

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E SISTEMAS

UM ALGORITMO GENÉTICO PARA RECUPERAÇÃO DA MALHA DE TRANSFERÊNCIA E PROPRIEDADES DE ROBUSTEZ EM UM MANIPULADOR ROBÓTICO

ISMAEL SILVA DE MELO

São Luís – MA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E SISTEMAS

ISMAEL SILVA DE MELO

UM ALGORITMO GENÉTICO PARA RECUPERAÇÃO DA MALHA DE TRANSFERÊNCIA E PROPRIEDADES DE ROBUSTEZ EM UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia de Computação Aplicada e Sistemas da UEMA, como parte dos requisitos para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Computação.

Prof^o.Orientador.Ivanildo Silva Abreu,PhD.

São Luís – MA

Melo, Ismael Silva de

Um algoritmo genético para recuperação da malha de transferência e propriedades de robustez em um manipulador robotica /. Ismael Silva de Melo. São Luís-MA, 2017.

72f.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em *Engenharia de Computação* e Sistemas , Universidade Estadual do Maranhão.2017.

Orientador: Profº Phd Ivanildo Silva Abreu

Algoritmo genético. 2. Robustez. 3. Decomposição de valores
 Singulares.5.Diagrama de bode. Título.

CDU:004.896

ISMAEL SILVA DE MELO

UM ALGORITMO GENÉTICO PARA RECUPERAÇÃO DA MALHA DE TRANSFERÊNCIA E PROPRIEDADES DE ROBUSTEZ EM UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Submetida em:___/__/___.

Prof^o Leonardo Henrique Gonsoroski Furtado da Silva Dr. Engenharia Elétrica-PUC-RJ

Prof^o Carlos Henrique Rodrigues de Oliveira Dr. Engenharia Elétrica-UNICAMP

> Prof^o Ivanildo Silva Abreu Phd-USP

> > São Luís MA

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por ter me dado forças para chegar até esta etapa da minha vida. Faço um agradecimento especial ao meu orientador, professor *Ivanildo Silva Abreu*, por todo o apoio, orientações e sugestões para o desenvolvimento do trabalho, além do apoio e voto de confiança durante a elaboração deste, que incentivou no inicio do curso nas publicações dos artigos desenvolvidos, contribuindo bastante; com sua vasta experiência na área controle e robótica.

Gostaria de agradecer também aos meus colegas da turma de computação aplicada, Elzenir, Dayane, David, Edson, Luciano, em especial ao companheiro de estudos e de linha de pesquisa, José Charles Medeiros. Agradeço todos que compreenderam este momento e deram força.

"O assunto mais importante do mundo pode ser simplificado, até ao ponto em que todos possam apreciá-lo e compreendê-lo. Isso é, ou deveria ser a mais elevada forma de arte." Charles Chaplin

Resumo

Este estudo descreve um dos métodos do projeto das barreiras de desempenho e estabilidade robusta e análise de um controlador LQG/LTR em um manipulador robótico utilizando um modelo inteligente de algoritmo genético. Objetiva-se recuperar as propriedades de desempenho e estabilidade que são perdidas com a inserção de um estimador estocástico. A metodologia do projeto LQG/ LTR, através do qual estas propriedades de robustez são recuperadas é formulada pela definição da malha objetivo e em seguida, por meio de um procedimento assintótico que recuperam as características de resposta em frequência dessa malha, ajustando-se um parâmetro que irão gerar valores singulares cada vez mais próximos. Para isso, um algoritmo genético e um diagrama de Bode multivariável são usados. Desta forma, a sintonia é realizada por variações paramétricas na equação de Riccati que são coordenadas por um algoritmo genético e decomposição em valores singulares. Portanto, os resultados oriundos do projeto LQG/LTR permitiram um melhor desempenho com relação à robustez.

Palavras chave: Algoritmo genético, robustez, equação de Riccati, decomposição em valores singulares, diagrama de Bode multivariável.

Abstract

This research describes the design of robustness barriers and analysis of a robust LQG / LTR controller in a robotic manipulator using an intelligent genetic model. It aims to recover the performance and stability properties that are lost with the insertion of a stochastic estimator. The methodology of the LQG / LTR project, through which these robustness properties are retrieved, is formulated by the definition of the target mesh and then, by means of an asymptotic procedure that recover the frequency response characteristics of that mesh, by setting a parameter Which will generate singular values closer and closer. For this, a genetic algorithm and a multivariate Bode diagram are used. In this way, the tuning is performed by parametric variations in the Riccati equation that are coordinated by a genetic algorithm and decomposition into singular values. Therefore, the results from the LQG / LTR project allowed a better performance with respect to the robustness.

Keyword-Key: Genetic algorithm, robustness, Riccati equation, decomposition in singular values, multivariate Bode diagram.

Lista de figuras

01- Manipulador robótico industrial	28
02- Modelagem física do manipulador	29
03- Bloco com entrada e saída na planta	29
04- Sistema de controle com realimentação	33
05- Observador de estados de ordem plena	34
06- Diagrama de Bode do projeto LQR e LQG	
07- Diagrama de blocos com pontos de recuperação	39
08- Barreiras de desempenho e estabilidade robusta	44
09- Diagrama de malha fechada de um sistema SISO	44
10- Pseudo-código para um AG	49
11- Operação crossover em um único ponto	52
12- Diagrama de bloco simplificado do LQG/LTR para recuperação de	malha
LQR	54
13- Diagrama de Bode para controleLQR e LQG/LTR	55
14- Estrutura hieráquica de algoritmos para recuperação da malha LQR	56
15- Estrutura do controlador LQG/LTR	57
16- Esquema simplificado para realimentação dos estados	58
17- Valores singulares da recuperação das propriedades de robustez	63
18- Sistema nominal aumentado (azul) e as barreiras de desempenho (vermelho)	
e de estabilidade (preto)	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG Algoritmo Genético *LQG Linear QuadraticGaussian* (Gaussiano Linear Quadrático) *LQR Linear QuadraticRegulator* (Regulador Linear Quadrático) *LTR Loop Transfer Recovery* (Recuperação da Malha de Transferência) *LQG/LTR Linear QuadraticGaussian /Loop Transfer Recovery MIMO Multiple-Input andMultiple-Output* (Múltiplas-Entradas e Múltiplas-Saídas) *SISO Single-Input and Single-Output* (Simples-Entrada e Simples-Saída)

SUMÁRIO

Capítulo 1
1.1 Introdução13
1.2 Justificativa e motivação14
1.3 Objetivos
1.4 Organização da pesquisa15
1.5 Artigos Aceitos
Capítulo 2
2.1 Sistemas de Controle no espaço de estados17
2.2 Convertendo do espaço de estados para função de transferência19
2.3 Transformando a função de espaço de estados com MATLAB
Capítulo 3
3.1 Projetos de sistemas de controle robusto
3.2 Modelagem e incertezas de sistemas22
3.3 Incertezas no controle robusto
3.4 Sistemas de controle multivariável24
3.5 Incertezas nos sistemas de controle multivariável
3.6 Manipuladores robóticos 27
3.7 Modelagem física do manipulador28
3.8 Modelo nominal da planta 32
3.9 Controle ótimo e projeto LQR 32
3.10 Projeto do observador de estados34
3.11 Efeitos do observador no sistema de malha fechada35
3.12 Procedimentos de recuperação da função de transferência de malha LQG/LTR
Capítulo 4
4.1 Barreiras de desempenho e estabilidade robusta
4.2 Especificações de desempenho e estabilidade robusta 45
Capítulo 5
5.1 Computação evolutiva 48

5.2 Terminologias e operadores dos algoritmos genéticos	50
5.2.1 Seleção	51
5.2.2 Crossover	52
5.2.3 Mutação	53

Capítulo 6

6.1 Metodologia e desenvolvimento do projeto	54
6.2 Projeto do controlador para LQG/LTR	54
6.3 Modelo de ajuste do ganho LTR	57
6.4 Modelo de busca LTR	58
6.5 Seleção da população inicial	60
6.7 Operadores genéticos crossover e mutação	61
Capítulo 7	
7.1 Resultados computacionais do AG para o LQG/LTR	62
7.2 Análise da barreira de desempenho e estabilidade robusta	64
Capítulo 8	66
8.1 Conclusões	66
8.2 Trabalhos Futuros	66
Apêndice	67
A. Procedimento de controle inteligente LQR	67
B. Resultado computacional da EAR via RNA da planta	67
C. Classificação dos tipos de projetos de controle	69
D. Fluxograma do algoritmo genético	70
Referências Bibliográficas	71

Capítulo 1

1.1 Introdução

A técnica de projetos de sistemas de controle por modelagem matemática, não é capaz de representar e quantificar as incertezas associadas ao sistema físico, já que estas incertezas se apresentam de forma estruturada e não estruturada. Uma incerteza é estruturada quando o erro de modelagem está associado aos parâmetros numéricos do próprio modelo. Em representações onde existam incertezas não estruturadas do erro de modelagem, não se sabe exatamente as fontes da incerteza, apenas é representado o efeito final do erro (Cruz, 1996).

Além do problema da incerteza do modelo a ser utilizado, outra característica importante quando o projeto de um controlador está sendo desenvolvido, tange no quesito robustez do conjunto controlador/planta. A robustez é uma característica desejável nos sistemas de controle e deve ser uma preocupação constante de todo projetista de sistemas de controle (Cruz, 1996). Os sistemas de controle são ditos robustos quando os controladores projetados são capazes de apresentar um desempenho satisfatório, mesmo que as condições de operação atuais da planta sejam distintas das condições utilizadas durante a fase de projeto do controlador.

No mundo moderno as palavras estabilidade e precisão são prérequisitos para muitos sistemas e equipamentos, para alcançar os avanços tecnológicos necessários para suprir essas e outras necessidades, o homem desenvolveu diversas técnicas que lhe permitiram analisar e projetar sistemas cada vez mais avançados.

Os campos da robótica e da inteligência artificial têm mostrado que, nos últimos 50 anos, reconhecer o ambiente e se deslocar são atividades muito complexas (Campos, 2004). Este trabalho partiu da necessidade do desenvolvimento de métodos para garantir a robustez dos sistemas de controle no sentido da alocação de uma estrutura completa e métodos para ajustes dos ganhos de malhas de controle observador, utilizando algoritmos genéticos. Os manipuladores robóticos modernos que atuam diretamente sobre o ambiente devem ser controlados de modo que as forças de impacto, bem como as forças em regime permanente, não danifiquem os objetos. Ao

mesmo tempo, o manipulador deve fornecer uma força suficiente para executar a tarefa. Então, para desenvolver um sistema de controle para regular essas forças, o manipulador robótico e o ambiente devem ser modelados. Entre as várias técnicas de Computação Evolutiva, escolheu-se os Algoritmos Genéticos (*AG*) como mecanismo de busca estocástico polarizado para resolver o problema de Alocação de Auto-estrutura.

O Controlador LQG (Linear quadrático Gaussiano) se aplica tanto a sistemas lineares invariantes no tempo como a sistemas lineares variantes no tempo. No caso desta pesquisa, trata-se de um sistema LIT (linear e invariante no tempo), depois temos que recuperar as propriedades de desempenho e estabilidade robusta, perdidas com inserção do observador de estado. Através da recuperação por malha de transferência (LTR) e recuperar as propriedades do controlador LQR(regulador linear quadrático), que são ótimas, o método de recuperação dar-se pelo desempenho do projeto do AG-LQG/LTR, que é verificado, comparando-se os valores singulares do projeto LQR e do projeto LTR. A implementação do algoritmo considera um determinado número de indivíduos de uma população e um ciclo de busca de sete gerações.

