UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CENTRO DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

EMERSON ROBERTO RIBEIRO BARROS
KARLA RHAYANNE DOS SANTOS MENDES

MATEMÁTICA FINANCEIRA: utilização da HP12C na resolução de problemas

São Luís
2021

EMERSON ROBERTO RIBEIRO BARROS
KARLA RHAYANNE DOS SANTOS MENDES

MATEMÁTICA FINANCEIRA: utilização da HP12C na resolução de problemas

Monografia apresentada ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão como cumprimento das exigências para obtenção do grau de licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Raimundo Martins Reis Neto.

São Luís
2021

Barros, Emerson Riberto Ribeiro.
Matemática financeira: utilização da HP12C na resolução de problemas / Emerson Roberto Ribeiro Barros, Karla Rhayanne dos Santos Mendes. – São Luís, 2021.

58 f.

Monografia (Graduação) – Curso de Matemática Licenciatura, Universidade Estadual do Maranhão, 2021.

Orientador: Prof. Me. Raimundo Martins Reis Neto.

1.Matemática financeira. 2.Calculadora HP12C. 3.Ensino. 4.Aprendizagem. I.Mendes, Karla Rhayanne dos Santos. II.Título.

CDU: 51-37:336

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

EMERSON ROBERTO RIBEIRO BARROS
KARLA RHAYANNE DOS SANTOS MENDES

MATEMÁTICA FINANCEIRA: utilização da HP12C na resolução de problemas

Monografia apresentada ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão, em cumprimento das exigências para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: ______/______/_______

BANCA EXAMINADORA:

___

Prof. Me. Raimundo Martins Reis Neto (Orientador)
DEMATI/UEMA

___

Prof. Me. Jackson Martins Reis
DEMATI/UEMA

___

Prof. Me. Agnaldo dos Santos Pereira
DEMATI/UEMA

"Não há vantagem alguma em viver a vida correndo."

Shikamaru Nara

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus, nosso pai, por nunca desistir de nós.

Ao nossos pais, por terem nos guiado até aqui, sempre nos apoiando e nos dando a direção correta a ser seguida, enfim, agradecemos a todos os nossos familiares que nos apoiaram.

Agradecemos a todos os nossos professores que sempre acreditaram em nós e no nosso sucesso, em especial ao professor Prof. Me. Raimundo Martins Reis Neto por ter nos orientado sabiamente na elaboração deste trabalho.

Aos nossos colegas de turma, por todos os momentos únicos vivenciados no decorrer desses anos de graduação, cheio de aprendizado, descobertas e principalmente pela amizade e companheirismo adquiridos que sempre levaremos conosco por toda a vida.

RESUMO

Este trabalho consiste em propor a utilização da HP12c como metodologia alternativa para o ensino da disciplina de matemática financeira. Para isso, apresentamos exemplos de situações problema que foram resolvidas analiticamente e com o uso da HP12c. Além de diagramas que facilitam a compreensão dos problemas, a utilização da HP12c constitui uma importante ferramenta que visa a melhoria do processo de ensino e aprendizagem nas aulas de matemática financeira, sendo necessário entender a importância do estudo sobre como utilizar esta calculadora para resolução de problemas financeiros. Assim, justifica-se a escolha da temática no sentido de que os meios para transmitir conhecimento são constantemente modificados, principalmente quanto aos conteúdos abordados, seja qual for a área do conhecimento ou nível de ensino na área da matemática financeira. A partir dessa perspectiva, a presente monografia tem como objetivo geral exemplificar o uso da HP12c na resolução de problemas na disciplina de matemática financeira e como objetivos específicos descrever os principais conceitos da matemática financeira, expor metodologias de ensino por meio da HP12c e comparar resoluções de problemas de matemática financeira entre o método analítico e a calculadora HP12c. Trata-se de uma monografia qualitativa e descritiva, adotando técnicas bibliográficas e documentais.

Palavras-chave: Matemática financeira. Calculadora HP12c. Ensino. Aprendizagem.

ABSTRACT

This paper is to propose the use of HP12c as an alternative methodology for teaching the subject of financial mathematics. For this, we present examples of problem situations that were solved analytically and with the use of HP12c. In addition to diagrams that facilitate the understanding of the problems, the use of HP12c is an important tool to improve the process of teaching and learning in the lessons of financial mathematics, being necessary to understand the importance of the study on how to use this calculator to solve financial problems. Thus, the choice of theme is justified in the sense that the means to transmit knowledge are constantly changing, especially regarding the content addressed, whatever the area of knowledge or level of education in the area of financial mathematics. From this perspective, this monograph has as general objective to exemplify the use of HP12c to solve problems in financial mathematics and as specific objectives to describe the main concepts of financial mathematics, expose teaching methodologies using HP12c and compare problem solving of financial mathematics between the analytical method and the HP12c calculator. This is a qualitative and descriptive monograph, adopting bibliographic and documental techniques.

Keywords: Financial mathematics. HP12c calculator. Teaching. Learning.

Lista de Figuras

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como norte o estudo do uso da HP12c dentro da disciplina de matemática financeira, um importante ramo dentro da matemática como um todo, dado sua relevância nas áreas de gerenciamento e análise de projetos financeiros, que quando associada ao uso da HP12c, a aprendizagem se torna mais significativa, visto que, o uso desta ferramenta é de grande auxílio em sala de aula, conforme elucida Mercado (1999, p. 85):

> As mudanças que as tecnologias favorecem na postura do professor em aula ajudam os alunos a estabelecerem um elo de ligação entre os conhecimentos acadêmicos com os adquiridos e vivenciados, ocorrendo uma troca de ideias e experiências, em que o professor se coloca na posição do aluno, aprendendo com a experiência deste.

Neste cenário, a implementação desta ferramenta se dá por meio do professor, que deverá introduzi-la em sala de aula, sendo o mediador do conhecimento, auxiliando em seu uso correto. Cabe ressaltar a importância desse meio de aprendizagem, não apenas no ensino básico, mas também dentro do ensino superior, em que a formação dos discentes, bem como dos docentes, se torna mais aprofundada.

Para Oliveira e Silva (2015, p. 4):

> O ensino superior tem como prioridade facilitar a capacitação do aluno em investigar, processar, assimilar, interpretar, e refletir sobre as informações que recebe, para assim desenvolver a autonomia do discente, sendo importante o discernimento do docente no que diz respeito a relevância do uso de ferramentas tecnológicas, como recursos facilitadores da construção do conhecimento, e ampliador de possibilidades a formação de novos pesquisadores.

Utilizar tais mecanismos exige do docente um planejamento bem elaborado, a fim de alcançar os objetivos por meio de estratégias com recursos pedagógicos que contribuem para a formação dos discentes.

Pode-se perceber que a utilização de tais mecanismos tende a ser imprescindível em da sala de aula. Partindo de tal lógica, o uso da HP12c é uma das ferramentas que visa melhorar o processo de ensino - aprendizagem nas aulas de matemática financeira, cabendo ao professor adotá-la em seus métodos de ensino.

Justifica-se a escolha da temática no sentido de que os meios para transmitir conhecimento são constantemente modificados, principalmente quanto aos conteúdos abordados, seja qual for a área de conhecimento ou nível de ensino. Na matemática financeira essa realidade não é diferente. Utilizamos alguns meios para facilitar o aprendizado e minimizar as dificuldades, tais como o uso da calculadora HP12c, importante instrumento que nos permite, em cálculos muito extensos, exatidão e precisão em pouco tempo, seja na área acadêmica, seja na área corporativa.

Porém, percebe-se que o uso da calculadora HP12c não é algo corriqueiro, principalmente nos cursos de graduação que envolve as licenciaturas, devido ao seu pouco conhecimento e uso pelos discentes.

Com base nestas informações, o estudo a seguir tentará solucionar a seguinte problemática: como o uso da HP12c contribui para uma redução dos obstáculos metodológicos que os professores e alunos enfrentam na abordagem de conteúdos da disciplina de matemática financeira?

Portanto, para solucionar este questionamento, o presente trabalho abordará os principais conceitos estudados na disciplina de matemática financeira utilizando a HP12c em alguns exercícios.

O objetivo geral deste trabalho consiste no uso da HP12c na resolução de problemas de matemática financeira, onde serão apresentados conceitos e suas aplicações em resoluções de problemas de duas formas: o método analítico, utilizado por muitos, e o método com a calculadora HP12c.

Desta maneira, foram delineados os seguintes objetivos específicos: descrever os principais conceitos da matemática financeira; expor metodologias de ensino por meio da HP12c; comparar resoluções de problemas de matemática financeira com o método analítico e o uso da calculadora HP12c.

Para atingir os objetivos acima supracitados, a metodologia utilizada adota uma abordagem quali-quantitativa, pois buscou-se respaldo adotando técnicas bibliográficas e documentais. No presente estudo, no que tange ao levantamento bibliográfico, foram utilizados livros, dissertações, artigos científicos, teses, apostilas, entre outros. Paralelamente, em relação à análise documental, foi realizada uma consulta aos acervos de órgãos públicos, instituições privadas e entidades envolvidas na temática em questão.

O estudo está organizado em capítulos: no primeiro momento, apresenta-se uma revisão do contexto histórico da matemática financeira, com o seu surgimento até suas aplicações e utilizações nos dias de hoje; posteriormente, expõe-se a calculadora HP12c, seus modelos, utilidade e principais funções na programação.

No mais, abordaremos de maneira simples, os conteúdos apresentados na matemática financeira com seus conceitos e fórmulas, verificando suas aplicações em exemplos comparativos, apresentando em última instância, as considerações finais.

2 CONTEXTO HISTÓRICO

Ao falarmos de contexto histórico, nos deparamos com aspectos que são de extrema importância para a compreensão daquilo que fazemos. Na matemática financeira, estes aspectos são relevantes para entendermos o mundo capitalista em que vivemos atualmente, em particular, o mundo dos números que utilizamos em diversas situações financeiras do nosso dia a dia.

As aplicações, tais como conceitos e definições da matemática financeira, têm sua importância ao longo da história da matemática como um todo, tendo em vista sua adaptação aos problemas que foram surgindo com o passar do tempo. Seu surgimento não tem uma data cronológica exata, se deu pelo simples fato do homem perceber a relação entre tempo e dinheiro, realizando pagamentos em sementes, uma vez que era realizado o empréstimo de sementes, e ao final da colheita, o pagamento era feito com o que foi emprestado e mais uma parte do que era colhido, surgindo assim, a ideia de juros. Os juros são a base da matemática financeira, com seus primeiros registros datados do ano 2000 antes de cristo, na Babilônia, caracterizando-se como a remuneração de algum empréstimo.

