

JOSÉ NAZARENO SOUSA FERREIRA

**O uso do espaço físico escolar na construção da
aprendizagem em geometria:
Uma proposta de ensino aplicada em
Apicum-Açu - MA.**

São Luís - MA

2018

JOSÉ NAZARENO SOUSA FERREIRA

**O uso do espaço físico escolar na construção da
aprendizagem em geometria:
Uma proposta de ensino aplicada em Apicum-Açu - MA.**

Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Departamento de Matemática e Informática - DEMATI

Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Orientador: José Antonio Pires Ferreira Marão

São Luís - MA

2018

Ferreira, José Nazareno Sousa.

O uso do espaço físico escolar na construção da aprendizagem em geometria: uma proposta de ensino aplicada em Apicum-Açu – MA / José Nazareno Sousa Ferreira. – São Luís, 2018.

69. f

Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2018.

Orientador: Prof. Dr. José Antônio Pires Ferreira Marão.

1.Geometria. 2.Aprendizagem. 3.Ensino médio. I.Título

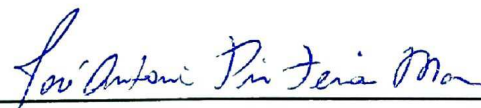
CDU: 514:373.5(812.1)

JOSÉ NAZARENO SOUSA FERREIRA

**O USO DO ESPAÇO FÍSICO ESCOLAR NA
CONSTRUÇÃO DA APRENDIZAGEM EM
GEOMETRIA:**

Uma proposta de ensino aplicada em Apicum-Açu - MA.

Trabalho aprovado. São Luís - MA, 14 de Setembro de 2018



Prof.Dr.José Antonio Pires Ferreira Marão - UEMA
Orientador



Prof.Dr.Roberto Batista dos Santos - UEMA
Membro Interno



Profa.Dra.Valeska Martins de Souza - UFMA
Membro Externo

São Luís - MA

2018

Aos meus pais e irmãos, que sempre motivaram-me a seguir em frente. A minha filha Ana Pérola, presente de Deus. A minha esposa Delsineia Fonseca da Costa sempre dando forças pra continuar nessa grande luta.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, que sempre esteve comigo nesta conquista. Obrigado Senhor!

A minha família pelo incentivo e ajuda nesta caminhada.

A minha esposa Delsineia Fonseca da Costa, pelo companheirismo, mesmo nos momentos em que estive ausente.

Ao orientador Prof. Dr. José Antônio Pires Pereira Marão, pela orientação, apoio e compreensão na elaboração desta dissertação.

A todos, o meu amor, carinho e gratidão por tudo.

À CAPES pelo apoio financeiro.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

Resumo

Em linhas gerais, este trabalho buscou demonstrar como uma abordagem diferenciada corroborou de maneira positiva com ensino aprendizagem com alunos do 3º série do ensino médio da turma 300 do CE Amado Joaquim no município de Apicum-Açu. Nesse contexto, procurou-se abordar tópicos da geometria utilizando figuras geométricas presentes dentro de sala de aula e em seus arredores. Para ter um arcabouço teórico foi feita uma análise bibliográfica em livros e artigos sobre a temática. Posteriormente constatou-se o perfil dos alunos da turma através de questionário e para verificar o grau de entendimento, os alunos foram submetidos a exercícios de geometria de livros didáticos. Após ter constatado o nível que os alunos se encontravam foi feito um planejamento para aula. Nessa aula os alunos foram convidados a participar ativamente na construção do conhecimento no tocante a verificação das figuras geométrica na construção de questões e na resolução das mesmas. Dessa forma, verificou-se que, de fato, uma aula ativa, que utiliza exemplos do dia-a-dia, ferramentas concretas muda olhar do discente. Portanto, esse ânimo em “querer aprender” muda a forma como aluno encara a geometria.

Palavras-chave: Geometria, Aprendizagem, Ensino Médio.

Abstract

In general terms, this work sought to demonstrate how a differentiated approach corroborates in a positive way with teaching learning with students of the 3rd year of high school in class 300 of the Amado Joaquim CE in the municipality of Apicum-Açu. In this context, it was tried to approach topics of the geometry using geometric figures present within the classroom and in its surroundings. In order to have a theoretical framework a bibliographical analysis was made in books and articles on the subject. Later, the profile of the students in the class was questionnaire and to verify the degree of understanding, the students were submitted to geometry exercises of textbooks. After checking the level that the students were, a lesson plan was made. In this class the students were invited to participate actively in the construction of knowledge regarding the verification of geometric figures in the construction of questions and in the resolution of them. In this way, it was verified that, in fact, an active class, which uses examples of day-to-day, concrete tools changes the student's look. Therefore, this animus in wanting to learn changes the way the student approaches geometry.

Keywords: Geometry, Learning, High School.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Objetos em forma de triângulos.	29
Figura 2 – Triângulo.	30
Figura 3 – Os elementos de um triângulo.	30
Figura 4 – Triângulo equilátero.	31
Figura 5 – Triângulo isósceles.	31
Figura 6 – Triângulo escaleno.	32
Figura 7 – Triângulos congruentes por LAL.	32
Figura 8 – Triângulos congruentes por ALA.	33
Figura 9 – Triângulos congruentes por LLL.	33
Figura 10 – Região B está contida na região A	34
Figura 11 – Retângulos de bases congruentes.	35
Figura 12 – Retângulos.	36
Figura 13 – Retângulo e quadrado.	36
Figura 14 – Equivalência entre triângulo e retângulo.	37
Figura 15 – Área do setor circular.	38
Figura 16 – Prismas.	38
Figura 17 – Planificação do prisma.	39
Figura 18 – Divisão do paralelepípedo em cubos.	39
Figura 19 – Paralelepípedo.	40
Figura 20 – Cilindro.	40
Figura 21 – Princípio de Cavalieri.	41
Figura 22 – Cilindro.	41
Figura 23 – Mapa com a localização de Apicum-Açu.	44
Figura 24 – Portão de entrada da escola Amado Joaquim.	45
Figura 25 – Triângulos semelhantes.	45
Figura 26 – Sala de aula 1.	46
Figura 27 – Sala de aula 2.	48
Figura 28 – Armário dos professores.	51
Figura 29 – Tesoura do telhado.	52
Figura 30 – Triângulo isósceles.	53
Figura 31 – Coluna cilíndrica.	54
Figura 32 – Polígono regular de 18 lados.	54
Figura 33 – Triângulo retângulo.	55
Figura 34 – Planificação do cilindro.	55
Figura 35 – Prisma regular com 18 arestas na base e cilindro.	56
Figura 36 – Secretaria da escola.	57

Lista de abreviaturas e siglas

PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
CE	Centro de Ensino

Sumário

	Introdução	21
1	MARCO TEÓRICO	25
1.1	Educação Matemática.	25
1.2	O Uso de Materiais Concretos no Ensino de Matemática	27
2	OS FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	29
2.1	Estudo do Triângulo	29
2.1.1	Elementos do Triângulo	30
2.1.2	Classificação quanto à medida dos lados	30
2.1.3	Classificação quanto à medida dos ângulos	32
2.1.4	Congruência de Triângulos.	32
2.2	Estudo de Áreas de Figuras Planas	33
2.2.1	Área do Retângulo	35
2.2.2	Área do Triângulo.	36
2.2.3	Área do círculo	37
2.2.4	Área do setor circular.	37
2.3	Paralelepípedo.	38
2.3.1	Área total de um paralelepípedo retângulo.	38
2.3.2	Volume de um paralelepípedo.	39
2.4	Cilindro.	39
2.4.1	Volume do cilindro	40
2.4.2	Área do cilindro.	41
3	A GEOMETRIA NA ESCOLA AMADO JOAQUIM.	43
3.1	Descrição da Escola.	43
3.2	Aplicações.	44
3.2.1	Aplicação 1.	44
3.2.2	Aplicação 2.	46
3.2.3	Aplicação 3.	47
3.2.4	Aplicação 4.	51
3.2.5	Aplicação 5.	52
3.2.6	Aplicação 6.	53
3.2.7	Aplicação 7.	57

4	RESULTADO DA APLICAÇÃO EM SALA: ESBOÇO DA PROPOSTA.	59
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICES	65
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO A.	67
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO B.	69

Introdução.

O espaço físico escolar é uma ferramenta pedagógica onde se pode explorar diversos assuntos matemáticos em especial o conhecimento geométrico pelo docente e discente. A partir desse diapasão, é preciso que os sujeitos da educação, docente e discente, apropriem-se da referida ferramenta para desenvolverem e construam um pensamento matemático crítico no processo de ensino aprendizagem.

O espaço físico escolar tanto da parte externa quanto da parte interna contém figuras geométricas como triângulos, retângulos, quadrados, prismas, cilindros etc. Esses assuntos podem ser observados no portão da escola, corredor, cozinha, secretaria, sala de aula, sala de professores e outras dependências. Esse complexo de figuras está a todo tempo ao alcance dos professores e alunos e por vezes não são utilizados no ensino. No entanto, essa ideia de associar a teoria a prática, através dessa abordagem, concatena e consolida o entendimento dos alunos em relação a disciplina de Geometria.

O espaço físico, além de ser uma ferramenta de ensino, também é um celeiro de relacionamento entre professores e aluno. Nesse mesmo contexto ROSA e (ROSA; BASSETTO, acesso 10 de outubro de 2018), página 2, dispõe que:

O espaço da escola permanece assim, com um fim em si só, muitos por ela passam, mas poucos delas se apropriam. Esta relação de submissão e disciplinação são apontadas por Michel Foucault no sentido da docilização dos corpos no espaço e no tempo, onde mesma disciplina e controle imposto que delimita e proíbe, produz também um determinado tipo de sociedade, que por sua vez constituem-se em uma teia de interesses e poder.

A matemática, dentre todas as disciplinas que figuram no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, representa uma das disciplinas cujos conteúdos podem ser aplicados tanto na vida cotidiana do educando, quanto em quase todas as demais disciplinas desses níveis de ensino. No entanto, é latente que o ensino da Matemática esbarra em entraves que colocam em “xeque” a aprendizagem. Com isso, é preciso um “olhar” diferenciado em relação ao modo como os conhecimentos são transmitidos.

A tecnologia avança a passos largos e os aplicativos de celular, os programas de computador, estão cada vez mais presentes na vida dos discentes. Não obstante, para que o ensino-aprendizagem flua com satisfação é necessário combinações do “ensinar” com aplicações cotidianas, isto é, utilizar ferramentas palpáveis que corroborem com o senso crítico-matemático dos discentes.

