UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG

PROFMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET COM ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Giuliano Eduardo Batista Cutrim

São Luís - MA
2019

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET COM ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Giuliano Eduardo Batista Cutrim

Dissertação de Mestrado apresentada ao departamento de Matemática como requisito parcial para obtenção do título de mestre.
Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

São Luís - MA
2019

Cutrim, Giuliano Eduardo Batista.
FUNÇÃO QUADRÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET COM ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO / Giuliano Eduardo Batista Cutrim. - São Luis, 2019.
65 f.

Dissertação (mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Estadual do Maranhão, 2019.

Orientador: Profº. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

1.Função Quadrática. 2.Modelagem Matemática.
3.Ensino de Matemática. I. Título.

CDU:51-7

Giuliano Eduardo Batista Cutrim

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET COM ALUNOS DO 1ºANO DO ENSINO MÉDIO.

Dissertação de Mestrado apresentada ao departamento de Matemática como requisito parcial para obtenção do título de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

Aprovado em: 13 de fevereiro de 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão

(Universidade Estadual do Maranhão-UEMA)

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres

(Universidade Federal do Maranhão)

Prof. Dr. Sérgio Noleto Turibus

(Universidade Estadual do Maranhão)

São Luís

2019

Dedico este trabalho a meus amores, minha esposa Geanne e filhos Gabriel e Giulia por terem me apoiado com grande paciência e compreensão nos meus momentos faltosos quando não pude dar a atenção que merecem, por ter que me dedicar aos estudos e elaboração deste trabalho.

A minha maravilhosa mãe por incentivar e colocar a nossa educação em primeiro lugar. E aos meus irmãos por apoiarem de forma carinhosa.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus por me permitir chegar até aqui e desfrutar de tamanho aprendizado profissional e pela alegria em realizar mais um sonho.

Aos, que de alguma forma participaram desta pesquisa, alunos, professores, e direção da escola que foi fundamental cedendo espaço e horários para que pudesse desenvolver este trabalho.

Aos meus assistentes Miguel Arcangelo Martins Andrade Neto e Daniel dos Santos Rocha que se dispuseram a ajudar na oficina e na aula prática que foram de grande valia no processo.

Agradeço aos gestores Carlos Alberto Gonçalves Colares, Frank Oliveira e Ellen Kelly Lima que me apoiaram e proporcionaram condições para que pudesse fazer o curso.

A CAPES por me apoiar financeiramente.

Aos colegas do Mestrado Profissonal - Profmat UEMA turma 2017 que de maneira presencial ou online compartilharam conhecimentos que nos impulsionaram à aprovação no exame de qualificação e realização deste trabalho dissertativo.

Ao corpo docente do PROFMAT/UEMA, com o qual tive a oportunidade de estudar e perceber sua dedicação ao programa.

À secretaria Ananda que sempre se dispôs a nos ajudar de forma presencial ou online, tirando nossas duvidas a cerca de assuntos diversos.

Ao meu orientador, Prof. Dr.Raimundo J. Barbosa Brandão, que de maneira compreensiva foi fundamental na realização e conclusão deste trabalho.

RESUMO

O objetivo deste estudo é contribuir para a compreensão do conceito e aplicação de função quadrática no lançamento de foguete, por meio da modelagem matemática. Esta investigação é de natureza qualitativa com intervenção, utilizando como metodologia a modelagem matemática. A questão norteadora desta pesquisa foi:a modelagem matemática que descreve a trajetória realizada por um foguete construído a partir de garrafa PET, facilita a aprendizagem de função quadrática? Realizou-se uma oficina com o propósito de desenvolver técnicas, habilidades e saberes com os alunos participantes. Toda essa mobilização e revisão de conteúdos foram muito importantes para aplicação no experimento. Durante os preparativos observou-se muito entusiasmo e motivação dos alunos engajados no estudo. Após o experimento notou-se que o nível de compreensão do conceito de função por parte dos alunos, sujeitos da pesquisa indicavam cunho cientifico.
Palavras Chave: Função Quadrática, Modelagem Matemática, Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The objective of this study is to contribute to the understanding of the concept and application of quadratic function in rocket launch, through mathematical modeling. This research is of a qualitative nature with intervention, using as methodology the mathematical modeling. The guiding question of this research was: does the mathematical modeling that describes the trajectory realized by a rocket constructed from a PET bottle facilitate the learning of a quadratic function? A workshop was held to develop techniques, skills and knowledge with participating students. All this mobilization and revision of contents were very important for application in the experiment. During the preparations, there was a lot of enthusiasm and motivation from the students involved in the study. After the experiment it was noticed that the level of understanding of the concept of function by the students, subjects of the research indicated scientific character.
Keywords: Quadratic Function, Mathematical Modeling, Mathematics Teaching.

Sumário

INTRODUÇÃO 12

1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 14

2 FUNÇÃO QUADRÁTICA E MODELAGEM MATEMÁTICA 16
2.1 Função Quadrática 17
2.1.1 Definição 17
2.1.2 Forma Canônica 17
2.2 Gráfico da Função Quadrática 19
2.3 Estudo do Sinal da Função Quadrática 20
2.4 Aplicações da Função Quadrática 24
2.5 Modelagem Matemática 29

3 PROJETO DE LANÇAMENTO DE FOGUETES 34
3.1 Apresentação do Projeto 34
3.2 Construção do Foguete de Garrafa PET 41
3.2.1 Materiais Utilizados na Construção do Foguete 41
3.2.2 Procedimentos para a Construção do Foguete 41
3.3 Construção da Base de Lançamento 48
3.3.1 Materiais Utilizados na Construção da Base de Lançamento 48
3.3.2 Procedimentos para a Construção da Base de Lançamento 49

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 52

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 57

REFERÊNCIAS 59

APÊNDICE 63
Apêndice A - História dos Foguetes 63

Lista de Figuras

1 Concavidade . . . 19
2 Representação Gráfica . . . 20
3 Caso 1 . . . 21
4 Caso 2 . . . 22
5 Caso 3 . . . 23
6 Aplicabilidade Geométrica . . . 24
7 Lançamento Oblíquo . . . 26
8 Componentes de v . . . 27
9 Espelho Concavo . . . 28
10 Telescópio de Newton . . . 29
11 Trajetória no Tracker . . . 38
12 Trajetória no Scidavis . . . 39
13 Trajetória no Scidavis Ajustada . . . 39
14 Garrafas Pet . . . 42
15 Garrafas Pet . . . 43
16 Carga Útil . . . 43
17 Carga Útil e o Bico . . . 44
18 Saia . . . 44
19 Aletas na Forma Quadrada . . . 45
20 Aletas na Forma de Trapézio . . . 46
21 Pontos de Contato Entre as Aletas e a Saia . . . 46
22 Saia Pronta . . . 47
23 O Foguete . . . 48
24 Materiais para a Base . . . 49
25 Base 1 . . . 50
26 Base 2 . . . 51
27 Base Pronta . . . 51
28 Resultado 1 . . . 52
29 Resultado 2 . . . 53
30 Resultado 3 . . . 54
31 Resultado 4 . . . 54
32 Resultado 5 . . . 55
33 Resultado 6 . . . 55

Lista de Tabelas

1 Tabela de Partidas 25
2 Tabela dos Alcances 37

INTRODUÇÃO

Observou-se que a maioria dos alunos que ingressam no primeiro ano do ensino médio apresentam grande dificuldade no aprendizado da matemática. Muitos são os fatores que contribuem para essa problemática, tais como: os professores dessa disciplina no ensino fundamental não possuírem a formação especifica para o ensino de matemática, ou quando possuem, em sua formação inicial não trabalham alguns aspectos relacionados aos saberes docentes que são essenciais ao exercício da função. Acredita-se também que questões metodológicas, ausência da família e falta de estrutura das escolas também contribuem para essas dificuldades

Diante de tal situação é que surge a necessidade de se analisar minuciosamente estes obstáculos. Enquanto docente do 1º ano do ensino médio e constatando as dificuldades dos alunos acerca do conceito de função propõe-se a realização de um experimento e para isto foi escolhida a escola C.E. Jerusa da Silva Rabelo localizada no bairro Pitombeira da cidade de Pindaré-Mirim.

No processo de ensino e aprendizagem de funções, assim como em muitos outros objetos matemáticos são necessários alguns conhecimentos prévios, para que o aluno possa a partir destes diante de uma nova formação compreender e construir novos conceitos.

Apesar de muitos estudos em educação matemática com o objetivo de melhorar o seu processo de ensino e aprendizagem ainda é muito comum professores utilizando métodos ineficazes. O sucesso ou fracasso dos alunos em matemática(LORENZATO, 2006) depende da relação dos alunos com o conhecimento matemático, estabelecido desde os anos escolares iniciais, tendo o professor neste processo papel fundamental ao utilizar metodologias ativas.

O interesse em aprender matemática se torna cada vez mais escasso, pois as aulas não mostram mais nada de atrativo ao ponto do aluno querer aprender não só para tirar as melhores notas nas avaliações escolares, mas também utiliza-la no cotidiano. E isso tem se mostrado em todos os ramos da matemática, principalmente no ensino de função polinomial de 2º grau.

Este estudo tem uma abordagem qualitativa, pois analisa-se os fatores que contribuem para as dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem em matemática em todas as suas manifestações. A questão de pesquisa que norteou esta investigação foi: A trajetória descrita por foguetes de garrafas PET, através da modelagem matemática facilita a aprendizagem de Função Quadrática?

Dentre os diversos métodos de modelagem para o ensino de função polinomial de 2º grau, escolheu-se o lançamento de foguetes de garrafas PET devido a facilidade na aquisição do material necessário para a montagem do foguete e da base de lançamento, e também por facilitar a interdisciplinaridade entre a matemática e a física onde se utiliza a função quadrática para estudar o movimento dos projeteis lançados obliquamente.

Perante o que foi colocado e da grande relevância do estudo da função polinomial de 2º grau, enquanto conhecimento escolar, este trabalho busca apresentar uma proposta de ensino através da modelagem matemática com lançamento de foguetes de garrafas PET, para as funções quadráticas.

O texto dissertativo aqui apresentado tem sua organização dividida em 5 seções. Na primeira seção consta o procedimento metodológico que se apresenta numa abordagem de natureza qualitativa e que está dividido em três etapas. Mostra-se também como se desenvolveu a aplicação da proposta de ensino.

Na seção 2, faz-se uma fundamentação teórica discorrendo a cerca da função quadrática, sua definição, representação gráfica e aplicações. Também nesta seção, aborda-se a concepção de modelagem matemática, buscando conceituar, mostrar os objetivos e como ela pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Na terceira seção apresenta-se o projeto de lançamento de foguete construído de garrafa PET e a construção do foguete e da base de lançamento.

Na seção 4 são apresentados os resultados da pesquisa e a última seção é dedicada às considerações finais deste trabalho dissertativo.

Durante o experimento verificou-se a grande motivação e envolvimento dos alunos no lançamento dos foguetes por eles construídos e ainda que a compreensão do conceito de função quadrática teve significado no seu cotidiano.

1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo possui uma abordagem de natureza qualitativa por responder questões (MINAYO, 2001) específicas e particulares, se preocupando com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Segundo (MINAYO,2001) a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variável.

Na pesquisa de abordagem qualitativa, o pesquisador (GODOY, 1995) pauta sua análise na interpretação do mundo real preocupando-se com o caráter interpretativo no ato da analise dos dados.

Em estudo realizado por Godoy (1995, p.62), ele ressalta que a diversidade existente entre os trabalhos qualitativos e enumera um conjunto de características essenciais capazes de identificar uma pesquisa desse tipo, a saber: ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; o caráter descritivo; o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador e, o enfoque dedutivo.

Nas últimas décadas a utilização da abordagem qualitativa em educação matemática (BOGDAN e BIKLEN, 1994; KILPATRICK, GÓME e RICO, 1998; BORBA, 2001; SKOVSMOSE, 2001; ARAÚJO e BORBA,2004; GARNICA, 20014; FIORENTINI e LORENZATO, 2006; ROSA e VANINI, 2011, 2012) tem crescido bastante, pois levam em conta os fatores sociais e culturais ao planejar atividades de ensino de matemática que tem colaborado para uma aprendizagem mais significativa.

Uma das mudanças mais surpreendentes na investigação em educação matemática desde os anos 70 tem sido o salto dos estudos sobre a aprendizagem de estudantes individuais aos estudos que levam em conta, de diversas maneiras, o contexto social dentro do qual tem lugar a instrução. Professores e estudantes são membros de vários grupos sociais; o ensino e a aprendizagem são processos sociais; e as matemáticas que se ensinam estão determinadas socialmente. (KILPATRICK, 1998, p. 13)

A matemática se faz presente em todas as partes em diversos momentos do cotidiano das pessoas. Ao observar os fenômenos naturais o homem ao longo do tempo procurou estudar formas de expressá-los em modelos matemáticos.

Para esta investigação utilizou-se a metodologia de pesquisa Modelagem Matemática pela mesma, segundo Bassanezi (2012) permite fazer provisões, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em modificações.

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras e representadas em termos matemáticos (o modelo).

Os sujeitos de pesquisa desta investigação foram constituído por 36 alunos da 1º série do ensino médio da escola C.E. Jerusa da Silva Rabelo do município de Pindaré Mirim, estado Maranhão. Os participantes foram selecionados aleatoriamente dentro de um grupo de 72 alunos matriculados.