Segundo Bayer e Luz (2013), alterações foram ocorrendo conforme o passar do tempo e se adaptando no decorrer da evolução do homem para suprir suas necessidades.

Outro fator de importância na matemática financeira, foi a evolução do dinheiro, sendo uma adaptação do chamado escambo, em que ocorria a troca de mercadorias, conforme explicita Ifrah (1997, p. 145):

> O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto sem a intervenção de uma ‘moeda’ no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade.

A prática do escambo era um importante objeto de comercialização das mercadorias. Sua evolução se mostrou necessária diante do fato de que muitas vezes não era viável a troca de mercadorias, pois as distâncias eram longas. Dessa forma, surgem as moedas de troca, feitas de metais preciosos como o ouro, a prata e o bronze, que facilitaram o processo de pagamento.

Segundo Bayer e Luz (2013), a necessidade de guardar as quantias de valor em um lugar mais seguro, além da troca de dinheiro específico que cada país utilizava, trouxeram as primeiras ideias de banco. Foi por meio dos bancos que a matemática comercial e financeira teve maior aplicação e evolução dentro do contexto histórico analisado.

No período renascentista, as atividades comerciais ganharam maior notoriedade, textos e livros específicos da matemática comercial e financeira começaram a serem escritos, de modo que conhecer o assunto, começava a ser objeto de preocupação das pessoas.

As primeiras noções de matemática financeira escritas, datam do ano de 1484. Na Itália, era denominada de aritmética comercial, sendo voltada para pessoas que queriam se aprofundar. O seu conteúdo trazia exemplos de problemas financeiros que eram estudados para se obter maior conhecimento do tema (BAYER; LUZ, 2013). Sua evolução no tempo e no espaço, trouxe adaptações para os diversos problemas que foram surgindo. Conhecer a sua importância e seu valor histórico portanto, nos permite enxergar as atividades comerciais como papel fundamental dentro do processo de globalização em que vivemos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 O ensino da matemática tradicional

A matemática tradicional está em desuso. Assim sendo, o ensino interdisciplinar vem ganhando força e notoriedade pelos professores, possibilitando o ensino de diversos componentes curriculares entre si. Esse modelo de ensino tem sido comumente utilizado nas séries iniciais, e até mesmo dentro de cursos do ensino superior, gerando um avanço significativo no aprendizado dos alunos, sobretudo no ramo das ciências exatas, assim como em todas as demais áreas do conhecimento.

Fiorentini (1994, p. 12), ressalta a funcionalidade do ensino da matemática, para não ser vista apenas de forma unilateral, com o uso exclusivamente profissional atrelado ao professor, mas também enfatiza sua prática social quando diz:

> A Educação Matemática não é apenas um campo profissional, mas também uma área do conhecimento. Isto significa que a Educação Matemática é tanto uma área da pesquisa teórica quanto uma área de atuação prática e concomitantemente ciência, arte e prática social.

Cabe lembrar entretanto, que o ensino da matemática financeira é indissociável do uso das tecnologias digitais, especialmente as calculadoras científicas e/ou financeiras e as planilhas eletrônicas. Existem ainda vários aplicativos destinados a smartphones e tablets, cujas funcionalidades vão ao encontro dos objetivos da nossa proposta (AMORIM, 2016).

Amorim afirma sobre a importância de implementar algumas tecnologias para auxiliar os alunos nesta busca pelo conhecimento matemático, pois ao longo dos séculos, obtivemos vários avanços tecnológicos, que nos inseriu em uma realidade cheia de aparatos modernos que contribuem com todas as áreas distintas da ciência.

3.2 A matemática financeira com o auxílio da calculadora HP12c

Diversas são as ferramentas usadas para tornar as aulas cada vez mais atraentes e de fácil compreensão, seja no ensino fundamental, médio ou superior. Assim sendo, disciplinas como matemática financeira, exige dos alunos grande capacidade de realização de cálculos e alto empenho de tempo, sendo este último elemento dificultado pela grade curricular fornecida pela Instituição. Dessa maneira, faz-se necessário o uso de ferramentas que facilitem a execução de cálculos, tal como a HP12c.

A calculadora HP12c é utilizada em diversas operações da disciplina de matemática financeira como instrumento facilitador e de acordo com Bruni e Famá (2016, p. 65):

> De todas as máquinas financeiras atualmente disponíveis no mercado, a HP12c é, provavelmente, a mais antiga. [...]. Suas características principais incluem o fato de possuir mais de 120 funções específicas para usos em negócios, as quais permitem trabalhar com 20 diferentes fluxos de caixa, operações com taxas internas de retorno e valores presentes líquidos.

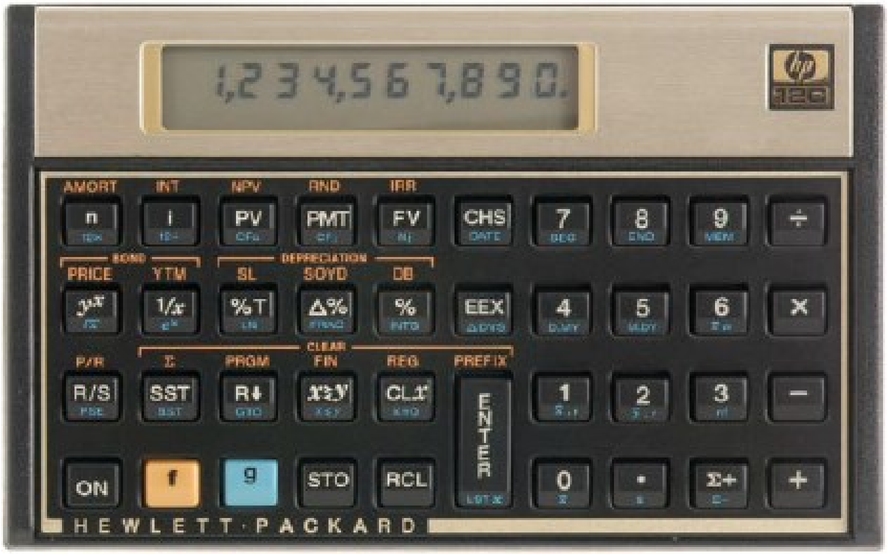
A HP12c é uma das calculadoras mais usadas e completas que existem na matemática financeira ao se tratar de agilidade em cálculos, acompanhando um funcionamento único em sua lógica de programação, o Reverse Polish Notation (RPN), também conhecido como Notação Polonesa Reversa, cuja principal característica é a ausência da tecla de igualdade. “Enquanto em uma operação algébrica comum os operandos devem ser intercalados por operadores, na lógica RPN os operandos devem ser colocados primeiramente e, depois, devem ser colocados os operadores” (BRUNI; FAMÁ, 2016, p. 69).

Outro fator importante a ser considerado dentro do uso da HP12c, é o sistema de pilhas ou sistema de pilhas de registradores. Este sistema é observado por meio do visor, local em que ocorre o registro dos números, também conhecido como registrador X. Além desse, existem outros, tais como o Y, o Z e o T. Há ainda diversos outros registradores especiais dentro da HP12c, porém os mais utilizados são o X e Y. Quando um número é adicionado na máquina, automaticamente irá para o registrador X. Ao ser pressionada a tecla ENTER, esse valor é duplicado para o registrador Y. Quando realizadas as operações matemáticas, a máquina opera os registradores X e Y, exibindo o resultado no visor (BRUNI; FAMÁ, 2016).

3.3 Principais funções da HP12c

A calculadora HP12c pode ser encontrada em três modelos, a saber: Gold, Platinum e Prestige, diferenciando-se apenas em estética e na forma de funcionamento. A Gold (Figura 1) adota a função Notação Polonesa Reversa (RPN), enquanto as demais adotam tanto a função RPN quanto a função algébrica para realização de cálculos, comumente encontrada nas calculadoras científicas. Para tanto, abordaremos especificamente a HP12c Gold nos exemplos.

Figura 1 – Calculadora financeira HP12c GOLD



Fonte: elaborado pelos autores (2021)

Inicialmente, pressiona-se a tecla ON para ligar a calculadora, cuja tecla servirá também para desligá-la. Para utilizar as funções em amarelo presentes em algumas teclas, é necessário precionar a tecla de prefixo f em seguida à função correspondente que se deseja utilizar. Já para uso das funções em azul, é importante que a tecla de prefixo g, localizada na parte de baixo de algumas teclas, seja acionada antes de cada função. Os cálculos aritiméticos simples são realizados inserindo os números na ordem. Ao introduzir o primeiro, pressiona-se a tecla ENTER para armazená-lo. Logo após esta operação, insere-se o segundo número e finaliza-se com a operação desejada. Por exemplo, se deseja-se somar 10+27, pressiona-se os botões 1 e 0 e em seguida, o botão ENTER para armazená-los na memória da calculadora. Realizado este passo, devemos pressionar os botões 2 e 7 finalizando com o botão "+", a resposta, no caso, 42, aparecerá no visor.

Algumas operações requerem casas decimais a mais. Para progamar quantas casas decimais deverão aparecer no visor, deve-se pressionar a tecla "f" e posteriormente, o número correspondente de casas. Por exemplo, pressiona-se a tecla "f" e o número 4. Aparecerá 4 números decimais (0.0000), a opção dependerá dos exercícios.

A HP12c possui 20 memórias operacionais numeradas de “0” a “9” e de “.0” a “.9”, além de 5 memórias financeiras, “n”, “i”, “PV”, “PMT” e “FV”. Para que sejam armazenados números nas memórias operacionais, pressiona-se o número desejado seguido da telca “STO” e escolhe-se de “0” a “9” e de “.0” a “.9” em qual ficará armazenado. Por exemplo, para armazenar o número 154 na memória 6, digita-se o valor 154, pressiona-se a tecla”STO” e finaliza-se pressionando a tecla 6. Esse valor ficará armazenado na memória, de modo que sempre que o usuário desejar trazê-lo ao visor, usará a telca “RCL”, seguida da memória correspondente, usando o mesmo número que ficou armazenado na memória 6. Para tanto, deve-se pressionar a tecla RCL seguida do número 6. Então, o número 154 aparecerá no visor. Essa função de recuperar o número das memórias serve para todos os números operacionais armazenados na memória financeira.

