



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO / PPG



PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL / PROFMAT

PAULO LOREÇO CRUZ DE ALMEIDA

**CONTRIBUIÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NA APRENDIZAGEM DE
GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO: uma proposta utilizando o GeoGebra
como ferramenta pedagógica**

São Luís

2023

PAULO LOREÇO CRUZ DE ALMEIDA

**CONTRIBUIÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NA APRENDIZAGEM DE
GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO: uma proposta utilizando o GeoGebra
como ferramenta pedagógica**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus

São Luís

2023

Almeida, Paulo Loreço Cruz de.

Contribuições do desenho geométrico no ensino de geometria plana no ensino médio: uma proposta utilizando o GeoGebra como ferramenta pedagógica / Paulo Loreço Cruz de Almeida. – São Luís, 2023.

98 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Maranhão, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nôleto Turibus.

1.Desenho geométrico. 2.Construção geométrica. 3.GeoGebra. I.Título.

CDU: 514.112:[373.5:004.05]

PAULO LOREÇO CRUZ DE ALMEIDA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus

Aprovado em: 24/03/2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus (Orientador)
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão (Examinador Interno)
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Prof. Dr. Raimundo Luna Neres (Examinador Externo)
Universidade CEUMA

São Luís

2023

Aos meus pais, que sempre me incentivaram a continuar estudando apesar das inúmeras dificuldades encontradas.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer a Deus, por ter me concedido sabedoria e força necessária para vencer todos os obstáculos e chegar a esse resultado.

Aos meus pais, Lourisval e Ester, pelo dom da vida, apoio e por me ensinarem a ser forte sempre. Às minhas irmãs Hortência e Lara, que me ajudaram e torceram muito por mim.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Sérgio Nolêto Turibus, pela confiança, paciência e apoio na elaboração desta dissertação.

Aos professores Raimundo José Barbosa Brandão e Raimundo Luna Neres, membros da banca examinadora, pelas sugestões e correções.

Aos alunos do Centro de Ensino Hosano Gomes Ferreira - Lago dos Rodrigues (MA), que se dedicaram na realização das atividades referentes a oficina.

Aos amigos do PROFMAT, que juntos superamos dificuldades, ganhamos conhecimento e formamos uma família.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), pela coordenação deste importante programa de mestrado.

À Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), pela coordenação e oportunidade. `

Aos meus colegas e amigos que nunca deixaram o desânimo tomar conta de mim, sempre incentivando e torcendo pelo meu sucesso. Muito obrigado a todos!

...buscai primeiro o reino de Deus e sua
justiça, e todas estas coisas vos serão acrescentadas. `

(Bíblia sagrada, Mateus 6:33)

RESUMO

Práticas de Construções Geométricas complementam artefatos que fundamentam e consolidam o conhecimento geométrico. Entretanto, há sinais de desprestígio na trajetória da disciplina nos currículos nacionais o que tem acarretado defasagem no desempenho dos alunos da Educação Básica em relação à Geometria. Atualmente, com os avanços tecnológicos, o uso dos softwares nas práticas pedagógicas está cada vez mais presente, e o desenvolvimento dos softwares de geometria dinâmica torna relevante sua aplicação em aulas de Geometria. Assim, o presente trabalho foi desenvolvido com objetivo de analisar as contribuições do Desenho Geométrico na aprendizagem de Geometria Plana no Ensino Médio. Desse modo, propôs-se uma sequência didática para o estudo das construções geométricas, na qual se utilizou o software GeoGebra como ferramenta pedagógica, aplicando atividades e questionários com os quais promoveram-se reflexões e apontaram-se contribuições para a disciplina de Geometria Plana. Observou-se nos resultados que essas práticas de construções, de fato, potencializam o estudo de Geometria, contribuindo efetivamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, tornando-os capazes de deduzir, conjecturar e justificar resultados com argumentos válidos e compreender as figuras planas como objetos abstratos.

Palavras-chave: Desenho geométrico; Construção geométrica; GeoGebra.

ABSTRACT

Geometric construction practices complement artifacts that underpin and consolidate geometric knowledge. However, there are signs of a lack of prestige in the trajectory of the discipline in national curricula, which has led to a gap in the performance of basic education students in relation to geometry. Currently, with technological advances, the use of software in pedagogical practices is increasingly present, and the development of dynamic geometry software makes its application in geometry classes relevant. Thus, this study was developed with the aim of analyzing the contributions of geometric drawing to the learning of plane geometry in high school. Therefore, a didactic sequence was proposed for the study of geometric constructions in which the GeoGebra software was used as a pedagogical tool, applying activities and questionnaires that promoted reflections and pointed out contributions to the discipline of plane geometry. It was observed in the results that these construction practices, in fact, potentiate the study of geometry, effectively contributing to the development of students' logical reasoning, making them able to deduce, conjecture, and justify results with valid arguments, and understand flat figures as abstract objects.

Keywords: Geometric design; Geometric construction; GeoGebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Tela inicial do Software GeoGebra	27
Figura 2 - Barra de ferramentas 1.....	28
Figura 3 - Barra de ferramentas 2.....	28
Figura 4 - Barra de ferramentas 3.....	29
Figura 5 - Barra de ferramentas 4.....	29
Figura 6 - Barra de ferramentas 5.....	30
Figura 7 - Barra de ferramentas 6.....	30
Figura 8 - Tela da página inicial do site do site do GeoGebra	32
Figura 9 - GeoGebra Geometria acessado por meio do navegador.....	32
Figura 10 - Tela inicial do App GeoGebra Geometria na versão 5.0.756.0.	33
Figura 11 - Construção do circuncentro encontrada no site	34
Figura 12 - Construção da circunferência passando por três pontos dados.....	45
Figura 13 - Questão: Cubo e Pirâmide.....	46
Figura 14 – Duas circunferências que passam por P e têm centro em r	47
Figura 15 - Uma única circunferência que passa por P e tem centro em r	47
Figura 16 - Não existe circunferência que passa por P e tem centro em r	48
Figura 17 - Circunferência construída por aluno 1	49
Figura 18 - Circunferência construída por aluno 5	50
Figura 19 - Circunferência construída por aluno 15.....	51
Figura 20 - Circunferências construída pelo aluno 20.....	53
Figura 21 – Justificativa escrita pelo aluno 16	54
Figura 22 - Caso afirmativo da questão 4 do questionário inicial	57
Figura 23 - Traçando por P uma perpendicular a r (conforme o livro).....	59
Figura 24 - Traçando por P uma paralela a r (conforme o livro).....	60
Figura 25 - Aula 01.....	61
Figura 26 - A mediatriz de AB (conforme o livro).....	62
Figura 27 - Bissetriz de $\angle AOB$ (conforme o livro)	62
Figura 28 – Ângulo $\angle A'O'B'$ congruente a $\angle AOB$	63
Figura 29 - Aula 02.....	64
Figura 30 - Construção do arco capaz (conforme o livro).....	65
Figura 31 - O caminho mínimo de A para B passando por r (conforme o livro).....	66
Figura 32 - Aula 04.....	67

Figura 33 - Distância mínima	68
Figura 34 - Resolução alternativa.....	69
Figura 35 - Interface do App GeoGebra Geometria na versão 5.0.742.0.....	70
Figura 36 – Construção realizada pelo aluno7	80
Figura 37 - Construção feita pelo aluno 21.....	81
Figura 38 - Três pontos distintos e não colineares	89
Figura 39 - Três pontos distintos e não colineares	97

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Questão 2 da atividade diagnóstica.....	52
Gráfico 2 – Questão 1 do questionário inicial.....	54
Gráfico 3 - Questão 2 do questionário inicial.....	55
Gráfico 4 - Questão 3 do questionário inicial.....	56
Gráfico 5 - Questão 4 do questionário inicial.....	57
Gráfico 6 - Questão 5 do questionário inicial.....	58
Gráfico 7 – Questão 1 do questionário final.....	74
Gráfico 8 - Questão 2 do questionário final.....	74
Gráfico 9 - Questão 3 do questionário final.....	75
Gráfico 10 - Questão 4 do questionário final.....	76
Gráfico 11 - Questão 5 do questionário final.....	77
Gráfico 12 - Questão 7 do questionário final.....	78

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
2 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO	16
2.1 Desenho Geométrico x Construções Geométricas	16
2.2 Breve contexto histórico do Desenho Geométrico nos currículos nacionais	17
3 O USO DE SOFTWARES NAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS	19
3.1 Os professores e o uso dos softwares.....	21
3.2 O uso de Softwares no ensino da Matemática.....	22
3.3 O Software GeoGebra e problemas de Construções Geométricas.....	26
3.4 Considerações sobre o Ensino de Geometria	35
3.4.1 Lugar Geométrico.....	38
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	40
4.1 Natureza da Pesquisa	43
4.2 Instrumento de coleta de dados, sujeitos de pesquisa, população e amostra	43
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	45
5.1 Resoluções da atividade diagnóstica	45
5.2 Análise das Atividades.....	59
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	83
REFERÊNCIAS.....	85
APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA	89
APÊNDICE B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO.....	91
APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	92
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO INICIAL.....	93
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO FINAL.....	95
APÊNDICE F- ATIVIDADE DISGNÓSTICA FINAL	97

INTRODUÇÃO

No Brasil, o ensino de Matemática na educação básica é amplamente discutido e frequentemente criticado por professores e pesquisadores. Em minha prática docente, tenho observado uma grande insatisfação em relação a essa disciplina. Em particular, se tratando de Geometria, o ensino passou a ser simplificado e muito tendencioso ao “algebrismo”, pois em muitas escolas, este tornou-se restrito ao reconhecimento de figuras geométricas e ao cálculo de área (ZUIN, 2001).

Muitos livros da educação básica tratam a Geometria de forma mecânica e dedutiva, não transparecendo a intenção de explorar os resultados obtidos e as relações existentes entre os objetos geométricos, isto é, os discentes não são instigados a buscar argumentos e justificativas para determinadas propriedades. Nesse contexto, exige-se mais do professor no que diz respeito a metodologias que estimulem a exploração do conteúdo.

Em geral, durante as aulas de Geometria, é comum que os alunos façam afirmações baseadas em deduções referentes a figuras planas, levando em conta apenas o desenho, que muitas vezes é feito à mão livre, sem levar em consideração os procedimentos para a construção dessas figuras. Esse tipo de abordagem pode resultar em afirmações equivocadas, evidenciando a falta de compreensão dos alunos em relação às figuras geométricas como objetos abstratos.

Considerando a ampla utilização da Geometria em situações cotidianas e a importância do conhecimento geométrico para o avanço nos estudos, é essencial que os alunos apresentem uma boa proficiência nas construções geométricas. Por meio do estudo dessas construções, os alunos são estimulados a desenvolver seu conhecimento de forma prática e concreta.

Atualmente, os meios tecnológicos estão presentes de forma significativa no cotidiano de jovens e adultos. As mídias digitais e dispositivos como celulares e computadores estão cada vez mais sofisticados e não se limitam apenas a realizar ligações ou editar documentos. O acesso a essas tecnologias da informação e comunicação tem se incorporado às práticas docentes e discentes como um meio para promover aprendizagens mais significativas.

Diante da evolução das tecnologias e do desenvolvimento de softwares matemáticos, acredita-se que o uso de programas de Geometria dinâmica, como o GeoGebra, pode ser um forte aliado para promover e potencializar o ensino de Geometria. Isso se deve ao fato de que o GeoGebra possui ferramentas que exigem conhecimentos fundamentais sobre construções geométricas, além de permitir a visualização e manipulação de objetos geométricos, o que torna o aprendizado mais interativo e intuitivo.