1.2 Justificativa e motivação

O desenvolvimento deste estudo, esta baseado nos manipuladores robóticos modernos que atuam diretamente sobre o ambiente e devem ser controlados de modo que as forças de impacto, bem como as forças em regime permanente, não danifiquem os objetos. Ao mesmo tempo, o manipulador deve fornecer uma força suficiente para executar a tarefa. Então, para desenvolver um sistema de controle para regular essas forças, com técnicas evolutivas, o manipulador robótico e o ambiente devem ser modelados. Outro fator importante para o controle de impacto é o grau de conhecimento da dinâmica do sistema. Entretanto, o que se nota é que geralmente se sabe muito pouco sobre a dinâmica do meio e a localização da superfície de colisão (Chiu ; Lee, 1997).

1.3 Objetivos

Recuperar as propriedades de desempenho e estabilidade robustos, que são perdidas com a inserção de um estimador estocástico, ou observador de estado, formados pela combinação do filtro de Kalman mais regulador LQR (regulado linear quadrático). Discutir questões de estabilidade e desempenho robustos em malha fechada, de sistemas de controle multivariáveis e a técnica LTR (recuperação por malha de transferência) aplicadas a um manipulador robótico. Os resultados oriundos do projeto LTR por meio do algoritmo genético, que permitam um melhor desempenho com relação à robustez, o que também poderá ser comprovado ao se avaliar as barreiras de desempenho e estabilidade robustas.

1.4 Organização da pesquisa

Esta dissertação esta organizada em capítulos, com a descrição do problema, bem como a formulação do problema e discussões e análise dos resultados.

No capítulo 2, será apresentado o desenvolvimento da teoria e análise de sistemas de controle no espaço de estados, onde mostra os conceitos e estrutura analítica das equações e sua representação.

No capítulo 3, será abordado o projeto de sistemas de controle robusto com apresentação matemática do modelo, bem como as equações de espaço de estados do mesmo. Também as equações de controle quadrático linear ótimo e influências do filtro de Kalman no projeto de controle LQG.

No capítulo 4, será apresentada a análise do gráfico de desempenho e estabilidade robusta, bem como sua implicação para o sistema de controle em questão.

No capítulo 5, será abordada a teoria dos operadores dos algoritmos genéticos e suas particularidades no contexto de busca, nos problemas de otimização.

No capítulo 6, serão abordados os modelos de busca e projeto do controlador LQG/LTR, via modelo genético para recuperação da malha de transferência e análise de desempenho do algoritmo.

No capítulo 7, serão apresentadas as conclusões, resultados e discussões da metodologia para resolução do problema.

1.5 Artigos aceitos

Submetido:COBEM 2016 - ROBUSTNESS BARRIERS IN LQG/LTR CONTROLLER VIA HYBRID MODEL GENETIC-NEURAL IN ROBOTIC MANIPULATOR

Aceito:CONEM 2016 - UMA HIERARQUIA DE CONTROLADORES ÓTIMOS LQG/LTR E BARREIRA DE ROBUSTEZ VIA MODELO NEURO-GENÉTICO EM DEXTEROUS HAND MASTER .

Capítulo 2

2.1 Sistemas de Controle no espaço de estados

Definições de sistemas no espaço de estados, segundo Kalman (1963), o estado de um sistema é uma estrutura matematicamente constituída por um conjunto de n variáveis x1(t), x2(t), x3(t),..... xn(t), chamadas variáveis de estado, tal que os valores iniciais xi(t0), deste conjunto e os sinais de entrada uj(t), são suficientes para descrever univocamente a resposta do sistema para $t \ge t0$. Existe um conjunto mínimo de variáveis de estado que se torna necessário para representar um sistema exatamente.

O conceito de estado está associado à memória (armazenadores de energia) do sistema. Separam o futuro do passado, contendo toda a informação histórica importante para determinar o seu comportamento futuro em respeito a qualquer entrada. Segundo Ogata e Yang (2010, p. 29), variáveis de estado representam o menor conjunto de variáveis que determinam o estado do sistema dinâmico. Já sobre vetor de estado pode-se fazer a seguinte consideração: se n variáveis de estado são necessárias para descrever completamente o comportamento de um dado sistema, então as n variáveis de estado podem ser consideradas como as n componentes de um vetor x(t). Este vetor é chamado vetor de estado.

Equação de estado (2.1): É um conjunto de n equações diferenciais de primeira ordem, simultâneas, com n variáveis, onde as n variáveis a serem resolvidas são as variáveis de estado.

Equação de saída (2.2): É a equação algébrica que exprime as variáveis de saída de um sistema com combinações lineares das variáveis de estado e das entradas.

Agora que as definições básicas foram estabelecidas formalmente, pode-se definir a representação de um sistema no espaço de estados. Um sistema no espaço de estados pode ser representado pelas seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{2.1}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
(2.2)

Para $t \ge to$ e as condições iniciais, x(to), onde:

x = vetor de estado;

- x = derivada de vetor de estado em relação ao tempo;
- y = vetor resposta;
- u = vetor entrada ou de controle;
- A =matriz de sistema;
- B =matriz de entrada;
- C =matriz de saída;
- D = matriz de ação avante.

A Equação 2.1 é chamada de equação de estado e o vetor *x* de vetor de estado contém as variáveis de estado. A Equação 2.2 é chamada de equação de saída. Esta equação é usada para calcular quaisquer outras variáveis do sistema. Esta representação, segundo Nise e Silva (2012, p. 118), fornece o conhecimento completo de todas as variáveis do sistema em qualquer instante de tempo $t \ge t0$.

Tomando-se um exemplo, podemos representar as equações de estado de um sistema de segunda ordem, linear, invariante no tempo, com uma entrada u(t) da seguinte forma:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i(t) y^{(i)}(t) = b_0(t) u(t)$$
(2.3)

Então, definindo as variáveis de estado:

$$x_i(t) = y^{(i-1)}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$
(2.4)

No sistema definido pela equação 2.3, temos o modelo de estado:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{2.5}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
(2.6)

Onde os coeficientes das matrizes A(t), B(t) e C são dadas por:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_0(t) & -a_1(t) & -a_2(t) & \cdots & -a_{n-2}(t) & -a_{n-1}(t) \end{bmatrix}$$
(2.7)

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0(t) \end{bmatrix}$$
(2.8)

 $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (2.9)

2.2 Convertendo do espaço de estados para a função de transferência

Dadas as equações de estado e de resposta:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
 (2.10)
 $x(t) = Cu(t) + Du(t)$ (2.11)

$$y(t) = cx(t) + Du(t)$$
 (2.11)

Aplicando a transformada de Laplace, supondo as condições iniciais nulas:

$$sX = AX(s) + BU(s)$$
(2.12)

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$
(2.13)

Explicitando X(s) na Eq. 2.12,

$$(sI - A)X(s) = BU(s)$$
(2.14)

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s)$$
(2.15)

O *I* é a matriz identidade.

Substituindo a Eq. 2.15 na Eq. 2.13, resulta em:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$$
(2.16)

Chama-se a matriz $[C(sI - A)^{-1}B + D]$ de matriz da função de transferência, uma vez que ela relaciona o vetor de saída, Y(s), ao vetor de entrada, U(s). Mesmo quando U(s) = U(s) e Y(s) = Y(s) forem escalares, pode-se obter a função de transferência. A matriz de transferência G(s) que relaciona a saída Y(s) com a entrada U(s) é:

$$Y(s) = G(s)U(s) \tag{2.17}$$

Onde G(s) é dado por:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$
(2.18)

2.3 Transformando a função de espaço de estados com MATLAB

Podemos utilizar o MATLAB como uma ferramenta bastante útil para transformar o modelo matricial de espaço de estados, em uma função de transferência ou vice versa. E fazer as análises no domínio da frequência e consequentemente no domínio do tempo e assim dinamizar e fazer comparações gráficas de estabilidade no domínio do tempo e frequência segundo Ogata (2010, p.34). Então, seja a função de transferência de malha fechada:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{num}{den}$$

Uma vez que temos a função de transferência no domínio da frequência aplicamos o comando no MATLAB e obtemos as matrizes das equações 2.10 e 2.11 de entrada e saída respectivamente, de espaço de estados.

[A, B, C, D] = tf2ss (num, den)

Para obtermos a função de transferência a partir das equações no espaço de estados, utilizamos o comando:

[num, den] = ss2tf(A, B, C, D, iu)

Onde iu deve ser especificado para sistemas com mais de uma entrada. Se o sistema estiver somente uma entrada os comandos:

[num, den] = ss2tf (A, B, C, D) ou, [num, den] = ss2tf (A, B, C, D, 1). Que podem ser utilizados a partir da função de função no domínio da frequência, podemos converter para o domínio do tempo pelo comando *ilaplace(num/den,s,t)* e fazer a análise da resposta transitória no tempo.

Capítulo 3

3.1 Projetos de sistemas de controle robusto

O modelo é essencialmente uma aproximação da planta física real, pode existir uma incerteza de modelagem, o que é a diferença entre o modelo e a propriedade da planta real, também conhecida como erro de modelagem. Se o controlador projetado pode tolerar o erro de modelagem, o controlador é chamado de robusto. Isto implica que o desempenho do sistema de controle não se degradará significativamente na presença do erro de modelagem utilizando o controlador robusto.

Nesta seção, a incerteza e a perturbação serão explicitamente e quantitativamente tomadas em consideração durante o projeto do controlador. Isto é referido como o projeto de controlador robusto e tem sido o foco de investigação ao longo de décadas. Além do problema da incerteza do modelo a ser utilizado, outra característica importante quando o projeto de um controlador está sendo desenvolvido, tange no quesito robustez do conjunto controlador/planta. A robustez é uma característica desejável nos sistemas de controle e deve ser uma preocupação constante de todo projetista de sistemas de controle (Cruz, 1996).

O projeto de um controlador LQG, pode ser dividido em dois subprojetos: primeiro projetar um estimador de estado (filtro de Kalman) e, então, projetar o controlador com retroação de estados LQR, de modo que um subprojeto independe do outro. Para tal, as subseções seguintes tratarão do Controlador Linear Quadrático Ótimo, Controle LQG, Filtro de Kalman, Princípio da Separação para o projeto LQG e Controlador LQG com Observador de Estados.

3.2 Modelagem e incertezas de sistemas

As incertezas podem ser classificadas em duas categorias: perturbação de sinais e perturbações dinâmicas. O primeiro inclui entrada e saída perturbação (como uma rajada em uma aeronave ou vento que provoca ruído em uma antena), variações de carga num manipulador robótico, ruído do sensor, restrições impostas às tarefas que vai executar na carga manipulada,

aplicadas perturbações no sinal de controle e incluídos sinais de ruído no sensor de força podem testar a robustez e estabilidade do controlador e ruído do sensor e ruído no atuador, etc. Este último representa a discrepância entre o modelo matemático e o real bem como a dinâmica do sistema em operação. Um modelo matemático de qualquer sistema real é sempre apenas uma aproximação da verdadeira realidade física da dinâmica do sistema.

As fontes típicas de discrepância incluem, não modelada (geralmente de alta frequência) dinâmica, não-linearidades negligenciadas na modelagem, efeitos de ordem reduzida deliberada por modelos e variações dos parâmetros do sistema devido a mudanças ambientais, bem como deterioração e desgaste de um sistema mecânico. Estes erros de modelagem podem afetar adversamente a estabilidade e o desempenho de um sistema de controle. Vamos discutir em detalhes como perturbações dinâmicas são geralmente descritas de modo que possam ser contabilizadas da análise de robustez do projeto do sistema (Gu, Da-Wei;Petkov, Petko H. ;Konstantinov, Mihail M. 2005).