O pesquisador dividiu o estudo em três etapas:

Primeira etapa: os sujeitos de pesquisa foram divididos em grupos de quatro a cinco alunos para discutir a parte teórica do projeto, bem como as aplicações de Funções Quadráticas em lançamentos oblíquos. Também nessa fase inicial procurou-se familiarizar os alunos com o manuseio dos instrumentos da base de lançamento. Os estudantes envolvidos na pesquisa participaram ativamente da oficina tanto nos debates como nos casos práticos.

Segunda etapa: o pesquisador propôs a turma construir um foguete de garrafas PET, fazer o lançamento e observar a trajetória descrita pelo mesmo; descrever a trajetória percorrida pelo foguete, utilizando um modelo matemático.

A terceira etapa foi realizada em grupos para apresentarem um relatório acerca do experimento.

Para a coleta de dados utilizou-se como instrumentos atividades de ensino, observações e entrevistas semi-estruturadas. As atividades de ensino tiveram como objetivos identificar o grau de percepção dos alunos sobre o conceito de função quadrática e suas aplicações do cotidiano do mundo natural. Já as entrevistas tiveram o propósito de ampliar os questionamentos pois, para Triviños (1987) a entrevista semiestruturadas "[...] favorece não só a descrição dos fenômenos sociais, mas também sua explicação e a compreensão de sua totalidade[...]"além de manter a presença consciente e atuante do pesquisador no processo de coleta de informações (TRIVIÑOS, 1987, p. 152).

Observou-se portanto que a modelagem da trajetória descrita pelo lançamento de um foguete facilitou a aprendizagem de função quadrática, uma vez que os alunos discutiam entre si e faziam reflexões para as tomadas de decisões.

2 FUNÇÃO QUADRÁTICA E MODELAGEM MATEMÁTICA

Com relação à origem da função quadrática, acredita-se que muitos fenômenos contribuíram para o seu surgimento e dentre outros pode-se considerar o movimento de queda livre inicialmente estudado por Aristóteles (300 a.C) e trajetórias descritas por lançamento de projetil, também estudado por este filósofo. Com o passar dos séculos outros estudiosos (HIPARCO, 190 a.C. - 120 a.C; FILOPONO, 490-570; AVICENA, 980- 1037; AVEMPACE, 1106-1138; BURIDAN, 1300-1358) contrariaram a visão de Aristóteles quanto ao lançamento de projetil, enquanto Galileu Galilei (1564 -1642) derrubou as ideias de Aristóteles sobre queda livre.

Com a evolução da origem e conceito de função quadrática e sua aplicação para modelar diversos fenômenos do nosso cotidiano, na atualidade este tema se constitui em um objeto matemático de grande importância para a ciência. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais o conteúdo "Funções"ocupa espaço de relevância dada a sua importância na modelagem matemática.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir tanto a linguagem algébrica quanto a linguagem das ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações problemas, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (PCN+EM, 1999, p.121)

Também na Base Nacional Comum Curricular, este objeto de estudo é contemplado dada a sua importância para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e sua aplicação em muitos contexto da vida cidadã;

O estudo de funções, por exemplo, deve priorizar aspectos relacionados à variação entre grandezas, permitindo que o/a estudante desenvolva efetivamente o pensamento funcional (BRASIL, 2015, p. 150).

Reconhecer função quadrática em suas representações algébrica e gráfica, considerando domínio, imagem, ponto de máximo ou mínimo, intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de interseção com os eixos são fundamentais para a compreensão dos fenômenos da natureza.

Usando todo esse conhecimento relativo a função de polinomial de 2º grau para interpretar e criticar situações relacionadas a economia, fatos sociais e relacionados às ciências envolvidos a variação de grandezas, interpretações de gráficos representativos de funções e taxas de variação, usando ou não recursos tecnológicos.

2.1 Função Quadrática

Assim como todas as descobertas e invenções do homem, muitos objetos matemáticos surgiram ou foram conceituados a partir das necessidades do homem ou mesmo por acaso.

Com a função quadrática não foi diferente, o seu surgimento ocorreu pela necessidade de o homem compreender os fenômenos da natureza e a partir dessa compreensão criar modelos matemáticos para fazer planejamento e estimativas em várias áreas do conhecimento com objetivos diversos.

A concepção de função quadrática que os alunos do 1º ano do ensino médio têm, muitas vezes é confusa e em outras equivocadas, dada a sua apresentação formal e sem a compreensão do significado do seu conceito. Compreender o significado de um conceito é fundamental para a apreensão de um objeto matemático.

Para Rego (1995):

> [...] o pensamento conceitual é uma conquista que depende não somente do esforço individual, mas principalmente do contexto em que o indivíduo se insere [...] se o meio [...] não desafiar, exigir e estimular o intelecto [...] esse processo poderá se atrasar ou mesmo não [...] conquistar estágios mais elevados de raciocínio (REGO, 1995, p. 79).

Por tanto, a necessidade do professor estimular o pensamento conceitual e atividades desafiadoras ao aluno para que o mesmo amplie os seus horizontes e estabeleça uma perfeita conexão entre conceito espontâneo e conceitos científicos.

2.1.1 Definição

De acordo com Lima(2013, p.104) "Uma função $f : \Re \rightarrow \Re$ chama-se quadrática quando são dados números reais a, b, c, $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \Re$".

2.1.2 Forma Canônica

Buscou-se em Lima (2016) subsídio teórico para afirmar que a função quadrática está bem determinada pela expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$, porém pode-se manipular algebricamente o lado direito desta equação usando o que é chamado de "método de completar quadrados". Para isso, primeiramente coloca-se o $\underline{a}$ em evidência.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right] \tag{1}$$

Como as duas primeiras parcelas dentro do colchete são iguais as do desenvolvimento de $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$, soma-se e subtrai-se, dentro do colchete, o termo $\dfrac{b^2}{4a^2}$ pra que se complete o quadrado, assim tem-se:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{2bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] \tag{2}$$

que reescrevendo resulta na chamada forma canônica,

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right] \tag{3}$$

.

E usando $y_v = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$ temos,

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v \tag{4}$$

Sendo (x_v, y_v) o vértice da parábola, assim pode-se afirmar que a forma canônica facilita a obtenção deste ponto que é de grande utilidade para a montagem do esboço gráfico.

Uma outra consequência muito importante da forma canônica é que ela leva de imediato à fórmula de cálculo das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ seguindo as equivalências abaixo:

(1)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0 \tag{5}$$

(2)

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \tag{6}$$

(3)

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{7}$$

(4)

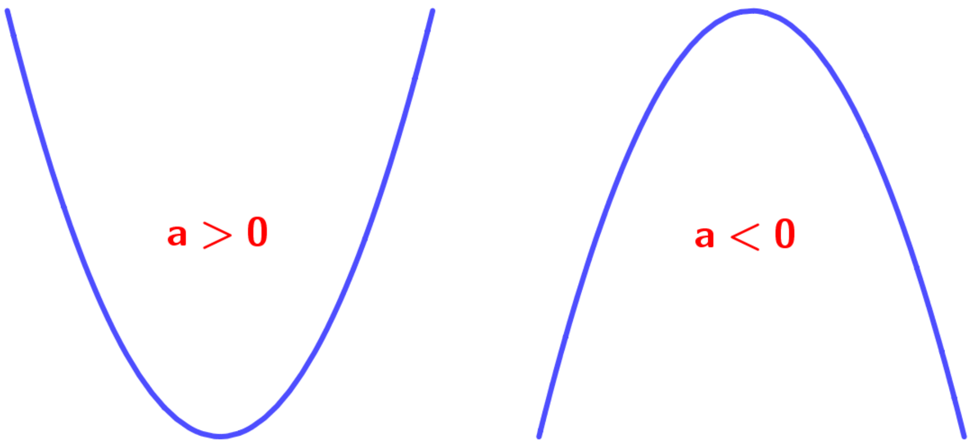
$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{8}$$

Vale ressaltar que as raízes só existirão se, e somente se, na passagem (2) para (3) o discriminante, $\Delta = b^2 - 4ac$, for maior ou igual a zero.

2.2 Gráfico da Função Quadrática

Conforme Lima (2016) o gráfico da função de segundo grau é uma parábola com a concavidade voltada para cima ou para baixo, dependendo do sinal do $\underline{a}$ da função. Se o $\underline{a}$ for positivo ($a > 0$) a parábola apresenta concavidade voltada para cima, e se o $\underline{a}$ for negativo ($a < 0$) a concavidade é voltada para baixo como representado na figura 1.

Figura 1: Concavidade

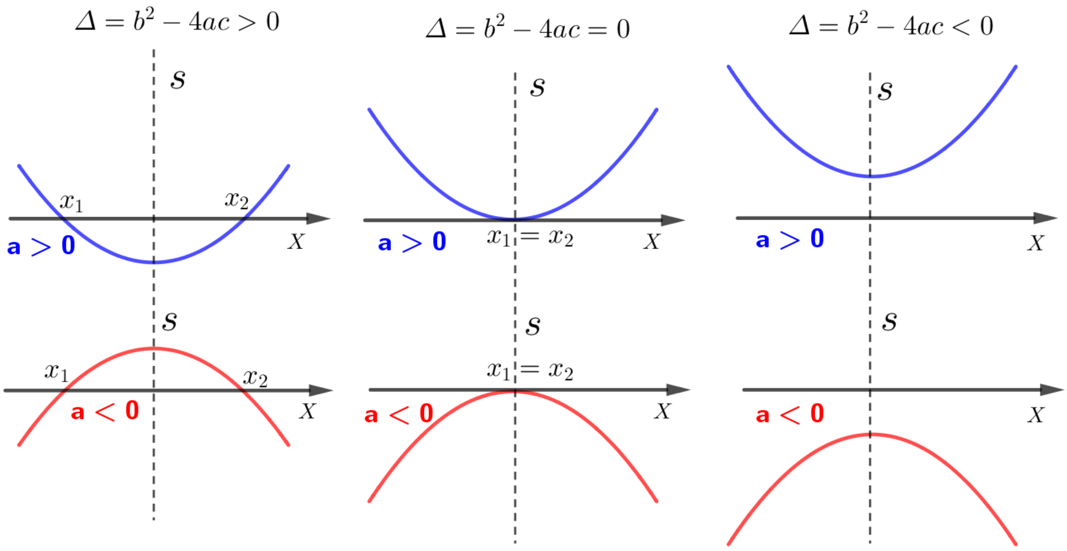


Fonte:Próprio Autor

Para Ávila (2003) a importância do valor de $\underline{a}$ não serve simplesmente para mostrar se a concavidade da parábola é voltada para cima ou para baixo, serve também para abrir ou fechar mais a abertura da parábola. Então funções quadráticas que apresentam valores absolutos de $\underline{a}$ diferentes, apresentam parábolas com aberturas diferentes.

Para Flemming e Gonçalves (2006), a interseção da parábola com o eixo de simetria $\underline{S}$ é o ponto chamado vértice e a interseção da parábola com o eixo dos x define as raízes, que também podem se chamadas de zeros da função quadrática. A figura 2 caracteriza as diversas possibilidades para o gráfico da função quadrática.

Figura 2: Representação Gráfica



Fonte:Próprio Autor

Dada uma função quadrática qualquer na forma $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, usando o método de completar quadrados, pode-se com facilidade escreve-la na forma

$$y = a(x - x_v)^2 + y_v \tag{9}$$

sendo (x_v, y_v) o vértice da parábola, ponto em que a parábola muda seu sentido. Neste caso o eixo de simetria é dado por $x = x_v$.

A forma canônica facilita muito a montagem do esboço gráfico da função polinomial de segundo grau, pois permite identificar a concavidade, o vértice e o eixo de simetria. E para obtenção do esboço gráfico basta encontrar o ponto de interseção da parábola com o eixo y, que é o valor de y quando $x = 0$. Vale ressaltar que o x_v fica exatamente no meio das duas raízes quando essas existem, ou seja, ele é igual a média aritmética das duas, $x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$. E o y_v indica o ponto máximo ou mínimo da função quadrática. Se o $\underline{a}$ for positivo, $a > 0$, a função terá ponto mínimo e se o $\underline{a}$ for negativo, $a < 0$, a função terá um ponto máximo.

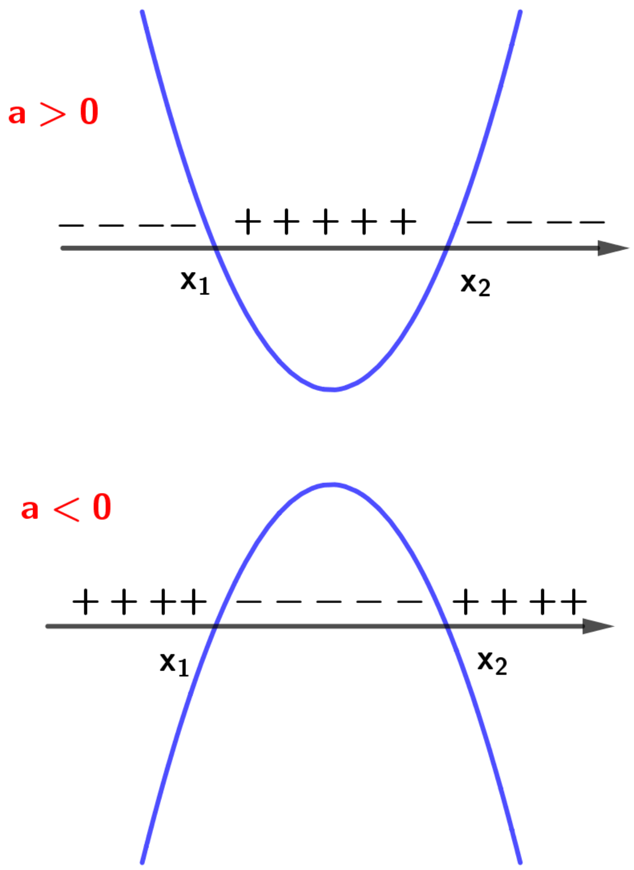
2.3 Estudo do Sinal da Função Quadrática

Estudar o sinal da função quadrática é determinar para quais valores de x ela apresentará valores maiores que zero, zero ou valores menores que zero.

