum e uma parte diversificada, que orientava o aprofundamento de estudos gerais aos estudantes por indicações de professores e orientadores, ou seja, visava uma educação profissional. (LDB, 1971, art. 4º).

No entanto, foi na Constituição de 1988 que se iniciou a reformulação do ensino, propondo a indicação de currículo mínimo para o ensino fundamental, o ensino na língua portuguesa, salvo nas comunidades indígenas que se deve assegurar a língua materna das tribos e a facultatividade do ensino religioso. No âmbito do ensino de Matemática, o currículo foi composto por tópicos de conteúdo a serem ministrados.

Já, no final da década 70 e durante os anos 80, surgiram a Educação Matemática (EM) no Brasil, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e o crescimento dos cursos de pós-graduação em Educação Matemática, propondo um novo olhar do ensino de Matemática no país. Assim, os objetivos fundamentais seriam "a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática, e sob a perspectiva científica, desenvolver a EM como campo de investigação e de produção de conhecimentos". (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022, p. 193).

Em 1996, no governo de Fernando Henrique Cardoso, houve uma alteração da LDB. Ela instituiu a Política Educacional Brasileira, pois favoreceu a obrigatoriedade da educação básica e superior a todos os estudantes brasileiros, o ensino de Matemática e o uso de metodologias de ensino que estimule a iniciativa dos alunos através das resoluções de problemas. Alguns dos objetivos dessa lei eram: garantir ampliação do direito da educação dos 4 aos 17 anos; organização da educação nacional com a distribuição de competências educacionais entre a União, Estados, Distrito Federal e Municípios; obrigações dos estabelecimentos de ensino, dos docentes e dos sistemas de ensino. (BRASIL, LDB, 1996).

Devemos destacar que, a respeito das tendências em Educação Matemática no século XXI, citamos: a resolução de problemas; a modelagem matemática; a etnomatemática; a formação de professores que ensinam a Matemática; psicologia da educação Matemática e as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) no ensino da Matemática, atualmente chamadas de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs).

A resolução de problemas é uma tendência que propicia aos alunos a aplicação dos conhecimentos matemáticos utilizando atividades para solucionar problemas, a fim de desenvolver a "aptidão em relação aos seus próprios processos cognitivos e de pensar sobre eles, proporcionando aos alunos situações desencadeadoras de aprendizagem que possibilitem a concretização e o desenvolvimento dos seus conhecimentos". (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022, p. 193).

A modelagem matemática trata de analisar ou construir modelos baseados na realidade, visando compreender os conteúdos matemáticos e oferecer "possíveis mecanismos que auxiliem na resolução das dificuldades dos estudantes e entraves do seu desenvolvimento cognitivo na formação do pensamento matemático". (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022, p. 193).

A etnomatemática consiste na interrelação da realidade histórica de um conceito matemático e a compreensão da construção deste numa sociedade, ou seja, "uma perspectiva que articula o conceito matemático com uma maior abrangência, a qual o sujeito está inserido e suas contribuições culturais, possibilitando assim, a contextualização e a valorização do sujeito pertencente a esse ambiente". (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022, p. 193).

A respeito da formação de professores que ensinam Matemática, Fiorentini (2008, *apud* Alves; Amaral; Garcia, 2022, p. 193-194) diz que:

> [...] a prática pedagógica para o ensino dos conceitos matemáticos precisa ser pensada como uma unidade entre professor, aluno, currículo e contexto, atrelado a uma prática docente dialética, a qual o processo de formação seja um movimento contínuo de (re)produção, (re)construção, (re)significação dos conhecimentos que envolvem sua formação e prática docente.

A psicologia da Educação Matemática é uma tendência que vem compreender como os indivíduos aprendem matemática e como os professores podem facilitar esse processo de aprendizagem. Ela combina princípios da psicologia cognitiva, da psicologia do desenvolvimento e da educação para explorar as habilidades e processos mentais envolvidos na aprendizagem da matemática. (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022).

As Tecnologias da Informação e da Comunicação no ensino da matemática surge a partir da existência das novas tecnologias, como "o computador e a internet, possibilitando que os educadores matemáticos pudessem ampliar suas práticas de ensino incorporando-os para os conceitos matemáticos". (ALVES; AMARAL; GARCIA, 2022, p. 194).

Essas novas formas de ensinar Matemática, a partir da década de 1980, caracterizam a formação dos educadores matemáticos. Na educação escolar Matemática brasileira as mudanças vêm acontecer com a homologação da Base Nacional Curricular (BNCC) do ensino fundamental e médio, visando instituir o currículo mínimo dos componentes curriculares das escolas brasileiras. E, as tendências em Educação Matemática permanecem nos documentos educacionais do Brasil como metodologias de ensino de Matemática. (OLIVEIRA, 2019).

Na sessão a seguir faremos as análises *a priori* das seis situações didáticas a serem aplicadas utilizando as etapas da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

4.2 Análise *a priori*

A análise *a priori* é uma fase da Engenharia Didática que, conforme Almouloud e Coutinho (2008, p. 67), objetiva "determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido". Dessa forma, essa fase propõe que devemos:

> • Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação adidática desenvolvida.
> • Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem;
> • Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem. (ALMOULOUD; COUTINHO, 2008, p. 67).

Portanto, fizemos uma avaliação diagnóstica (Apêndice A) dos conhecimentos prévios dos alunos e, em seguida, a análise *a priori* das situações didáticas dividindo em situação de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização.

Após aplicarmos a avaliação diagnóstica com os alunos, observamos que:

✓ Alguns alunos não souberam conceituar ou definir a função ou o zero da função, sendo que aqueles que responderam não fizeram de forma correta;

✓ Quanto a localização de pontos no plano cartesiano, temos que grande parte dos alunos conseguiu posicionar os pontos pedidos;

✓ No entanto, na questão referente a determinação das coordenadas dos pontos, os alunos não souberam representar as coordenadas dos pontos no plano cartesiano;

✓ Não souberam determinar o tipo de função através da expressão dada, nem definir o que é uma equação do 2º grau ou exemplificar;

✓ Os alunos tiveram dificuldades de encontrar a lei de formação de uma função;

✓ Quanto a realização de práticas em Laboratório, obtivemos que a maioria dos alunos consideraram que nesses momentos constroem as ideias dos conteúdos mexendo, fazendo e calculando, e, também, que sempre deve haver essas práticas;

✓ Quanto a aprenderem Matemática, a maioria dos alunos disse que entende pouco e as atividades em grupo facilita o entendimento. Porém, poucos alunos registraram que gostam muito e aprendem facilmente a Matemática.

A partir dos resultados obtidos, traçamos a concepção das situações didáticas e, a seguir, faremos a análise *a priori* de cada situação didática apresentando-as baseadas nas etapas de situação de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização da teoria de Brousseau.

4.2.1 Situação didática 01: situação-problema introdutória

A situação didática 01 (situação-problema introdutória) foi escolhida por se tratar de um problema do contexto administrativo. Para resolver a situação-problema (Apêndice B), os alunos devem utilizar os seguintes conhecimentos prévios: conceito, lei de formação, domínio e imagem de função.

Na **situação de devolução**, temos que a situação-problema será entregue as duplas, conforme a proposta contextualizada de serem sócios de uma empresa fictícia.

Na **situação de ação**, os alunos lerão e interpretarão a situação-problema visando solucionar as questões propostas. Nesse momento, os alunos deverão traçar ideias e discussões visando analisar o que sabem, simular tentativas, organizar o que fizeram e verificar as ideias colocadas pelos grupos. Portanto, desenvolverão a habilidade 302, da competência 03 de Matemática e suas Tecnologias da BNCC do Ensino Médio, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

> Habilidade: (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 527-528).

Desse modo, temos que na **questão 01** da situação-problema (Apêndice B), os alunos irão relembrar e aplicar os conteúdos aprendidos de função explicando a ideia desenvolvida para construção da lei de formação da função lucro da empresa e sua representação, conforme dados e informações disponibilizados.

Na **questão 02** (Apêndice B), esperamos que os alunos determinem o valor da imagem da função lucro da empresa a partir de um determinado valor do domínio, conforme dados e informações da situação-problema, e, também, através da utilização da lei de formação encontrada na questão 01.

Já na **questão 03** (Apêndice B), terão que caracterizar o tipo de função que representa a função lucro da situação-problema, tomando por base a lei de formação obtida na questão 01. Para tanto deverão encontrar uma expressão algébrica simplificada do 2º grau e a partir dos conhecimentos sobre equação do 2º grau associar a função obtida para responder e justificar.

Na **situação de formulação**, após leitura, interpretação e discussões da situação-problema, esperamos dos alunos que com os conhecimentos prévios e associações consigam responder as questões. Sendo que na **questão 01**, esperamos que os alunos determinem a expressão que representa a função lucro (L(x)), a partir da relação entre as variáveis receita (R(x)), custo (C(x)) e despesa fixa, reconhecendo que a função lucro é a diferença entre essas variáveis. Deverão representar a expressão da receita obtida por unidade vendida, posteriormente, representar o gasto que será atribuído ao custo e a despesa. Encontrarão a forma:

$$L(x) = (500 – x)x – 100x – 10000 = (500 – x)x – (100x +10000).$$

Ou, para facilitar a identificação e resolução das demais questões, os alunos deverão simplificar a expressão obtida e organizar da forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Desse modo, encontrarão a expressão:

$$L(x) = - x^2 + 400x – 10000.$$

Na **questão 02**, os alunos deverão utilizar os conceitos aprendidos sobre domínio, contradomínio e imagem de uma função. Deverão reconhecer o valor do domínio dado, o valor da incógnita x, e substituir na expressão da função lucro, estando a função na forma de uma função quadrática ou não. Tem-se, também, que resolverão a expressão numérica que surgirá na substituição da variável x na lei de formação da função lucro. Portanto, deverão encontrar a resposta: o lucro L(x) é R$ 20.000, ou seja, L(x) = 20.000.

Na **questão 03**, os alunos irão analisar a expressão obtida na questão 01, deverão fazer uma comparação com expressões algébricas e a equação do 2º grau para caracterizar o tipo de função que representa a função lucro da situação-problema. Assim, chegarão à conclusão de que é uma função do 2º grau, já que o maior expoente da expressão é dois, caso simplifiquem a expressão obtida na questão 01, ou até mesmo chegarão a ideia que é uma função quadrática. Sendo que a justificativa dar-se-á da comparação realizada com a expressão algébrica do 2º grau e seus conhecimentos prévios.

Na **situação de validação**, esperamos que as duplas de alunos apresentem e expliquem suas soluções sobre a situação-problema a fim de validar ou corrigir os processos para chegarem as respostas e as próprias respostas encontradas. Para tanto, serão convidados ao quadro branco para expor e defender suas respostas, usando uma linguagem matemática apropriada, e verificar se estão corretas.

Na **situação de institucionalização,** a professora mediadora intervirá, mostrando quais as explicações e respostas corretas às questões discutidas. Nesse caso, deverá expor:

(I) definição e caracterização de uma função quadrática, mostrando a representação algébrica geral e exemplos para identificação de elementos;

(II) apresentar a relação de dependência entre o lucro, a receita, o custo e a despesa com a quantidade de produtos vendidos na função dada pela situação-problema;

(III) relembrar a teoria sobre conjunto domínio, contradomínio e imagem de uma função;

(IV) relembrar a teoria de expressão algébrica, como, por exemplo, simplificações, valor numérico e grau.

Na próxima sessão, faremos a análise *a priori* da situação didática 02.

4.2.2 Situação didática 02: prática de equação do 2º grau com material concreto

A situação didática 02 (prática de equação do 2º grau com material concreto) foi criada para relembrar ou ensinar o conteúdo de equação do 2º grau, devido ao momento de pandemia de COVID-19[16], em 2020 e 2021, em que os alunos ficaram afastados presencialmente da escola e ocorreram diversas dificuldades de ensino e aprendizagem de conteúdos curriculares.

Para realizar a prática (Apêndice C), os alunos deverão ter os seguintes conhecimentos prévios: definição de equação do 2º grau, representação, área de um retângulo, polinômios, resolução de equação do 1º e 2º grau.

Na **situação de devolução**, o roteiro da prática com equação do 2º grau será entregue às duplas dos grupos 01 e 02. Há duas etapas na prática, uma que os alunos deverão responder questões que exploram os conhecimentos de assuntos já abordados, e outra em que deverão utilizar modelagem e material concreto para encontrarem soluções as equações do 2º grau. Eles tomarão para si a situação fazendo a leitura, levantando questionamentos/dúvidas e fazendo as discussões necessárias para chegarem à conclusão da prática.

Na **situação de ação**, os alunos deverão iniciar a leitura para compreensão do que deverão responder e fazer. Em seguida, receberão folhas A4, cola e as figuras em EVA (Etileno Acetato de Vinila), de formatos diferentes que representarão a variável x e número naturais, para que as duplas façam a prática construindo os retângulos a partir de equações do 2º grau. Esperamos que escrevam as expressões de cada lado do retângulo a fim de encontrar os valores da variável x para que a área da figura seja nula. Desse modo, determinarão as raízes das equações do 2º grau analisando a ideia geométrica.

Portanto, desenvolver a habilidade 09 e 19 do 8º ano de Matemática da BNCC do Ensino Fundamental, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA 3 - Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 267)
> Habilidades: (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax2 = b. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (BRASIL, 2018, p. 313)

Na **situação de formulação**, esperamos que as duplas coloquem as resoluções no roteiro e as construções das figuras a partir das equações do 2º grau dadas, que ficarão

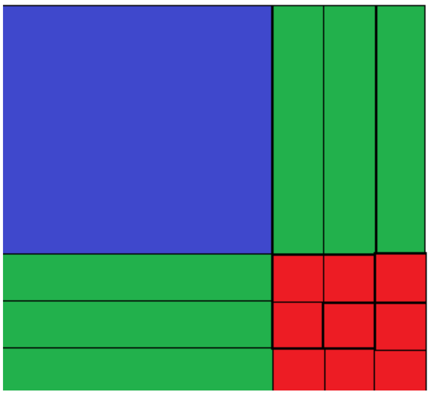
[16]A Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou que o Covid-19, causado pelo novo coronavírus, já é uma pandemia. Segundo a Organização, pandemia é a disseminação mundial de uma nova doença e o termo passa a ser usado quando uma epidemia**,** surto que afeta uma região, se espalha por diferentes continentes com transmissão sustentada de pessoa para pessoa. SCHUELER, Paulo. O que é uma pandemia**. Fundação Oswaldo Cruz (FIOCRUZ).** 28 de julho de 2021**.** Disponível em: https://www.bio.fiocruz.br/index.php/br/noticias/1763-o-que-e-uma-pandemia. Acesso em: mai. 2023.

registradas ao colarem numa folha de papel A4 a disposição geométrica das figuras em EVA e as representações algébricas para a solução das equações dadas.

Na 1ª etapa esperamos que os alunos consigam reconhecer as equações do 2º grau (questão 01), que são: b) $2x^2 + x = 0$ e d) $11 – 3x = 2x^2$. Também, deverão representar a forma geral de uma equação do 2º grau (questão 02), já que foi relembrado/explicado na situação didática 01, que é: $ax^2 + bx + c = 0$. Além de identificar os coeficientes a, b e c (questão 03), que: para equação (b) $2x^2 + x = 0$ são $a = 2$, $b = 1$, $c = 0$; para a equação (d) $11 – 3x = 2x^2$ são $a = -2$, $b = -3$, $c = 11$.

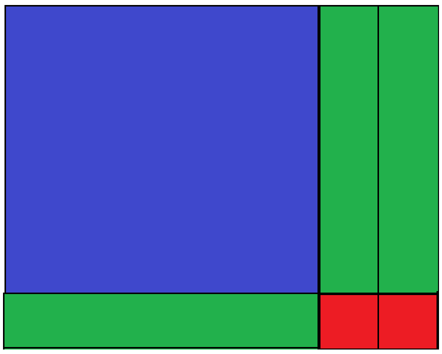
Na 2ª etapa, que consiste na realização da prática usando as figuras em EVA, esperamos que as duplas as coloquem de forma adequada para construção dos retângulos que representam as equações do 2º grau e determinar as expressões algébricas que se formam para representar a medida dos lados. Também, que utilizando os conhecimentos de área de um retângulo, irão escrever a expressão da área igualando a zero para encontrar as raízes da equação do 2º grau, sabendo que utilizarão os conhecimentos de resolução de equações do 1º e 2º grau. Sendo as seguintes representações:

Figura 1 – Representação de forma geométrica da equação $x^2 + 5x + 6 = 0$



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 2 – Representação de forma geométrica da equação $x^2 + 3x + 2 = 0$



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

As respostas serão as seguintes: para (a) $x^2 + 5x + 6 = 0$, tem-se que $x = -3$ ou $x = -2$; para (b) $x^2 + 3x + 2 = 0$, tem-se que $x = -2$ ou $x = -1$.

Na **situação de validação**, esperamos que as duplas discutam entre si e com outras duplas as respostas e representações geométricas que fizeram para validarem ou corrigirem. Para tanto, as duplas poderão confirmar a solução das equações do 2º grau substituindo os valores de x obtidos na própria equação ou na expressão obtida pelo lado dos retângulos, fazendo uma verificação. Deverão ao final descrever as conclusões que chegaram e o que aprenderam colocando no tópico de CONCLUSÃO. Este tem o propósito de verificar o uso adequado da linguagem matemática ao explicarem o processo e as ideias desenvolvidas com as atividades.

Na **situação de institucionalização,** após as entrega das considerações descritas pelas duplas no roteiro da prática, a professora mediadora deverá expor:

(I) a definição e caracterização de uma equação do 2º grau;

(II) apresentar exemplos e tipos de equação do 2º grau, conforme elementos constitutivos;

(III) a ideia de polinômios e áreas de retângulos.

Na próxima sessão, faremos a análise *a priori* da situação didática 03.

4.2.3 Situação didática 03: problema com zero da função quadrática

A situação didática 03 (problema com zero da função quadrática) vem trazer uma questão baseada na situação-problema introdutória a fim de desenvolver a ideia de zero da função quadrática. Ideia já trabalhada quando estudada a função afim.

Para resolver a questão (Apêndice D), os alunos deverão ter os seguintes conhecimentos prévios: zero, domínio e imagem de uma função, equação do 2º grau.

Na **situação de devolução**, a questão problema será entregue aos grupos numa folha a fim de que assumam a proposta para si e busquem a solução.

Na **situação de ação**, esperamos que os alunos em grupos usem a ideia de zero da função ou questionem o que representaria a função lucro ser nula. Deverão resolver a equação do 2º grau que surgirá para encontrar a quantidade x de produtos a ser fabricada para anular a função lucro dada. Portanto, desenvolver a habilidade 302 da competência 03 de Matemática e suas Tecnologias da BNCC do Ensino Médio, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
> Habilidade: (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 527-528).

Na **situação de formulação**, os alunos começarão a traçar as primeiras ideias no papel, após discussões realizadas nos grupos. Em seguida, representarão a igualdade da expressão da função com zero para obter uma equação do 2º grau. A partir daí, resolverão a equação completa do 2º grau. Para tanto, poderão utilizar a fatoração e transformar em produto de polinômios, conforme feito na situação didática 02. Ou, poderão utilizar a fórmula resolutiva de Bhaskara. Conforme resoluções a seguir:

$L(x) = - x^2 + 400x - 40000$

$- x^2 + 400x - 40000 = 0$

Pela fatoração: $- (x - 200) (x - 200) = 0$

Pela fórmula resolutiva de Bhaskara: $x = 200$ produtos

Na **situação de validação**, os alunos irão apresentar as soluções obtidas e explicar para análise de todos a fim de correção ou validação das respostas, utilizando linguagem matemática adequada.

Na **situação de institucionalização**, a professora mediadora terá que:

(I) reforçar o assunto de zero da função;

(II) reforçar ou ensinar como resolver uma equação do 2º grau pela fórmula resolutiva de Bhaskara, ou seja, mostrar as fórmulas necessárias para obter as raízes da equação do 2º grau.

Na próxima sessão, faremos a análise *a priori* da situação didática 04.

4.2.4 Situação didática 04: problemas envolvendo equação do 2º grau

A situação didática 04 (problemas envolvendo equação do 2º grau) trará 3 problemas a fim de revisar ou ensinar a resolução de equação do 2º grau utilizando ou não a fórmula resolutiva de Bhaskara. Após aplicação, sugerimos uma tarefa pós-aula que consiste em elaborar um mapa mental sobre equação do 2º grau, visando sintetizar o assunto e reforçar a aprendizagem.

Para resolver os problemas (Apêndice E), os alunos deverão ter os seguintes conhecimentos prévios: expressão algébrica, equação do 2º grau, fórmula resolutiva de Bhaskara.

Na **situação de devolução**, os problemas serão entregues a cada dupla indicando qual cada dupla fará. Os grupos deverão se reunir e tomar para si a proposta para resolução.

Na **situação de ação**, os alunos deverão começar a leitura e interpretar os problemas. Deverão representar as equações a partir da interpretação dos problemas e resolverão de acordo com os conhecimentos prévios que possuem. Portanto, desenvolverão a habilidade 09 do 8º ano de Matemática da BNCC do Ensino Fundamental, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 - Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p. 267)
>
> Habilidades: (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. (BRASIL, 2018, p. 313)

Na **situação de formulação**, esperamos que os alunos nas discussões em grupo tracem as primeiras ideias no papel, modelando as equações do 2º grau dos problemas. Após determinarem as representações, por hipóteses, irão encontrar as soluções para as equações aplicando ou não a fórmula resolutiva de Bhaskara, devido as atividades desenvolvidas anteriormente. Desse modo, indicarão quais os processos resolutivos adequados para cada problema.

Deverão obter as seguintes respostas:

- questão 01 => tomando x como o valor a determinar, temos que a equação é $x^2 = 2x - 1$, assim a solução é que o número é 1;
- questão 02 => tomando x como o valor a determinar, temos que a equação é $(18 + x)(15 + x) = 378$, assim a solução é que após 3 anos o produto das idades das meninas será de 378;
- questão 03 => tomando x como o valor a determinar, temos que a equação é $(x + 2)(x + 2) = 400$, assim a solução é que as dimensões do terreno serão 20 m de comprimento e 20 m de largura (considerando $x = 18$).

Na **situação de validação**, a partir das discussões surgirão várias soluções que serão explicadas no quadro pelos grupos para análise, correção e validação. Sendo que no tópico

CONCLUSÃO os alunos irão descrever pontos aprendidos com o desenvolvimento das atividades.

Na **situação de institucionalização**, esperamos que a professora mediadora faça:

(I) Uma explanação sobre as equações e soluções obtidas nos problemas;

(II) Um destaque a representação das expressões algébricas e equações do 2º grau, mostrando as características, os tipos (equação completa e incompleta), a fórmula do discriminante Delta e de Bhaskara;

(III) Um reforço do assunto de equação do 2º grau usando a fórmula resolutiva de Bhaskara com outras questões.

Na próxima sessão, faremos a análise *a priori* da situação didática 05.

4.2.5 Situação didática 05: prática com prancha gráfica[17]

A situação didática 05 (prática com prancha gráfica) foi elaborada para construção de um gráfico da função quadrática a partir de uma tabela de valores que determinam pontos a serem colocados no plano cartesiano. Criamos uma prática utilizando o recurso da prancha gráfica que foi aplicada no Laboratório de Matemática.

Para realizar essa prática (Apêndice F), os alunos deverão ter os seguintes conhecimentos prévios: coordenadas de um ponto, localização de pontos no plano cartesiano, função quadrática, construção de gráficos, pontos relevantes.

Na **situação de devolução**, o roteiro da prática será entregue ao grupo formado por quatro alunos, solicitando que façam a leitura do que será feito e das questões que terão que responder. Em seguida, será entregue a prancha gráfica para que os alunos possam realizar a prática.