3.3 Incertezas no controle robusto.

No projeto real de um sistema de controle temos que levar em conta as perturbações na planta e o ruído no sensor e dessa forma projetar controladores que tenham desempenho e estabilidade robusta, mas muitas perturbações dinâmicas, que podem ocorrer em diferentes partes de um sistema e podem no entanto, ser agrupadas em um único bloco Δ de perturbação, por exemplo, algumas perturbações dinâmicas não modeladas de alta frequência, não é preciso fazer várias combinações de entradas e saídas no sistema MIMO e examinar as margens de fase e ganho separados, já que não produziria uma percepção sobre o verdadeiro comportamento do sistema, devido ao acoplamento que geralmente existe entre todas as entradas e saídas de um sistema MIMO. Esta representação da incerteza é referida como a incerteza "desestruturada". No caso de sistemas lineares e invariantes no tempo, o bloco Δ pode ser representado por uma função de transferência da matriz desconhecida. As incertezas dinâmicas não estruturadas no sistema de controle podem ser descrita de diferentes maneiras, tal como na relação (3.1), onde Gp (S) denota o sistema real dinâmico perturbado e Go (S) uma descrição do modelo nominal do sistema físico. (Gu, Da-Wei;Petkov, Petko H. ;Konstantinov, Mihail M. 2005).

$$Gp(S) = Go(S) + \Delta(S)$$
(3.1)

O problema de controle robusto pode ser resumido como: dado um processo nominal com valores de intervalo aceitável para perturbações, um controlador deve fornecer um desempenho satisfatório no sistema de malha fechada para todos os processos e perturbações "aceitáveis". No que diz respeito a estabilidade, os requisitos de um sistema de controle robusto deve assegurar:

1. A estabilidade em malha fechada sob condições nominais;

2. A estabilidade de malha fechada, embora existam incertezas no modelo.

Conforme ocorre na realidade, as incertezas vêm em diversas formas, mas, não obstante, um intervalo de valores aceitáveis para eventuais incertezas devem ser hipótese dentro do qual o desempenho do sistema de controle do intervalo é garantido. Isso também pode explicar como estabelecer se um controlador é mais robusto do que o outro: o maior for o intervalo de valores aceitáveis para incertezas, quanto mais o controlador pode ser considerado robusto. (Fortuna, Luigi;Frasca Mattia.2012).

3.4 Sistemas de controle multivariável

Neste tópico, será discutido sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) e a necessidade de uma análise cuidadosa do efeito da incerteza em sistemas MIMO, já que torna-se mais complexo o sistema e a contribuição do erro de medidas da planta. A principal entre o sistema escalar (SISO) e um sistema MIMO é a presença de direções nesta última. As direções são relevantes para vetores e matrizes, mas não para escalares. No entanto, apesar do fator complicador de direções, a maioria das ideias e técnicas apresentadas para o sistema SISO, pode ser estendida para o sistema MIMO. A decomposição do valor singular (SVD) fornece uma maneira útil de qualificar a direcionalidade multivariável e vemos que a maioria dos

resultados do sistema envolvendo o valor absoluto (magnitude) pode ser generalizada para sistemas multivariáveis considerando o valor máximo singular (Skogestad,Sigurd;Postletwaite,Ian.2001). O autovetor à direita pode ser associado ao comportamento das variáveis em resposta à variações de sinais, ou seja, está relacionado à sensibilidade, enquanto que o menor valor singular será um indicador da aproximação do limite de estabilidade em regime permanente (Filho,2006).

Dado uma matriz A, podemos escrever a SVD como:

$$A = U \sum V^* \tag{3.2}$$

Onde U e V são matrizes unitárias quadradas, isto é $V^{-1} = V^*$, a transposta conjugada complexa de V e:



Com r = rank (A). Os valores singulares são os σ i, que são ordenados de modo que $\sigma 1 \ge \sigma 2 \ge \cdots \ge \sigma r - 1 \ge \sigma r$. O SVD pode ser considerado vagamente como uma extensão. As matrizes gerais (que podem ser não quadradas ou complexas) da forma Jordan. Se A é uma função de j ω , então U e V são também. Desde que:

(3.3)

$$AA^* = U \sum V^* V \sum U^* = U \sum^2 U^*$$
(3.4)

segue que, os valores singulares de A, que são simplesmente a raiz quadrada positiva dos autovalores de AA^*

$$SVD = \sqrt{eigAA^*} \tag{3.5}$$

Notamos que o gráfico completo de um comportamento de uma matriz versus (*jw*) deve considerar as direções dos valores singulares bem como as

fases multivariáveis, que também podem ser obtidas da decomposição do SVD (Lewis, Frank L.; Vrabie, Draguna L.; Syrmos, Vassilis L., 2012).

Uma exceção é a condição de estabilidade de Bode que não tem generalização em termos de singularidade de valores. Isto esta relacionada ao fato de que é difícil encontrar uma boa medida de fase para funções de transferência MIMO (Skogestad,Sigurd;Postletwaite,Ian.2001).

O SVD é utilizado principalmente para obter uma visão sobre a direcionalidade do sistema MIMO, também o máximo valor singular é muito útil em termos de desempenho e robustez no domínio da frequência, que fornece informações úteis sobre a eficácia do controle em termos de resposta. Os valores singulares podem ser plotados como funções de frequência, que tipicamente são pequenas em frequências baixas onde a resposta será eficaz e se aproximam de 1 em altas frequências, onde qualquer sistema real será estritamente adequado. Para motivar a necessidade de uma compreensão mais profunda da robustez, vemos que os sistemas MIMO podem exibir uma sensibilidade à incerteza, não encontrado em sistemas SISO. Focalizamos nossa atenção na incerteza de entrada diagonal, que está presente em qualquer sistema real e que muitas vezes limita o desempenho viável porque esta entre o controlador e a planta.

Em um sistema MIMO, perturbações, atrasos de sinais e distúrbios cada um possui direções associadas aos mesmos e isto torna mais difícil considerar seus efeitos separadamente, como no caso SISO, mas os resultados podem ser generalizados analisando suas direções de saída e identificar as saídas que não podem ser controladas satisfatoriamente. Por exemplo, se o efeito de distúrbios for muito grande, verificamos se a perturbação pode ser reduzida, em outros casos, isso pode envolver a melhoria ou o controle de outra parte do sistema, e podemos ter um distúrbio que é realmente a entrada manipulada para outra parte do sistema.

3.5 Incertezas nos sistemas de controle multivariável

Nos sistemas de controle MIMO (múltiplas entradas múltiplas saídas), por terem uma sensibilidade maior na presença das incertezas do que,

sistemas de controle com apenas uma variável, chamados de sistemas SISO (uma entrada uma saída), é por vezes crítico representar o acoplamento entre a incerteza em diferentes elementos da função de transferência. E também antes de analisar a estabilidade de sistema de malha fechada sob a ótica da incerteza, devemos primeiro, estimar as causas da incerteza no modelo, de modo a encontrar uma representação matemática adequada para ele. Devemos supor também como modelo real, é do tipo LTI para que possamos obter resultados simples e práticos.

(Skogestad, Sigurd; Postletwaite, Ian. 2001).

Os sistemas do Mundo Real são modelados como sistemas incertos, como em controle clássico, usando técnicas de controle robusto que são convenientemente analisados no domínio da frequência. A abordagem do controle moderno, tem sido no domínio do tempo, contudo esta abordagem deixa lacunas para compreensão do seu comportamento para variações no domínio da frequência. O desempenho robusto pode ser avaliado por meio do valor singular mínimo de ganho de malha que deve ser grande em baixas frequências, onde distúrbios estão presentes. No outro lado, para estabilidade robusta o valor singular máximo do ganho de malha deve ser pequeno em altas frequências, onde existe inexatidão significante no modelo. Observa-se também que para garantir a estabilidade a respeito das variações paramétricas no modelo linearizado devido a mudança no ponto operação, o valor singular máximo deve ser inferior ao limite superior (Brito Filho,2006).

3.6 Manipuladores robóticos

A definição de robô segundo o RIA (Instituto Americano de Robótica) Robô é um manipulador reprogramável e multifuncional projetado para mover materiais, partes ferramentas ou dispositivos especializados (figura 01) através de movimentos variáveis programados para desempenhar uma variedade de tarefas.



Figura 01 - Manipulador robótico Industrial.

Os manipuladores modernos são cada vez mais necessários interagir com seu ambiente por contato direto. Assim é que o impacto tanto da força de contato quanto do estado estacionário podem ser controlados, garantindo um desempenho satisfatório. Por exemplo, manipuladores que são utilizados na soldagem de placas de circuitos impressos em alta velocidade, sua força de impacto da sonda deve ser assim controlada para que as soldas não sejam danificadas e ao mesmo tempo aplicando um instante suficiente de força, para proporcionar um bom contato da solda na placa. Outro fator importante que afeta o desempenho do controle de impacto é o conhecimento da dinâmica do sistema, ou seja, conhecer bem a localização da superfície de colisão, por isso é feito toda a modelagem do sistema, como posições de deslocamento, direções das forças, graus de liberdade etec.. (Lee Sukhan,Chiu David K.1997). No tópico 3.7, será tratada a modelagem de estudo desse trabalho.

3.7 Modelagem física do manipulador.

Fatores que caracterizam os manipuladores e que são, em grande parte, responsáveis por tornar uma determinada configuração de braço.

- Anatomia;
- Volume de trabalho;
- Sistemas de acionamentos;
- · Sistema de controle;
- Desempenho e precisão;
- Órgãos terminais;
- · Sensores;
- Programação.

O manipulador deve posicionar o sensor sobre a superfície de contato de forma controlada para não causar danos a nenhum dos componentes, então, a saída do sistema é o deslocamento do sensor e a entrada seria uma excitação u(t), conforme a Figura 02. A obtenção do modelo matemático: a equação algébrica que exprime as variáveis de saída de um sistema com combinações lineares das variáveis de estado e das entradas e saídas no diagrama da Figura 03.



Figura 02- Modelagem física do manipulador (Chiu ,Lee;1997, Adaptado)



Figura 03 - Bloco com entrada e saída da planta.

A modelagem dar-se através das equações de estado de um sistema que é descrito por meio de um sistema de equações diferenciais em termos

das variáveis de estados com as seguintes etapas: variáveis de estados de sistemas dinâmicos; equação diferencial de estado; função de transferência a partir das equações de estados; a resposta no domínio do tempo e matriz de transição de estados. O resultado será modelado a partir das matrizes de estado do sistema, a seguir:

Alvo tem-se:

$$\begin{cases} \ddot{x}_r + 2\dot{x}_r + 2x_r - x_s - \dot{x}_s = u(t) \\ -\dot{x}_r - x_r + \ddot{x}_s + \dot{x}_s + x_s = 0 \end{cases}$$
(3.6)

Assumem-se, as variáveis de estado como:

$$\begin{cases} x_1 = x_r \\ x_2 = \dot{x}_r \\ x_3 = x_s \\ x_4 = \dot{x}_s \end{cases}$$
(3.7)

Escrevendo as equações de estado, usando as equações diferenciais e a definição das variáveis de estado, obtém-se:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x}_r = x_2 = 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0u(t) \\ \dot{x}_2 = \ddot{x}_r = -2x_r - 2\dot{x}_r + 1x_s + 1\dot{x}_s + 1u(t) = -2x_1 - 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 1u(t) \\ \dot{x}_3 = \dot{x}_s = x_4 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0u(t) \\ \dot{x}_4 = \ddot{x}_s = x_r + \dot{x}_r + x_s - \dot{x}_s + 0u(t) = x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 0u(t) \end{cases}$$
(3.8)

Supondo que a saída seja xs (deslocamento do sensor), a equação de saída fica:

$$y = x_s = x_3 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0u(t)$$
(3.9)

Ordenando na forma de matriz vetorial a equação de estado $\dot{X} = Ax + Bu$, tornase:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
(3.10)

A equação de saída y = Cx + Du é a seguinte:

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
(3.11)

Assim, assumem-se as variáveis de estado conforme 3.3 e o modelo matemático em representação no espaço de estados, conforme equações, 3.6 e 3.7. Assume-se também que o manipulador robótico em questão é controlável e observável. Desta forma, discute-se a questão de como escolher o compensador K(s) de modo que o sistema de malha fechada seja estável e ainda tenha graus de liberdade em número suficiente para dar forma à malha, de modo que satisfaça as condições de desempenho e estabilidade. Para isso, admite-se que todas as variáveis de estados sejam mensuráveis e que estejam disponíveis para realimentação uma vez que, o manipulador robótico seja controlável e observável, todos os autovalores de malha fechada do sistema poderão ser alocados em qualquer posição desejada por meio de uma realimentação de estados, desde que seja empregada uma matriz de ganho apropriada. Então, para a busca deste ganho ótimo, nesta pesquisa, utiliza-se o projeto do Regulador Linear Quadrático - LQR (sigla inglesa: Linear Quadratic Regulator).