Devido ao fato do armazenamento de valores na memória da calculadora permanecer, pode ocorrer algum erro em novas operações que se deseja realizar, devendo-se desse modo, zerar sua memória. A HP12c tem 3 formas de apagar registros. A primeira é utilizando-se a tecla CLX para limpar somente os números no visor. A segunda, consiste na limpeza de todos os registros da memória financeira armazenados nas teclas especiais, pressionando-se a tecla “f” seguida da tecla “FIM” e, por fim, a terceira, funciona apertando-se a tecla “f” seguida da tecla “REG”, apagando-se assim, todos os registros armazenados na memória financeira.

Outra função importante da calculadora que deve ser mencionada, é a função calendário. As datas podem ser trabalhadas entre 15 de outubro de 1582 até 25 de novembro de 4046. Sua principal funcionalidade é determinar datas futuras ou passadas e o dia da semana. Para utilizar essa função, devemos primeiramente ativá-la, pressionando-se logo depois as teclas “g” e “D.MY”. Dessa forma, não será necessário repeti-la a cada operação que for realizar.

A função data pode ser operada tanto com datas futuras quanto com datas passadas, devendo estas serem inseridas com o dia, o mês e o ano, separando-se o dia e o mês pela tecla “ponto”. Por exemplo, para determinar a data futura ao se passar determinado período de dias, inserimos a data presente, pressionando “ENTER”. Logo após, o tempo de dias decorridos, e em seguida, aperta-se as teclas “g” e “DATE”. A data futura será mostrada no visor. Para data passada, devemos realizar os mesmo passos, porém, pressionando-se a tecla “CHS” antes das teclas “g” e “DATE”.

Além disso, devemos ficar atentos aos últimos números que aparecerem no visor, pois estes correspondem aos dias da semana, sendo de 1 (um) até 7 (sete), 1 (um) correspondendo à segunda-feira, 2 (dois) à terça-feira, 3 (três) à quarta-feira, e assim sucessivamente até o último número, 7 (sete), correspondendo ao domingo.

4 MATEMÁTICA FINANCEIRA

4.1 Juros simples

De acordo com Medeiros Junior (2012) em nosso cotidiano vivenciamos situações diretamente ligadas ao dinheiro, independente de termos muito, pouco ou nenhum dinheiro. Existem casos onde precisamos saldar a utilização de um dinheiro que não é nosso. Quando fazermos qualquer compra na modalidade de algum tipo de crédito, ou a prazo, temos que lidar com os juros do aluguel de um coeficiente numérico, no qual pedimos emprestado por um determinado tempo.

4.1.1 Cálculo de juros simples

Conforme afirma Crespo (2009, p.110), “Por definição, o juro simples é diretamente proporcional ao capital inicial e ao tempo de aplicação, sendo a taxa de juro por período o fator de proporcionalidade.” Temos como fórmula a seguinte representação:

$$\boldsymbol{J = (Cn)i}$$

Onde:

$\boldsymbol{J}$ = juros simples;

$\boldsymbol{C}$ = capital inicial ou valor principal;

$\boldsymbol{n}$ = tempo de aplicação;

$\boldsymbol{i}$ = taxa de juro unitária.

Os juros simples necessitam de definições para sua aplicação. A primeira, chamada de capital (ou valor principal) representada pela letra C nas fórmulas, se refere a um valor monetário emprestado por uma pessoa ou instituição por todo um período. Por conseguinte, temos a remuneração cobrada pelo emprestador por causa do aluguel de um recurso financeiro utilizado durante um determinado tempo, o qual chamamos de juros. Este deverá ser indicado nas fórmulas por J.

Expressa como uma porcentagem do capital, a taxa de juro unitária é determinada por i, podendo ser calculada nas formas de ao dia (a.d.), ao mês (a.m.), ao ano (a.a.), entre outros intervalos de tempo predefinidos. Por fim, temos o tempo de aplicação apresentado por n.

4.1.2 Juros ordinários ou comercial

Para Crespo (2009) chamamos de juros simples comercial quando aplicamos a técnica no cálculo de juros simples (1 ano = 360 dias). Temos que considerar a forma que obtemos o número de dias. Afirmando um tempo onde cada mês possui 30 dias, teremos um tempo aproximadamente perto do tempo exato. Desta maneira, vemos que sempre iremos utilizar o ano comercial para determinar a igualdade entre a taxa e o tempo.

4.1.3 Juros exatos

Segundo Crespo (2009) quando utilizamos nos juros o número exato de dias no ano, trabalhamos com o calendário civil para fazer a contagem de dias. Neste caso, vamos considerar o ano como 365 dias ou 366 dias quando o ano for bissexto, logo não devemos aplicar 30 dias para todo mês, e sim, a quantidade exata de dias que cada mês possui. Assim sendo, concluímos o que intitulamos de juro simples exato.

4.1.4 Juros pela regra dos banqueiros

Dolzan Júnior (2011) explica em um tópico intitulado “importante”, sobre uma das técnicas mais usadas pelo juro simples, onde aplicamos o juro simples comercial em cima do número exato de dias. Assim sendo, podemos, em todo tipo de transação, possibilitar os juros máximos.

Esta aplicação é o que denominamos de regra dos banqueiros, que pode aparecer na maioria dos livros apenas como uma observação da junção dos juros simples comerciais com os juros simples exatos.

4.1.5 Montante

Crespo (2009) relata que o montante (ou valor nominal) é igual à soma do capital inicial (ou valor atual) com o juro relativo ao período de aplicação.

É de suma importância saber o regime de juros adotado para o cálculo de juros em períodos diferentes de 1. Aquele que pegou o empréstimo pagará o capital acrescentado dos juros no final do prazo do empréstimo. Para tal situação, a quantia paga representada pela letra M, chamamos de montante. Assim, temos:

$$\boldsymbol{M = C + j}$$

Onde:

$\boldsymbol{M}$ = montante ou valor nominal;

$\boldsymbol{C}$ = capital inicial ou valor atual;

$\boldsymbol{j}$ = juro.

4.1.6 Aplicação ao cálculo de montante em caderneta de poupança

A caderneta de poupança é uma das maneiras mais conhecidas entre as pessoas como escolha de aplicação financeira.

Conforme Ponath (2015) a remuneração da poupança se encontra no art.12 da Lei nº 8.177, sancionada em 1 de março de 1991, com a redação sendo apresentada na Lei nº 12.703, de 2012. Segundo esta vigente legislação, somente serão remunerados os depósitos de poupança de pessoas físicas que atenderem as seguintes condições:

a) Através da Taxa Referencial (TR), onde é utilizada a data de aniversário da aplicação, temos o recebimento da remuneração básica;
b) através dos juros de 0,5% ao mês, se a taxa Selic ao ano for superior a 8,5 %, temos a primeira forma de remuneração adicional;
c) através dos 70% da meta da taxa Selic ao ano, sendo esta por sua vez de obrigação mensal, definida pelo Banco Central do Brasil, com vigência a partir da data inicial do período de rendimento, se a meta da taxa do Selic ao ano obtiver resultado igual ou inferior a 8,5%.

A partir do dia da abertura da conta poupança, fato que é considerado como data de aniversário do primeiro depósito feito, o período de rendimento é o mês corrido, sendo definidas pelo Banco Central do Brasil todas as metas de taxas Selic.

O autor salienta que é uma taxa de juros de referência a TR (Taxa Referencial). Seguindo esta análise, a legislação já em vigor, para aplicação do cálculo da taxa referencial, é formada por um modelo em função das maiores instituições financeiras do Brasil, de acordo com o volume e captação realizados através de certificados de recibos e depósitos bancários (CDB/RDB), sendo o seu prazo de 30 a 35 dias corridos. (CMN, 2006).

4.2. Desconto simples

A palavra desconto caracteriza-se por ser o antônimo de juros, ou seja, a está associada ao conceito de diminuição ou abatimento de um serviço ou do preço de um produto.

No sistema financeiro, as operações de empréstimo são muito utilizadas, cujas movimentações geram aos tomadores dívidas. Esses títulos possuem datas de vencimento pré-determinadas por ambas as partes, mas o devedor tem o direito de antecipar o pagamento. Quando isso ocorre, um abatimento é efetuado, o qual é chamado de desconto (SILVA, 2020).

4.2.1 Desconto simples bancário

Segundo Medeiros Junior (2012, p. 99) o desconto simples bancário é:

> Quando uma pessoa contrai uma dívida é muito comum o credor emitir um documento que serve como comprovante desta operação financeira, chamado de título. Comum também as empresas, que possuem o direito de receber os valores contidos nestes títulos, utilizarem um produto bancário chamado desconto.

Conforme o autor, o desconto simples bancário nada mais é do que uma operação bancária que visa dar um benefício ao tomador por meio de uma antecipação do título ao credor. Essas operações de antecipação são muito comuns em empréstimos realizados, tento em vista que ao antecipar a dívida, a pessoa poderá ser beneficiada com desconto bancário, de acordo com a política de cada banco.

Segundo Crespo (2009, p. 137), “o devedor efetue o pagamento antes do dia predeterminado. Neste caso, ele se beneficia com um abatimento correspondente ao juro que seria gerado por esse dinheiro durante o intervalo de tempo que falta para o vencimento.”

4.2.2 Desconto comercial

Chamamos de desconto comercial, bancário ou por fora, o equivalente ao juro simples, produzido pelo valor que se aplica em um determinado título, seja ele empréstimo ou valor a ser tomado em um dado período de tempo, acordado entre as partes, fixando-se uma taxa correspondente que será aplicada sobre o título (CRESPO, 2009).

Ao final de cada operação, é efetuado o pagamento antecipado da dívida com a instituição financeira responsável, a fim de obter-se o desconto sobre o valor devido.

De acordo com Macêdo (2014), o desconto comercial, é mais comumente chamado de desconto por fora, e é definido como o valor gerado pelo cálculo dos juros simples sobre o valor nominal do compromisso, sendo ele quitado antes do vencimento acordado, definido pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{Dc = N.i.n}$$

Onde:

$\boldsymbol{Dc}$ = desconto comercial;

$\boldsymbol{N}$ = valor nominal;

$\boldsymbol{i}$ = taxa de desconto;

$\boldsymbol{n}$ = número de períodos antes do vencimento.