Na **situação de ação**, os alunos iniciarão a prática lendo e interpretando o roteiro. Farão a discussão sobre a localização dos pontos da tabela no gráfico para marcarem inicialmente as coordenadas determinadas na tabela. Em seguida, usarão os alfinetes para

---

[17] A prancha para gráficos é um material didático ideal para localização de pontos de figuras geométricas planas. Solução de sistemas lineares. Permite a construção e análise de gráficos, notadamente para as funções de 1º e 2º graus. Desenho de retas, parábolas, varal de sinal, intersecção, funções, etc. Composta por plano cartesiano impresso em prancha de EVA 10 mm tamanho aproximadamente A4 recoberta de PVC, 3 retas em acetato, 1 fio e alfinetes com cabeça coberta e colorida.
Disponível em: https://mmpmateriaispedagogicos.com.br/produto/prancha-para-graficos/#:~:text=A%20prancha%20pra%20gr%C3%A1ficos%20%C3%A9,%2C%20intersec%C3%A7%C3%A3o%2C%20fun%C3%A7%C3%B5es%2C%20etc . Acesso em: abr. de 2023

marcar os pontos e fixar o fio na prancha gráfica. Assim, construirão o gráfico da função quadrática proposta e responderão as questões no roteiro.

Portanto, desenvolverão a habilidade 502 da competência 05 de Matemática e suas Tecnologias da BNCC do Ensino Médio, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5 - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
> Habilidade: (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (BRASIL, 2018, p. 532-533)

Na **situação de formulação**, esperamos que os grupos localizem corretamente os pontos da tabela no plano cartesiano e compreendam a disposição para construção do gráfico da função quadrática. Em seguida, identificarão o formato do gráfico e responderão as questões analisando os elementos e os pontos no gráfico. Deverão localizar os pontos A = (-2,0) e E = (3,0) na prancha gráfica e dirão o que representam para função, observando o gráfico, tomando por base a aprendizagem sobre zero da função. Portanto, determinarão que as abscissas dos pontos A e E são os zeros da função dada, ou seja, são -2 e 3.

Também, localizarão o ponto B = (0,-6) na prancha gráfica e dirão o que representa para função, observando no gráfico que a ordenada representa o valor do termo independente, o valor de c, a partir do que já estudaram sobre coeficientes das funções. Portanto, temos que o valor de c é - 6.

E por fim, determinarão se o ponto C = (0,5, -6,25) é ponto de máximo ou de mínimo da função com explicações a respeito. Observando os valores da ordenada em relação aos demais pontos da parábola da função, deverão determinar que o ponto de mínimo, podendo dizer que isto significa que é o menor valor de ordenada em relação a parábola ou o ponto mais baixo do gráfico.

Na **situação de validação**, esperamos que as duplas discutam entre si e com outras duplas no momento da atividade as construções do gráfico, observando as coordenadas, o valor de x e y no plano cartesiano. para validarem ou corrigirem. Também, analisem os pontos para responderem as questões referentes ao gráfico. Ao final descreverão o que aprenderam no tópico de CONCLUSÃO, usando a linguagem matemática adequada ao explicarem as ideias desenvolvidas com as atividades.

Na **situação de institucionalização**, propomos que a professora mediadora:

(I) exponha a representação gráfica de uma função quadrática;

(II) descreva o significado de cada ponto da tabela e que elementos da função irão representar no gráfico;

(III) esclareça dúvidas que surgirem para localização dos pontos e construção do gráfico, assim como as análises;

(IV) apresente a teoria de gráficos da função quadrática através do mapa mental.

Na próxima sessão, faremos a análise *a priori* da situação didática 06.

4.2.6 Situação didática 06: prática com o aplicativo Geogebra[18]

A situação didática 06 (prática com o aplicativo Geogebra) visa analisar gráficos de funções quadráticas utilizando o aplicativo Geogebra. Dessa forma, criamos uma prática utilizando um roteiro com passos para construir gráficos de funções e aplicar comandos do aplicativo Geogebra. Para tanto, necessitamos do uso de celulares dos alunos que terão que instalar o aplicativo antecipadamente.

Para realizar essa prática (Apêndice G), os alunos deverão ter os seguintes conhecimentos prévios: função quadrática, construção de gráfico, zero da função, elementos e parâmetros determinados pela análise do gráfico.

Na **situação de devolução**, propomos que os alunos se agrupem em trios, então será entregue o roteiro da prática com as orientações para que tomem para si as construções e análises das questões propostas.

Na **situação de ação**, esperamos que os alunos iniciem a leitura das orientações e questões para compreender o que deverão responder e fazer. Em seguida, manusearão o aplicativo do Geogebra baixado no celular antes da aplicação a fim de se familiarizarem, identificando e entendendo algumas funções e ferramentas disponibilizadas. Aprenderão a mexer, também, seguindo as orientações para a construção das funções dadas. Em seguida, farão as análises dos pontos, parâmetros e elementos pedidos, como zero da função, ponto de máximo ou mínimo, e outros.

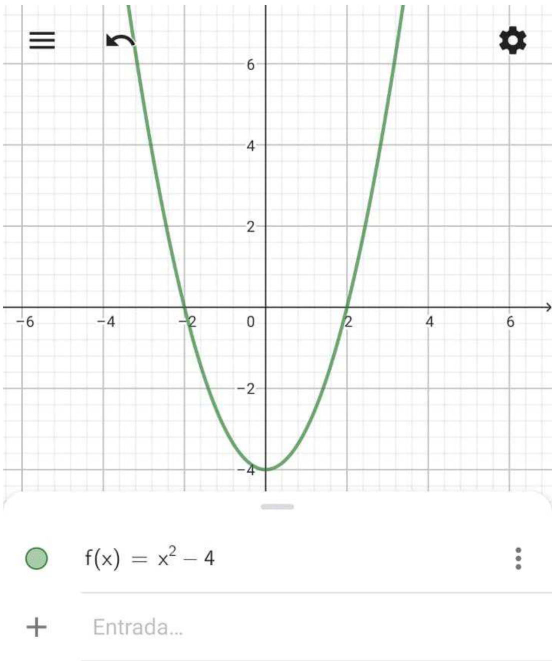
[18] Geogebra é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma. Ele oferece uma plataforma online com mais de 1 milhão de recursos gratuitos criados por nossa comunidade em vários idiomas. Foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter. Disponível em: https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT. Acesso em: abr. 2023

Portanto, desenvolverão a habilidade 402 da competência 04 de Matemática e suas Tecnologias da BNCC do Ensino Médio, em destaque a seguir:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4 - Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
> Habilidade: (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 530-531)

Na **situação de formulação**, os alunos deverão iniciar a prática realizando a construção da questão 01 no aplicativo do Geogebra. Obterão o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4$, conforme figura a seguir:

Figura 3 – Tela do Geogebra com construção da parábola da função $f(x) = x^2 - 4$



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

A partir daí, identificarão cada ponto, parâmetro ou elemento a seguir aplicando os comandos: raiz (polinômio), interseção (objeto, objeto), extremo (polinômio), e analisando os gráficos construídos:

✓ os zeros da função, observando que são os pontos em que o gráfico intersecta o eixo 0x;

✓ o valor do coeficiente c da função, identificando pelo valor da ordenada do ponto em que o gráfico intersecta o eixo 0y;

✓ a coordenada do vértice da função, determinado pelo ponto que representa a mudança de sentido da parábola, ou seja, a

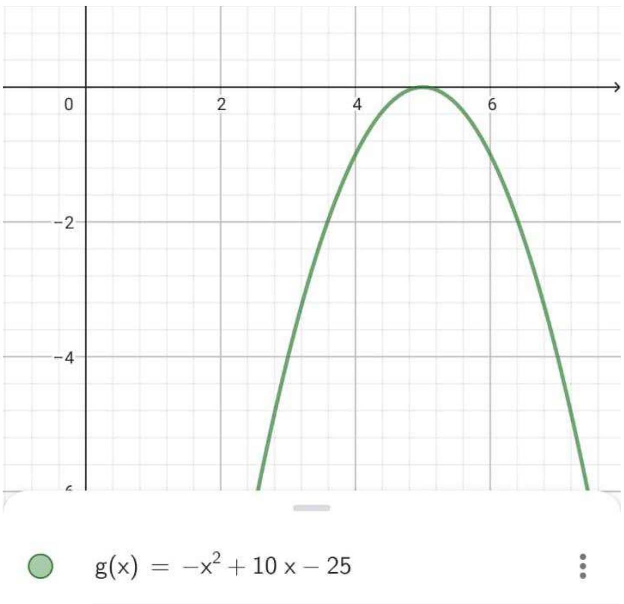
✓ a coordenada do ponto de máximo ou mínimo, observando que é a própria coordenada do vértice, com maior ordenada (ponto de máximo) ou com menor ordenada (ponto de mínimo);

✓ a posição da concavidade da função (para cima ou para baixo), observando a abertura da parábola;

✓ o sinal do coeficiente **a** da função, determinando como positivo (+), quando a concavidade da parábola está para cima, e como negativo (-), quando a concavidade da parábola está para baixo.

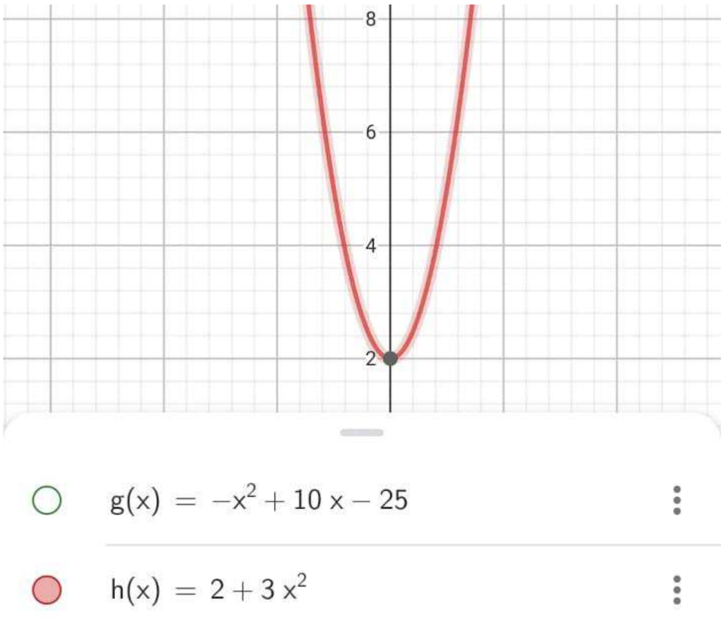
Os alunos realizarão os mesmos procedimentos para as demais funções, que são: $g(x) = -x^2 + 10x - 25$, $h(x) = 2 + 3x^2$, $m(x) = -2x^2$. Desse modo, obterão os seguintes gráficos no aplicativo Geogebra:

Figura 4 – Tela do Geogebra com construção da parábola da função $g(x) = -x^2 + 10x - 25$.



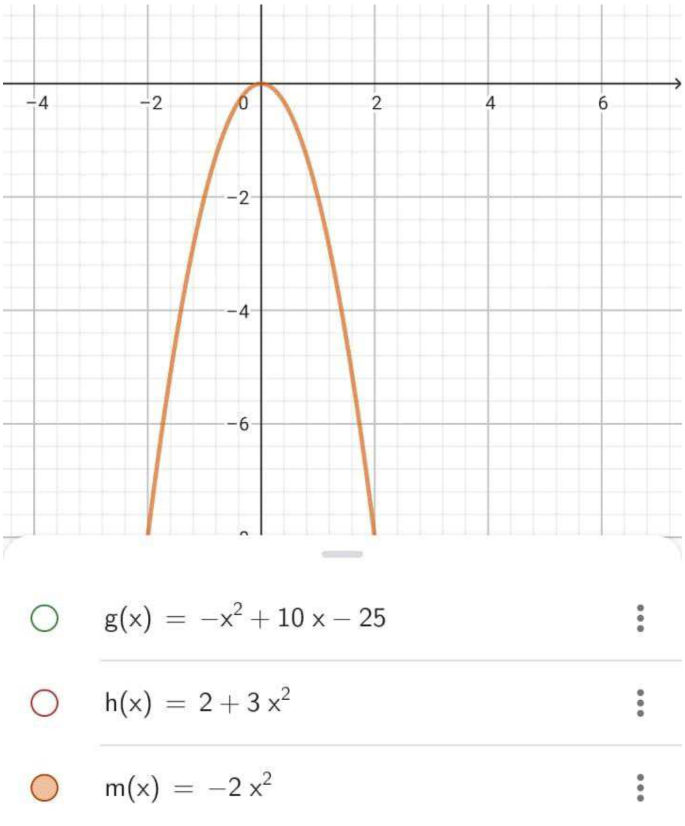
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 5 – Tela do Geogebra com construção da parábola da função h(x) = 2 + 3x².



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 6 – Tela do Geogebra com construção da parábola da função m(x) = – 2x².



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de validação**, esperamos que os grupos entre si comparem as construções, façam a verificação das estratégias e analisem as respostas obtidas para validarem ou corrigirem. Depois descreverão as conclusões que chegaram e o que aprenderam no tópico de CONCLUSÃO, usando a linguagem matemática adequada ao realizem a prática com o Geobra.

Na **situação de institucionalização**, propomos que a professora mediadora faça:

(I) a representação gráfica de cada função quadrática utilizando o Geogebra;

(II) a apresentação das características, dos pontos, dos elementos e dos parâmetros que podemos identificar nos gráficos utilizando certos comandos ou não;

(III) a análise de gráficos observando os coeficientes a, b e c da função quadrática.

Na próxima sessão, traçaremos as observações obtidas pela aplicação das seis situações didáticas.

4.3 Experimentação

Nessa etapa da Engenharia Didática, iniciamos com um convite a turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio Técnico do curso de Administração, do Instituto Pleno Rio Anil (IP Rio Anil), composta por 42 alunos, que prontamente aceitou o convite. A prática pedagógica foi realizada com 38 alunos participantes da pesquisa, que se aplicou nos espaços de sala de aula e no Laboratório de Ensino de Matemática. A seguir, descreveremos os objetivos, como ocorreu a aplicação, as observações feitas e as sugestões de intervenções de cada situação didática.

4.3.1 Experimentação da situação didática 01

A situação-problema introdutória proposta foi aplicada com o objetivo de: construir e compreender a ideia da lei de formação de uma função quadrática e determiná-la a partir de uma situação-problema contextualizada; definir e caracterizar a função quadrática; identificar os elementos da função quadrática; determinar a imagem de uma função quadrática.

A aplicação ocorreu com a organização dos alunos em duplas e entrega da folha com a proposta, momento da **situação de devolução**. Temos que o tempo proposto para a aplicação foi estipulado em 3 aulas de 45 minutos cada.

Observamos que algumas discussões surgiram nos grupos, mas também ocorreram diversos questionamentos sobre o não entendimento da situação-problema. Foi proposto que os alunos que entenderam, falassem aos outros grupos, sem mostrar a resolução.

Em seguida, houve a necessidade de abertura a todos para pesquisar em livros, cadernos e sites da internet. Tal procedimento não prejudicou o desenvolvimento da situação proposta, pois na **situação de ação** há a necessidade de resgatar conhecimentos anteriores, sendo possível a busca através de pesquisas pelos alunos. E, também, mesmo baseada numa questão de livro didático, a situação-problema estava descrita num contexto adaptado à Administração, visando aproximação com os alunos.

Durante a **situação de formulação**, uma dupla (solução I) acertadamente colocou a lei de formação da função lucro de forma direta, só havendo um equívoco quanto a notação usada que deveria ser L(x), e não fizeram a explicação quanto a como pensou para determiná-la, nem desenvolveu a expressão. Temos a seguir solução I à questão 1:

Figura 7 - Solução I à questão 01 da situação-problema introdutória

$$F(L) = x \cdot (500 - x) - (100x + 10000)$$

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Outra dupla (solução II), determinou a expressão que se aproximou da lei de formação da função lucro, porém houve um erro quanto ao uso do sinal no valor da despesa fixa mensal, que deveria ser de mais, já que o sinal de retirada estava antes do parêntese. Observamos que na explicação sobre a determinação da fórmula não descreveram a retirada do custo por produto fabricado. Veja a solução II à questão 1:

Figura 8 - Solução II à questão 01 da situação-problema introdutória

Atraves da diferenca entre a receita das vendas e a despesa. Lei de formação: $(500-x)X-(100x-10.000)$

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Quanto a questão 02, a dupla da solução I, que acertou a lei de formação da função lucro, conseguiu encontrar corretamente o valor do lucro obtido pela venda de 100 produtos. Veja a solução à questão 2:

Figura 9 - Solução à questão 02 da situação-problema introdutória

$$F(L) = 100 \cdot (500 - 100) - (100 \cdot 100 + 10000)$$
$$F(L) = 40000 - 20000$$
$$F(L) = 20000$$

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Temos que, os alunos não aplicaram as propriedades das operações de multiplicação e adição das expressões algébricas, portanto, a fórmula obtida não ficou explícita para que respondessem à questão 03 de forma direta. Nesta, colocaram que a função era do tipo afim e uma das duplas justificou da seguinte forma:

Figura 10 - Solução à questão 03 da situação-problema introdutória


Função Afim, pois apresenta coeficientes com números reais, e a≠0, b≠0.

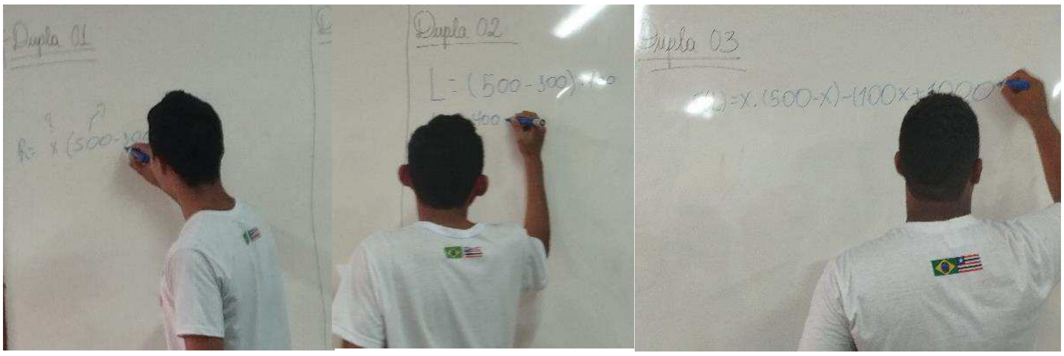
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

No momento da **situação de validação**, três duplas foram ao quadro (figura 11) para explanar sobre suas soluções. Observamos que a dupla da solução I acima usou a estratégia de explicação detalhada da lei de formação da função lucro, mostrando as expressões da receita, do custo e da despesa por partes, apesar de não ter descrito no papel. Encontrou a imagem da função corretamente, conforme pede a questão 02. No entanto, não identificou o tipo de função, desconsiderando o desenvolvido da expressão a ser realizado na questão 01.

As demais duplas que foram ao quadro, apresentaram alguns pontos de obstáculos e erros, como: não colocaram a função lucro completa, deixando de lado o custo ou a despesa fixa; não calcularam corretamente a expressão numérica obtida a partir da lei de formação da função lucro determinada; mesmo colocando na expressão obtida; determinaram que a função lucro era afim devido a incompletude da lei de formação lucro obtida.

A seguir temos as fotos das duplas apresentando suas soluções e explicando à turma para analisar as respostas, concordando ou refutando, corrigindo ou validando.

Figura 11 - Alunos expondo as resoluções da situação-problema introdutória no quadro



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de institucionalização**, a professora interviu sobre as falas dos alunos, reforçando o conteúdo sobre lei de formação de função, conjunto do domínio, imagem e contradomínio da função. Além de, exemplificar com outras funções. Também, em aula expositiva dialógica no quadro branco, explicou o que é uma função quadrática, suas características e elementos, tomando a situação-problema que os alunos expuseram no quadro e deu outros exemplos que foram analisados e respondidos de forma oral pelos alunos da turma, visando a participação e aprendizagem de todos os presentes.

Decorrente das observações feitas, para uma aplicação futura, propomos que o texto inicial da questão 01 seja dividido em várias perguntas, determinando as representações da receita, custo e despesa, para posteriormente determinarem a lei de formação da função lucro.

Assim, a questão 01 seria alterada para: Qual a expressão que representa a receita (R(x)) obtida pela venda de x produtos mensais? Qual a expressão que representa o custo (C(x)) obtida para produzir x produtos mensais? Qual a expressão que representa a despesa fixa mensal da fábrica? Agora, qual a lei de formação da função lucro dessa empresa pela produção e venda de x produtos mensais? Explique como os administradores determinaram essa lei de formação.

Na próxima sessão, apresentaremos a experimentação da situação didática 02.

4.3.2 Experimentação da situação didática 02

A atividade prática ocorreu no Laboratório de Ensino de Matemática[19] (LEM) com o objetivo de: definir a equação do 2º grau; identificar os elementos e características da equação do 2º grau; determinar as raízes da equação do 2º grau.

Sua aplicação ocorreu em grupos de alunos em duplas, em que foi entregue um roteiro com orientações, **situação de devolução**. O tempo que ocorreu a realização foi de uma aula de 45 minutos.

Dessa forma, criamos uma prática utilizando material em EVA, que foi aplicada dividindo a turma em dois grupos: grupo 01 e grupo 02, cada grupo em momentos distintos. Temos que cada grupo foi reorganizado em duplas, totalizando 18 duplas.

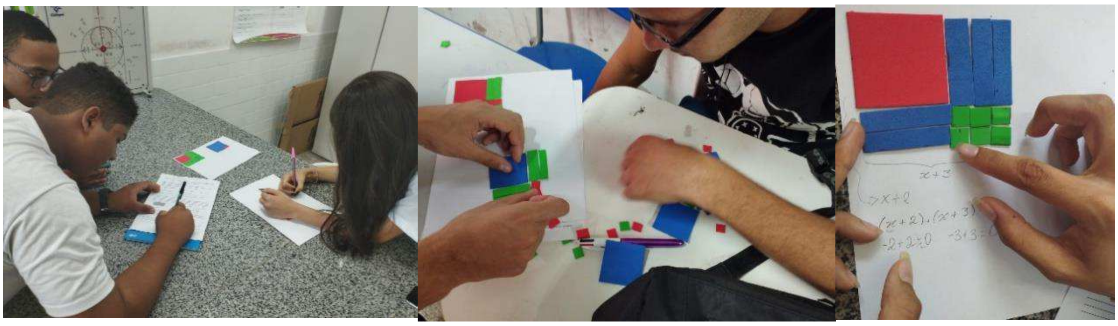
Os alunos partiram para o momento de **ação,** iniciando com a leitura para entender o que iriam fazer e responder. Houve várias discussões para responderem a primeira parte, referente as questões. Os alunos souberam identificar as equações do 2º grau, porém na hora da representação geral da equação do 2º grau, tiveram dificuldades. Sendo que somente alguns

[19] O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) "pode ser um espaço dedicado as situações pedagógicas desafiadoras e para equacionamento de situações previstas pelos professores em seu planejamento" (LORENZATO, 2009, p. 7), ou seja, serve para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, a aprender a aprender.

grupos conseguiram escrever. Na parte referente a determinação dos coeficientes das equações, a maioria conseguiu identificá-los.

A seguir temos as fotos de algumas duplas realizando a prática.