3.8 Modelo nominal da planta.

Da mesma forma que no sistema de controle SISO (Uma entrada e uma saída) de variável, os mecanismos de procedimentos para um caso multivariável ou MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas) se resumirá em fazer com que o sistema nominal da planta compensado obedeça a um conjunto de restrições de desempenho e estabilidade, levando em conta o erro de modelagem. Porém, quando o sistema a ser controlado passa a apresentar múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), o projetista poderá encontrar dificuldades para aplicar as técnicas de controle clássico para o desenvolvimento do projeto do controlador (Aguirre, 2007).

As técnicas de controle moderno utilizam representações de equações do modelo da planta em espaço de estados com o objetivo de facilitar o projeto do controlador. Para uma melhor solução que satisfaça os requisitos de estabilidade e restrições associadas ao modelo da planta, utiliza-se a técnica de controle ótimo, que passa também a ser capaz de apresentar a melhor solução dentro de uma determinada classe considerada no projeto.

3.9 Controle ótimo e Projeto LQR

A representação por espaço de estados é uma solução conveniente, pois apresenta o modelo contendo o vetor de estados x da planta, utilizado em técnicas de controle ótimo. Particularmente neste trabalho, será discutida a técnica LQR. Considerando o sistema genérico a seguir, descrito por equação de estados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
 (3.12)
 $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ (3.13)

onde *A*, *B*, *C*, *D* são as matrizes de estado que representa o sistema genérico, onde temos o vetor dos estados do modelo, o vetor das entradas e

o vetor das saídas do sistema genérico. Com todos os estados do modelo genérico mensuráveis, a realimentação de estados:

$$u(t) = -K(t)x(t) \tag{3.14}$$

Isto significa que o sinal de controle u(t) é determinado por um estado instantâneo. Supondo que todas as variáveis de estado estão disponíveis para a realimentação, mas na verdade não estão, e precisa-se projetar um observador de estados. Na análise que se segue, assume-se que não existem restrições no u(t). A figura 04, o diagrama de blocos do sistema é mostrado:



Figura 04 – Sistema de controle com realimentações.

E que pode se aplicado, sendo K(t)x(t) matriz de realimentação de estados. Substituindo a equação 3.10 na equação 3.8, é possível então obter a resposta em malha fechada desejada;

$$\dot{x} = (A - BK)x(t)$$
 (3.15)

A solução desta equação é dada por:

$$x(t) = e^{(A-BK)t}x(o)$$
 (3.16)

e que X (0) representa o estado inicial causada por perturbações externas. Estabilidade e características da resposta transitória e são

determinados pelos valores próprios de (A-BK). Se a matriz *K* é escolhida de forma adequada, a matriz se torna (A-BK) assintoticamente estável para todos os x (0) \neq 0 da matriz é possível que *X* (*t*) tende para 0 quando t tende para infinito. Os valores próprios da matriz são chamados pólos (A-BK) regulador. Se estes são colocados no semiplano esquerdo do plano *S*, então *x* (*t*) tende para 0 quando *t* tende para infinito. O problema de localizar os pólos de malha fechada nas posições desejadas é chamado de problema alocação de pólos, que é possível, deste que o sistema seja totalmente controlável.

Para o controle LQR, a sua característica de otimalidade é dada através da minimização da função quadrática *J*:

$$J = \int_0^\infty (x^* Q_x + u^* R_u) d_t$$
 (3.17)

O controle ótimo é uma das técnicas de controle moderno onde um sistema realimentado, é capaz de satisfazer os requisitos de estabilidade e restrições associadas ao controle clássico, passa também a ser capaz de apresentar a melhor solução dentro de uma determinada classe considerada no projeto, justificando assim a terminologia de controle "ótimo". O sistema de controle ótimo deve ser projetado para rejeitar os distúrbios de entrada na planta e fazer que as variáveis do processo acompanhem o sinal de referência (AGUIRRE, 2007).

3.10 Projeto do observador de estados

Em um sistema de controle de malha fechada, assume-se que todos os estados x são mensuráveis ou que podem ser gerados a partir da saída. Em muitos sistemas de controle práticos é economicamente impraticável instalar todos os sensores que seriam necessários para medir todos os estados. Então a capacidade de reconstruir os estados da saída da planta requer que todos os estados sejam observáveis, então devemos utilizar métodos de reconstrução dos estados a partir das saídas medidas por um sistema dinâmico, que é nosso observador. O vetor de estado $\tilde{x}(t)$, pode ser usado

para implementar uma lei de controle de resposta de estado $u=K\tilde{x}(t)$. Um método básico de reconstrução dos estados é simular as equações de estado e de saída da planta no computador (Xue, Dingyü; Chen, Yang Quan; Atherton. 2007)

O observador de estados é um sistema dual, exatamente igual ao modelo matemático da planta, a menos por um termo que incorpora o erro de estimação para compensar as incertezas nas matrizes A e B e a ausência do erro inicial (Ogata, 2002), sendo o erro de estimação o resultado da diferença entre as saídas medidas do sistema e as saídas estimadas pelo observador de estados. Considerando o sistema apresentado pela figura 05, onde é apresentada a estrutura de um observador de estados de ordem plena na realimentação.



Figura 05- Observador de estados de ordem plena.

3.11 Efeitos do observador no sistema de malha fechada.

No processo de alocação dos pólos, supomos que todos os estados ou variáveis do processo estejam disponíveis na realimentação, na prática, contudo, o estado real x(t), não pode ser mensurável, então é preciso projetar um observador de estados e diminuir as incertezas do projeto utilizando o estado observado $\tilde{x}(t)$, na realimentação conforme a equação 3.20. O processo desse projeto, portanto, passa por duas fases, sendo primeira a determinação da matriz de ganho K de realimentação que produzirá a equação característica desejada e depois na determinação da matriz de ganho Ke do observador que produzirá a equação característica do

observador desejada. Antes de ser utilizado o estado observado $\tilde{x}(t)$, em vez do estado real x(t), na equação característica de um sistema de controle de malha fechada, considera-se o sistema de estado completamente controlável e observável definidos pelas equações:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y = Cx(t)$$

Então para o controle por realimentação de estado baseado no estado observado $\tilde{x}(t)$, $u(t) = -K\tilde{x}(t)$, com esse controle, a equação de estado resulta em:

$$\dot{x} = Ax(t) - BK\tilde{x}(t) \tag{3.18}$$

Sendo que, a diferença entre o estado real x(t) e o estado observado $\tilde{x}(t)$ é definido como: $e(t) = x(t) - \tilde{x}(t)$, então:

$$\tilde{x}(t) = x(t) - e(t)$$
 (3.19)

Substituindo a relação (3.14) na equação (3.13) resulta em: $\dot{x} = Ax(t) - BK[x(t) - e(t)] = Ax(t) - BKx(t) + BKe(t)$, com esse controle, a equação de estado resulta em:

$$\dot{x} = (A - BK)x(t) + BK[x(t) - \tilde{x}(t)]$$
(3.20)

Dado a equação de erro do observador de ordem plena:

$$\dot{e} = (A - K_e C)e \tag{3.21}$$

Combinando as equações (3.15) e (3.16), obtemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - K_e C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$
(3.22)

Esta equação descreve as dinâmicas do sistema de controle realimentado por estado observado. A equação característica do sistema é:
$$\begin{bmatrix} sI - A + BK & -BK \\ 0 & sI - A + K_eC \end{bmatrix} = 0$$

Ou

$$|sI - A + BK||sI - A + K_eC| = 0 (3.23)$$

Observamos que os pólos de malha fechada por estado observado consistem nos pólos decorrentes do projeto por alocação de pólos e dos pólos decorrentes do projeto isolado do observador, ou seja, o projeto da alocação dos pólos e o projeto do observador são independentes entre si. Podem ser projetos projetados separadamente e combinados para formar o sistema de controle realimentado por estado observado.

É utilizado um controle do tipo realimentado de estado observado $u = -K\tilde{x}$. Então, as equações do observador são dadas por:

$$\tilde{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e \mathbf{C} - \mathbf{B} \mathbf{K})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_e \mathbf{y}$$
(3.24)

A matriz do controlador observador $[A - K_e - BK]$ pode ser estável ou não, embora [A - BK] e $[A - K_eC]$ sejam escolhidas para serem estáveis. De fato, em alguns casos, a matriz $[A - K_eC - BK]$ pode ser pouco estável ou mesmo instável, comprometendo a robustez do sistema de controle (Ogata, 2015). O gráfico da figura 06 mostra a comparação do projeto LQR e o resultado após a estimação dos estados, pode-se observar perdas da margem de fase e ganho.



Figura 06 - Diagrama de Bode do projeto LQR e LQG (Fonte:Autor)

3.12 Procedimentos de recuperação da função de transferência de malha LQG/LTR

O objetivo desta seção é abordar a técnica utilizada para recuperar as propriedades de desempenho e estabilidade robusta, perdidas pela introdução de um estimador na malha de controle do projeto LQR. Vimos que a margem de fase (PM) e margem de ganho (GM) tornam-se arbitrariamente pobres, mas pode-se modificar o projeto do estimador de forma que possa-se, recuperar as propriedades do projeto LQR em certa medida. Este processo é especialmente eficaz para sistemas em que o modelo de projeto da planta possuem os zeros de transmissão no semi-plano esquerdo ou seja zeros de fase mínima. Este procedimento está representado na figura 07.



Figura 07 – Diagrama de blocos com pontos de recuperação (Cruz, 1996).

Há duas formas de recuperação (projeto dual), sendo o primeiro associado à matriz de função de transferência de malha $G_N(s)K(s)$, correspondente à abertura da malha na saída da planta (ponto o) e o segundo associado à matriz de função de transferência de malha $G_N(s)K(s)$, correspondente à abertura da malha na entrada da planta (ponto i). O procedimento tratado aqui será o primeiro, que é conhecido como LTR na saída da planta tratado por (Cruz, 1996). Neste admite-se adequadamente fixada a matriz de ganhos do observador H ou L, ao passo que a matriz de ganhos do controlador G ou K é ajustável. Essa alternativa é extremamente consistente com a análise dos valores singulares de $G_N(s)K(s)$ considerada até aqui para reproduzir as especificações do sistema de controle através de restrições sobre seus Diagramas de Bode. Assim, admite-se que a matriz H ou L do FK tenha sido escolhida de forma que:

 $Re[\lambda_i(A - HC)] < 0; (i = 1, 2, ..., n),$ enquanto o ganho do controlador G ou K é variável.