O trabalho aqui apresentado é uma proposta de metodologia simples e palpável cujo objetivo é mostrar que o ambiente escolar dispõe de figuras, estruturas e formas

que permitem uma interpretação matemática, em que educandos e professores podem interagir na consolidação de alguns conceitos da Geometria. Infelizmente, quando se trata do uso da tecnologia em sala de aula, em especial nas escolas públicas, alguns problemas como a falta de estruturas e ferramentas para implementação dessa sistemática, como por exemplo a falta de computadores na escola e pelo fato de que poucos alunos possuem *tablets* e celulares, torna quase impossível o bom aproveitamento dessa técnica. Diante disso, a intenção deste trabalho é utilizar algo que já exista, gratuito, acessível levando em consideração o desenrolar do professor, trabalhando assim sua metodologia de ensino de maneira planejada, organizada, criativa, despertando em seus alunos o interesse e motivação na matéria estudada.

A Geometria apresenta em seu desenvolvimento histórico importantes mecanismos para o desenvolvimento da sociedade, uma vez que o conhecimento geométrico é indispensável para o pleno desenvolvimento do ser humano, pois além de ajudar na compreensão do mundo em desenvolvimento, e no raciocínio lógico, ele proporciona um melhor entendimento de outras áreas do conhecimento, como por exemplo, a Física e a Engenharia. Tendo em vista a relevância da Geometria no cotidiano do indivíduo, torna-se importante citar os aspectos pedagógicos do ensino de geometria, que em sua maioria são pautados nos modelos tradicionais onde as aulas de Matemática, seja no Ensino Médio ou Fundamental, são carentes de ferramentas didáticas por parte dos professores e na maioria das vezes as suas ferramentas são restritas ao giz, quadro e livros didáticos.

Segundo (BRASIL, 1997), página 19:

“O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas.” (Parâmetros Curriculares Nacionais, página 19).

O trecho acima, extraído dos Parâmetros Curriculares Nacionais, enfatiza que o ensino tradicional onde predomina o formalismo e a mecanização de processos, tornando obscuras as interpretações e aplicações que podem ser realizadas durante a aula de Matemática, ou seja, o uso de ferramentas que colaborem para a compreensão de que a Matemática está ligada a resolução de problemas do cotidiano. Com isso os alunos se confundem na realização das atividades e não compreendem os conteúdos e conceitos da mesma. Pelo fato de apresentar uma quantidade de fórmulas, os alunos não conseguem visualizar os objetos e nem fazer relação com os que estão ao seu redor.

Conforme (LORENZATO, 2010) página 17:

“Contudo para que os alunos tenham um bom desenvolvimento na disciplina de Geometria é necessário que se faça o uso de recursos que facilitem seu aprendizado, um exemplo disso é partir do concreto, do

manipulável auxiliando a construção de novos saberes, pois palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento”.

A Geometria está atrelada as fórmulas e deduções e resolução de exercícios propostos, tornando-se um trabalho meramente mecânico. O trecho acima propõe o uso de recursos que facilitem o aprendizado, tais recursos, como menciona (LORENZATO, 2010), são compostos de materiais concretos, como sólidos de revolução de figuras planas em madeira, por exemplo.

No entanto, os objetos refletem simulações de situações cotidianas. Sendo assim, o objetivo do estudo em tela é o de mostrar a viabilidade ou não do uso do espaço escolar na compreensão de temas de Geometria Euclidiana Plana e Espacial. Nesse contexto, o professor através fotos (imagens) do próprio espaço físico escolar e de seus arredores, busca despertar a curiosidade e habilidades dos alunos na compreensão da contextualização da Geometria Plana e Espacial através da aplicação de atividades, tais como, medições cálculo de áreas e volumes além da interpretação de situações, determinadas providencialmente pelo professor, no ambiente escolar, o que certamente proporciona para o discente a oportunidade de construir ou relacionar conteúdos inerentes aos dados e imagens adquiridas.

O objetivo então deste trabalho é o de mostrar, que através do próprio espaço físico escolar e de seus arredores, podemos tornar a aula mais atrativa e motivadora com ilustrações geométricas, proporcionando a relação entre o concreto e as deduções e resoluções de questões, aguçando a curiosidade do aluno, o raciocínio lógico e a percepção adequada do ambiente em que vive, em particular, do espaço escolar suas formas e dimensões.

O texto tem o escopo de apresentar uma proposta de ensino de Geometria utilizando para tanto o espaço físico da escola e dos seus arredores. Assim, para que o texto apresente a clareza necessária, foi realizada a seguinte divisão: O marco teórico, que encerra os fundamentos necessários, no que tange a Educação, para justificar a abordagem realizada. Em seguida, alguns temas de Geometria Plana e Espacial foram também abordados com o objetivo de fundamentar as soluções das situações problemas. Por fim as situações problema foram apresentadas e resolvidas, culminando nas considerações finais onde são apresentados os pontos relevantes e a consolidação da proposta.

1 Marco Teórico

Os fundamentos básicos da Educação Matemática necessários para o desenvolvimento do tema objeto desse trabalho serão apresentados ao longo desse capítulo. Assim, serão apresentados alguns trechos de autores que defendem a aplicação da Matemática no cotidiano do aluno para fins de melhor aproveitamento dos temas estudados.

1.1 Educação Matemática.

A Constituição Federal de 1988, no seu artigo 205, assegura que: “A educação é direito de todos e dever do estado.” Os serviços públicos no Brasil devem ser prestados de forma eficiente, este é um princípio da administração pública expresso no art. 37 da Constituição Federal. Dessa forma, a educação por se tratar um serviço público essencial deve ser prestado de forma eficiente. Os professores que estão investidos na função pública devem desempenhar o seu papel da forma melhor possível.

A própria Constituição no art. 206, inciso *II*, expressa:

Art. 206. O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:
 II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;
 (Constituição Federal, página 123)

Portanto, há uma margem de liberdade para o professor ministrar suas aulas. Dessa forma, em seu planejamento é perfeitamente possível introduzir uma nova abordagem em sala de aula.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais ([BRASIL, 1997](#)), página 9:

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos.

Conforme mencionado pelos PCN's, é notório que a disciplina matemática é a ciência mãe de todas as outras, ou seja, a matemática é uma ferramenta primordial para o entendimento e aplicação dos outros ramos da ciência.

No tocante à geometria é sabido que esta temática é, deveras, utilizada em ramos como astronomia, engenharia, física, etc. Dessa forma, independente da profissão que o aluno venha seguir futuramente, é importante que o professor consiga implantar os conceitos básicos de geometria, sabendo assim, que esse assunto serve para a vida.

Toda a história da Matemática o seu desenvolvimento parte de uma necessidade onde o homem busca ferramentas para selecionar o problema, isto significa, que a matemática teve sua grande contribuição na civilização humana e sua evolução. Para (BALDISSERA, 2011) página 4:

A Geometria tem origem provável na agrimensura ou medição de terrenos, segundo o historiador grego Heródoto (séc.V a.C.). Contudo, é certo que civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, da Babilônia à China, passando pelas civilizações Hindu.

O marco inicial para geometria, segunda a literatura dominante, foi a agrimensura. Esse tipo de técnica era utilizado para mensurar áreas de terras que serviam tanto para o plantio quanto para construção. Daí, teve-se a necessidade de utilizar cálculos matemáticos para obter padrões dos terrenos. Isso, certamente, contribuiu diretamente para geometria que conhecemos hoje.

É notório que a geometria nessa época foi de grande relevância nas divisões e demarcações de terras, tornando-se útil também para outras áreas de conhecimentos como a astrologia, que a utiliza para ajudar ou esclarecer situações.

Segundo (BRAZ, 2009) página 9:

Todos os anos o rio Nilo extravasava as margens e inundava o seu delta, terreno situado entre dois braços de um rio. A boa notícia era a de que as cheias depositavam nos campos de cultivo lamas aluviais ricas em nutrientes, tornando o delta do Nilo a mais fértil terra lavrável do mundo antigo. A má notícia consistia em que o rio destruía as marcas físicas de delimitação entre as possessões de terra. Dessa forma, adviam daí conflitos entre indivíduos e comunidades sobre o uso dessa terra não delimitada. A dimensão desses conflitos era tal que uma pessoa recém falecida tinha de jurar aos deuses que não enganou o vizinho, roubando-lhe terra. O coração comido por uma besta horrível chamada o “devorador” seria a punição para tal pecado. Roubar a terra do vizinho era considerado uma ofensa tão grave como quebrar um juramento ou assassinar alguém. Sem marcos fronteirços, os agricultores e administradores de templos, palácios e demais unidades produtivas fundadas na agricultura não tinham referencia clara do limite das suas possessões para poderem cultiva-las e pagarem os impostos devidos. Os antigos faraós resolveram

passar a nomear funcionários, os agrimensores, cuja tarefa era avaliar os prejuízos das cheias e restabelecer as fronteiras entre as diversas posses. Foi assim que nasceu a geometria. Estes agrimensores acabaram por aprender a determinar as áreas de lotes de terreno dividindo-os em retângulos e triângulos.

Dessa forma, o conhecimento geométrico despertou em vários estudiosos e em diferentes épocas a busca pelas soluções de diversas situações que perpetuavam durante todos os anos e precisavam de soluções imediatas. Nesse contexto, a geometria deu grande passos sendo uma ferramenta importante em outras áreas que naquela época já eram estudadas, cabe citar Astrologia, como uma das áreas de grande aplicação da geometria.

1.2 O Uso de Materiais Concretos no Ensino de Matemática

Os sólidos de madeira e figuras planas construídas no Geoplano são exemplos de materiais concretos utilizados em larga escala para o ensino de Matemática, em particular da Geometria. Assim sendo, a utilização de materiais de maior tamanho como vigas, paredes e estruturas de madeira também contribuem para um ensino significativo da Geometria.

Segundo ([GERVÁZIO, 2017](#)), página 43:

Deve-se promover um novo modelo de educação, pois utilizar apenas a lousa, giz e exposição oral, já não tem mais trazido bons rendimentos. Isso pode ser verificado, quando se analisa os resultados das avaliações feitas por órgãos internacionais na educação matemática nacional, onde o Brasil quase sempre ocupa as últimas posições.

