

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - CCT
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

VINICIUS COSTA BARROS

ANÁLISE DE UM MODELO MATEMÁTICO DE $\frac{1}{4}$ DE SUSPENSÃO
PARA VÉICULO BAJA

SÃO LUÍS

2019

VINICIUS COSTA BARROS

**ANÁLISE DE UM MODELO MATEMÁTICO DE $\frac{1}{4}$ DE SUSPENSÃO
PARA VEÍCULO BAJA**

Monografia de graduação apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual do Maranhão como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Me. Flavio Nunes Pereira.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA MONOGRAFIA DEFENDIDA PELO ALUNO VINÍCIUS COSTA BARROS, E ORIENTADA PELO PROF. ME. FLAVIO NUNES PEREIRA.

.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

SÃO LUÍS

2019

Barros, Vinicius Costa.

Análise de um modelo matemático de $\frac{1}{4}$ de suspensão para veículo baja.
/ Vinicius Costa Barros. – São Luís, 2019.

34 f

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual do Maranhão, 2019.

Orientador: Prof. Me. Flavio Nunes Pereira.

1.Dinâmica veicular. 2.Baja matlab. 3.Suspensão duplo A. I.Título

CDU: 681.5

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA E PRODUÇÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ANÁLISE DE UM MODELO MATEMÁTICO DE $\frac{1}{4}$ DE SUSPENSÃO
PARA VÉICULO BAJA**

Autor: Vinicius Costa Barros

Orientador: Prof. Me. Flavio Nunes Pereira

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Monografia:

**Prof. Me. Flavio Nunes Pereira, Orientador
Universidade Estadual do Maranhão**

**Prof. Me. Carlos Ronyhelton Santana de Oliveira
Universidade Estadual do Maranhão**

**Prof. Esp. Diógenes Leite Sousa
Universidade Estadual do Maranhão**

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

São Luís, 28 de Junho de 2019.

Primeiramente a DEUS, à toda minha família,
em especial a minha mãe.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ir na frente de todos os meus projetos, cuidando de tudo.

À minha querida mãe Ilma Sousa Costa, que nunca me deixou faltar nada, e sempre me apoiou em tudo na minha vida, obrigado por ser a minha melhor amiga.

À Camila Mendes Barros FôNSECA, por sempre me apoiar e me amar.

Ao orientador, Prof. Msc. Flávio Nunes Pereira, por guiar-me para concluir essa monografia.

Obrigado a banca pelas contribuições na etapa final de avaliação da monografia.

Aos meus amigos da turma 2014.1, por todos os momentos que aconteceram durante esses anos de aulas juntos.

À família Bumba Meu Baja, que foi o projeto que me apaixonei quando conheci, e onde fui acolhido quando era apenas um calouro. Obrigado.

A Universidade Estadual do Maranhão por me proporcionar uma educação de qualidade, e um ambiente com bastante recurso para desenvolver minhas habilidades no meu curso.

“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de
você, menos o seu conhecimento.”

Albert Einstein

RESUMO

A equipe Bumba Meu Baja da Universidade Estadual do Maranhão desenvolve um projeto chamado Baja, que consiste em um veículo monoposto, *off-road*, construído para competições nacionais e regionais do Baja SAE (*Society of Automotive Engineers*) Brasil. Assim, o estudo sobre a suspensão para veículo Baja é de grande importância para equipe para melhorar o desempenho do veículo, e deve ser de fácil entendimento para pessoas sem prévio conhecimento como os novatos da equipe, com explicações de alguns termos técnicos. O foco do trabalho foi no estudo analítico e numérico de uma suspensão do tipo Duplo-A, conhecida também como *Double Wishbone* ou Bandejas.

Palavras-Chave: Baja, Dinâmica Veicular, Matlab, Suspensão Duplo A.

ABSTRACT

The Bumba Meu Baja team Universidade Estadual do Maranhão develops a project called Baja, it consists of a single-seater vehicle, off-road, which is built for national and regional competitions of the Baja SAE (Society of Automotive Engineers) Brazil. Thus, the study of the Baja vehicle suspension is of great importance to team to improve the performance of the vehicle, and should be easy to understand for people without previous knowledge as the rookies on the team, with explanations of some technical terms. The work restricted the analytical study and suspension of numeric type Double-A, also known as Double Wishbone or trays.

Key-words: Baja, Vehicle Dynamics, Matlab, Double-A Suspension.

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 - Carroça sem feixe de molas.....	4
Figura 4.2 - A nova direção Cadillac e suspensão independente de 1934.....	5
Figura 4.3 - Protótipo Vitesse.....	6
Figura 4.4 - Pneu diagonal a, radial b e diagonal cintado c.....	8
Figura 4.5 - Roda com camber positivo.....	9
Figura 4.6 - Roda e pino mestre.....	10
Figura 4.7 - Ângulo de caster e trilha de caster.....	11
Figura 4.8 - Rodas convergentes ou toe in.....	12
Figura 4.9 - Localização do centro de rolamento de uma suspensão Duplo-A.....	13
Figura 5.1 - Sistema simplificado de suspensão ¼ de veículo.....	15
Figura 5.2 - Desenho da suspensão dianteira com chassi.....	19
Figura 5.3 - Suspensão dianteira Duplo-A.....	19
Figura 6.1 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Degrau.....	20
Figura 6.2 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Degrau.....	21
Figura 6.3 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Degrau.....	22
Figura 6.4 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Degrau.....	22
Figura 6.5 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Impulso.....	23
Figura 6.6 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Impulso.....	24
Figura 6.7 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Impulso.....	24
Figura 6.8 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Impulso.....	25
Figura 6.9 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Square.....	26
Figura 6.10 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Square.....	26
Figura 6.11 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Square.....	27
Figura 6.12 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Square.....	27
Figura 6.13 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Sinusoidal.....	28
Figura 6.14 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Sinusoidal.....	28

Figura 6.15 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Sinusoidal.....	29
Figura 6.16 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Sinusoidal.....	29
Figura 8.1 - Modelo de sistema completo de suspensão independente.....	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAE – Society of Automotive Engineers

Vw – Volkswagen

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Tabela de coeficiente de atrito.....	7
Tabela 5.1 – Dados do projeto do veículo Baja.....	18
Tabela 5.2 – Dados base para modelo de suspensão.....	18

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	2
2.1 Objetivo Geral:	2
2.2 Objetivos específicos	2
3. JUSTIFICATIVA	3
4. REFERENCIAL TEÓRICO	4
4.1. Suspensão veicular	4
4.2 Projeto Bumba Meu Baja	6
4.3 Geometria da suspensão	7
4.3.1 Contato pneu/solo.....	7
4.3.2 Camber	8
4.3.3 Inclinação do Pino mestre	9
4.3.4 Ângulo de Caster.....	10
4.3.5 Variação de convergência.....	11
4.3.6 Variação do centro de rolagem.....	12
5. METODOLOGIA DO PROJETO	14
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES	21
7. CONCLUSÃO	31
8. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	32
REFERÊNCIAS	33
APÊNDICES	38

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios, as civilizações utilizavam um tipo arcaico de suspensão nas carroças. O sistema de suspensão é um dos principais sistemas de um veículo, pois possui uma enorme gama de utilização e sempre busca uma redução da vibração imposta pelos obstáculos da pista. Para identificar essa redução pode ser feito um experimento computacional ou numérico, para criar um modelo virtual de suspensão.

Esse modelo será responsável por dar informações para fabricar um sistema real de suspensão, com um adequado dimensionamento e tendo a opção de fazer uma otimização do modelo para ter resultados com uma maior precisão.

A equipe Bumba Meu Baja desenvolve um projeto chamado Baja, que consiste em um veículo monoposto off-road construído para competições nacionais e regionais do Baja SAE (*Society of Automotive Engineers*) Brasil, que consiste em uma associação sem fins lucrativos que congrega pessoas físicas (engenheiros, técnicos e executivos) unidas pela missão comum de disseminar técnicas e conhecimentos relativos à tecnologia da mobilidade em suas variadas formas: terrestre, marítima e aeroespacial (SAE BRASIL, 2010).

O protótipo é desenvolvido por alunos de engenharia que tem a possibilidade de aplicar conhecimentos adquiridos na sala de aula e aprender assuntos novos, além de oferecer a oportunidade de trabalhar em equipe e sentir a sensação de como é uma competição onde seu estudo é avaliado.

Geralmente tem-se calouros tentando entrar no projeto para adquirir uma experiência da prática de engenharia. Entretanto, a disponibilidade de material de didático na maioria das vezes está em outro idioma, que dificulta a passagem de estudo para os novatos e até mesmo para veteranos.

Este projeto tem como objetivo o estudo breve sobre a suspensão para veículo Baja, de fácil entendimento para pessoas sem prévio conhecimento como os novatos da equipe, com explicações de alguns termos técnicos. O trabalho se restringirá no estudo analítico e numérico de uma suspensão do tipo Duplo-A, conhecida também como *Double Wishbone* ou Bandejas.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral:

Visa o estudo de uma suspensão em um veículo modelo fora de estrada (“*off-road*”), denominado Baja, a partir da análise que será realizada da suspensão geralmente conhecida como Duplo A, comumente utilizada para obter um maior controle dinâmico possível em veículo de competição.

2.2 Objetivos específicos

- Dimensionar uma suspensão dianteira do tipo Duplo A
- Selecionar seus parâmetros como: massa suspensa, massa não suspensa, peso do veículo, distribuição de massa.
- Analisar os parâmetros das suspensões através do estudo do comportamento vertical de um veículo *off-road* com auxílio da ferramenta computacional Matlab/Simulink
 - Comparar resultado das repostas fornecida pelo software.

3 JUSTIFICATIVA

A SAE BRASIL é uma associação sem fins lucrativos que congrega pessoas físicas (engenheiros, técnicos e executivos) unidas pela missão comum de disseminar técnicas e conhecimentos relativos à tecnologia da mobilidade em suas variadas formas: terrestre, marítima e aeroespacial. O projeto Baja SAE é um desafio lançado aos estudantes de engenharia que oferece a chance de aplicar na prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula, visando incrementar seu preparo para o mercado de trabalho. Ao participar do projeto Baja SAE, o aluno se envolve com um caso real de desenvolvimento de projeto, desde sua concepção, projeto detalhado e construção (SAE BRASIL, 2010).

Assim, um grupo de estudantes da Universidade Estadual do Maranhão desenvolvem desde 2011, filiados à SAE BRASIL, protótipos para participação na competição nacional e regional. A equipe Bumba Meu Baja em 2013 projetou seu primeiro protótipo denominado de Bajah 0, em 2014 fez o seu segundo Bajah I e, em 2015 o terceiro foi batizado de Vitesse.

Com esse panorama, o estudo de uma suspensão não só agrega valor acadêmico, mas a possibilidade de aplicações reais para outras equipes e/ou projetos especiais. Utilizando ferramentas de software/hardware como SolidWorks, Matlab/Simulink, Adams/Car que viabilizam o desenvolvimento do trabalho possibilitando a correta tomada de decisões para obtenção do objetivo primordial.

Assim como todo estudo no âmbito da engenharia, além da base teórica e científica, é necessária à confirmação dessas hipóteses primárias. Logo, posteriormente aos testes teóricos e práticos, oportunamente esse estudo poderá ser aplicado ao protótipo de fórmula SAE - Vórtex, do projeto especial do curso de Engenharia Mecânica.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

4.1. Suspensão veicular

A primeira forma de utilizar uma suspensão foi nas carroças que eram puxadas por animais, entretanto as rodas eram rígidas, e ainda não existia o movimento em relação a carroceria. Logo, todas as forças eram transmitidas diretamente do chão aos ocupantes (Figura 4.1).



Figura 4.1 – Carroça sem feixe de molas (Depositphotos,2017).