Considerando a planta do sistema dinâmico:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + G\xi(t)$$
 (3.25)
 $y(t) = Cx(t) + v(t)$ (3.26)

onde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $\xi(t)$ e v(t) são ruídos Gaussianos brancos aleatórios. A variação do estado estimado será dado por:

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\tilde{y}(t),$$
 (3.27)

Sendo:

$$\tilde{y}(t) = y(t) - C\hat{x}(t)$$
(3.28)

Substituindo a equação (3.28) em (3.27) ficamos com:

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t))$$
$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t)$$
(3.29)

Aplicando-se a transformada de Laplace na equação (3.29) tem-se:

$$s\hat{X}(s) = (A - LC)\hat{X}(s) + BU(s) + LY(s)$$

 $\hat{X}(s) = (sI - A + LC)^{-1}[BU(s) + LY(s)].$ (3.30)

Sujeito a lei de controle;

.

$$U(s) = -K\hat{X}(s).$$
(3.31)

Substituindo a equação (3.30) em (3.31) temos;

$$U(s) = -K(sI - A + LC)^{-1}[BU(s) + LY(s)]$$
(3.32)

Definindo-se:

$$H_s(s) = -K(sI - A + LC)^{-1}B$$
 (3.33)
e
 $H_y(s) = -K(sI - A + LC)^{-1}L$ (3.32)

A matriz do estimador é definida como:

$$\phi_{o(s)} = (sI - A + LC)^{-1} \tag{3.33}$$

Logo;

$$H_{u(s)} = K \Phi_o B$$
 (3.34)
e
 $H_{y(s)} = K \Phi_o L$ (3.35)

Substituindo-se as equações (3.34) e (3.35) na equação (3.32):

$$U(s) = F(s)Y(s)$$
(3.36)

Sendo:

$$F(s) = -(I + H_u)^{-1}H_y$$
 (3.37)

Substituindo as equações (3.34) e (3.35) em (3.37) ficamos com:

$$F(s) = \{I + K[sI - (A - LC)]^{-1}B\}^{-1}K\phi_0L$$
 (3.38)

Usando-se o lema da inversa, a equação (3.36) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$(A_{1} + B_{1}C_{1}D_{1})^{-1} = A_{1}^{-1} - A_{1}^{-1}B_{1}(D_{1}A_{1}^{-1}B_{1} + C_{1}^{-1})^{-1}D_{1}A_{1}^{-1}$$
assim fazendo:

$$A_{1} = I; B_{1} = K, C_{1} = (sI - A + LC)^{-1} \quad \text{e} \quad D_{1} = B.$$
Tem-se:

$$F(s) = K\varphi_{r}L, \text{ sendo } \varphi_{r} = [sI - (A - BK - LC)]^{-1} , \quad (3.39)$$

Desse modo abrindo-se a malha na saída da planta da figura 07, o ganho do regulador de malha aberta, referido à saída será:

$$L_r^{o}(s) = G(s)F(s) = C\phi BK\phi_r L$$
(3.40)

Determinando-se o ganho K do controlador que recupere a malha do L_{LQR} , ou seja,

$$min_{K_{OR}}$$
 $L_{LQR} - C \phi B K \phi_r L$

Sujeito a

$$\begin{split} |K| &\leq \varepsilon \\ \lambda_{i,esq} &\leq \lambda_{cal} \leq \lambda_{dir} \\ S_i &\leq \epsilon \end{split}$$

As restrições, $|K| \le \varepsilon$ do problema são operacionais, limitando-se ao ajustes do ganho K do controlador. As matrizes de ponderação (Q,R) são determinadas pelo modelo de busca LTR_{QR} que são parâmetros da equação algébrica de Riccati:

 $A^{T}P + PA - PBR_{i}^{-1}B^{T}P + Q_{i} = 0$ (3.41) Dado as relações de (Q_{i}, R_{i}) ; $Q_{i} = v_{i}^{2}Q_{o} + CC^{T}, R = v_{i}^{2}R_{o}$ e substituindo em (3.41) ficamos com:

$$A^{T}P + PA - PB(v_{i}^{2}R_{o})^{-1}B^{T}P + (v_{i}^{2}Q_{o} + CC^{T}) = 0; t \le T$$

A solução *P* da equação Algébrica de Riccati fornece os ganhos do controlador: $K_{LTR} = (v_i^2 R_o)^{-1} B^T P$, para o cálculo da lei de controle: $U_{LTR} = -K_{LTR} x(t)$. Neste processo de recuperação, o ganho do filtro de Kalman L é fixado e projeta-se o ganho do controlador K pela variação e escolha dos parâmetros para atingir-se a robustez do LQR.

Capítulo 4

4.1 Barreiras de desempenho e estabilidade robusta

O desafio de projetar um sistema de controle capaz de garantir uma estabilidade e um bom desempenho em toda a faixa possível de operação. Isto é, o sistema deve ser robusto e deve ser capaz de continuar operando apesar das incertezas e perturbações possíveis de ocorrerem na prática (Campos, 2004). Uma incerteza estruturada a pertinência dos parâmetros de um modelo a um dado conjunto é uma representação estruturada do erro de modelagem, ou seja, supondo-se conhecida a estrutura do modelo a incerteza reside apenas nos valores numéricos dos seus parâmetros. Em representações onde existam incertezas não estruturadas do erro de modelagem, não se sabe exatamente as fontes da incerteza, apenas é representado o efeito final do erro (Cruz, 1996).

A barreira da estabilidade será determinada encontrando-se o inverso do maior valor singular do ruído de medição, variando-se a constante ζ de 0,1 a 1,0, para uma dada freguência. A variação em toda a freguência fornece a barreira da estabilidade. A Figura 08 mostra o valor singular do sistema nominal aumentado juntamente com as barreiras de desempenho e de estabilidade. Este gráfico é conhecido como diagrama de Bode multivarável, que nos dá a análise de desempenho e estabilidade robusta. Por esta figura, nota-se que o sistema nominal aumentado está dentro dos limites considerados para este projeto. Portanto, 0 sistema atende aos compromissos de sistema que consideram os erros com relação ao rastreamento do sinal de entrada, rejeição a perturbação e sensibilidade a variação da planta. Além disso, é importante destacar que o sistema deve se manter estável mesmo na presença do ruído.



Barreiras de baixa e alta freqüência (CRUZ (1996)

Figura 08- Barreiras de desempenho e estabilidade robusta.

O ruído de medição em sensores e os distúrbios nas variáveis de saída do sistema SISO da figura 09 são representados por N(s) e Di(s), respectivamente. A eliminação ou minimização desses efeitos é um desafio que o controlador K(s) deve ser capaz de resolver, pois basicamente, ruídos em sensores e os distúrbios ocorrem em faixas de frequência distintas, respectivamente em alta e em baixa frequência.



Figura 09 – Diagrama de malha fechada de um sistema SISO.

4.2 Especificações de desempenho e estabilidade robusta

O objetivo do projeto é encontrar um compensador K que assegure a estabilidade do sistema em malha fechada ao mesmo tempo em que mantenha $\overline{\sigma}(GK)$ e $\underline{\sigma}(GK)$ fora das regiões de fronteira de desempenho e estabilidade robusta. O artigo de Doyle e Stein foi particularmente influente, sobretudo a questão fundamental de como obter os benefícios da retroalimentação na presença de incerteza não estruturada e através do uso de valores, mostrou-se como as idéias clássicas de projetos de malha fechada poderiam ser generalizada para sistemas multivariáveis. O diagrama figura 07 mostra onde a planta G e controlador K é conduzida por comandos de sinal de referência r, distúrbios de saída D(s) e Ruído de medição N(s), Y são as saídas a serem controladas e u é o controle sinal em termos da função de sensibilidade:

 $S = (I + GK)^{-1}$ (4.1)

e do circuito fechado da função de transferência:

$$T = GK(I + GK)^{-1} = I - S$$
 (4.2)

Temos as seguintes relações importantes:

$$Y_{(s)} = T_{(s)}r_{(s)} + S_{(s)}d_{(s)} - T_{(s)}n_{(s)}$$
 (4.3)

$$u_{(s)} = K_{(s)}S_{(s)}[r_{(s)} - n_{(s)} - d_{(s)}] \qquad (4.4)$$

Estas relações determinam vários objetivos de uma malha de controle fechada, além da exigência de que K estabiliza a planta G, temos que saber que:

- 1. Para rejeição de perturbações temos que obter $\bar{\sigma}(S)$ pequeno;
- 2. Para atenuação de ruído obter $\bar{\sigma}(S)$ pequeno;
- 3. Para rastreamento do sinal de referência obter $\bar{\sigma}(T) \approx \underline{\sigma}(T) \approx 1$;

- 4. Para redução da energia de controle obter $\bar{\sigma}(KS)$ pequeno;
- 5. Obter $\bar{\sigma}(KS)$ pequeno para obtenção de robustez de estabilidade na presença de incertezas modeladas como uma perturbação multiplicativa na saída;
- 6. Para estabilidade robusta na presença de uma perturbação de saída multiplicativa, $\bar{\sigma}(T)$ pequeno.

O projeto é, portanto, um trade off sobre a frequência com objetivos conflitantes, isto é, normalmente para rejeição de perturbações devem ser em baixas frequências, enquanto que para a atenuação do ruído ocorre muitas vezes em frequências altas. No formato de loop clássico é a magnitude da função de transferência em laço aberto L = GK que é moldado, enquanto que os requisitos de projeto são todos em termos de funções de transferência em malha fechada, lembrando que: o vetor singular à direita está associado ao menor valor singular e indica a sensibilidade dos sinais, já o vetor singular à esquerda associado ao menor valor singular está relacionado à sensibilidade do sistema (Filho,2006).

$$\underline{\sigma}(L) - 1 \le \frac{1}{\overline{\sigma}(S)} \le \underline{\sigma}(L) + 1$$
 (4.5)

Sobre faixas de frequência especificadas, é relativamente fácil aproximar os requisitos de malha fechada pelos seguintes objetivos de malha aberta: 1. Para rejeição de perturbações, fazer $\underline{\sigma}(GK)$ grande; Válido para frequências nas quais $\underline{\sigma}(GK) \gg 1$;

2. Para a atenuação de ruído fazer $\overline{\sigma}(GK)$ pequeno; Válido para frequências nas quais $\overline{\sigma}(GK) \ll 1$;

3. Para o seguimento de referência fazer $\underline{\sigma}(GK)$ grande; Válido para frequências nas quais $\underline{\sigma}(GK) \gg 1$;

4. Para redução de energia de controle fazer $\overline{\sigma}(GK)$ pequeno; Válido para frequências nas quais $\overline{\sigma}(GK) \ll 1$;

5. Para a estabilidade robusta a uma perturbação aditiva fazer $\overline{\sigma}(GK)$ pequeno; valido para frequências em que $\overline{\sigma}(GK) \ll 1$;

6. Para a estabilidade robusta a uma perturbação de saída multiplicativa fazer $\overline{\sigma}(GK)$ pequeno; válido para frequências em que $\overline{\sigma}(GK) \ll 1$.Então para baixas frequências considerando na equação o ruído como zero:

$$E(s) = S(s)[U_r(s) - U_d(s)] + T(s)U_m(s)$$
(4.6)

Ficamos como:

$$E(s) = S(s)[U_r(s) - U_d(s)]$$
 (4.7)

Para assegurar um erro mínimo, devemos manter $\overline{\sigma}(GK)$ pequeno, que é garantido se selecionarmos: $\underline{\sigma}(GK) \gg 1$. Especificando assim um desempenho em altas frequências para garantir o desempenho robusto na presença de perturbações de baixas frequências (Skogestad, Sigurd; Postletwaite, Ian. 2001)

Em altas frequências com ruído conhecido do sensor, para manter o erro mínimo na presença de ruídos de medida, devemos garantir que : $\overline{\sigma}(GK) \ll 1$.