No que diz respeito a afirmação acima foi apresentada uma estrutura com materiais concretos, isto é, formas geométricas que compõe o corpo físico da escola com o objetivo de desenvolver os temas de Geometria Plana e Espacial.

2 Os Fundamentos Matemáticos

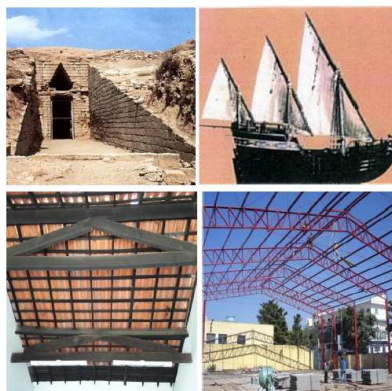
As figuras geométricas planas e espaciais são fundamentais para o entendimento do mundo em que vivemos. A proposta em tela é a de apresentar o espaço físico da Escola Amado Joaquim como ferramenta para o entendimento da geometria. Sendo assim agora serão apresentados alguns fundamentos matemáticos básicos e necessários para o bom entendimento dos problemas que serão futuramente abordados. Os assuntos abordados ao longo do presente capítulo foram baseados nas referências (BONJORNO; GIOVANNI, 2000), (NETO; CAMINHA, 2013) e (DOLCE; POMPEO, 2005).

2.1 Estudo do Triângulo

Como é sabido a geometria surgiu a partir da necessidade que o homem vinha tendo na evolução da sua espécie desde antiga Grécia. A partir de então, os triângulos vêm sendo estudados de forma contundente, tendo como os precursores o Filósofo-matemático Pitágoras de Abdera.¹ A sua aplicação é utilizada em diversas áreas do conhecimento, principalmente no que se refere à engenharia civil. O estudo do triângulo faz-se necessário, tendo em vista que com aplicação de suas definições e teoremas, é possível resolver situações-problemas de polígonos complexos. No entanto, hoje sua visualização é notável quase em todo ambiente que frequentamos ou em torno deles.

Temos como exemplos algumas figuras onde é perceptível o polígono triângulo na construção civil mais antiga às mais modernas.

Figura 1 – Objetos em forma de triângulos.

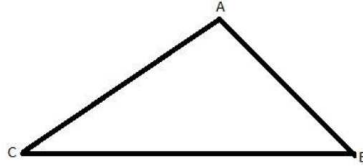


Fonte: <https://professorhiltonmatematica.files.wordpress.com/2012/04/aula-tric3a2ngulo-para-o-blog.pdf>

¹ A palavra triângulo ou trilátero significa polígono que possui três lados e três ângulos.

Definição 1 Dado três pontos A , B e C não colineares, a reunião dos segmentos AB , AC e BC chama-se triângulo ABC .

Figura 2 – Triângulo.



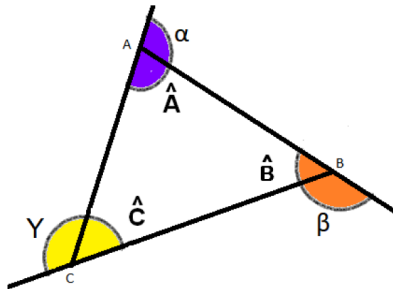
Fonte: Próprio Autor

Observação: Temos a seguinte notação

$$\text{Triângulo } ABC = \triangle ABC$$

2.1.1 Elementos do Triângulo

Figura 3 – Os elementos de um triângulo.



Fonte: w3.ufsm.br/carmem/objeto/pontos/elementos-do-triangulo.html

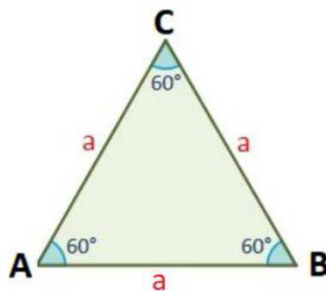
Dado o triângulo $\triangle ABC$ na figura acima temos:

- Vértices: os pontos A , B e C ;
- Lados: são os segmentos AB (de medida (AB)), BC (de medida (BC)) e AC (de medida (AC));
- Ângulos Internos: ângulos BAC ou \hat{A} , ACB ou \hat{C} e ABC ou \hat{B} ;
- Ângulos Externos: α , β e γ esses ângulos são formado por um dos lados do triângulo e pelo prolongamento do lado adjacente.

2.1.2 Classificação quanto à medida dos lados

- **Triângulo Equilátero.** Um triângulo equilátero é aquele que possui todos os

Figura 4 – Triângulo equilátero.

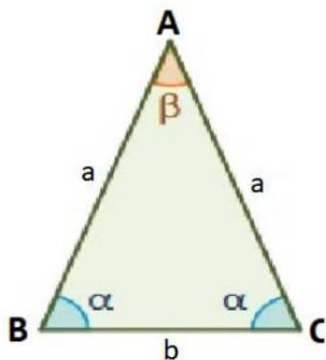


Fonte: tarefasdeescola7.blogspot.com/2015/05/triangulos-matematica.html

lados congruentes. Assim temos: $med(AB) = med(BC) = med(AC) = a$. Dessa forma, pode-se verificar que um triângulo equilátero é também equiângulo, ou seja, possui todos os seus ângulos internos congruentes $med(BAC) = med(ACB) = med(ABC) = 60^\circ$. Por este motivo, este tipo de triângulo é também um polígono regular.

- **Triângulo Isósceles.** Um triângulo isósceles é aquele que possui pelo menos dois

Figura 5 – Triângulo isósceles.



Fonte: <https://www.cienciamateamtica.com/geometria/triangulo/triangulo-isosceles.html>

lados congruentes. Assim temos:

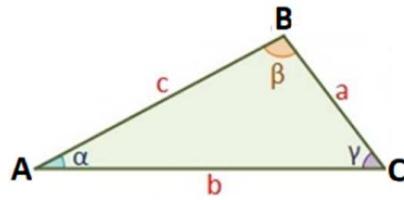
$$med(\overline{AB}) = med(\overline{AC}) \neq med(\overline{BC}).$$

O ângulo formado pelos lados congruentes denomina-se ângulo α do vértice A. Os demais ângulos denominam-se ângulos da base $med(ACB) = med(ABC) = \alpha$ e, como se pode verificar, são congruentes. Logo, podemos concluir que todo triângulo equilátero é isósceles.

- **Triângulo Escaleno.** Dado o triângulo escaleno ABC , as medidas dos três lados são diferentes, isto é,

$$med(AB) \neq med(BC) \neq med(AC) \Rightarrow c \neq b \neq a.$$

Figura 6 – Triângulo escaleno.



Fonte: www.universoformulas.com/matematicas/geometria/triangulo-escaleno/

Tendo em vista que pela definição do triângulo equilátero e isóscele é possível mostrar que os ângulos α , β e γ tem medidas distintas.

2.1.3 Classificação quanto à medida dos ângulos

Os triângulos são classificados em:

1. **Retângulos** se, e somente se, têm um ângulo reto;
2. **Acutângulos** se, e somente se, têm os três ângulos agudos;
3. **Obtusângulos** se, e somente se, têm um ângulo obtuso.

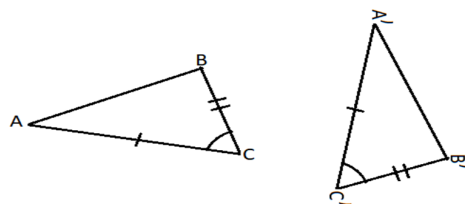
2.1.4 Congruência de Triângulos.

Definição 2 *Um triângulo é congruente (símbolo \equiv) a outro se, e somente se, é possível estabelecer uma correspondência entre seu vértice de modo que seus lados são ordenadamente congruentes aos lados do outro e seus ângulos são ordenadamente congruentes aos ângulos do outro.*

- **1º Caso LAL:**

Se dois lados de um triângulo e o ângulo formado por esses dois lados forem respectivamente iguais a dois lados de outro triângulo e ao ângulo formado por esses dois lados, então os dois triângulos são congruentes.

Figura 7 – Triângulos congruentes por LAL.

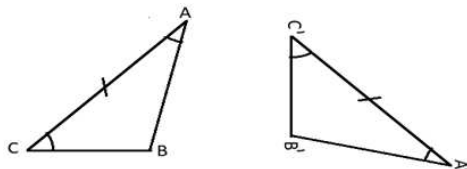


Fonte: Próprio Autor

- **2° Caso - ALA:**

Se dois ângulos de um triângulo e o lado compreendido entre esses dois ângulos forem respectivamente igual a dois ângulos de outro triângulo e ao lado compreendido entre esses dois ângulos, então são congruentes.

Figura 8 – Triângulos congruentes por ALA.

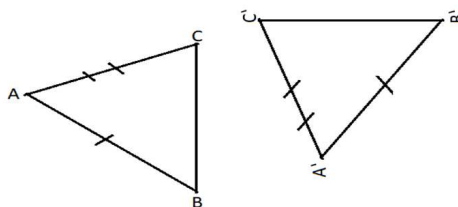


Fonte: Próprio Autor

- **3° Caso - LLL:**

Se os três lados de um triângulo são, em alguma ordem, respectivamente congruentes aos três lados de outro triângulo, logo, conclui-se que esses dois triângulos são congruentes.

Figura 9 – Triângulos congruentes por LLL.



Fonte: Próprio Autor

2.2 Estudo de Áreas de Figuras Planas

O estudo das áreas de figuras planas está relacionada com a geometria euclidiana que surgiu na antiga Grécia, partindo de conceitos primitivos como ponto, reta e plano. Tendo em vista a necessidade de delimitar superfície para plantação e construção de moradias os antigos gregos já utilizavam a demarcação de áreas tendo como a melhor forma de organização de ocupação de terrenos. Hoje mesmo com evolução da tecnologia as fórmulas utilizadas para medição de superfície ainda é a mesma, o que se difere é a unidade de medidas que hoje são padronizadas.

Definição 3 *A área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que:*

- As superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente. Assim temos:

$$A \approx B \text{ se, e só, se } (\text{Área de } A = \text{Área de } B)$$

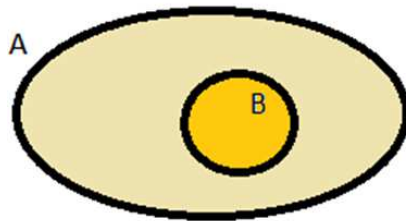
- A soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$(C = A + B) \implies (\text{Área de } C = \text{Área de } A + \text{Área de } B)$$

- Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra.

$$B \subset A \implies \text{Área de } B \leq \text{Área de } A.$$

Figura 10 – Região B está contida na região A.