Nos anos seguintes foi criado um sistema de amortecimento semelhante ao feixe de molas. Assim, a carroça pode-se dizer que teve o primeiro modelo de suspensão. Com o veículo em movimento, os ocupantes ainda sentiam boa parte da excitação causada pelo terreno, sendo de menor amplitude comparada à sua ausência. Como existiam muitas limitações naquela época, ocorreram várias formas de configurações da mola tipo lamina como: a feixe de molas, a forma elíptica e a forma semi-elíptica.

Com o início da era de veículos de motor a combustão interna, a chance de conseguir carros mais velozes e mais potentes, fez com que a utilização do feixe de molas na dianteira ficasse inviável devido a insegurança e ao problema de não conseguir uma direção correta. (NICOLAZZI,2012).

Durante os anos 1920, o eixo rígido na frente teve grande incidência de problemas (utilizados com molas semi-elípticas). Apesar de muita reflexão e experimentação por engenheiros de projeto de suspensão da época, não houve nenhum avanço tecnológico compatível para fazer um sistema de direção que trabalhasse com precisão. (DIXON, J. C., 2009).

Então, ocorreu a necessidade de modificar a forma da suspensão dianteira para uma forma mais segura. Assim, surgiu o conceito de suspensão independente, com a fabricação da suspensão Duplo-A que consiste em braços (ou bandejas) em formato da letra A com a utilização das molas helicoidais, aumentando o espaço para o motor. Em 1898, Decauville foi o primeiro veículo a utilizar suspensão dianteira independente na competição Paris-Madrid (Figura 4.2), o qual possibilitou a correta geometria da direção.

As suspensões independentes possuem uma certa autonomia, garantindo a segurança tanto do chassi quanto dos passageiros, devido as irregularidades provocadas pelas superfícies percorridas. Assim, a suspensão independente traz tais características que facilitam tanto na manutenção como no comportamento dinâmico que são: pouca exigência de espaço, dirigibilidade mais fácil, baixo peso, nenhuma influência de roda mútua. (REIMPELL,2001)

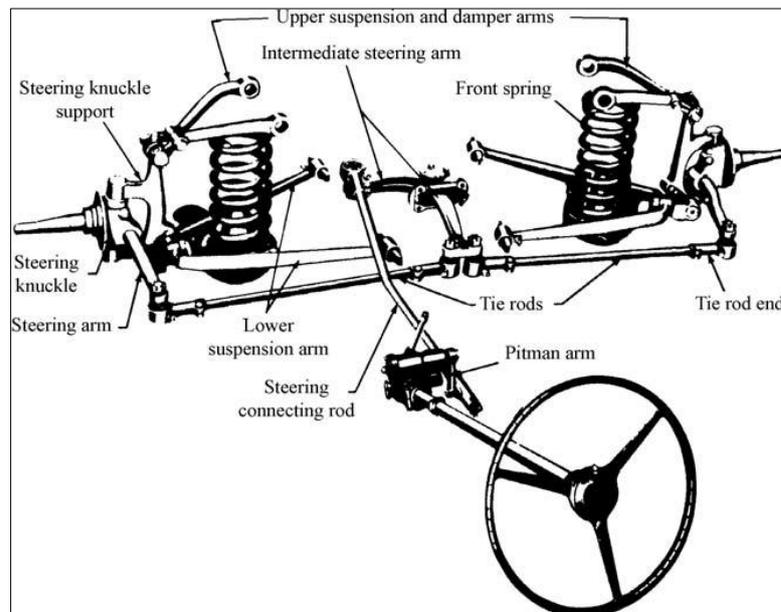


Figura 4.2 - A nova direção Cadillac e suspensão independente de 1934 (Dixon, 2009).

Com esse novo conceito de suspensão, os engenheiros conseguiram aumentar o conforto dos passageiros comparado com as antigas suspensões, pois as excitações estavam sendo amortecidas de uma forma melhor, e a sua frequência e amplitude estavam menores. Dessa forma, os carros poderiam ser pilotados por mais períodos e com as vibrações reduzidas teriam uma vida útil longa.

4.2 Projeto Bumba Meu Baja

O projeto atual da equipe Bumba Meu Baja utiliza suspensões independentes na dianteira do tipo Duplo-A, e na traseira do tipo Three-Link. A suspensão dianteira foi a escolhida para o estudo pois é muito comum ser utilizada em diversos carros de passeio e de competição como: Fórmula 1, Vw Kombi, Vw Fusca, Vw Golf, etc.

Contém assim, uma gama de configurações dos seus parâmetros. Além de ter uma ampla possibilidade de configurações de montagem para ajustar o movimento da roda durante o curso vertical, conhecido como movimento cinemático da roda. Na figura 4.3, pode-se notar como é a configuração dos tipos de suspensões no protótipo.



Figura 4.3 - Protótipo Vitesse

A suspensão Duplo-A foi avaliada como a mais completa em termos de complacência entre espaço, preço, controle dinâmico, possibilidade de configuração tanto sobreesterçante (tendência que o veículo tem de sair de traseira), neutra ou subesterçante (tendência que o veículo tem de sair na dianteira), as cargas fletoras são reduzidas nos elementos de ligação (parafusos e buchas) e braços da suspensão, sendo estas cargas advindas do solo à estrutura e ao piloto de forma reduzidas.

4.3 Geometria da suspensão

A escolha da geometria da suspensão combinada com o sistema de direção irá determinar como a roda se posiciona em relação ao solo. Este posicionamento será fundamental nas respostas do veículo estático e em movimento. Esse estudo é muito amplo, porque existem muitas variáveis, entre elas o piloto e o terreno no qual o veículo irá trafegar. O tipo de comportamento dinâmico do veículo pode ser de três formas, sendo neutro, sobreesterçante e subesterçante. E, depende da interação entre todas essas variáveis.

4.3.1 Contato pneu/solo

Segundo NICOLAZZI (2012), toda transmissão de forças do pneu para o solo, sejam longitudinais ou transversais, é feita pelo contato com o solo. Esse contato irá influenciar na dirigibilidade e estabilidade do veículo. Procura-se obter um grau ideal de aderência nas mais diversas condições de piso, seja ele de asfalto, concreto, pedra, terra, limpo ou contaminado, seco ou molhado (Tabela 4.1). Essa aderência depende do tipo do pneu, do composto do pneu e do tipo de pista.

Tabela 4.1 – Tabela de coeficiente de atrito (NICOLAZZI,2012).

TIPO DE SOLO	f
Asfalto liso	0.010
Asfalto rugoso	0.011
Cimento rugoso	0.014
Paralelepípedo	0.020
Pedras irregulares	0.032
Pedra britada compacta	0.045
Pedra britada solta	0.080
Terra batida	0.060
Areia solta	0.1 - 0.3
Gramma	0.045 - 0.1
Barro	0.1 - 0.4
Neve profunda	0.075 - 0.3

Para veículos off-road como no caso do Baja, os tipos de pneus são bem próximos aos pneus utilizados em quadriciclos. Ou seja, tem uma resistência alta, devido aos diversos

obstáculos encontrados e trabalham com baixas pressões para que se tenha uma boa área de contato com solo.

O pneu pode ser do tipo radial, diagonal ou diagonal cintado, porém os primeiros são os mais utilizados tanto em carros e motos. (Figura 4.4). Ele é composto dos seguintes elementos principais: a carcaça, parte da estrutura que suporta o pneu, e banda de rodagem, parte que entra em contato com o solo transmitindo forças de tração e frenagem. Além de absorver esforços transversais por forças de inércia em curvas, pode existir diversos tipos de ranhuras ou sulcos. Essas características influenciam diretamente no comportamento do pneu.

A modelagem de um pneu é muito complexa, assim como determinar com exatidão a sua interação com o solo. O pneu não possui uma rigidez elástica constante e tem uma grande variação com a pressão, gera histerese e aquecimento durante uso.

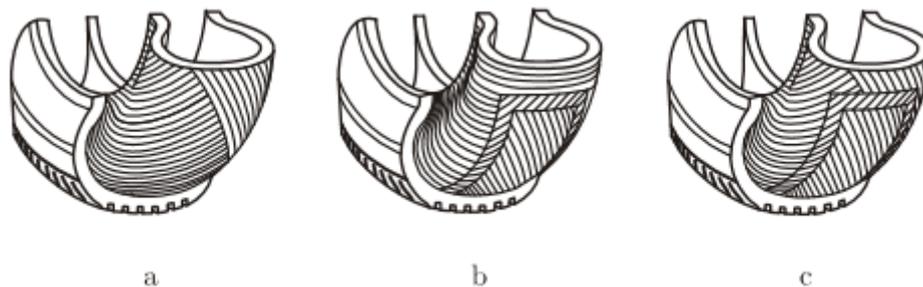


Figura 4.4 – Pneu diagonal a, radial b e diagonal cintado c (NICOLAZZI,2012).

4.3.2 Camber

Segundo Milliken (1995), camber é a inclinação do plano da roda em relação a uma vertical que passa pelo centro da superfície de contato pneu/pista. (Figura 4.5). Quando a parte superior da roda é deslocada para além da linha de centro do contato, o camber é considerado positivo. Para dentro é negativo.

Uma cambagem positiva nas rodas dianteiras é favorável, devido a esse ângulo os pneus rodam mais perpendicularmente à pista, diminuindo seu desgaste. Por outro lado, para que não haja redução da capacidade de absorção de forças laterais em curvas, o camber deve ter o menor valor possível. Para veículos com motor e tração traseiros a variação do camber é de 0° a 2° .

Em veículos esportivos, é comum o camber negativo nas rodas dianteiras para melhorar o comportamento em curvas; consegue absorver esforços laterais maiores e fazer curvas com

maior velocidade. Para evitar que o veículo puxe para um lado quando em linha reta, a diferença entre os valores do camber das duas rodas não deve ser superior a um terço de um grau.

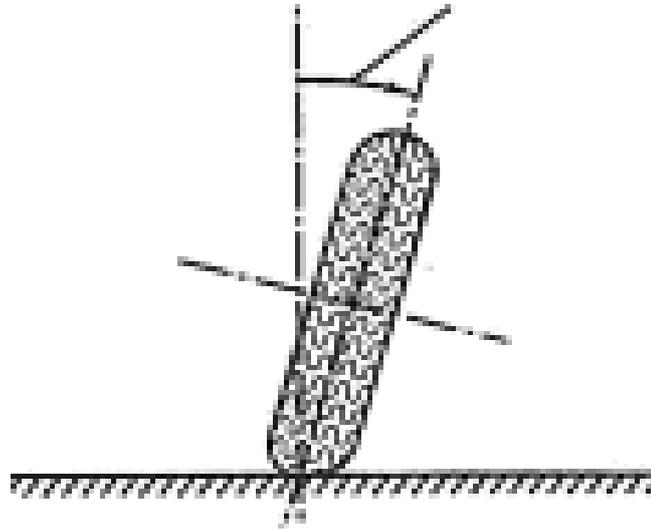


Figura 4.5 – Roda com camber positivo (Milliken e Milliken,1995).

4.3.3 Inclinação do Pino mestre

As rodas giram em torno de um eixo vertical, chamado pino mestre ou king pin, como mostrado na Figura 4.6, e o sistema pode ser utilizado na dianteira como na traseira, mas é comumente utilizado na dianteira. A região delimitada de offset b , é denominada raio de rolamento, pois ocorre o contato do pneu com o solo, e a exibe a direção do pino mestre que possui um determinado ângulo.

Essa inclinação gera um momento auto - alinhante quando a roda esterça e pode diminuir a distância “ b ” que é excentricidade do pino mestre, conhecido como offset da roda. Assim, a inclinação do pino mestre funciona de modo a restituir a direção, alinhando as rodas em relação ao eixo médio do veículo. Valores usuais de inclinação do pino mestre variam entre 4° e 9° , sendo mais comum algo em torno de 5° .