Com o objetivo de promover as práticas de construção geométrica com o auxílio do software GeoGebra, é possível adotar duas abordagens distintas. A primeira delas consiste em utilizar as práticas de construção geométrica como ferramenta para introduzir o GeoGebra no estudo da Geometria, o que estimula e aprimora a compreensão da disciplina. Já a segunda abordagem, ao introduzir o GeoGebra ao ensino de Geometria, as práticas de construção geométrica passam a ser uma decorrência natural do aprendizado, aperfeiçoando as habilidades de visualização e raciocínio espacial dos estudantes. As práticas de construções geométricas desempenham um papel crucial no aprendizado da Geometria plana. Ademais, o conhecimento em Geometria plana é fundamental para o estudo das geometrias analítica e espacial, que são oferecidas no Ensino Médio. Embora as construções geométricas não sejam mencionadas na BNCC para o Ensino Médio, fornecer atividades revisionais de construções elementares pode contribuir significativamente para melhorar o desempenho dos alunos em Geometria. Vale ressaltar que a BNCC para o Ensino Fundamental reforça a importância das construções geométricas no ensino de Geometria afirmando que:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BNCC, 2018, 271).

Diante do exposto, verifica-se que o documento que rege a educação brasileira enfatiza que o estudo da Geometria, além de proporcionar subsídios necessários para resolver problemas do mundo físico de diferentes áreas, também desenvolve o pensamento lógico e dedutivo que permitem propor hipóteses e que elas sejam verificá-las, proporcionando maior aprofundamento em conteúdos geométricos.

De acordo com Baldissera (2007), a Geometria é um ramo da Matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades. Ela também permite construir, através dos conceitos elementares, outros objetos mais complexos como: pontos e retas especiais, planos dos mais variados tipos, ângulos, médias e centros de gravidade de objetos.

Ao utilizar a régua e o compasso para reproduzir objetos geométricos ou traços, é possível obter uma figura com melhor estética. Entretanto, a importância do Desenho Geométrico vai além da aparência visual da figura. O processo de construção envolvido é

crucial para compreender as propriedades e relações dos objetos geométricos, permitindo a justificação delas por meio da construção. Dessa forma, as construções geométricas são fundamentais para o estudo das geometrias, tanto espacial quanto analítica. Assim, ter conhecimento dos procedimentos necessários para se realizar as construções elementares, conhecendo e justificando-se os resultados, auxiliam no estudo e exploração da Geometria com mais rigor e propriedade.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo investigar as contribuições do desenho geométrico na aprendizagem de Geometria Plana no Ensino Médio, utilizando o software GeoGebra como ferramenta pedagógica, visando resgatar as práticas de Construções Geométricas e potencializar o processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, para conseguirmos atingir o objetivo geral, precisamos conhecer os fatores históricos que contribuíram para a desvalorização da disciplina de Desenho Geométrico nas escolas brasileiras, com base nos documentos curriculares nacionais. Além disso, propor-se-á o uso do software GeoGebra como ferramenta pedagógica no Ensino de Geometria na Educação Básica.

Também será preciso: promover reflexões sobre as dificuldades de aprendizagem em Geometria plana no Ensino Médio; apontar contribuições dos conceitos de Desenho Geométrico com o auxílio do GeoGebra como facilitador na aprendizagem de Geometria; propor sequência didática para a disciplina de Matemática a partir de Construções Geométricas elementares.

2 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO

As construções geométricas aparecem no século V a.C., ainda na época dos pitagóricos, e desempenharam um papel de grande importância no desenvolvimento da Matemática grega. Na Grécia antiga, há 2000 anos, a noção de número real não era bem concebida, pois não se consideravam números negativos ou frações, eram apenas razões entre números. Então, com a aplicação das construções com régua e compasso, surgiu uma nova álgebra inteiramente geométrica, e a palavra solução era sinônimo de construir. (WAGNER, 1993).

Nesse contexto, o estudo de Geometria seguiu um curso paralelo ao estudo das construções geométricas, sendo intimamente ligadas, a ponto de não se estudar Geometria sem o uso de régua e compasso. Desse modo, as práticas de construções geométricas contribuíram diretamente para o avanço da Geometria e da Álgebra.

2.1 Desenho Geométrico x Construções Geométricas

De acordo com Costa (2013), Construções Geométricas é um ramo da Matemática destinado a explicar ou justificar o porquê de certos procedimentos conduzirem a determinadas construções. Esse estudo não deve ser confundido com Desenho Geométrico, pois neste último são usados outros instrumentos (tais como esquadro e transferidor), além da régua e do compasso, os únicos permitidos nas construções geométricas.

No estudo das construções geométricas, deve-se considerar que uma figura geométrica é totalmente ideológica, portanto, uma abstração, uma configuração “ideal”, enquanto a figura que construímos é uma coisa física, meramente uma aproximação da construção ideal. Todavia, referindo-se ao uso de régua e compasso, deve-se ter em mente uma “régua ideal” e um “compasso ideal” para traçar retas e círculos (dados dois pontos distintos). E, considerando os procedimentos para a construção, a espessura das marcas de lápis, assim com outras imperfeições devido à mecânica do desenho, são simplesmente ignoradas. Uma régua pode ser graduada ou não, quando não graduada é chamada de régua. (SCHAAF, 1967).

Contudo, neste trabalho ir-se-á usar o termo “Desenho Geométrico” para referir-se à disciplina responsável pelo estudo de construções geométricas.

2.2 Breve contexto histórico do Desenho Geométrico nos currículos nacionais

De acordo com Sardinha (2014), o Desenho Geométrico já ocupou papel de destaque no Brasil, sendo inclusive matéria eliminatória nos vestibulares de Engenharia e Arquitetura. Em 1930, com a expansão industrial, o Desenho Geométrico passou a ser considerado uma disciplina curricular, sendo bem prestigiado nas escolas brasileiras. Isto mostra a importância da disciplina na primeira metade do século XX, pois além de ser referida como disciplina obrigatória nos currículos nacionais, tinha o caráter eliminatório em exames de vestibulares.

Essa disciplina se manteve oficialmente nos currículos escolares por 40 anos, mais precisamente de 1931 a 1971. Contudo, essa situação se manteve mesmo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), Lei n. 4.024, de 1961, que ofertava opções em que o Desenho Geométrico não era obrigatório. Esta lei limitou o número de matérias: oito, no colégio, e nove, no ginásio, sendo obrigatórias no máximo sete e no mínimo cinco em cada série. (BRASIL, 1961 apud ZUIN, 2001).

Na década de 60, já se mostraram os primeiros indícios de desprestígio ao ensino de construções geométricas, o que posteriormente seria mais um motivo para a retirada dessa disciplina do contexto escolar. Assim, Sardinha (2014) descreve que, em 1970, o Desenho Geométrico é retirado pelo MEC dos exames de vestibulares. Dessa forma, essa disciplina vai perdendo destaque gradativamente.

Segundo Oliveira (2005), com a promulgação da Lei n. 5.692/71 - Lei de Bases e Diretrizes da Educação Nacional, os currículos escolares sofreram grandes mudanças. Havia um núcleo de disciplinas obrigatórias e outro de disciplinas optativas, as quais poderiam integrar a parte diversificada do currículo. Além disso, as instituições escolares eram livres para construir sua grade curricular apenas dentro da parte diversificada, e deveriam seguir as determinações da legislação escolar, que estabeleciam a integração da educação artística, em todos os cursos de 1º e 2º graus do ensino básico¹. Assim, a disciplina de Desenho Geométrico tornou-se optativa da parte diversificada. Com isso, muitas escolas aboliram o ensino de construções geométricas.

Com base nesse contexto, vale ressaltar que o fato de a disciplina Desenho Geométrico não fazer parte do núcleo de disciplinas obrigatórias nos currículos escolares, juntamente com

¹ Atualmente, no Brasil, o termo "1º e 2º graus" não é mais utilizado para denominar as etapas do ensino básico. O ensino básico é dividido em duas etapas: Educação Infantil e Ensino Fundamental (do 1º ao 9º ano) e Ensino Médio (do 1º ao 3º ano).

o fato de não ser exigida nos exames de vestibulares, contribuiu diretamente para o abandono efetivo dessa disciplina no âmbito escolar.

Ainda de acordo com Zuin (2001), na década de 80, há um retorno dessa disciplina devido às facilidades trazidas por editoras de coleções de Desenho Geométrico, bem como livros para serem utilizados de 5ª a 8ª série do primeiro grau². O interesse se deu novamente quando pesquisadores e educadores apontam as consequências de um currículo escolar sem geometria. Em 1998, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental³, demonstraram preocupação em relação ao ensino de construções geométricas na Educação Básica.

Analisando esse contexto histórico, tem-se que houve momentos de valorização e desvalorização da disciplina de Desenho Geométrico nos currículos escolares e nas escolas brasileiras. No entanto, os períodos de desvalorização causaram consequências em relação ao desempenho dos alunos em Geometria, acarretando o retorno dessa disciplina nas escolas. Como os PCN fazem referências ao Desenho Geométrico, torna-se viável traçar metodologias para promover práticas de construções geométricas como forma de potencializar o estudo de geometria no ensino básico, conforme será sugerido no tópico a seguir.

² A expressão "de 5ª a 8ª série do primeiro grau" refere-se a uma nomenclatura antiga para as etapas do ensino fundamental no Brasil. Atualmente, o ensino fundamental é composto por 9 anos, divididos em anos iniciais (1º ao 5º ano) e anos finais (6º ao 9º ano).

³ De acordo com os PCN, o Ensino Fundamental é dividido em duas fases: a primeira fase, que compreende do 1º ao 5º ano, e a segunda fase, que compreende do 6º ao 9º ano. Os 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, portanto, referem-se à segunda fase do Ensino Fundamental, que compreende do 6º ao 9º ano.

3 O USO DE SOFTWARES NAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Dispositivos eletrônicos, como computadores, celulares e tablets, já fazem parte do cotidiano de uma parcela significativa da população. Por meio desses dispositivos, é possível acessar a internet e diversos tipos de softwares. Segundo Libâneo (2001, p.20-21) “O avanço tecnológico criou as novas tecnologias da comunicação e da informação, provocando uma reviravolta nos modos mais convencionais de educar e ensinar”.

As tecnologias da informação estão revolucionando a educação e, cada vez mais, elas estão permeando as ações pedagógicas que inserem os professores diante do desafio de rever os paradigmas sobre a educação. (JUCÁ, 2006). Em se tratando da educação e, em específico, do ensino da Matemática, as tecnologias digitais vêm sendo aplicadas aos poucos em sala de aula, e moldando assim novas práticas pedagógicas, garantindo uma possível melhoria no processo de ensino e de aprendizagem.

Segundo Bianchi:

O computador deve ser visto como um recurso didático que traz uma gama enorme de possibilidades ao processo ensino-aprendizagem de Matemática. Não se deve perder de vista que seu caráter lógico-matemático pode ser um bom aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, por permitir distintos ritmos de aprendizagem, por constituir-se fonte de conhecimento e aprendizagem, uma ferramenta para o desenvolvimento de habilidades, por possibilitar que os educandos possam aprender a partir de seus erros, junto com outras crianças, trocando e comparando. (BIANCHI, 2003, p. 2).

Assim, ampliar o acesso a informações através dessas tecnologias no âmbito escolar pode não ser apenas uma opção, mas também uma necessidade que, quando suprida, pode gerar práticas pedagógicas mais satisfatórias e com maior relevância dentro do componente curricular Matemática.

Dessa forma, conhecer e explorar as tecnologias em sala de aula como uma necessidade pode alterar positivamente o rendimento dos alunos e o desenvolvimento da aula, pois os softwares a serem utilizados servirão como um auxiliar do professor e, ocasionalmente, dos alunos.