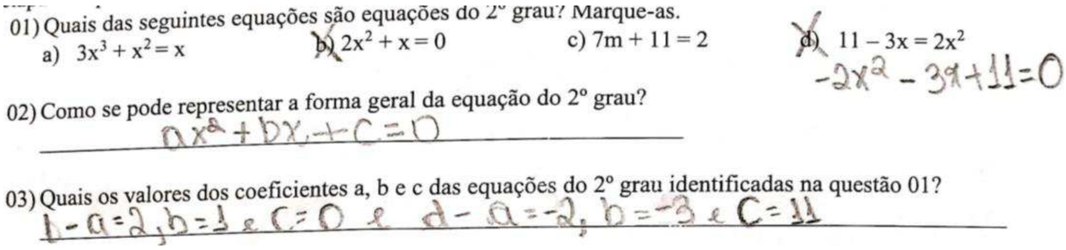
Figura 12 - Alunos construindo as figuras geométricas das equações do 2º grau



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Abaixo segue algumas **formulações** feitas sobre essa primeira parte da prática, que mostra o acerto da maioria das duplas (figura 13) e o erro de outra dupla (figura 14), pois esqueceu de considerar a segunda equação do 2º grau da questão 01 para identificar os coeficientes:

Figura 13 - Solução I da primeira parte da prática



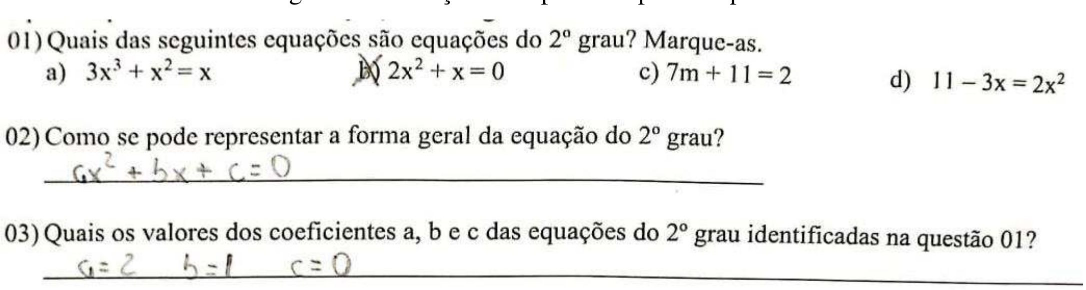
01) Quais das seguintes equações são equações do 2º grau? Marque-as.
a) $3x^3 + x^2 = x$ b) $2x^2 + x = 0$ c) $7m + 11 = 2$ d) $11 - 3x = 2x^2$
$-2x^2 - 3x + 11 = 0$

02) Como se pode representar a forma geral da equação do 2º grau?
$ax^2 + bx + c = 0$

03) Quais os valores dos coeficientes a, b e c das equações do 2º grau identificadas na questão 01?
b - a = 2, b = 1 e c = 0 e d - a = -2, b = -3 e c = 11

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 14 - Solução II da primeira parte da prática



01) Quais das seguintes equações são equações do 2º grau? Marque-as.
a) $3x^3 + x^2 = x$ b) $2x^2 + x = 0$ c) $7m + 11 = 2$ d) $11 - 3x = 2x^2$

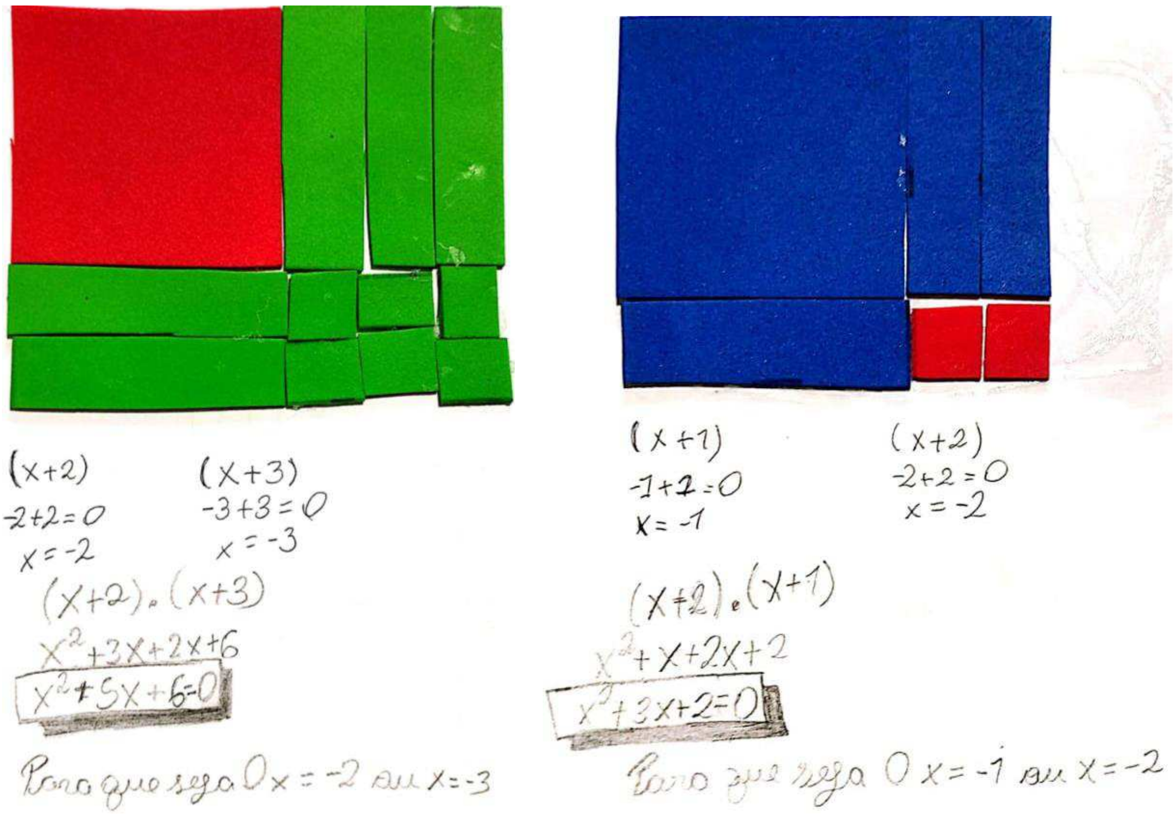
02) Como se pode representar a forma geral da equação do 2º grau?
$ax^2 + bx + c = 0$

03) Quais os valores dos coeficientes a, b e c das equações do 2º grau identificadas na questão 01?
a = 2 b = 1 c = 0

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na segunda parte, observamos certa dificuldade na interpretação do exemplo dado, mas alguns alunos conseguiram entender e explicar aos demais. Assim, construíram os retângulos utilizando as peças em EVA, a partir das equações dadas e escreveram as seguintes resoluções:

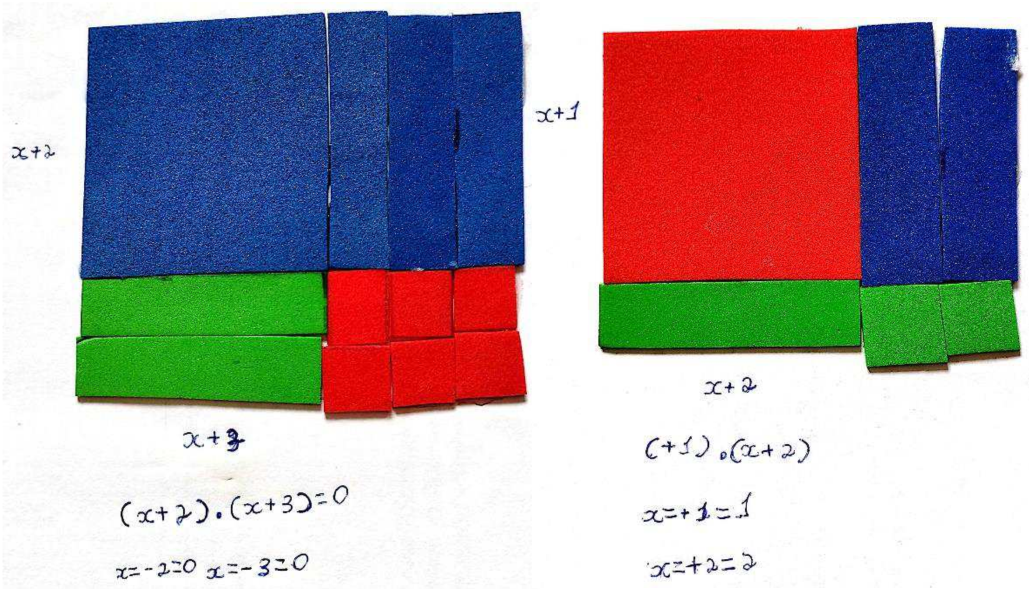
Figura 15 – Resolução A da segunda parte da prática



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Da resolução A, podemos afirmar que a dupla construiu corretamente a representação geométrica das equações dadas, soube expressar algebricamente as medidas dos lados. Em seguida, determinou os valores que anulariam cada medida e aplicou a ideia do cálculo de área de um retângulo para encontrar as equações do 2º grau. Depois, mostrou os valores de x para ser solução das equações. Demonstraram organização e conhecimento das ideias apresentadas acima.

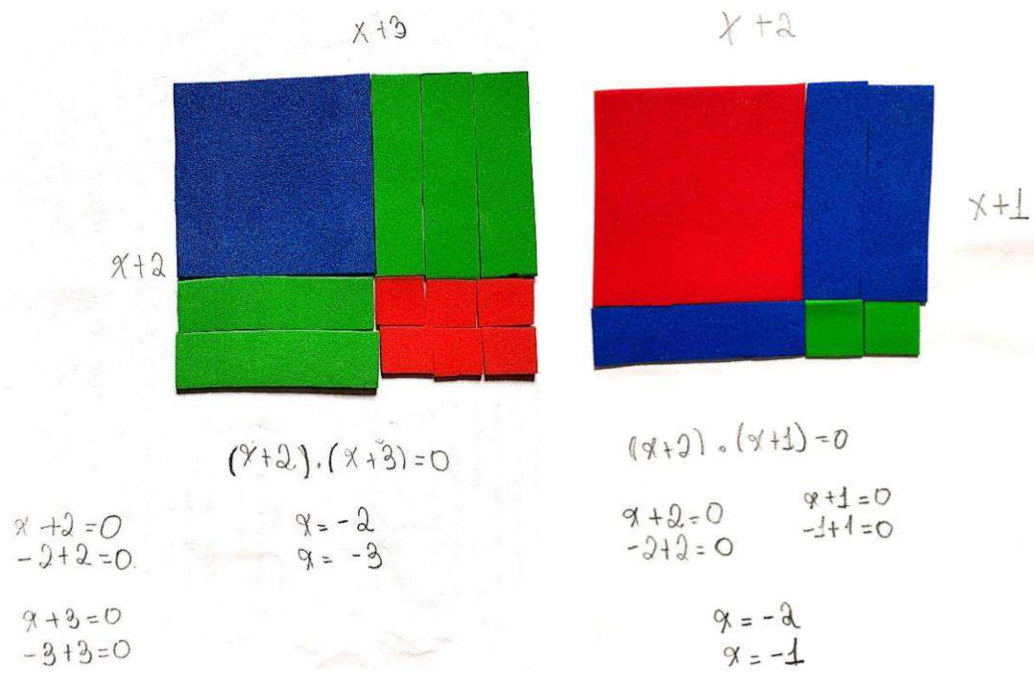
Figura 16 – Resolução B da segunda parte da prática



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Da resolução B, destacamos que a dupla fez a representação geométrica das equações dadas, soube expressar algebricamente as medidas dos lados. No entanto, apesar de ter determinado os valores de x como solução das equações, foi apresentada uma escrita resolutiva igualando a zero não adequada e na segunda resolução as raízes encontradas não correspondem a equação dada.

Figura 17 - Resolução C da segunda parte da prática

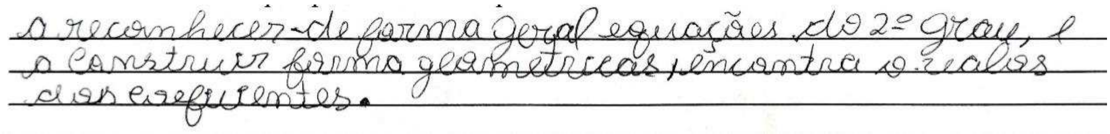


Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Da resolução C, a dupla de alunos fez a representação geométrica das equações dadas, soube expressar algebricamente as medidas dos lados. Expressou corretamente a equação do 2º grau tomando em conta a ideia da área do retângulo formado e determinou os valores de x como solução das equações. Foi relevante a verificação do grupo sobre as respostas obtidas para validar as raízes encontradas.

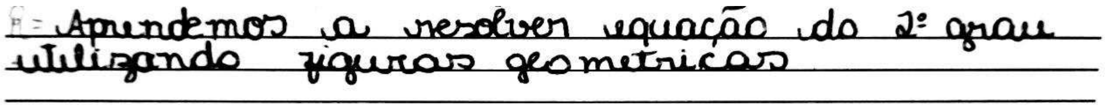
No tópico CONCLUSÃO **validaram** suas respostas dizendo o que aprenderam:

Figura 18 – Conclusão da dupla 01



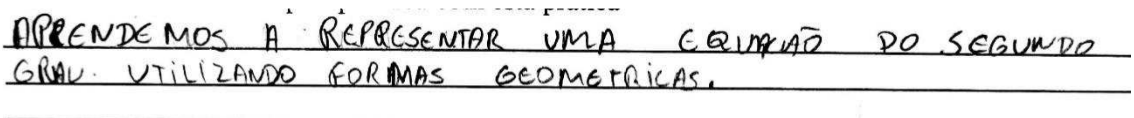
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 19 – Conclusão da dupla 02



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 20 – Conclusão da dupla 03



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Nessa sequência, sugerimos uma tarefa pós-aula que consiste em assistir um vídeo[20] no Youtube para revisão e fixação do conteúdo zero da função quadrática.

Na **situação de institucionalização**, a professora interviu sobre algumas respostas dos alunos após recebimento. Reforçou em outra aula a resolução abordando o conteúdo sobre equação do 2º grau, significado da representação geométrica e exemplificou resolvendo as equações propostas na prática para observância de erros e correções de estratégias equivocadas no desenvolvimento.

Na próxima sessão, apresentaremos a experimentação da situação didática 03.

[20] Vídeo: ZEROS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA – AULA 2 \Prof. Gis/
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=a0ndXBGjqCU&t=17s. Acesso em: out. 2023

4.3.3 Experimentação da situação didática 03

A questão proposta sobre zero da função trouxe a continuidade da situação-problema introdutória, com o objetivo de determinar os zeros da função quadrática e explicar o significado do zero da função quadrática.

A folha com a questão foi entregue aos alunos, organizados em duplas, na **situação de devolução,** para realizarem no tempo estimado de 2 aulas de 45 minutos cada.

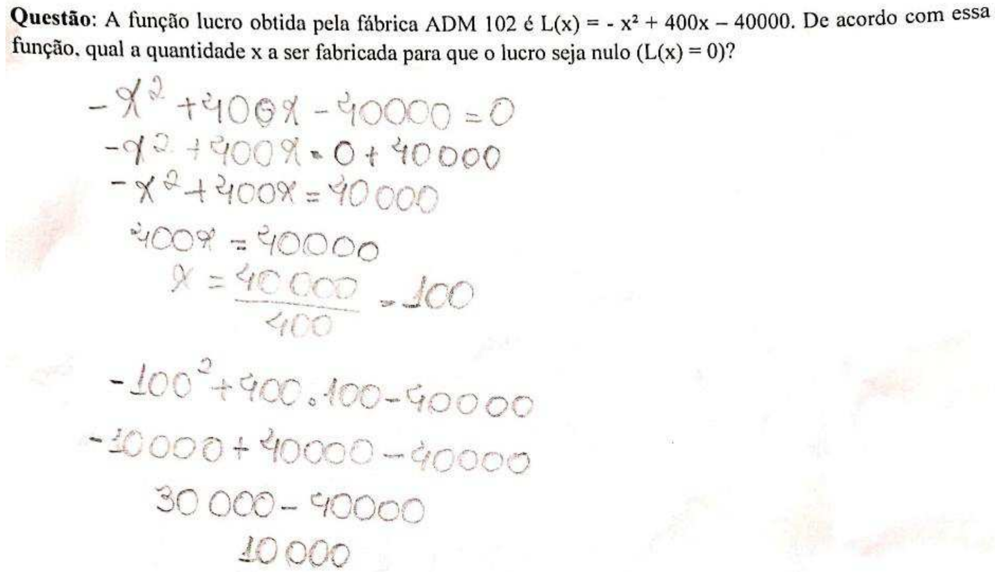
Observamos que após o recebimento iniciaram algumas discussões nas duplas e entre os grupos na **situação de ação**. Conseguiram apresentar a igualdade entre a função e o zero. Mas, houve dificuldade em entender como resolver a equação do 2º grau que surgiu para encontrarem o zero da função lucro. Alguns grupos se manifestaram tentando explicar às duplas como fazer.

No entanto, o **momento de formulação** foi carregado de dúvidas e dificuldades quanto a que fórmula usar para encontrar as raízes da equação. Mas algumas duplas falaram que seria utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara, por ser uma equação do 2º grau da forma completa.

Desse modo, foi perguntado como seria essa fórmula e colocaram no quadro para que todos visualizem. A partir daí, as duplas foram resolvendo a questão conforme os conhecimentos e dificuldades que tinham.

Destacamos a seguir, que a dupla A colocou uma solução que não corresponde à forma adequada. Ela resolveu a equação do 2º grau utilizando a ideia de resolução de equação do 1º grau.

Figura 21 – Solução da questão zero da função da dupla A



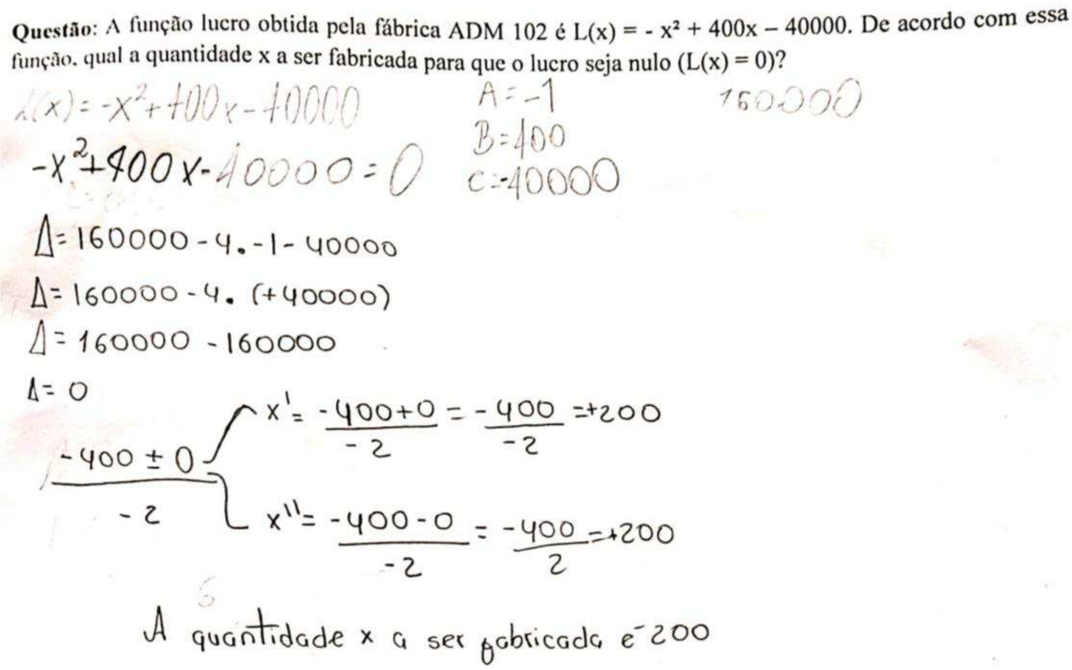
Questão: A função lucro obtida pela fábrica ADM 102 é $L(x) = -x^2 + 400x - 40000$. De acordo com essa função, qual a quantidade x a ser fabricada para que o lucro seja nulo ($L(x) = 0$)?

$$-x^2 + 400x - 40000 = 0$$
$$-x^2 + 400x = 0 + 40000$$
$$-x^2 + 400x = 40000$$
$$400x = 40000$$
$$x = \frac{40000}{400} = 100$$
$$-100^2 + 400 \cdot 100 - 40000$$
$$-10000 + 40000 - 40000$$
$$30000 - 40000$$
$$10000$$

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Temos que a dupla B conseguiu descobrir o zero da função de forma correta utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara, conforme podemos verificar na figura a seguir:

Figura 22 – Solução da questão zero da função da dupla B



Questão: A função lucro obtida pela fábrica ADM 102 é L(x) = - x² + 400x – 40000. De acordo com essa função, qual a quantidade x a ser fabricada para que o lucro seja nulo (L(x) = 0)?

$L(x) = -x^2 + 400x - 40000$

$-x^2 + 400x - 40000 = 0$

$A = -1$

$B = 400$

$C = -40000$

160000

$\Delta = 160000 - 4 \cdot -1 - 40000$

$\Delta = 160000 - 4 \cdot (+40000)$

$\Delta = 160000 - 160000$

$\Delta = 0$

$\frac{-400 \pm 0}{-2}$

$x' = \frac{-400+0}{-2} = \frac{-400}{-2} = +200$

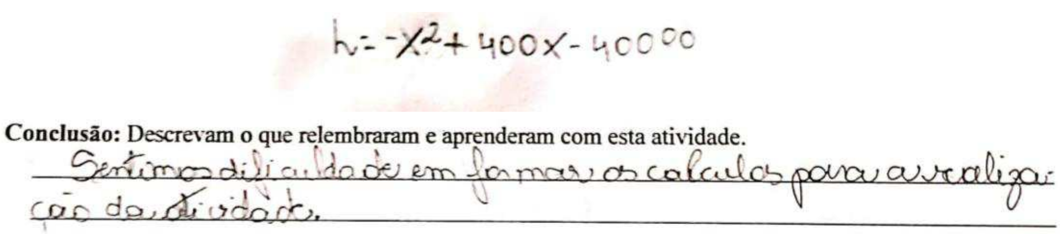
$x'' = \frac{-400-0}{-2} = \frac{-400}{2} = +200$

A quantidade x a ser fabricado é 200

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Nas outras formulações feitas pelas demais duplas descobrimos erros quanto a representação da fórmula do discriminante delta e de Bháskara, e também, do cálculo da expressão numérica para determinar estes valores. Mas, no geral, a maioria das duplas conseguiram obter a resposta correta. Apenas quatro duplas não conseguiram fazer a questão ou traçar alguma ideia sobre a resolução, mesmo sendo apresentado por umas duplas da fórmula para ajudar a resolver a equação do 2º grau. Veja a resposta a seguir:

Figura 23 - Conclusão da dupla K



$L = -x^2 + 400x - 40000$

Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Sentimos dificuldade em formar os calculos para a realização da atividade.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

No tópico CONCLUSÃO **validaram** suas respostas dizendo o que aprenderam:

Figura 24 - Conclusão da dupla W

Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Concluímos que não conseguimos relembrar as aulas sobre função quadrática que tivemos no nono ano. Aprendemos que para achar o zero da função do segundo grau precisamos usar a fórmula de Bháskara.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 25 - Conclusão da dupla X

Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Relembramos regras de sinais, a fórmula de Bháskara e a de delta e aprendemos a como se resolve equações do segundo grau.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 26 - Conclusão da dupla Y

Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

R= Com está atividade relembramos como resolver a Equação de 2º grau e a usar a fórmula de Bháskara.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 27 - Conclusão da dupla Z

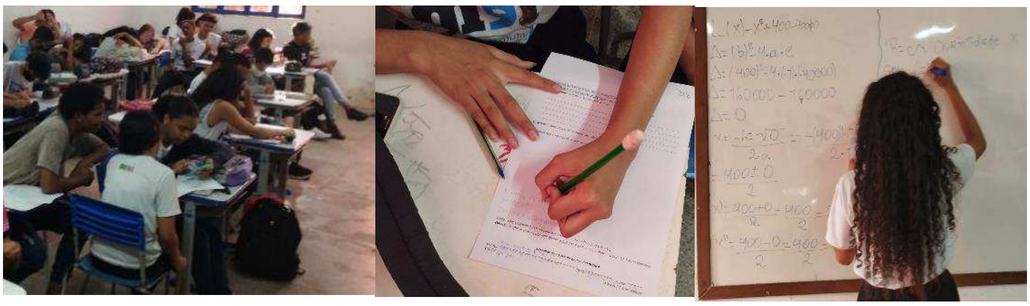
Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Eu e Xaviera aprendemos, que para achar o resultado correto temos que utilizar a formula de Bháskara e para realizar essa formula temos primeiro que achar delta (Δ) e depois utilizar na formula.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Mas, também, para **validação** das resoluções, dois grupos foram convidados para explicarem o que fizeram. A seguir, algumas fotos das duplas realizando ou expondo o que fizeram nessa atividade.