Fonte: Próprio Autor

Teorema 1 A razão entre dois retângulos R_1 e R_2 de bases congruentes (ou, alturas congruentes) é igual à razão entre suas alturas (ou bases).

Hipótese:

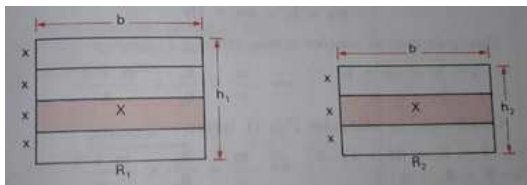
$$R_1(b, h_1) R_2(b, h_2) \tag{2.1}$$

$$\text{Tese : } R_1/R_2 = h_1/h_2$$

Demonstração:

1º caso: h_1 e h_2 são comensuráveis.

Figura 11 – Retângulos de bases congruentes.



Fonte: Coleção Fundamentos de Matemática Elementar, volume 9, (DOLCE; POMPEO, 2005), página 313.

Então, existe um submúltiplo de h_1 e h_2 .

$h_1 = p \cdot x$ e $h_2 = q \cdot x$. Dividindo h_1 por h_2 implica $h_1/h_2 = p/q$. Construindo os retângulos $X(b, x)$, temos: $R_1 = p \cdot X$ e $R_2 = q \cdot X$. Daí temos, $R_1/r_2 = p/q$. Das duas igualdades temos $R_1/R_2 = h_1/h_2$.

2º caso: Está na referência (DOLCE; POMPEO, 2005).

Teorema 2 *A razão entre dois retângulos quaisquer é igual ao produto da razão entre as bases pela razão entre as alturas.*

Hipótese:

$$R_1(b_1, h_1)R_2(b_2, h_2) \quad (2.2)$$

$$Tese: \frac{R_1}{R_2} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{h_1}{h_2}$$

Demonstração: Construamos um retângulo auxiliar $R(b_1, h_2)$.

Aplicando duas vezes o teorema anterior, vem:

$$\frac{R_1}{R} = \frac{h_1}{h_2} \text{ e } \frac{R}{R_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

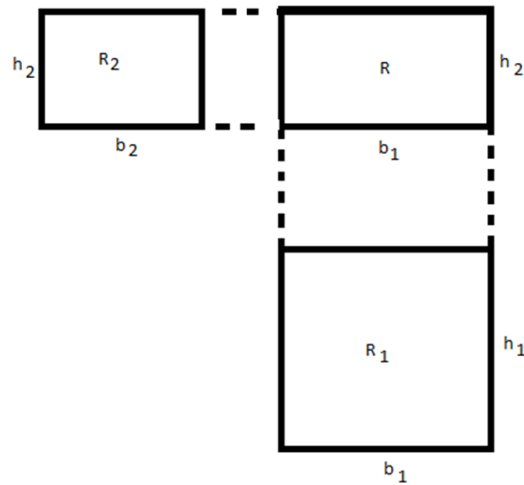
Multiplicando temos

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{h_1}{h_2}.$$

2.2.1 Área do Retângulo

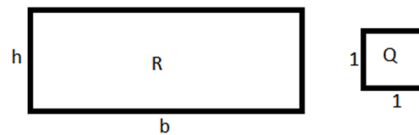
Dado o retângulo $R(b, h)$ e fixado o quadrado $Q(1, 1)$ como unitário, temos:
 Área do retângulo $R(b, h) = A_R = \frac{R(b, h)}{Q(1, 1)}$.

Figura 12 – Retângulos.



Fonte: Próprio Autor

Figura 13 – Retângulo e quadrado.



Fonte: Próprio Autor

Em vista do *Teorema 2*, vem:

$$A_R = \frac{R(b, h)}{Q(1, 1)} = \frac{b}{1} \cdot \frac{h}{1} \Rightarrow A_R = (\text{medida de } b) \cdot (\text{medida de } h)$$

que será representada simplesmente por:

$$A_R = b \cdot h.$$

2.2.2 Área do Triângulo.

Os dois resultados abaixo serão úteis para definirmos a área de um triângulo.

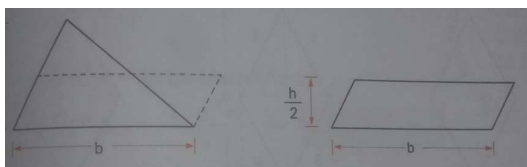
- Todo triângulo é equivalente a um paralelogramo de base congruente à do triângulo e metade da altura do triângulo.
- Dado um paralelogramo $P(b, h)$, ele é equivalente a um retângulo cuja base mede b e altura mede h . Então

$$A_R = A_P \Rightarrow A_P = b \cdot h.$$

Dado o triângulo $T(b, h)$, pelo primeiro dos intencos acima, ele é equivalente a um paralelogramo cuja base mede b e altura mede $\frac{h}{2}$. Logo:

Dado o triângulo $T(b, h)$, conforme visto na figura 14, ele é equivalente a um paralelogramo cuja base mede b e altura mede $\frac{h}{2}$. Logo:

Figura 14 – Equivalência entre triângulo e retângulo.



Fonte: Coleção Fundamentos de Matemática Elementar, volume 9, (DOLCE; POMPEO, 2005), página.

$$A_T = A_{\text{paralelogramo}} \Rightarrow A_T = b \cdot \frac{h}{2} \Rightarrow A_T = \frac{b \cdot h}{2}.$$

2.2.3 Área do círculo

A área do círculo é o produto de seu semi-perímetro pelo raio.

Então:

$$A_C = \pi \cdot R^2 \text{ ou } A_C = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

2.2.4 Área do setor circular.

Notemos que, quando dobramos o arco (ou ângulo central), dobra a área do setor; triplicando-se o arco (ou ângulo central), a área do setor também é triplicada, e assim por diante.

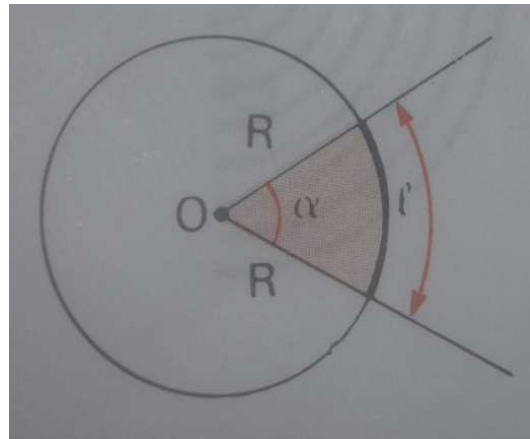
Em geral, a área do setor é proporcional ao comprimento do arco (ou à medida do ângulo central). Portanto, a área do setor pode ser calculada por uma regra de três simples:

$$\begin{aligned} 360^\circ &\longrightarrow \pi R^2 \\ \alpha^\circ &\longrightarrow A_{\text{setor}} \end{aligned}$$

Isso implica que

$$A_{\text{setor}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}.$$

Figura 15 – Área do setor circular.

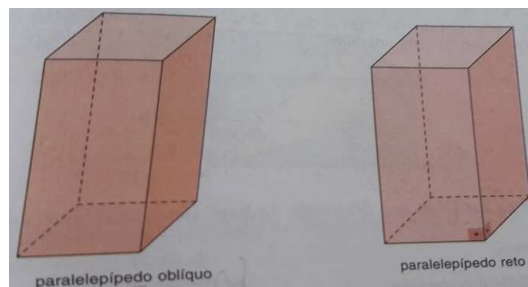


Fonte: Coleção Fundamentos de Matemática Elementar, volume 9, (DOLCE; POMPEO, 2005), página 337.

2.3 Paralelepípedo.

Denomina-se paralelepípedo o prisma cujas bases são paralelogramos.

Figura 16 – Prismas.



Fonte: Coleção Matemática: Uma nova abordagem (BONJORNO; GIOVANNI, 2000), FTD, Ed. 2000, página 307.

Um prisma reto cujas bases são retângulos é chamado paralelepípedo retângulo.

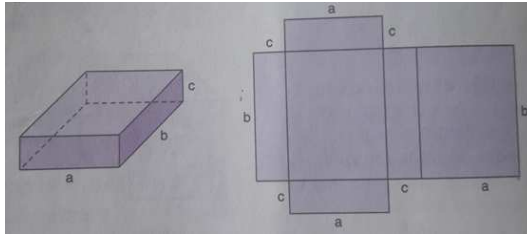
As dimensões de um paralelepípedo retângulo são: comprimento, largura e altura. Na figura 19, elas estão representadas por 3 arestas cujas medidas são indicadas por a , b e c , respectivamente.

O paralelepípedo retângulo também é chamado bloco retangular e são inúmeros objetos que tem essa forma, exemplos na escola: armários e a própria sala de aula.

2.3.1 Área total de um paralelepípedo retângulo.

Para definirmos a área de um paralelepípedo retângulo, consideremos a planificação do mesmo com dimensões a , b e c mostrada na figura

Figura 17 – Planificação do prisma.



Fonte: Coleção Matemática uma nova abordagem, FTD, ed. 2000, pag. 308

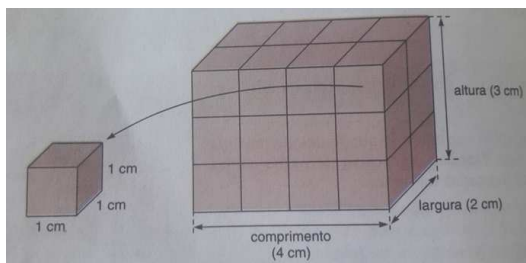
- Dois retângulos de dimensões a e $b \rightarrow S_1 = ab$,
- Dois retângulos de dimensões a e $c \rightarrow S_2 = ac$,
- Dois retângulos de dimensões b e $c \rightarrow S_3 = bc$.

$$\text{Então, } S_t = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 \implies S_t = 2ab + 2ac + 2bc \implies S_t = 2(ab + ac + bc).$$

2.3.2 Volume de um paralelepípedo.

Consideremos agora o paralelepípedo da figura formado por cubos de 1cm^3 de volume: Como podemos observar o paralelepípedo foi construídos com 24 cubos de de

Figura 18 – Divisão do paralelepípedo em cubos.