Pois, como diz Paulo Freire:

A educação não se reduz à técnica, mas não se faz educação sem ela. Utilizar computadores na educação, em lugar de reduzir, pode expandir a capacidade crítica e criativa de nossos meninos e meninas. Dependendo de quem o usa, a favor de quem e para quê. O homem concreto deve se instrumentar com o recurso da ciência e da tecnologia para melhor lutar pela causa de sua humanização e de sua libertação (FREIRE, 2001, p. 98).

Ou seja, usar desses equipamentos tecnológicos em sala de aula pode ser uma motivação a mais para os alunos, pois essas práticas, além aumentarem a capacidade crítica e criativa dos alunos, farão com que os conteúdos sejam mais aplicados no dia a dia deles, buscando sempre inovar na forma de estudar.

Os softwares aplicados à educação visam atender melhor às necessidades profissionais de professores através de objetivos pedagógicos, utilizando uma metodologia que não só visa aperfeiçoar as práticas dos profissionais da educação, como também tem papel significativo de gerar melhores rendimentos para os alunos com maiores dificuldades.

Existem estudos realizados por Fagundes (1988), Valente (1993), Santarosa (1995) e Carraher (1996) que indicam que o uso de computadores na educação pode causar mudanças significativas no modelo educacional atual. Eles enfatizam que o centro de decisão do processo de aprendizagem está no aluno, não no professor, o que significa que a pedagogia está se movendo de uma abordagem tradicional, diretiva e reprodutora para uma abordagem ativa, criativa, dinâmica e libertadora, apoiada na descoberta, investigação e diálogo.

Esses programas a serem utilizados têm papel importante tratando-se de estimulação, pois é notório que a cada dia os jovens se encontram com mais acesso a dispositivos eletrônicos e habituados a utilizar aplicativos para se comunicar ou realizar tarefas diárias.

Embora a informática sirva como uma excelente ferramenta para o ensino, de nada servirá se o professor não for capacitado para analisar, avaliar e utilizar um determinado software de forma que aborde um determinado conteúdo da maneira mais compreensível para o aluno.

Pois, como afirma Sampaio e Leite:

Na sociedade moderna tornou-se imprescindível conhecer sobre informática para poder estar empregado ou informado. Usamos a informática em todos os lugares, bancos, mercados, escritórios até em igrejas, e a escola não pode ficar à parte dessa nova cultura que surge. Não participar do processo de “tecnologização” da sociedade pode fazer da escola uma instituição defasada, desinteressante e alienada. (SAMPAIO e LEITE, 2001, p. 111)

É com essa imprescindibilidade que os professores devem procurar serem capacitados para aderirem o uso dessas ferramentas em sala de aula, pois não é normal que todos ao redor se modifiquem, se atualizem, inovem, enquanto a educação continua com os mesmos métodos e práticas de ensino, sem procurar evoluir e se atualizar.

Contudo, o uso dos softwares apresenta ferramentas que estimulam também a exploração de novas funções, e tais ferramentas contribuem diretamente para construção de novos conhecimentos, bem como mudança da forma de ver a realidade e agregação de valores.

3.1 Os professores e o uso dos softwares

Muitas vezes, os professores são tidos como os principais responsáveis pela “educação”, pois são eles quem por aulas repassam conhecimentos adquiridos dos componentes curriculares e até mesmo sobre o convívio social a fim de exercer a cidadania. Por vezes, esse profissional é visto como referência e alguém que é possuidor de todo o conhecimento, porém um educador está sempre em constante processo de aprendizagem, buscando e explorando novos conteúdos e métodos de ensino.

Pois, como afirma Pacheco e Barros:

Os professores centrados nos atuais paradigmas de educação vêem a necessidade do aperfeiçoamento profissional como algo que pode ser buscado de forma contínua, proporcionando mudança em suas práticas que se atrelam a novas concepções educacionais. (PACHECO & BARROS, 2013, p. 6)

Alguns professores ainda, em suas aulas, não utilizam computadores em sala de aula por vários motivos, um deles é por não saber usar corretamente e não se sentir seguro para sanar dúvidas usando um software como auxiliar, sentindo medo de se deparar com algum aluno que saiba mais do que ele e ficar constrangido. Muitos têm domínio e já utilizam em seu cotidiano, porém não os aplica em sala de aula devido ao fato de não ter tempo para se planejar.

Ainda existem professores bastante tradicionais que apoiam que o ensino deve permanecer exatamente do jeito que é, pois somente os livros já são o suficiente para ensinar e aprender. De fato, os livros são o suficiente para se ensinar e aprender, entretanto, o uso de softwares pode facilitar o entendimento de alunos que possuem mais dificuldades sem atrasar os mais adiantados, podendo assim obter um melhor resultado.

A busca por qualificações e atualização em metodologias de ensino que incluem o uso da informática como recurso didático pode trazer benefícios significativos tanto para o aluno quanto para o professor em sua prática de ensino. No entanto, o uso desses meios requer conhecimentos não apenas sobre o conteúdo, mas também sobre o software a ser utilizado, que deve ser cuidadosamente analisado e avaliado para cada conteúdo, assim como se avalia um livro ao escolhê-lo.

No meio de tantas tecnologias da informação e comunicação, ao utilizar um computador em sala de aula, o professor pode optar por diversos softwares, sejam eles editores de texto e planilhas ou mesmo softwares educativos, pois há uma grande quantidade de softwares no mercado. Dessa forma, o professor poderá até automatizar algumas atividades, porém frisamos que o intuito de adotar esse meio de ensino não objetiva substituir o professor, e sim auxiliá-lo em sua prática profissional.

Pois, como Pacheco e Barros (2013) apontam, a função predominante dos softwares não procura substituir o professor, mas o auxiliar em uma atividade que possibilita os alunos de interagirem com as tecnologias do mundo globalizado.

Embora os professores consigam capacitar-se para adotar uma prática de ensino utilizando esses meios tecnológicos, não será possível pôr em prática se as escolas não possuírem condições a fim de que se possa fazê-lo. Nesse caso, se faz necessário que a escola se atualize com o professor.

Conforme os autores Frota e Borges (2000), existem muitas objeções de professores em relação ao ingresso do uso de tecnologias nas escolas. Isso pode ser levado em consideração tanto para o manejo onde várias escolas ainda não possuem o fornecimento de computadores, ou para utilização de novas maneiras de abordagens de ensino.

Tendo em vista que o mundo gradativamente mais modernizado cabe não só aos professores, mas também às escolas se atualizarem, buscando evoluir com a sociedade, tornando assim, aulas mais produtivas e interativas, já que a cada dia a informática está mais acessível. Desse modo, buscar evoluir e tornar o ensino mais ligado ao cotidiano dos alunos podem trazer bons resultados.

3.2 O uso de Softwares no ensino da Matemática

A complexidade da disciplina de Matemática é frequentemente apontada como um dos principais obstáculos para o aprendizado por parte dos alunos, o que representa um grande desafio para os professores. Se esse desafio não for superado, o baixo rendimento dos alunos na disciplina pode se tornar um problema persistente. Para Machado (1988), essa dificuldade no ensino da Matemática está associada ao fato que ela é tida como uma ciência de abstrações, que destaca as questões formais e se separa da nossa realidade.

A educação matemática enfrenta desafios significativos em termos de rendimento de aprendizagem dos estudantes. Essas dificuldades podem ocorrer com frequência e levar a uma performance abaixo do esperado, o que, por sua vez, pode resultar em fracasso escolar. Portanto,

é essencial buscar novos métodos de ensino para superar esses obstáculos e ajudar os alunos a superarem a sensação de incapacidade de aprender.

A Matemática é uma ciência que se aplica diretamente ou indiretamente em todos os lugares, tornando-se uma das ciências mais relevantes para o cotidiano e para o avanço da humanidade. De fato, as tecnologias modernas e os softwares são exemplos claros de como a Matemática contribui para a evolução da sociedade, tanto no seu desenvolvimento quanto no seu funcionamento.

O uso de softwares pode trazer grandes melhorias não só para o ensino de Matemática, mas também para outras disciplinas em geral. Muitos alunos costumam questionar sobre a utilidade da Matemática no cotidiano, sem perceber que estão fazendo uso dela em diversas situações. Com o auxílio desses programas, é possível facilitar o entendimento dos alunos sobre os conteúdos matemáticos e proporcionar aos professores melhores condições para mostrar as aplicações e a grande importância da disciplina. À medida que as tecnologias evoluem, tornam-se cada vez mais aplicáveis e indispensáveis em diversas áreas.

Em relação à forma da inserção da tecnologia para o futuro, Lopes e Simião falam que:

A forma como vem se processando a inserção de instrumentos informáticos em nossas atividades cotidianas induz-nos a pensar que a frase ‘o futuro está na informática’ não representa apenas um simples slogan publicitário, mas a constatação objetiva de uma realidade em contínua evolução. (LOPES & SIMIÃO, 2011, p. 1)

A constante evolução tecnológica leva à crença de que o uso dessas ferramentas pode contribuir para o ensino da Matemática, complementando a forma formal como ela é ensinada e permitindo que os alunos compreendam a disciplina e percebam sua importância.

Para que as melhorias no ensino da Matemática sejam efetivamente implementadas, é necessário que alguns preparativos sejam realizados. Um desses preparativos é o treinamento dos professores, pois é essencial que eles saibam utilizar os softwares com eficácia. Esse treinamento seria ainda mais benéfico se fosse oferecido durante a graduação, a fim de que os futuros professores já iniciem a carreira com habilidades em tecnologia educacional.

Além disso, é importante que o professor realize um planejamento adequado antes de utilizar os softwares em sala de aula. Ao escolher os softwares que serão utilizados, o professor deve levar em consideração as necessidades dos alunos e do conteúdo a ser ensinado, o que contribui para tornar a aula mais produtiva e interessante tanto em relação à Matemática quanto às tecnologias da informação.

A formação de docentes e a inserção de recursos nas escolas são os principais processos que devem ser feitos para causar melhorias no ensino da Matemática pois, como afirmam Lopes e Simião:

Refletir sobre um processo de implantação do computador na escola pública se constitui num exercício fundamental que poderá trazer contribuições não só para as escolas que estão implantando ou pretendem implantar o uso do computador na prática pedagógica de seus professores, mas também servirá de subsídios para se repensar a formação inicial que os acadêmicos da licenciatura em Matemática estão tendo no curso. (LOPES & SIMIÃO, 2011, p. 2)

A implantação de computadores e outras tecnologias nas escolas é fundamental para a utilização de softwares como ferramentas pedagógicas no ensino da Matemática. Além disso, é essencial investir na formação dos futuros professores, proporcionando a eles uma vivência prévia com tais práticas de ensino durante a graduação.

Ao adotar o uso de softwares na formação de docentes, não apenas serão exploradas as práticas pedagógicas, mas também a análise dos programas em geral. É importante ressaltar que, por trás de cada aplicação, existe uma mecânica que deve ser compreendida de forma inteligível, possibilitando aos professores uma melhor utilização e adaptação dessas tecnologias em sala de aula.

A utilização de softwares tem sido testada e comprovada como uma abordagem benéfica e de grande importância para a educação. Como evidenciado por Contri, Retzlaff e Klee (2011), acadêmicos do curso de Matemática fizeram experiências que demonstraram que o uso de softwares específicos para cada caso aumentou o nível de compreensão e a capacidade de assimilação dos conteúdos relacionados às atividades recomendadas.