4.2.3 Descontos sucessivos

Segundo Souza (2013), de modo geral, quando tratamos de descontos sucessivos, podemos realizar os cálculos da seguinte maneira: chamamos de $\boldsymbol{P_0}$ o valor inicial e de $\boldsymbol{i_1, i_2, i_3, \dots, i_n}$ as taxas de descontos sucessivos em valores decimais. Os valores obtidos após cada desconto, denominados $\boldsymbol{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n}$, respectivamente neste caso, o desconto sucessivo pode ser calculado por:

$$\boldsymbol{P_1 = P_0(1 - i_1)}$$

$$\boldsymbol{P_2 = P_1(1 - i_2)}$$

$$\boldsymbol{P_3 = P_2(1 - i_3)}$$

$$\boldsymbol{P_n = P_{n-1}(1 - i_n) = P_0(1 - i_1).(1 - i_2).(1 - i_3).\ \dots\ .(1 - i_n)}$$

Assim, o valor final $\boldsymbol{P_n = P}$ é dado por:

$$\boldsymbol{P = P_0(1 - i_1).(1 - i_2).(1 - i_3).\ \dots\ .(1 - i_n)}$$

Dessa forma, o valor $\boldsymbol{P}$ nada mais é do que o valor líquido, ou seja, o valor $\boldsymbol{P}$ é o valor final já aplicado os descontos sucessivos presentes na transação.

4.2.4 Equivalência de capitais

Ao efetuar-se uma compra ou até mesmo um pagamento de uma dívida, são propostas, na maioria das vezes, formas de pagamento diferentes, cabendo ao credor ou devedor verificar a mais vantajosa. Para tanto, deve-se ter o conhecimento de equivalência de capitais.

Segundo Crespo (2009), dizemos que dois ou mais capitais diferentes são equivalentes em certa época, quando seus valores são trazidos para um determinado período de tempo, no qual o valor deverá ser igual. Atendendo esse critério, tem-se a equivalência de capitais.

Para tanto, é de suma importância que os capitais que serão comparados estejam em uma mesma data, sendo possível portanto, realizar a comparação sem grandes perdas de dinheiro para ambos os lados.

A data a ser considerada é de suma importância, uma vez que representa o período correto para que os capitais venham a ser igualados, sendo estes de valores diferentes a datas diferentes. Chamamos esse período de data focal, pois necessita-se de uma data parâmetro (MACÊDO, 2014).

Admitindo-se taxas de juros fixadas, podemos determinar a equivalência entre capitais (Figura 2) da seguinte forma: considerando dois capitais $(\boldsymbol{C}, \boldsymbol{C}')$ com a mesma taxa de juros simples $(\boldsymbol{i})$, com seus vencimentos estipulados $(\boldsymbol{m})$, faz-se a capitalização a partir da data de origem:

Figura 2 – tabela usada para equivalência de capitais

1º Conjunto		2º Conjunto	
Capital	Data de vencimento	Capital	Data de vencimento
$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{m_1}$	$\boldsymbol{C'_1}$	$\boldsymbol{m'_1}$
$\boldsymbol{C_2}$	$\boldsymbol{m_2}$	$\boldsymbol{C'_2}$	$\boldsymbol{m'_2}$
...	...	...	...
$\boldsymbol{C_n}$	$\boldsymbol{m_n}$	$\boldsymbol{C'_n}$	$\boldsymbol{m'_n}$

Fonte: elaborado pelos autores (2021)

Considerando a capitalização realizada à juros simples, os dois conjuntos da tabela são equivalentes quando considerada a data focal fixada e aplicado o desconto racional "por dentro." Assim, temos:

$$\frac{C_1}{(1 + im_1)} + \frac{C_2}{(1 + im_2)} + \cdots + \frac{C_n}{(1 + im_n)} =$$
$$\frac{C'_1}{(1 + im'_1)} + \frac{C'_2}{(1 + im'_2)} + \cdots + \frac{C'_n}{(1 + im'_n)}$$

Por outro lado, utilizando-se o desconto comercial "por fora" à juros simples e fixando-se a data focal, estes serão equivalentes se:

$$C_1(1 - im_1) + C_2(1 - im_2) + \cdots + C_n(1 - im_n) =$$
$$C'_1(1 - im'_1) + C'_2(1 - im'_2) + \cdots + C'_n(1 - im'_n)$$

Entende-se que problemas de capitalização envolvem determinação de valores no passado ou valores no futuro. Dessa forma, é necessário empregar a relação entre valor atual e valor nominal de um título, a depender do critério utilizado na capitalização. Quando o capital é deslocado para o futuro, devemos determinar o valor nominal. Ocorrendo o oposto, determina-se o valor atual (VIANNA, 2018).

Para desconto racional simples temos:

$$FV = PV(1 + d_r n)$$

E para desconto comercial simples é dada por:

$$PV = PV(1 - d_c n)$$

Onde:

FV = valor futuro

PV = valor atual

d_r = taxa de desconto racional

d_c = taxa de desconto comercial

n = tempo

4.3. Capitalização composta

Podemos afirmar que no regime de juros compostos, ao final de cada período, os juros serão do período em que está se formando o capital, somados ao montante, pois a taxa percentual de juros, incidirá. Logo, para se fazer o cálculo, deve-se levar em consideração o capital inicial, acrescentado aos juros de cada período acumulado.

No regime de capitalização composta, diferente do vimos até agora, a taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial, acrescida dos juros acumulados até o período anterior. Por este motivo, existe a expressão “juros sobre juros.” Esta situação, denomina-se de capitalização de juros, porém como estamos lidando com juros compostos, será intitulada de capitalização composta.

4.3.1 Cálculo com juros compostos

Para Dolzan Júnior (2011), os juros compostos são conhecidos como juros sobre juros, ou de forma mais popular, por regime de juros sobre juros. Dizemos que a capitalização é diária, quando o período de capitalização for por dia, e mensal, quando o período de capitalização for por mês.

Em se tratando do cálculo com juros compostos, Crespo (2009, p.110) afirma que:

> M_n=C (1+i)^n. Esta é a fórmula do montante em regime de juro composto, também chamada fórmula fundamental do juro composto, para um número inteiro de períodos. O fator (1 + i) n é denominado fator de capitalização ou fator de acumulação de capital.

Neste caso, o capital é remunerado por período, onde os juros incidem em cima do capital inicial, acrescentado por juros cumulativos até uma data referente. Por esta razão, o montante no final da data 1 será n = 1, se é o capital inicial da data 10, logo n = 10 e assim será incidido novamente os juros.

A forma do montante crescente neste caso é de uma progressão geométrica, por isso o seu crescimento é exponencial.

4.3.2 Tipos de taxas

4.3.2.1 Taxa proporcional

Quando nos referimos à taxa proporcional, Ferreira (2015, p.60) explica que: “São ditas taxas proporcionais aquelas que reduzidas ao mesmo período têm proporcionalmente mesmo valor. Como exemplo, 1 ano tem doze meses, então i% a.a. e i 12 % a.m. são taxas proporcionais.”

Considere duas taxas: se mediante os tempos reduzidos a uma mesma unidade, os seus valores formarem uma proporção, então podemos dizer que são taxas proporcionais.

Salienta Crespo (2009), que temos então duas possibilidades, em que ambas as taxas são unitárias ou percentuais, logo, podemos visualizar da seguinte forma:

$$\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{i'}} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n'}}$$

Onde:

$\boldsymbol{i}$ e $\boldsymbol{i'}$ = duas taxas unitárias ou duas taxas percentuais;

$\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{n'}$ = dois tempos relativos as suas taxas.

Utilizando a relação que acabamos de determinar para juro simples, vamos aplicá-la considerando $\boldsymbol{i}$ a taxa de juro referente a um determinado período de tempo, e $\boldsymbol{i}_k$ a taxa proporcional que queremos estabelecer referente à fração $\frac{1}{k}$ do período, logo temos que:

$$\boldsymbol{i}_k = \frac{\boldsymbol{i}}{k}$$

Vemos que $\boldsymbol{i}$ sempre será a taxa em relação ao período maior.

E para juro composto temos $\boldsymbol{i}_a$ como uma taxa anual. Assim sendo, a taxa proporcional será $\boldsymbol{k}$ para um determinado período de tempo de $\frac{1}{k}$ do ano, desta forma:

$$\boldsymbol{i}_k = \frac{\boldsymbol{i}_a}{k}$$

4.3.2.2 Taxa equivalente

De acordo com Ferreira (2015, p.60) “São ditas taxas equivalentes aquelas que reduzidas ao mesmo período produzem mesmo montante, a partir de um mesmo capital.”

Se pesquisarmos um pouco, iremos notar o quanto é normal comparar opções variadas de investimento utilizando as taxas equivalentes, visto que existem taxas aplicadas anualmente e que para se fazer o comparativo com outras opções, acabam precisando ser passadas para meses.

Crespo (2009) explica que se durante um determinado período de tempo, temos duas taxas aplicadas a um mesmo capital, estas irão produzir o mesmo juro, e desta forma podemos afirmar que estas taxas são equivalentes.

Por isso em regime simples de juro, são equivalentes duas taxas proporcionais quando:

$$\boldsymbol{i}_k = \frac{\boldsymbol{i}}{k}$$

Podemos notar que $\boldsymbol{i}$ e $\boldsymbol{i}_k$ são tanto taxas proporcionais como equivalentes também.

Já quando falamos sobre juro composto, as taxas proporcionais não são equivalentes. Por isso para taxa anual temos:

$$(1 + i_m)^{12} = 1 + i_a$$

Entretanto para o autor, quando nos referimos a outros tipos de frações ao ano, utilizaremos a seguinte equação:

$$(1 + i_d)^{360} = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_t)^4 = (1 + i_s)^2 = 1 + i_a$$

Onde:

$\boldsymbol{i_d}$ = taxa diária

$\boldsymbol{i_m}$ = taxa mensal

$\boldsymbol{i_t}$ = taxa trimestral

$\boldsymbol{i_s}$ = taxa semestral

$\boldsymbol{i_a}$ = taxa anual

4.3.2.3 Taxa nominal

À luz do pensamento de Belo (2010), entende-se que a taxa nominal está definida em período de tempo diferente do período de capitalização. Logo, percebemos que será diferente o período da taxa em relação ao período de capitalização. No caso deste tipo de taxa, esta é sempre apresentada em condições anuais, porém os seus períodos de capitalização podem aparecer diários, mensais, trimestrais ou semestrais. Alguns exemplos delas são:

a) 6% a.a., capitalizados trimestralmente;

b)10% a.a., capitalizados mensalmente;

c)14% a.a., capitalizados bimestralmente.

De acordo com Silva (2015), não é aconselhável utilizar a taxa nominal nos cálculos financeiros dentro do regime de juros compostos. Desse modo, sempre irá ter uma taxa efetiva implícita na taxa nominal e esta será calculada proporcionalmente ao regime de juros simples. Por isso, quando tivermos uma taxa nominal, é preciso estabelecer qual a taxa proporcional em relação ao regime de juros simples, e caso haja necessidade, aplicar o cálculo das taxas equivalentes em relação ao período de juros compostos.