Fonte: Coleção Matemática uma nova abordagem, FTD, ed. 2000, pag. 312.

1cm^3 , isso significa que, o volume do paralelepípedo é 24cm^3 .

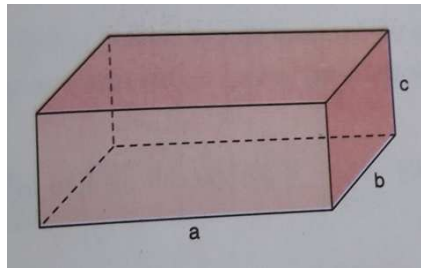
Esse resultado podemos também obter, multiplicando as três dimensões do paralelepípedo. Dessa forma se temos um paralelepípedo de dimensões a , b e c , como mostra a figura 19.

Logo, o volume V do paralelepípedo é dado por $V = abc$.

2.4 Cilindro.

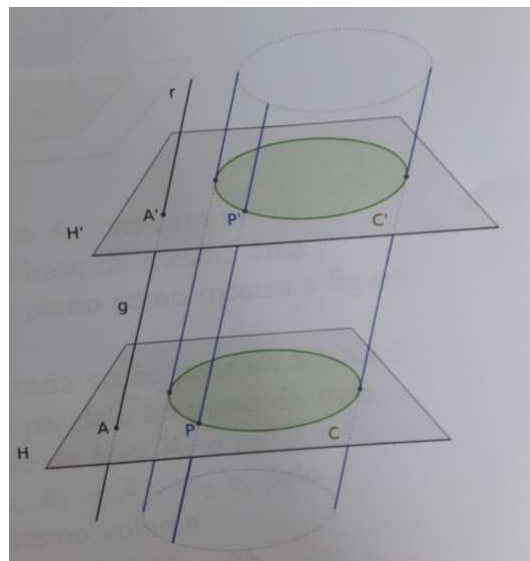
Em um plano H , considere uma curva simples fechada C e seja r uma reta não contida em H . Por cada ponto P de C trace uma reta paralela a r . A reunião dessas retas é uma superfície cilíndrica.

Figura 19 – Paralelepípedo.



Fonte: Coleção Matemática uma nova abordagem, FTD, ed. 2000, pag. 313.

Figura 20 – Cilindro.



Fonte: www.rcunesp.br/tmelo/aula8.pdf

Um plano H' paralelo a H corta a superfície cilíndrica segundo uma curva C' congruente a C . Os planos H e H' cortam a reta r nos pontos A e A' e seja $AA' = g$.

A parte do espaço limitada pela superfície cilíndrica e pelos planos H e H' é um cilindro de base C e geratriz g .

A distância entre os planos H e H' é a altura do cilindro.

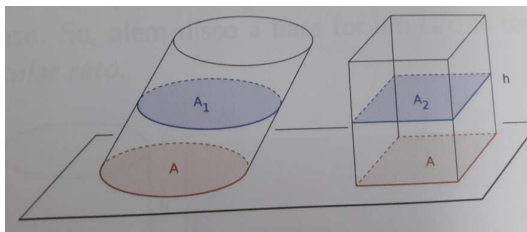
2.4.1 Volume do cilindro

Definimos o volume do cilindro como o produto da área da base pela altura.

Dado um cilindro de altura h com base de área A considere um paralelepípedo retângulo com mesma altura e base de mesma área. Coloque os dois sólidos com bases no mesmo plano como mostra a figura acima.

Tanto no cilindro quanto no paralelepípedo, toda seção paralela à base é congruente

Figura 21 – Princípio de Cavalieri.



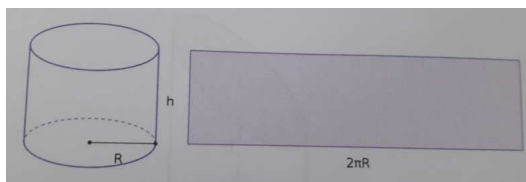
Fonte: www.rcunesp.br/tmelo/aula8.pdf

com a base. Assim, se um plano paralelo ao plano da base dos dois sólidos produz no cilindro uma seção de área A_1 e no paralelepípedo uma seção de área A_2 , então, $A_1 = A + A_2$ e, pelo princípio de Cavalieri², os dois sólidos têm mesmo volume. O volume do cilindro de base de área A e altura h é $V = A \cdot h$.

2.4.2 Área do cilindro.

Um cilindro é reto quando as geratrizes são perpendiculares ao plano da base. Se, além disso a base for um círculo temos o cilindro circular reto. A superfície lateral do

Figura 22 – Cilindro.



Fonte: www.rcunesp.br/tmelo/aula8.pdf

cilindro pode ser cortada ao longo de uma geratriz e desenrolada, sem alterar sua área, para obter um cilindro de base $2\pi R$ e altura h .

A área lateral de o cilindro circular reto é, portanto, $S_l = 2\pi Rh$.

Portanto a área total é:

$$S_t = S_l + 2S_b,$$

onde S_b é a área da base, isto é, a área do círculo de raio R . Daí a área total é igual a

$$S_t = 2\pi Rh + 2\pi R^2.$$

² Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais, são sólidos de volumes iguais (DOLCE; POMPEO, 2005).

3 A Geometria na Escola Amado Joaquim.

O capítulo que será aqui iniciado apresenta algumas atividades que relacionam a Geometria com o ambiente físico da escola Amado Joaquim. Assim, as situações apresentadas aqui foram divididas em seções ao longo do capítulo, e cada uma delas apresentada e posteriormente resolvida.

3.1 Descrição da Escola.

O Centro de Ensino AMADO JOAQUIM é uma escola da rede estadual de ensino, que funciona nos três turnos e possui o ensino médio regular. A escola tem aproximadamente 720 alunos que estão distribuídos em 18 turmas, no turno matutino com 2 salas da 1ª série, 2 salas da 2ª série e 2 da 3ª série, turno vespertino, 3 salas da 1ª série, 1 sala do 2ª série e 1 sala da 3ª série, no turno noturno, 2 salas de 1ª séries, 2 salas de 2 séries e 2 salas de 3ª série. O seu corpo docente é de aproximadamente 40 professores todos graduados em suas áreas de atuação. A direção da escola é composta pelo diretor geral professor José Nicodemos Passinhos Rabelo e o diretor adjunto Emanuel Ferreira dos Santos.

A escola está localizada no litoral ocidental maranhense na cidade de Apicum-Açu, na rua salvador s/n, centro e conta com uma área retangular de

$$53,00m \times 93,40m$$

e dispõe:

- 6 salas de aula com capacidade para 35 alunos;
- 1 sala de professores;
- 1 cantina;
- 4 banheiros: 2 banheiros corpo discente e 2 para corpo docente;
- 1 sala de secretaria;
- 1 biblioteca.

Mapa localizando Apicum-Açu:

Figura 23 – Mapa com a localização de Apicum-Açu.



Fonte: pt.m.wikipedia.org

3.2 Aplicações.

3.2.1 Aplicação 1.

No CE Amado Joaquim, o portão de entrada tem formato retangular de $2,5m$ de altura com $2,2m$ de largura, sendo que seu design tem a parte inferior também de forma retangular coberta de zinco com pequenas ondulações uma área de $2,42m^2$. E a parte superior foi subdividida em dois triângulos congruentes, sendo que a largura do portão foi dividida em 20 partes iguais como mostra a figura ao lado, calcule os comprimentos das hastes verticais que estão em destaque.

Resolução:

Nesta questão, as hastes em destaques são: EE' , FF' e JJ' . Mas para isso, precisa-se determinar a medida do segmento BC . Sabe-se que a área do retângulo $CDHI$ vale $2,42m^2$, ou seja, $2,2CI = 2,42$ assim $CI = \frac{2,42}{2,2} = 1,1m$. Logo, $BC = 2,5 - 1,1 - 0,1 = 1,3m$. Observa-se que o segmento DC é dividido em 20 partes iguais, na qual cada parte equivale a $\frac{2,2}{20} = 0,11m$. Agora podem-se calcular as medidas EE' , FF' e JJ' . Aplicando semelhança de triângulos pelo critério (AA) .

Dado o esboço do triangulo pela figura 25 abaixo:

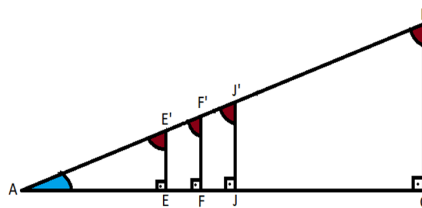
O segmento AE está dividido em 3 partes de medidas iguais, ou seja, $3 \cdot 0,11m =$

Figura 24 – Portão de entrada da escola Amado Joaquim.



Fonte: Acervo do autor

Figura 25 – Triângulos semelhantes.



Fonte: Acervo do autor

0,33m. Já o segmento AF tem 5 partes de medidas iguais o que equivale a $5 \cdot 0,11m = 0,55m$ e por último o segmento AJ têm 7 partes de medidas iguais equivalente $7 \cdot 0,11m = 0,77m$. Como os triângulos AEE' , AFF' e AJJ' são semelhantes ao triângulo ABC pelo critério (AA). Daí temos:

$$\triangle AEE' \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{EE'}{BC} \Leftrightarrow \frac{0,33}{2,2} = \frac{EE'}{1,3} \Leftrightarrow 2,2EE' = 0,33 \cdot 1,3 \Leftrightarrow 2,2EE' = 0,429 \Leftrightarrow EE' = \frac{0,429}{2,2} = 0,195m.$$

$$\triangle AFF' \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{FF'}{BC} \Leftrightarrow \frac{0,55}{2,2} = \frac{FF'}{1,3} \Leftrightarrow 2,2FF' = 0,55 \cdot 1,3 \Leftrightarrow 2,2FF' = 0,715 \Leftrightarrow FF' = \frac{0,715}{2,2} = 0,325m.$$

$$\triangle AJJ' \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{JJ'}{BC} \Leftrightarrow \frac{0,77}{2,2} = \frac{JJ'}{1,4} \Leftrightarrow 2,2JJ' = 0,77 \cdot 1,4 \Leftrightarrow 2,2JJ' = 1,001 \Leftrightarrow JJ' = \frac{1,001}{2,2} = 0,455m.$$

Logo, as medidas EE' , FF' e JJ' são respectivamente $0,195m$, $0,325m$ e $0,455m$.