Figura 28 - Fotos das duplas resolvendo os problemas com equação do 2º grau



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na exposição das soluções destacamos que as duplas apresentaram alguns erros, como: não acertaram alguns sinais e operações com os sinais; dificuldade com potência de base negativa; resolução pela fórmula resolutiva de Bhaskara.

Na **situação de institucionalização**, a professora interviu sobre as falas das duplas, reforçando o conteúdo de zero da função a partir da função quadrática apresentada. Também, posteriormente, apresentou as resoluções de equações do 2º grau de forma completa, utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara.

Na próxima sessão, apresentaremos a experimentação da situação didática 04.

4.3.4 Experimentação da situação didática 04

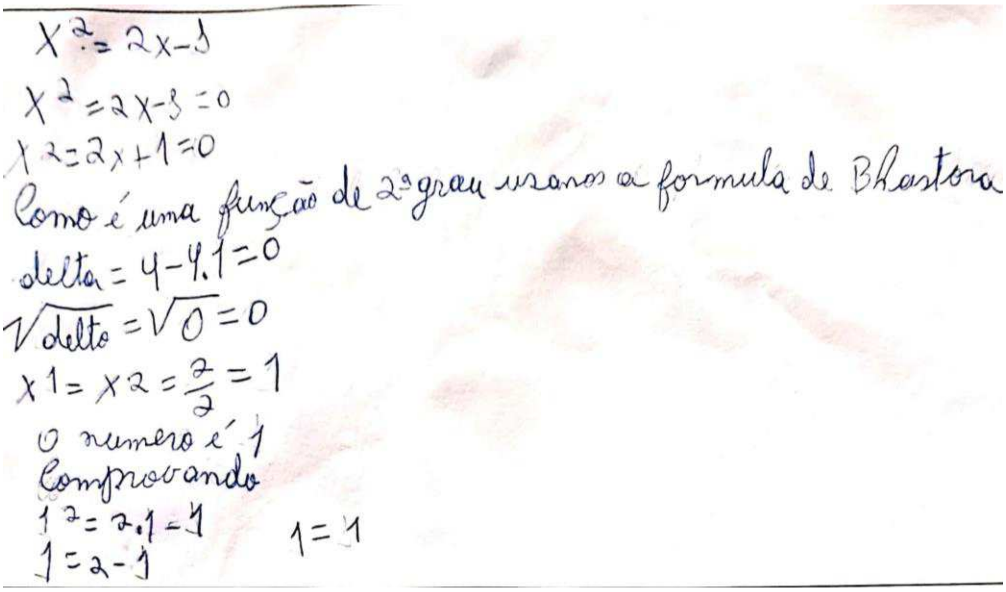
Os problemas selecionados para essa situação foram entregues aos alunos organizados em duplas, como o objetivo de: resolver problemas que envolvem equações do 2º grau utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara; identificar o tipo de equação (completa ou incompleta) e os coeficientes a, b e c; apresentar o discriminante delta e a fórmula de Bhaskara.

Determinamos que cada dupla resolvesse um dos três problemas elaborados na lista. Formaram 14 duplas participantes. O tempo que ocorreu a realização foi de duas aulas de 45 minutos.

No momento da **ação**, os alunos começaram a leitura e interpretação dos problemas. Muitos expressaram que não sabiam como fazer, que estavam com dificuldades de entender. Desse modo, pedimos que outras duplas verbalizassem algumas estratégias de como fazer. Foi dito que teriam que determinar uma fórmula e resolver depois.

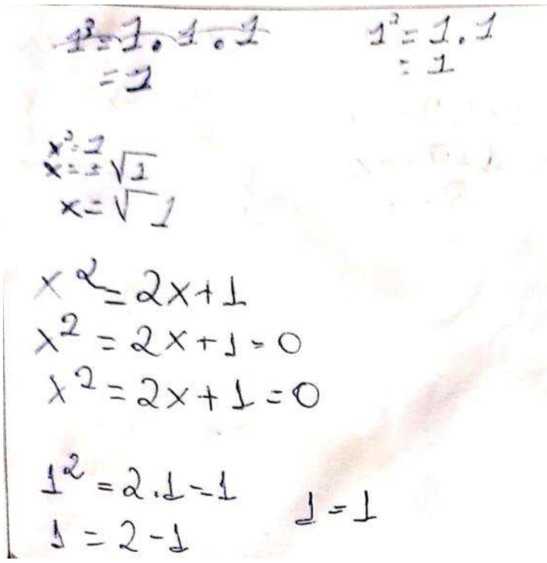
A partir daí, os grupos foram se concentrando para fazer a **formulação** de suas resoluções. Obtivemos as seguintes respostas referente a questão 01:

Figura 29 – Resolução da questão 01 da dupla C



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 30 – Resolução da questão 01 da dupla D

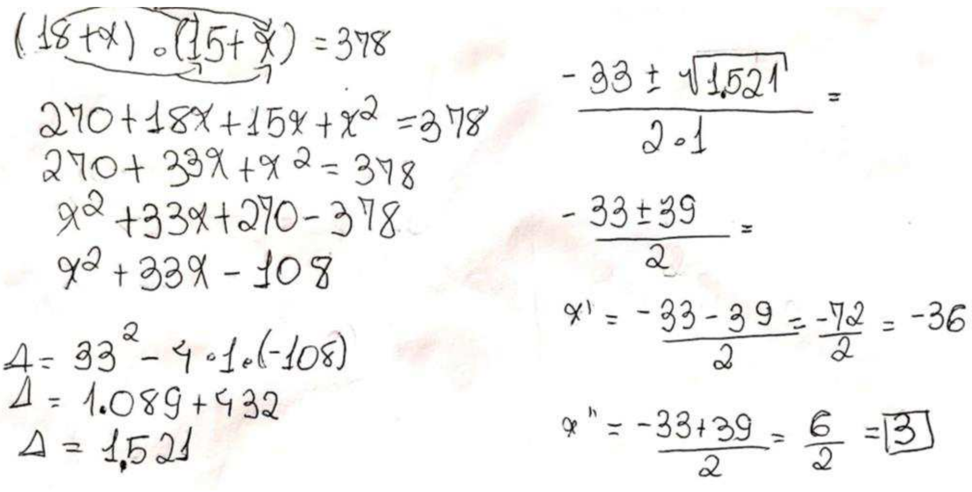


Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Observamos que as duplas acima determinaram a expressão do problema, sendo que a dupla D houve um erro quanto ao sinal, colocaram mais em vez de menos, para representar a diferença. No entanto, a dupla C aplicou a fórmula de Bhaskara para resolver, enquanto a dupla D fez por tentativa, testando números e encontrou o 1 como resposta.

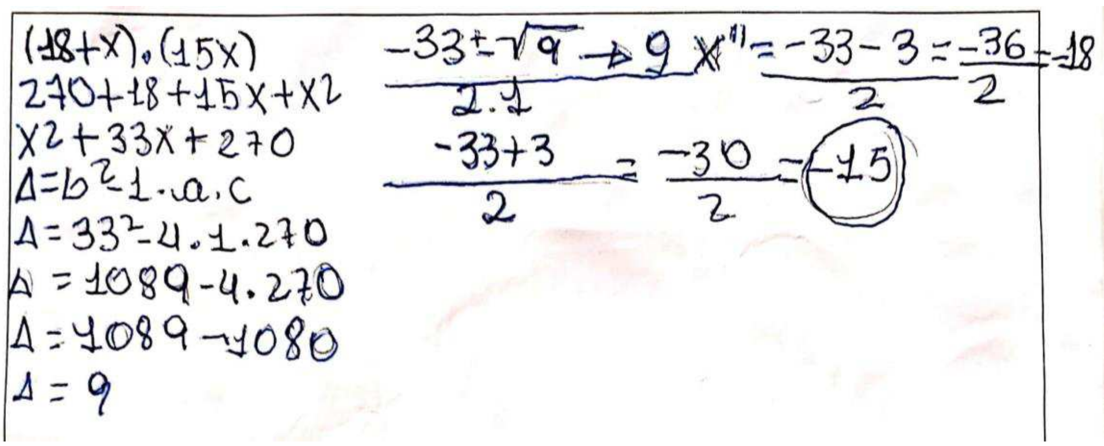
Referente a questão 02, obtivemos as seguintes respostas:

Figura 31 – Resolução da questão 02 da dupla C



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 32 – Resolução da questão 02 da dupla D

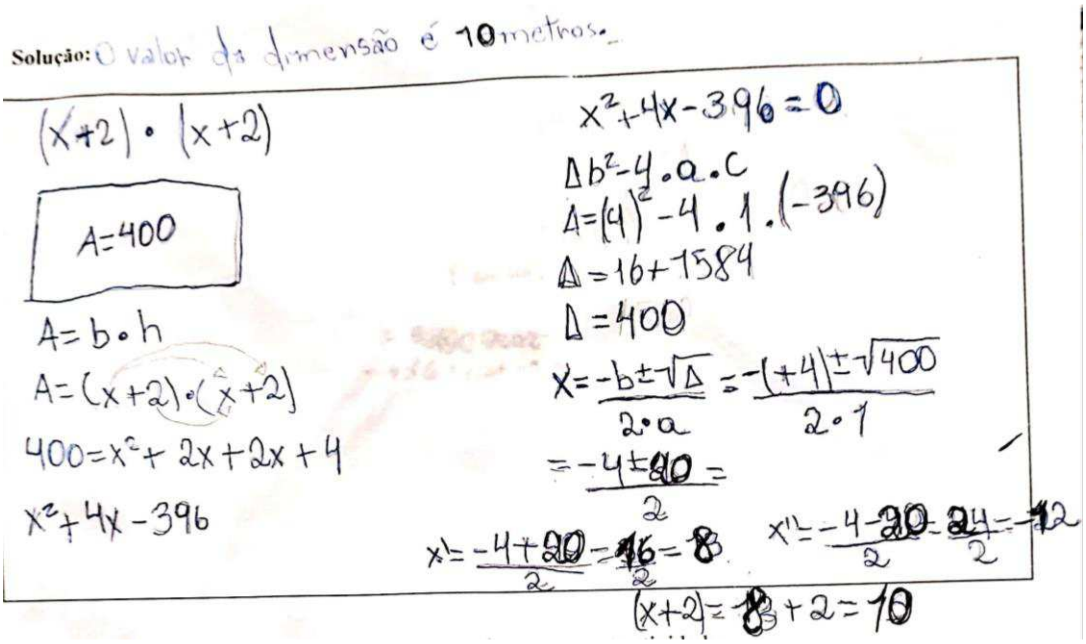


Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Nas respostas dadas acima, observamos que a dupla D não fez a devida igualdade da expressão obtida. Temos que mesmo aplicando a fórmula resolutiva de Bhaskara para solucionar o problema, a dupla não encontrou a resposta correta. Já a dupla C realizou todos os passos adequados para obtenção da resposta.

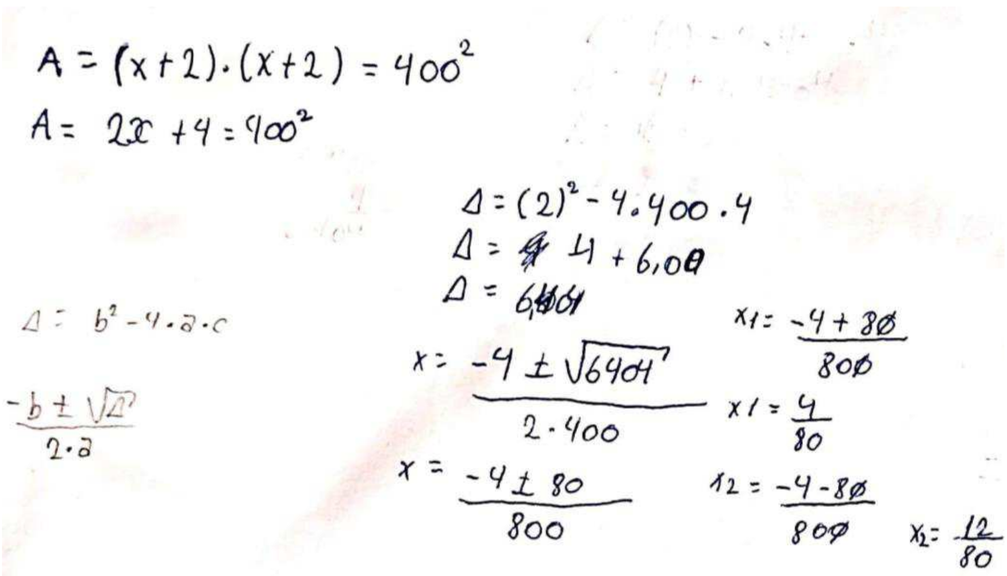
Na questão 03, destacamos as seguintes respostas:

Figura 33 – Resolução da questão 03 da dupla C



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 34 – Resolução da questão 03 da dupla D



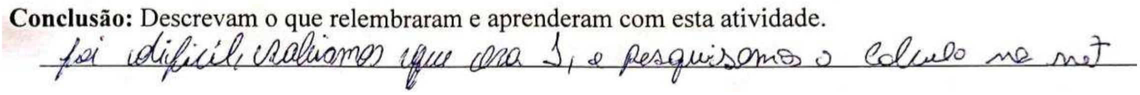
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Nas respostas dadas acima, observamos que a dupla D aplicou uma potência na área, fazendo com que a expressão não fosse correta para o cálculo. Aplicou a fórmula resolutiva de Bhaskara para solucionar o problema, no entanto, não desenvolveu a multiplicação dos polinômios e os valores dos coeficientes estão errados.

Na solução da dupla C, observamos que apesar de terem desenvolvido adequadamente a equação e aplicado a fórmula resolutiva de Bhaskara, equivocadamente, não fizeram a soma adequada para encontrar o valor do discriminante delta. Portanto, não obtiveram êxito ao encontrar a solução ao problema proposto.

No tópico CONCLUSÃO **validaram** suas respostas dizendo o que aprenderam, mostrando algumas dificuldades e a necessidade de relembrarem os conteúdos já trabalhados:

Figura 35 – Conclusão da dupla E referente a questão 01

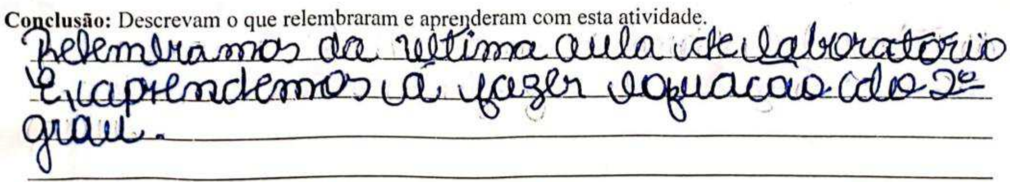


Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

foi dificil, realiamos que era Δ, e pesquisamos o calculo na net

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 36 – Conclusão da dupla F referente a questão 02

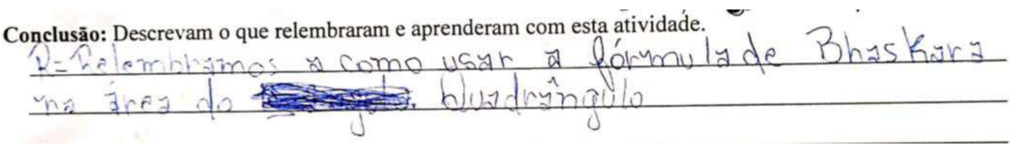


Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Relembramos da ultima aula de laboratorio e aprendemos a fazer equação do 2º grau.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 37 – Conclusão da dupla G referente a questão 03



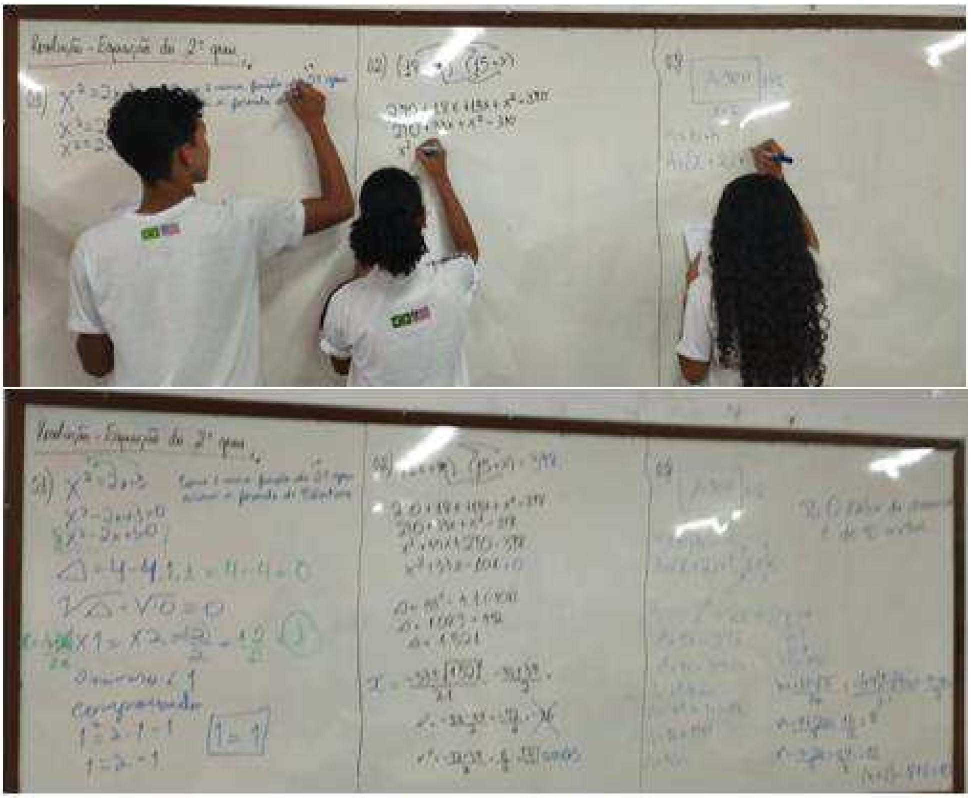
Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

R= Relembramos a como usar a fórmula de Bhaskara na área do quadrângulo

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Mas, também, para **validação** das resoluções, os grupos foram convidados para explicarem o que fizeram, conforme foto a seguir.

Figura 38 – Exposição dos alunos sobre os problemas com equação do 2º grau



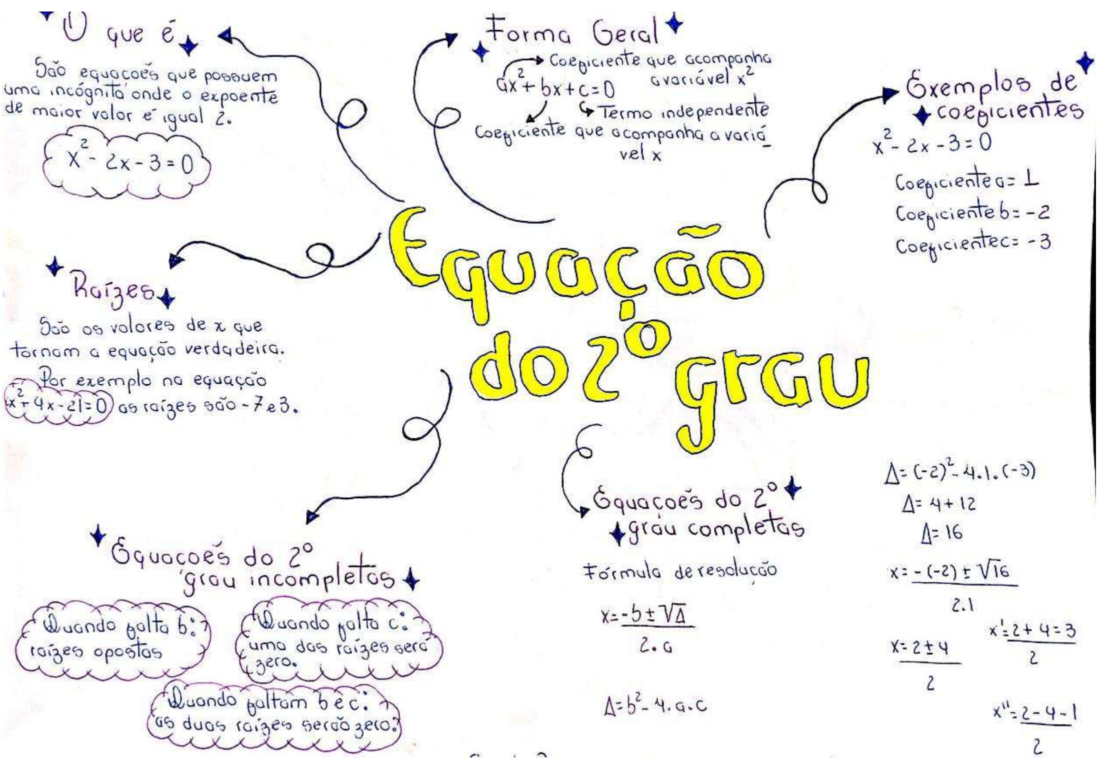
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Destacamos que, na exposição das soluções, as duplas apresentaram alguns erros, como: dificuldade de representação das equações a partir da interpretação do problema; não acertaram alguns sinais e operações com os sinais; não substituíram corretamente os valores nas fórmulas para resolução de uma equação completa do 2º grau.

Na **situação de institucionalização**, a professora interviu sobre as falas dos grupos, reforçando a ideia de modelar as equações a partir das interpretações das questões propostas, o conteúdo sobre as resoluções de equações do 2º grau de forma completa, utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara, e de equações do 2º grau de forma incompletas.