4.3.2.4 Taxa efetiva

Silva (2015) afirma que na taxa efetiva, a unidade referencial de tempo de capitalização coincide com a que se refere.

Esta taxa é muito usada no cálculo dos juros. O seu período de capitalização é idêntico ao período da taxa. Podemos demonstrá-la com os seguintes exemplos:

a) 5% ao mês, capitalizados mensalmente;

b) 7% ao bimestre, capitalizados bimestralmente;

c) 9% ao ano, capitalizados anualmente.

Para não ficar algo redundante, neste tipo de taxa é comum abreviamos da seguinte forma:

a) 5% ao mês;

b) 7% ao bimestre;

c) 9% ao ano.

Portanto vemos que a sua aplicação é útil em vários ramos, tais como: tabelas financeiras, planilhas eletrônicas, cálculos financeiros, entre outros.

4.4. Desconto composto

Crespo (2009) nos ensina que a questão conceitual do desconto deve ser a mesma em todos os tipos de regime, sendo a capitalização composta ou simples.

Trata-se do abatimento adquirido em um compromisso quitado antes que tenha seu prazo vencido.

Assim como aplicado ao desconto simples, no caso de desconto composto temos dois tipos básicos:

a) Desconto comercial composto (ou por fora);

b) desconto racional composto (ou por dentro).

4.4.1 Desconto comercial composto

Conforme Oliveira (2015), o desconto comercial composto pode ser chamado também de desconto por fora e no mercado é pouco utilizado. Neste caso, através da incidência, é obtida a taxa em relação ao valor nominal, que deve ser paga pelo título no momento exato do resgate.

Por estar em desuso, o autor apenas apresenta a fórmula da seguinte maneira:

$$D_{cc} = C_n[1 - (1 - i)^n]$$

Onde:

$\boldsymbol{D_{cc}}$ = desconto composto comercial.

$\boldsymbol{C_n}$ = valor nominal do título ou montante da operação.

$\boldsymbol{i}$ = taxa de juros compostos da operação.

$\boldsymbol{n}$ = número de períodos que faltam para o título vencer.

4.4.2 Desconto racional composto

Segundo Oliveira (2015) este tipo de desconto é muito comum e prático. É conhecido também como desconto por dentro. O desconto racional composto é o mais usado no mercado financeiro brasileiro.

Utilizando o valor na data em que ocorre o vencimento, sendo este por sua vez o valor nominal do título, iremos transpor para a data do pagamento antecipado, que implicará em um valor mais atual, aplicado ao regime de capitalização composta. Logo, entendemos que a divergência entre o valor atual e o valor nominal de um título que foi pago antes de vencer a sua data de quitação é o nosso desconto composto racional. Desta maneira temos:

$$\boldsymbol{D_{cr} = C_n - C_o}$$

Onde:

D_{cr} = desconto composto racional

C_n = valor nominal ou montante da operação em seu vencimento

C_o = valor do título no seu valor atual, antecipado a data de vencimento ou valor presente.

4.5 Sistemas de capitalização

Torres (2019) explica que o sistema de capitalização é parecido com o modelo que conhecemos como poupança, no qual o dinheiro é de forma individual investido. Assim, cada trabalhador tem o seu papel fundamental e contribui para o que o montante da sua conta seja formado no decorrer do tempo.

No Brasil, o sistema utilizado é conhecido como repartição simples. Tal sistema consiste no pagamento de benefício ao cidadão aposentado pelo trabalhador ativo no mercado. Desta forma, para que tudo ocorra bem e todos recebam, deve existir uma estabilidade em que a soma de todas as contribuições seja superior ao que irá ser pago aos beneficiários.

4.5.1 Cálculo de somas de progressões

Carvalho, Xavier, Franzolin (2014) ressaltam que existem dois tipos de progressões que podemos utilizar. Para cada progressão há uma fórmula de somatório com suas especificidades.

Progressões aritméticas são tipos de progressões denominadas por uma sequência numérica, na qual cada termo, a partir do seu sucessor, é igual à soma do seu antecessor com uma constante, conhecida também como razão. A soma dos termos de uma p.a é apresentada da seguinte forma:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).\ n}{2}$$

Onde:

S_n = soma dos primeiros termos de uma P.A.

a_1 = primeiro termo da P.A.

a_n = a enésima posição na sequência.

n = posição do termo.

Já as progressões geométricas são sequências numéricas em que cada termo, a partir do seu sucessor, é igual ao produto de seu antecessor em relação à uma constante, também apresentada, às vezes com a nomenclatura razão. Para a soma dos termos de uma P.G. temos a seguinte fórmula:

$$S_n = \frac{a_1\,(q^n - 1)}{q - 1}$$

Onde:

$\boldsymbol{S_n}$ = soma dos números de uma P.G

$\boldsymbol{a_1}$ = primeiro termo da P.G

$\boldsymbol{q}$ = razão

$\boldsymbol{n}$ = quantidade de elementos da P.G

4.5.2 Série de pagamentos

De acordo com Albergoni (2014) "um fluxo de caixa é composto por uma série de anuidades (pagamentos/recebimentos) e podemos observá-lo em operações rotineiras de financiamento e investimento."

O autor nos apresenta dois tipos de séries: as regulares e as irregulares.

No primeiro caso, temos um capital retornado por meio de parcelas iguais de pagamento em períodos constantes de tempo, como por exemplo, em aquisições e bens ou empréstimos financeiros. Já na segunda série, ocorre um fluxo não uniforme de caixa, isto é, as entradas e saídas acontecem de maneira intensa e frequente sem periodicidade. Por conseguinte, acabamos não conseguindo aplicar as fórmulas e as operações básicas da calculadora financeira.

4.6. Sistema de amortização de empréstimo

Ao realizarmos compras, diversas vezes recorremos àa instituições de créditos, sejam elas bancos ou agências de empréstimo, nas quais o cliente se compromete em arcar com o pagamento de prestações em datas estipuladas com juros já acordados que recairão sobre os pagamentos, em que a dívida será cada vez menor, ou seja, o valor total da dívida sofrerá o que chamamos de amortização.

Segundo Medeiros Junior (2012, p. 127):

> Amortizar que dizer abater, quitar parceladamente uma dívida, normalmente em partes, mas também pode ser de uma única vez, ou seja, amortizar é pagamento de uma dívida de modo antecipado.
> Uma parcela de financiamento é composta por duas partes, amortização mais juros. A parte que corresponde à amortização é deduzida do saldo devedor, fazendo com que a dívida seja diminuída a cada período.

Em síntese, o valor de cada parcela do empréstimo, é a soma entre o valor dos juros e uma parte da dívida, denominada de amortização.

4.6.1 Tipos de amortização

Existem diversas formas de liquidar um empréstimo. Para tanto, faz-se necessário o conhecimento dos tipos de amortização que serão empregadas na hora de realizar a dívida. Cada método apresenta suas vantagens e desvantagens, já que são diversos os tipos empregados no mercado financeiro.

Conforme Vianna (2018, p. 105):

> No Brasil, os mercados comercial e financeiro adotam diversos sistemas de amortização de empréstimos. Eles diferem pelo critério de devolução do valor atual (PV) e pelo cálculo e pagamento dos juros (J).
> Nos sistemas de amortização a serem estudados, os juros serão calculados sempre sobre o saldo devedor. Isto significa que consideraremos apenas o regime de capitalização composta.

Como acima supracitado, o sistema financeiro opta por adotar alguns critérios para serem realizados os empréstimos, de maneira que cada tipo de amortização tem suas variações, sendo estas determinadas pelo método utilizado. A principal característica presente em todos os sistemas de amortização diz respeito ao uso dos juros compostos, com exceção do método hamburguês.

Dentre os diversos sistemas de amortização existentes, os mais utilizados dentro do mercado financeiro são o sistema de amortização constante, também chamado de SAC e o sistema de amortização francês ou price. Outro método será abordado neste trabalho, o sistema de amortização hamburguês, utilizado principalmente no uso do cheque especial.

4.6.1.1 Sistema de amortização constante

Dentre os sistemas de amortização, o sistema de amortização constante é o mais utilizado, sobretudo em empréstimos ou na compra de imóveis com pagamento a longo prazo. A principal característica deste sistema, como o próprio nome diz, é de que as parcelas da amortização são constantes, ou seja, são sempre iguais. Conforme preconiza Macêdo (2014, p. 71), “Neste sistema, as parcelas de amortização são iguais, como sugere sua denominação. Os juros são decrescentes, visto que incidem sobre o saldo devedor – restante a amortizar – e, consequentemente, as parcelas são decrescentes.”

Outra característica a ser ressaltada é a diminuição de cada prestação, visto que trata-se da soma da amortização com juros pagos, sendo este último calculado em cima do saldo devedor. Logo tem-se:

$$\boldsymbol{PMT_n = A + J_n}$$

$\boldsymbol{PMT_n}$ = Prestação do período

$\boldsymbol{A}$ = Amortização

$\boldsymbol{J_n}$ = Juros do período

Neste sentido, o devedor paga a dívida em prestações recorrentes e imediatas, que abrangem juros e amortizações. Para determinarmos o valor a ser amortizado, é necessário dividir-se o valor total financiado pelo tempo estipulado em contrato. Sendo assim, podemos explanar da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{A = \frac{C}{n}}$$

$\boldsymbol{A}$ = Amortização

$\boldsymbol{C}$ = Capital

$\boldsymbol{n}$ = tempo

A figura 3 exemplifica de forma sucinta, a organização do sistema de amortização constante para fins de organização:

Figura 3 - Sistema de amortização constante

Período	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
n	$PMT_n = A + J_n$	$A = \frac{C}{n}$	$J_n = i.PV_{n-1}$	$PV_n = PV_{n-1} - A$

Fonte: elaborado pelos autores (2021)

4.6.1.2 Sistema de amortização francês

Outro sistema de amortização muito empregado, principalmente no uso de financiamento de veículos, é o sistema de amortização francês, também conhecido como sistema Price, em homenagem ao economista e matemático francês Richard Price, que foi um grande colaborador para o seu uso no meio econômico (VIANNA, 2018).

Esse sistema apresenta como principal particularidade o valor de suas prestações, sendo estas constantes, que faz com que a amortização seja crescente e os juros decrescentes.

Conforme Belo (2010, p. 140):

> É um sistema onde no fim de cada período, o devedor paga uma prestação constante e calculada de forma que uma parcela da prestação paga os juros do período e outra parcela amortiza parte do capital financiado. Essas parcelas são variáveis, já que a cada pagamento os juros diminuem e a quota amortizada aumenta, o que é compreensível, visto que os juros são calculados sobre o saldo devedor.