Deve-se observar quais os pontos da parábola estão localizados a cima do eixo x, os que estão abaixo do eixo x e quais pontos são comuns ao eixo x. Apresenta-se do estudo sinal dividido em três casos citados a seguir:

O primeiro caso acontece com o discriminante positivo, a função apresenta duas raízes reais e diferentes. A concavidade pode ser voltada para cima ou para baixo, dependendo do sinal do coeficiente **a**.

Figura 3: Caso 1



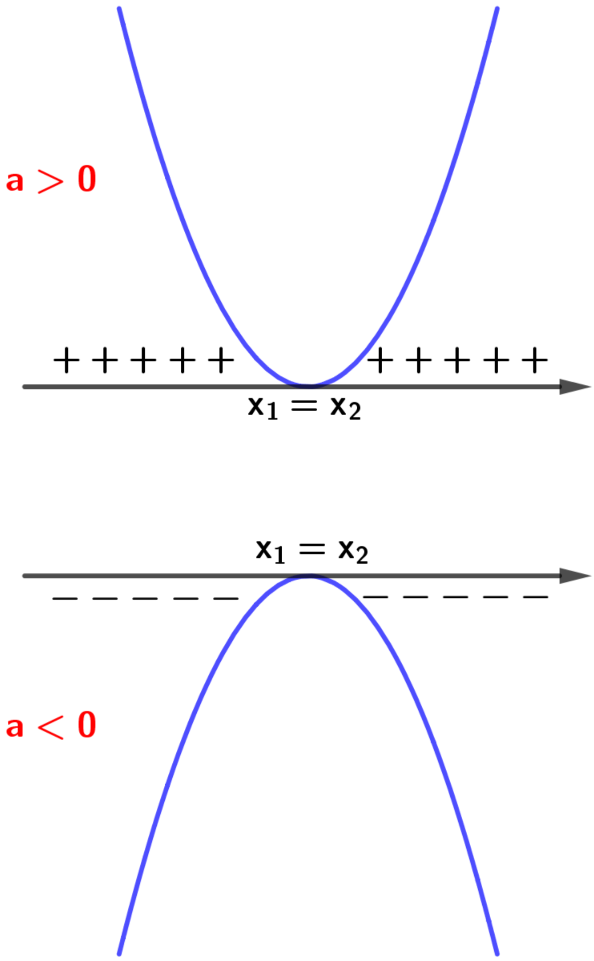
Fonte:Próprio Autor

No primeiro gráfico, que está representado na figura 3, como a concavidade é voltada para cima pois o $a > 0$, o $y > 0$ para $x < x_1$ ou para $x > x_2$; o $y = 0$ para $x = x_1$ ou para $x = x_2$; por fim, o $y < 0$ para $x_1 < x < x_2$.

No segundo gráfico, a concavidade é voltada para baixo, pois o coeficiente $a < 0$, assim o y assume os valores: $y < 0$ para $x < x_1$ ou $x > x_2$; $y = 0$ para $x = x_1$ ou $x = x_2$; por ultimo $y > 0$ para $x_1 < x < x_2$

O segundo caso acontece quando o discriminante é igual a zero. A função apresenta uma única raiz chamada de raiz dupla $[x_1]$. A concavidade apresenta dois sentidos que depende do sinal do coeficiente **a** como já foi colocado em parágrafos anteriores.

Figura 4: Caso 2

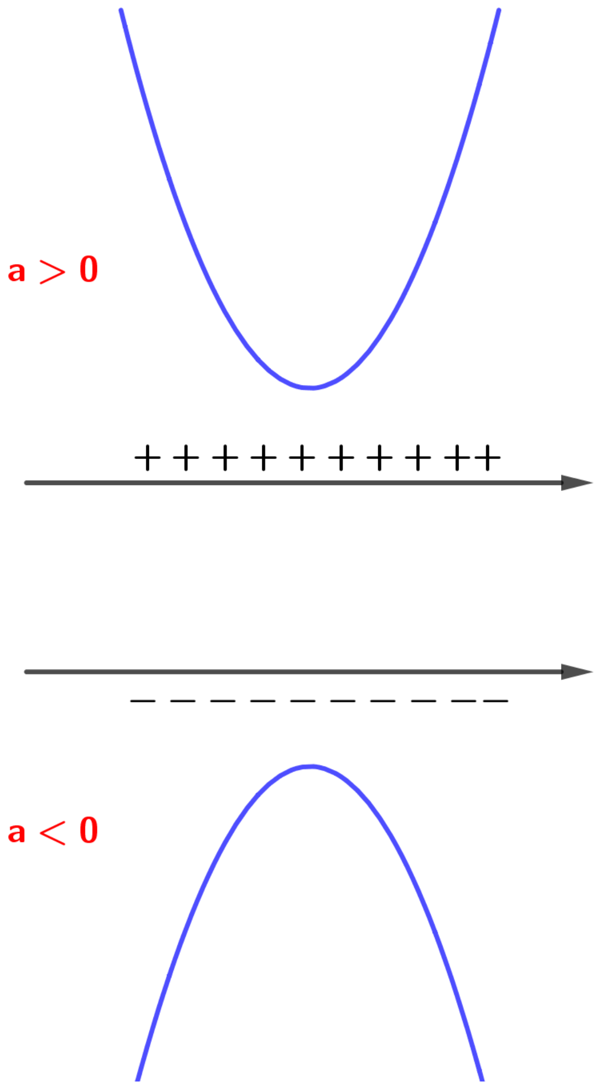


Fonte:Próprio Autor

No primeiro gráfico da figura 4 deste caso, como o $a > 0$, a parábola apresenta concavidade voltada para cima e não apresenta pontos abaixo do eixo x, ou seja, não apresenta $y < 0$. Assim $y > 0$ para $x \in \mathbb{R} - [x_1]$ e $y = 0$ para $x = x_1$. No gráfico seguinte, como $a < 0$, a parábola apresenta concavidade voltada para baixo e não apresenta pontos acima do eixo x, ou seja, não apresenta $y > 0$. Logo $y < 0$ para $x \in \mathbb{R} - [x_1]$ e $y = 0$ para $x = x_1$.

O ultimo caso refere-se ao discriminante com o sinal negativo. A função polinomial de segundo grau não tem raiz. A parábola apresenta concavidade voltada para cima ou para baixo dependendo do sinal do coeficiente de x^2. E dependendo do sinal de **a**, a parábola vai estar totalmente acima do eixo x ou totalmente abaixo do eixo x, ou seja, não apresenta pontos de intersecção com o eixo x.

Figura 5: Caso 3



Fonte:Próprio Autor

Assim, para o primeiro gráfico representado na figura 5 do caso 3, temos $y > 0$ para x$\in \mathbb{R}$. E no segundo gráfico temos $y < 0$ para $x \in \mathbb{R}$

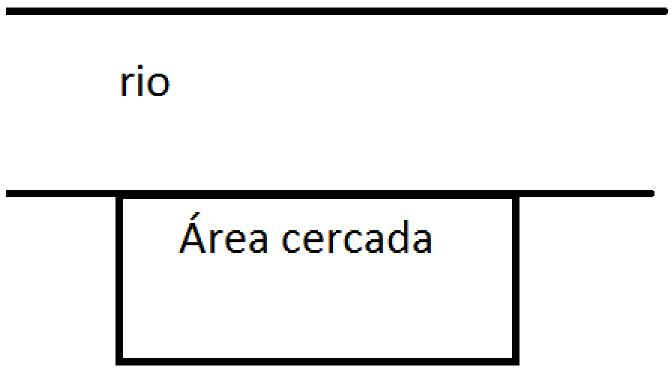
2.4 Aplicações da Função Quadrática

Função de 2ºgrau é de grande utilidade em nosso dia a dia, por isso dedica-se esse tópico para apresentar algumas aplicabilidades.

Na Geometria Plana

A função quadrática é muito utilizada em problemas em que se deseja maximizar a área de uma dada região, o que está exemplificado por Lima (2013, p. 133) "Com 80 metros de cerca um fazendeiro deseja circundar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. Quais devem ser as medidas do retângulo, que a figura 6 representa, para que a área cercada seja a maior possível?"

Figura 6: Aplicabilidade Geométrica



Fonte:Próprio Autor

Para se resolver esse problema deve-se utilizar as fórmulas do perímetro e da área de um retângulo. Para o perímetro temos: $2P = 2x + y = 80$, assim $y = 80 - 2x$ Para a área temos: $A = xy = x(80 - 2x) = -2x^2 + 80x$

Um outro exemplo aplicado a geometria é a fórmula para cálculo do número de diagonais de um polígono convexo $d(n) = \dfrac{n(n-3)}{2} = \dfrac{n^2 - 3n}{2} = \dfrac{n^2}{2} - \dfrac{3n}{2}$.

Na Matemática Financeira

Com o objetivo de maximizar o lucro de uma empresa, como mostrado por Lima (2013, p. 134) "Um restaurante a quilo vende $100kg$ de comida por dia, a 12 reais o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, por cada real de aumento no preço, o restaurante perderia 10 clientes, com um consumo médio de $500g$ cada. Qual deve ser o valor do quilo de comida para que o restaurante tenha a maior receita possível?".

Para soluciona o problema tem-se:

O quilo de alimento custa $(12+t)$ reais e serão vendidos $(10-5t)$ quilos de alimentos. Onde t representa o valor que será acrescentado no valor do quilo de alimento. Assim a fórmula que representa a receita R é o produto entre o valor do quilo de alimento e a quantidade que será vendida, ou seja, $R(t) = (12+t)(100-5t) = -5t^2 + 40t + 1200$

Esporte

No esporte é aplicado como no exemplo retirado do livro do Dante página 67.

Num campeonato de futebol, cada clube vai jogar duas vezes com outro, em turno e returno. Assim, o numero de partidas **p** do campeonato é dado em função do numero n de clubes participantes, conforme na tabela 1 a seguir:

Tabela 1: Tabela de Partidas

Número de Clubes	2	3	4	5	...	n
Número de Partidas	2(2-1)	3(3-1)	4(4-1)	5(5-1)	...	n(n-1)

fonte:Pesquisa

Logo pela tabela tem-se que o número **p** de partidas é dado por: $P(n) = n(n-1) = n^2 - n$

Na Física com Várias Aplicações

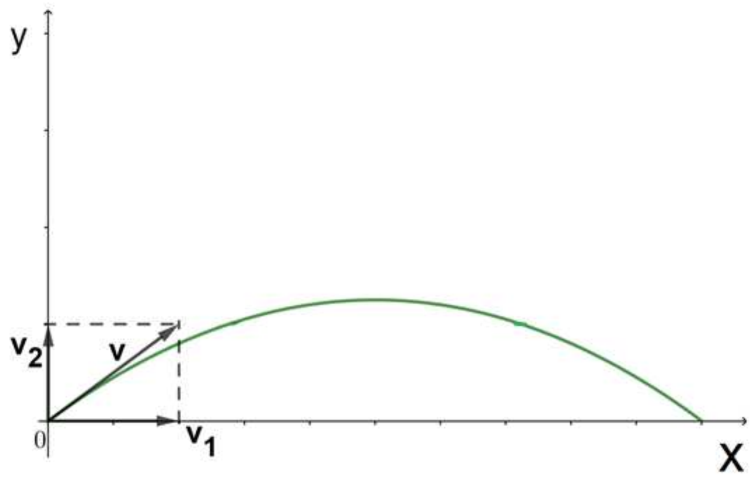
Uma delas é no movimento uniformemente variado que para Young e Freedman (2003, p. 41) a função horária $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, onde x representa as diversas posições ocupadas pelo móvel, v_0 representa a velocidade inicial do corpo, a a celeração do móvel e t o instante, só pode ser utilizada para movimentos com aceleração constante.

Lima (2016) mostra uma grande aplicação da função de segundo grau na física, que é o lançamento oblíquo. Assunto que está em todos os livros de física do 1º ano do ensino médio e que é o objeto de estudo neste trabalho aplicado ao lançamento de foguetes de garrafas PET.

Ao se lançar qualquer objeto obliquamente com uma velocidade inicial, que será chamada aqui de velocidade v, este fica sujeito a força gravitacional que age única e exclusivamente no eixo vertical. Portanto o movimento executado pelo projetil na vertical é uniformemente variado regido pela função horária $y = \frac{gt^2}{2} + v_2 t$, em que v_2 é a componente vertical de v.

Como de acordo com Fuke, Shigekiyo e Yamamoto (2007) o lançamento oblíquo é um movimento composto apresentando componentes na horizontal e vertical como mostrado na figura 7. O movimento da horizontal é uniforme pois a única força atuante, que é a gravitacional, não age na horizontal. Portanto o eixo x obedece a função horaria $x = v_1 t$, em que v_1 é a componente horizontal de v.