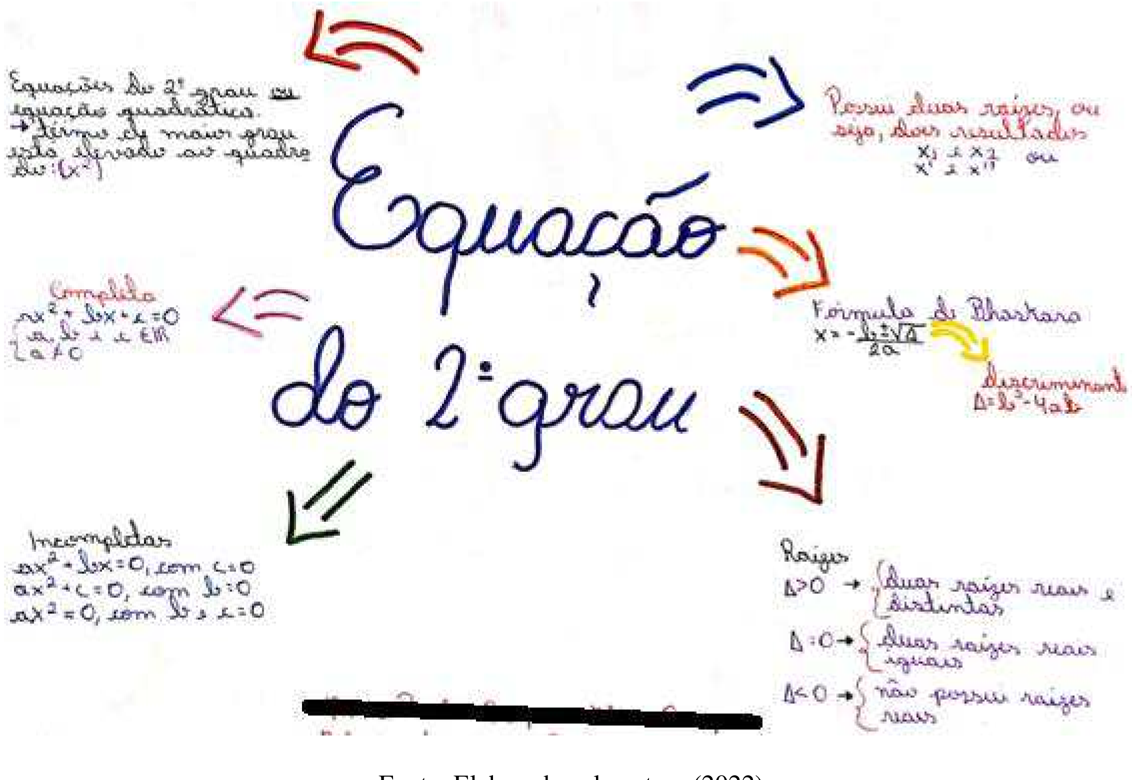
Como atividade pós aula propomos que fizessem um mapa mental sobre equação do 2º grau para estudo e síntese do assunto. Veja alguns mapas mentais elaborados a seguir:

Figura 39 – Mapa mental I sobre equação do 2º grau



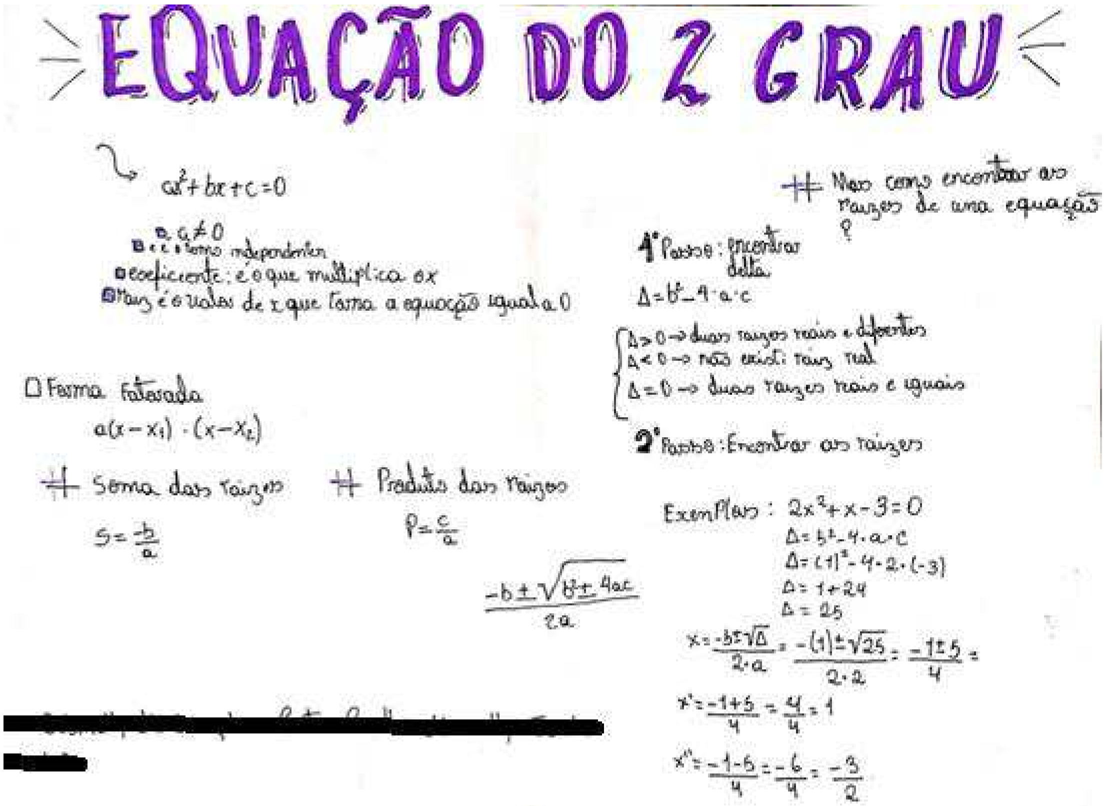
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 40 - Mapa mental II sobre equação do 2º grau



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 41 - Mapa mental III sobre equação do 2º grau



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Observamos que os mapas mentais demonstraram o entendimento pelos alunos de partes essenciais sobre equações do 2º grau e que auxiliaram na aprendizagem do conteúdo matemático. Na próxima sessão, apresentaremos a experimentação da situação didática 05.

4.3.5 Experimentação da situação didática 05

A atividade prática ocorreu no Laboratório de Ensino de Matemática com o objetivo de: localizar pontos no plano cartesiano a partir de coordenadas; traçar o gráfico da função quadrática; reconhecer a representação gráfica da função quadrática; identificar os elementos/parâmetros da função quadrática no gráfico (zero da função, coeficientes, coordenadas do vértice e outros).

Dessa forma, criamos uma prática utilizando a prancha gráfica, que foi aplicada dividindo a turma em dois grupos: grupo 01 e grupo 02. Em que cada momento dos grupos os alunos formaram quartetos para desenvolverem a prática, totalizando 8 quartetos.

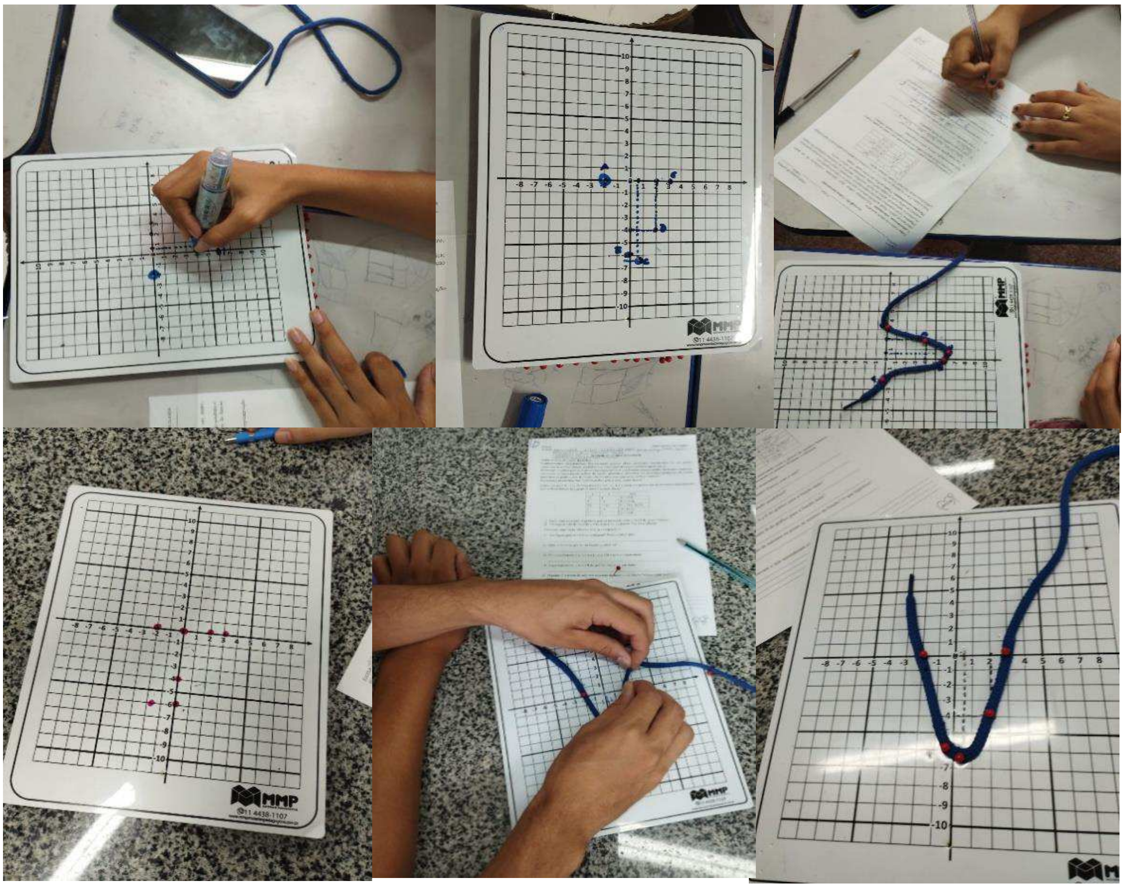
Sua aplicação ocorreu com a entrega do roteiro com as orientações, **situação de devolução**. No primeiro momento os alunos buscaram reconhecer como manusear a prancha gráfica. Tiveram o tempo de uma aula de 45 minutos para realização da prática.

Em seguida, começaram a interpretar os passos e realizar a prática, **situação de ação**, iniciando com a localização dos pontos da tabela no plano cartesiano da prancha gráfica. Observamos que surgiu a dúvida de qual seria o eixo 0x e 0y. No entanto, os próprios alunos em quartetos identificaram escrevendo com pincel de quadro na prancha gráfica os eixos.

Alguns quartetos confundiram os valores da abscissa com os valores da ordenada no ponto dado na tabela. Mas, os próprios grupos entre si explicaram e auxiliaram para correção do ponto na prancha gráfica.

A seguir temos as fotos de alguns quartetos realizando a prática.

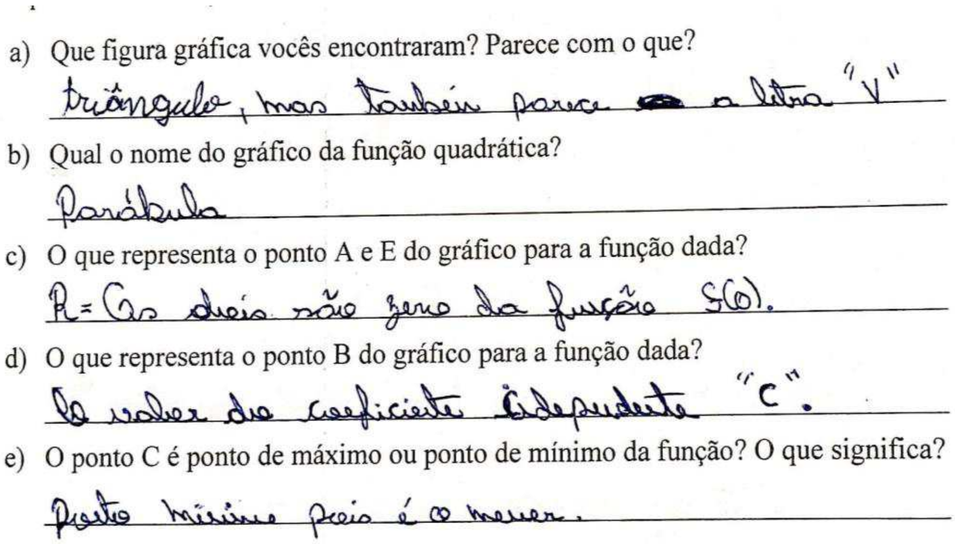
Figura 42 – Alunos realizando a prática na prancha gráfica



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de formulação**, os quartetos apresentaram dificuldades ao analisar as coordenadas no gráfico que construíram para responderem as questões. A seguir destacamos algumas respostas dadas das questões.

Figura 43 – Resolução das questões do quarteto 01 do grupo 01


a) Que figura gráfica vocês encontraram? Parece com o que?

triângulo, mas também parece a letra "V"

b) Qual o nome do gráfico da função quadrática?

Parábula

c) O que representa o ponto A e E do gráfico para a função dada?

R= Os dois são zero da função f(0).

d) O que representa o ponto B do gráfico para a função dada?

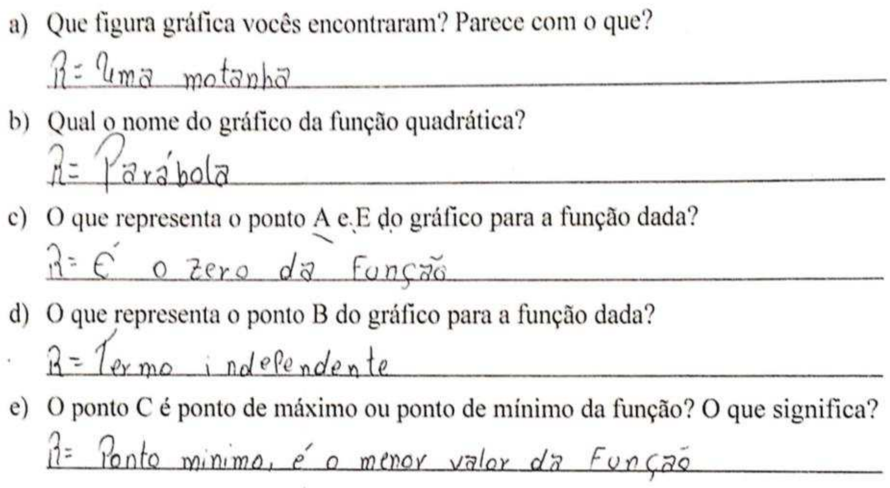
O valor do coeficiente independente "c".

e) O ponto C é ponto de máximo ou ponto de mínimo da função? O que significa?

Ponto mínimo pois é o menor.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 44 – Resolução das questões do quarteto 02 do grupo 01


a) Que figura gráfica vocês encontraram? Parece com o que?

R= Uma motanha

b) Qual o nome do gráfico da função quadrática?

R= Parábola

c) O que representa o ponto A e E do gráfico para a função dada?

R= É o zero da função

d) O que representa o ponto B do gráfico para a função dada?

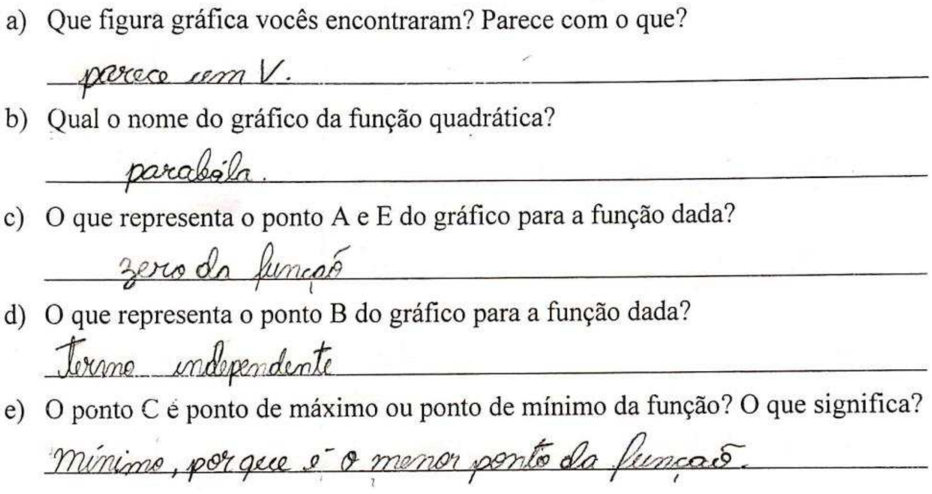
R= Termo independente

e) O ponto C é ponto de máximo ou ponto de mínimo da função? O que significa?

R= Ponto minimo, é o menor valor da função

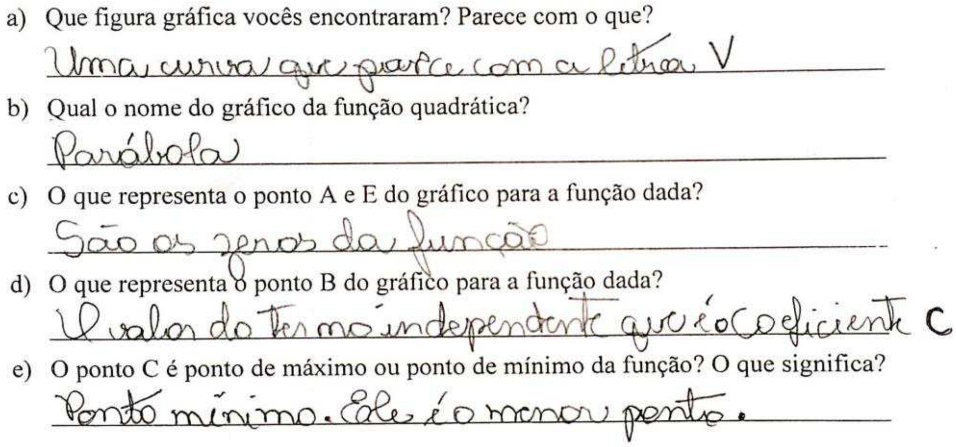
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 45 – Resolução das questões do quarteto 03 do grupo 02


a) Que figura gráfica vocês encontraram? Parece com o que?
parece com V.
b) Qual o nome do gráfico da função quadrática?
parabóla.
c) O que representa o ponto A e E do gráfico para a função dada?
zero da função
d) O que representa o ponto B do gráfico para a função dada?
Termo independente
e) O ponto C é ponto de máximo ou ponto de mínimo da função? O que significa?
Mínimo, porque é o menor ponto da função.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 46 – Resolução das questões do quarteto 05 do grupo 02

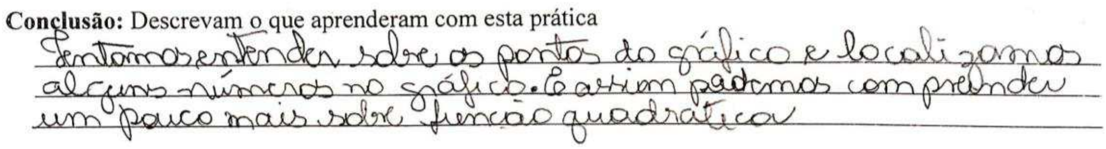

a) Que figura gráfica vocês encontraram? Parece com o que?
Uma curva que parece com a letra V
b) Qual o nome do gráfico da função quadrática?
Parábola
c) O que representa o ponto A e E do gráfico para a função dada?
São os zeros da função
d) O que representa o ponto B do gráfico para a função dada?
O valor do termo independente que é o coeficiente C
e) O ponto C é ponto de máximo ou ponto de mínimo da função? O que significa?
Ponto mínimo. Ele é o menor ponto.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Das respostas em destaque observamos que o formato do gráfico da função quadrática estudada parecia com várias coisas, os alunos conseguiram identificar os pontos que representavam os zeros da função e o valor do coeficiente c. No entanto, nas respostas ficaram faltando especificarem o que eram os pontos que dariam origem a tais parâmetros ou elementos da função. Já na análise sobre ponto de mínimo e máximo, somente o quarteto 02 do grupo 02, explicou corretamente o que significava ser o ponto de mínimo da função.

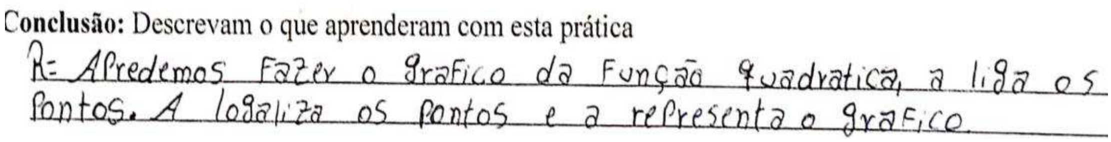
No tópico CONCLUSÃO, os alunos **validaram** suas respostas dizendo o que aprenderam. Destacamos que o uso da prancha gráfica na atividade se tornou divertida para muitos alunos, pois construíram seu próprio gráfico e ideias num material concreto, tendo uma visão bidimensional do objeto estudado. A seguir apresentamos as conclusões dos denominados quartetos A, B e C:

Figura 47 – Conclusão do quarteto A sobre a prática com a prancha gráfica


Conclusão: Descrevam o que aprenderam com esta prática
Tentamos entender sobre os pontos do gráfico e localizamos alguns números no gráfico. E assim podemos compreender um pouco mais sobre função quadrática

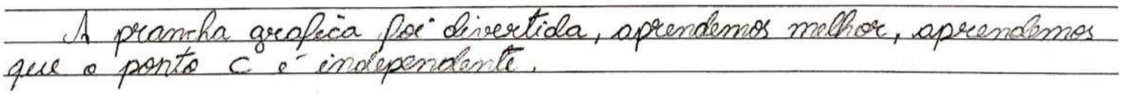
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 48 - Conclusão do quarteto B sobre a prática com a prancha gráfica


Conclusão: Descrevam o que aprenderam com esta prática
R= Apredemos Fazer o grafico da Função quadratica, a liga os pontos. A logaliza os pontos e a representa o grafico.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

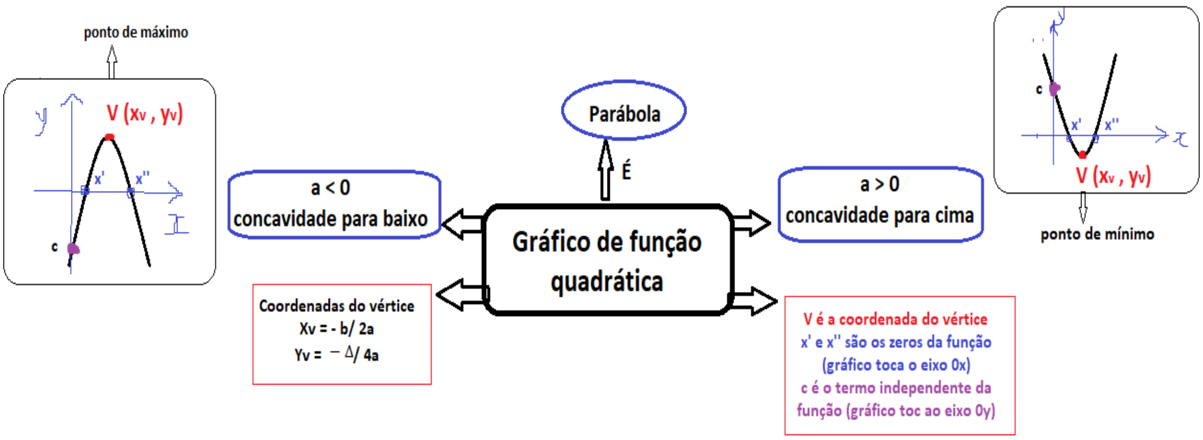
Figura 49 – Conclusão do quarteto C sobre a prática com a prancha gráfica


A prancha grafica foi divertida, aprendemos melhor, aprendemos que o ponto c é independente.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de institucionalização**, a professora interviu sobre as falas dos grupos, reforçando o conteúdo sobre gráfico de função quadráticas através da elaboração de mapa mental no quadro, conforme figura a seguir.

Figura 50 – Mapa mental sobre gráfico de função quadrática



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

O mapa mental elaborado pela professora apresentou uma síntese dos principais parâmetros a serem compreendidos e analisados no gráfico de uma função quadrática. Na próxima sessão, apresentaremos a experimentação da situação didática 06.

4.3.6 Experimentação da situação didática 06

A atividade proposta, utilizando o aplicativo Geogebra, foi realizada com o objetivo de: construir os gráficos utilizando o Geogebra; diferenciar as posições gráficas; identificar os pontos no plano cartesiano e os elementos da função quadrática no gráfico (zeros da função, valores dos coeficientes, coordenadas do vértice, outros).