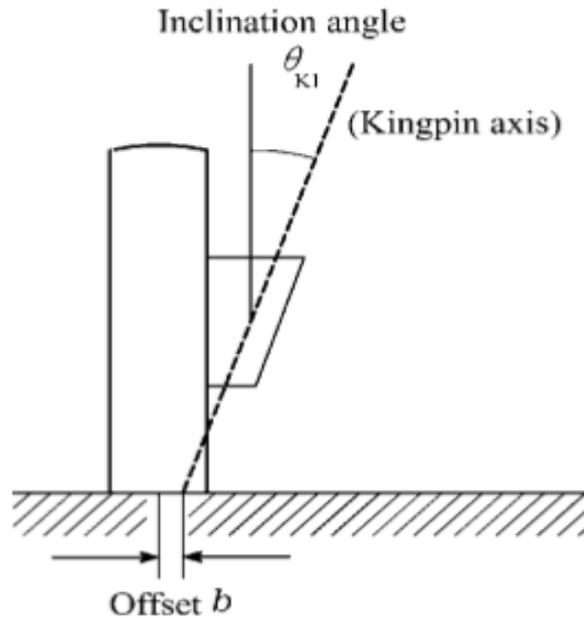


Figura 4.6 – Roda com camber positivo (DIXON,2009).

4.3.4 Ângulo de Caster

O ângulo de caster, segundo a DIN 70020, é a distância "c" entre o ponto de contato pneu/pista e o encontro do prolongamento do pino mestre com o solo, medido em um plano médio vertical do veículo, visualizado de forma lateral a roda na Figura 4.7. A distância de "c" até o centro da roda é conhecido como trilha de caster.

Em veículos com tração dianteira, devido ao sentido da força de tração, é possível usar um valor negativo para o caster (-c), ou seja, a inclinação do pino mestre está à frente da linha central da roda. Com tração traseira, a inclinação do pino mestre está atrás da linha central da roda; e faz com que o ponto de rotação da roda esteja na frente do centro de contato pneu/pista; a resistência ao rolamento, então, tende a alinhar a roda na direção do deslocamento do veículo. No caso, motor e tração traseiros o ângulo de caster está entre 8° a 12° , com tolerância de: $\pm 30'$.

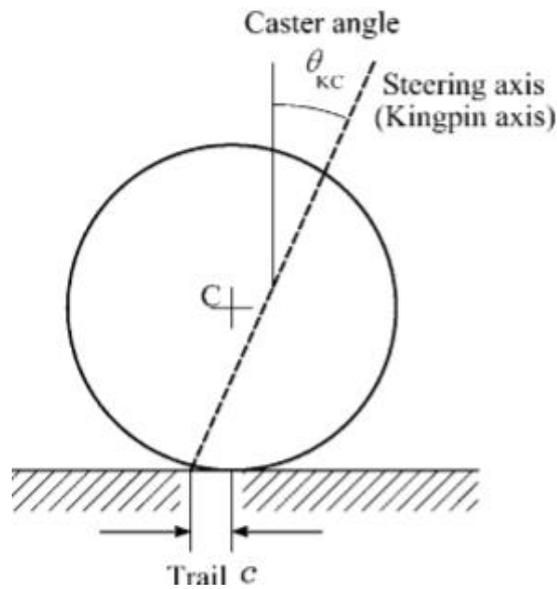


Figura 4.7 – Ângulo de caster e trilha de caster (DIXON,2009).

4.3.5 Variação de convergência

Segundo NICOLAZZI (2012), Convergência, em inglês, conhecido como Toe In, segundo a DIN 70020, é a diferença, em mm, $C=B-A$, Figura 4.8, medida entre os aros, na altura dos centros das rodas quando em posição de linha reta. Pode apresentar duas formas a convergência (Toe in) e a divergência (Toe out).

Quando as rodas estão mais fechadas na frente é convergente, e quando estão mais abertas na frente é divergente. O menor desgaste dos pneus ocorre quando a roda se desloca perfeitamente em linha reta.

Em movimento, entretanto, surge uma força longitudinal na superfície de contato pneu/pista combinada com o raio de rolamento, que origina um momento que será absorvido pelos braços da direção. As posições das rodas são modificadas devido ao deslocamento dos elementos da direção.

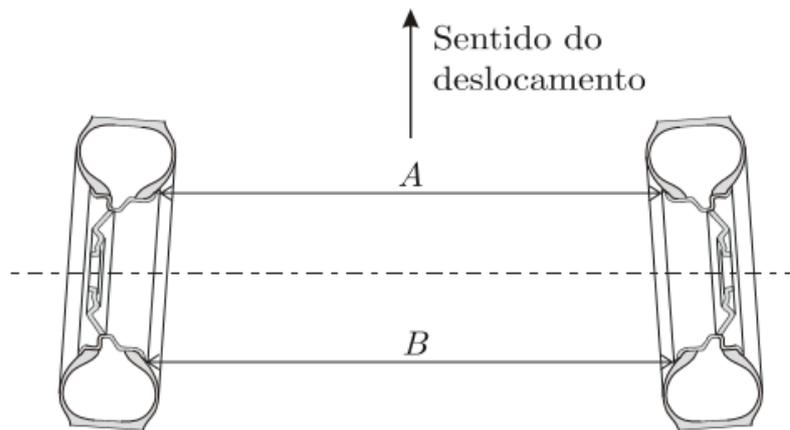


Figura 4.8 - Rodas convergentes ou toe in (NICOLAZZI,2012).

4.3.6 Variação do centro de rolagem.

Para compreender a transferência de carga em um eixo, é importante o conhecimento do comportamento geométrico da suspensão. Primeiramente, deve-se determinar o centro de rolamento da suspensão; é o ponto de um plano vertical que passa pelo centro do eixo que num determinado instante não possui movimento. (Figura 4.9). É, portanto, o ponto situado no meio do carro (visto de frente) e no meio do eixo (visto de lado); no qual a carroceria começa a girar quando submetida a uma força lateral.

O centro de rolagem é a intersecção do ponto de contato do pneu com o centro instantâneo de rotação da roda. Ele é fundamental para o estudo de veículo em movimento, e principalmente no quesito dirigibilidade, conforto e segurança.

Em curva um alto centro de rolagem pode gerar um excessivo contato da face lateral externa do pneu, e um baixo centro de rolagem pode gerar uma rolagem demasiada da massa suspensa, causando desconforto ao piloto.

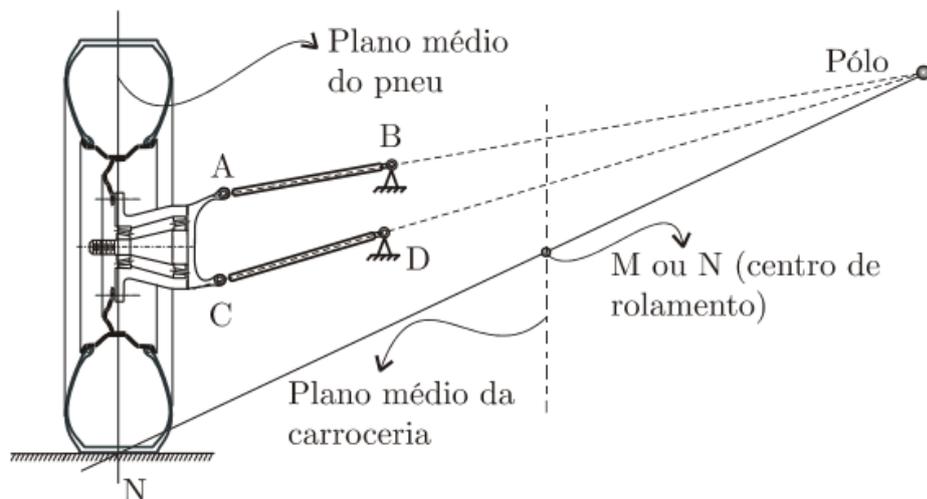


Figura 4.9 – Localização do centro de rolamento de um suspensão Duplo-A (NICOLAZZI,2012).

O movimento de rolagem da massa suspensa é afetado pelo momento gerado pela força centrífuga na curva e a altura do centro de gravidade em relação ao centro de rolamento. Quanto maior a altura do centro de gravidade em relação ao centro de rolamento, maior será o momento e, conseqüentemente, sua inclinação.

O conjunto da suspensão reage gerando forças contrárias ao movimento de inclinação da massa suspensa, aumentando a carga na roda que está do lado de fora da curva. Uma das soluções para diminuir essa rolagem muito comum é o uso de barras estabilizadoras, e em sistemas atuais utilizam sistemas de suspensão ativa.

A altura do centro de rolamento em relação ao solo também afeta a dinâmica, principalmente na transferência de carga em curva. Quanto maior for essa altura, maior será a transferência de carga, por isso deve simular a suspensão. Pois uma transferência de carga grande tende a capotar o carro em curva.

5 METODOLOGIA DO PROJETO

Como a suspensão de um veículo é um sistema dinâmico, pode-se aplicar as fórmulas de vibração para verificar os deslocamentos causados por excitações da pista na massa do veículo. Com isso precisamos, identificar a melhor forma de uma resposta mais próxima do real. A partir dessa identificação, vem uma das partes mais difíceis que é conseguir desenvolver esse modelo. Pois, nos materiais encontra-se modelos prontos, e na maioria das vezes são muito simples.

Um modelo matemático é um conjunto de equações que gera uma aproximação do sistema físico. O projetista, aluno de engenharia ou o próprio engenheiro, quando for desenvolver um modelo tem que conhecer ao máximo o sistema em questão, para que ele consiga fazer considerações corretas como as condições iniciais e finais. Para isso, ele faz o uso de equações básicas para o primeiro contato com o sistema desenvolvido. A observação do comportamento do sistema é crucial para torná-lo próximo ao real, porém as simplificações para tornar as equações mais simples devem ser feitas com cuidado para não distorcer a resposta para longe do modelo real. Assim, pode-se conseguir um modelo matemático com um bom grau de precisão.

Para um sistema pode existir vários modelos que podem representá-lo, cada situação possui suas particularidades que resultarão em simplificações e considerações. Variáveis desprezadas ou consideradas constantes numa determinada situação podem ser muito significativas em outra situação do mesmo sistema. Na Figura 5.1, temos um exemplo de modelagem de modelo de $\frac{1}{4}$ de uma suspensão, o mesmo que será utilizado nesse estudo.

O modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo será simulado no Matlab/Simulink, onde será utilizado equações diferenciais lineares invariantes no tempo descobertas na modelagem, e o outro que é um ambiente interativo de modelagem e simulação de sistemas dinâmicos.

O ambiente do Simulink é simples e de fácil entendimento. Toda a modelagem é feita por um diagrama de blocos. Cada bloco representa uma função ou um parâmetro, e sabendo como utilizar cada bloco torna fácil a simulação.

Alguns parâmetros de entrada devem ser dados na simulação do programa, como massa, rigidez, posição inicial, entre outros. Os parâmetros para a simulação do programa precisam ser confiáveis, ou seja, é aconselhável possuir um valor próximo do real para ter uma maior precisão.

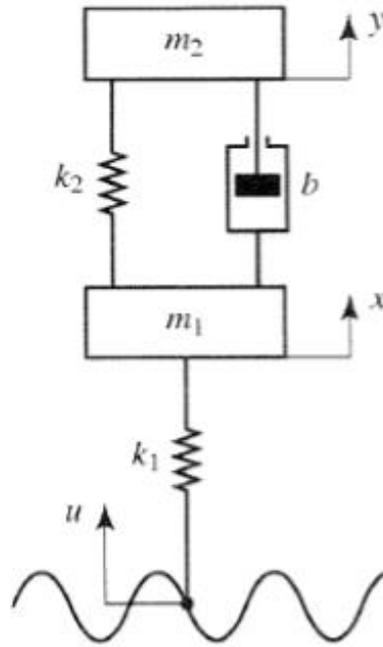


Figura 5.1 - Sistema simplificado de suspensão ¼ de veículo (Adaptado de Katsuhiko Ogata, 2000).