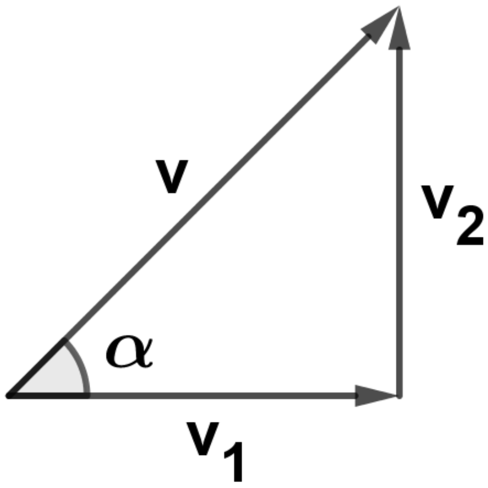
Figura 7: Lançamento Oblíquo



Fonte:Próprio Autor

As componente v_1 e v_2, são encontradas aplicando-se as razões trigonométricas do triângulo retângulo, seno e cosseno, considerando o vetor velocidade v como hipotenusa e v_1 e v_2 como catetos do triângulo representado na figura 8 abaixo.

Figura 8: Componentes de v

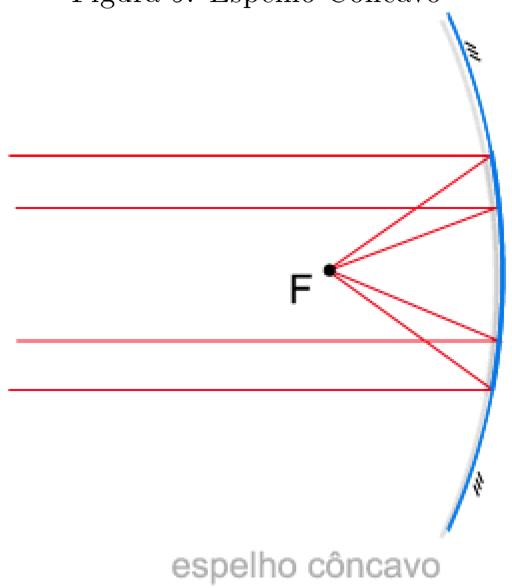


Fonte:Próprio Autor

Então $v_1 = v \cdot \cos\alpha$ e $v_2 = v \cdot \sin\alpha$, em que α é o ângulo formado entre a velocidade de lançamento e o eixo horizontal. Assim a altura (y) do corpo lançado obliquamente em qualquer instante é dado por $y = \dfrac{gt^2}{2} + v_2 t$ em que a aceleração da gravidade deve ser considerada negativa pois ela age no sentido contrário ao crescimento das posições do eixo vertical.

Outras aplicações com muita utilidade em nosso cotidiano são as lanternas e faróis de automóveis que utilizam a forma do gráfico da função quadrática como auxilio para focar a luz em um determinado ponto. De acordo com Fuke, Shigekiyo e Yamamoto (2007) as lâmpadas devem ser colocadas no foco principal do espelho esférico côncavo, que apresenta a forma de uma parábola, para que quando os raios de luz emitidos pela lâmpada ao se chocarem com a calota esférica sejam refletidos de forma paralela um em relação ao outro, maximizando assim a iluminação do ponto a ser iluminado, como mostrado na figura 9.

Figura 9: Espelho Concavo



Fonte:Site Só Física, 2008

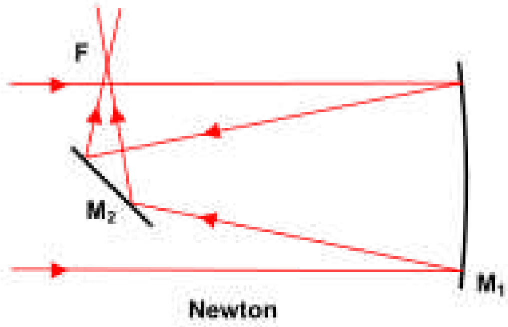
Baseado nas propriedades dos espelhos esféricos de Gauss, que diz: Os raios ao incidirem no espelho paralelos ao eixo principal são refletidos passando pelo foco do espelho e se incidirem passando pelo foco serão refletidos paralelos ao eixo principal.

Conforme Fuke, Shigekiyo e Yamamoto (2007, p. 214) a chama da pira olímpica é acesa com o uso de um espelho esférico côncavo. Em que se coloca a tocha exatamente no foco do espelho côncavo e os raios provenientes do sol são refletidos e direcionados ao foco do espelho.

Com essa mesma metodologia funciona as antenas parabólicas de tv e as antenas de rádio. E uma importante aplicação são os telescópios refletores que são utilizados em pesquisa astronômica.

Invenção de Isaac Newton no século XVII, que serviu como uma alternativa em relação aos telescópio refratores que causavam muitas aberrações cromáticas (imagens distorcidas). Os telescópios refletores também causam muitas aberrações cromáticas, mas são os que melhores funcionam para capturar imagens à distâncias infinitas.

Figura 10: Telescópio de Newton



Fonte:Site Wikipedia, 2018

O diagrama acima, representado pela figura 10, ilustra o funcionamento de um telescópio refletor nos moldes de Newton com o uso de um espelho esférico e um plano.

2.5 Modelagem Matemática

De acordo com Lorenzato (2010, p. 3) "dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele houver aprendizagem". Através desta citação entende-se que existem duas formas de se transmitir conteúdos para os alunos: "dar aulas" e "ensinar".

Dar aulas é algo simples e superficial. É algo descartável e sua prática tem grande frequência no meio escolar. Muitos profissionais de educação, por motivos diversos, acabam adotando esta prática de maneira imperceptível ou até mesmo perceptível.

Um dos motivos que pode levar professores a essa prática, um tanto negativa, é o tempo de serviço. Com o passar dos anos em sala de aula, o cansaço pode fazer com que o relaxamento com a profissão apareça e consequentemente o "dar aulas" se torna mais acessível.

Existem professores que caíram sem querer na profissão. Pessoas que sonhavam em ser profissionais de outras áreas. Áreas, às vezes, sem nenhuma relação com educação. Mas seus sonhos, por algum motivo, não puderam ser concretizados e buscaram outra área para trabalhar. Então escolheram ser educadores como válvula de escape. Esse também é um dos motivos que contribuem para a existência do "dar aula".

Outro motivo que leva professores a cair na prática do "dar aula", é a descoberta da profissão. Professores que sonhavam com essa profissão, sonhavam em ser como seus melhores professores, fizeram um bom curso superior, motivação nunca falta para exercer seus cargos como educadores. Mas perceberam que o ensino e aprendizagem se renova a cada dia, que a pesquisa é constante na vida profissional, que devem sempre buscar novos métodos de ensino e que tudo isso é muito cansativo.

Por outro lado, ensinar possui a magia da educação. É onde todo educador se satisfaz, onde o professor se renova.

Ensinar envolve o estudo e a busca por metodologias diferentes, buscando o sucesso do processo de ensino e aprendizagem. Fazer com que o aluno tenha condições de construir seu próprio conhecimento.

Partindo do pressuposto que só se pode ensinar aquilo que se sabe, o professor tem que no mínimo ser um grande pesquisador na sua área de atuação. "Considerando que ninguém consegue ensinar o que não se sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece"(LORENZATO, 2010, p. 3).

O professor deve conhecer sua disciplina, e isso é fruto de muito estudo. Tendo feito a sua parte, estudar, estará seguro em suas aulas do que deseja executar e o processo de ensino estará bem encaminhado. Se não, ele não passará confiança a seus alunos. Quando o professor não tem pleno domínio de sua disciplina, ele exala insegurança e desconfiança. É perceptível que não tenha domínio pleno do que deseja ensinar.

Mesmo que o educador tenha o conhecimento necessário do que deseja ensinar, isso não garante o sucesso no processo de ensino e aprendizagem. Pois o êxito depende de dois importantes tópicos: "o que" aprender e o "como" aprender. O primeiro é o conhecimento a ser transmitido, o conteúdo a ser ensinado. O segundo está relacionado com o "como" ensinar, portanto é referente à maneira como o conteúdo será transmitido, a abordagem, o método.

Da forma que se mostram os resultados atuais da matemática nas instituições de ensino, ela se apresenta sendo um "bicho papão", devido a quantidade de alunos que ficam de recuperação e até mesmo reprovados, nos leva a questionar os métodos aplicados para transmissão de conhecimento.

De acordo com Lima (1999, p. 1) "o ensino da Matemática deve abranger três componentes fundamentais, que serão chamadas de Conceituação, Manipulação e Aplicações". A primeira componente é referente ao trabalho propriamente dito do professor de matemática, são as aulas teóricas onde são apresentadas as definições, onde são feitas as demonstrações das fórmulas e onde se busca relacionar os conceitos matemáticos com os conhecimentos trazidos pelos alunos. A segunda é a aplicação da primeira componente através de atividades, com o objetivo de fixar o conteúdo na mente dos educandos, em que os alunos devem utilizar os conceitos e fórmulas que foram estabelecidos na componente inicial. É o treinamento através de repetições. E a última componente é utilizar, no dia a dia, as definições e teorias matemáticas em situações que vão das mais simples até os mais complexos envolvendo outras áreas do conhecimento.

Para Ribeiro (2017, p. 17)

> Pode-se identificar essa estrutura como a mesma presente nos livros didáticos e seguida preponderantemente como recurso metodológico por boa parte dos professores. Porém, essa metodologia tem gerado resultados insatisfatórios para o ensino da Matemática. E isso decorre também da pouca ênfase no tratamento e uso de situações com mais aplicabilidade.

Entende-se através dessa citação que esta maneira de ensinar matemática esta bem ultrapassada, pois os resultados apresentados são um tanto negativos. Pois, ao seguir o método dos livros deixa-se a desejar no quesito experimentação. No que é contrário ao que diz a antiga sabedoria popular: "é fazendo que se aprende".

O experimento sempre esteve e sempre estará presente em nossas vidas. Muitas das coisas que foram aprendidas, é ou será resultado da experimentação. Uma criança para aprender a andar deve experimentar, mesmo correndo o risco de cair e se machucar; para uma criança aprender a andar de bicicleta deve também experimentar e se colocar em perigo de se machucar. Esses são dois exemplos de que o aprendizado acontece por meio da experimentação e que com ela dificilmente se esquece o que foi aprendido.

Para Lorenzato (2010, p. 72) experimentar está relacionado com investigação e investigar é analisar, procurar, avaliar. Ou seja, experimentar é o processo onde se procura aprender o que se deve fazer para chegar ao resultado. O processo de resolução é mais importante que conhecer o resultado. Com Experimentações se aprende o passo a passo para se solucionar os problemas. Através dela o aluno busca se envolver mais com o que esta sendo estudado, assim provoca pesquisa, raciocínio e facilita a construção do conhecimento.

Com a prática da experimentação o antigo provérbio chinês se completa "se escuto, esqueço; se vejo, lembro; mas se faço, aprendo". Completando também o processo defendido por Lima (1999, p. 1) o que é muito bom para o ensino da matemática.

Mas deve-se sempre buscar novos métodos, com o objetivo de sair do tradicional e para melhorar o ensino da matemática é que este trabalho apresenta uma metodologia que engloba as bases defendidas por Elon Lages Lima (Conceituação, Manipulação e Aplicações) e inclui o pensamento de Lorenzato (Experimentação) de forma dinâmica e criativa: a modelagem matemática.

Mas o que é modelagem matemática?

Cálculos que poderiam levar horas, dias ou até mesmo semanas para serem solucionados por pessoas, levam somente alguns segundos para serem resolvidos por máquinas providas de programas específicos que possuem fórmulas e algoritmos preparados para esse fim. Tudo baseado em conceitos e fórmulas embutidas. Assim acontece o que se pode chamar de desmatematização (desinteresse por aprender matemática), devido a grande facilidade proporcionada pela informática.

Isso faz com que o ensino da matemática perca o sentido e muitos questionamentos apareçam para duvidar sua utilidade. Perguntas do tipo "Por que devo aprender este assunto?" ou "Qual a aplicabilidade deste conteúdo?", são comuns no cotidiano do professor de matemática.

Estes questionamentos surgem devido a apresentação da matemática acontecer de forma isolada, sem contexto, sem utilidade. Para tentar solucionar esse problema é que surge a modelagem matemática.

Conforme Burak (1992) pode-se entender que desde a Pré-história o homem busca entender o meio em que vive usando questionamentos a respeito dos fenômenos naturais e a própria natureza, com isso a ciência evoluiu, em especial a astronomia e a matemática. E a matemática passou a ser usada, unida ao espirito de investigação, para explorar o meio ambiente, modelando-o para melhor entende-lo. Assim tem-se o aparecimento de forma implícita da modelagem matemática na vida humana.

Como descrito por Silveira e Ribas (2004) o estudo da modelagem matemática no Brasil surgiu na Faculdade de Filosofia Ciencias e Letras de Guarapuava-FAFIG na década de 80 e que ganhou muitos simpatizantes com o inicio do programa de mestrado da UNESP que buscavam formas alternativas para o ensino da matemática para alunos do ensino fundamental e médio. E a pesquisa sobre o tema cresceu muito nesses mais ou menos 38 anos.

Segundo Bassanezi (2014, p. 24 apud Silva, 2018, p. 29)

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

De acordo com o citado a cima, a modelagem matemática aproxima a realidade do meio estudantil através da transformação de modelos reais em modelos matemáticos de maneira dinâmica.

Como descrito por Silva (2018. p. 27)

> A Modelagem Matemática tem como principal objetivo, estimular a criatividade e o raciocínio matemático, dar uma maior compreensão da aplicação da matemática em outras áreas, e desenvolver habilidades na resolução dos problemas, a fim de que os estudantes se sintam motivados a aprender de forma contínua.