Assim sendo, é notório que usar os softwares nas práticas pedagógicas eleva o nível da educação, trazendo melhorias significativas a todas as disciplinas, e dando ênfase à área da Matemática, o uso delas pode tornar tudo mais simples, renovando então as abordagens que são feitas ao ensinar os conteúdos dessa disciplina, pois como referem Frota e Borges:

[...] as tecnologias e as TICs, além de desempenharem os papéis de recurso de ensino e de aprendizagem, e de ferramenta e de instrumento de pensar, podem tornar-se fontes de renovação de abordagens curriculares de temas consagrados na educação matemática básica... (FROTA & BORGES, 2004, p. 3)

Com essa tática de abordar o ensino da Matemática em sala de aula, o professor visa não só informatizar e automatizar parte do ensino, mas visa também tornar a disciplina mais acessível e interessante, despertando no aluno a curiosidade pela disciplina, enfatizando sua importância, mostrando o quão importante ela é para se exercer o papel como cidadão.

Com o uso de softwares, sejam eles educativos, ou até mesmo de pacotes de softwares para escritório, podem ser um elemento que além de sistematizar todo o conteúdo a ser ensinado, estimula no aluno o interesse pela Matemática assim como pela informática, despertando a vontade de investigar e aprende a utilizar os softwares através de computadores e demais dispositivos eletrônicos.

Como afirmam Pacheco e Barros:

Os softwares educativos construídos e utilizados adequadamente apóiam as atividades do professor que deseja despertar, antes de tudo, a intuição e o espírito investigativo dos alunos que são postos a realizar conjecturas para a busca de soluções de situações-problemas que envolvam os campos conceituais da matemática. (PACHECO & BARROS, 2013, p. 11)

Com o uso desses softwares, os alunos podem se tornar mais ativos em sua jornada de aprendizado em Matemática, buscando por conta própria uma maior compreensão dos conteúdos ensinados pelos professores e adquirindo independência como pensadores críticos em busca de conhecimento matemático.

Em particular, o uso de computadores e softwares pode facilitar a transmissão dessa ciência para os estudantes, permitindo que eles experimentem hipóteses e teorias aprendidas em sala de aula e as coloquem em prática por meio dessas tecnologias. Essa abordagem interativa pode ajudar a consolidar a compreensão dos conceitos matemáticos, incentivando os alunos a se envolverem mais ativamente no processo de aprendizado.

De acordo com Moraes (1997), o uso do computador no ensino de Matemática é significativo, uma vez que possibilita atividades que seriam complexas de serem realizadas sem ele. Em vez de apresentar a Matemática como uma ciência pronta e completa, é possível criar ambientes de aprendizagem informatizados que permitem aos alunos experimentar suposições e desafiar a criatividade, desenvolvendo seu raciocínio e, assim, potencializando o estudo da disciplina. Dessa forma, a tecnologia pode ser uma ferramenta valiosa para aprimorar o ensino de Matemática e torná-lo mais envolvente e efetivo.

Com a utilização de softwares nas aulas de Matemática, é possível atender a vários objetivos. Segundo Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), há diversas metas que podem ser alcançadas nessas aulas, tais como: fornecer uma ampla fonte de informações, auxiliar no processo de formação do conhecimento, aumentar a autonomia no raciocínio, na reflexão e na elaboração de soluções.

Assim, o aluno se torna mais independente em seu processo de aprendizado, deixando de depender exclusivamente do professor para receber conhecimentos mecânicos e repetitivos.

Isso possibilita uma maior expansão de conteúdo tanto dentro como fora da sala de aula, tornando-se mais autônomo e capaz de refinar suas ideias e aprendizado.

A utilização dos softwares nas aulas de Matemática demonstra a associação entre informática e Matemática, evidenciando a importância de explorar a paixão da grande maioria dos alunos pelas tecnologias da informação para aprimorar sua compreensão da Matemática. Isso pode mudar significativamente a forma como esses alunos enxergam a disciplina.

Tendo em vista os benefícios que os programas trazem para diversas áreas, destaca-se que o uso de softwares em sala de aula pode contribuir significativamente para os processos educacionais. Esse recurso pode ser uma excelente estratégia para auxiliar os alunos com mais dificuldades a compreender e explorar de maneira mais efetiva os novos conhecimentos adquiridos.

De acordo com D'Ambrósio (1996), os erros cometidos pelos estudantes devem ser considerados como parte do processo educacional. Eles devem ser explorados de forma a gerar novos questionamentos, conhecimentos e pesquisas, além de aprimorar as ideias já existentes.

Assim, é importante que os alunos sejam estimulados a serem mais independentes, sem sugerir que não precisam do professor. Eles devem buscar conhecimentos além do que é ensinado em sala de aula, já que o tempo disponível em aula pode ser limitado.

Portanto, o uso de softwares no ensino da Matemática é extremamente valioso, permitindo que os alunos compreendam os conteúdos com mais rigor e facilidade, reconhecendo a importância dessa ciência aplicada em seu cotidiano. Isso melhora significativamente a percepção dos alunos em relação à disciplina, despertando o interesse e a curiosidade pelo estudo da Matemática, além de ser um recurso facilitador no trabalho do professor.

3.3 O Software GeoGebra e problemas de Construções Geométricas

O GeoGebra é um software gratuito de Geometria dinâmica, criado por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg, em 2001. Ele oferece diversas ferramentas para construção de pontos, retas, segmentos e outros objetos matemáticos (COSTA, 2013), tornando-se uma ferramenta rica em construções geométricas. As ferramentas de régua e compasso são particularmente destacadas, embora o software possua outras ferramentas que permitem a criação de construções mais elaboradas. Neste estudo, no entanto, será limitado ao uso das ferramentas que simulam régua e compasso.

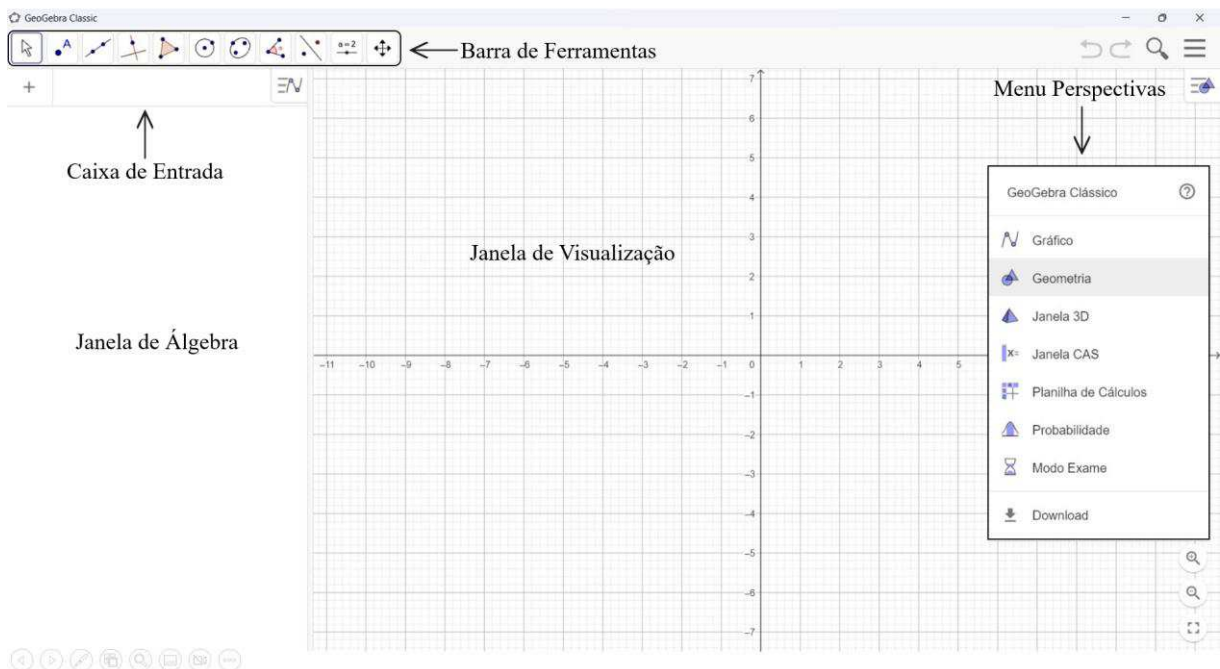
Atualmente, esse software é usado em 190 países, disponível em 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu vários prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo. (SILVA, 2015).

O GeoGebra, no que lhe concerne, é software muito completo em termos de construção, pois ele reúne recursos e ferramentas de diversas áreas da matemática em um único ambiente de interface fluida e organizada, que além de proporcionar ao usuário a realização de atividades mais dinâmicas, permite também a personalização como a construção de pontos, segmentos de retas paralelas e perpendiculares, circunferências e esboços de gráficos de funções.

Cattai (2007) relata que um software de geometria dinâmica é um ambiente que permite simular construções geométricas por meio de ferramentas tecnológicas, sendo as construções feitas por estes softwares dinâmicas e interativas, o que torna o programa um excelente laboratório de Geometria.

As ferramentas possibilitam a exploração e abordagem de conteúdos como funções e geometria de forma mais dinâmica, tornando-se um excelente software para ser utilizado no Ensino Médio.

Figura 1 - Tela inicial do Software GeoGebra

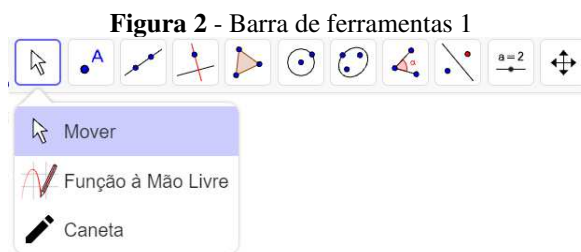


Fonte: Pesquisa, 2023

- Apresenta uma barra de ferramentas na parte superior onde estão dispostas, de forma organizada, as principais ferramentas para construções e representações matemáticas.
- Na janela de visualização é onde são criadas as representações gráficas com o uso da Barra de Ferramentas.
- Na Janela de Álgebra, são exibidas as expressões algébricas correspondentes às construções feitas na janela de Visualização.
- A Caixa de Entrada fica localizada na Janela de Álgebra, nela são inseridos comandos através da digitação.
- O GeoGebra oferece também um teclado virtual pelo qual é possível inserir diversos símbolos matemáticos, facilitando a utilização da Caixa de entrada.
- Apresenta um menu perspectivas, no qual pode-se escolher uma perspectiva diferente (por exemplo, Geometria, Planilha, CAS, Grafista 3D, Probabilidade).

Na perspectiva gráfica, além de se realizar as Construções Geométricas, o programa associa o meio algébrico ao meio geométrico de forma instantânea (podendo a construção ser manipulada na janela de visualização ou na janela de álgebra). No entanto, dirigiremos esse tópico para a Perspectiva Geometria, pois embora o software seja rico no quesito álgebra, o foco é apresentar as “principais” ferramentas para o estudo de geometria.

Uma vez selecionada a perspectiva de Geometria, será feita a seguir uma breve descrição das "principais" ferramentas a serem utilizadas para realizar as Construções Geométricas elementares e estudar Geometria.