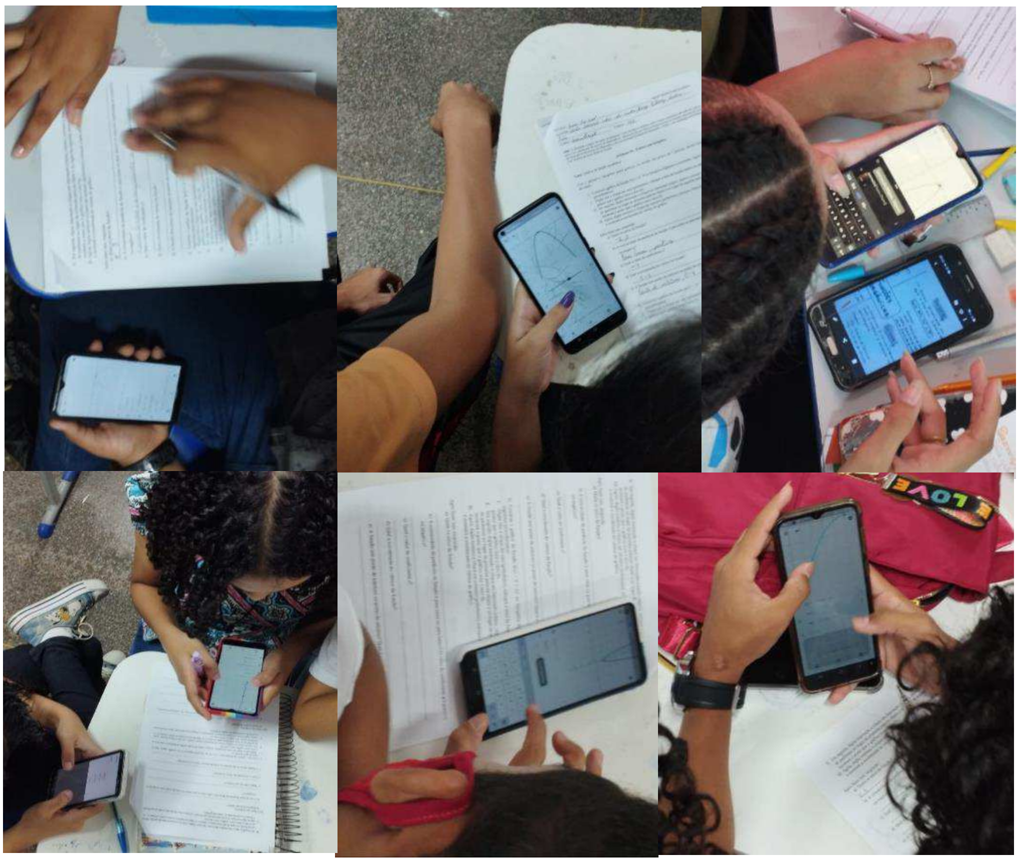
Sua aplicação ocorreu com a entrega do roteiro com as orientações e questões para a construção dos gráficos no Geogebra e análise a partir de perguntas sobre parâmetros e elementos ada função quadrática, **situação de devolução**. Tiveram o tempo de duas aulas de 45 minutos para realização da prática.

No primeiro momento os alunos buscaram manusear as ferramentas do Geogebra utilizando os comandos que foram descritos na atividade. Mas, alguns já tinham uma desenvoltura, pois utilizaram em aulas anteriores sobre o estudo de função afim.

Em seguida, começaram a construir cada gráfico da função seguindo os passos dados nas orientações, **situação de ação.**

A seguir temos as fotos de alguns grupos realizando a prática.

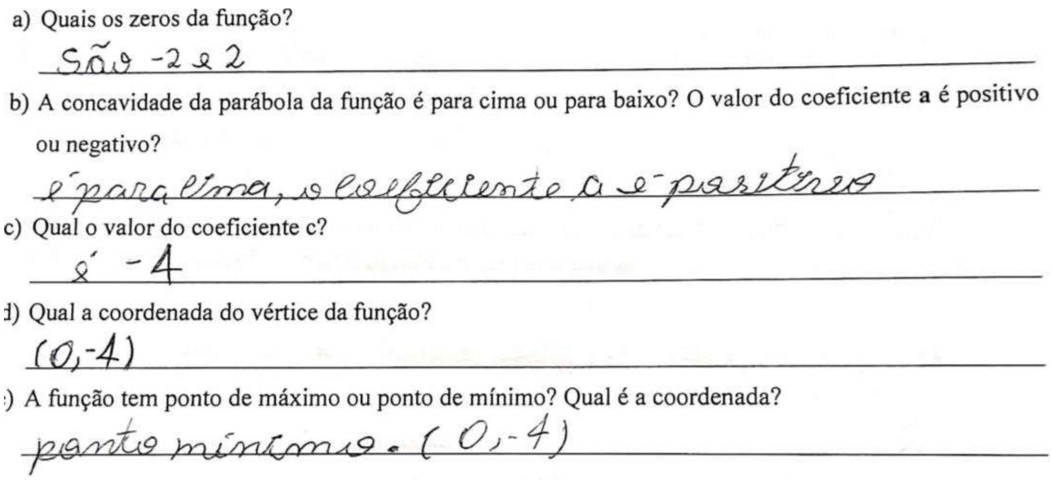
Figura 51 – Alunos realizando a prática no Geogebra



Fonte Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de formulação**, os grupos apresentaram dificuldades em utilizar os comandos, mas depois que fizeram o primeiro gráfico e analisaram as coordenadas no gráfico para responderem as questões ficou fácil. A seguir destacamos algumas respostas dadas nas questões.

Figura 52 – Resolução da questão 01 pelo grupo C


a) Quais os zeros da função?

São -2 e 2

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

é para cima, o coeficiente a é positivo

c) Qual o valor do coeficiente c?

é -4

d) Qual a coordenada do vértice da função?

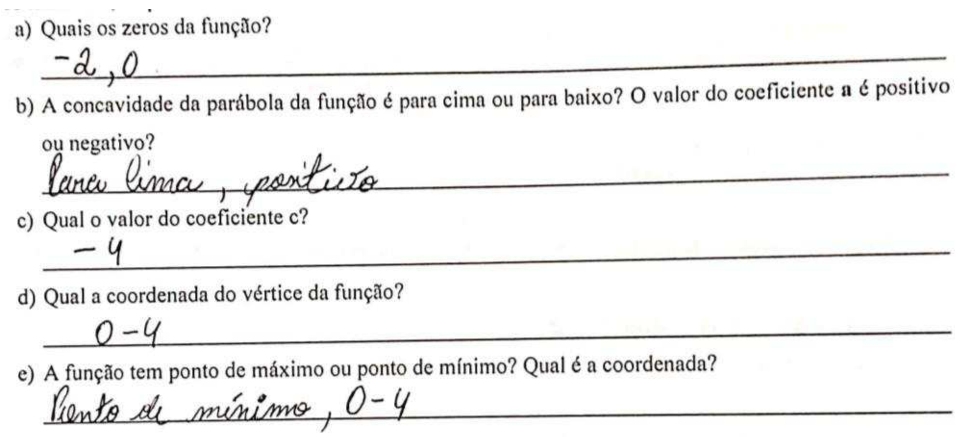
(0,-4)

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

ponto mínimo. (0,-4)

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 53 – Resolução da questão 01 pelo grupo D


a) Quais os zeros da função?

-2, 0

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

Para cima, positivo

c) Qual o valor do coeficiente c?

-4

d) Qual a coordenada do vértice da função?

0-4

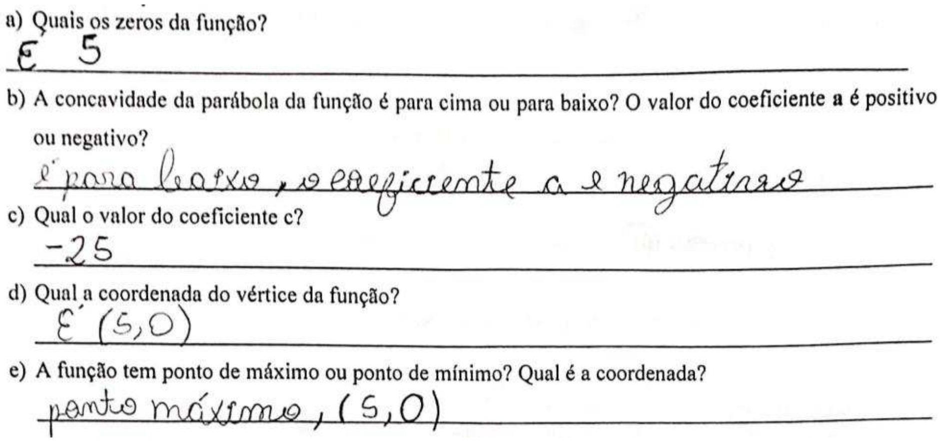
e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

Ponto de mínimo, 0-4

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Observamos que na questão 01 o grupo D não conseguiu identificar os zeros da função, tentou fazer a representação do ponto que representaria um dos zeros da função. Não compreendeu bem a diferença de coordenada do ponto e o valor do zero (valor de x para que a função seja nula). Além que, não soube representar adequadamente as coordenadas do ponto do vértice. Já o grupo C conseguiu responder corretamente as questões, assim como soube utilizar adequadamente a linguagem simbólica matemática.

Figura 54 – Resolução da questão 02 pelo grupo C



a) Quais os zeros da função?

É 5

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

é para baixo, o coeficiente a é negativo

c) Qual o valor do coeficiente c?

-25

d) Qual a coordenada do vértice da função?

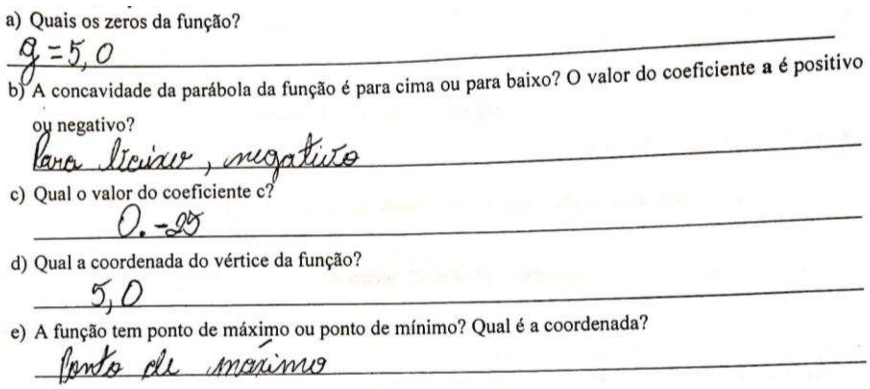
É (5,0)

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

ponto máximo, (5,0)

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 55 – Resolução da questão 02 pelo grupo D



a) Quais os zeros da função?

g = 5, 0

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

Para baixo, negativo

c) Qual o valor do coeficiente c?

0. -25

d) Qual a coordenada do vértice da função?

5, 0

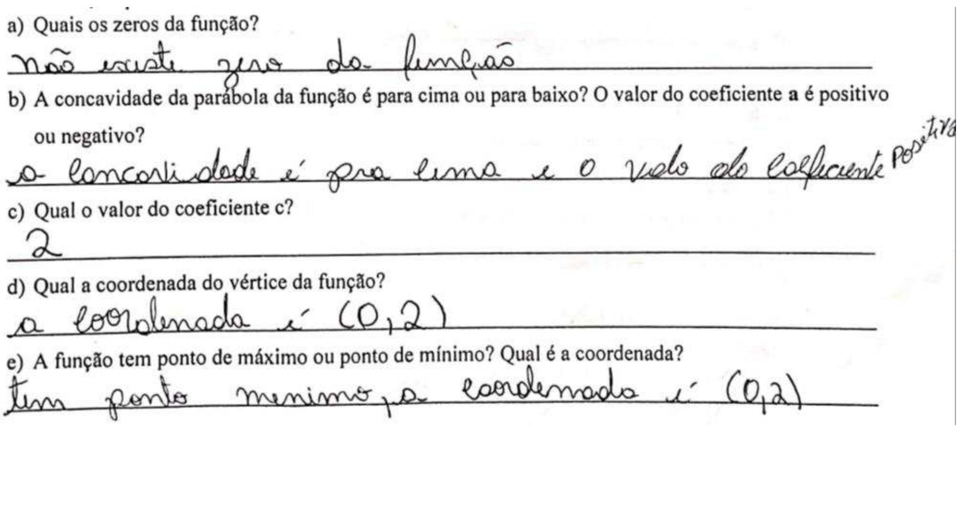
e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

Ponto de máximo

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Observamos que na questão 02, novamente o grupo D não conseguiu identificar os zeros da função, não compreendeu bem a diferença de coordenada do ponto e o valor do zero (valor de x para que a função seja nula), nem soube representar adequadamente as coordenadas do ponto do vértice.

Figura 56 – Resolução da questão 03 pelo grupo C



a) Quais os zeros da função?

não existe zero da função

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

a concavidade é pra cima e o valor do coeficiente positivo

c) Qual o valor do coeficiente c?

2

d) Qual a coordenada do vértice da função?

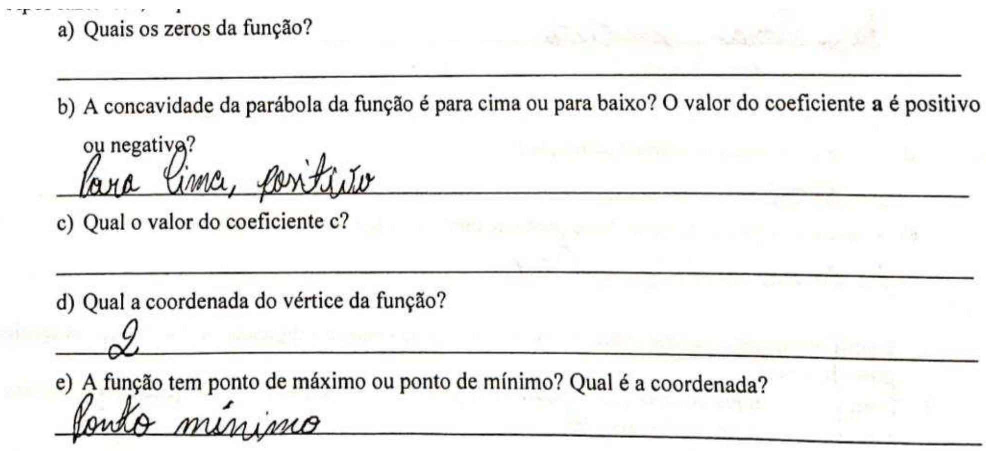
a coordenada é (0,2)

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

tem ponto mínimo, a coordenada é (0,2)

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 57 – Resolução da questão 03 pelo grupo D


a) Quais os zeros da função?

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

Para cima, positivo

c) Qual o valor do coeficiente c?

d) Qual a coordenada do vértice da função?

2

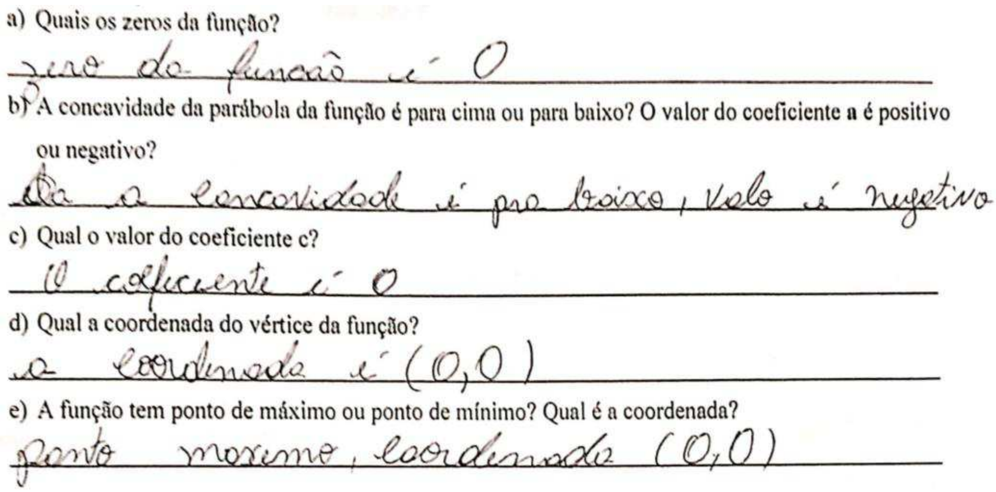
e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

Ponto mínimo

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Observamos que na questão 03, o grupo C conseguiu entender que não havia zero da função, compreendendo que como o gráfico não tocava o eixo 0x não haveriam valores para que a função fosse nula. Já o grupo 02 não conseguiu interpretar e não colocou nenhuma resposta. Também, não identificou o valor do termo independente da função e nem as coordenadas do vértice.

Figura 58 – Resolução da questão 04 pelo grupo C


a) Quais os zeros da função?

zero da função é 0

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

Da a concavidade é pra baixo, valo é negativo

c) Qual o valor do coeficiente c?

O coeficiente é 0

d) Qual a coordenada do vértice da função?

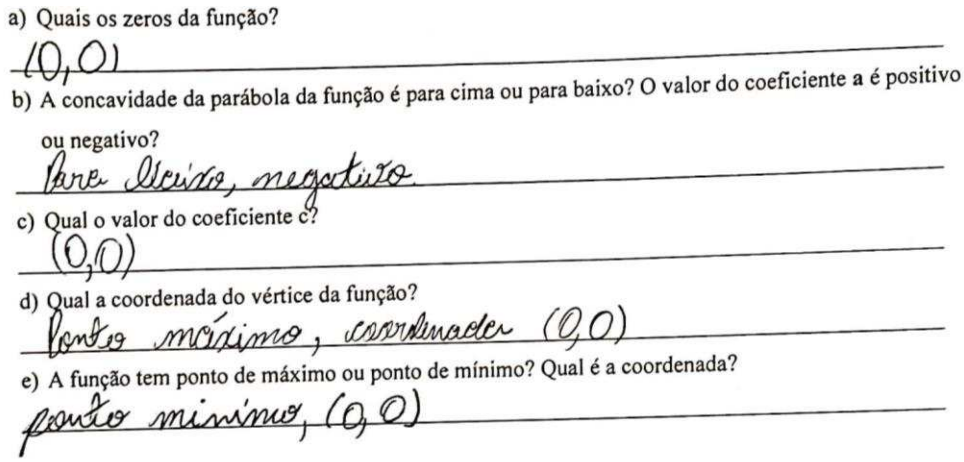
a coordenada é (0,0)

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

ponto maximo, coordenada (0,0)

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 59 – Resolução da questão 04 pelo grupo D



a) Quais os zeros da função?

(0,0)

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente a é positivo ou negativo?

Para baixo, negativo.

c) Qual o valor do coeficiente c?

(0,0)

d) Qual a coordenada do vértice da função?

Ponto máximo, coordenada (0,0)

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

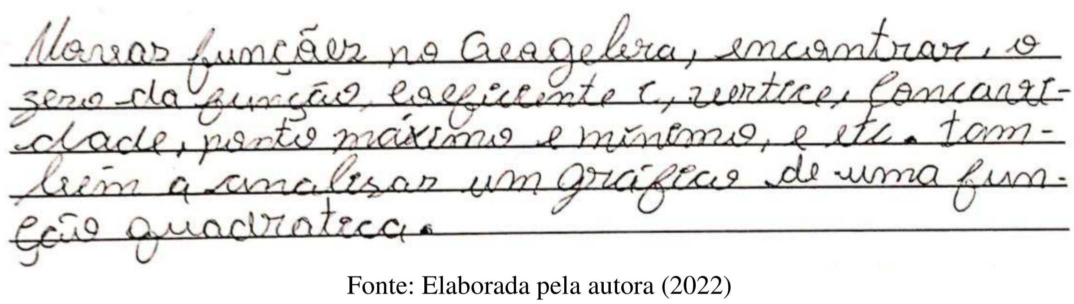
ponto mínimo, (0,0)

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Fazendo um comparativo das respostas da questão 04 acima, temos que o grupo D tomou as coordenadas do ponto para identificar os zeros da função e o valor do coeficiente c, mesmo havendo discussões com outros grupos em sala. Já o grupo C fez a análise e colocou as respostas de forma correta.

No tópico CONCLUSÃO **validaram** suas respostas dizendo o que aprenderam:

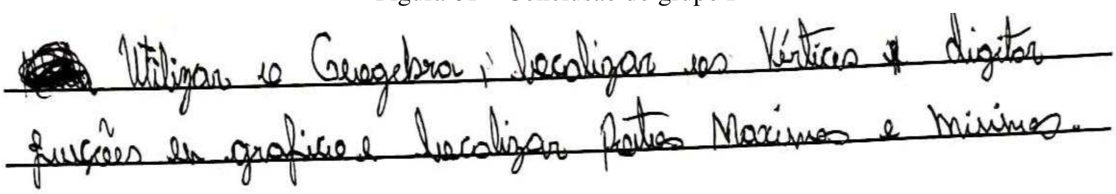
Figura 60 – Conclusão do grupo E



Marcar funções no Geogebra, encontrar o zero da função, coeficiente c, vértice, concavidade, ponto máximo e mínimo, e etc. também a analisar um gráfico de uma função quadrática.

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

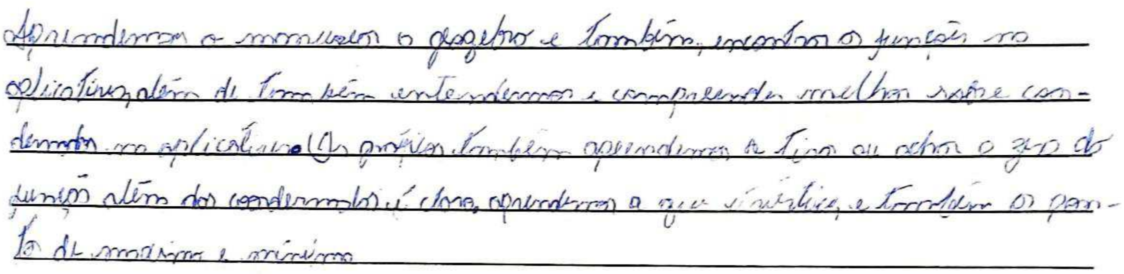
Figura 61 – Conclusão do grupo F



Utilizar o Geogebra; localizar os Vértices e digitar funções no gráfico e localizar Pontos Máximos e Mínimos.

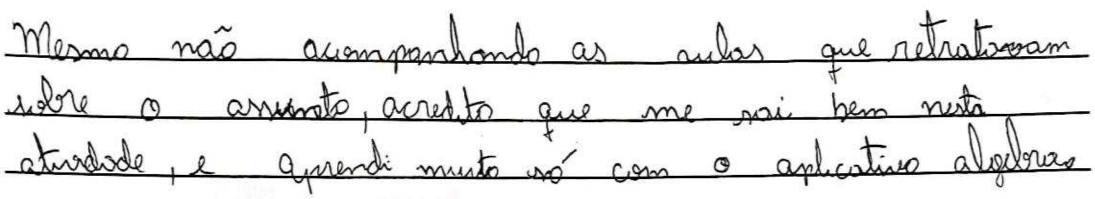
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 62 – Conclusão do grupo G


Aprendemos a manusear o geogebra e também, encontrar as funções no aplicativo, além de também entendermos e compreender melhor sobre conteúdo no aplicativo. Os gráficos também aprendemos a tipo ou achar o zero da função além das coordenadas. É claro, aprendemos o que é vértice, e também os ponto de máximo e mínimo

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 63 – Conclusão do grupo H


Mesmo não acompanhando as aulas que retratavam sobre o assunto, acredito que me sai bem nesta atividade, e aprendi muito só com o aplicativo algebras

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na **situação de institucionalização**, a professora fez a representação gráfica de cada função quadrática utilizando o Geogebra. Em seguida, mostrou que dependendo das raízes a parábola terá posições distintas no plano cartesiano, que existem funções que não possuem zero da função, reforçou que o sinal do coeficiente a determina a abertura da parábola, sendo com concavidade para cima ou para baixo, apresentou teoria sobre as coordenadas do vértice e analisou os parâmetros e características de cada ponto do gráfico.