3.2.2 Aplicação 2.

No CE Amado Joaquim, tem 6 salas de aulas do mesmo tamanho de forma retangular com $7,50m$ de comprimento e $5,30m$ de largura, com a nova reforma todas as salas de aulas foram forradas com *PVC*. Quanto foi gasto de *PVC*, se na loja de construção que foi comprada uma peça de $7m$ de comprimento, $200mm$ de largura e $7mm$ de espessura custa 16,48 reais? (considere que não houve desperdício de material). Qual o volume em metros cúbicos dessa sala com o novo formato tendo como bases o piso e o forro que distam $2,60m$?

Para calcular quanto foi gasto de *PVC*, se na loja de construção que foi comprada uma peça de $7m$ de comprimento, $200mm$ de largura e $7mm$ de espessura custa 16,48 reais.

Figura 26 – Sala de aula 1.



Fonte: Acervo do autor

Resolução:

Primeiramente calcula-se a área do piso que é a mesma área do teto formado pelo *PVC*. Como o piso tem a forma retangular e cuja dimensões $7,50m$ por $5,30m$, então tem-se a área do piso igual a $7,50m \cdot 5,30m = 39,75m^2$. Calculando a área da peça do *PVC* que é igual $7,00m \cdot \frac{200}{1000}m = 1,4m^2$. Daí aplica-se regra de três simples para determinar o valor gasto. Assim temos:

Calculando a área da peça do *PVC* que é igual $7,00m \cdot \frac{200}{1000}m = 1,4m^2$. Assim temos:

Área do forro em m^2	Valor gasto em reais
39,75	x
1,4	16,48

Então, $\frac{39,75}{1,4} = \frac{x}{16,48} \Leftrightarrow 1,4x = 39,75 \cdot 16,48 \Leftrightarrow 1,4x = 655,08 \Leftrightarrow x = \frac{655,08}{1,4} \approx 468$.

Logo, o valor gasto de PVC por sala foi de aproximadamente 468,00 reais.

3.2.3 Aplicação 3.

No CE Amado Joaquim, têm 6 salas de aula padronizadas com $7,50m$ de comprimento e $5,30m$ de largura, cada uma possui quatro janelões de vidros com formato retangulares como mostra a figura, elas ficam localizadas duas a duas nas paredes opostas, sendo que as que ficam na mesma parede tem tamanho iguais e a parte inferior da parede foi revestida. Analise a figura e responda:

- A) Calcule a quantidade de revestimento em metros quadrados para as 6 salas.
- B) Calcule a quantidade de ladrilhos que são necessários para fazer o revestimento das 6 salas de aula, sendo que cada ladrilho tem forma de um quadrado de lado $10cm$ e com a danificação de alguns ladrilhos devido o acabamento foram comprados $3m^2$ a mais.
- C) Uma lata de tinta de 18 litros de uma determinada loja têm as seguintes informações: pode pintar $380m^2$ passando 1 demão; $190m^2$ passando 2 demãos e $127m^2$ passando 3 demãos. Com base nessas informações, calcule a quantidade de latas de tintas com 18 litros necessárias para pintar todas as salas de aulas com três demãos.
- D) Em uma loja um metro quadrado de vidro custa 267,00 reais. Nessas condições quanto foi gasto para colocar as janelas de vidro nas 6 salas? **Resolução:**
- (A) Analisando a figura 5, o revestimento é composto por rodapé, ladrilhos e peral, dessa forma, calcularemos o revestimento por etapas.

1° Etapa

Calcula-se uma área retangular de dimensões $1,00m$ por $1,18m$ que corresponde a área ocupada pela parte da porta na parede lateral. Então,

$$1,00m \cdot 1,18m = 1,18m^2$$

Figura 27 – Sala de aula 2.



Fonte: Acervo do autor

2º Etapa

Calcula-se outra área retangular de dimensões $3,10m$ por $0,30m$ que corresponde a área ocupada pela parte inferior da lousa na parede da frente. Então,

$$3,10m \cdot 0,30m = 0,93m^2$$

3º Etapa

Calcularemos a área das paredes com $1,18m$ de altura. Então,

$$2 \cdot (5,30m \cdot 1,18m + 7,50m \cdot 1,18m) = 2 \cdot (6,254m^2 + 8,85m^2) = 2 \cdot 15,104m^2 = 30,208m^2.$$

Agora, calcula-se a área do revestimento de uma sala:

$$S(3^\circ Etapa) - S(1^\circ Etapa + 2^\circ Etapa) = 30,208m^2 - (1,18m^2 + 0,93m^2) = 30,208m^2 - 2,11m^2 = 28,098m^2.$$

Logo, a área de revestimento das 6 salas de aulas é $6 \cdot 28,098m^2 = 168,588m^2$.

(B) Como já temos a área do revestimento pelo item (A), calcularemos a área do rodapé e do peral nas paredes. Analisando a imagem, temos:

(i) A área do peral é uma área retangular de dimensões $21,5m$ por $0,08m$, onde $21,5m$ é o perímetro do piso da sala menos a largura da porta e da lousa, enquanto $0,08m$ é a largura do peral. Então,

$$21,5m \cdot 0,08m = 1,72m^2.$$

(ii) A área do rodapé é uma área retangular de dimensões $24,6m$ por $0,1m$, onde $24,6m$ é o perímetro do piso da sala menos a largura da porta, enquanto $0,1m$ é a largura do rodapé. Então,

$$24,6m \cdot 0,1m = 2,46m^2.$$

Dessa forma, a área de ladrilhos em m^2 sem desperdício para cada sala é igual a diferença da área do revestimento pela área do peral e rodapé. Assim:

$$28,098m^2 - 1,72m^2 - 2,46m^2 = 23,918m^2.$$

Logo, a quantidade de revestimento de ladrilhos comprados foi

$$6 \cdot 23,918m^2 + 3m^2 = 143,508m^2 + 3m^2 = 146,508m^2.$$

(C) Primeiramente vamos calcular:

(i) A área da porta que tem a forma retangular com dimensões $1,00m$ por $2,20m$. Então,

$$1,00m \cdot 2,20m = 2,20m^2.$$

(ii) A área da lousa que tem forma retangular com dimensões $3,10m$ por $2,30m$. Então,

$$3,10m \cdot 2,30m = 7,13m^2.$$

(iii) A área das duas janelas congruentes em uma das paredes laterais que têm forma retangulares com dimensões $1,60m$ por $0,50m$. Então,

$$(1,60m \cdot 0,50m) \cdot 2 = 1,60m^2.$$

(iv) A área das outras duas janelas congruentes na outra parede lateral que tem forma retangulares com dimensões $2,00m$ por $1,20m$. Então,

$$(2,00m \cdot 1,20m) \cdot 2 = 4,8m^2.$$

(v) A sala limitada pelo piso e o forro tem a forma de um prima reto retangular, onde iremos calcular área lateral. Então,

$$2 \cdot (7,50m^2 \cdot 2,60m^2 + 5,30m^2 \cdot 2,60m^2) = 2 \cdot (19,5m^2 + 13,78m^2) = 2 \cdot 33,28m^2 = 66,56m^2.$$

Agora calcularemos área pintada de uma sala: Vamos subtrair da área lateral as áreas das janelas das duas paredes laterais, mais área da lousa, mais área da porta e mais a área do revestimento calculada no item A. Então,

$$66,56m^2 - (1,60m^2 + 4,8m^2 + 7,13m^2 + 2,20m^2 + 28,098m^2) = 66,56m^2 - 43,828m^2 = 22,732m^2.$$

Logo, a área que será pintada nas seis salas é $6 \cdot 22,732m^2 = 136,392m^2$.

Aplica-se regra de três simples para determinar a quantidade de latas de tintas de 18 litros. Assim temos:

Área da parede em m^2	Quantidade de latas de 18 litros
136,392	x
127	1

Então,

$$\frac{136,392}{1,27} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow 127x = 136,392 \Leftrightarrow x = \frac{136,392}{127} \cong 1,073.$$

Logo, foram necessárias 2 latas de tintas de 18 litros para pintar as seis sala de aulas.

(D) Como no item C já calculamos as áreas das janelas das paredes laterais que corresponde $160m^2 + 4,80m^2 = 6,40m^2$ de uma sala. Então, para as seis salas, temos uma área de:

$$6 \cdot 6,40m^2 = 38,40m^2.$$

Aplica-se regra de três simples para determinar a quantidade de latas de tintas de 18 litros. Assim temos:

Área da parede em m^2	Valor gasto em reais
38,40	x
1	267

Daí,

$$\frac{38,40}{1} = \frac{x}{267} \Leftrightarrow x = 10252,80.$$

Logo, foi gasto com vidro 10.572,80 reais.

3.2.4 Aplicação 4.

De acordo com a figura 28 do armário de professores na escola CE Amado Joaquim-Apicum-Açu-Ma, calcule:

- A) A área total do armário;
- B) O volume total do armário;
- C) O volume de cada cômodo do armário (não considere a espessura da divisória).

Figura 28 – Armário dos professores.



Fonte: Acervo do autor

Resolução:

(A) Como o armário tem o formato de um paralelepípedo e na qual é composto por:

- 2 faces com $1,20m$ por $0,40m$, cuja área de cada face é igual a $1,20m \cdot 0,40m = 0,48m^2$.
- 2 faces com $1,20m$ por $1,88m$, cuja área de cada face é igual a $1,20m \cdot 1,88m = 2,256m^2$.

- 2 faces com $1,88m$ por $0,4$, cuja área é igual a $1,88m \cdot 0,4m = 0,752m^2$.

Logo, sua área total é igual a:

$$2 \cdot 0,48m^2 + 2 \cdot 2,256m^2 + 2 \cdot 0,752m^2 = 0,96m^2 + 4,512m^2 + 1,504m^2 = 6,976m^2.$$

(B) Para obter o volume total, calcularemos pelo produto das dimensões, de acordo a figura 6, as suas dimensões são $1,20m$ de comprimento, $0,40m$ de largura e $1,88m$ de altura, assim temos;

$$1,20m \cdot 0,40m \cdot 1,88m = 0,9024m^3.$$

(C) Para calcular o volume de cada cômodo, temos que dividir o volume total pela quantidade de cômodo, pois no item B já temos o volume total, então, $\frac{0,9024m^3}{12} = 0,752m^3$ que corresponde o volume de cada cômodo.

3.2.5 Aplicação 5.

Uma das tesouras no teto da escola CE Amado Joaquim-Apicum-Açu-MA, tem o formato de um triângulo isósceles, onde sua base mede $5,64m$ e sua altura de $80cm$, como está ilustrado na figura abaixo. Calcule:

Figura 29 – Tesoura do telhado.