Fonte: Pesquisa, 2023



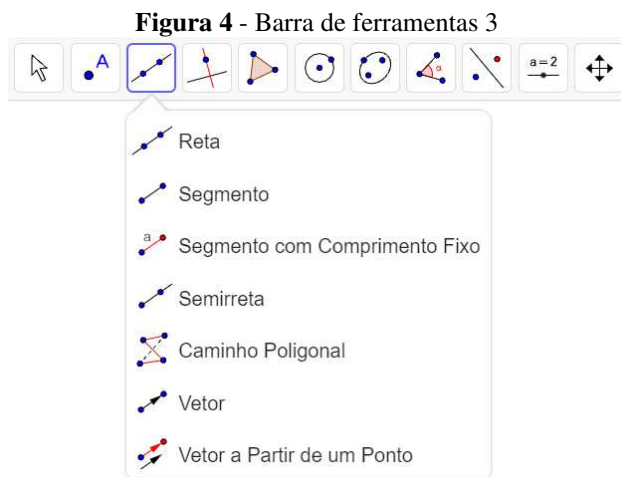
Fonte: Pesquisa, 2023

Na figura 2:

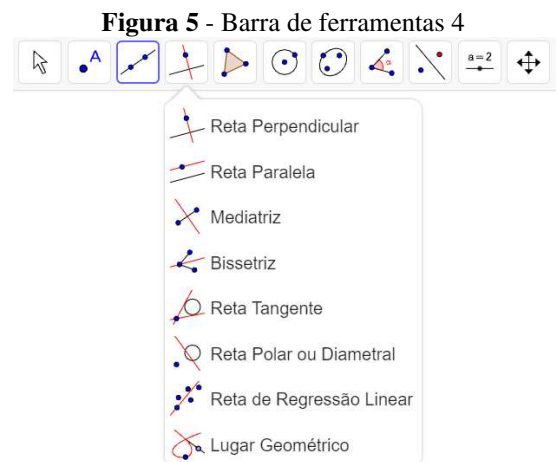
- Selecionando a ferramenta “Mover”, é possível arrastar um ponto P. A exemplo, essa ferramenta pode ser explorada mostrando que um círculo de centro em O, passando por P, aumenta ou diminui conforme arrasta-se o ponto P, conservando as relações métricas da figura.

Na figura 3:

- Selecionando a ferramenta “Ponto” é possível construir pontos clicando no lugar desejado.
- Selecionando a ferramenta “Interseção de Dois Objetos”, é possível encontrar com precisão o ponto de interseção de dois objetos apenas clicando nos dois respectivamente.
- Selecionando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”, é possível encontrar o ponto médio de M de um segmento AB, apenas clicando nos extremos do segmento.



Fonte: Pesquisa, 2023



Fonte: Pesquisa, 2023

Na figura 4:

- Selecionando a ferramenta “Reta”, traça-se uma reta arbitrária AB, clicando nos pontos A e B.
- Selecionando a ferramenta “Segmento”, traça-se um segmento de reta AB clicando nos pontos A e B. Com a ferramenta “Mediatriz”, é possível traçar a mediatriz de um segmento AB, apenas clicando nos pontos A e B.
- Selecionando a ferramenta “Segmento”, traça-se um segmento AB, clicando nos pontos A e B.

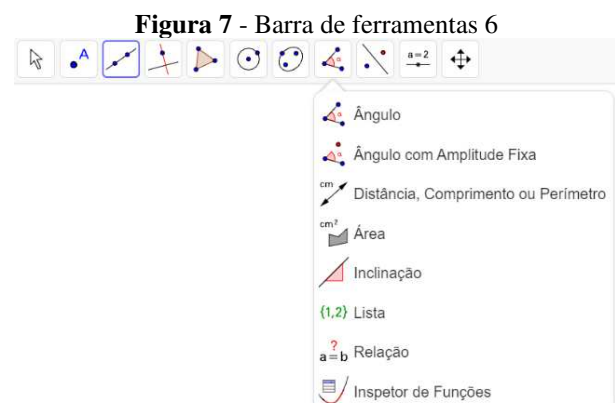
- Selecionando a ferramenta “Segmento com Comprimento fixo”, traça-se, com precisão, um segmento de reta com comprimento desejado. Clicando uma vez na tela, irá abrir uma caixa definir o comprimento.
- Selecionando a ferramenta “Semirreta”, traça-se a semirreta arbitrária AB, clicando em A e B respectivamente.

Na figura 5:

- Selecionando a ferramenta “Perpendicular”, traça-se a reta s perpendicular a uma reta r passando pelo ponto P, clicando na reta r e no ponto P, respectivamente.
- Selecionando a ferramenta “Paralela”, traça-se a reta s paralela à reta r passando pelo ponto P, clicando na reta e no ponto P, respectivamente.
- Selecionando a ferramenta “Mediatriz”, traça-se a mediatriz de um segmento de reta AB, clicando nos pontos A e B.
- Selecionando a ferramenta “Bissetriz”, traça-se a bissetriz de um ângulo arbitrário ABC, clicando nos três pontos A, B e C ou C, B e A, respectivamente.
- Selecionando a ferramenta “Reta Tangente”, traça-se as retas tangentes a uma circunferência λ passando pelo ponto P, clicando em λ e P, respectivamente.



Fonte: Pesquisa, 2023



Fonte: Pesquisa, 2023

Na figura 6:

- Selecionando a ferramenta “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”, traça-se uma circunferência de centro em O e raio OP, clicando em O e P, respectivamente.

- Selecionando a ferramenta “Círculo: Centro & Raio”, traça-se um círculo de centro em O e raio R. Clicando em O, abrir-se-á uma caixa de diálogo para definir o comprimento de R.
- Selecionando a ferramenta “Compasso”, traça-se circunferências com centro e raio definidos.
- Selecionando a ferramenta “Círculo definido por Três Pontos”, traça-se uma circunferência passando por três pontos distintos não colineares, clicando neles em qualquer ordem.

Na figura 7:

- Selecionando a ferramenta “Ângulo”, exibe-se a medida de um ângulo clicando em dois segmentos que formam o referido ângulo ou clica-se nos três pontos de modo que o segundo seja o vértice. (O ângulo exibido será interno ou externo dependendo de se clicar nos pontos no sentido horário ou anti-horário).
- Selecionando a ferramenta “Ângulo com Amplitude Fixa”, constrói-se ângulos com medida definida, clicando em dois pontos distintos e depois determinando a medida do ângulo e o sentido (horário ou anti-horário) na caixa de diálogo que se abrirá.
- Selecionando a ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro”, exibe-se a distância entre dois pontos A e B clicando neles.

Com base nessas ferramentas, pode-se afirmar que o software em questão é valioso não somente para o Ensino Médio, mas também para os níveis fundamental e superior. Além de oferecer uma ampla variedade de recursos para construções geométricas, as construções criadas nele podem ser facilmente manipuladas e personalizadas, tornando-o altamente didático. Desse modo, trata-se de um excelente programa de construção que atende às necessidades dos alunos e promove práticas de ensino eficazes para os professores.

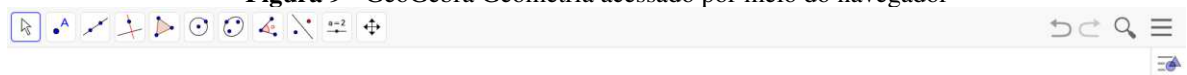
Figura 8 - Tela da página inicial do site do site do GeoGebra



Fonte: www.geogebra.org

Na página inicial do GeoGebra, é possível obter mais informações sobre o software, como notícias atualizadas e a opção de criar uma conta para criar e compartilhar conteúdos. Além disso, é possível ter acesso a materiais didáticos e utilizar o programa online diretamente na página.

Figura 9 - GeoGebra Geometria acessado por meio do navegador



Fonte: <https://www.geogebra.org/classic#geometry>

O GeoGebra Geometria, uma vez acessado pelo navegador, não requer o uso da internet para utilizar suas ferramentas, o que o torna mais prático e acessível. Além disso, a calculadora acessada através do navegador possui a mesma interface da versão instalada no PC.

Em relação à aplicação em sala de aula, independentemente do dispositivo utilizado (mobile ou desktop), é de grande relevância para as aulas. Embora haja algumas limitações na versão para dispositivos móveis, ela ainda é extremamente rica em ferramentas e funcionalidades, podendo ser explorada pelos alunos.

Figura 10 - Tela inicial do App GeoGebra Geometria na versão 5.0.756.0.



Fonte: Pesquisa, 2023

Como já mencionado, o GeoGebra está disponível para dispositivos móveis, tornando-o mais acessível aos alunos. Este aplicativo é um excelente recurso para os alunos, pois permite que desenvolvam habilidades de associar o meio algébrico ao meio geométrico com mais facilidade, tornando a prática da sala de aula mais interativa e aplicável.

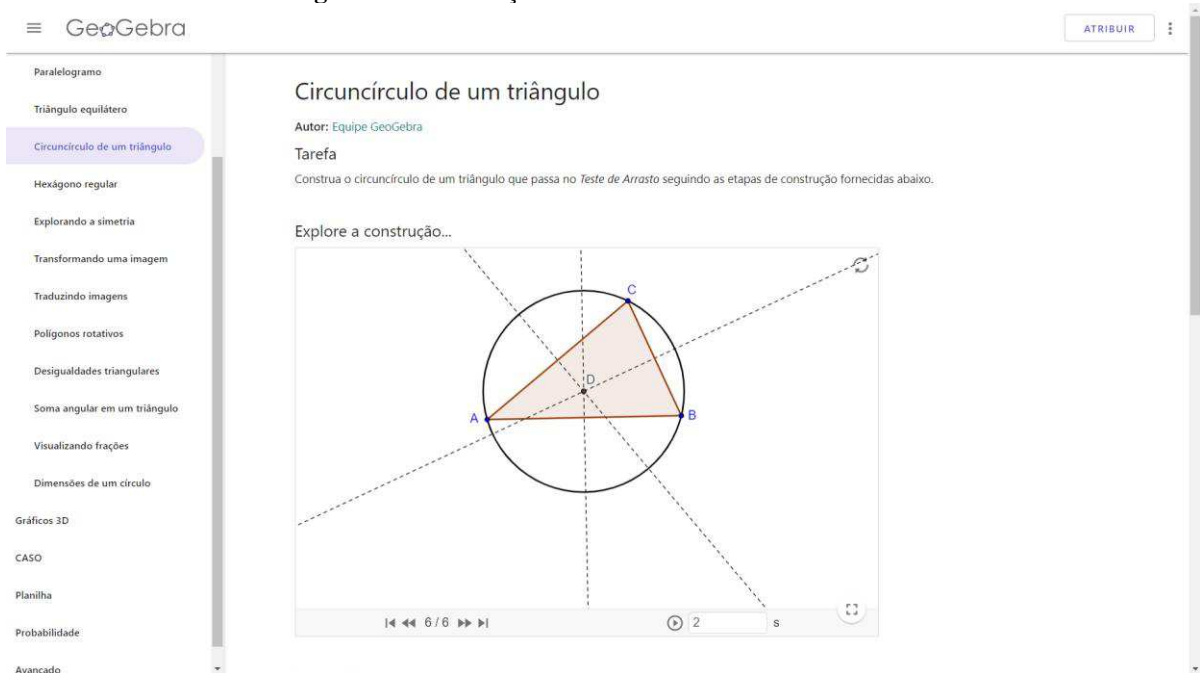
O aplicativo móvel não requer conexão com a internet para ser utilizado. Quanto às funcionalidades, há uma notável semelhança entre o aplicativo móvel, o software que deve ser instalado no computador e o software acessado através do navegador, aproveitando, assim, as mesmas análises mencionadas anteriormente.

No entanto, independentemente do meio em que se utiliza esse software, ele pode desempenhar ainda mais funcionalidades através de downloads de complementos. Utilizando as inúmeras funcionalidades e ferramentas que este oferece, quando aplicado ao Ensino Médio, incentivar alunos a explorarem esse programa e usá-lo como uma ferramenta de estudo pode

despertar o gosto pela Matemática e contribuir de maneira significativa para o desempenho dos alunos.

Na página do GeoGebra, é possível encontrar problemas de construção geométrica que incluem instruções passo a passo para realização da construção, bem como uma animação que auxilia no processo de construção da figura.

Figura 11 - Construção do circuncentro encontrada no site



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/XUv5mXTm#material/phxcs3qr>

Considerando as vantagens das ferramentas de construção dinâmica e as contribuições dos problemas de construção geométrica, abordar esses problemas com o uso do software GeoGebra pode contribuir para a disseminação dessas práticas, potencializando o ensino e o estudo da Geometria.