Assim entende-se que a modelagem matemática tem o objetivo de incentivar o raciocínio matemático, relacionar a matemática com outras disciplinas, fazer com os alunos adquiram capacidade de resolver problemas e mantê-los motivados para o estudo.

Do ponto de vista de Rigonatto (2018) Modelagem Matemática é criar matematicamente um modelo de um acontecimento da natureza com o objetivo de se explicar e compreender este acontecimento.

Modelagem Matemática é uma maneira de diminuir a distância entre os conceitos matemáticos exposto na escola ao dia a dia dos estudantes de forma contextualizada e de forma interdisciplinar, o que a torna muito mais interessante.

3 PROJETO DE LANÇAMENTO DE FOGUETES

O estudo das funções é muito vasto e sua aplicabilidade é muito importante em nosso cotidiano, por isso é de extrema importância aproximar o conteúdo apresentado em sala de aula ao dia a dia dos alunos, tornando o estudo mais dinâmico e interessante. Por isso modelou-se esse estudo através do lançamento dos foguetes que nesta seção do trabalho será apresentado a proposta de ensino.

3.1 Apresentação do Projeto

Foram realizadas 7 aulas de 100 minutos cada, com alunos do 1º ano B da escola CE Jerusa da Silva Rabelo, localizado no Bairro Pitombeira na cidade de Pindaré-Mirim, Ma.

Nos dias 08, 22 e 29 de novembro de 2018 foram ministradas aulas referentes ao conteúdo de função polinomial de 2º grau; no dia 16 de novembro de 2018 executou-se a oficina de construção de foguetes; no dia 10 de dezembro de 2018 foram executados os lançamentos em forma de competição entre as equipes compostas por no máximo 5 estudantes; no dia 12 de dezembro de 2018 as aulas foram retomadas para analisar os lançamentos e com o objetivo de responder uma questão elaborada a partir de um dos lançamentos realizados. A ultima aula ficou para o dia 18/12/2018, onde foi assistido um filme relacionado a história dos foguetes.

A competição citada no parágrafo anterior foi composta de duas etapas: o lançamento e a resolução da questão proposta no dia 12 de dezembro. Assim para a equipe ser considerada campeã deveria obter o maior alcance no lançamento do foguete e responder corretamente a questão que lhes foi imposta na aula seguinte. Caso a equipe com maior alcance não conseguisse responder a questão, seu alcance seria eliminado e dava a chance de se sagrar campeã para as equipes de menor alcance.

Aula 1:

Começou-se falando de foguetes e desenvolvendo um resumo da história dos mesmos baseado no que se apresentou no apêndice A deste trabalho. Dando ênfase a como eram usados no passado e a forma de suas trajetórias que eram precisamente a forma do gráfico da função quadrática.

A partir daí iniciou-se o estudo da função polinomial de 2º grau onde foi dado ênfase a identificação dos coeficientes de x e do termo independente e o cálculo das raízes através da fórmula de obtenção das mesmas e também pelos métodos de resolução de equações incompletas.

Vale frisar aqui que quando se comenta a respeito da história dos foguetes gera-se um grande ponto de interdisciplinaridade pois ao se falar do contexto histórico dos foguetes acaba-se fazendo contato com disciplina "história geral"através da segunda guerra mundial.

Aula 2:

No dia 16 de novembro de 2018 foi realizada uma oficina de forma dialogada e dinâmica, com o objetivo de ensinar os alunos a construírem seus próprios foguetes de garrafa PET. Para isso, foi seguido o roteiro de construção que está descrito nessa seção deste trabalho. Nesse momento é necessário frisar que foi dado inicio ao trabalho em equipe.

Como foi pedido na aula anterior, as equipes se apresentaram neste dia munidas de todos os materiais necessários para a construção do foguete de garrafa PET.

No desenvolvimento da oficina, aproveitou-se para reforçar outros tópicos da matemática como por exemplo a geometria plana e espacial que são usados para a confecção das aletas e da saia do foguete. Também pode ser reforçado o conteúdo unidades de medidas de comprimento, de área e de volume.

Aula 3:

Aula desenvolvida com o objetivo de estudar o vértice da parábola, ponto de muita importância para a montagem do gráfico. Aqui também foi estudado todos os outros pontos notáveis da parábola. Onde também foi explicado como se monta o esboço gráfico da função quadrática utilizando-se exemplos com aplicabilidade no cotidiano.

Aula 4:

Nesta aula foram feitos outros exemplos de como se monta o gráfico da função quadrática e outras questões em que a partir do gráfico encontram-se a função referente ao gráfico sempre dando ênfase aos pontos notáveis da parábola.

Aula 5:

No dia 10 de dezembro de 2018 foi o dia dos lançamentos. Onde teve-se a participação de 6 equipes que se mostraram bem motivadas e munidas de seus foguetes que foram construídos em aula anterior como já citado nesse trabalho.

No dia 16 de novembro de 2018 deixou-se a critério dos alunos a montagem das equipes que, devido a isso a quantidade de participantes por equipe não ficaram bem distribuídas. Mas foi percebido, no dia do lançamento, que trabalharam de forma que cada participante das equipes contribuiu para que seus lançamentos acontecessem. Distribuíram os afazeres entre eles. Um colocou a água dentro do corpo do foguete, outro anexou o foguete à base de lançamento, outra pessoa bombeou até que se obteve a pressão necessária para o lançamento, outra acionou o gatilho e uma outra pessoa observava onde o foguete caia e fazia a medição do alcance junto com um dos assistentes.

O objetivo desse tipo de competição é que o foguete ande a maior distância possível na horizontal, distância essa chamada de "alcance". Bem diferente do que se imagina quando, pela primeira vez, ouve-se falar de competição de foguetes. A princípio pensa-se em altitude, talvez pela grande funcionalidade dos foguetes que é levar seres e objetos ao espaço. Mas nesse tipo de competição o que interessa é a distância na horizontal.

Então movidos pelo espirito de competição misturado ao espírito de aprendizagem me surpreenderam quando vi 26 alunos reunidos na frente da escola prontos para o lançamento em horário totalmente diferente a de seu estudo. Os lançamentos foram feitos no turno matutino, sendo que eles estudam no turno vespertino. Movidos também pelo espirito de colocar suas criações em movimento e observar de maneira prática o conteúdo estudado em sala de aula, a função quadrática.

É gratificante observar alunos torcendo para que seus foguetes façam um bom voo. Cada lançamento é acompanhado de gritos e saltos. Um mais alto que o outro. É uma competição de foguetes onde quem sai como vencedora é a matemática, o professor de matemática, a ciência, e acima de tudo os alunos que aprendem de forma pratica.

Foram feitos 12 lançamentos em que os primeiros seis foram os válidos para a competição e o restante foi para diversão de onde também se tira aprendizagem. Onde se observa os pontos máximos das parábolas descritas, os pontos de contato dos foguetes com o solo que representam as raízes, a concavidade das parábolas são voltadas para baixo, onde se observa em quais pontos a altura cresce e onde ela decresce. Enfim todas as propriedades da parábola são bem observadas através do lançamento de foguetes de garrafas PET.

Os lançamentos foram feitos obedecendo as seguintes regras:

1- Uma linha de lançamento foi feita onde todos os alunos deveriam ficar atrás dela por medida de segurança, visto que os foguetes saem da base com velocidade alta e podem machucar se atingir alguém;

2- Os foguetes a serem lançados não podem ultrapassar a linha de lançamento;

3- Todos da equipe, de alguma maneira, deveriam ter participação ativa no lançamento. Colocar água no corpo do foguete, anexa-lo a base, puxar o gatilho ou até mesmo medir o alcance. O objetivo é que trabalhem em equipe;

4- Só deveria ser feito o lançamento depois que a equipe antecedente já estivesse evacuada a área;

5- O lançamento só deveria acontecer após a ordem do professor;

6- Após conectado à base, já cheio de ar e com pressão suficiente ou não para o lançamento, não poderia ser direcionado ao(s) colega(s) ou a alguém da equipe organizadora.

Quebrada uma dessas regras a equipe seria penalizada com 10 metros a menos em seu lançamento. Assim por exemplo se uma das equipes no seu lançamento obteve alcance de 70 metros mas quebrou a regra 4, a metragem a ser registrada seria 60 metros, pois $70 - 10 = 60$.

Vale ressaltar que os alunos se comportaram de maneira brilhante e nem uma equipe teve que ser penalizada. Então de posse dos foguetes, da base de lançamento, bomba, trena e água os lançamentos aconteceram obedecendo os procedimentos citados abaixo:

1- Coloca-se água no corpo do foguete. Aproximadamente $500ml$ de água. Essa medida varia de foguete para foguete;

2- Conecta-se o foguete à base de lançamento e o prende com o dispositivo que chamamos de gatilho descrito no capitulo "construção do foguete";

3- Com a bomba conectada à base, bombear até adquirir pressão suficiente para o lançamento;

4- Puxar o fio do gatilho;

5- Medir com a trena e de maneira perpendicular a linha de lançamento o alcance horizontal obtido pela equipe.

Assim de acordo com a tabela 2 tem-se os alcances horizontais, em metros, atingidos pelos foguetes de cada equipe. As equipes foram compostas com no máximo 5 alunos e foram dividas pelos próprios alunos como já foi dito antes.

Tabela 2: Tabela dos Alcances

EQUIPES	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	Equipe 5	Equipe 6
ALCANCES	47,5m	28m	34m	20m	37,6m	52m

fonte:Pesquisa

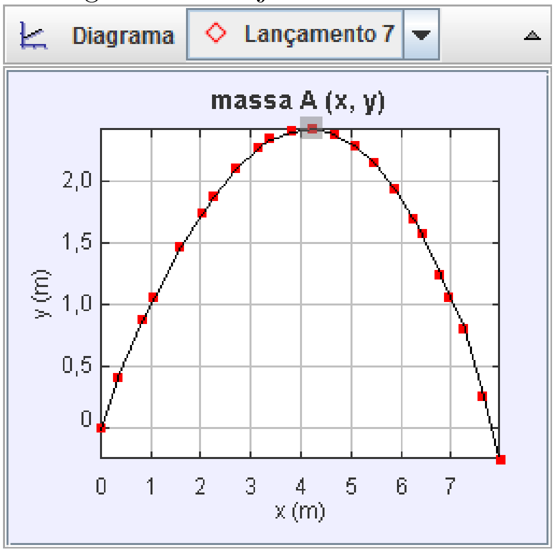
Assim de acordo com a tabela a equipe que conseguiu a maior distância foi a equipe 6 e então saiu na frente da competição. Mas a competição foi dividida em duas etapas: a primeira era o lançamento dos foguetes o qual já foi executada como descrito a cima.

A segunda etapa foi executada em sala de aula no dia 12 de dezembro, que foi a seguinte: elaborar a função que descreve o movimento de um dos lançamentos dos foguetes, em que se colheu as informações com o auxilio de dois programas, o "tracker" e o "scidavis". Filmou-se todos os lançamentos para colher as informações dos vídeos através dos programas mencionados.

Para a coleta usou-se um dos seis últimos lançamentos, um em que não foi bem sucedido. Onde o foguete não foi alto e que a sua distância horizontal foi pequena. Um lançamento onde se pudesse, sem que a imagem ficasse distorcida no momento de usar os programas citados no paragrafo anterior.

Colocando o vídeo escolhido no tracker,e selecionando no eixo horizontal o x que representa a distancia alcançada pelo foguete na horizontal (alcance) e no vertical o y que representa a altura, o programa elabora o gráfico, apresentado na figura 11 abaixo, em que ja se pode retirar a altura máxima e o alcance atingido pelo foguete que é o que necessitamos para a obtenção da função que o movimento do foguete obedece.

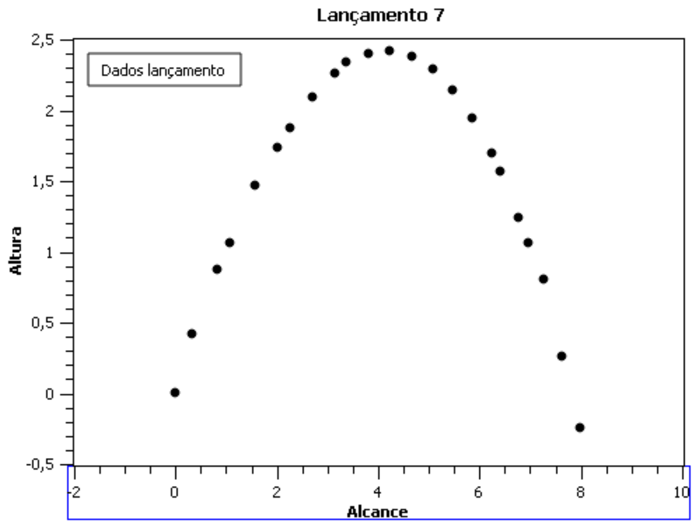
Figura 11: Trajetória no Tracker



Fonte:Própria do Autor

No tracker os dados foram coletados e copiados, e logo em seguida foram colados no scidavis em que a parábola foi modelada somente com as posições ocupadas pelo foguete, ficando como mostrado na figura 12.