Capítulo 5

5.1 Computação evolutiva.

Na década de 1950 e 1960 vários cientistas da computação estudaram de forma independente sistemas evolutivos com a ideia de que a evolução poderia ser utilizada como uma ferramenta de otimização para problemas de engenharia. A ideia em todos estes sistemas era evoluir uma população de possíveis candidatas à solução de um determinado problema usando operadores inspirados em variação genética e seleção natural, mostrado na Figura 10. Os algoritmos genéticos (AG's) foram inventados por John Holland na década de 1960 e depois foram desenvolvidos por Holland, seus alunos e colegas da Universidade de Michigan em 1960 e 1970. Em contraste com as estratégias de evolução e de programação evolucionária, o objetivo original de Holland não era o de projetar algoritmos para resolver problemas específicos, mas estudar formalmente o fenômeno de adaptação uma vez ocorrendo na natureza, seria possível desenvolver maneiras em que os mecanismos de adaptação natural poderiam ser importados para sistemas computacionais. "Adaptação" livro de 1975 de Holland, em que os sistemas naturais e artificiais foram apresentados como algoritmo genético e aplicado como uma abstração da evolução biológica. Dessa forma deu-se o início para um quadro teórico para a adaptação dos programas sob a ótica dos AG. (Mitchell, 1999).

Qualquer aplicação computacional que desenvolva uma tarefa e que possa ser executada por uma máquina é considerada pelos seres humanos como "inteligente" e pode ser denominado um sistema baseado em inteligência artificial.



Figura 10- Pseudo-código para um AG.

ou seja, execute um processo de raciocínio, decisão e aprendizagem. Desde a modelagem do processo até a tomada de decisão, passando por algoritmos que controlam atuadores, no controle de um processo (Campos, 2004). O controle automático tem desempenhado um papel fundamental no avanço da engenharia e da ciência, pois ele é essencial em diversas áreas dos modernos processos industriais e de produção. Por exemplo, o controle automático é essencial em operações industriais, como controle de pressão, nível, temperatura, viscosidade, umidade e de vazão nos diferentes processos industriais. Entendemos como algoritmo "um conjunto predeterminado e bem definido de regras e processos com operações finitas, destinados à solução de um problema com um número finito de etapas" e, como genético, "um termo relativo à genética, a qual é um ramo da biologia que estuda as leis da transmissão dos caracteres hereditários nos indivíduos, e os mecanismos que asseguram essa transmissão" (Ferreira, 1996).

5.2 Terminologias e operadores dos algoritmos genéticos

O algoritmo genético usa uma metáfora onde um problema de otimização, que se traduz basicamente na maximização ou minimização de funções, toma o lugar de um ambiente e soluções viáveis que são considerados como indivíduos que vivem no meio ambiente. Em algoritmos genéticos, os indivíduos são dígitos binários ou de algum outro conjunto de símbolos desenhados a partir de um conjunto finito. Assim como na memória do computador, que é composta por uma matriz de bits, tudo pode ser armazenado num computador e pode também ser codificada por uma sequência de bits com comprimento suficiente.

Em geral, há duas questões a serem consideradas para a inicialização da população do AG: O tamanho da população inicial e o procedimento para inicializar a mesma. Considera-se que o tamanho da população necessária para aumentar exponencialmente, com a complexidade do problema (o comprimento do cromossoma), a fim de gerar boas soluções. Estudos recentes têm mostrado que resultados satisfatórios podem ser obtidos com um tamanho, muito menor da população. Para resumir, uma grande população é bastante útil, mas exige custos excessivos em termos de memória e tempo. Como seria de se esperar, decidir tamanho adequado da população é crucial para a eficácia. Existem duas maneiras de gerar a população inicial: Inicialização heurística e inicialização aleatória. A inicialização heurística explora uma pequena parte da solução espaço e nunca encontra soluções ótimas globais por causa da falta de diversidade na população. Portanto, a inicialização aleatória é efetuada de modo que, a população inicial é gerada com o método de codificação.

Para algoritmos genéticos encontrar a solução ideal entre as melhores, será necessário executar determinadas operações sobre esses indivíduos. Este capítulo discute terminologias e operadores utilizados em algoritmos genéticos para conseguir uma boa o suficiente solução para possíveis condições de terminação (Sivanandam, Deepa, 2008).

5.2.1 Seleção

A seleção é o processo que determina o número de vezes ou ensaios, de um determinado indivíduo que será escolhido para a reprodução, e assim o número de descendentes que um indivíduo irá produzir. Cada indivíduo juntos na seleção recebem uma probabilidade de reprodução dependendo do próprio valor objetivo e o valor objetivo de todos os outros indivíduos na capaz seleção. Esta aptidão é usada para o passo de seleção real depois. (Sumathi S. Hamsapriya T. P. Surekha.2008).

A seleção por tentativas serve para aplicar pressão sobre a população, de uma maneira semelhante à da seleção natural, e é encontrado em sistemas biológicos. Indivíduos pobres são eliminados e os mais eficientes, ou montadores são indivíduos têm uma maior possibilidade ou média de promover a informação, que eles contêm dentro da próxima geração (Coley,1999). Supõe-se que a seleção seja capaz de comparar cada indivíduo da população, e a seleção será feita por meio de uma função de *fitness*. Cada cromossomo tem um valor associado correspondente à adequação da solução que ele representa. O *fitness* deve corresponder a uma avaliação de como é boa, a solução escolhida. A seleção de indivíduos pode ser visto como dois processos distintos:

(1) Determinação do número de ensaios um indivíduo pode esperar receber;

(2) conversão do número esperado de ensaios para um número discreto da prole.

A primeira parte preocupa-se com a transformação da matéria-aptidão, valores em uma expectativa de valor real de probabilidade de um indivíduo de reproduzir e é como a aptidão tarefa. A segunda parte é a seleção probabilística de indivíduos para reprodução com base na aptidão dos indivíduos em relação um ao outro, e é por vezes conhecido como amostragem. (S. Zalzala A. M. ,and J. Fleming P,1997).

5.2.2 Crossover

O operador de base para a produção de novos cromossomos no AG é o crossover (recombinação). Como suas contra partes na natureza, o cruzado produz novos indivíduos que têm algumas partes do material genético de ambos os pais, conforme figura 11. A forma mais simples de passagem é a de um único ponto de passagem. (S. Zalzala A. M. ,and J. Fleming P,1997).



Figura 11 – Operação crossover com único ponto. (Coley A,1999)

Pode-se dizer que a principal característica distintiva de um AG é o uso de cruzamento. De um único ponto de cruzamento é a forma mais simples, uma única posição de cruzamento é escolhida de forma aleatória e as partes de dois pais após a posição de crossover são trocados para formar dois filhos. A ideia é clara, para recombinar a construção dos blocos (esquemas) em sequências diferentes, de um único ponto de cruzamento que possui algumas limitações, porém por uma coisa, não se pode combinar todos os esquemas possíveis. Chamam isso de "viés posicional"(Eshelman, Caruana e S chaffer (1989), etal MICHETEL).

Os esquemas que podem ser criados ou destruídos por uma sequência e dependem fortemente da localização dos bits no cromossoma. De um único ponto de cruzamento assumem que é curta e de baixa ordem, esquemas são a construção funcional dos blocos em sequências, mas um só geralmente não sabe com antecedência qual será a ordenação de bits-grupo funcionalmente, geralmente vai, em pedaços e relacionados juntos, este era o propósito do operador de inversão e outros operadores adaptativos descritos na Figura 10.

5.2.3 Mutação

Na evolução natural, a mutação é um processo aleatório, onde um alelo e um gene, são substituídos por outros, para produzir uma nova estrutura genética. Dentro AG, a mutação é aplicada aleatoriamente com baixa probabilidade, tipicamente na ordem de 0,001 e 0,01, e que modifica elementos nos cromossomos. (S. Zalzala A. M. ,and J. Fleming P,1997).

Depois de compostos os filhos no processo de crossover, entra em ação o operador de mutação. Este opera associado a uma probabilidade extremamente baixa (da ordem de 0,5%) e nós sorteamos um número entre 0 e 1. Se ele for menor que a probabilidade predeterminada então o operador atua sobre o gene em questão, alterando-lhe o valor aleatoriamente. Repetese então o processo para todos os genes componentes dos filhos (Linden,2012).

O operador de mutação tem por objetivo introduzir uma diversidade nos cromossomos da população do AG, de forma a evitar que o mesmo fique preso em mínimos locais. Entretanto, se a taxa de mutação for muito elevada o AG corre o risco de perder antigos parâmetros ótimos e executar uma busca puramente aleatória, o que não é desejável, pois a velocidade de convergência para a solução de o problema tender a diminuir. Uma maneira simples de se implementar o operador de mutação é definir uma probabilidade de mutação (PM) e definir o número de parâmetros da população que irá sofrer mutação (N parmut): O número de parâmetros para mutação (N parmut)=PM* números de parâmetros de população; depois escolhe-se aleatoriamente dentro da população um parâmetros e aplica-se o seguinte operador de mutação: Pj_novo=valor randômico entre Pjmin e Pjmax. Este procedimento será repetido até que se tenha alterado o número de parâmetros desejados em função da probabilidade de mutação, que é o número de parâmetros da população que irá sofrer mutação, calculando anteriormente (Campos, 2004).

Capítulo 6

6.1 Metodologia e desenvolvimento do projeto

A recuperação da malha do LQR é conduzida no domínio da frequência. O modelo planta, controle e observador do projeto LQG é reduzido ao diagrama planta G(s) e compensador F(s) para fins de projeto da malha de recuperação. Este trabalho tem por base a abertura de malha no ponto 2, figura 12. A redução do diagrama Planta, Controle e Observador estabelece as seguintes relações entre os sinais de saída e entrada com os parâmetros do modelo da planta do sistema de controle (Rêgo, 2007).

Sendo o manipulador controlável e observável, faremos a análise de desempenho e estabilidade robusta considerando as incertezas da planta nominal e projetar o controlador LQG que satisfaça os parâmetros numéricos da planta, com software Matlab, mostrar o valor singular do sistema nominal aumentado juntamente com as barreiras de desempenho e de estabilidade. E que o sistema nominal aumentado está dentro dos limites considerados para este projeto. Portanto, para atender aos compromissos do sistema que consideram os erros com relação ao rastreamento do sinal de entrada, rejeição a perturbação e sensibilidade a variação da planta.



Figura 12 - Diagrama de bloco simplificado do LQG/LTR para recuperação de malha LQR.

6.2 Projeto do Controlador para LQG/LTR

O controlador LQR (Regulador Linear Quadrático) é uma técnica utilizada no domínio do tempo, com garantia de estabilidade e com margem de fase 60º graus, com margem de ganho infinita (M.Maciejowski, 1989) com

garantia na qualidade de estabilidade de robustez. Mas o LQR requer que todas as variáveis de estado estejam disponíveis, na realimentação do sistema, o que na prática não ocorre devido aos parâmetros de incerteza do projeto da planta, sem contar que não haja ruído e perturbação no sistema. Então ao inserirmos no modelo, o observador de estados, no caso o filtro de Kalman, capaz de estimar as variáveis de estado de forma indireta do modelo estudado (Ogata, 2002). Mas as propriedades de robustez do controlador LQR serão perdidas. Para resolver o problema com a inserção do observador de estados, será projetado um controlador LQG/LTR (Recuperação de malha de transferência) com recuperação da robustez da malha de realimentação do LQR, e é formulado como um problema de otimização que é aplicado na recuperação da malha pela entrada. Na figura 13, pode-se observar o diagrama de Bode com a equivalência do controlador LQR e sua recuperação após aplicação do controle LQG.