Vale ressaltar que os problemas de construções geométricas contribuem para uma análise mais crítica e apurada da Geometria. Segundo (WAGNER, 1998, prefácio),

Os problemas de construção são motivadores, às vezes intrigantes e frequentemente conduzem à descoberta de novas propriedades. São educativos no sentido que em cada um é necessária uma análise da situação onde se faz o planejamento da construção, seguindo-se a execução dessa construção, a posterior conclusão sobre o número de soluções distintas e também sobre a compatibilidade dos dados.

Assim, as práticas de construções geométricas com o uso do software GeoGebra tendem a ser ainda mais motivadoras, já que, diferentemente dos instrumentos de construção

tradicionais, as ferramentas do software são interativas, permitindo uma análise mais precisa dos problemas.

Ainda sobre os problemas de construção geométrica, Costa (2016) afirma que:

Os problemas de Construções Geométricas podem ser apresentados de diversas formas, explorando as propriedades dos elementos geométricos, suas relações com a linguagem geométrica, a linguagem corrente, a linguagem visual, o pensamento argumentativo e o conceito geométrico. (COSTA, 2016, p.36)

As construções geométricas não se limitam apenas aos problemas específicos de construção, uma vez que as ideias e resultados obtidos a partir dessas construções podem ser aplicados diretamente ou indiretamente em outros problemas de geometria, servindo para justificar certas propriedades e resultados utilizados na resolução desses problemas.

3.4 Considerações sobre o Ensino de Geometria

No ensino de Geometria, há uma ampla variedade de escolhas de tarefas para se desenvolver em sala de aula, dentre elas, tarefas de situações concretas e de natureza investigativa e exploratória, sem que haja grande necessidade de conteúdos pré-requisitos dentro da disciplina.

Fundamentado na afirmação de Oliveira e Velasco (2007, p.2)

A geometria é parte intrínseca do nosso universo físico e seu ensino faz parte do currículo das escolas de todos os países do mundo. [...] O ensino da geometria, além de possuir um vasto campo de aplicação prática, permite igualmente ao educando construir conhecimentos teóricos. Estes conhecimentos, compostos por definições, temas, postulados e teoremas, possibilitam um amplo desenvolvimento intelectual, ou seja, um grande desenvolvimento da interpretação e do raciocínio teórico e prático. (OLIVEIRA E VELASCO, 2007, p. 2).

Ou seja, a Geometria é uma disciplina universal e o conhecimento geométrico pode ser desenvolvido em sala de aula, utilizando de abordagens relacionadas ao nosso dia a dia, pois as ideias geométricas estão presentes em nosso universo físico, seja na natureza, nas construções ou em profissões. Estes conhecimentos teóricos, composto por definições, postulados, teoremas e axiomas potencializam o desenvolvimento intelectual, da interpretação e do raciocínio teórico e prático.

Para a construção do conhecimento teórico-geométrico, é necessário assumir a existência de um conjunto de objetos matemáticos tais como ponto, reta e plano. Que embora não possuam definições, precisam existir para se ter base em definições geométricas. Embora

estes, sejam objetos abstratos, pode-se utilizar de objetos concreto do nosso universo físico para favorecer estas noções primitivas.

O documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006) faz referência aos softwares de Geometria dinâmica para o aprendizado de Geometria, apontando que o fato de poder mover os objetos geométricos, preservando as relações métricas impostas à figura após sua construção, enriquecem as imagens mentais associadas às propriedades geométricas. Por exemplo, compreender que, dados três pontos distintos não colineares, é sempre possível construir uma circunferência passando por eles.

O estudo de Geometria baseia-se no conhecimento de entes primitivos como conteúdo pré-requisito, que por sua vez não possuem definição sistemática. Desse modo, é importante que o professor adote abordagens com maior precisão, exigindo dele mais sensibilidade.

Oliveira e Velasco (2007, p.3) relatam que

O ensino de geometria é um dos processos didáticos que requer maior sensibilidade do professor, pois trabalha a união das formas visuais com os conceitos e propriedades. A expressão gráfica é um bom exemplo do ramo da geometria, pois utiliza como estratégia o desenho para o desenvolvimento do raciocínio e da aptidão espacial. (OLIVEIRA E VELASCO, 2007, p. 3)

Com base nesse contexto, a disciplina de Desenho Geométrico é uma excelente estratégia didática para o desenvolvimento do raciocínio e aptidão espacial, sendo um forte contribuinte no quesito noções primitivas de Geometria.

O Desenho Geométrico é uma disciplina importante no Ensino Médio, que se dedica ao estudo da geometria e suas aplicações práticas. Essa disciplina é essencial para o desenvolvimento de habilidades espaciais, visuais e de resolução de problemas, que são importantes em diversas áreas, como a engenharia, a arquitetura, a física, entre outras.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece as competências e habilidades que os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica. No Ensino Médio, a BNCC prevê o ensino de geometria, com o objetivo de desenvolver a capacidade de compreender e interpretar informações geométricas, de utilizar a geometria na resolução de problemas e de comunicar ideias matemáticas.

Dentro desse contexto, o desenho geométrico pode ser uma disciplina importante para a inserção dessas competências e habilidades, pois ela permite que os alunos estudem as propriedades da geometria de maneira prática, visual e dinâmica. Através de construções

geométricas, os alunos podem experimentar as propriedades geométricas e entender conceitos importantes, como simetria, proporção, congruência, entre outros.

No entanto, é importante ressaltar que, infelizmente, há uma defasagem no ensino de geometria no Brasil, e muitos alunos chegam ao Ensino Médio com dificuldades nessa área. Por isso, é importante que o ensino de desenho geométrico seja abordado de maneira clara e objetiva, com exemplos práticos e atividades que permitam a experimentação das propriedades geométricas.

Além disso, o uso de recursos tecnológicos, como softwares de desenho geométrico, pode ser uma maneira eficiente de aproximar os alunos das propriedades da geometria e tornar o aprendizado mais interessante e dinâmico.

Em suma, o desenho geométrico é uma disciplina importante para o Ensino Médio, que pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades e competências previstas na BNCC. É necessário que essa disciplina seja abordada de maneira clara e objetiva, com o uso de exemplos práticos e recursos tecnológicos, para que os alunos possam entender as propriedades da geometria e utilizá-las de maneira eficiente na resolução de problemas.

Os documentos curriculares nacionais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), destacam a importância da geometria no Ensino Médio e reforçam a necessidade de abordar essa disciplina de maneira prática e contextualizada.

A BNCC estabelece as competências e habilidades que os alunos devem desenvolver em cada etapa da educação básica. No Ensino Médio, a competência específica de Matemática relacionada à geometria é: "Compreender e interpretar informações geométricas, em diferentes contextos, e utilizar a geometria para ampliar sua compreensão do mundo, agir sobre ele e comunicar-se".

Para atingir essa competência, a BNCC prevê o ensino de diversos tópicos de geometria no Ensino Médio, como propriedades dos polígonos, dos sólidos geométricos, dos círculos e dos triângulos, além de tópicos de geometria analítica e trigonometria.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam que a geometria é uma disciplina que pode ser abordada de maneira interdisciplinar, conectando-se com outras áreas do conhecimento, como a física, a arte e a arquitetura. Essa conexão pode tornar o ensino de geometria mais interessante e contextualizado, facilitando o aprendizado dos alunos.

Os PCN também destacam a importância do ensino de desenho geométrico, que permite que os alunos visualizem e experimentem as propriedades da geometria de maneira prática e dinâmica. Esse tipo de abordagem pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades

espaciais e visuais, bem como para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas.

Portanto, a partir desses documentos curriculares nacionais, é possível perceber a importância do ensino de geometria e de desenho geométrico no Ensino Médio. O uso de recursos tecnológicos, como softwares de desenho geométrico e de visualização de sólidos, pode ser uma forma eficiente de aproximar os alunos das propriedades da geometria e tornar o aprendizado mais interessante e dinâmico. Além disso, a conexão da geometria com outras áreas do conhecimento pode tornar o ensino mais contextualizado e significativo para os alunos.

As práticas de construções geométricas favorecem uma melhor compreensão da Matemática elementar. Seus problemas desafiam o raciocínio e exigem conhecimento sólido de teoremas geométricos e propriedades das formas, e não é exagero dizer que não há melhor maneira de aprender geometria do que praticando construções geométricas (WAGNER, 2000).

Contudo, para referir-se à uma figura, deve-se deixar claro a qual está se referindo, isto é, garantir a unicidade, para que não haja ambiguidade durante sua construção. Para tanto, deve-se empregar em paralelo aos estudos das figuras, as propriedades que a compõem, ou seja, deve-se enfatizar a ideia de lugar geométrico.

3.4.1 Lugar Geométrico

Para dissertar sobre, utilizaremos como base tópicos da apostila da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas: Uma introdução às construções geométricas, de Eduardo Wagner e do livro: Teoria Ingênua dos Conjuntos de Paul R. Halmos, traduzido para português pelo Professor Irineu Bicudo.

Na apostila “Uma introdução às construções geométricas”, Wagner (2009) destaca a importância das construções geométricas, dando como base para o estudo, dois temas: os lugares geométricos e as expressões algébricas.

Os lugares geométricos são explorados e destacados como as primeiras ferramentas para as construções geométricas. Nesse contexto, definiu-se lugar geométrico, como: um conjunto de pontos e, para definir tal conjunto, devemos enunciar uma propriedade que esses pontos devem ter. Se essa propriedade é p , o conjunto de pontos que possuem p é o lugar geométrico da propriedade p .

Para fundamentar essa definição, utilizaremos de dois axiomas: axioma da extensão e o axioma da especificação, encontrados no livro de Halmos, “Teoria Ingênua dos Conjuntos”.

Nesse livro, Halmos utiliza uma escrita informal e descreve conjuntos aplicados às situações concretas, como conceito primitivo, antes de enunciar o primeiro axioma.

Uma matilha de lobos, um cacho de uvas ou um bando de pombos são todos exemplos de conjuntos de coisas. O conceito matemático de conjunto pode ser usado como fundamento para toda a Matemática conhecida (HALMOS. 1970, p.1).

Nesse contexto, percebemos que toda a Matemática moderna pode ser baseada nas teorias dos conjuntos. E se tratando de construções geométricas, é necessário que o referido lugar geométrico esteja bem definido, a fim de que se possa proceder com a construção de determinadas figuras. Apresentamos, em primeiro lugar, o axioma da Extensão, que determina: Dois conjuntos são iguais se, e somente se têm os mesmos elementos.

Noutras palavras, o axioma nos diz que não se pode distinguir dois conjuntos que possuam os mesmos elementos. Assim, se todo $x \in X$, $x \in Y$, temos que $X \subset Y$; concomitantemente, se dado todo $y \in Y$, tem-se que y está em X , logo $Y \subset X$. Isso garante-nos que X e Y possui os mesmos elementos, o que é equivalente afirmar:

$$X = Y \Leftrightarrow X \subset Y \text{ e } Y \subset X$$

Apresentamos ainda, o axioma da Especificação, que determina: A todo conjunto A e a toda condição $S(x)$ corresponde um conjunto B cujos elementos são exatamente aqueles elementos x de A para os quais $S(x)$ vale.

Este axioma afirma que dado um conjunto A e uma sentença S acerca deste, podemos obter um novo conjunto B . Em símbolos, podemos enunciá-lo da seguinte forma:

$$B = \{x \in A : S(x)\}$$

Com base nesses axiomas, diremos que lugar geométrico é um conjunto de pontos do plano que partilham uma propriedade p , de modo que:

- todos esses pontos atendam a essa propriedade; e
- somente esses pontos tenham essa propriedade.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa científica tem como objetivo fundamental contribuir com a construção, evolução e disseminação de conhecimentos que possam ter grande alcance social e possibilitem constante aprofundamento ou redirecionamento para novas investigações. Na pesquisa científica, o rigor e critérios para o levantamento de dados são importantes para que o pesquisador possa se aproximar o máximo possível da realidade em estudo.