Na seguinte sessão, traçaremos as análises *a posteriori* e validação da experimentação das situações didáticas aplicadas.

4.4 Análise *a posteriori* e validação da experimentação

Na análise *a posteriori* fazemos o tratamento dos dados colhidos na experimentação a partir das observações feitas e produções dos alunos. Já na validação confrontamos as análises *a priori* e *a posteriori* para confirmar ou refutar as hipóteses levantadas. A seguir trataremos a análise *a posteriori* e validação de cada situação didática aplicada na pesquisa.

4.4.1 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 01

Conforme as análises a priori realizadas para a situação-problema introdutória, esperávamos que na **questão 01**, os grupos de alunos determinassem a expressão que representava a função lucro ($L(x)$), a partir da interpretação dos dados fornecidos e chegassem a expressão: $L(x) = (500 – x)x – 100x – 10000 = (500 – x)x – (100x +10000)$.

Observamos que duas duplas acertaram a lei de formação, porém, não souberam especificar detalhadamente as relações entre as variáveis receita ($R(x)$), custo ($C(x)$) e despesa fixa. Houve um erro no sinal da função lucro que consiste em não representar a diferença entre essas variáveis, colocaram o sinal de adição na parte dos gastos (custo e despesa).

Para a **questão 02**, esperávamos que os alunos utilizassem os conceitos aprendidos sobre domínio, contradomínio e imagem de uma função para calcular a imagem da função lucro obtida na questão 01. Deveriam encontrar que o lucro $L(x)$ seria de R$ 20000 para a venda de 100 produtos. No entanto, observamos que a maioria das duplas:

- não conseguiu encontrar a lei de formação da função lucro ou quando representou, fez de forma incompleta;
- não conseguiu resolver as expressões numéricas, mesmo aplicando os valores do domínio na função lucro obtidas;
- errou algumas operações com os números inteiros.

Para a **questão 03**, a hipótese era que as duplas analisassem a expressão obtida na questão 01, fizessem uma comparação com expressões algébricas e a equação do 2º grau para caracterizar o tipo de função que representava a função lucro da situação-problema e justificassem a resposta. Mas, nenhum grupo acertou, colocaram como resposta que era função afim.

Desse modo, observamos que mesmo as duplas que colocaram corretamente a lei de formação da função lucro, não acertaram, pois não desenvolveram a função lucro utilizando as multiplicações entre os polinômios para que ficasse explicito a expressão que caracterizaria o tipo de função, no caso, a função lucro é a função polinomial do 2º grau (função quadrática), ou seja, a seguinte expressão: $L(x) = - x^2 + 400x – 10000$.

A partir dessa situação didática identificamos que os alunos tiveram muita dificuldade de interpretação para representarem expressões algébricas sobre um problema matemático. Desse modo, foi proposto umas alterações na questão 01 na parte de experimentação.

Apesar disso, consideramos que as duplas se esforçaram para criarem estratégias de resoluções, agiram em busca de, com seus conhecimentos prévios, conseguirem expressar ideias no papel e mesmo oralmente, quando levantavam dúvidas entre si. Podemos asseverar que, após as explicações de algumas duplas no quadro e correções da professora, foi validada a proposta da situação, pois desencadeou reforço do conteúdo de funções, uma nova aprendizagem das funções e a introdução do assunto de função quadrática nos estudos de Matemática.

Apresentaremos, a seguir, a análise *a posteriori* e validação da situação didática 02.

4.4.2 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 02

Na situação proposta, esperávamos que as duplas resolvessem as questões referentes a primeira parte da prática, a fim de reconhecer as equações do 2º grau (questão 01), representar a forma geral de uma equação do 2º grau (questão 02) e de identificar os coeficientes a, b e c (questão 03). Observamos que a maioria conseguiu responder e acertar as respostas.

No entanto, na questão 03, algumas duplas não acertaram os coeficientes da equação $11 - 3x = 2x^2$. Consequentemente, devido a equação não está disposta na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$. Assim, os alunos deveriam ter observado essa necessidade, ordenar os coeficientes e identificá-los adequadamente.

Para a segunda etapa da prática, por hipótese, supomos que as duplas colocariam a figuras em EVA (Etileno Acetato de Vinila) de forma adequada para construção dos retângulos que representam as equações do 2º grau e determinariam as expressões algébricas que representam a medida dos lados. A partir daí, utilizariam os conhecimentos de área de um retângulo para escrever a expressão da área igualando a zero para encontrar as raízes das seguintes equações do 2º grau: $x^2 + 5x + 6 = 0$ e $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Podemos afirmar, após observações, que nessa segunda etapa da prática:

- todas as duplas tiveram êxito nas construções geométricas das equações do 2º grau dada;
- os alunos conseguiram fazer a transposição da expressão equacionada na forma de uma figura retangular e representar as medidas dos lados em forma de polinômio;
- algumas duplas não dispuseram corretamente dos cálculos para identificar as raízes da equação, pois colocaram igualdades que não correspondiam a resolução correta.

Desse modo, as dificuldades existentes na prática foram sanadas no processo de realização, em que as próprias duplas discutiram as ideias, fizeram orientações aos colegas e traçaram estratégias de ações sobre o meio.

Acreditamos que a proposta da situação didática aplicada validou o aprendizado dos alunos trazendo um maior significado ao conteúdo de equação do 2º grau. Temos que, nas conclusões descritas pelas duplas, observamos que o assunto foi aprendido por uns e serviu de reforçou para outros. Houve uma associação entre teoria e prática, propiciando a exploração de conhecimentos geométricos e algébricos ao mesmo tempo.

Apresentaremos, a seguir, a análise *a posteriori* e validação da situação didática 03.

4.4.3 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 03

Na situação didática 03, a questão proposta visava que os alunos usassem a ideia de zero da função. Por hipótese, esperávamos que as duplas fizessem a igualdade da função lucro com zero obtendo uma equação do 2º grau e resolvessem a equação completa do 2º grau. Ficaria da seguinte forma: $- x^2 + 400x - 40000 = 0$

Para tanto, durante a experimentação, várias dúvidas foram levantadas de como encontrar o zero da função lucro e como resolver a equação do 2º grau originada. Após algumas ideias fornecidas por falas e discussões entre os grupos, os alunos partiram para a resolução da equação do 2º grau.

Destacamos que na situação dada, observamos que alguns alunos:

- precisam entender melhor o conceito de zero da função;
- não sabem resolver uma equação do 2º grau;
- não sabem representar a fórmula do discriminante delta e de Bhaskara;
- possuem dificuldade em resolver expressões numéricas com operações de números inteiros, potência e raiz quadrada.

Portanto, com todos os obstáculos e erros existentes na obtenção de uma solução, asseveramos que as duplas validaram sua aprendizagem sobre zero da função quadrática, e, também, de resolução de equação do 2º grau, quando se propuseram a tomar decisões, trocar ideias, fazer escolhas, traçar estratégias e a explicar suas propostas resolutivas para tornar a resposta aceita ou refutada por todos.

Observamos que, no momento das respostas pelas duplas que foram ao quadro, os demais alunos estavam atuantes e participativos ao ponto de apontarem de forma clara alguns erros nas soluções expostas sem necessidade de intervenção da professora. Fato este que demonstra a validação da aprendizagem dos alunos pela situação didática.

Apresentaremos, a seguir, a análise *a posteriori* e validação da situação didática 04.

4.4.4 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 04

Na presente situação didática, esperávamos que os alunos reforçassem/aprendessem a resolver equações do 2º grau utilizando ou não a fórmula resolutiva de Bhaskara.

Para tanto, a hipótese é que as duplas façam a modelagem dos problemas de forma direta, sem muita dificuldade, devido já terem realizado outras modelagens. Assim, deveriam encontrar as seguintes equações:

Questão 01: $x^2 = 2x - 1$

Questão 02: $(18 + x).(15 + x) = 378$

Questão 03: $(x + 2).(x + 2) = 400$

Em seguida, esperávamos que as duplas determinassem as soluções para as equações aplicando ou não a fórmula resolutiva de Bhaskara, podendo utilizar diversos processos resolutivos adequados para cada problema.

No entanto, observamos que:

- os três problemas propostos trouxeram maior desafio aos grupos do que o esperado, pois tiveram dificuldades para interpretar e representar as equações;
- poucas duplas conseguiram acertar as modelagens e até obter as soluções corretas aos problemas;
- as duplas focaram na fórmula resolutiva de Bhaskara para resolver as equações, sendo que poderiam utilizar os processos simplificativos abordados em outra atividade anterior;
- alguns alunos, ainda, apresentaram dificuldades em resolver expressões numéricas com operações de números inteiros, potência e raiz quadrada.

Apesar das dificuldades dos alunos em modelar as equações, consideramos que houve a validação da situação proposta, pois atingiu seus objetivos e desencadeou aprendizados significativos quanto a resolução de uma equação do 2º grau. Isso se confirma com as conclusões descritas pelas duplas no tópico CONCLUSÃO em que alguns alunos descreveram que aprenderam a fazer equação do 2º grau com a atividade e, também, com a elaboração pós-aula de mapas mentais sobre equações do 2º grau.

Apresentaremos, a seguir, a análise *a posteriori* e validação da situação didática 05.

4.4.5 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 05

Na situação didática 05, esperávamos que os alunos construíssem um gráfico de uma certa função quadrática a partir de pontos dados por uma tabela a serem colocados no plano cartesiano de um material chamado prancha gráfica. A partir daí, respondessem as questões analisando os pontos no gráfico.

Os alunos iniciaram a prática mexendo na prancha gráfica, com seus alfinetes, eixos e o fio. Por hipótese, as duplas deveriam localizar corretamente os pontos da tabela no plano cartesiano e compreender a disposição para construção do gráfico da função quadrática. Observamos que algumas duplas não identificaram os eixos 0x e 0y e tiveram dificuldade de colocar corretamente com o pincel os pontos da tabela na prancha gráfica. Após discussões e apresentação de formas gráficas estranhas, as duplas se corrigiram para colocarem os pontos dispostos adequadamente.

Desse modo, todas as duplas conseguiram localizar os pontos e construir os gráficos com os alfinetes e fio no plano cartesiano da prancha gráfica. Em seguida, descreveram o formato do gráfico obtido e responderam as questões analisando os elementos e os pontos no gráfico.

No entanto, observamos que as respostas ao analisar o gráfico das duplas foram:

- quanto ao que representaria os pontos A = (-2,0) e E = (3,0) no gráfico, disseram que era o zero da função e não que são as coordenadas que determinariam os zeros da função;
- quanto ao que representaria o ponto B = (0,-6) no gráfico, disseram que era o valor do termo independente c e não que são as coordenadas que determinariam o valor desse coeficiente;
- quanto ao que representaria o ponto C = (0,5, -6,25) no gráfico, disseram acertadamente que era o ponto de mínimo, mas para explicar o significado colocaram somente que era o menor valor, não especificado de onde seria este menor valor.

Essas respostas apresentaram a necessidade de explicar melhor aos alunos algumas características quanto aos elementos apresentados numa parábola.

Acreditamos que, apesar de incompletudes nas respostas dadas pela análise dos alunos, a situação didática validou o aprendizado destes, trazendo uma introdução ao estudo do gráfico de função quadrática, reforçando a localização de pontos no plano cartesiano e traçado do gráfico.

Destacamos que, com a prancha gráfica, os alunos conseguiram construir e analisar mais facilmente o gráfico, pois houve uma associação entre teoria e prática. Temos que nas conclusões descritas pelas duplas alguns escreveram que aprenderam melhor com a prancha gráfica e que foi divertido. Uma visão da experimentação associada a ludicidade.

Apresentaremos, a seguir, a análise *a posteriori* e validação da situação didática 06.

4.4.6 Análise *a posteriori* e validação da situação didática 06

Na análise *a priori* da situação didática 06, esperávamos que os quartetos aprendessem a manusear o aplicativo Geogebra utilizando os próprios celulares para construções de gráficos das funções quadráticas e análise destes a partir de comandos dados por orientações passo a passo.

Na primeira construção, observamos que alguns quartetos tiveram dificuldades em inserir as funções utilizando as ferramentas, mas os alunos que tinham uma maior familiaridade auxiliaram nas orientações. Não conseguiam colocar os símbolos ou colocar a potência x^2. Assim, realizaram a construção gráfica da questão 01, no qual com os comandos marcaram pontos, que foram analisados conforme perguntas feitas no roteiro.

Nas análises gráficas, a maioria dos quartetos foi capaz de identificar os zeros da função, o valor do coeficiente **c** da função, a coordenada do vértice da função, a coordenada do ponto de máximo ou mínimo, a posição da concavidade da função (para cima ou para baixo) e o sinal do coeficiente **a** da função de todas as quatro funções dadas, mesmo que as disposições gráficas no plano cartesiano fossem distintas.

Destacamos que alguns quartetos de alunos:

- não conseguiram construir adequadamente os gráficos;
- tiveram dificuldades ao usar os comandos no Geogebra;
- não identificaram os pontos pedidos para analisarem e responderem as perguntas feitas sobre os elementos e parâmetros no gráfico das funções;
- representaram coordenadas de pontos em vez de colocar os valores do zero das funções e do termo independente c das funções.

Portanto, consideramos que os quartetos tiveram mais estratégias e respostas exitosas com a prática proposta mesmo havendo algumas dificuldades no manuseio do aplicativo Geogebra e no uso de linguagem simbólica matemática adequada ao responder as perguntas de análise. Foi validado o aprendizado dos alunos. Corrobora com essa afirmação as descrições no tópico CONCLUSÃO, em que alguns quartetos destacaram que aprenderam bastante usando o Geogebra e acreditam que foram bem no desenvolvimento da atividade.

No capítulo seguinte iremos traçar as considerações finais a respeito de todas as abordagens realizadas e observações obtidas com o desenvolvimento do presente trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho abordou uma investigação sobre o estudo de alguns tópicos da função quadrática a partir das aplicações de situações didáticas. Para tanto, realizamos uma pesquisa qualitativa, exploratória e de estudo de caso, com técnica de levantamento de dados apoiada na observação dos fenômenos. Foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, modelo teórico, e estruturada em etapas, conforme a Engenharia Didática de Artigue, metodologia de pesquisa.

A pesquisa ocorreu com a aplicação de seis situações didáticas numa turma do 1º ano do ensino médio técnico de Administração de uma escola pública integral de São Luís, envolvendo tópicos de função quadrática, como lei de formação, equação do 2º grau e gráficos, utilizando resolução de problemas, materiais concretos e software Geogebra nos espaços da sala de aula e Laboratório de Ensino de Matemática.

Para atingir a compreensão do estudo do objeto investigado, seguimos o seguinte percurso: descreveremos o desenvolvimento do estudo das funções, em particular, da função quadrática através dos aspectos histórico-epistemológico e dos livros didáticos no Brasil; identificaremos alguns possíveis entraves e tendências para o ensino de Matemática na educação básica do Brasil no século XXI; registraremos o comportamento dos alunos com a aplicação das situações didáticas durante a busca pelas soluções; reconheceremos as principais contribuições (e obstáculos) vivenciados pelos alunos durante o desenvolvimento das situações didáticas.

Desse modo, partimos das análises preliminares sobre o estudo das funções e suas concepções em livros didáticos brasileiros, no qual percebemos uma gradativa valorização do conceito de função e inserção dos processos algébricos no ensino de Matemática. Isso decorreu das mudanças propostas no Brasil trazendo a ideia do educador matemático.

Quanto a análise de alguns entraves educacionais no ensino, temos a minimização destes no século XXI com os surgimentos das leis que garantiam metodologias e currículos mais significativos. Assim como, novas tendências na Educação Matemática que valorizam a interação do aluno com o meio, o uso de tecnologias de informação, problemas contextualizados e a construção do próprio conhecimento.

A partir dessas concepções, foram elaboradas seis situações didáticas com resolução de problemas, materiais concretos, mapa mental e recursos tecnológicos. Elas se propuseram, numa análise *a priori,* a aplicação de metodologias diversificadas e utilização de recursos visando modelar funções, resolver equações, construir gráficos e analisar os diversos parâmetros associados as estruturas geométricas. Também, houve a intervenção da professora para institucionalizar os novos saberes, de maneira a reforçar, corrigir, validar, ampliar e formalizar os conhecimentos matemáticos propostos.

Na aplicação das situações, fase de experimentação, baseada nas observações feitas pelos comportamentos e registros dos alunos a fim de validar os conhecimentos elaborados, podemos afirmar que houve uma ressignificação dos conteúdos prévios e uma aquisição de novos conhecimentos sobre o conteúdo de função. Destacamos que, os instrumentos de coleta de dados permitiram observar que, algumas dificuldades interpretativas foram sanadas, a partir das discussões pelos grupos a fim de dirimir dúvidas e corrigir erros, e, também, pelas formalizações dadas ao conteúdo pela professora.

Por fim, na análise *a posteriori* e validação, as hipóteses foram confrontadas com as observações realizadas na aplicação das situações didáticas. A análise permitiu concluir que os alunos apresentaram dificuldades em alguns assuntos necessários para o estudo das funções quadráticas, como por exemplo, expressões numéricas e resolução de equações do 2º grau.

No entanto, a utilização das práticas com a prancha gráfica e o aplicativo Geogebra possibilitaram uma construção atuante dos alunos na construção do conhecimento matemático. Isso trouxe para eles uma aprendizagem rica em recursos e estratégias resolutivas sobre os problemas que envolvem o assunto de função quadrática. Fazendo com que os alunos validassem os objetivos a serem atingidos pelas proposições didáticas aplicadas.

Com isso, a hipótese do trabalho de que o estudo da função quadrática através das situações didáticas articuladas pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau contribuiriam para uma aprendizagem interativa, eficiente e significativa dos alunos foi validada, pois as atividades desafiaram os alunos a pensarem criticamente e a aplicarem conceitos matemáticos em situações práticas.

Além disso, as situações didáticas, conforme abordagem de Brousseau, permitiram que os alunos descobrissem e experimentassem conceitos matemáticos por conta própria, eles puderam desenvolver uma compreensão mais profunda e duradoura desses conceitos.

Portanto, os resultados apresentados após intervenções no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de função quadrática mostraram que:

✓ as dificuldades de interpretação progressivamente foram reduzidas através das releituras e discussões entre os grupos;

✓ os obstáculos identificados foram contornados com propostas de reforço dos conteúdos através de explicações e exemplificações após validação das respostas;

- ✓ através do contato com materiais concretos, os alunos tomaram para si a situação, tornando o meio como instrumento facilitador da resolução de problemas;
- ✓ com o manuseio de ferramentas tecnológicas, os alunos foram capazes de criar, analisar e compreender diversas estruturas gráficas.

Em pesquisas futuras, pretendemos aprofundar este trabalho, buscando alcançar outros objetos de conhecimento de matemática que podem contribuir no desenvolvimento de habilidades dos alunos, quando ensinados por meio de situações didáticas, pautadas em tendências da educação matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. Revista Eletrônica de Matemática - **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, n. 2, p. 109-141, 2016. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p109. Acesso em: nov. de 2022.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62. Acesso em: fev. de 2023.

ALVES, Antônio Maurício Medeiros. **Livro didático de Matemática:** uma abordagem histórica (1943 – 1995). 2005. 178f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Federal de Pelotas. Rio de Janeiro. 2005. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/dissertacao_antonio_mauricio_medeiros_alves.pdf. Acesso em: mar. 2023

ALVES, Carlos Alex; AMARAL, Cybelle Cristina Ferreira do; GARCIA, Fernando Oliveira. Educação Matemática e Algumas Tendências: um Estudo Quantitativo em dois Periódicos Brasileiros. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.** JIEEM v.15, n.2, p. 192-2002, 2022. Disponível em: https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/9813. Acesso em: mar. de 2023.

ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine. A Didáctica da Matemática em França. **Revista de Investigação em Educação Matemática Quadrante**, Vol. 2, Nº 2, 1993. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/index.php/quadrante/article/download/22643/16710. Acesso em: fev. de 2023

ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine; MORENO, Luis. **Ingeniería didáctica en Educación Matemática:** Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. 1ª edição. Editor: Pedro Gómez. D. R. una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V Bogotá. Colombia, p. 1 -148, 1995. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf. Acesso em: mar. de 2023

ARTIGUE, Michèle; Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine; MORENO, Luis. **Ingeniería didáctica en Educación Matemática:** Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. 1ª edição. Editor: Pedro Gómez. Bogotá, Colombia, 1995. P. 33- 59 . Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf. Acesso em: mar. de 2023

BELTRÃO, Rinaldo Cesar; SOUZA, Carla Maria Pinto; SILVA, Cláudia Patricia Silverio. Contrato didático e suas influências na sala de aula. **Revista Educação Matemática Pesquisa.** São Paulo, v. 12, n. 2, pp. 335 - 353, 2010. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2812. Acesso em: jan. de 2023.

BRASIL. **Constituição Política do Império do Brasil**, de 25 de março de 1824. Rio de Janeiro, 1824. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao24.htm . Acesso em: mar. de 2023.

______. **Lei de Diretrizes de Bases da educação**. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: mar. de 2023

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file. Acesso em: mar. de 2023

______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 2021. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: mar. de 2023

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Editora Ática, 2008, São Paulo.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas:** estrutura e elaboração / Natanael Freitas Cabral. Belém: SBEM / SBEMPA, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf. Acesso em: mar. de 2023

CEDRAN, Débora Piai; KIOURANIS, Neide Maria Michellan. **Teoria dos Campos Conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências.** ACTIO : docência em ciências [recurso eletrônico] / Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, v. 4, n. 1, p. 63-86, jan./abr. 2019. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7709. Acesso em: jan. de 2023

D'AMORE, Bruno. Elementos de Didática da Matemática. [tradução Maria Cristina Bonomi] Editora Livraria da Física, 2007, São Paulo.

DASSIE, Bruno Alves. **Os primeiros livros didáticos no Brasil denominados de matemática.** XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, 2011. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/324/1/CIAEM_2011_DASSIE.pdf. Acesso em: fev. de 2023

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. Domingues. 5ª edição. Editora da Unicamp. São Paulo. 2011.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2009.

FLOOD, Raymond; WILSON, Robin. **Os grandes matemáticos: as descobertas e a propagação do conhecimento através das vidas dos grandes matemáticos**. São Paulo. M Boooks do Brasil Editora Ltda, 2013.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Some notes on qualitative research and phenomenology. **Interface** — Comunicação, Saúde, Educação, v.1, n.1, 1997.
GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

______. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. RAE - **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

LIMA, Elon Lages. **Números e funções reais**. Coleção PROMAT. Editora SBM. Rio de Janeiro. 2013.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** (coleção formação de professores). 2ª edição. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. p. 3 - 38.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Engenharia Didática**. Educação Matemática: uma (nova) introdução. Anna Franchi. Org. Silvia Dias Alcântara Machado. 3ª edição, p. 233-247. Editora da PUC-SP (EDUC). São Paulo, 2008.

MARQUES, Alex Sandro. **Tempos Pré-Modernos:** a Matemática escolar dos anos 1950. 2005. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10926. Acesso em: mar. de 2023

NUNES, Roberto da Silva; NUNES, José Messildo Viana. Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na teoria das situações didáticas. **Revista Exitus**, *[S. l.]*, v. 9, n. 1, p. 148-174, 2019. DOI: 10.24065/2237-9460.2019v9n1ID719. Disponível em: http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/719. Acesso em: mar. 2023.