Figura 13 – Diagrama de Bode para controle LQR e LQG/LTR.

As metodologias do projeto LQG/LTR, apresentadas em Doyle and Stein (1979), fornecem importantes resultados teóricos, mas a abordagem é desprovida de modelos, algoritmos e procedimentos eficientes, a figura 14 mostra as etapas de construção do algoritmo para recuperação da malha LQR, na primeira etapa, o algoritmo determina os ganhos do controlador LQR que realize a alocação de autoestrutura desejada. A segunda etapa consiste do cálculo dos ganhos do observador de estado estocástico que satisfaz as restrições de AAE do filtro de Kalman.

No sentido do método de busca, ajuste de ganho de malha e sua recuperação, salvo métodos de tentativas e erros, esta pesquisa, um procedimento de projeto para ajustar os ganhos dos observadores é apresentado para recuperar a malha, função de transferência na saída. O ajuste do ganho é baseado em modificações automáticas nos parâmetros, tomando como referência as matrizes de covariâncias determinadas pelo FK, para determinar o ganho ótimo do observador de estado, para recuperar as propriedades de robustez, conforme a estrutura de otimização que será formulada.



Figura 14 – Estrutura hierárquica de algoritmos para recuperação da malha LQR (Rêgo, 2007).

A recuperação do ganho de malha de realimentação na saída considera constante o ganho L do LQR e, em seguida, ajusta o ganho do controlador de tal forma que as propriedades do LQR sejam recuperadas. O filtro de Kalman e o LQR são duais, o que significa que é possível obter

relações análogas nos dois casos simplesmente fazendo a correspondência entre os parâmetros, e é importante resaltar que a fixação do ganho do controlador, assim como das matrizes de covariância \mathcal{Z}_o da perturbação no estado e Θ_o do ruído de medidas iniciais, os quais serão utilizados para recuperação das propriedades de robustez, e será produzida pelo algoritmo genético.

6.3 Modelos de ajuste de ganho LTR

O Método LTR para recuperação das propriedades de robustez da malha da função de transferência é formulado como um problema de otimização, como o procedimento dual, ou seja, poderá ser aplicado na abertura da malha de transferência, na entrada ou na saída da planta. O índice de desempenho é a melhor escolha que minimiza o erro da freqüência da decomposição em valores da estrutura de controle dos projetos LQR e LQG. Destacam-se como objetivos a determinação do controlador $K_{LQR/LTR}$, a seleção das matrizes de ponderação Q e R do problema LQR, e a determinação do ganho do observador $K_{LQR/LTR}$, ou considerando a recuperação pela entrada, o problema de LQG associado com a seleção das matrizes de covariâncias. O uso de procedimentos por tentativa e erro para o projeto LTR justifica o desenvolvimento de um algoritmo que fornece um método ótimo para determinar o ganho de recuperação de malha. A estrutura do controlador LQG/LTR pode ser visualizada na figura 15.



Figura 15 - Estrutura do controlador LQG/LTR.

O procedimento para a recuperação do ganho de malha do LTR na saída mostra que escolhas apropriadas das matrizes de covariâncias são, em função de um parâmetro v_i , que pode aproximar a malha de controle LTR da malha de controle LQR. A abordagem de recuperação das propriedades de robustez do projeto de pesquisa, utilizando algoritmo genético e rede neuronal foi motivada no artigo de Sergi (2012).

6.4 Modelo de busca LTR

A seleção das matrizes (Q, R) e (Ξ, Θ) , são as duas alternativas para recuperação de malha do projeto LQR. Na recuperação pela saída, a busca é direcionada para as matrizes. Na figura 16, abrindo-se a malha na saída da planta (ponto 2), vamos encontrar o ganho do regulador de malha aberta na saída da planta dado pela equação (6.3)

$$L_r(s) = F_{(s)}G_{(s)} = C \Phi B K \Phi_r L$$
(6.1)



Figura 16 – Esquema simplificado para realimentação dos estados (fonte: Brito Filho,2006,p.58)

Para o ganho do regulador deseja-se que seu valor tenda para próximo do LQR ($L_r(s) \rightarrow L_{LOR}(s)$).

As variações das matrizes de ponderações têm como referência as matrizes (Q_o, R_o) e a lei para esta variação é conforme:

$$Q_i = v_i^2 Q_o + C C^T, R = v_i^2 R_o$$
(6.2)

A equação em (6.2) está em função de um escalar v_i . Na recuperação pela entrada, a busca é direcionada para o par de matrizes (Ξ , Θ), sendo que as matrizes de covariâncias têm como referência as matrizes de covariâncias (Ξ , Θ) e uma lei que estabelece suas variações:

$$\Xi_i = v_i^2 \Xi_0 + BB^T$$
, sendo, $\Theta = v_i^2 \Theta_0$ (6.3)

Como função de um escalar v_i . O problema é modelado como uma estrutura de otimização combinatória, permitindo a determinação do ganho do controlador:

$$K = R^{-1} B^T P_{QLR}(Q, R)$$
 (6.4)

Ou ganhos do observador de estados $L_{\Xi,\Theta}$ que recupera o ganho de malha L_{LQR} por meio do projeto $L_{LQR/LTR}$. A recuperação da malha do projeto LQR é realizada no domínio da freqüência, dada a abertura de malha, a função de transferência de malha aberta é dada por:

$$L_r(s) = F_{(s)}G_{(s)} = C \Phi B K \Phi_r L$$
(6.5)

onde $L_{(s)LTR}^{input}$, é a função de transferência na entrada. O problema é formulado de maneira que se determina, os ganhos $L_{\Xi,\Theta}$ do observador de estado o qual recupera a malha da função de transferência $L_{(s)}^{LQR}$, suportado pela estrutura de otimização combinatória da relação 6.6.

$$\min \sum (\sigma_i^{L_{LQR}} - \sigma_i^{K \phi_r L C \phi_B})$$
(6.6)

s.a. $|L\Xi, \Theta| \leq \varepsilon$;

$$\lambda_{i,esq} \leq \lambda_{cal} \leq \lambda_{i,dir}$$

$$S_i \leq \varepsilon$$
, sendo, $i = 1, 2, \dots, n$.

onde $|L\mathcal{I}, \Theta| \leq \varepsilon$, são restrições operacionais do problema.

A solução da recuperação do projeto LTR na entrada é dada pela seleção do par de matrizes de covariâncias, que é realizada pelo modelo de busca $LTR_{\Xi,\Theta}$, sendo que essas matrizes constituem os parâmetros matriciais da equação algébrica de Riccati:

$$A\sum + \sum A^{T} + G\Xi G^{T} - \sum C^{T} \Theta^{-1} C\sum = 0$$
(6.7)

Substituindo-se as equações em (6.3) em (6.7), obtemos (6.8);

$$A\sum + \sum A^T + G(v^2 \Xi_o + BB^T)G^T - \sum C^T (v^2 \Theta_o)^{-1}C\sum = 0$$
(6.8)

sendo v é o parâmetro escalar usado para ajustar as matrizes de covariâncias e G = I. A solução da equação algébrica de Riccati é utilizado para computar os ganhos do observador:

$$L_{LTR} = \sum C^T (V^2 \Theta_o)^{-1}$$

Onde L_{LTR} , são os ganhos do observador do Filtro de Kalman.

6.5 Seleção da polução inicial

Sendo a população um conjunto de indivíduos que compõe uma geração, Representamo-lo aqui como uma função que recebe como entrada uma população inicial e uma função de avaliação, normalmente denominada fitness, e fornece como saída o melhor indivíduo encontrado após o processo evolutivo, ou seja, primeira interação ou ciclo evolutivo do algoritmo. Um aspecto importante a ser considerado para o sucesso do processo evolutivo refere-se ao tamanho da população inicial e da população nas subseqüentes gerações, pois é possível comprometer a evolução dos indivíduos caso a quantidade escolhida seja muito grande ou muito pequena. Esta medida, exceto em casos muito particulares, deve ser estabelecida empiricamente e de acordo com a disponibilidade de recursos computacionais.

6.6 Operadores genéticos crossover e mutação

O principio básico dos operadores genéticos é transformar a população através de sucessivas gerações, estendendo a busca até chegar a um resultado satisfatório. Os operadores genéticos são necessários para que a população se diversifique e mantenha características de adaptação adquiridas pelas gerações anteriores. Os operadores de cruzamento e de mutação têm um papel fundamental em um algoritmo genético.

O crossover é considerado o operador genético predominante. Através do cruzamento são criados novos indivíduos misturando características de dois indivíduos "pais". Esta mistura é feita tentando imitar (em um alto nível de abstração) a reprodução de genes em células. Trechos das características de um indivíduo são trocados pelo trecho equivalente do outro. O resultado desta operação é um indivíduo que potencialmente combine as melhores características dos indivíduos usados como base.

A mutação, esta operação simplesmente modifica aleatoriamente alguma característica do indivíduo sobre o qual é aplicada. Esta troca é importante, pois acaba por criar novos valores de características que não existiam ou apareciam em pequena quantidade na população em análise. O operador de mutação é necessário para a introdução e manutenção da diversidade genética da população. Desta forma, a mutação assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do espaço de busca possivelmente não será zero. O operador de mutação é aplicado aos indivíduos através de uma taxa de mutação geralmente pequena.

Capítulo 7

7.1 Resultados computacionais do AG para o LQG/LTR.

O desempenho do projeto do AG- LQG/LTR é verificado, comparandose os valores singulares do projeto LQR e do projeto LTR. A implementação do algoritmo considera uma população composta por 14 indivíduos e um ciclo de busca de sete gerações. O parâmetro de operação de crossover tem como valores 0,1 e 0,05. ou seja a possibilidade de recombinação entre dois indivíduos A operação de mutação tem probabilidade de ocorrência probmut = 5%, a análise dos valores singulares é utilizada para definir o controlador que promove as melhores propriedades de robustez entre um grupo de soluções, esta análise considera as soluções que satisfazem as restrições de autoestrutura, estas matrizes de ponderação Q do estado e *R* do controle são determinadas para o modelo de um sistema, após exaustivas buscas, escolhe-se três conjuntos de pares das matrizes ponderação que melhor alocam a autoestrutura especificadas. Esta escolha é realizada e tem por base os valores singulares em função da frequência, que são impostos ao sistema pelos ganhos do controlador ótimo.

A partir do exposto, é desejável que a função sensibilidade apresente um ganho baixo em altas frequências e que a função sensibilidade apresente um ganho baixo em baixas frequências (ROCHA, 2006). A Figura 17 ilustra os valores singulares da recuperação das propriedades de robustez do projeto *LQR* via projeto *LTR*, usando algoritmo genético. Verificou-se que as propriedades de robustez perdidas com a estimação, são completamente recuperadas.



Figura 17 - Valores singulares da recuperação das propriedades de robustez.

de fato tomando-se como referência a solução ótima do projeto LQR em vermelho (linha tracejada valor singular máximo e linha cheia valor singular mínimo), com parâmetro v tendendo para zero observa-se claramente que o processo de recuperação é almejado, pois à medida que o v torna-se bem próximo de zero os valores singulares máximos e mínimos, tendem a sobrepor a referência do LQR. Segundo (Lewis, 2012), os limites para garantir as propriedades de robustez são dadas em termos dos valores singulares mínimos, sendo grandes nas baixas frequências (para desempenho da robustez) e os valores singulares máximos são pequenos nas altas frequências (para estabilidade de robustez).