A investigação foi realizada no Centro de Ensino Hosano Gomes Ferreira. A Escola fica situada ao lado da MA 119, na Cidade de Lago dos Rodrigues – MA. Nesse município, existe apenas essa Escola de Ensino Médio. Os dados de infraestrutura e equipamentos gerais são listados nos quadros abaixo.

Quadro 1 - Dados de infraestrutura

DEPENDÊNCIAS	QUANTIDADE	UTILIZAÇÃO	
		ADEQUADA	INADEQUADA
SALA DE AULA	07	07	-
BIBLIOTECA OU SALA DE LEITURA	01	01	-
SALA DE PROFESSORES	01	01	-
LABORATÓRIO	02	02	-
SECRETARIA	01	01	-
SALA DE VÍDEO	01	01	-
QUADRA DE ESPORTE	-	-	-
PÁTIO COBERTO	01	01	-
PÁTIO DESCOBERTO	02	02	-
DEPÓSITO	01	01	-
ALMOXARIFADO	01	01	-
CANTINA	01	01	-
BANHEIRO	03	03	-
BANHEIRO PARA FUNCIONÁRIOS	02	02	-

Fonte: Pesquisa, 2023

Quadro 2 - Dados de equipamentos gerais

Nº	DESCRIÇÃO	QUANTIDADE
01	Caixa de som	02
02	Mesa de som	01
03	Fone de ouvido	10
04	Tv 42 polegadas	02
05	Notebook	01

06	Data show	03
07	Computadores completos (sala de informática)	10
08	Microfone	02
09	Tubos de ensaio	05
10	Laboratório de ciências	01
11	Laboratório de informática	01
12	Mapas letreiros	04
15	Livros	50

Fonte: Pesquisa, 2023

A metodologia empregada nesta investigação consiste na pesquisa de campo, que envolve a coleta direta de informações junto à população pesquisada. Nessa abordagem, é essencial que o pesquisador estabeleça contato direto com os sujeitos envolvidos.

Na pesquisa de campo, os dados primários são coletados no local da investigação por meio de instrumentos adequados. Embora não seja possível isolar ou controlar as variáveis, essa abordagem permite a observação e o estudo das relações estabelecidas.

O estudo de campo foi corroborado com a pesquisa bibliográfica, pois toda e qualquer investigação se inicia com uma revisão bibliográfica.

A pesquisa bibliográfica é habilidade fundamental nos cursos de graduação, uma vez que constitui o primeiro passo para todas as atividades acadêmicas. Uma pesquisa de laboratório ou de campo implica, necessariamente, a pesquisa bibliográfica preliminar. Seminários, painéis, debates, resumos críticos, monográficas não dispensam a pesquisa bibliográfica. Ela é obrigatória nas pesquisas exploratórias, na delimitação do tema de um trabalho ou pesquisa, no desenvolvimento do assunto, nas citações, na apresentação das conclusões. Portanto, se é verdade que nem todos os alunos realizaram pesquisas de laboratório ou de campo, não é menos verdadeiro que todos, sem exceção, para elaborar os diversos trabalhos solicitados, deverão empreender pesquisas bibliográficas (ANDRADE, 2010, p. 25).

Neste tipo de investigação, o pesquisador busca leitura em trabalhos sobre o seu tema de interesse que possuem grande relevância, analisando as contribuições já existente sobre o objeto de estudo a ser pesquisado.

Assim sendo, propôs-se uma sequência didática por meio de uma oficina na qual os discentes tiveram inicialmente um primeiro contato com algumas construções geométricas elementares de forma tradicional, isto é (com uso de régua e compasso), e logo em seguida, cada construção ou aplicação desta foi feita de forma dinâmica no software GeoGebra.

As aulas referentes à oficina foram realizadas de forma expositiva e dialogada, instigando os alunos a justificarem os resultados obtidos levando em consideração os

procedimentos para realização de tal construção, enfatizando a ideia de lugar geométrico e os processos que conduziram a determinado resultado. Ao final de cada aula, foi feita a justificativa da construção em questão, seguida de uma construção no software GeoGebra, consolidando o conhecimento geométrico adquirido.

Para realizar o trabalho, aplicou-se uma atividade diagnóstica composta por três questões, com o objetivo de avaliar a proficiência dos alunos em construções geométricas e verificar seu conhecimento geométrico, criatividade e raciocínio lógico dedutivo.

Tomando como base a atividade diagnóstica, utilizou-se um questionário composto por 5 questões como referência para o desenvolvimento do trabalho. Esse questionário teve como objetivo avaliar a proximidade dos alunos com a disciplina de Desenho Geométrico, sua familiaridade com softwares de geometria dinâmica e a avaliação de seu próprio desempenho em geometria. Antes de aplicar o questionário, obteve-se os termos de consentimento dos participantes.

Em seguida, realizou-se a oficina composta por 06 (seis) aulas, nas quais foram realizadas construções elementares. Durante as aulas, foram feitas afirmações acerca dos resultados obtidos e os alunos foram instigados a justificar os resultados considerando os procedimentos utilizados para obtenção de cada construção.

Em cada aula dada, enfatizou-se à ideia de lugar geométrico, com a apresentação da justificativa adequada ao final de cada construção. Após as construções com régua e compasso, foram realizadas construções no software GeoGebra, incluindo a mesma construção ou outra que utilizasse o resultado obtido. Durante o uso do software, foram utilizadas ferramentas de construção instantânea para garantir maior rigor geométrico, além de promover interatividade em sala de aula e demonstrar a eficiência e precisão em cada construção.

Na quinta aula, analisou-se o desempenho dos alunos no primeiro contato com a realização de construções geométricas básicas utilizando o aplicativo GeoGebra para celular. Para facilitar o aprendizado, as construções foram ensinadas com o uso do aplicativo GeoGebra para celular, instalado em um emulador. Isso permitiu que os alunos não tivessem dificuldades em encontrar ou associar as ferramentas do programa para PC com as do aplicativo para celular.

Após a conclusão da oficina, foi aplicada uma atividade com apenas uma questão da atividade diagnóstica inicial para avaliar o impacto da oficina na criatividade e no conhecimento geométrico dos alunos. Foi escolhida a questão que mais intrigou os alunos durante a oficina. Além disso, foi aplicado um segundo questionário para avaliar a contribuição da oficina e a importância que os alunos atribuíram em relação ao seu desempenho em geometria.

Para cada análise realizada, foram consideradas as possíveis justificativas, observações e questionamentos em relação às construções. As questões selecionadas para este trabalho foram retiradas e/ou baseadas no livro "Construções Geométricas" de Eduardo Wagner, da coleção Professor de Matemática, 5ª edição.

4.1 Natureza da Pesquisa

Para realizar esta investigação, optou-se por uma abordagem de pesquisa qualitativa com intervenção. Essa escolha foi feita devido à necessidade de analisar as causas e consequências dos fenômenos envolvidos durante a realização de uma oficina de ensino e aprendizagem em geometria plana.

A pesquisa qualitativa se caracteriza, segundo Godoy (1995, p. 52), por ter ambiente natural com fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; O caráter descritivo; o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador e o enfoque indutivo.

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que posiciona o observador no mundo. Ela consiste em um conjunto de práticas interpretativas e materiais que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo, fazendo dele uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e anotações pessoais. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma postura interpretativa e naturalística diante do mundo. Isso significa que os pesquisadores desse campo estudam as coisas em seus contextos naturais, tentando entender ou interpretar os fenômenos em termos dos sentidos que as pessoas lhes atribuem. (DENZIN e LINCOLN, 2005a, p. 3)

A natureza qualitativa de investigação tem se constituído em um campo amplo, no qual se tem o engajamento de vários tipos de metodologias na área de ciências sociais com grande utilização em educação.

4.2 Instrumento de coleta de dados, sujeitos de pesquisa, população e amostra

Com relação aos instrumentos de pesquisa, foi utilizado atividades e questionários com alunos da escola, bem como a realização de atividades de ensino com os estudantes participantes da oficina.

Os sujeitos da pesquisa são 36 alunos matriculados na 3ª série do Ensino Médio no turno vespertino. A escolha se deu por esta apresentar bom desempenho na disciplina de Matemática.

No entanto, em questões que envolvessem Geometria, apresentava-se constantemente resultados obtidos por mera dedução.

O curso de intervenção foi oferecido aos 36 alunos (sujeitos de pesquisa) participantes do estudo em um total de seis encontros. Anteriormente aos encontros, aplicou-se uma atividade diagnóstica composta por 03 (três) questões relacionadas às construções geométricas e um questionário, com objetivo de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos e o contato que tiveram com a disciplina de desenho geométrico. Após os encontros, aplicou-se uma atividade composta por uma questão e um questionário, com objetivo de avaliar o rendimento que os alunos obtiveram em virtude da oficina e avaliar a oficina no ponto de vista dos alunos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

É importante destacar que, embora o software GeoGebra ofereça uma ampla variedade de ferramentas de construção imediata, a realização de algumas construções de figuras com propriedades definidas requer proficiência em construções geométricas. Portanto, ao utilizar o software GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da geometria, é necessário que as práticas de construções geométricas elementares sejam aplicadas para permitir a continuidade da construção da figura desejada. Isso é uma consequência natural do estudo.

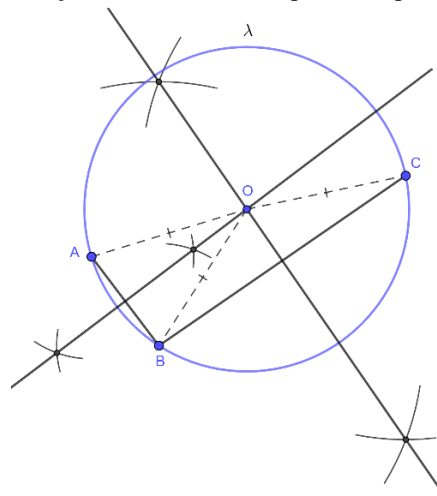
5.1 Resoluções da atividade diagnóstica

A seguir, disponibilizam-se as questões e resoluções da atividade diagnóstica aplicada.

Questão 01: Com uso de régua e compasso, construa a circunferência λ que passe pelos pontos A , B e C logo abaixo. Em seguida, descreva o passo a passo da construção.

Resolução:

Figura 12 - Construção da circunferência passando por três pontos dados



Fonte: Pesquisa, 2023

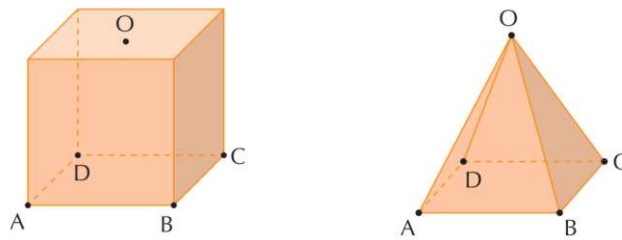
Para procedermos com a construção, inicialmente traçamos os segmentos \overline{AB} e \overline{BC} . Em seguida, traçamos suas respectivas mediatrizes. Para cada segmento, traçamos duas circunferências de mesmo raio, uma centrada em cada extremo do segmento, de modo a obter-se duas interseções entre as circunferências. Esse procedimento garante que os pontos de interseção são equidistantes dos extremos, pois estes pertencem às circunferências, cada uma

com centro em um dos extremos. Traçando-se as retas que passa por esses pontos, encontra-se a mediatriz do segmento, pois todos os pontos da reta são equidistantes dos extremos do segmento.