OLIVEIRA, Meirivâni Menezes de. **Ensino de funções por meio da videoanálise**: um contributo da engenharia didática. 2019. 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/49494. Acesso em: março de 2023

PEDROSO, Hermes Antônio. Uma breve história da equação do 2º grau. **Revista Eletrônica de matemática**, p. 1-13, 2010. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/122614/ISSN2177-5095-2010-02-01-13.pdf. Acesso em: fev. de 2023

POLIDORO, Lurdes de Fátima. STIGAR, Robson. A Transposição Didática: a passagem do saber científico para o saber escolar. Ciberteologia - **Revista de Teologia & Cultura** - Ano VI, n. 27. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Ensino_religioso/transposicao_didatica.pdf. Acesso em: jan. de 2023

POMMER, Wagner Marcelo. A teoria das situações didáticas e a dialética ferramenta-objeto: um quadro comparativo. **V Seminário de Educação Matemática de Nova Andradina**, p. 1-13, 2013. Disponível em: https://www.academia.edu/download/59157155/CC_2013_UEMS_Quadro_Comparativo20190507-16615-1x523g5.pdf. Acesso em: jan. de 2023

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livros didáticos de matemática e as reformas Campos e Capanema**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Recife, 2004. Disponível em: https://docplayer.com.br/15041292-Livros-didaticos-de-matematica-e-as-reformas-campos-e-capanema.html. Acesso em: fev. de 2023

______. **Euclides Roxo e a História da Educacão Mateáatica no Brasil.** Revista Iberoamericana de Educación Matematica. 2005. p. 89-94. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160510. Acesso em: fev. de 2023

ZABALA, A. **A Prática Educativa**: Como educar. Porto Alegre, 1998.

APÊNDICES

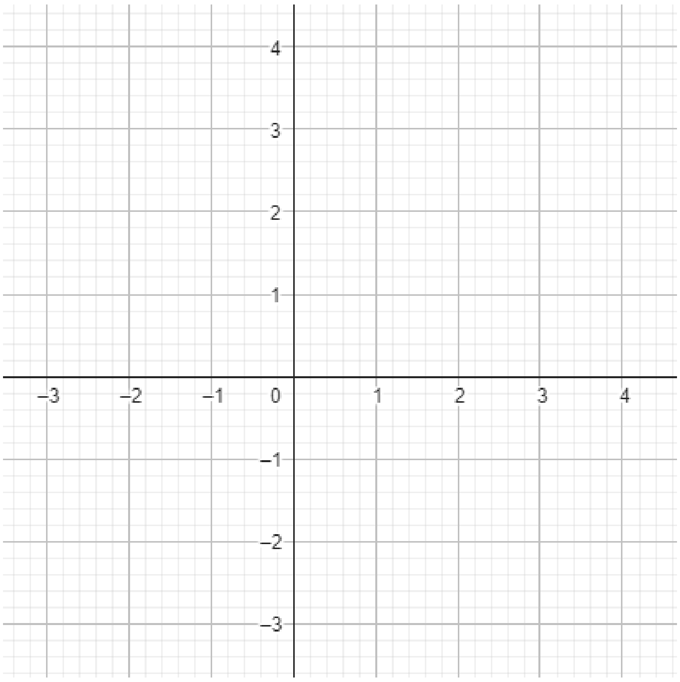
APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

01) O que é função na Matemática?

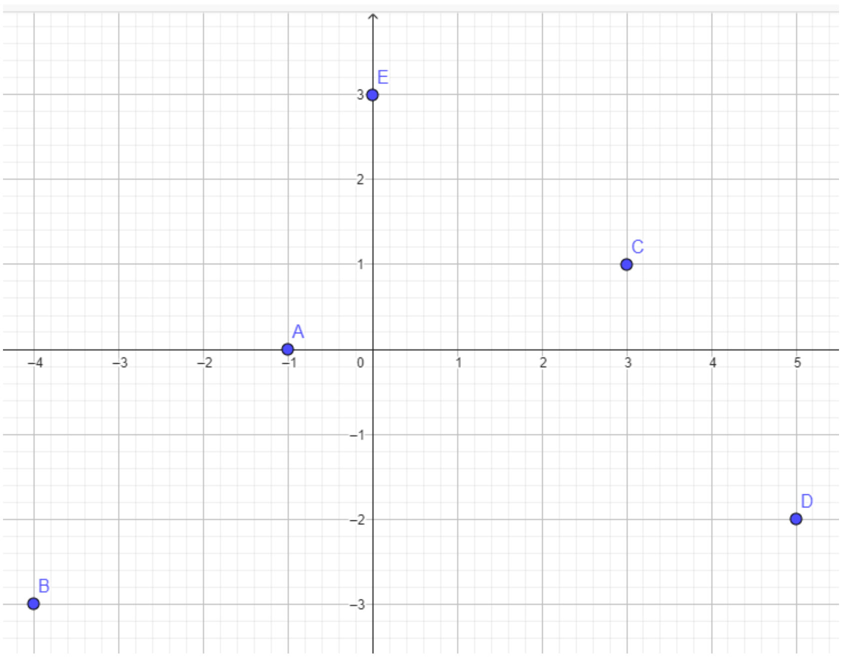
____

02) Localize os seguintes pontos no plano cartesiano a seguir.

A = (0, -3), B = (1, 0), C = (2,3), D = (-1, 4) e E = (4, -2)



03) Determine as coordenadas dos pontos no gráfico a seguir.



04) O que é o zero de uma função?

____

05) A seguinte função $f(x) = 3x^2 - 1$ é função afim ou quadrática?

____

06) Para você, é difícil determinar a lei de formação de uma função? Justifique.

____

07) Trabalhamos com o software Geogebra para construção de gráficos de funções. Você compreendeu melhor os conteúdos matemáticos explorados através desse software? Justifique.

____

08) O que você sabe sobre equação do 2º grau? Explique um pouco?

____

09) Com as aulas práticas de Matemática no Laboratório, você:

(   ) não entende nada
(   ) entende pouco os conteúdos
(   ) acha mais complicado de entender os conteúdos
(   ) não gosta dessas aulas
(   ) vai construindo as ideias sobre os conteúdos mexendo, calculando e fazendo
(   ) interpreta e pratica os conteúdos
(   ) considera que sempre deve haver as práticas

10) A respeito de aprender os conteúdos de Matemática, você tem:

(   ) muita dificuldade.
(   ) entendo pouco.
(   ) não entendo nada.
(   ) só entendo quando faço atividades em grupo com os colegas de sala
(   ) gosto muito
(   ) aprendo fácil

APÊNDICE B – SITUAÇÃO DIDÁTICA 01 (SITUAÇÃO-PROBLEMA INTRODUTÓRIA)

Conteúdos: Função quadrática – definição, características, elementos e lei de formação
Objetivos: Construir e compreender a ideia da lei de formação de uma função quadrática e determiná-la a partir de uma situação-problema contextualizada. Definir e caracterizar a função quadrática. Identificar os elementos da função quadrática. Determinar a imagem de uma função quadrática.

Competência: específica 03 do Ensino Médio - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Habilidade: (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
Quantidade de aulas/horas: 2 aulas de 45 minutos.

1ºmomento: Apresentar a situação-problema a ser discutida e resolvida em dupla.

Situação-problema: (Questão adaptada do livro Prisma Matemática: conjuntos e funções, autores: José Roberto Bonjorno, 1ª ed., São Paulo, Editora FTD, 2020)
A fábrica ADM102 produz x unidades de certo produto. Os sócios-administradores ______________________________ e _______________________ (nome dos alunos) vendem a produção por (500 - x) reais a unidade. Sabendo que o custo de cada unidade desse produto é de R$ 100,00 e que a fábrica tem uma despesa mensal fixa de R$ 10.000,00. Analisando essas informações, os administradores com seus conhecimentos de Matemática sabem que o lucro da fábrica é obtido pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, em que a receita (R(x)) é o valor recebido pelas vendas dos produtos fabricados e o custo (C(x)) é o valor gasto para produzir os produtos. Desse modo, determinaram a lei de formação da função lucro (L(x)) dessa fábrica, em reais, em relação a quantidade x de produtos. Assim:

1) Como os administradores determinaram a função lucro e qual a lei de formação encontrada?

2) Qual o lucro dos sócios-administradores quando a fábrica vender 100 produtos?
3) Que tipo de função é a função lucro (L(x))? Justifique.

2º momento: Alunos irão expor suas respostas e haverá discussões sobre as resoluções, descobrindo os erros e acertos. Em seguida, será apresentado a definição de função quadrática, caracterizando e identificando os elementos.

APÊNDICE C – SITUAÇÃO DIDÁTICA 02 (PRÁTICA DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM MATERIAL CONCRETO)

Conteúdos: Equação do 2º grau – definição, representação e raízes
Objetivos: Definir a equação do 2º grau. Identificar os elementos e características da equação do 2º grau. Determinar as raízes da equação do 2º grau.

Competência 03 do Ensino Fundamental - Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
Habilidades: (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax2 = b. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Quantidade de aulas/horas: 1 aula de 45 minutos

1º momento – Questões para que os alunos revejam seus conhecimentos sobre equação do 2º grau.
2º momento – Em seguida, em dupla, os alunos utilizarão os cartões de EVA para formar retângulos e determinar as raízes das equações do 2º grau. Exemplos serão apresentados sobre a prática para que os alunos façam suas construções e registrem as respostas/soluções na folha do roteiro da aula. Em seguida, o professor fará explicações sobre equação do 2º grau.

Roteiro da aula prática
Tema: Equação do 2º grau
Conhecimentos relacionados: polinômios, equação do 2º grau, área de figuras planas,
Objetivos: Definir a equação do 2º grau. Identificar os elementos e características da equação do 2º grau. Determinar as raízes da equação do 2º grau.
Materiais e procedimentos: Utilizar figuras em EVA, folha A4, cola, caneta, lápis.

1ª etapa – Explorando a teoria de equação do 2º grau

01) Quais das seguintes equações são equações do 2º grau? Marque-as.

a) $3x^3 + x^2 = x$

b) $2x^2 + x = 0$

c) $7m + 11 = 2$

d) $11 – 3x = 2x^2$

02) Como se pode representar a forma geral da equação do 2º grau?

03) Quais os valores dos coeficientes a, b e c das equações do 2º grau identificadas na questão 01?

2ª etapa – Usando material concreto para resolver equação do 2º grau

Por exemplo, dado o retângulo de lados (x + 2) e (x + 4), conforme figura 1, obtemos a área (x + 2). (x + 4) = $x^2 + 6x + 8$, que é um trinômio. Juntando o quadrado 1, de área x^2, o quadrado 2, de área 1, e o retângulo, de área x, conforme figura 2, formaremos a representação geométrica do trinômio. Considerando que a área seja igual a zero obteremos uma equação do 2º grau. Em que os valores de x, que são as raízes da equação, serão x = - 2 ou x = 4, pois para que o produto de (x + 2) e (x + 4) seja zero um dos dois deve ser zero, então (x + 2) = 0 ou (x + 4) = 0.

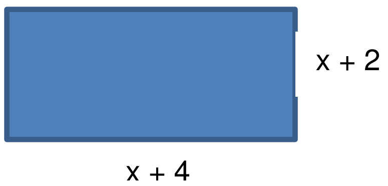


figura 01

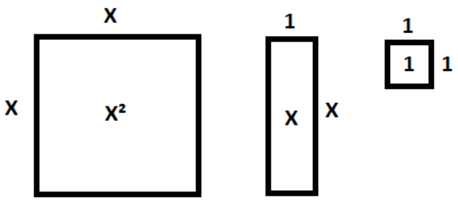


figura 02

Desse modo, podemos utilizar os quadrados e o retângulo para encontrar as raízes de uma equação do 2º grau. Agora, tomando as figuras em EVA dadas, conforme desenho acima, vamos juntá-las para construir geometricamente as equações, colando na folha, escreva as devidas ideias/cálculos, e a partir daí encontrar as raízes, conforme as explicações dadas no exemplo acima.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + 3x + 2 = 0$

Conclusão: Descreva o que aprendeu com esta prática

APÊNDICE D – SITUAÇÃO DIDÁTICA 03 (PROBLEMA COM ZERO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Conteúdos: Zero da função quadrática

Objetivos: Determinar os zeros da função quadrática. Explicar o significado do zero da função quadrática.

Competência específica 03 do Ensino Médio - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidade: (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

Quantidade de aulas/horas: 2 aulas de 45 minutos

1º momento – Resolução de questão criada a partir da situação-problema inicial da atividade 01

Questão: A função lucro obtida pela fábrica ADM 102 é $L(x) = -x^2 + 400x - 40000$

De acordo com essa função, qual a quantidade x a ser fabricada para que o lucro seja nulo ($L(x) = 0$)?

2º momento – Os alunos irão apresentar as soluções obtidas e haverá discussão a respeito. O professor irá intervir e fazer as devidas explicações sobre a parte teórica.

3º momento – Será disponibilizado um vídeo do Youtube sobre o conteúdo para revisão e fixação

Vídeo: ZEROS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA – AULA 2 \Prof. Gis/

Link: https://www.youtube.com/watch?v=a0ndXBGjqCU&t=17s

APÊNDICE E – SITUAÇÃO DIDÁTICA 04 (PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÃO DO 2º GRAU)

Conteúdos: Equação do 2º grau – Fórmula resolutiva de Bhaskara
Objetivos: Resolver problemas que envolvem equações do 2º grau utilizando a fórmula resolutiva de Bhaskara. Identificar o tipo de equação (completa ou incompleta) e os coeficientes a, b e c. Apresentar o discriminante delta e a fórmula de Bhaskara.

Competência 03 do Ensino Fundamental - Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
Habilidades: (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$
Quantidade de aulas/horas: 2 aulas de 45 minutos.

1º momento – Será explicada a resolução da questão 01 utilizando a fórmula de Bhaskara e apresentando a teoria de equação do 2º grau. Em seguida, cada dupla irá resolver uma das outras duas questões numa folha que irão entregar.

PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÃO DO 2º GRAU

01) (questão do livro Teláris, autor: Luís Roberto Dante, 2020, p. 54) O quadrado de um número é igual a diferença entre o dobro desse mesmo número e 1. Qual é esse número?

02) (questão do livro Teláris, autor: Luís Roberto Dante, 2020, p. 62) Renata tem 18 anos e Lígia, 15. Daqui a quantos anos o produto das idades delas será igual a 378?

03) Um terreno em formato quadrangular tem as seguintes dimensões: comprimento (x + 2) e largura (x + 2). A área do terreno é de 400 m^2. Qual o valor das dimensões do terreno?

Solução:

Conclusão: Descrevam o que relembraram e aprenderam com esta atividade.

Tarefa pós-aula: Cada dupla de alunos deve elaborar um mapa mental sobre equação do 2º grau para entregar na próxima aula, visando sintetizar o que sabem e aprenderam sobre o conteúdo.

2º momento – Em seguida, algumas duplas irão apresentar a resolução e explicar cada uma das questões no quadro. Abrindo espaço para discussão com os outros alunos sobre a resposta. O professor poderá intervir para formalizar e reforçar o conhecimento matemático apresentado e corrigir se necessário.

3º momento – Os alunos irão elaborar um mapa mental sobre equação do 2º grau em casa para entregar na próxima aula, visando sintetizar o que sabem e aprenderam sobre o conteúdo.

APÊNDICE F – SITUAÇÃO DIDÁTICA 05 (PRÁTICA COM PRANCHA GRÁFICA)

Conteúdos: Construção e análise de gráficos na prancha gráfica
Objetivos: Localizar pontos no plano cartesiano a partir de coordenadas; traçar o gráfico da função quadrática; reconhecer a representação gráfica da função quadrática; identificar os elementos/parâmetros da função quadrática no gráfico (zero da função, coeficientes, coordenadas do vértice e outros).

Competência específica 05 do Ensino Médio - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
Habilidade: (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
Quantidade de aulas/horas: 1 aula de 45 minutos

1º momento – O professor entregará o roteiro da aula prática aos grupos de alunos. Em seguida, a prancha gráfica para realizar as etapas pedidas.
2º momento – Os alunos utilizarão a prancha gráfica para localizar, construir e analisar o gráfico. Os alunos registrarão as respostas/soluções na folha do roteiro da aula. Explicações sobre a teoria de função quadrática e a aula prática serão dadas posteriormente pelo professor através de mapa mental construído no quadro branco.

Roteiro da aula prática
Tema: Gráfico de função quadrática
Conhecimentos relacionados: Representação gráfica, plano cartesiano, coordenadas de um ponto, construção de gráfico, função quadrática com suas características e elementos/parâmetros.
Objetivos: Localizar pontos no plano cartesiano a partir de coordenadas; traçar o gráfico da função quadrática; reconhecer a representação gráfica da função quadrática; identificar os elementos/parâmetros da função quadrática no gráfico (zero da função, coeficientes, coordenadas do vértice e outros).

Materiais e procedimentos: Prancha gráfica, pincel para quadro branco.

Dada a função f: R -> R, definida por $f(x) = x^2 - x - 6$ e a tabela dos pontos que pertencem à representação gráfica dessa função. Em grupo de quatro pessoas, façam:

x	**Y**	**(x,y)**
- 2	0	A= (-2,0)
0	- 6	B = (0,-6)
0,5	-6,25	C = (0,5, -6,25)
2	- 4	D = (2,-4)
3	0	E = (3,0)

1) Localizem os pontos na prancha gráfica marcando com o pincel de quadro branco.
2) Coloquem o fio da prancha gráfica marcando os pontos fixando o alfinete.

Após essa construção, observe, análise e respondam:

a) Que figura gráfica vocês encontraram? Parece com o que?

____

b) Qual o nome do gráfico da função quadrática?

____

c) O que representa o ponto A e E do gráfico para a função dada?

____

d) O que representa o ponto B do gráfico para a função dada?

____

e) O ponto C é ponto de máximo ou ponto de mínimo da função? O que significa?

____

Conclusão: Descrevam o que aprenderam com esta prática

APÊNDICE G – SITUAÇÃO DIDÁTICA 06 (PRÁTICA COM O APLICATIVO GEOGEBRA)

Conteúdos: Construção e análise de gráfico de função quadrática no Geogebra.
Objetivos: Construir os gráficos utilizando o Geogebra. Diferenciar as posições gráficas. Identificar os pontos no plano cartesiano e os elementos da função quadrática no gráfico (zeros da função, valores dos coeficientes, coordenadas do vértice, outros.

Competência específica 04 do Ensino Médio - Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
Habilidade: (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
Quantidade de aulas/horas: 2 aulas de 45 minutos

1º momento - Os alunos devem estar com o aplicativo Geogebra no celular e realizar, em grupo de 4 pessoas, a atividade a seguir para construir, identificar a forma dos gráficos e determinar elementos e características. Cada dupla receberá uma função com as orientações sobre o que deve fazer e as perguntas para responder após analisarem o que fizeram.
2º momento – Os alunos devem apresentar os resultados, explicações e análises.

Roteiro da aula prática

Com o aplicativo Geogebra (parte gráfica), no celular, em grupos de 3 pessoas, devem fazer a seguinte atividade:

1) Construa o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4$ no Geogebra digitando-a na entrada. Agora, faça os seguintes procedimentos:

I. Digite raiz e clique em raiz (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e marcará os pontos que o gráfico toca o eixo 0x.

II. Em seguida, digite interseção e clique em interseção (objeto, objeto), coloque a letra da função dentro do parêntese no lugar da primeira palavra objeto e no lugar da segunda palavra objeto coloque $x = 0$, mostrará o ponto que o gráfico toca o eixo 0y.

III. Agora, digite extremo e clique em extremo (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e mostrará a coordenada do vértice do gráfico.

Após fazer isso, responda:

a) Quais os zeros da função?

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

c) Qual o valor do coeficiente c?

d) Qual a coordenada do vértice da função?

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

2) Construa o gráfico da função $g(x) = – x^2 + 10x – 25$ no Geogebra digitando-a. Agora, faça os seguintes procedimentos:

I. Digite raiz e clique em raiz (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e marcará os pontos que o gráfico toca o eixo 0x.

II. Em seguida, digite interseção e clique em interseção (objeto, objeto), coloque a letra da função dentro do parêntese no lugar da primeira palavra objeto e no lugar da segunda palavra objeto coloque $x = 0$, mostrará o ponto que o gráfico toca o eixo 0y.

III. Agora, digite extremo e clique em extremo (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e mostrará a coordenada do vértice do gráfico.

Após fazer isso, responda:

a) Quais os zeros da função?

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

c) Qual o valor do coeficiente c?

d) Qual a coordenada do vértice da função?

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

3) Construa o gráfico da função $h(x) = 2 + 3x^2$ no Geogebra digitando-a na entrada. Agora, faça os seguintes procedimentos:

I. Digite raiz e clique em raiz (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e marcará os pontos que o gráfico toca o eixo 0x.

II. Em seguida, digite interseção e clique em interseção (objeto, objeto), coloque a letra da função dentro do parêntese no lugar da primeira palavra objeto e no lugar da segunda palavra objeto coloque x = 0, mostrará o ponto que o gráfico toca o eixo 0y.

III. Agora, digite extremo e clique em extremo (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e mostrará a coordenada do vértice do gráfico.

Após fazer isso, responda:

a) Quais os zeros da função?

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

c) Qual o valor do coeficiente c?

d) Qual a coordenada do vértice da função?

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

4) Construa o gráfico da função $m(x) = -2x^2$ no Geogebra digitando-a na entrada. Agora, faça os seguintes procedimentos:

I. Digite raiz e clique em raiz (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e marcará os pontos que o gráfico toca o eixo 0x.

II. Em seguida, digite interseção e clique em interseção (objeto, objeto), coloque a letra da função dentro do parêntese no lugar da primeira palavra objeto e no lugar da segunda palavra objeto coloque x = 0, mostrará o ponto que o gráfico toca o eixo 0y.

III. Agora, digite extremo e clique em extremo (polinômio), coloque a letra da função dentro do parêntese e mostrará a coordenada do vértice do gráfico.

Após fazer isso, responda:

a) Quais os zeros da função?

b) A concavidade da parábola da função é para cima ou para baixo? O valor do coeficiente **a** é positivo ou negativo?

c) Qual o valor do coeficiente c?

d) Qual a coordenada do vértice da função?

e) A função tem ponto de máximo ou ponto de mínimo? Qual é a coordenada?

Conclusão: Descreva o que aprendeu com esta atividade.

APÊNDICE H – AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

PROFMAT CAPES UEMA 40 ANOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO-PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

OFÍCIO Nº 05/2022 - PROFMAT/UEMA São Luís, 09 de novembro de 2022.

Ilm. Prof. Olivar Araújo Pinheiro Júnior
Iema - Unidade Plena Rio Anil
Gestor Geral

Tendo em vista as atividades que integram o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT-UEMA) e a consequente necessidade de os alunos deste Programa cumprirem com a integralização e conclusão do Curso de Mestrado Profissional em Matemática, servimo-nos do presente para solicitar de V.S.ª, autorização para que a mestranda **Marcia Regina Sousa de Olanda**, matrícula 20211002000, realize junto ao IEMA - IP Rio Anil (R. Primeiro de Maio, 80 - Anil, São Luís - MA), parte de suas pesquisas, para elaboração de Dissertação.

Certo de contar com a colaboração de Va. Sa. para com o exposto, usamos da ocasião para apresentar-lhe nossos protestos de elevada estima.

Olivar Araújo Pinheiro Júnior
Gestor Geral - IEMA - Rio Anil
Matrícula - 00853653-00

Atenciosamente,

Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus
Coordenador Institucional do PROFMAT/UEMA
Matricula 7167-02