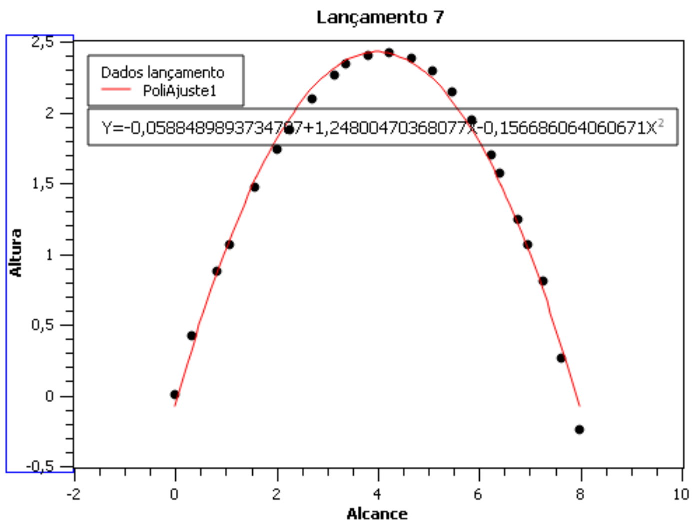
Figura 12: Trajetória no Scidavis



Fonte:Própria do Autor

Logo em seguida clicasse no botão "ajustar", e o programa ajusta a parábola e expressa a função que rege o movimento do projetil, como se mostra na figura 13. Que serviu para se comparar com as respostas dos alunos.

Figura 13: Trajetória no Scidavis Ajustada



Fonte:Própria do Autor

De acordo com o programa percebeu-se que ele não considerou a ponta do foguete na origem do plano cartesiano como foi desejado, devido a isso o **c** da função não é zero, mas é muito próximo de zero. Assim para a elaboração da questão que foi resolvida pelos alunos, considerou-se que o foguete partiu da origem do plano cartesiano, ou seja, $c = 0$ e que coincide com umas das raízes, já que é um dos pontos onde existe contato do foguete com o eixo horizontal.

Assim foi preparada a questão que viria a ser resolvida pelos alunos em sala de aula quando se retornasse para sala no dia 12 de dezembro. A atividade ficou assim:

Em um dos lançamentos realizados no campeonato de foguetes, um dos foguetes atingiu a altura máxima de $2,4$ metros e atingiu o alcance horizontal de $7,8$ metros. Descreva a trajetória do foguete indicando os valores notáveis da parábola e determine a equação da parábola que descreve a trajetória desse foguete.

Vale salientar que se o professor não quiser usar os softwares citados a cima, ele pode encontrar as coordenadas do vértice da seguinte forma:

A coordenada x do vértice para ser obtida basta medir o alcance do lançamento e o valor encontrado deve ser divido por 2, pois ele é igual a media aritmética das raízes. Ele está no meio das raízes como já citado em uma das seções anteriores.

Para encontrar a coordenada y do vértice deve-se usar o conhecimento de lançamento oblíquo, usar a equação de Torricele $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta h$, em que $\Delta h = h - h_0$, como $h_0 = 0$ pois foguete esta saindo do solo $\Delta h = h$. Assim $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gh$, $h=$ altura máxima e g é aproximadamente $10 m/s^2$. Mas para se usar a equação de Torricelli temos que encontrar o valor da v_{0y} que é a componente y velocidade de lançamento v_0. Para isso primeiro calculou-se o valor de v_0 usando os dados do eixo horizontal. Como já foi citado no trabalho que no eixo horizontal o movimento é uniforme usa-se a seguinte equação do alcance $A = v_{0x}t$ em que t é o tempo total em que o foguete permanece no ar que pode ser cronometrado pelo professor ou pode ser obtido a partir do vídeo e A é o alcance que já falamos como deve ser medido, logo $v_{0x} = A/t$.

De posse do valor de v_{0x} usa-se a equação $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ para calcular v_0 sabendo que o ângulo α é 45^o de fácil obtenção do seu seno e cosseno, visto que é o ângulo que permite a obtenção de maior alcance, por isso a base de lançamento já é construída com esta inclinação. Assim a velocidade de lançamento $v_0 = \dfrac{v_{0x}}{\cos\alpha}$.

O próximo passo é encontrar o valor da componente y da velocidade de lançamento através de $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. De posse desse último valor usa-se a equação de Torricelli $v_2^2 = v_0^2 - 2gh$ com o objetivo de se obter o valor da altura máxima h.

Aula 6:

No dia 12 de dezembro, na sala de aula, foi passada a questão a cima onde as equipes se reuniram e responderam e que na seção 5 mostra-se algumas resoluções e comentários a respeito.

Aula 7:

Essa foi a aula de encerramento do projeto,que foi usada para assistir o filme "o céu de outubro". Filme que relata a história de um garoto e três amigos que viram fogueteiros e ganham bolsas de estudos nas melhores faculdades americanas. Os alunos gostaram muito do filme e saíram motivados a estudar para realizarem seus sonhos devido ao exemplo dos garotos do filme.

3.2 Construção do Foguete de Garrafa PET

3.2.1 Materiais Utilizados na Construção do Foguete

Para a construção do foguete o docente e os discentes precisam dos seguintes materiais:

1-Duas garrafas PET(as mais usadas são as de 2 litros);

2-Fita adesiva “durex” larga;

3-Papelão ou Pasta plástica (escarcelas), pra construir as aletas do foguete (asas);

4-Um balão;

5-Uma tesoura média (para cortar o foguete e o balão);

6-Um estilete para furar a garrafa com mais facilidade.

3.2.2 Procedimentos para a Construção do Foguete

Em posse das duas garrafas PET, semelhante as da figura 14, deve-se seguir o que está descrito abaixo para a construção do foguete.

Figura 14: Garrafas Pet

Fonte:Própria do Autor

• Para a construção do foguete uma das garrafas não será cortada pois ela funcionará como corpo do foguete. É nela, depois do foguete pronto, que se deve adicionar o combustível de propulsão, que nesse caso será água e ar comprimido. Pra que o combustível funcione adequadamente coloca-se um pouco menos de 500ml de água no corpo do foguete. A outra garrafa PET deve ser recortada de maneira adequada para que se possa obter dois acessórios fundamentais para que se tenha um excelente voo do foguete, "o bico e a saia".

• O bico não tem um tamanho oficial. Não tem uma fórmula matemática para esse tamanho. Isso varia de foguete para foguete. Mas a sugestão é que se corte, de maneira perpendicular ao comprimento da garrafa, a uma distância de 14 a 20 cm da boca da garrafa. De sorte que fique uma borda com tamanho suficiente para ser encaixada e presa, através da fita durex, na outra garrafa. Semelhante à figura 15.

Figura 15: Garrafas Pet

Fonte:Própria do Autor

Dentro do bico (ou ponta do foguete) vai o que é chamado de carga útil, ela faz com que o foguete não se desvie com facilidade. A carga útil é o balão com um pouco de água ou areia dentro dele (veja a figura 16). Também não se tem um volume pré definido para a quantidade de água ou areia para se colocar no balão. Deve-se tomar cuidado pra que não fique muito pesado. Neste exemplo escolheu-se colocar água em quantidade suficiente para que fique menor que um ovo de galinha e maior que um ovo de codorna. Um tamanho intermediário.

Figura 16: Carga Útil

Fonte:Própria do Autor

Logo em seguida anexou-se a carga útil no bico pela parte interna do mesmo e para o fixar, esticou-se a ponta do balão passando pela boca da garrafa cortada (o bico) e foi prendida rosqueando a tampa da garrafa. Como representado na figura 17.

Figura 17: Carga Útil e o Bico

Fonte:Própria do Autor

• A saia do foguete deve ser feita com o restante da garrafa recortada. Basta recortar o fundo do que restou da garrafa PET. Observe a figura 18.

Figura 18: Saia

Fonte:Própria do Autor

Nela são colocadas as aletas do foguete. Recomenda-se que sejam colocadas de 3 a 5 aletas. São as aletas que dão estabilidade ao foguete. Assim a saia deve apresentar comprimento maior ou igual ao das aletas. Neste exemplo utilizou-se o comprimento da saia igual a $13cm$ por uma questão de estética. Recomenda-se que as aletas tenham a forma quadrada, mas também podem ser de forma triangular ou até mesmo a forma de trapézio. Aqui foi usada a forma de trapézio.

A confecção das aletas dá-se da seguinte forma:

1º) Corta-se o papelão ou o plastico(escancela) na forma de quadrados de aproximadamente $8cm$ de lado (ver figura 19);

Figura 19: Aletas na Forma Quadrada

Fonte:Própria do Autor

2º) A $1,5cm$ de um dos vértices do quadrado marca-se um ponto que deve ser ligado, através de uma reta, ao vértice oposto ao escolhido;

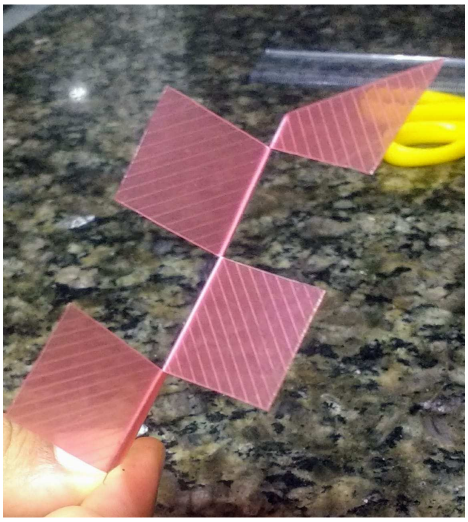
3º) Corta-se o quadrado exatamente na reta descrita no item anterior, gerando um trapézio semelhante ao da figura 20 abaixo;

Figura 20: Aletas na Forma de Trapézio

Fonte:Própria do Autor

4º) Na base maior marca-se três pontos que a divida em quatro partes iguais de aproximadamente $2cm$. Em seguida, nos pontos marcados, corta-se a aleta de maneira perpendicular à base até uma altura de aproximadamente $2cm$. Formando assim três quadrados de $2cm$ de lado e um trapézio retângulo com base maior e altura com $2cm$ que serão dobrados alternadamente para um lado e para o outro, como exemplificado na figura 21. Esses serão os pontos de contato das aletas com a saia do foguete foguete, que serão fixadas com o auxilio da fita adesiva.

Figura 21: Pontos de Contato Entre as Aletas e a Saia

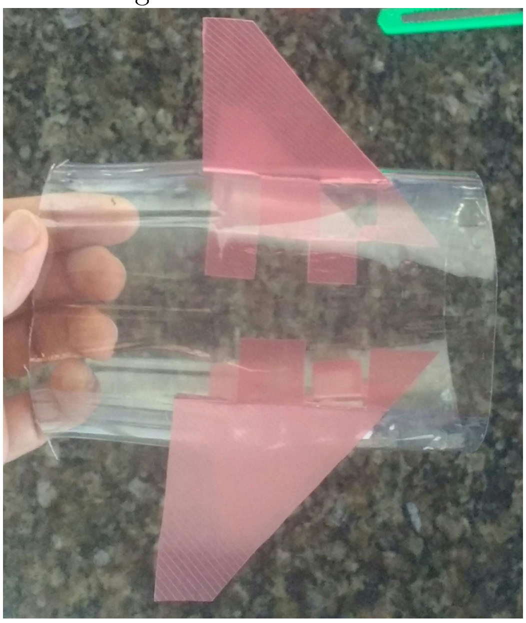


Fonte:Própria do Autor

O passo seguinte é colocar as aletas na saia nos seus devidos lugares e as fixar com o auxilio da fita adesiva. Para este protótipo escolheu-se colocar 4 aletas. Então deve-se fazer quatro cortes longitudinais nas aletas com o mesmo comprimento e todos igualmente espaçado em relação às bordas da saia e que fiquem diametralmente opostos dois a dois. Para que fiquem diametralmente opostos deve-se medir o comprimento da circunferência da saia e dividir o resultado por 4. O resultado é exatamente a distância entre duas aletas consecutivas. Se for decidido colocar mais ou menos aletas o processo deve ser realizado de forma similar dividindo o comprimento da circunferência pela quantidade de aletas escolhido.

Os cortes feitos na saia serviram para a fixação das aletas que devem ser colocadas de dentro para fora e presas com o auxilio da fita adesiva na parte interna da saia, como mostrado na figura 22.

Figura 22: Saia Pronta



Fonte:Própria do Autor

Com o bico e a saia prontos o próximo passo é fixa-los, de maneira ajustada e com o auxilio da fita adesiva, a outra garrafa PET que não foi cortada e o foguete estará pronto. Aí pode-se usar da criatividade para deixa-lo com um visual mais interessante. Como se observa na figura 23, este exemplo ficou no formato tradicional.

Figura 23: O Foguete

Fonte:Própria do Autor

3.3 Construção da Base de Lançamento

3.3.1 Materiais Utilizados na Construção da Base de Lançamento

1 cano de pvc de 20mm de diâmetro;
2 T de 20mm de diâmetro;
2 joelhos de 20mm de diâmetro;
2 taps de 20 mm de diâmetro;
1 pito de pneu de bicicleta;
1 tubo de cola de cano;
1 serra para cano;
1 rolo de esparadrapo;
1 tubo de vaselina;
4 abraçadeiras de plastico com cabeçote de 3,5 a 3,7 mm;
1 abraçadeira de metal de 1 cm de diâmetro;
1 pedaço de cano de 40 mm com 3 a 4 cm de comprimento;
6m de barbante

3.3.2 Procedimentos para a Construção da Base de Lançamento

Figura 24: Materiais para a Base

Fonte:Própria do Autor

De posse de todo o material que se mostra na figura 24, para iniciar a construção da base, deve-se cortar o cano de 20mm da seguinte forma: dois pedaços de 20cm, dois pedaços de 10cm. Em seguida pode fixar uma das extremidades dos canos de 10cm de comprimento em um dos ts e as outras extremidades nos joelhos juntamente com os pedaços de 20cm que também ja devem estar com os taps encaixados(sem cola) e o restante do cano deve ser colado também no t. De sorte que esta ultima parte apresente um angulo de 45^o com a horizontal. Veja a figura 25.