Onde: y = deslocamento vertical da massa suspensa, que consiste em ¼ da massa do veículo menos a massa de uma roda e metade dos componentes da suspensão;

x = deslocamento vertical da massa não suspensa, que consiste na massa de uma roda e metade dos componentes da suspensão;

m_2 = massa suspensa do veículo;

k_2 = rigidez da mola;

b = coeficiente de amortecimento do amortecedor;

m_1 = massa não suspensa do veículo (parte da suspensão);

k_1 = rigidez do pneu;

u = sinal de excitação da pista;

Na Figura 5.1, mostra-se o modelo de ¼ do sistema de suspensão, apresentando um sistema vibracional com 2 graus de liberdade sob condições de irregularidade da pista onde a mola k_1 atua como pneu do sistema e u será o sinal de entrada aplicado no sistema. O mesmo terá duas saídas, sendo elas x e y , representando o deslocamento vertical da massa não suspensa e deslocamento vertical da massa suspensa, respectivamente.

Nesse modelo, parâmetros importantes como o amortecimento das buchas da suspensão e o amortecimento por histerese do pneu, não são levados em consideração. Para alguns engenheiros chegarem a ter uma resposta próxima ao sistema criticamente amortecido (resposta que possui maior contato do pneu com o solo), utilizam uma taxa de amortecimento ou o fator de amortecimento ζ (zeta), controlando o sistema que poderá torna-se subamortecido (o valor de zeta é menor que 1, criticamente amortecido (o valor de zeta é igual a 1) ou superamortecido (o valor de zeta é maior que 1), e assim tentam repor os amortecimentos embutidos.

Seguindo as hipóteses para modelagem, aplica-se a segunda Lei de Newton ao sistema, tem-se as equações de movimento.

$$m_1\ddot{x} = k_2(y - x) + b(\dot{y} - \dot{x}) + k_1(u - x) \quad \text{Eq. 5.1}$$

$$m_2\ddot{y} = -k_2(y - x) - b(\dot{y} - \dot{x}) \quad \text{Eq. 5.2}$$

Expande-se para

$$m_1\ddot{x} + b\dot{x} + (k_1 + k_2)x = b\dot{y} + k_2y + k_1u \quad \text{Eq. 5.3}$$

$$m_2\ddot{y} + b\dot{y} + k_2y = b\dot{x} + k_2x \quad \text{Eq. 5.4}$$

Aplicando-se a transformada de Laplace a Eq. 4.3 e Eq. 4.4, com as condições iniciais nulas, obtém-se

$$(m_1s^2 + bs + (k_1 + k_2))X(s) = (bs + k_2)Y(s) + k_1U(s) \quad \text{Eq. 5.5}$$

$$(m_2s^2 + bs + k_2)Y(s) = (bs + k_2)X(s) \quad \text{Eq. 5.6}$$

Isolando X(s) ou Y(s), podemos encontrar a resposta em função da massa não suspensa ou suspensa, respectivamente. Primeiramente será isolado o X(s) e substituído na Eq. 5.5. Após será isolado o Y(s) e substituído na Eq. 5.5.

$$(m_1s^2 + bs + k_1 + k_2) \frac{m_2s^2 + bs + k_2}{bs + k_2} Y(s) = (bs + k_2)Y(s) + k_1U(s)$$

(Eq. 5.7)

$$(m_1s^2 + bs + (k_1 + k_2))X(s) = (bs + k_2) \frac{bs + k_2}{m_2s^2 + bs + k_2} X(s) + k_1U(s)$$

(Eq. 5.8)

Fazendo a condução correta encontra-se a função transferência da massa suspensa e da massa não suspensa.

$$\text{Função transferência} = V(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{Saída}]}{\mathcal{L}[\text{Entrada}]} ;$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1(bs + k_2)}{m_1m_2s^4 + (m_1 + m_2)bs^3 + (k_1m_2 + (m_1 + m_2)k_2)s^2 + k_1bs + k_1k_2}$$

(Eq. 5.9)

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{k_1(m_2s^2 + bs + k_2)}{m_1m_2s^4 + (m_1 + m_2)bs^3 + (k_1m_2 + (m_1 + m_2)k_2)s^2 + k_1bs + k_1k_2}$$

(Eq. 5.10)

Com as equações 5.9 e 5.10, tem-se as funções transferência que mostram o comportamento das massas, mas necessitará dos valores das constantes. Assim, será utilizado os dados de dimensionamento da suspensão do projeto Bumba Meu Baja, para inserir no software Matlab e obter o movimento das massas em relação ao tempo. Por seguinte, tem-se o programa utilizado no Matlab para obtenção dos gráficos.

Nesta etapa é mostrado fatores utilizados para o dimensionamento da suspensão na Tabela 5.1 e 5.2, junto com a modelagem e transposição para os softwares de simulação. Para análise do comportamento vertical do veículo, Gillespie (1992) cita para utilizar os “Critérios de Olley” com as características abaixo para uma boa filtragem dos obstáculos: Suspensão dianteira deve ter rigidez 30% menor que a traseira; A frequência de Bounce não deve superar em mais de 20% a frequência de Pitch.

Tabela 5.1 – Dados do projeto do veículo Baja.

TABELA - Projeto de suspensão
Características do veículo
Massa: 180,0 Kg sem piloto; 245,0 kg com piloto
Distribuição de massa:
Eixo dianteiro: 110,25 Kg (45 %)
Eixo traseiro: 134,75 Kg (55 %)
Entre-eixos: 1524 mm
Bitola: 1346,2 mm D; 1295,4 mm T;

Tabela 5.2 – Dados base para modelo de suspensão.

TABELA - DADOS BASE PARA MODELO DE SUSPENSÃO			
	DIANTEIRA	TRASEIRA	UNIDADES
Curso da suspensão	0,119	0,1021	M
Massa suspensa com piloto	40,05	48,95	Kg
Peso da massa suspensa	392,73	480,00	Kgf
Rigidez da suspensão	3289,7	4699,6	N/m
Rigidez do pneu	32897	46996	N/m
Frequência natural massa suspensa	1,376	1,4876	Hz
Ride-rate	2990,7	4272,4	N/m

Dados conseguidos através de uma rotina no *software* Matlab. Com estas informações, deu-se início ao desenho da suspensão dianteira do veículo (Figura 5.2 e 5.3) para verificar o formato no veículo.

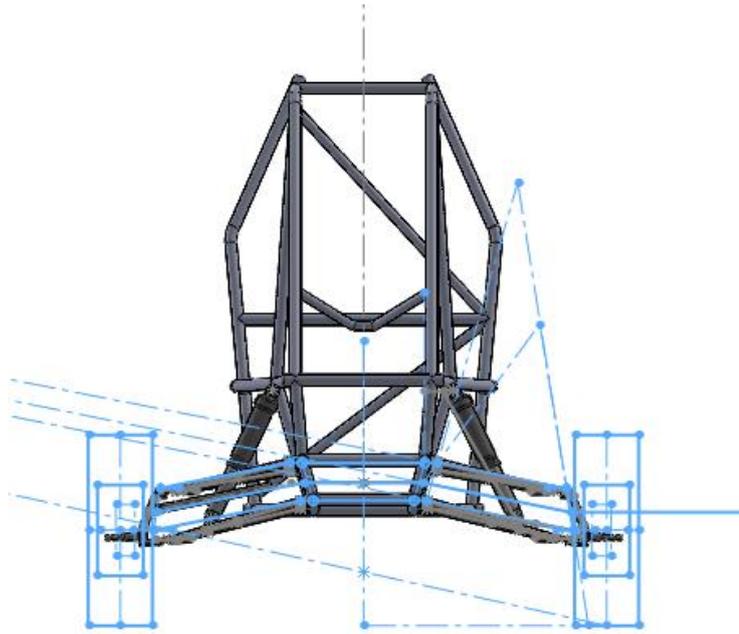


Figura 5.2 – Desenho da suspensão dianteira com chassi

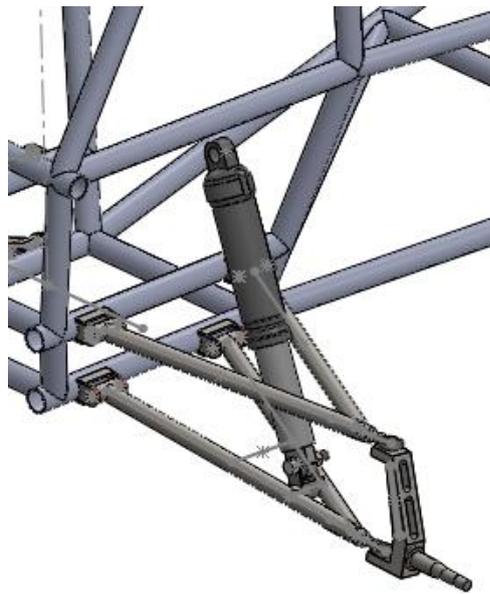


Figura 5.3 – Suspensão dianteira Duplo-A

Com o auxílio dos dados apresentados da suspensão dianteira e traseira, desenvolveu-se um código no Matlab para encontrar a resposta do comportamento da suspensão para as massas suspensa e não suspensa, onde foi utilizado as equações 5.9 e 5.10 encontradas no modelo matemático.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A modelagem matemática está correta, pois foi gerado um gráfico prévio para o sinal entrada do tipo Degrau. Anteriormente a resposta não estava seguindo o sinal de entrada, gerando assim um gráfico errado.

O programa desenvolvido no Matlab está no APÊNDICE A. Dessa forma, foi iniciada as outras simulações, tanto para massa suspensa, como para massa não suspensa, e com diversos tipos de sinais.

Nos gráficos das Figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, são mostrados os comportamentos da suspensão para sinal de entrada tipo Degrau, e seus 3 tipos de amortecimentos, sendo estes: subamortecido, criticamente amortecido e superamortecido.

Na Figura 6.1, foi realizado a comparação da massa suspensa, onde o amortecimento subamortecido teve a maior amplitude próxima de 1.3mm e maior tempo para estabilização que durou certa de 1.4s. No tempo $t = 1.4s$, todos os amortecimentos estão próximos do sinal de entrada. No início do sinal, quando $t = 0,27s$, os 3 tipos de amortecimento se coincidem, o mesmo acontece para $t = 0.8s$.

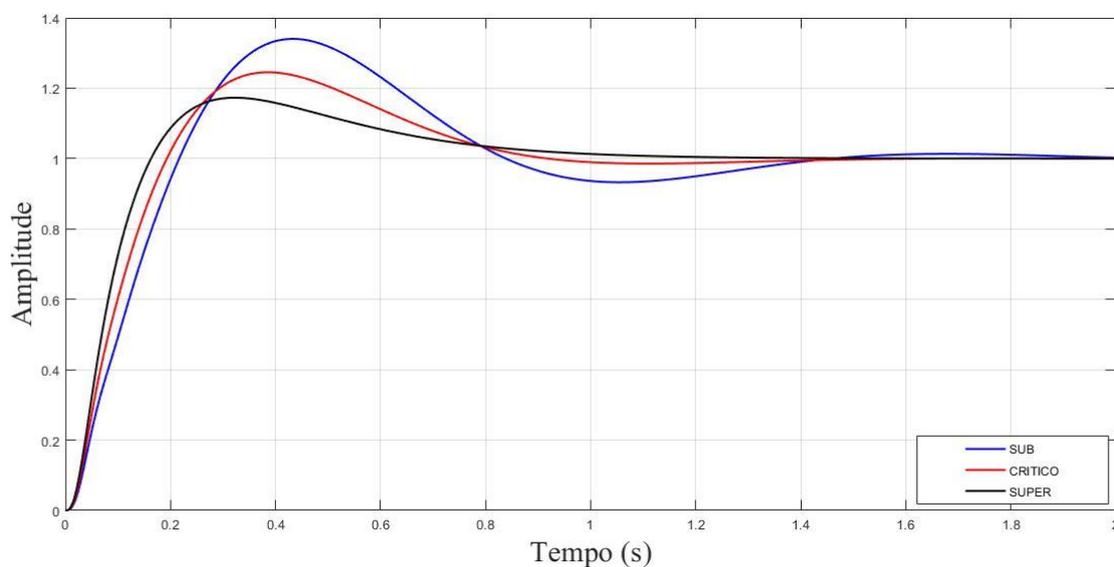


Figura 6.1 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Degrau

Na Figura 6.2, foi realizado a comparação da massa não suspensa, onde teve um distúrbio na curva de subamortecimento para $t \sim 0.08s$. Seguindo a análise, para $t = 2.7s$, os três amortecimentos se coincidem, semelhante ao tempo de $0.7s$. Para o comportamento subamortecido tem-se a maior amplitude de $1.18mm$.