Fonte: Acervo do autor

- Area desse triângulo formado pela tesoura;
- A medida dos outros dois lados;
- O perímetro desse triângulo formado pela tesoura aproximadamente;

D) O valor gasto aproximadamente com madeira para construção da tesoura, considerando que 1m de comprimento dessa madeira é 36,00 reais.

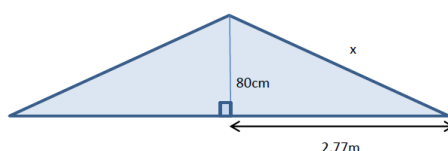
Resolução:

(A) Aplicando a fórmula da área do triângulo, temos:

$$\frac{\text{medida da base} \cdot \text{medida da altura relativa}}{2} = \frac{5,54 \cdot 0,80}{2} = \frac{4,432}{2} = 2,216m^2 \text{ ou } 22160cm^2.$$

(B) Como a altura relativa do triângulo isóscele é coincidente com a mediana, então o esboço da imagem representado abaixo fica com as seguintes medições.

Figura 30 – Triângulo isóscele.



Fonte: Acervo do autor

Agora aplica-se o teorema de Pitágoras para calcular as medidas dos lados que foi denominado pela incógnita x .

$$x^2 = 0,8^2 + 2,77^2 \Leftrightarrow x^2 = 0,64 + 7,6729 \Leftrightarrow x^2 = 8,3129 \Leftrightarrow x \cong 2,88m.$$

Logo, as medidas dos lados desse triângulo é aproximadamente 2,88m.

(C) Como no item B já calcula-se as medidas dos outros dois lados, logo, o perímetro desse triângulo é aproximadamente $(5,64m + 2,88m + 2,88m) \cong 11,4m$.

(D) Como já temos o perímetro aproximado pelo item C, então, $11,4 \cdot 36 = 410,4$. Logo, o valor gasto aproximadamente de madeira para construção dessa tesoura foi de 410,40 reais.

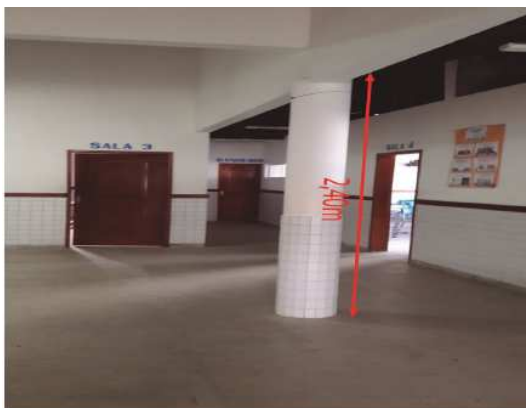
3.2.6 Aplicação 6.

Uma coluna cilíndrica na escola CE Amado Joaquim-Apicum-Açu-MA, conforme a figura 31, sua parte inferior foi revestida com ladrilhos retangulares ($5,2cm \cdot 10cm$), sendo que em uma volta em torno da coluna foram utilizadas 18 ladrilhos. Calcule:

A) O raio dessa coluna aproximadamente com uma casa decimal;

- B) A área lateral da coluna não levando em consideração o revestimento;
- C) O volume de concreto utilizado na coluna;
- D) O volume da nova figura geométrica que foi obtido após o revestimento.

Figura 31 – Coluna cilíndrica.



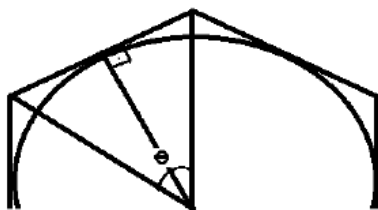
Fonte: Acervo do autor

Resolução:

(A) Para calcular o raio da coluna de acordo com a imagem, basta seccionar a coluna na altura do revestimento, pois, vamos perceber que estamos diante de uma circunferência circunscrita em um polígono regular de 18 lados, cuja medida do lado é uma das dimensões do ladrilho no caso $5,2\text{cm}$. Com o esboço da secção, e tracejando segmentos dos vértices para o centro da circunferência iremos decompor essa figura em 18 triângulos isósceles, onde a altura é o raio.

E o ângulo teta como mostra o esboço é igual a $(360^\circ : 18) = 20^\circ$ e como trata-se de um triângulo isósceles a altura relativa coincide com a bissetriz e a mediana. Então, temos:

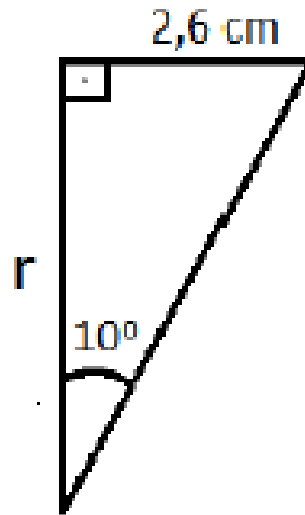
Figura 32 – Polígono regular de 18 lados.



Fonte: Acervo do autor

Calcula-se o raio pela relação da tangente no triângulo retângulo, tendo a tangente de $10^\circ \cong 0,17633$, considerando cinco casas decimais.

Figura 33 – Triângulo retângulo.

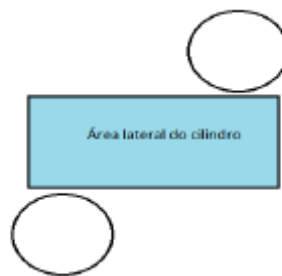


Fonte: Acervo do autor

$$\operatorname{tg}10^\circ = \frac{2,6\text{cm}}{r} \Leftrightarrow 0,17633 = \frac{2,6\text{cm}}{r} \Leftrightarrow r = \frac{2,6\text{cm}}{0,17633} \Leftrightarrow r \cong 14,7\text{cm}.$$

(B) Vamos planificar o cilindro

Figura 34 – Planificação do cilindro.



Fonte: Acervo do autor

Então, basta calcularmos a área do retângulo, sendo que a largura é a altura do cilindro que é igual a $2,40\text{m}$ como mostra a imagem e o comprimento é igual o comprimento da circunferência e no item a calculamos o valor do raio, daí temos: O comprimento do retângulo é igual a $2\pi r = 2 \cdot 14,7\text{cm} = 29,4\pi\text{cm}$. Portanto, a área lateral da coluna é igual a

$$2,40\text{m} \cdot 0,29,4\pi\text{m} = 0,7056\pi\text{m}^2 \text{ ou } 70,56\pi\text{cm}^2.$$

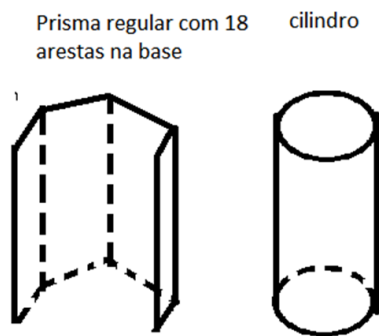
(C) Como já sabemos a coluna é cilíndrica, basta calcular a área da base e multiplicar pela altura da coluna que acharemos o volume de concreto utilizado na coluna. Então,

$$\text{Área da base} = \pi r^2 = \pi(14,7)^2 = 216,09\pi\text{cm}^2 \text{ ou } 0,021609\pi\text{m}^2.$$

Logo, o volume de concreto utilizado é aproximadamente $(0,021609\pi\text{m}^2 \cdot 2,40\text{m}) \cong 0,0518616\pi\text{m}^3$.

(D) Após o revestimento, a figura geométrica formada é uma junção de prisma e cilindro, dessa forma, basta seccionar essa figura na altura do revestimento. Então, Área

Figura 35 – Prisma regular com 18 arestas na base e cilindro.



Fonte: Acervo do autor

da base do prisma = $18 \cdot (\text{área do triângulo isósceles})$. Pelo item A, calculamos o raio do cilindro que é a altura do triângulo, portanto, Área do triângulo isósceles é igual a $\frac{5,2\text{cm} \cdot 14,7\text{cm}}{2} = 38,22\text{cm}^2$. Portanto, a área da base do prisma é igual a $18 \cdot 38,22\text{cm}^2 = 687,96\text{cm}^2$ ou $0,068796\text{m}^2$.

Área da base do cilindro é igual a $\pi r^2 = \pi(14,7\text{cm})^2 = 216,09\pi\text{cm}^2$ ou $0,021609\pi\text{m}^2$.

Como a altura do revestimento possui 11 ladrilhos de $(5,2\text{cm} \cdot 10\text{cm})$. Pois, a altura do prisma é igual a $11 \cdot 10\text{cm} = 110\text{cm}$ ou $1,1\text{m}$.

Agora, vamos calcular:

- Volume do prisma = $(\text{altura}) \cdot (\text{área da base}) = 1,1\text{m} \cdot 0,068796\text{m}^2 = 0,0756756\text{m}^3$;
- Volume do cilindro = $(\text{altura}) \cdot (\text{área da base}) = [(2,4 - 1,1)\text{m}] \cdot (0,021609\pi\text{m}^2) = (1,3\text{m}) \cdot (0,021609\pi\text{m}^3) = 0,0280917\pi\text{m}^3$.

Considerando o valor de $\pi = 3,14$. Logo o volume da nova figura geométrica que foi obtido após o revestimento = (Volume do cilindro) + (Volume do prisma), isto é,

$$\begin{aligned} [0,0756756 + 0,0280917\pi]m^3 &= [0,0756756 + 0,0280917 \cdot 3,14]m^3 = \\ &= [0,0756756 + 0,8820574]m^3 = 0,957733m^3. \end{aligned}$$

3.2.7 Aplicação 7.

Na recepção da secretaria da escola CE Amado Joaquim em Apicum-Açu-MA, possui uma janela de vidro retangular, cuja as dimensões são $1m$ largura por $1,1m$ de altura e com um semicírculo de $32cm$ de diâmetro como mostra a figura 36. Calcule a área em m^2 de vidro nessa janela.

Figura 36 – Secretaria da escola.



Fonte: Acervo do autor

Resolução:

A área do vidro é igual a área da janela menos a área do semicírculo. Dessa forma, temos:

Área da janela retangular é igual a

$$1m \cdot 1,1m = 1,1m^2.$$

Área do semicírculo é igual a

$$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2}(0,16m)^2 = \frac{\pi}{2}(0,0256)\pi m^2 = 0,0178\pi m^2, .$$

Logo, a área do vidro é igual a $1,1m^2 - 0,0178\pi m^2 = (1,1 - 0,0178\pi)m^2$.