Figura 25: Base 1

Fonte:Própria do Autor

Os taps devem ser furados com o auxilio de um besouro elétrico. Deve-se escolher duas brocas que façam furos que possam ser colocados em um dos taps o pito de pneu bicicleta e no outro uma mangueira fina (mangueira de aquário). E com o auxilio de durepox, o pito e a mangueira, devem ser fixados com o auxilio da cola, um em cada taps, de forma que fiquem bem vedados.

Na parte inclinada, é aconselhado colocar um suporte com o objetivo de manter a inclinação quando o foguete com água for anexado, e o lançamento se aproxime da perfeição. Para isso usa-se o outro T e mais um pedaço de cano de aproximadamente $10cm$. Onde também já se deve colocar as abraçadeiras de plastico fixadas com auxilio da abraçadeira de metal. Ficando no formato apresentado na figura 26.

Figura 26: Base 2

Fonte:Própria do Autor

Para finalizar coloca-se a boca de um balão fixa por esparadrapo a uma altura em que possa vedar uma garrafa PET e esta seja presa com as cabeças das abraçadeiras de plástico. E utiliza-se o rolo de papel higiênico plastificado (para torná-lo impermeável) preso a um fio longo pra servi de gatilho, como se mostra na figura 27.

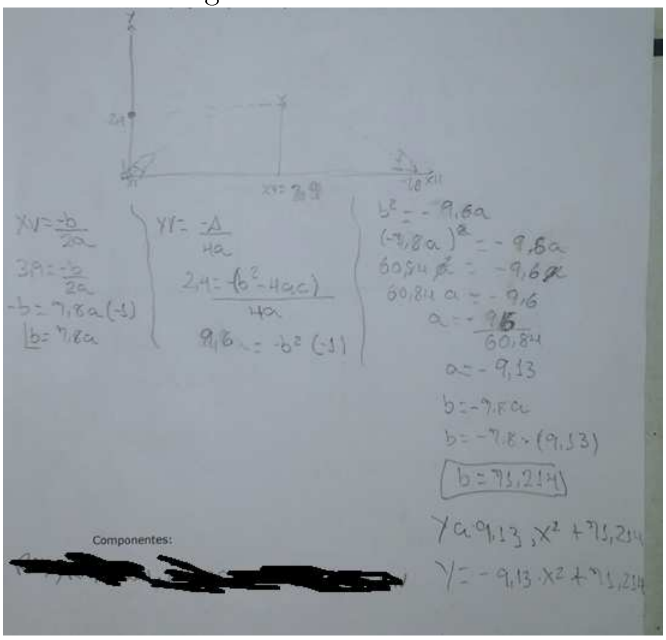
Figura 27: Base Pronta

Fonte:Própria do Autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir apresentamos os resultados de cada equipe na resolução da questão proposta após os lançamentos.

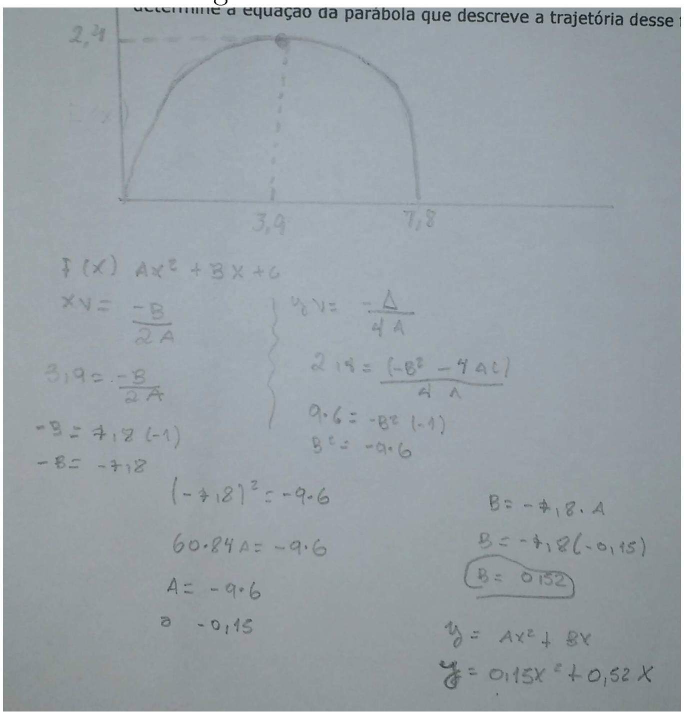
Figura 28: Resultado 1



Fonte:Própria do Autor

De acordo com a figura 28, percebe-se que o resultado desta equipe não foi esperado pois cometeram alguns erros básicos de cálculo e portanto os valores dos coeficientes **a** e **b** não foram de acordo com o esperado. Mas percebeu-se que existiu uma boa assimilação do conteúdo pois a representação gráfica está muito bem elaborada. Os erros cometidos foram no quesito multiplicação e divisão com números decimais, em que o professor fez vários exemplos pra que os alunos lembrassem esse tipo de calculo visto que é um assunto do ensino fundamental e pudessem assim fazer a correção.

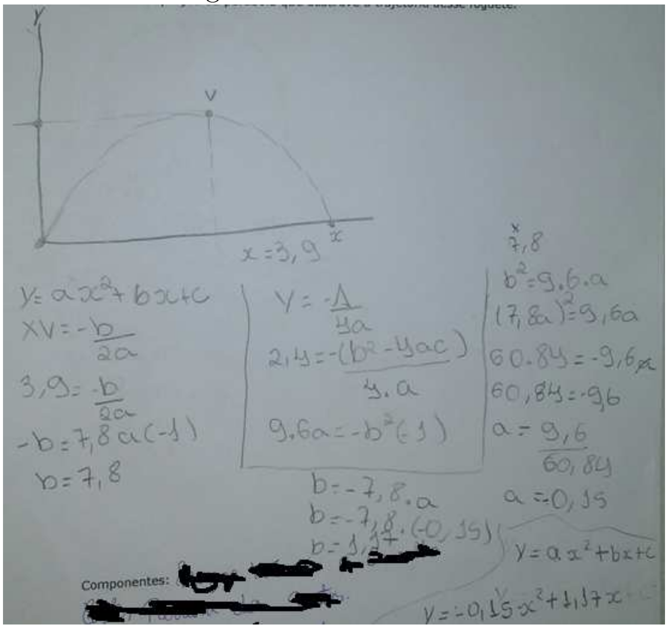
Figura 29: Resultado 2



Fonte:Própria do Autor

A figura 29 mostra que o gráfico muito bem representado faltou perfeição na multiplicação com números decimais que fez com que o valor do coeficiente **b** fosse encontrado com falhas. Encontra-se uma falha também na escrita da função em que trocaram o sinal do coeficiente **a**, contradizendo o gráfico que apresenta parábola com concavidade voltada para baixo.

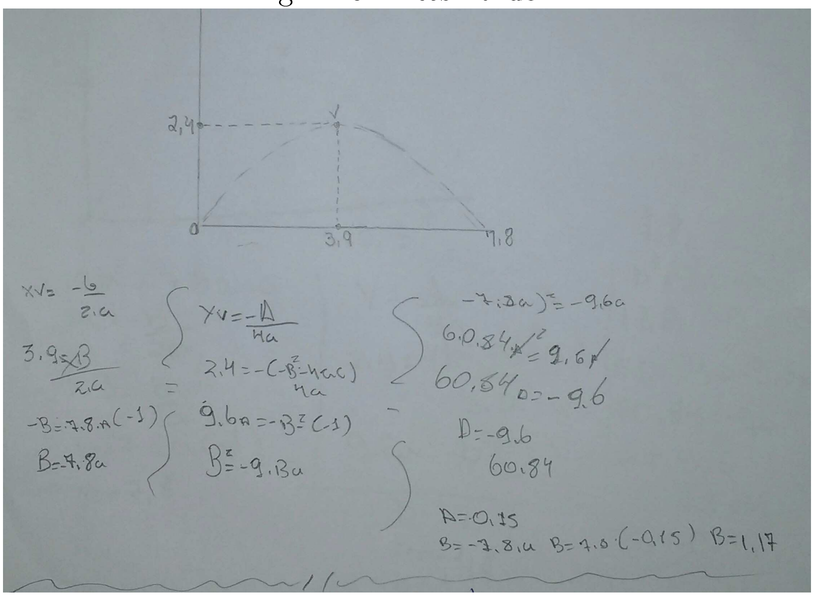
Figura 30: Resultado 3



Fonte:Própria do Autor

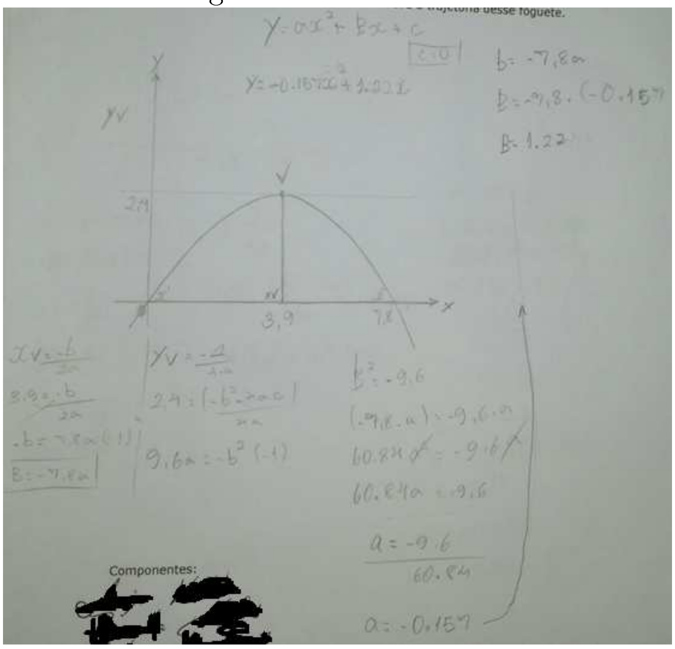
Neste resultado, apresentado na figura 30, a representação gráfica está com falhas, os pontos notáveis não estão como esperado. Mas os valores dos coeficientes da função foram encontrados como esperado.

Figura 31: Resultado 4



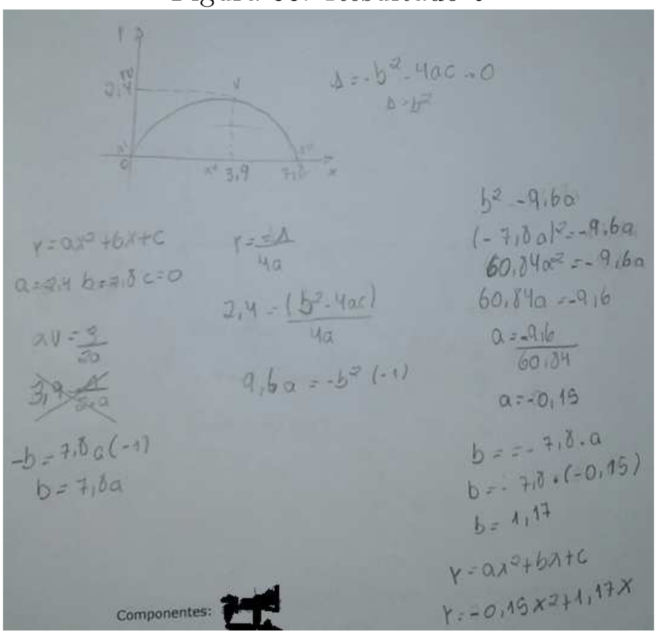
Fonte:Própria do Autor

Figura 32: Resultado 5



Fonte:Própria do Autor

Figura 33: Resultado 6



Fonte:Própria do Autor

Os resultados 4, 5 e 6, apresentados, respectivamente, nas figuras 31,32 e 33, foram de acordo com o esperado. Tanto as representações gráficas quanto os cálculos para a obtenção dos valores dos coeficientes **a** e **b** foram feitos com precisão.

Vale ressaltar aqui que do inicio ao final do projeto não se ouviu nem uma pergunta ou comentário sobre a aplicabilidade da função quadrática e percebeu-se que até mesmo o aluno que menos se envolveu no projeto se mostrou com conhecimento necessário para interpretação gráfica ou para os cálculos envolvidos no assunto em analise.

Apresentamos abaixo alguns depoimentos dos alunos após o termino do projeto:

Aluno A_3: "Foi muito interessante as aulas que tivemos com o professor Giuliano tanto na parte teórica quanto na prática";

Aluno A_8: "O método usado pelo professor fez com que todos os alunos prestassem atenção e pudessem armazenar todo o conteúdo em suas mentes";

Aluno A_{13}: "Os lançamentos dos foguetes foi super legal porque todos nós aprendemos de uma forma divertida e não de uma forma chata";

Aluno A_{23}: "No 9º ano do ensino fundamental estudamos equações de 2º grau onde não aprendemos quase nada. E com essa forma de estudar percebemos que a matemática pode ser divertida e não é tão difícil como alguns alunos pensam. De forma prática aprendi cada ponto importante da parábola e tudo que deveria ter aprendido no 9º ano".