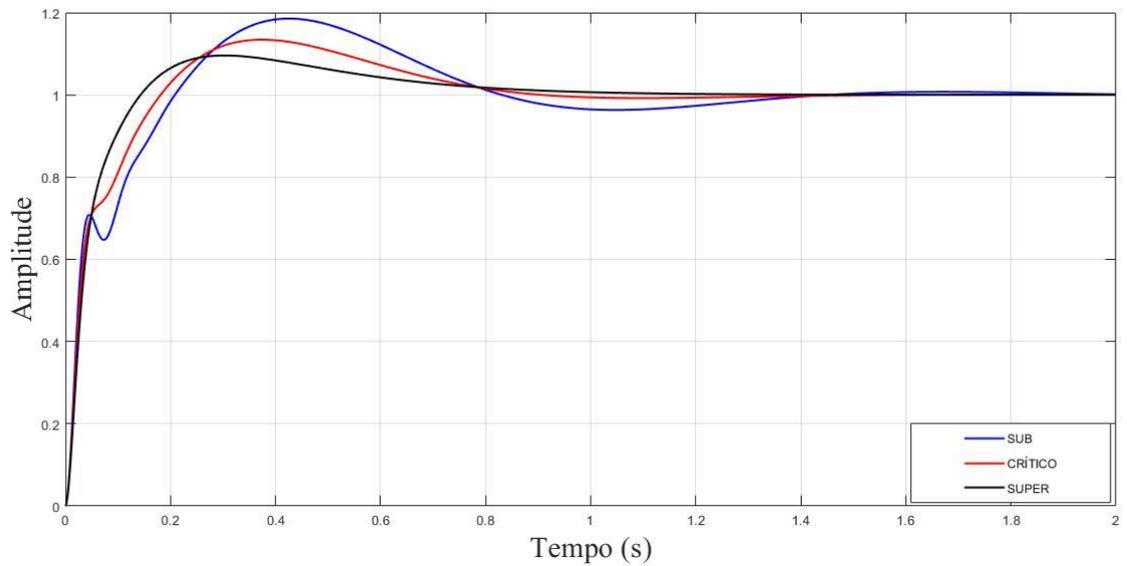


Figura 6.2 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Degrau

Na Figura 6.3, foi realizado a comparação da massa suspensa com a massa não suspensa para o amortecimento subamortecido, onde fica explícito que a massa não suspensa apresenta um leve distúrbio quando $t = 0.08s$, depois assume a curva de tendência do sinal. No tempo de $1.4s$, o regime passa a ser um regime permanente. A maior amplitude é $1.36mm$, no período de $t \sim 0.4s$.

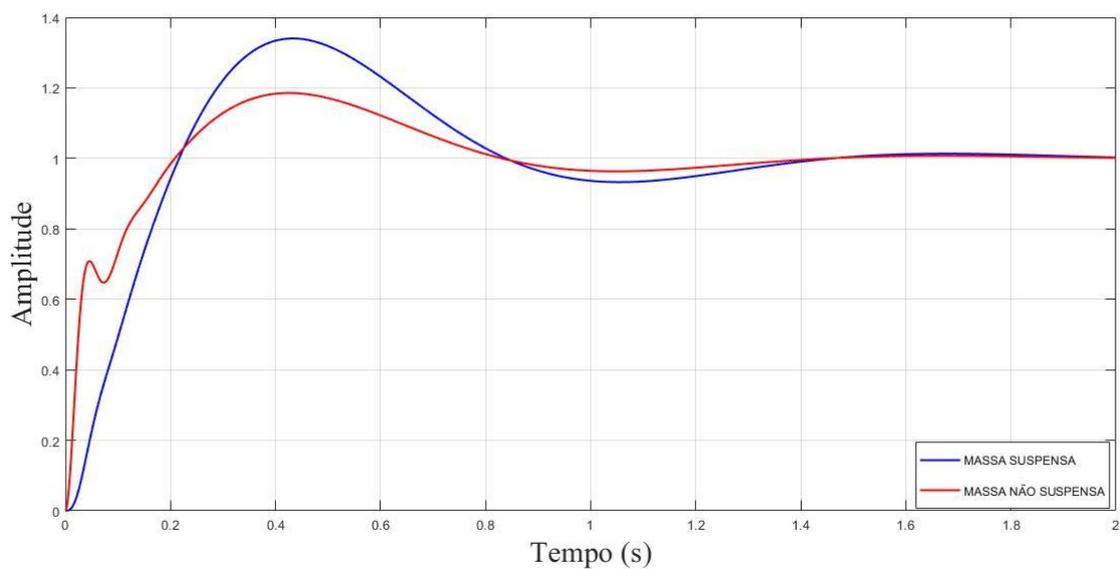


Figura 6.3 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Degrau

Na Figura 6.4, foi feita a comparação da massa suspensa e a massa não suspensa com redução, para verificar se o leve distúrbio da Figura 6.3 teria alguma alteração. Quando o gráfico foi gerado, percebeu-se que o distúrbio que antes apareceu no $t = 0.08s$ teve uma melhora significativa no comportamento da sua curva gráfica. Ou seja, quando teve uma redução de 4 quilogramas na massa não suspensa tivemos a melhora do distúrbio.

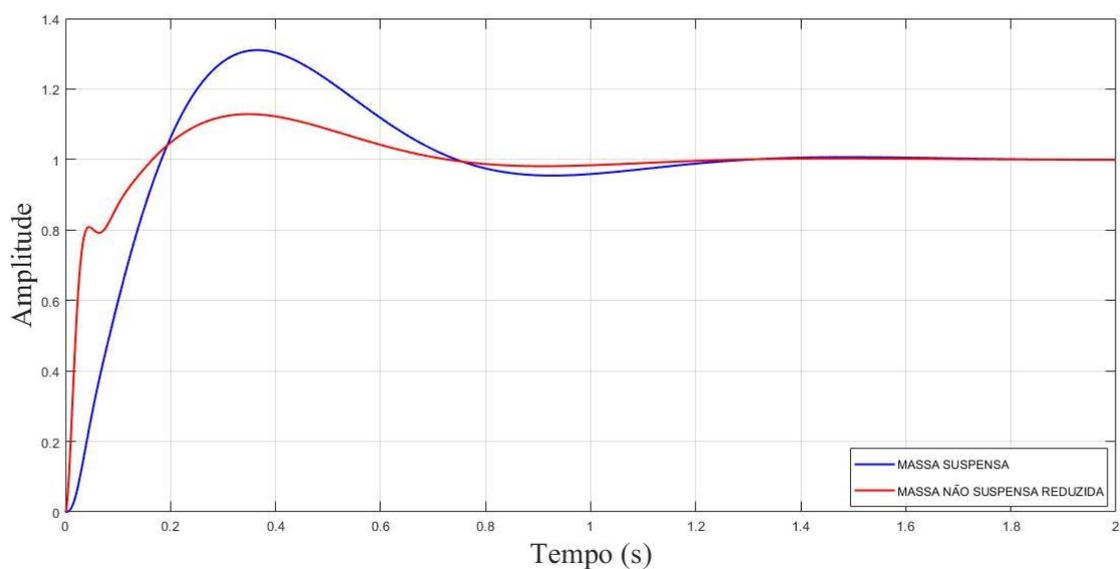


Figura 6.4 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Degrau

Nos gráficos das Figuras 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8, são mostrados os comportamentos da suspensão para sinal de entrada tipo impulso.

Na Figura 6.5, foi executado a comparação da massa suspensa, aonde o amortecimento superamortecido tem a maior amplitude sendo 11.7mm para $t = 0.04s$. Para $t = 0.1s$, tivemos um ponto em comum para os todos os amortecimentos, acontecendo o mesmo para $t = 0.9s$. Quando $t = 1.4s$, todos os amortecimentos já estão no regime permanente.

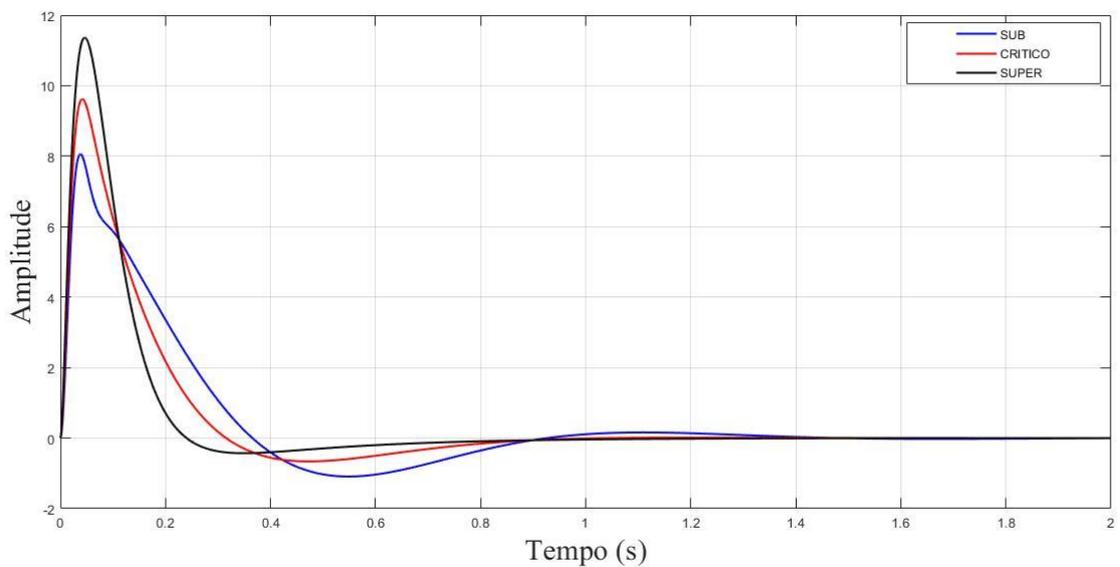


Figura 6.5 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Impulso

Na Figura 6.6, foi executado a comparação da massa não suspensa para todos os amortecimentos, onde o amortecimento subamortecido teve a maior amplitude de 33mm para $t = 0.04s$, entretanto a partir de $t = 0.37s$, apresenta um ponto em comum para todos os amortecimentos. No $t = 0.8s$, os amortecimentos já estão em regime permanente.

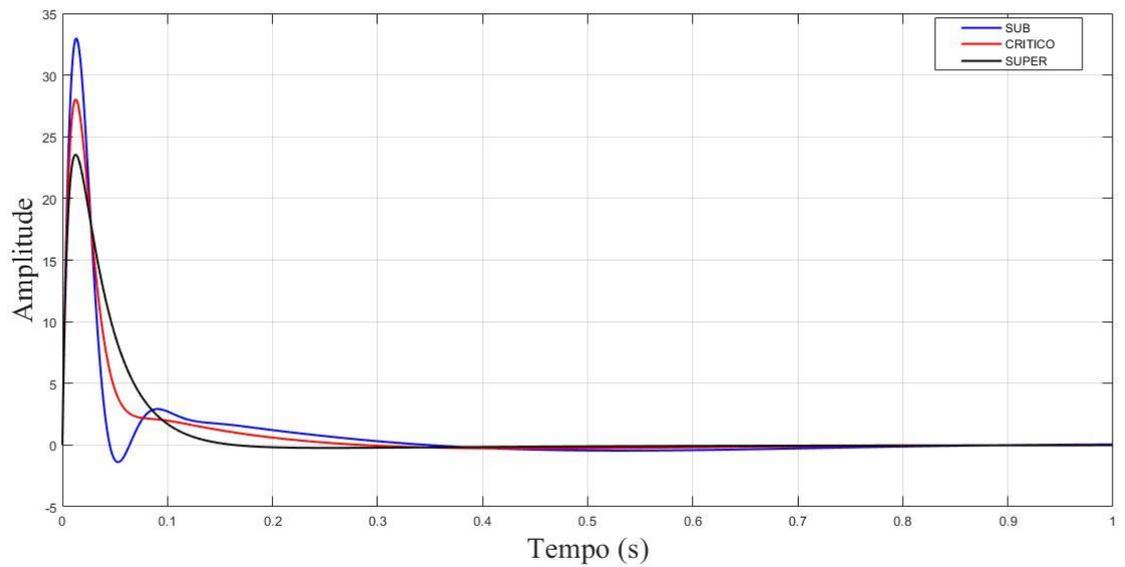


Figura 6.6 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Impulso

Na Figura 6.7, foi executado a comparação da massa suspensa com a massa não suspensa para o amortecimento subamortecido, onde fica explícito que a massa não suspensa apresenta uma amplitude muito elevada comparada com a massa suspensa. A maior amplitude é 26mm para $t = 0.003s$ para a massa não suspensa, isso é normal já que a suspensão irá ter um deslocamento mais para um obstáculo parecido com o sinal Impulso. Para $t > 1$, o comportamento já está permanente.