7.2 Análise da barreira de desempenho e estabilidade robusta

Tendo em vista que esta pesquisa se trata de um projeto de controlador robusto, é importante verificar os compromissos de desempenho e estabilidade robusta. Para esta análise, considerou-se como dinâmica desconhecida, o efeito do ruído provocado por dois polos, conforme (Sigurd, 2001). Para essa análise adotou-se as seguintes especificações:

- Acompanhamento do sinal de referência e rejeição de perturbações com erro não superiora10% para ω ≤ 0,5rad/s;
- Sensibilidade à variações na planta não superior a 15% para ω ≤ 0,7rad/ s.

Para se ter acompanhamento do sinal de referência e rejeição de perturbações com erro não superior a 10% para $\omega \leq 0.5 \text{ rad/s}$, ou seja, $\delta_r e \delta_d \leq 0.1$, a barreira de desempenho para estas condições é dada por 20*log10(0,1) para $\omega \leq 0.5 \text{ rad/s}$.

Para se ter sensibilidade a variações da planta com erro não superior a 15% para $\omega \le 0.7$ rad/s, ou seja, $\delta_s \le 0.15$, a barreira de desempenho para estas condições é dada por 20*log10(0,15) para $\omega \le 0.7$ rad/s.

A barreira da estabilidade foi determinada encontrando-se o inverso do maior valor singular do ruído de medição, variando-se a constante ζ de 0,1 a 1,0, para uma dada frequência. A variação em toda a frequência fornece a barreira da estabilidade.

A Figura 18 ilustra o valor singular do sistema nominal aumentado juntamente com as barreiras de desempenho e de estabilidade. Por esta figura, observamos que o sistema nominal aumentado está dentro dos limites considerados para este projeto. Portanto, o sistema atende aos compromissos de sistema que consideram os erros com relação ao rastreamento do sinal de entrada, rejeição a perturbação e sensibilidade a variação da planta. Além disso, é importante destacar que o sistema se mantém estável mesmo na presença do ruído.



Figura 18- Sistema nominal aumentado (azul) e as barreiras de desempenho (vermelho) e de estabilidade (preto) . (Autor: próprio)

Capítulo 8 8.1 Conclusões

Segundo os resultados mostrados no processo de recuperação da malha de transferência pela saída onde fixou-se o ganho do filtro da Kalman ao passo que a matriz do controlador é ajustável, pode-se dizer que esta metodologia é consistente pela análise dos valores singulares do diagrama bode multivariável, que mostram que os critérios de desempenho e estabilidade robusta estão dentro da faixa desejada. Com relação a barreira de alta e baixa frequência o diagrama de Bode do ganho da função de transferência, satisfaz as condições de desempenho e estabilidade robusta, desta forma podemos concluir que a metodologia utilizando inteligência artificial é uma boa proposta para solução da recuperação da malha de transferência, já que as soluções do AG proposto para critérios de desempenho e estabilidade robusta foram alcançados.

8.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou um método de recuperação das propriedades de robustez, e alguns trabalhos podem ser desenvolvidos para direcionar a continuidade deste estudo, os quais podem descrever.

- Desenvolver mais operadores genéticos para melhoria das soluções produzidas pelo AG;
- Verificar o desempenho do método de recuperação de malha em outras plantas, tais como: Processos de controle de temperatura, nível e pressão;
- Verificar e comparar o algoritmo quanto ao desempenho na análise do tempo e frequência;
- ➢ Aplicar os controles H₂ e H∞ para o controle da planta comparando o desempenho em relação ao algoritmo genético.

Apêndice

A.Procedimento do controle inteligente LQR.

O projeto do regulador linear quadrático (LQR) é feito em três etapas:

- 1. A busca das matrizes de ponderação via AG;
- 2. Solução da Equação Algébrica de Riccati via RNA;
- 3. Cálculo do ganho do controlador ótimo.



Para a validade do Teorema Fundamental LTR, deve-se tomar como sendo atendidos os seguintes requisitos:

- a) (A, B) é controlável e (A, C) é observável;
- b) GN(s) é quadrada;
- c) Os zeros de transmissão de GN(s) se localizam no SPE aberto; e
- d) A matriz de ganhos G é calculada.

B. Resultado computacional da equação algébrica de Riccati via RNA da planta.

$$P_{RNAR} = \begin{bmatrix} 17.884 & 2.228 & 2.533 & 1.838 \\ 2.228 & 19.229 & 2.760 & -2.245 \\ 2.533 & 2.760 & 13.596 & -4.100 \\ 1.838 & -2.245 & -4.100 & 10.859 \end{bmatrix}$$

Resultado computacional para determinação para matrizes Q e R via AG da planta.

 $J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q_{LQR} + u^T R_{LQR}) d_t \quad \text{(Índice de desempenho quadrático)}$

A minimização do índice de desempenho quadrático, que consiste na determinação da lei de controle que minimiza J, que resolve o problema de controle ótimo.

$$u(t) = -K_{LOR}x(t)$$
 (Lei de controle)

Tendo com restrição o sistema dinâmico representado por \dot{x} (sistemas de equações lineares diferenciais e invariantes no tempo no intervalo de interesse).

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu$$
, $y = Cx(t)$ (Sistema dinâmico)
 $\dot{x} = [A - BK_{LQR}]x(t)$ (Sistema de malha fechada)

Sendo $x \in \mathbb{R}^n$ e $u \in \mathbb{R}^n$, sendo o par (A,B) controlável e o par (A,C) observável, as matrizes $P \ge 0, Q \ge 0$ e R > 0, simétricas $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$ e $R \in \mathbb{R}^{nxn}$, matrizes definidas e semi-definidas positivas, respectivamente.

 $K(Q, R) = R^{-1}B^{T}P_{LQR}$ (Ganho ótimo do controlador)

Sendo P, sujeito a solução da equação algébrica de Riccati:

 $0 = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q$

Modelo de busca de $LQR_{O,R}$:

$$\min_{Q,R} \sum_{i=1}^n p_i s_i(Q,R)$$

s.a

$$si_{(Q,R)} \le 1, i = 1, 2, \dots, n$$

$$\lambda_{ei} \leq \lambda_{ci}(Q,R) \leq \lambda_{di}, i = 1,2,\dots,n.$$
 Onde:

 p_i é a i-ésima ponderação da sensibilidade e $S_i = \frac{S_i}{\epsilon_i}$ a i-ésima sensibilidade

normalizada em relação à i-ésima especificação de projeto: Para $\epsilon_i > 0$, o índice de desempenho menor ou igual a n, indica que a maior parte das sensibilidades foram satisfeitas, servindo como indicador global de convergência de busca.

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 41.436 & 5.494 & 4.069 & 5.123 \\ 5.494 & 44.103 & 9.148 & 3.102 \\ 4.069 & 9.148 & 29.682 & 6.951 \\ 5.123 & 3.102 & 6.951 & 22.067 \end{bmatrix}; \quad R_{LQR} = \begin{bmatrix} 15.225 & 2.517 \\ 2.517 & 11.568 \end{bmatrix}$$

C.Classificação dos tipos de projetos de controle

	CONTROLE CLÁSSICO	CONTROLE MODERNO	CONTROLE ROBUSTO
ANÁLISE	Diagramas de Bode Teste de Nyquist Critérios de Routh Lugar das Raizes Margens de Estab.	Espaço de Estado Controlabilidade Observabilidade Proc. Estocásticos	Valores Singulares Análise µ Realizações Balanceadas Fatoração Espectral
PROJETO	Controle PID Lead-Lag	Filtro de Kalman RLQ RLG	Síntese H∞ Síntese µ RLQ/LTR Parametrização Q-Youla
DOMÍNIO	Frequência	Tempo	Frequência

Fonte: adaptado de Leonardi e Cruz, 1993

D.Fluxograma do algoritmo genético.



Referências bibliográficas

[01] Aguirre,Luis Antonio.**Enciclopédia de automática:Controle e automação**. Editora blucher,1ª Ed.FAPESP,2007.

[02] Abreu, I. and Fonseca;Costa oliveira Junior, Alfredo;Melo S. de,Melo;Medeiros,José C.;Sousa, Paula da Costa. Robustness barriers in LQG/LTR controller via hybrid model genetic neural in robotic manipulator.COBEM,2016.

[03] Brito Filho, Joaquim Gomes. Controle Robusto LQG/LTR com recuperação do ganho da malha de transferência. Dissertação, UFMA. 2006.

[04] Cruz, José Jaime da. **Controle Robusto Multivariável**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1996.

[05] Campos, Mario Massa de; Saito, Kaku. **Sistemas inteligentes em controle e automação de processos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda. 2004.

[06] Coley A. David. An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers. World Scientific.USA.1999.

[07] Chiu,David K.,Lee Sukhan. **Design and experimentation of a jump impact controller**.IEEE control systems, pág 99-106.June,1997.

[08] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. Prentice Hall, 2010.

[09] Doyle, J.C. and Stein, G., 1979. "**Robustness with observers**". In IEEE Transactions on Automatic Control.

[10] Filho, José Maciel. Aspectos práticos e teóricos na análise de estabilidade de tensão. Dissertação, Itajubá. 2006.

[11] Fortuna, Luigi; Frasca Mattia.**Optimical and robust control advanced topics with MATLAB**. CRC press.2012.

[12] Linden, Ricardo. **Algoritmos genéticos**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. 3ª edição. 2012

[13] Lewis, Frank L.; Vrabie, Draguna L.; Syrmos, Vassilis L.. **Optimal Control**. John Wiley & Sons. Third Edition, New Jersey-USA.2012.

[14] M.Maciejowski, J. (1989). Multivariable Feedback Design. Addison – Wiley

[15] MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. Cambridge: Mit Press, Páginas 2 e 3, 1999.

[16] NISE, N.; SILVA, F. R. da. Engenharia de sistemas de controle. [S.l.]: LTC, 2012.

[17] Ogata, Katsuhito. **Engenharia de controle moderno**. São Paulo : Ed. Pearson Prentice Hall, 2010.

[18] ROCHA, P. H.: **Controle H**[∞] **não linear Aplicado em Sistema de Levitação Magnética**: Projeto e implementação em DSP de Ponto Fixo, tese de doutorado, Escola Politécnica da USP, 2006 (ROCHA, 2006).

[19] Rêgo, Patrícia Helena Moraes. **Convergência de Algoritmo Genético Hierárquico para Recuperação da Malha LQR por Controladores LQG/LTR.** Dissertação, UFMA. São Luís, 2007.

[20] Silva, Suely. Estudo da fusão dos métodos LQG/LTR e SDRE para o controle de uma classe de sistemas não lineares. São José dos Campos : INPE, 2014.

[21] Sivanandam,S.N.; Deepa,S.N. Introduction to genetic algorithms. Ed.Springer Berlin. 2008.

[22] Sumathi S. ; Hamsapriya T. ; Surekha P.. Evolutionary Intelligence: An

Introduction to Theory and Applications with Matlab. Springer-Verlag Berlin.2008

[23] Sergi, F., 2012. "Design and characterization of a compact rotary series elastic actuator for knee assistance during overground walking". Roma, Italy.

[24] S. Levine, William. **Control system advanced methods**. 2nd ed.CRC press, EUA. 2011.

[25] S. Zalzala A. M. ,and J. Fleming P.. **Genetic algorithms in engineering systems**. United Kingdom, 1997.

[26] Skogestad, Sigurd; Postletwaite, Ian. **Multivarible feedback control analysis and design**. JOHN WILEY & SONS, Second Edition. New York, 2001.

[27] XUE, Dingyü; CHEN, YangQuan; ATHERTON, Derek P. Linear Feedback Control: Analysis and Design with Matlab. Philadelphia: SIAM, 2007.

[28] Gu ,Da-Wei ; Petkov, Petko H. ;Konstantinov,Mihail M.. **Robust Control Design with MATLAB**. 2nd Ed. Springer London Heidelberg New York Dordrecht.2005.