Para fins de cálculo da prestação, no modelo Price utilizamos a seguinte expressão:

$$PMT = PV.\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}$$

Onde:

PMT = Valor da parcela (do inglês payment)

PV = Valor Presente (do inglês Present Value)

i = Taxa de juros (do inglês Interest Rate)

n = Número de períodos

Devido ao fato de a amortização não ser linear, como acontece no método SAC, esta passa a ser determinada para cada período, observando-se que para cada prestação, o valor dos juros (J_n) sofre uma diminuição, ficando assim:

$$J_n = i.PV_{n-1}$$

Determinado o valor dos juros, faz-se sua subtração com o valor da prestação do período para determinar o valor da amortização:

$$A_n = PMT - J_n$$

Para fins didáticos, o sistema Price pode ser organizado conforme a figura 4:

Figura 4 – Sistema PRICE

Período	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
n	$PMT = PV.\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n-1}$	$A_n = PMT - J_n$	$J_n = i.PV_{n-1}$	$PV_n = PV_{n-1} - A_n$

Fonte: elaborado pelos autores (2021)

4.6.1.3 Sistema de amortização hamburguês

O método de amortização hamburguês, apesar de pouco estudado nas salas de aula, diz respeito à forma simplificada para cálculo de juros simples, utilizada principalmente pelo mercado financeiro na prática do crédito rotativo, conhecido por muitos como cheque especial.

Segundo Bagatini (2010, p. 23):

> O Método Hamburguês não é reconhecido como um sistema de amortização convencional, mas é muito utilizado no Brasil em contas remuneradas e em contratos de cheque especial. Este método não adota regime de juros compostos, mas regime de juros simples, e nem é caracterizado como de longo prazo, constituindo, portanto, uma exceção neste contexto de sistemas de amortização [...].

Tendo em vista o exposto, o método hamburguês é muito utilizado por pessoas que possuem conta em banco e que por alguma eventualidade necessitem de empréstimo de dinheiro via cheque especial, valor este fixado pela instituição financeira.

O método de amortização hamburguês tem por prioridade determinar o valor de juros pago em cada mês, por meio de juros simples, estabelecendo o número de dias em que o saldo ficou negativo na conta bancária, ou seja, o valor a ser descoberto. Este número é multiplicado pelo saldo negativo do período, sendo realizado para todos os valores que ficaram descobertos no mês. O valor de cada período deverá ser somado, obtendo-se o somatório do montante ao final do mês. O total obtido terá que ser multiplicado pela soma entre o IOF (imposto sobre operações financeiras) e a taxa de juro diária. llogo, a fórmula obtida é expressa da seguinte forma:

$$\boldsymbol{J} = (\boldsymbol{IOF} + \boldsymbol{i}).\sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{k}} (\boldsymbol{SD_j}.\boldsymbol{n_j})$$

Onde:

$\boldsymbol{J}$ = juros

$\boldsymbol{IOF}$ = imposto sobre operações financeiras

$\boldsymbol{i}$ = taxa de juros diária

$\boldsymbol{SD_j}$ = Saldo a descoberto

$\boldsymbol{n_j}$ = dias a descoberto

4.7. Depreciação

Com o passar do tempo, alguns ativos acabam se desvalorizando e perdendo o seu valor inicial. Consequentemente sofre uma desvalorização. Este processo na matemática financeira denomina-se depreciação.

Segundo Medeiros Junior (2012, p. 128):

> Depreciação é a redução do valor dos bens pelo desgaste ou perda de utilidade por uso, ação da natureza ou obsolescência.
> A depreciação de um ativo começa quando o item está em condições de operar na forma pretendida pela administração, e cessa quando o ativo é baixado ou transferido do imobilizado.

Outrossim, Vianna (2018, p. 94) aponta que:

> A depreciação é a perda de valor dos bens que pode ocorrer por desgaste físico, pelas ações da natureza ou pelo próprio uso, envelhecimento ou obsolescência, devido às inovações tecnológicas. Assim, a depreciação é a diferença entre o preço da compra de um bem e seu valor de troca, depois de um tempo de uso.

Neste sentido, a depreciação tem como papel fundamental determinar o valor do bem com base no desgaste do mesmo, ficando a diferença do valor de compra do produto ou de algum bem no valor residual por consequência do seu uso.

4.7.1 Métodos de depreciação

Há diversos métodos de depreciação usados para deduzir o valor de um determinado bem após um período de uso. A seguir, iremos apresentar os principais.

4.7.1.1 Método linear

O método linear é considerado o mais simples de todos, tendo em vista que seu cálculo se dá pela divisão entre a diferença do valor de compra do produto e seu valor residual, sendo este o valor que o bem é avaliado após o fim de sua vida útil, pela quantidade de ano de sua vida útil.

Logo, seu cálculo é dado por:

$$\boldsymbol{D_L = \frac{PV - VR}{n}}$$

Onde:

$\boldsymbol{D_L}$ = depreciação linear

$\boldsymbol{PV}$ = valor inicial que o bem foi adquirido

$\boldsymbol{VR}$ = valor final, ou seja, valor residual

$\boldsymbol{n}$ = tempo de vida útil do bem.

4.7.1.2 Método de taxa constante

Como o próprio nome já diz, o método de taxa constante consiste em fixar a taxa, na qual o valor depreciável é calculado sobre o valor do bem ao fim de cada exercício adotado, seja ele ano, mês, dia ou até mesmo horas. Dessa forma, este método utiliza-se de desconto comercial composto para depreciar seu valor, determinando-se a taxa que será fixada (BARBOSA, 2018).

Sendo assim, temos:

$$\boldsymbol{R = V(1 + i)^n}$$

$\boldsymbol{R}$ = valor residual

$\boldsymbol{V}$ = valor presente que o bem foi adquirido

$\boldsymbol{i}$ = taxa

$\boldsymbol{n}$ = tempo decorrido

4.7.1.3 Método de taxa variável

Diferentemente do método da taxa constante, o método de taxa variável se dá por meio da variação da taxa, determinada por uma progressão aritmética, seja em ordem crescente ou decrescente, dependendo da situação escolhida. O somatório das taxas deverá apresentar o valor de 100%. Para tanto, deve-se determinar a taxa média dividindo-se o valor de 100% pelo valor da vida útil (BARBOSA, 2018).

Consequentemente temos:

$$\boldsymbol{TM} = \frac{\boldsymbol{100}\ \%}{\boldsymbol{n}}$$

Após, encontrar-se o valor, deve-se determinar a razão da progressão aritmética, que servirá como base para determinar as outras taxas da depreciação:

$$\boldsymbol{RP} = \frac{\boldsymbol{TM.2}}{\boldsymbol{n}}$$

Onde:

$\boldsymbol{RP}$ = razão da progressão aritmética

$\boldsymbol{TM}$ = taxa média

$\boldsymbol{n}$ = vida útil

4.7.1.4 Método de cole

Também denominado de método da soma dos algarismos dos anos, o método de cole consiste na soma dos algarismos do número de anos de vida útil de um determinado produto, multiplicando-se o valor de depreciação total a cada exercício, pela fração do valor da soma do ano de vida útil já determinado. O seu numerador é determinado por $\boldsymbol{n}$, para o primeiro ano, $\boldsymbol{n-1}$ para o segundo, e assim sucessivamente, até que o numerador seja igual a 1. Esse valor encontrado é referente à taxa (VIANNA, 2018).

Logo, o seu cálculo pode ser expresso da seguinte forma:

$$\boldsymbol{V_D = V - R}$$

e

$$\boldsymbol{i = \frac{n}{1+2+\cdots+n}, \frac{n-1}{1+2+\cdots+n}, \ldots, \frac{1}{1+2+\cdots+n}}$$

Onde:

$\boldsymbol{V_D}$ = valor da depreciação total

$\boldsymbol{V}$ = valor de compra

$\boldsymbol{R}$ = valor Residual

$\boldsymbol{n}$ = vida útil

$\boldsymbol{i}$ = taxa de depreciação

4.7.1.5 Método de capitalização

O método da capitalização, também conhecido como método do fundo de amortização, compreende a determinação de quotas fixas, conforme o tipo de período escolhido, a juros compostos, produzindo ao final de cada período o valor da depreciação total (BARBOSA, 2018).

Dessa forma, temos:

$$\boldsymbol{Q = \frac{(C-R)i}{(1+i)^n - 1}}$$

Onde

$\boldsymbol{Q}$ = valor das quotas de depreciação

$\boldsymbol{C}$ = valor do bem

$\boldsymbol{R}$ = valor residual

$\boldsymbol{i}$ = taxa

$\boldsymbol{n}$ = tempo de vida do bem

4.7.1.6 Método de anuidades

Esse método é mais comumente utilizado na Europa, uma vez que algumas empresas realizam vendas para países europeus.

O método da anuidade é determinado por meio de uma quota constante, levando-se em consideração os juros de investimento e os juros sobre um fundo constituído (BARBOSA, 2018).

Sendo assim, temos:

$$Q = \frac{(C(1+i)^n - R)i}{(1+i)^n - 1}$$

Onde:

$\boldsymbol{Q}$ = valor das quotas de depreciação

$\boldsymbol{C}$ = valor do bem

$\boldsymbol{R}$ = valor residual

$\boldsymbol{i}$ = taxa

$\boldsymbol{n}$ = tempo de vida do bem

5 APLICAÇÕES

No referido capítulo, abordaremos algumas das principais aplicações dos conteúdos de matemática financeira vistos nos capítulos anteriores, no intuito de consolidar o que já foi apresentado.

1 - (PREF.OURO VERDE/2018-ADAPTADA) Qual o juros resultante da aplicação de um capital de R$ 41.220,00, aplicado à taxa de juros simples de 13% ao mês, durante um período de 10 meses?

Resolvendo sem o uso da HP12c:

$$J=\frac{PV.i.n}{100}$$

$$J=\frac{41220.13.10}{100}$$

$$J=53.586,00$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

A taxa e o tempo devem ser transformados para ano e dias respectivamente devido ao funcionamento da HP12c:

13	$\boxed{\text{ENTER}}$
12	$\boxed{\text{x}}$
	$\boxed{\text{i}}$
10	$\boxed{\text{ENTER}}$
30	$\boxed{\text{x}}$
	$\boxed{\text{n}}$
41220	$\boxed{\text{CHS}}$
	$\boxed{\text{PV}}$
	$\boxed{\text{f}}$
	$\boxed{\text{i}}$ ➡ 53.586,00

2 - Uma duplicata de R$ 1.200,00 foi resgatada 25 dias antes do vencimento. A taxa do desconto foi de 2,84% a.m. Determinar o valor do desconto.