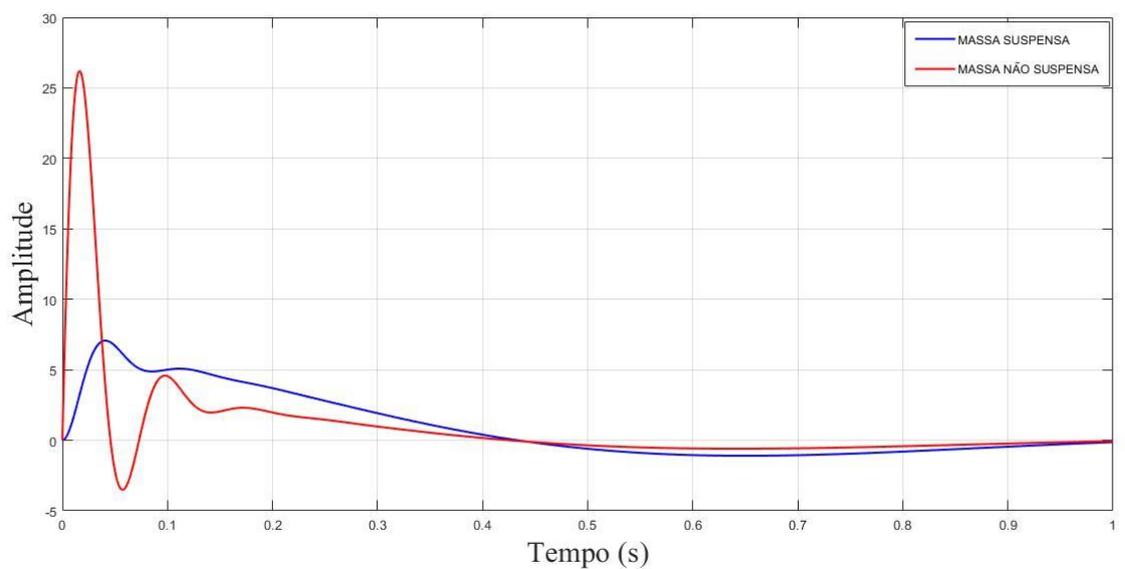


Figura 6.7 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Impulso

Na Figura 6.8, foi feita a comparação da massa suspensa e a massa não suspensa com massa reduzida, percebeu-se que o vale após a decida do maior pico da Figura 6.7, teve uma melhora significativa no comportamento do gráfico, entretanto continua com uma amplitude elevada para massa não suspensa.

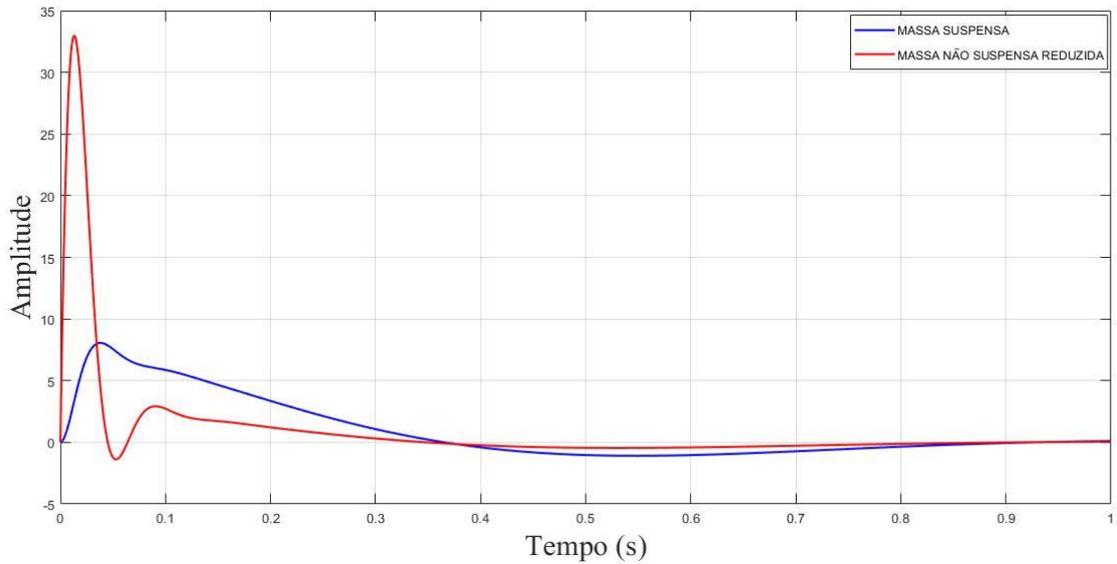


Figura 6.8 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Impulso

Nas Figuras 6.9, 6.10, 6.11 e 6.12, são mostrados os comportamentos da suspensão para sinal de entrada tipo Square.

Na Figura 6.9, foi feita a comparação da massa suspensa, aonde o amortecimento subamortecido tem a maior amplitude de 1.37mm para $t = 1.8s$. No momento que $t = 0.24s$, os amortecimentos têm um ponto em comum. O maior vale 0.037mm para $t = 0.35s$.

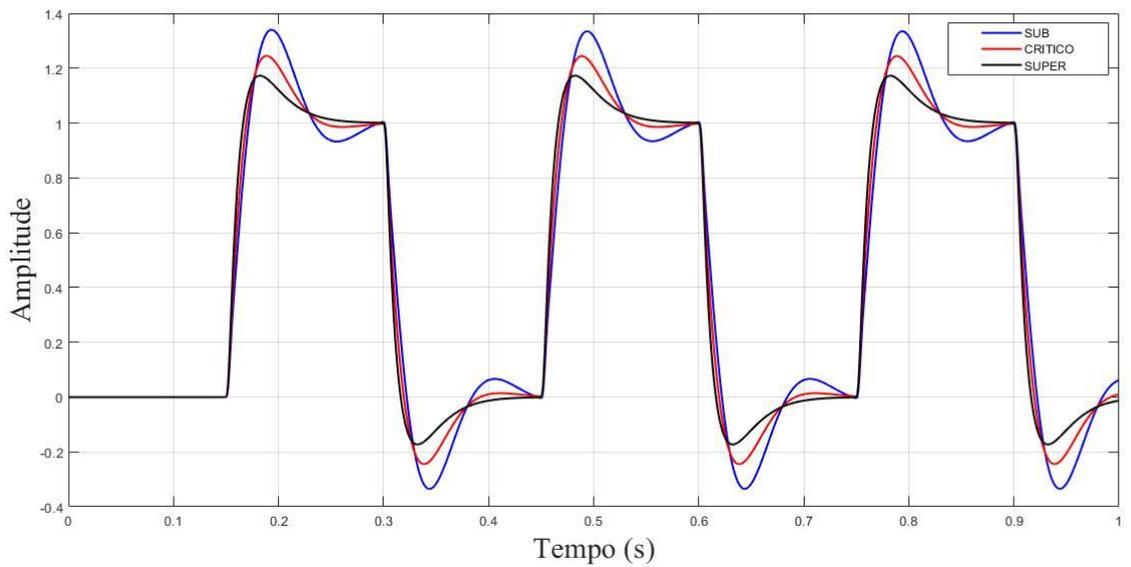


Figura 6.9 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Square

Na Figura 6.10, foi executado a comparação da massa não suspensa, onde o amortecimento subamortecido teve a maior amplitude de 1.19mm para $t = 0.18s$, para o mesmo amortecimento subamortecido tem um distúrbio já característico em razão da massa no momento $t = 1.5s$.

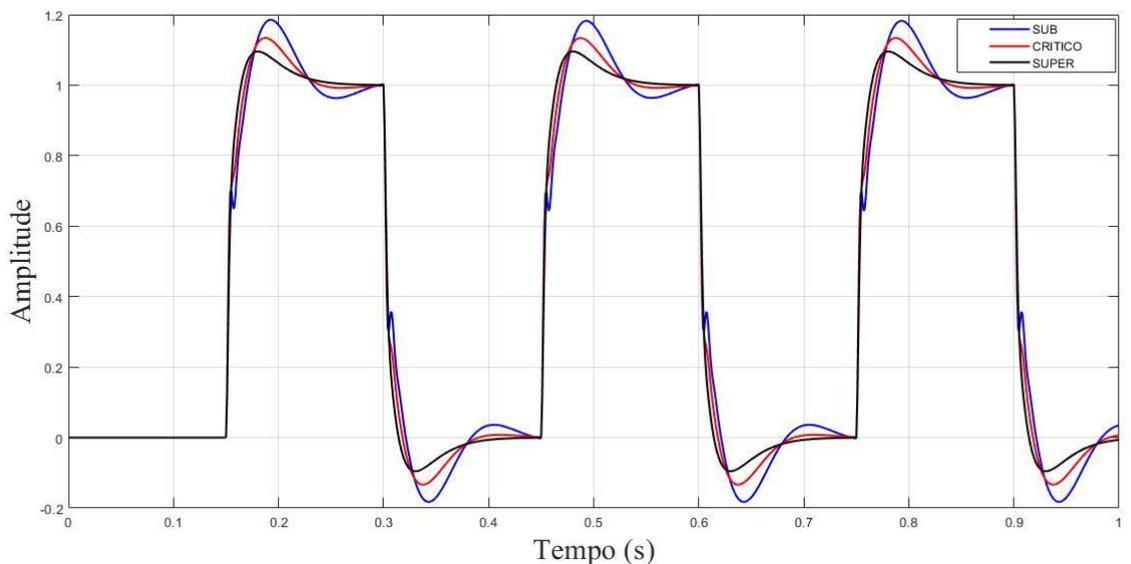


Figura 6.10 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Square

Na Figura 6.11, foi executado a comparação da massa suspensa com a massa não suspensa para o amortecimento subamortecido, onde fica explicito que a massa não suspensa

apresenta uma amplitude maior comparada com a massa suspensa. Mais uma vez, o distúrbio característico da massa não suspensa aparecendo primeiro para $t = 1.5s$.