4 Resultado da Aplicação em Sala: Esboço da Proposta.

A aplicação da metodologia bem como das situações problema foram também objeto de uma prévia aplicação em sala de aula. Entre os pontos de destaque estão a explicação sobre a proposição dos problemas e a reação dos alunos.

A turma abordada no presente trabalho foi a turma do 3º ano do ensino médio, turma 300 do CE Amado Joaquim do município de Apicum-Açu-Ma, *a priori* foi elaborado um questionário a fim de conhecer o perfil dos alunos da referida turma.

Constatou-se que a faixa etária média dos alunos é de 17 anos e todos são oriundos do ensino fundamental de escola pública. Em relação ao assunto matemático que os alunos mais gostam, destacou-se a aritmética. Por outro lado, a geometria obteve 100% de rejeição, tendo em vista, na opinião dos alunos, os cálculos serem muito complicados. No entanto, segundo os discentes, a geometria é a matéria mais presente no dia-a-dia.

Portanto, a geometria apesar de ser a matéria que gera aos alunos mais dificuldades é a que está presente em todos os lugares. Dessa forma, é a que deveria ser a mais compreensível em relação aos outros tópicos da matemática.

Em seguida os alunos foram submetidos a problemas de geometria dos próprios livros didáticos e a maioria não conseguiu interpretar as questões. Constatando “que a geometria é uma matéria complicada” conforme se verificou no questionário para verificar o perfil dos alunos.

A partir disso, foram planejadas aulas que pudessem mudar a visão destes discentes no que se refere à geometria plana e espacial. No primeiro momento foram identificadas as possíveis figuras geométricas em sala de aula e aos arredores. Conforme a figura 37.

Nesse contexto, os discentes fotografaram a sala de aula e os corredores, identificaram as possíveis figuras geométricas presentes no espaço escolar. Dessa forma, não foram meros espectadores da aula e sim autores principais tendo em vista que houve um engajamento muito forte por parte deles conforme se pode observar na figura acima. Quando o aluno é convidado a participar da aula de forma ativa, fatalmente o grau de concentração aumenta em relação ao assunto abordado e, portanto o nível de absorção do conteúdo aumenta consideravelmente.

Através de aula teórica em consonância com exemplos práticos ministrou-se o conteúdo programático dando todo o arcabouço teórico a fim de que os discentes pudessem

Figura 37 – Atividades com os alunos.



Fonte: Acervo do autor

ter condições de elucidar qualquer questionamento sobre a matéria.

Posteriormente foram criadas sete questões com base nas figuras geométricas observadas em sala de aula conforme resolução consta no tópico da aplicação. Vale salientar que as referidas resoluções foram elaboradas pelos alunos com o auxílio do professor. Importante destacar que o grau de dificuldade das questões era mediano para difíceis. No entanto, os alunos obtiveram um bom desempenho no que concerne à elucidação dos problemas.

Isso se deu graças ao modo como os alunos encararam o assunto, dispostos a superar certo preconceito adquirido ao longo de toda a vida discente, pois a geometria era passada de forma abstrata com fórmulas mirabolantes. No caso em tela, os alunos puderam ter contato com a geometria em casos concretos e não em problemas abstratos. Dessa forma, a geometria, sem dúvidas, ficou palpável e atraente.

Ao final, pôde-se observar que os alunos conseguiram relacionar a matéria teórica em abstrato com problemas concretos e houve um aumento considerável da compreensão da matéria. A referida constatação verificou-se quando os discentes foram submetidos aos testes dos livros didáticos e a grande maioria conseguiu responder da forma correta.

Considerações Finais.

O espaço físico conforme discutido ao longo deste trabalho, é uma importante ferramenta para o processo educacional no tocante ao ensino de Geometria, tendo em vista que o próprio espaço contém um complexo de figuras geométricas que pode ser aproveitado nas aulas de matemática. Diante disso, o objetivo principal deste trabalho é utilizar a própria estrutura escolar para abordar importantes tópicos da geometria. Às vezes a forma como é abordada a geometria pode provocar certa antipatia por parte dos alunos. Infelizmente, a linha é tênue entre o compreender e o não compreender. Tudo depende do modo como é mostrado o assunto ao aluno. Às vezes, é necessário que o professor faça algo diferente, não precisa ser algo pirotécnico, pelo contrário, precisa ser algo simples, mas que desperte o animus do discente em querer compreender.

É necessário que o professor mostre a beleza que há por trás do conteúdo que está ministrando. Como um giro do caleidoscópio, o assunto prenda a atenção de quem o prestigia. Esse sem dúvidas é um dos maiores desafios que o professor encontra ao longo de sua carreira.

Desafio esse árduo, mas não impossível. Basta à boa vontade do docente para que o resultado aconteça. Neste trabalho pôde-se provar que uma abordagem diferenciada corrobora diretamente com o aprendizado dos alunos. Sem dúvida, a compreensão final dos alunos se deu basicamente pelo *modus operandi* em sala. Se os alunos não tivessem uma participação ativa na construção do conhecimento, o resultado adquirido não seria o mesmo.

Muitas vezes os alunos já trazem consigo uma cultura arraigada durante toda sua vida como algo que os impedem de abrir a mente para aprender determinado conteúdo. Nesse momento, entra a figura do professor/facilitador para despertar o sentimento do “querer aprender”. Para isso o professor pode se utilizar de técnicas. No presente trabalho adotou-se a técnica do estudo ativo que consiste basicamente em apresentar o conteúdo no caso concreto.

Isso certamente foi o divisor de águas para que os alunos conseguissem compreender os assuntos abordados e ao final estarem aptos a submeter-se a qualquer teste e obter êxito.

Portanto, apesar de todas as dificuldades encontradas em sala de aula, é necessário

que os professores mudem sua forma de ensinar. Infelizmente os métodos corriqueiros e tradicionais já não atendem mais as expectativas, nesse caso é preciso inovar e apreender a atenção dos alunos, não os deixando como meros espectadores, mas como autores principais do processo de ensino aprendizagem.

Referências

- BALDISSERA, A. *A Geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos*. 2011. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf>. Citado na página 26.
- BONJORNIO, J. R.; GIOVANNI, J. R. *Matemática-Uma nova abordagem*. [S.l.: s.n.], 2000. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 38.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares nacionais*. 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 25.
- BRAZ, F. M. História da geometria hiperbólica. *Geometria Hiperbólica, Belo Horizonte: UFMG*, 2009. Citado na página 26.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar: Geometria Plana*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 9. Citado 5 vezes nas páginas 29, 35, 37, 38 e 41.
- GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar a pesquisa. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 2017. Citado na página 27.
- LORENZATO, S. *Para Aprender Matemática*. [S.l.: s.n.], 2010. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- NETO, A. C. M.; CAMINHA, A. *Geometria (Coleção PROFMAT)*. [S.l.]: Rio de Janeiro: Editora da SBM, 2013. Citado na página 29.
- ROSA, E. H.; BASSETTO, J. B. J. *A Gestão do Espaço Físico Esolar: Um Desafio Social*. [S.l.: s.n.], acesso 10 de outubro de 2018. Citado na página 21.

Apêndices

APÊNDICE A – Questionário A.

INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS (ALUNO)

O instrumento abaixo consiste num conjunto de perguntas que tem o escopo de coletar dados relativos a idade, sexo e questões de cunho social, além disso, ao final são feitas perguntas relativas à preferência ou não por algumas partes da Matemática.

Aluno(a):

1. Qual sua idade?
2. Localidade que você reside?
 - () Zona urbana;
 - () Zona rural.
3. Mora qual(is) responsável(is):
 - () Pai e mãe;
 - () Apenas com o pai;
 - () Apenas com a Mãe;
 - () Com os Tios/Tias;
 - () Avós/avôs;
 - () Outros responsáveis.
4. Qual a renda familiar?
 - () Menos de 1 salário mínimo (até 954,00 reais);
 - () De 1 a 1,5 salários mínimos (de 954,00 até 1431,00 reais);
 - () De 1,5 a 2 salários mínimos (de 1431,00 até 1908,00 reais);
 - () Acima de 2 salários mínimos (superior a 1908,00 reais).
5. Quantas pessoas, incluindo você, residem na casa que você mora?
 - () 2;
 - () 3;
 - () 4;

- 5;
 - Mais de 5.
6. O ensino fundamental cursou:
- somente escola pública;
 - somente escola particular;
 - maior parte em escola particular;
 - maior parte em escola pública.
7. Já foi retido durante algum ano letivo?
- sim;
 - não.
8. Dentre os assuntos matemáticos abaixo, qual deles é mais perceptível e palpável?
- Aritmética;
 - Álgebra;
 - Geometria.
9. Você gosta de geometria?
- sim;
 - não.
10. Algum professor(a) já aproveitou a própria realidade para trabalhar geometria (Estrutura física da escola, Praça, Algum monumento da cidade)?
- sim;
 - não.
11. Como tem sido o relacionamento interpessoal com seu professor de matemática?
12. Qual a sua maior dificuldade na disciplina matemática?

APÊNDICE B – Questionário B.

As questões abaixo foram aplicadas após a aplicação da proposta.

Questões

1. Um sólido tem a forma de um paralelepípedo reto que possui em sua base superior uma pirâmide de base quadrada que coincide com a base do paralelepípedo. Sabendo que o paralelepípedo possui dimensões $4m$ e $5m$ em sua base, altura de $8m$ e que a pirâmide possui lado de $5m$, calcule a altura total do sólido.
2. Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis pagando 7,20 reais. Danilo comprou 2 canetas e 1 lápis pagando 4,40 reais. O sistema de equações do 1º grau que melhor representa a situação é:

a)

$$3x + 2y = 7,20$$

$$2x + y = 4,40$$

b)

$$x + y = 3,60$$

$$x + y = 2,20$$

c)

$$3x + y = 7,20$$

$$x - y = 4,40$$

d)

$$3x + 2y = 7,20$$

$$2x - y = 4,40$$

3. Dada a equações do 2º grau $x^2 - 5x + 6 = 0$, determine as raízes se existir.
4. Qual das questões você sentiu mais dificuldade?
 - a) (1) ();
 - b) (2) ();
 - c) (3) ().

5. Justifique a sua resposta da questão 4.