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo de 8 anos como professor da rede estadual de ensino na cidade de Pindaré Mirim percebi uma grande dificuldade de aprendizagem nos alunos do 1º ano do ensino médio quanto aos conceitos estudados. A função quadrática apresenta uma ideia que a princípio não é de fácil visualização principalmente para alunos que vem de um ensino fundamental não muito eficiente. Assim se torna extremamente importante uma abordagem diferente que possa tornar o assunto mais fácil e que possa prender muito mais sua atenção e consequentemente a aprendizagem seja bem sucedida.

Esta pesquisa propõe um método alternativo que facilita o ensino e aprendizagem da função de segundo grau envolvendo o lançamento de foguetes de garrafas PET e modelagem matemática, uma forma de dar sentido ao conteúdo na vida dos estudantes que apresentam dificuldade na assimilação por não conseguirem relacionar o conteúdo com o seu dia a dia, ou seja, não conseguirem perceber a aplicabilidade da função quadrática.

A modelagem matemática foi escolhida não apenas porque se estuda a matemática de maneira aplicada, mas também porque desperta no aluno maior interesse em estudar matemática de forma que possa aplica-la ou observar suas aplicações no cotidiano; por facilitar a compreensão das ideias matemáticas, já que estão conectadas a outros assuntos; temos a preparação para se utilizar a matemática em diferentes áreas; desenvolver habilidades gerais de investigação; e analisar como a matemática pode ser usada nas praticas sociais.

Um dos momentos de grande importância nessa proposta de ensino e também o mais aguardado pelos alunos, foi a aula prática de lançamento de foguetes de garrafas PET. Onde tornou-se real e com significado o gráfico da função polinomial de 2º grau, a parábola que é exatamente a trajetória descrita pelo foguete. Assim, toda a parte teórica exposta anteriormente passou a ter significado concreto e perceptível para cada um dos alunos.

Feito a análise dos resultados da atividade proposta depois da aula prática e dos depoimentos citados percebeu-se que o processo de ensino aprendizagem foi bem sucedido através desta proposta de ensino. Pois os alunos conseguiram matematizar a situação problema (lançamento do foguete), ou seja, conseguiram representar a situação problema através de uma equação ou através do gráfico ou até mesmo através do gráfico e da equação.

Após a realização do experimento notou-se que pelo estimulo que tiveram na preparação da base e lançamento do foguete, que os alunos adquiram certa autonomia no processo de resolução de problemas, despertando ainda neles o espirito de investigação, prazer em construir conhecimento e importância de trabalhar em grupo

Constatou-se após a realização deste estudo que a relação entre teoria e prática foi fundamental para os alunos vivenciarem a modelagem nas situações de contextos diversos. Ao se apropriarem do conhecimento teórico verificou-se que as tomadas de decisão foram mais conscientes e seguras.

Depois que os alunos realizaram as medições, cálculos e estimativas, vivenciaram a experiência de lançar um foguete, comparar os resultados alcançados no experimento, mobilizar conhecimentos prévios para a construção de novos conhecimentos, ficou evidente para alunos e professor a importância da relação pedagógica para a tríade saber, aluno e professor.

Este trabalho tem a intenção de apresentar mais uma alternativa didática para o ensino da matemática, especificamente para o ensino de função quadrática. Espera-se estar contribuindo de forma a amenizar as dificuldades envolvidas no ensino de função polinomial de 2º grau, suas representações e propriedades. Na certeza de que não se estagnará por aqui buscando metodologias que possam melhorar o ensino da matemática no auxilio de professores e alunos.

REFERÊNCIAS

Referências

[1] ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da modelagem matemática crítica. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009. Disponível em < http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/jussara.pdf>

[2] ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

[3] ÁVILA, G. S. S. Cálculo das Funções de Uma Variável. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

[4] BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. Investigação Qualitativa em Educação Matemática: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994

[5] BOGDAN e BIKLEN, 1994; KILPATRICK, GÓME e RICO, 1998; BORBA, 2001; SKOVSMOSE, 2001; ARAÚJO e BORBA,2004; GARNICA, 20014; FIORENTINI e LORENZATO, 2006; ROSA e VANINI, 2011, 2012

[6] BORBA, M. C. Coletivos Seres-humanos-com-mídias e a Produção de Matemática. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Curitiba, 2001.

[7] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília-DF, 2018.

[8] CARAÇA, B. de J. Conceitos Fundamentais da matemática. 4.ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

[9] DANTE, L. R. Contexto e Aplicações: Volume Único. São Paulo: Ática, 2000.

[10] DIONÍSIO. B. Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo de Ensino – Aprendizagem. 1992. 130f. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 1992.

[11] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

[12] FLEMMING, D. M. GONÇALVES, M. B. Cálculo A: Funçõe, limite, derivação e integração. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

[13] FUKE, L. F. SHIGEKIYO, C. T. YAMAMOTO, K. Os Alicerces da Física, 1: Termologia, Ótica, Ondulatória. 15. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

[14] FUKE, L. F. SHIGEKIYO, C. T. YAMAMOTO, K. Os Alicerces da Física, 2: Termologia, Ótica, Ondulatória. 15. ed. São Paulo: Saraiva, 2007.

[15] GALEANO, D. CALDAS, M. (2018). FOGUETE. Disponível em portalsaofrancisco: < https://www.portalsaofrancisco.com.br/curiosidades/foguete> Acesso em 11/11/2018.

[16] GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

[17] GODOY, Arilda S. Pesquisa qualitativa: Tipos Fundamentais. Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v.35, n.3, p.20-20, Mai./Jun. 1995.

[18] KILPATRICK, J. Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. Educación Matemática: errores y dificultades de los estudiantes, resolucíon de problemas, evaluación, historia. Universidad de los Andes, Bogotá, p. 1-18, 1998.

[19] LIMA, E. L. Números e Funções Reais. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[20] LIMA, E. L. et al. A Matemática do Ensino Médio.11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

[21] LIMA, E. L. Conceituação, Manipulação e Aplicações. As Dois Problemas e Duas Soluções. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/41/1.htm> Acesso em: 16 de novembro de 2018.

[22] LORENZATO,S. Para Aprender Matemática. 3 Ed. Campinas. Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).

[23] MINAYO, M. C. S.(org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

[24] OLIVEIRA, M. A. S. Os Aspectos Físicos E Matemáticos Do Lançamento Do Foguete De Garrafa Pet. 2008. 29 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) - Curso de Física, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2008. Disponivel em:<http://www.ucb.br/sites/100/118/TCC/2

[25] PASSOS, C.. Etnomatemática e Educação Matemática Crítica: conexões teóricas e práticas. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação da UFMG, Belo Horizonte, MG, 2008.

[26] PONTES, Marcos. Missão Cumprida: A história completa da primeira Missão Espacial Brasileira. São Paulo: CHRIS MCHILLIARD, 2011.

[27] PONTES, M. (2018). HISTORIA DOS FOGUETES. Disponível em astropontes: <http://www.astropontes.org.br/wp/programas/projetos.oap/campeonato-de-foguetes-a-agua/historia-dos-foguetes> Acesso em 11/11/2018.

[28] REGO, T. C. Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

[29] RIBEIRO. E.S. Modelagem com Funções Elementares no Ensino Médio: Uma Proposta Interdisciplinar Aliando Prática e Teoria. 2017. 140f. Dissertação de Mestrado- Universidade Estadual de Alagoas, Maceió. 2017.

[30] RIGONATTO, M. Modelagem Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem. Disponível em: <https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/modelagem-matematica-no-processo-ensino-aprendizagem.htm> Acesso em: 20 de novembro de 2018.

[31] ROSA, M. VANINI, L. SEIDEL, D. J. Produção do conhecimento matemático online: a resolução de um problema com o ciberespaço. Boletim GEPEM. Rio de Janeiro: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, n. 57, 2011.

[32] SILVA,J. J. Modelagem Matemática no Ensino Médio: Uma Estratégia para um Aprendizado Significativo. 2018. 75f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual do Piauí, Teresina-Pi. 2018.

[33] SILVEIRA, J. C. RIBAS, J. L. D. Discussões Sobre Modelagem Matemática. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a8/index.php> Acesso em: 19 de novembro de 2018.

[34] SITE SOFISICA.COM. Espelho Côncavo. 2008. Disponível em: <https://https://www.sofisica.com.br>. Acesso: 24 de novembro de 2018.

[35] SITE WIKIPEDIA.ORG. Diagrama de um telescópio de Newton. 2018. Disponível em: < https://pt.wikipedia.org/wiki/Telesc

[36] SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. 2. ed. Tradução de Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas, SP: Editora Papirus, 2001.

[37] TRIVINOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

[38] YOUNG, H. D. Sears and Zemansky's. University Physics. Tradução e Revisão Técnica: Adir Moysés Luiz. 3ª Reimpressão. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2006.

APÊNDICE

Apêndice A - História dos Foguetes

Para Oliveira (2008, p. 4)

> Os primeiros foguetes que surgiram na humanidade eram de tubos de bambu cheios de uma espécie de pólvora que eram utilizados em festividades religiosas na China. Os chineses foram os primeiros a experimentar tubos cheios de pólvora com arcos para fins militares. Nestes lançamentos acabaram descobrindo que os tubos contendo pólvora poderiam lançar-se com a impulsão dos gases liberados pela reação química. Nascia o primeiro foguete.

Essa replica do foguete era lançada em cerimônias de festivais religiosos, por volta do 3º século antes de Cristo, com a função de expulsar espíritos do mal através do grande barulho emitido da explosão.

A partir daí os foguetes passaram a ser usados como objeto bélico pelos chineses. Os foguetes faziam um barulho bem parecido ao de um trovão, mas conseguia atingir alvos a 24 quilômetros de distancia e devastavam a região atingida num raio de 600 metros.

Por volta de 1241 d.C., os foguetes chegaram a Europa como material de guerra. E muitos outros países também passaram a estudar e usa-los como material bélico.

Mas o auge dos foguetes como arma foi no final da segunda guerra mundial quando Werner Von Brawn e sua equipe lançaram o primeiro foguete balístico movido a combustível liquido, o $V2$, que antes era conhecido como $A4$. Depois de várias tentativas, a perfeição sonhada acontece. O foguete seguiu corretamente sua trajetória pré-definida e atingiu o alvo a $193km$ de distancia. Marcando assim o início da era Espacial.

Von Brawn foi contratado pelos nazistas como uma espécie de elemento surpresa. Mas quando obteve sucesso no lançamento, já era tarde demais. Não pode mais mudar o rumo da historia colocando a guerra a favor de Hitler.

Em 1961, o foco dos foguetes sofre uma mudança e Yuri Gagarin deu uma volta na orbita terrestre e afirmou que a terra era azul.

Até Von Brawn muda seu foco e cria o projeto Saturno V, foguete que levou a Apollo 11 à lua.

O Brasil não ficou de fora do estudo dos foguetes. Tanto que foi estabelecida uma base de lançamento em nosso país localizada na cidade de Alcântara no estado do Maranhão e tivemos um brasileiro participando de uma missão espacial internacional no ano de 2006, o Marcos Pontes. Essa Missão Espacial recebeu o nome de “ Missão Centenário” que fazia alusão aos cem anos já passados do voo de santos D’umont no famoso avião 14 Bis.

Episodio que nos trouxe alegria, orgulho, esperança e satisfação. “O Brasil comemora! Enfim, a bandeira verde-e-amarelo decola, gloriosa para o espaço!” (PONTES, 2011. p. 265). [2]

O Marcos Pontes é sim fonte de Esperança e inspiração para todos nós brasileiros. “Se algo errado acontecer, ainda assim serei inspiração para o sucesso de milhões de jovens brasileiros que não nasceram em berço de ouro. Eles saberão que com educação e determinação tudo é possível!” (PONTES. 2011. p.263). [2]

Atualmente temos em nosso País vários meios de influenciar jovens a se tornarem pesquisadores na área de astronomia e astronáutica. Temos olimpíadas voltadas para fortalecimento desse conhecimento. Como também temos competições especificas para foguetes. Competições de nível médio que utilizam foguetes de garrafa pet, que é um dos objetos em estudo nesse trabalho.

Baseado no exposto a cima podemos afirmar que temos uma grande interdisciplinaridade entre a matemática e a história, já que os foguetes estão presentes em uma grande parcela da vida humana e que teve um ponto muito importante na segunda guerra mundial.

Apêndice B

Estado do Maranhão

Secretaria Estadual de Educação

C.E. Jerusa da Silva Rabelo

AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO DE PESQUISA

Senhores pais ou responsáveis pelo
aluno(a)____

Através deste documento venho pedir sua autorização para que seu(sua) filho(a), aluno do 1º Ano B do Centro de Ensino Jerusa da Silva Rabelo participe da pesquisa, que é de fundamental importância para minha dissertação e consequentemente obtenção do titulo de mestre através do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, realizado pela Universidade Estadual do Maranhão – UEMA.

A pesquisa acontecerá no horário das aulas de Matemática e através da realização de uma aula prática na manhã do dia 10/12/2018 no horário das 8hs às 9hs 30min, no campo de futebol do bairro Pitombeira, onde faremos os lançamentos dos foguetes que foram construídos pelos alunos, sendo os alunos acompanhados por mim e por mais dois assistentes que já apresentam grande experiência nesta prática.

Ressalto aqui que o nome do(a) aluno(a) não será exposto na pesquisa, mas venho por meio deste também pedir sua autorização para a publicação de fotos que ilustram a prática que são de grande necessidade para a pesquisa.

Espero que compreenda e autorize.

Atenciosamente,

Profº Giuliano Eduardo Batista Cutrim

Contato: (98) 98135-8715

Pindaré-Mirim, 05 de dezembro de 2018

( ) Autorizo ( ) Não Autorizo

____

Assinatura do responsável