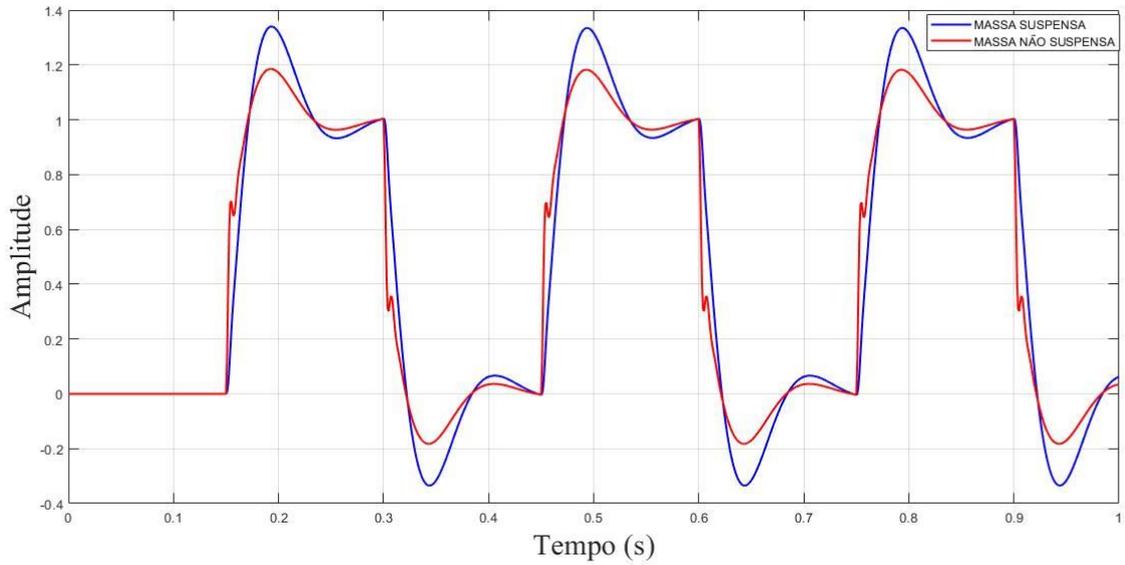


Figura 6.11 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Square

Na Figura 6.12, foi executado a comparação da massa suspensa e a massa não suspensa com massa reduzida, percebeu-se que o distúrbio que ocorreu antes, teve uma melhora significativa no comportamento do gráfico, mas continua com uma amplitude maior para massa não suspensa.

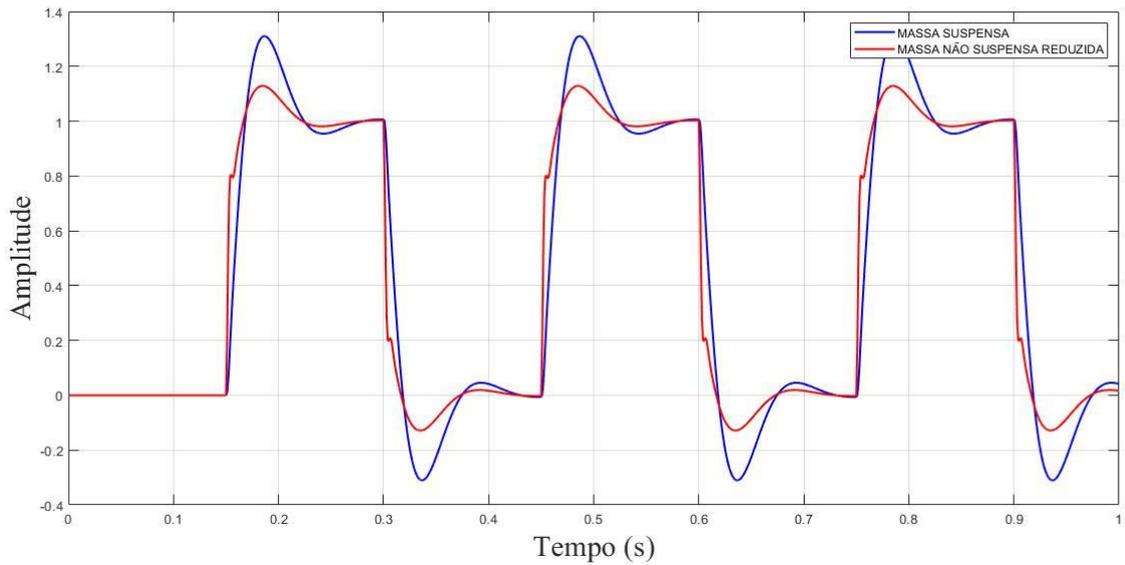


Figura 6.12 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Square

Nas Figuras 6.13, 6.14, 6.15 e 6.16, são mostrados os comportamentos da suspensão para sinal de entrada tipo Sinusoidal.

Na Figura 6.13, foi feita a comparação da massa suspensa, aonde o amortecimento subamortecido tem a menor amplitude. Ou seja, a massa suspensa vai ter um menor deslocamento para esse sinal.

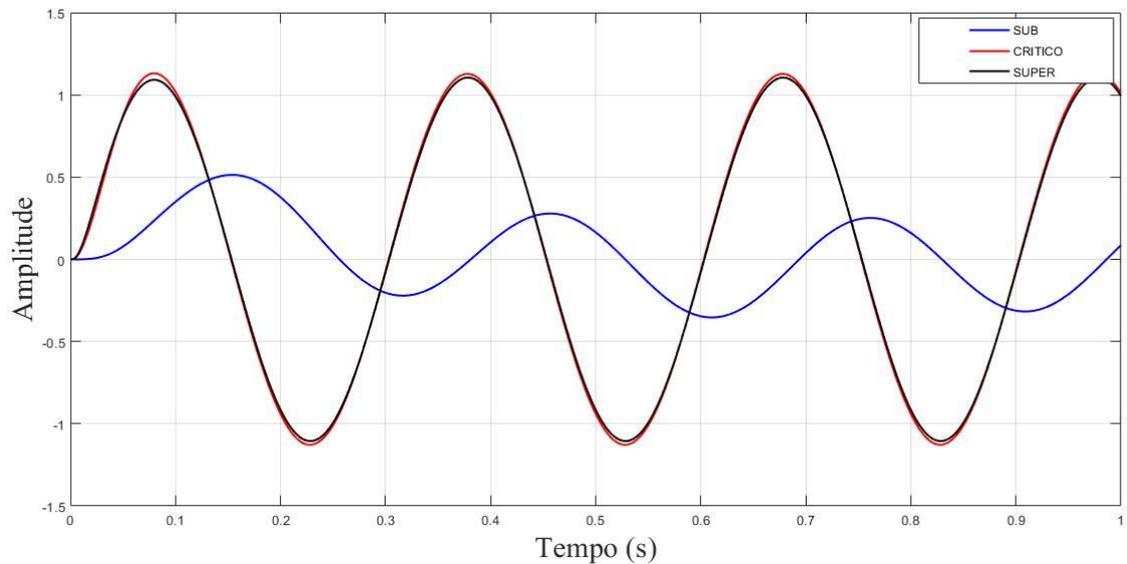


Figura 6.13 – Comparação da massa suspensa para sinal tipo Sinusoidal

Na Figura 6.14, foi realizado a comparação da massa não suspensa, onde os amortecimentos tiveram o comportamento muito próximo à entrada aplicada. Assim, sabe que a suspensão adota o perfil do sinal Sinusoidal.

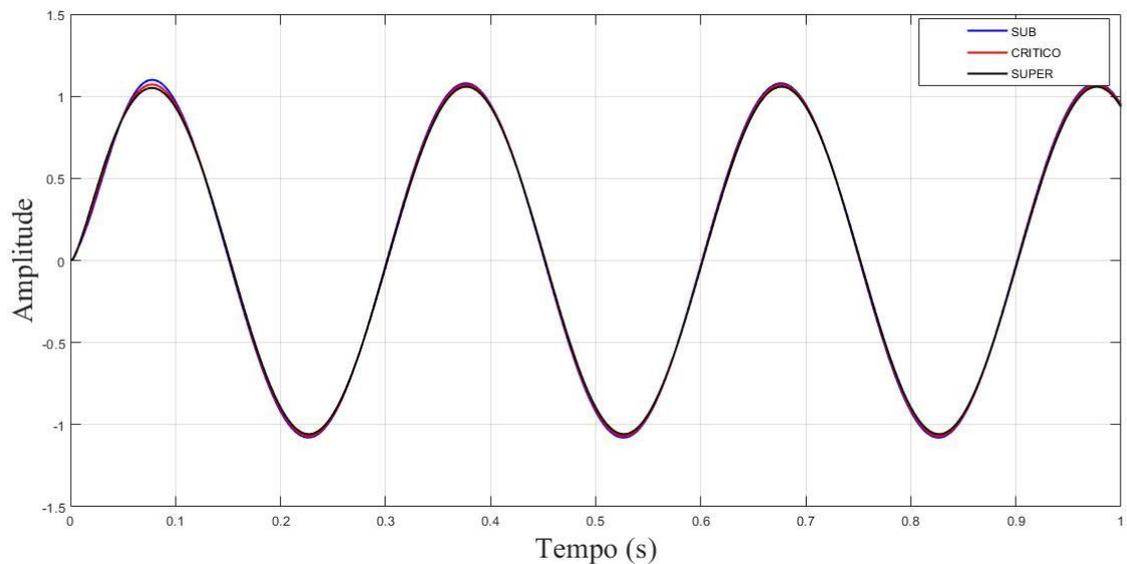


Figura 6.14 – Comparação da massa não suspensa para sinal tipo Sinusoidal

Na Figura 6.15, foi feita a comparação da massa suspensa com a massa não suspensa para o amortecimento subamortecido, onde fica explícito que a massa não suspensa apresenta um comportamento igual à entrada aplicada, já a massa suspensa tem um comportamento de menor amplitude.

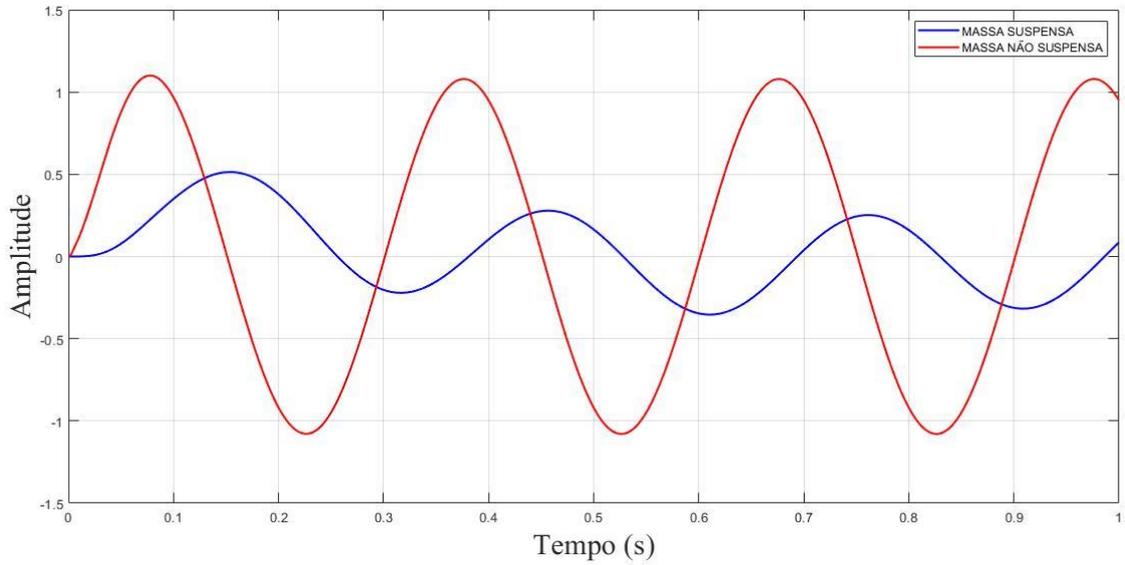


Figura 6.15 – Comparação da massa suspensa e não suspensa para sinal tipo Sinusoidal

Na Figura 6.16, foi realizado a comparação da massa suspensa e a massa não suspensa com massa reduzida, percebeu-se que o comportamento do gráfico continua muito próximo com a massa sem redução, tendo assim uma leve alteração.