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Transformamos a taxa para dia:

$$\frac{2,84}{30} = 0,0947\% \text{a.d.ou } 0,000947$$

Utilizamos a fórmula de desconto simples, substituindo os valores respectivamente:

$$Dc = N.i.n$$

$$Dc=1200 \,.\, 0,000947 \,.\, 25$$

$$Dc = 28,40$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

Para tanto, deve-se transformar a taxa para ano devido o sistema da calculadora, armazenando os outros valores para determinar o desconto:

2.84	$\boxed{\text{ENTER}}$
12	$\boxed{\text{x}}$
	$\boxed{\text{i}}$
1200	$\boxed{\text{CHS}}$
	$\boxed{\text{PV}}$
25	$\boxed{\text{n}}$
	$\boxed{\text{f}}$
	$\boxed{\text{i}}$ ➡ 28,40

3 - (PREF. MANDAGUARI-PR/2019) Um pequeno investidor decide realizar uma aplicação no Tesouro Direto, um fundo de investimento muito pouco arriscado, porém que rende mais que a poupança tradicional. Considerando que tal investimento rende aproximadamente 7% ao ano no regime de juros compostos, quanto uma aplicação de R$100,00 renderia ao final de dois anos?

Resolvendo sem o uso da HP12c:

$$M_n=C\ (1+i)^n$$
$$M_n=100\ (1+0{,}07)^2$$
$$M_n=100\ (1{,}07)^2$$
$$M_n=100\ .1{,}14$$
$$M_n=114{,}00$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

100	$\boxed{\text{CHS}}$		
	$\boxed{\text{PV}}$		
2	$\boxed{\text{n}}$		
7	$\boxed{\text{i}}$		
	$\boxed{\text{FV}}$	➡	114,00

4 - (CRC/2017) Uma Sociedade Empresária tomou um empréstimo de R$60.000,00, a ser pago em três parcelas anuais e consecutivas. A taxa de juros contratada na operação foi de 14,4% ao ano. O sistema de amortização do contrato é o Sistema Price, ou seja, as prestações são iguais, periódicas e consecutivas, determinadas de acordo com a fórmula a seguir.

$$PMT= PV.\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n-1}$$

Considerando-se apenas as informações apresentadas, o valor desembolsado anualmente para pagamento de cada prestação será de, aproximadamente:

a) R$29.943,88
b) R$26.017,52
c) R$22.880,00
d) R$20.000,00

Resolvendo sem o uso da HP12c:

$$PMT= PV.\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n-1}$$

$$PMT= 60000.\frac{(1+0,144)^3.0,144}{(1+0,144)^3-1}$$

$$PMT= 60000.\frac{(1,144)^3.0,144}{(1,144)^3-1}$$

$$PMT= 60000.\frac{1,4972\ .\ 0,144}{1,4972-1}$$

$$PMT= 60000.\frac{0,216}{0,4972}$$

$$PMT= 60000.\frac{0,2156}{0,4972}$$

$$PMT= 60000.0,4336$$

$$PMT= 26.016,00$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

60000	CHS		
	PV		
14.4	i		
3	n		
	PMT	➡	26.017,52

5 - (PC-ES/2019) Determinada empresa adquiriu, em 31/12/2014, uma máquina no valor de R$ 130.000,00 a prazo, sendo esse valor registrado no seu ativo imobilizado. Na data da aquisição, o bem foi colocado em uso e a empresa estimou que a vida útil será de 10 anos e o seu valor residual de R$ 30.000,00. Sabendo-se que a empresa utiliza o método linear para o cálculo da depreciação. Com base nessas informações, o valor contábil apresentado no Balanço Patrimonial de 31/12/2016 foi, em reais,

a) 130.000,00

b) 120.000,00

c) 110.000,00

d) 100.000,00

e) 90.000,00

Resolvendo sem o uso da HP12c:

$$D_L=\frac{PV-VR}{n}$$

$$D_L=\frac{130000-30000}{10}$$

$$D_L=\frac{100000}{10}$$

$$D_L=10000$$

A depreciação deve ser feita para dois anos, logo:

$DA= D_L.n$

DA=10000.2

DA=20000

VC = PV-DA

VC=130000-20000

VC=110.000,00

Resolvendo com o uso da HP12c:

130000	$\boxed{PV}$		
30000	$\boxed{FV}$		
10	$\boxed{n}$	$\boxed{f}$	$\boxed{SL}$
2	$\boxed{x}$		
	$\boxed{RCL}$		
	$\boxed{PV}$		
	$\boxed{x<>y}$		
	$\boxed{-}$	➡	110.000,00

6 - Tenho a taxa de 21,0345% a.a. (360 dias) e quero a taxa mensal (30 dias).

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Utilizando a fórmula

$$i_m = \left[(1 + 0{,}210345)^{\frac{30}{360}} - 1\right].100 \text{ ou } i_m = \left[(1 + 0{,}210345)^{\frac{1}{12}} - 1\right].100$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

1	ENTER	1	ENTER
0,210345	+	0,210345	+
30	ENTER	1	ENTER
360	÷	12	÷
	Y^X		Y^X
1	–	1	–
100	x	100	x
	➡ 1,60% a.m.		➡ 1,60% a.m.

7 - Temos a taxa de 1,60% a.m. e queremos a taxa equivalente para 33 dias.

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Utilizando a fórmula

$$i_{33d} = \left[(1 + 0{,}016)^{\frac{33}{30}} - 1\right].100$$

$$i_{33d} = 1{,}76\%$$

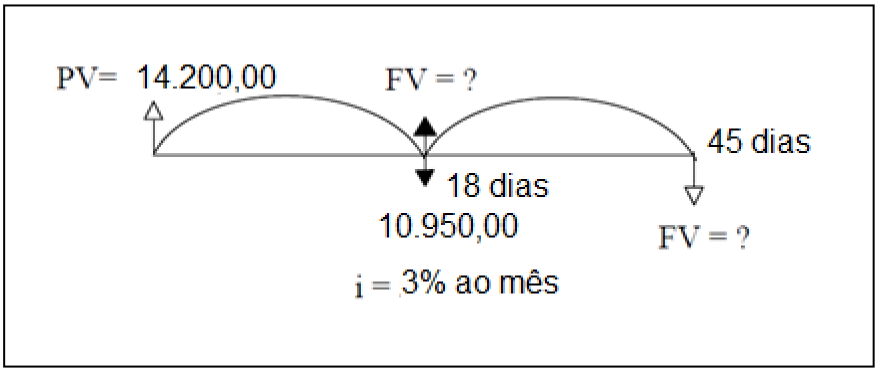
Resolvendo com o uso da HP12c:

1	ENTER
0,016	+
33	ENTER
30	÷
	Y^X
1	–
100	x ➡ 1,76% a.p.

Observação: Neste caso, um dos períodos é de 33 dias, não correspondendo a mês cheio, portanto temos de trabalhar, necessariamente, com quantidade de dias.

8 - Determinada empresa fez um empréstimo no valor de R$ 14.200,00 pelo prazo de 42 dias, a uma taxa de 3% a.m. Se, 18 dias depois, ela fizer um pagamento de R$ 10.950,00 de quanto será a dívida no vencimento?

Figura 5 - Representação do fluxo de pagamento



Fonte: elaborado pelos autores (2021)

Resolvendo sem o uso da HP12c:

1º Passo: calcular o montante da dívida (FV) até 18º dia:

Utilizando a fórmula

$$FV = 14.200,00 \cdot (1 + 0,03)^{\frac{18}{30}}$$

$$FV = 14.455,60$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

14200 $\boxed{\text{CHS}}$

$\boxed{\text{PV}}$

3 $\boxed{\text{i}}$

18 $\boxed{\text{ENTER}}$

30 $\boxed{\div}$

$\boxed{\text{n}}$

$\boxed{\text{FV}}$ ➡ 14.455,60

O montante (saldo devedor) no 18º dia é de R$ 14.455,60; deste valor devemos deduzir o pagamento efetuado neste dia (R$ 10.950,00). O que sobra é o saldo devedor remanescente, que será atualizado e pago no próximo período; no nosso exemplo será no 42º dia (ou seja, 24 dias depois). Portanto, quando existirem várias amortizações parciais, será necessário que, a cada pagamento, primeiro seja calculado o saldo devedor até aquele dia para depois abater o valor pago.

Desta maneira temos:

Saldo devedor no 18º dia ⇒ R$ 14.455,60

Pagamento no 15º dia ⇒ R$ 10.950,00

Saldo devedor remanescente ⇒ R$ 3.505,60, que será o valor presente (PV) do próximo período.

2º Passo: calcular o montante (FV) no 24º dia:

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Utilizando a fórmula

$$FV = 3.505,60 \cdot (1 + 0,03)^{\frac{24}{30}}$$

$$FV = 3.589,73$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{CLX}}$

3,505.60 $\boxed{\text{CHS}}$ $\boxed{\text{PV}}$

3 $\boxed{\text{i}}$

24 $\boxed{\text{ENTER}}$

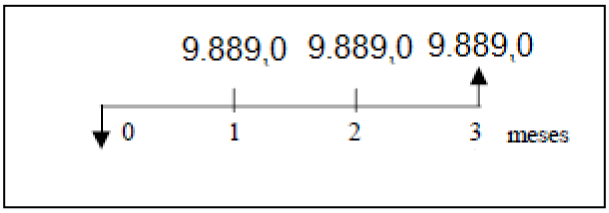
30 $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{n}}$

$\boxed{\text{FV}}$ ➡ 3.589,73

Resposta: No vencimento do empréstimo, a dívida será de R$ 3.589,73

9 - Quanto o Sr. Pedro precisará aplicar hoje, para que receba mensalmente R$ 9.889,00, durante 3 meses, à taxa de 9% ao mês?

Figura 6 - Fluxo de caixa



Fonte: elaborado pelos autores (2021)

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Note que, calcular o valor presente significa extrair da prestação a taxa de juros nela embutida. Quando falamos em prestações, devemos lembrar que cada uma vence em um período diferente. Portanto, os juros embutidos são diferentes em cada período. Para efetuarmos os cálculos, aplicamos para cada parcela a seguinte fórmula:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^{n}}$$

$$PV = \frac{9.889,00}{(1 + 0,09)} + \frac{9.889,00}{(1 + 0,09)^{2}} + \frac{9.889,00}{(1 + 0,09)^{3}}$$

PV = 9.072,48 + 8.323,38 + 7.636,13

PV = 25.031,99

Da mesma forma, como no cálculo do montante, o cálculo do valor presente pode ser feito com a fórmula abaixo ou pelas funções financeiras da HP.

Resolvendo sem o uso da HP12c:

Utilizando a fórmula

$$PV = 9.889,00 \,.\left\{\frac{[\,1 - (1 + 0,09^{-3})\,]}{0,09}\right\}$$

Resolvendo com o uso da HP12c:

9.889 $\boxed{\text{ENTER}}$

1 $\boxed{\text{ENTER}}$

1 $\boxed{\text{ENTER}}$

0,09 $\boxed{+}$

3 $\boxed{\text{CHS}}$

$\boxed{Y^X}$

$\boxed{-}$

0,09 $\boxed{\div}$

$\boxed{\text{x}}$ ➡ 25.031,97

10 - Exemplos sobre data futura, data passada e variação de dias entre datas, que podem ser calculados com função calendário na HP12c, para ativá-la iremos pressionar as teclas $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{D.MY}}$.

a) Data Futura

Qual é a data de vencimento de uma compra feita no dia 02.03.2021 para pagamento em 30 dias?

Resolvendo com o uso da HP12c:

Para utilizar o calendário, introduza a data conhecida, separando o dia e o mês pela tecla $\boxed{\bullet}$, e pressione a tecla $\boxed{\text{ENTER}}$. Digite o número de dias correspondente ao intervalo de tempo e pressione as teclas $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DATE}}$. Você estará calculando uma nova data.

02.032021 $\boxed{\text{ENTER}}$ 30 $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DATE}}$ ➡ 01.04.2021 4

Resposta: Vencimento em 03.05.2021. Observe, no visor, um número que aparece à direita do resultado. Ele representa o dia da semana em que esta data ocorrerá. Neste exemplo, quinta-feira, conforme a imagem seguinte.

Figura 7 - Número correspondente dos dias da semana na HP12c

1 - segunda-feira
2 - terça-feira
3 - quarta-feira
4 - quinta-feira
5 - sexta-feira
6 - sábado
7 - domingo

Fonte: própria (2021)

Calcule a data e o dia da semana em que vencerá uma aplicação efetuada em 25.03.2021 pelo prazo de 40 dias.

Resolvendo com o uso da HP12c:

$\boxed{\text{f}}$ $\boxed{\text{CLX}}$

25.032021 $\boxed{\text{ENTER}}$

40 $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DATE}}$ ➡ 04.05.2021 2

Resposta: 04.05.2021, terça-feira.

b) Data Passada

No exemplo anterior vimos que o vencimento foi no dia 04.05.2021. Se a compra foi feita para pagamento em 40 dias, qual a data da compra?

Resolvendo com o uso da HP12c:

04.052021 $\boxed{\text{ENTER}}$

40 $\boxed{\text{CHS}}$ $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DATE}}$ ➡ 25.03.2021 4

Resposta: A data da compra foi 25.03.2021, uma quinta-feira.

Observação: O $\boxed{\text{CHS}}$ serve para indicar que se trata de data passada.

c) Variação de dias entre datas

Para calcular o número de dias existentes entre duas datas, introduza a data mais antiga e pressione $\boxed{\text{ENTER}}$, em seguida, introduza a data mais recente e pressione as teclas $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DYS}}$.

Calcule o número de dias decorridos entre as datas 06.10.2021 e 10.12.2021.

Resolvendo com o uso da HP12c:

06.102021 $\boxed{\text{ENTER}}$ 10.122021 $\boxed{\text{g}}$ $\boxed{\text{DYS}}$ ➡ 65 dias

Resposta: O número de dias entre as duas datas é 65.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática financeira possui diversas ferramentas que auxiliam no ganho de produtividade do uso prático de seus conceitos. Para tanto, o estudo de tais mecanismos em sala de aula, como o uso da HP12c, se torna um grande auxílio nas resoluções de problemas complexos quando realizados sem o auxílio da máquina.

Este trabalho teve como norte o fundamento nos principais conceitos da matemática financeira trabalhados em sala de aula, principalmente a nível de ensino superior, a fim de conhecê-los para melhor aplicação.

Aprofundamos os estudos nas principais funções da calculadora HP12c, para que os alunos e professores possam minimizar as suas dúvidas quanto ao seu uso em problemas de matemática financeira, fazendo assim melhor aproveitamento e utilização de suas principais funções básicas.

Além disso, destacamos neste estudo as diversas aplicações que foram selecionadas a rigor, dos principais conteúdos da matemática financeira, de modo a comparar os métodos sem a utilização da ferramenta (HP12c) e com o uso desta, observando-se assim na prática, a magnitude da rapidez e eficiência constatadas em seu uso no decorrer do trabalho.

O ensino está em constante mudanças, acompanhar as novas tendências e suas facilidades é papel fundamental do educador, que deve proporcionar um ensino diversificado em suas aulas, proporcionando um maior aprendizado dos alunos. Nesta perspectiva, acredita-se que o trabalho teve seu objetivo alcançado, apresentando a calculadora HP12c e suas funcionalidades como uma relevante ferramenta no processo de ensino – aprendizagem da Matemática, agregando ainda mais valor no conhecimento de ambos.

REFERÊNCIAS

ALBERGONI, Leide. **Matemática financeira.** Curitiba: Universidade Positivo, 2014.

AMORIM, Vitor. **O Ensino de matemática financeira**: do livro didático ao mundo real. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

BARBOSA, Alexandre Portela. **Depreciação**. Disponível em: https://www.recantodasletras.com.br/artigos/1351368. Acesso em: 16 dez. 2020.

BELO, Haroldo da Costa. **Matemática financeira**: módulo 1. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

BRASIL. **Lei nº 8.177, de 1 de março de 1991**. Estabelece regras para a desindexação da economia e dá outras providências. Brasília, DF: Congresso Nacional, 1991. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8177.htm. Acesso em: 26 nov. 2020.

BRASIL. **Lei nº 12.703, 7 de agosto de 2012**. Altera o art. 12 da Lei nº 8.177, de 1º de março de 1991, que estabelece regras para a desindexação da economia e dá outras providências, o art. 25 da Lei nº 9.514, de 20 de novembro de 1997, que dispõe sobre o Sistema de Financiamento Imobiliário, institui a alienação fiduciária de coisa imóvel e dá outras providências, e o inciso II do art. 167 da Lei nº 6.015, de 31 de dezembro de 1973, que dispõe sobre os registros públicos e dá outras providências. Brasília, DF: Congresso Nacional, 2007. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2012/Lei/L12703.htm#art1. Acesso em: 26 nov. 2020.

BRUNI, Adriano Leal; FAMA, Rubens. **Matemática financeira com HP12C e excel**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

CARVALHO, Lucas Miguel de Carvalho; XAVIER, Laís; FRANZOLIN, Daniel. **Progressões**. Campinas, SP: Unicamp, 2014.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Resolução nº 3.354, de 31 de março de 2006**. Altera e consolida as normas relativas à metodologia de cálculo da Taxa Básica Financeira – TBF e Taxa Referencial – TR. Brasília, DF: BCB, 2006. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/2006/pdf/res_3354_v4_P.pdf. Acesso em: 26 nov. 2020.

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática fiinanceira fácil**. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

CURY, Maurício Roberto. **Apostila matemática financeira**. 2. ed. [*s.l.:s.n*], 2011. *E-book*. Disponível em: http://www.mauriciocury.com/Apostilas/Matem%C3%A1tica%20Financeira.pdf. Acesso em: 02 out. 2020.

DEPRECIAÇÃO: sistema auditor. Disponível em: http://www.auditornet.com.br/Manuais/ptr03tel_depreciacao.html. Acesso em: 16 dez. 2020.

DOLZAN JÚNIOR, Natal. **Matemática financeira**. Indaial, SC: Uniasselvi, 2011.

FERREIRA, Iuri de Souza Simões. **Matemática financeira na educação básica**: um novo olhar. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade de Brasília, Brasília, 2015

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FUNDAÇÃO BRADESCO. **Contabilidade e finanças**: matemática financeira com uso da HP12C. Disponível em: https://www.ev.org.br/cursos/matematica-financeira-com-o-uso-da-hp-12c. Acesso em: 15 dez. 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos 1**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LUZ, Lúcia Holz; BAYER, Arno. Matemática financeira na educação básica. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas, RS. **Anais** [...]. Canoas, RS: ULBRA, 2013. Disponível em: conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/index. Acesso em: 10 jan. 2021

MACÊDO, Álvaro Fabiano Pereira de. **Matemática financeira**. Mossoró: EdUFERSA, 2014. *E-book*. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/204422/2/MATEMÁTICA%20FINANCEIRA.pdf. Acesso em: 26 ago. 2020.

MEDEIROS JUNIOR, Roberto José. **Matemática financeira**. Curitiba: Editora IFMA, 2012.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo. **Formação continuada de professores e novas tecnologias**. Maceió: Edufal, 1999.

O QUE é o sistema de capitalização? **Blog BB Previdência**. Brasília, DF, 2 maio 2011. Disponível em: https://blog.bbprevidencia.com.br/o-que-e-o-sistema-de-capitalizacao/. Acesso em: 14 dez. 2020.

OLIVEIRA, Givanildo Santos de. **A matemática financeira na educação básica**: uma proposta de atividades. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.

OLIVEIRA, Nayron Carlos de; SILVA, Adriana Lopes Barbosa Docência no ensino superior: o uso de novas tecnologias na construção da autonomia do discente. **Revista Saberes**, Ji-Paraná, RO, v.3, n. 2, 2015.

OLIVEIRA, Rodrigo de. **Séries de pagamentos**: uma aplicação da matemática financeira no ensino médio. 2014. Dissertação (Mestrado de Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2014.

PONAHT, Osmar. **Aplicação da matemática em investimentos financeiros**: caderneta de poupança e títulos públicos. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

SILVA, Alex Fabiano Metello. **A importância da matemática financeira no ensino básico**. 2015.Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2015.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Desconto simples comercial**. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/desconto-simples-comercial.htm. Acesso em: 25 maio 2020.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática 2**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

UNIVERSIDADE REGIONAL INTEGRADA DO ALTO URUGUAI E DAS MISSÕES. **Sistemas de amortização de empréstimos**. Disponível em: http://www.uricer.edu.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/1275.pdf. Acesso em: 15 nov. 2020.

VERGARA, Sylvia Constant. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 16 ed. São Paulo: Atlas, 2016.

VIANNA, Renata de Moura Issa. **Matemática financeira**. Salvador: UFBA, 2018.