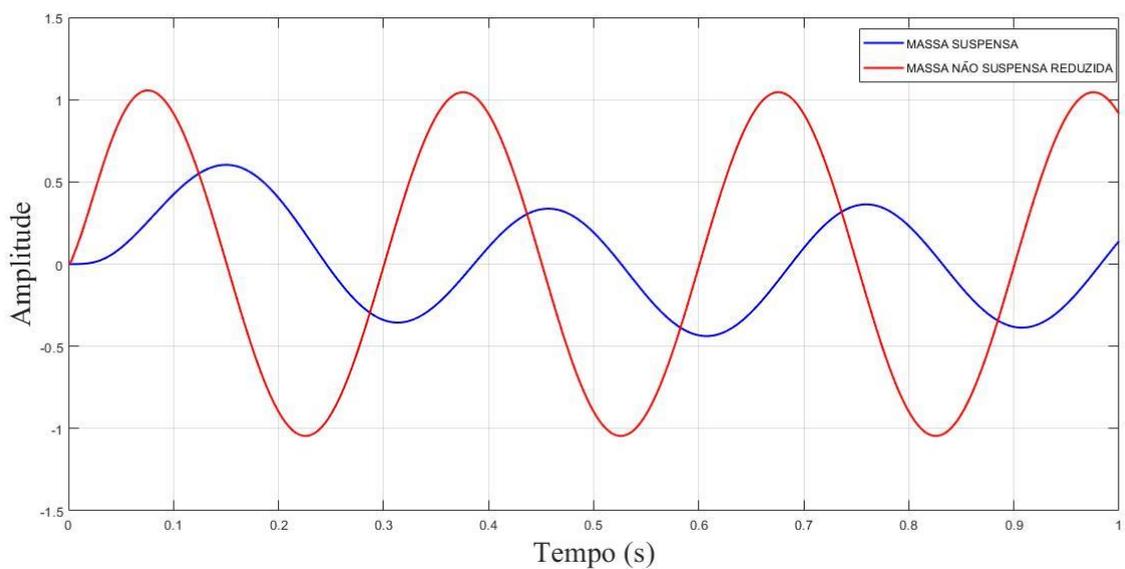


Figura 6.16 – Comparação da massa suspensa e não suspensa reduzida para sinal tipo Sinusoidal

7 CONCLUSÃO

Apesar da dificuldade no início da modelagem para encontrar as equações de transferência, e conseguir executar o programa no Matlab, teve-se êxito na obtenção dos gráficos para os diversos tipos de entrada disponíveis no software.

Analisando os gráficos, foi percebido que a massa não suspensa tem que ser reduzida, para poder minimizar um distúrbio que aparece nos gráficos.

As formas como serão realizadas essas reduções de massa podem ser de vários tipos. Um exemplo, pode ser realizado um estudo de aplicação de novos materiais que tenham a mesma resistência, entretanto com um peso reduzido. Pode-se utilizar também a otimização topológica na estrutura que usasse atualmente, feita de aços 1020 e o 4130. Outra forma, seria o estudo de equivalência de resistência mecânica com dimensionamento da estrutura utilizada.

Com esses resultados pode-se também pensar na forma de validar o comportamento real, através da utilização de uma placa de Arduino e Acelerômetros no veículo Baja.

8 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Como o trabalho foi realizado com sucesso, fica a ideia para modelagem das equações de estados para o modelo do sistema completo de suspensão independente (Figura 8.1) que representa uma forma muito próxima da realidade do veículo.

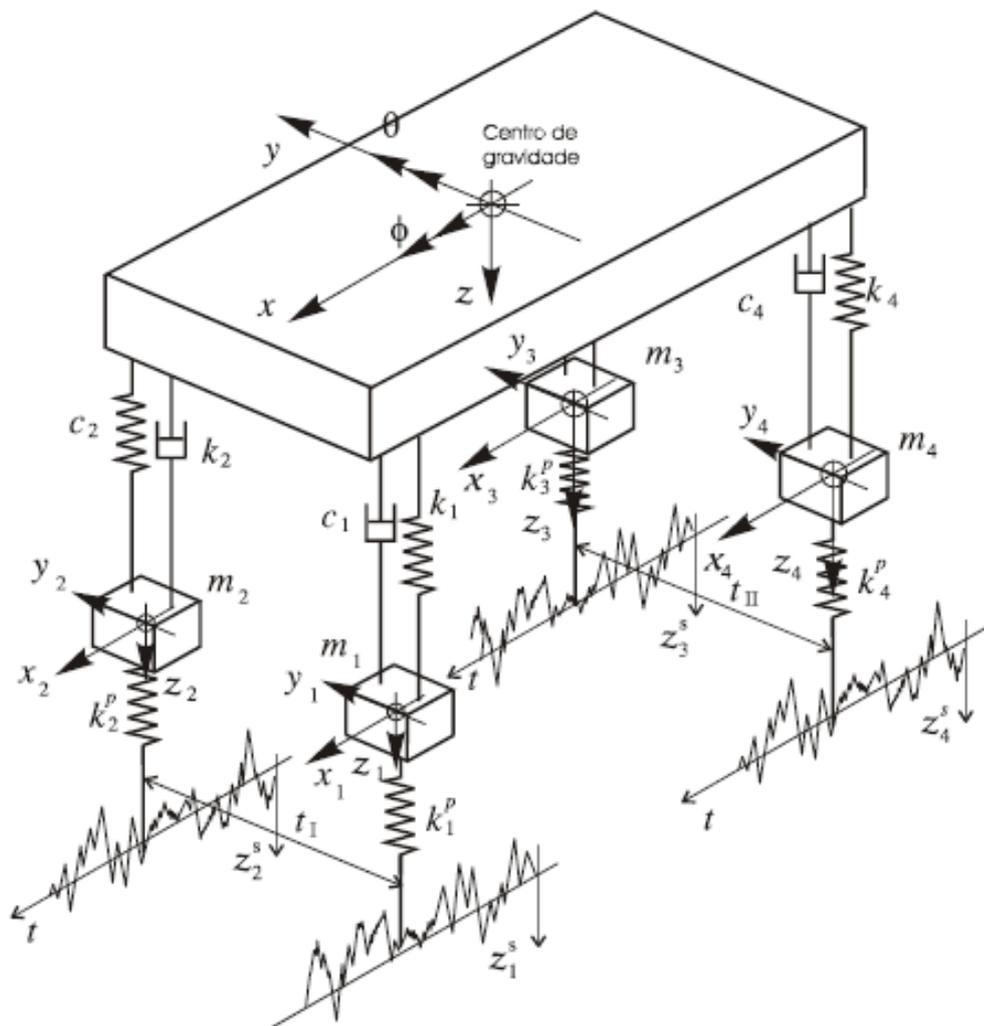


Figura 8.1 - Modelo de sistema completo de suspensão independente (Adaptado de Nicolazzi, 2012)

REFERÊNCIAS

DIXON, J. C. **Suspension geometry and computation**. Wiley, 2009.

FELICIO, L.C. **Modelagem da dinâmica de sistemas e estudo da resposta**, 2ª Edição. Rima.

GILLESPIE, T.D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers Journal Inc, 1992, pág. 146.

MILLIKEN, W.F; MILLIKEN, D.L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers Inc, 1995, cap.17, pág. 607.

NICOLAZZI, L.C; ROSA, E; LEAL, L.C.M. **Uma introdução a modelagem quase-estática de automóveis**. Grante Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**, 3ª Edição, Livros Téc. e Cient. Editora, 2000.

RAO, P.N.; **CAD/CAM Principles and Applications**, 2ª Edição, Mc Graw Hill.

RAO, SINGIRESU S.; **Vibrações Mecânicas**. 4ª Edição, Pearson Education, 2009.

REIMPELL, J; BETZLER, J.W; STOLL, H. **The automotive Chassis: Engineering Principles**. Butterworth-Heinemann, 2001.

SAE BRASIL. Acessado em: <<http://portal.saebrasil.org.br/a-instituicao/sae-no-mundo>>. 05/05/2019.

SILVA, R.C; NUNES, M.A.A. **Msc Adams: guia prático de utilização**. Blucher, 2014.

APÊNDICE A – Programa utilizado para obter os gráficos no Matlab

```
%%Modelagem matemática de 1/4 da suspensão!
fprintf('\n Modelagem Matemática de 1/4 da suspensão.\n')

%% 1 Passo: colocar os dados da massa suspensa e não suspensa do projeto.

m1=6;% Massa não suspensa em kg;
m2=58.5;% Massa suspensa em kg;
c=[0.7 1 1.4]; % Coeficiente de amortecimento(Zeta);
k1=39500;% Rigidez do pneu em (N/m); Aproximadamente 10 vezes k2;
k2=3950;% Rigidez da mola em (N/m);
b=2*c(1)*sqrt(k2*m2);
b1=2*c(2)*sqrt(k2*m2);
b2=2*c(3)*sqrt(k2*m2);

%% 2 Passo: colocar as fórmulas da modelagem
%Massa suspensa
num=[k1*b k1*k2];% Zeta para sub-amortecido
den=[m1*m2 (m1+m2)*b (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b k1*k2];

num1=[k1*b1 k1*k2];% Zeta para criticamente amortecido
den1=[m1*m2 (m1+m2)*b1 (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b1 k1*k2];

num3=[k1*b2 k1*k2];% Zeta para superamortecido
den3=[m1*m2 (m1+m2)*b2 (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b2 k1*k2];
%Massa não suspensa
num2=[k1*m2 k1*b k1*k2];% Zeta para sub-amortecido
den2=[m1*m2 (m1+m2)*b (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b k1*k2];

num4=[k1*m2 k1*b1 k1*k2];% Zeta para criticamente amortecido
den4=[m1*m2 (m1+m2)*b1 (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b1 k1*k2];

num6=[k1*m2 k1*b2 k1*k2];% Zeta para super-amortecido
den6=[m1*m2 (m1+m2)*b2 (k1*m2+(m1*m2)*k2) k1*b2 k1*k2];
%% Tempo

t=0:0.001:1;
%Tempo para Degrau
%t=0:0.01:1;
%Tempo para Impulso
%t=0:0.001:2; Massa suspensa
%t=0:0.001:1; Massa não suspensa

%% Entradas

y=step(num,den,t);
y1=step(num1,den1,t);
y3=step(num3,den3,t);
y2=step(num2,den2,t);
y4=step(num4,den4,t);
y6=step(num6,den6,t);

z=impulse(num,den,t);
z1=impulse(num1,den1,t);
z3=impulse(num3,den3,t);
z2=impulse(num2,den2,t);
z4=impulse(num4,den4,t);
```

```

z6=impulse(num6,den6,t);

[u,t1]=gensig('square',3,10,0.01);
v=lsim(num,den,u,t1);
v1=lsim(num1,den1,u,t1);
v3=lsim(num3,den3,u,t1);
v2=lsim(num2,den2,u,t1);
v4=lsim(num4,den4,u,t1);
v6=lsim(num6,den6,u,t1);

[u,t1]=gensig('pulse',3,10,0.01);
n=lsim(num,den,u,t);
n1=lsim(num1,den1,u,t1);
n3=lsim(num3,den3,u,t1);
n2=lsim(num2,den2,u,t1);
n4=lsim(num4,den4,u,t1);
n6=lsim(num6,den6,u,t1);

[u,t1]=gensig('sin',3,10,0.01);
f=lsim(num,den,u,t);
f1=lsim(num1,den1,u,t1);
f3=lsim(num3,den3,u,t1);
f2=lsim(num2,den2,u,t1);
f4=lsim(num4,den4,u,t1);
f6=lsim(num6,den6,u,t1);

%% Gráfico

plot(t,y,'b',t,y1,'r',t,y3,'k','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,y2,'b',t,y4,'r',t,y6,'k','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,y,'b',t,y2,'r','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,z,'b',t,z1,'r',t,z3,'k','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,z2,'b',t,z4,'r',t,z6,'k','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,z,'b',t,z2,'r','LineWidth',1.5)
grid on
plot(t,v,'b',t,v1,'r',t,v3,'k','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,v2,'b',t,v4,'r',t,v6,'k','linewidth',1.5)
grid
plot(t,v,'b',t,v2,'r','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,v,'b',t,v2,'r','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,n,'b',t,n1,'r',t,n3,'k','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,n2,'b',t,n4,'r',t,n6,'k','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,f,'b',t,f1,'r',t,f3,'k','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,f2,'b',t,f4,'r',t,f6,'k','linewidth',1.5)
grid on
plot(t,f,'b',t,f2,'r','linewidth',1.5)
grid on

```