Agora, seja O o ponto de encontro das mediatrizes. Concluimos que este é o centro da circunferência λ que passa pelos pontos A , B e C . De fato, o ponto de encontro das mediatrizes é equidistante dos extremos dos segmentos \overline{AB} e \overline{BC} . Desse modo, o lugar geométrico desses pontos é a circunferência λ de centro O e que passa por A , B e C .

Questão 02: (Enem/2011) Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.

Figura 13 - Questão: Cubo e Pirâmide



Fonte: Enem/2011

Os pontos A , B , C , D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{AB} e \overline{CD} , nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos. Os formatos dos sólidos descartados são:

- a () todos iguais.
- b () Todos diferentes
- c () três iguais e um diferente.
- d () apenas dois iguais
- e () iguais dois a dois.

Resolução:

Os sólidos descartados após os cortes que saem de O em direção às arestas \overline{AD} e \overline{BC} são os prismas triangulares congruentes $AFPQED$ e $BGPQHC$. Os sólidos descartados após os dois

últimos cortes são os tetraedros congruentes $ABOP$ e $CDOQ$. Portanto, os formatos dos quatro sólidos descartados são iguais dois a dois e a alternativa correta é a letra e.

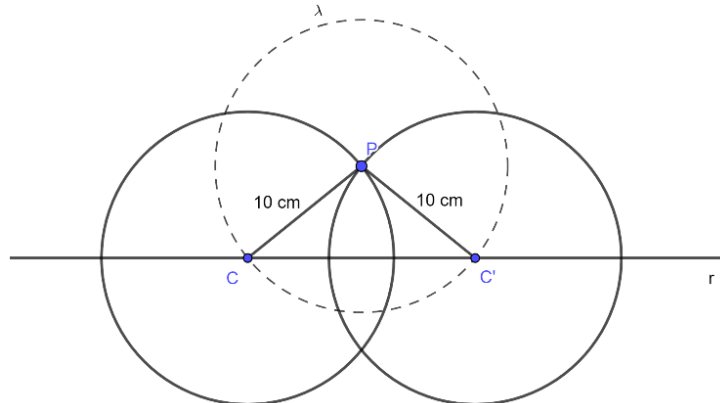
Questão 03: Em um plano, considere uma reta r e um ponto P , quaisquer. Quantas circunferências de raio 10 cm passam por P e têm o centro na reta r ? Justifique sua resposta.

Resolução:

Traçando nesse plano a circunferência λ de centro P e raio 10 cm , podemos ter:

- A intersecção entre λ e r possui exatamente dois pontos distintos C e C' . Nesse caso, existem exatamente duas circunferências de raio 10 cm que passam por P e têm centros em r .

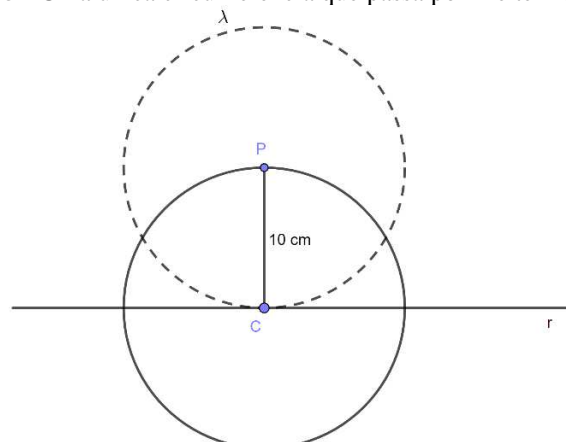
Figura 14 – Duas circunferências que passam por P e têm centro em r



Fonte: Pesquisa, 2023

- A intersecção entre λ e r possui exatamente um único ponto C . Nesse caso, existe uma única circunferência de raio 10 cm que passa por P e tem centro em r .

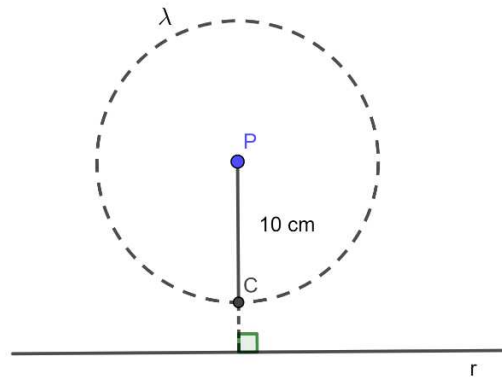
Figura 15 - Uma única circunferência que passa por P e tem centro em r



Fonte: Pesquisa, 2023

- A intersecção entre λ e r é vazia. Nesse caso, não existe circunferência de raio 10 cm que passa por P e tem centro em r .

Figura 16 - Não existe circunferência que passa por P e tem centro em r



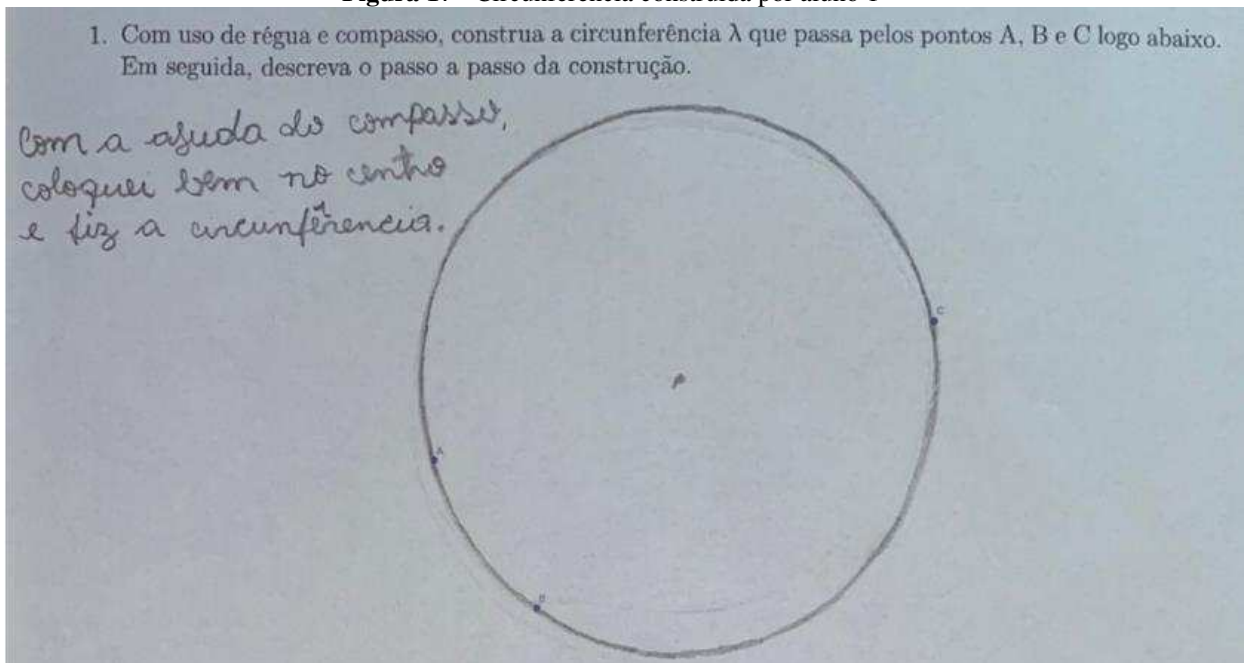
Fonte: Pesquisa, 2023

5.1.1 Análise das resoluções da atividade diagnóstica

Durante a aplicação da atividade diagnóstica, foi evidente um grande apelo intuitivo nas resoluções das questões. Muitos alunos não justificaram seus resultados e demonstraram dificuldades em imaginar figuras geométricas planas e espaciais, considerando suas propriedades. Além disso, muitos alunos desconheciam ou confundiam os lugares geométricos, como mediana e mediatriz, o que resultou em resultados inválidos. Alguns comentários dos alunos afirmaram que os resultados eram óbvios, o que mostra a falta de compreensão do problema.

Na primeira questão, notou-se que muitos alunos tentaram utilizar o recurso de "ajeitar" a circunferência, procurando o suposto centro por tentativa e erro. Na construção realizada pelo aluno 1, observou-se o seguinte:

Figura 17 - Circunferência construída por aluno 1



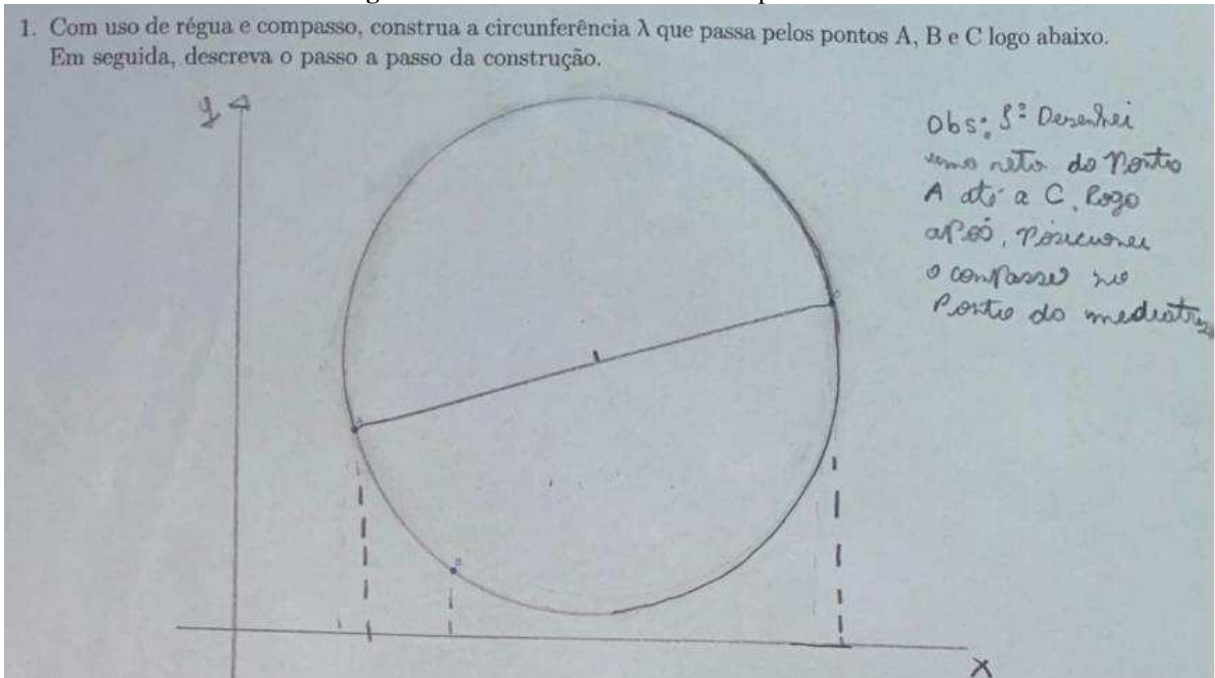
Fonte: Pesquisa, 2023

Embora o aluno tenha desenhado uma circunferência, o fez por tentativa e erro, isto é, utilizou a intuição para criar a figura. Isso significa que, sem o auxílio de régua e compasso, ele poderia produzir um desenho que aparente ser uma circunferência, mas que não possui todas as suas propriedades. Portanto, é fundamental que o aluno compreenda a ideia de lugar geométrico, a fim de entender a figura como um objeto abstrato e não palpável, que não pode ser manipulado.

Em alguns casos, houve alunos que tentaram associar o problema à Geometria Analítica, apesar dos pontos não estarem representados por pares ordenados.

Na construção realizada pelo aluno 5, observou-se o seguinte:

Figura 18 - Circunferência construída por aluno 5



Fonte: Pesquisa, 2023

O aluno desenhou um eixo de retas coordenada, indicando que ele possui uma noção básica de Geometria Analítica. No entanto, isto não foi o suficiente para a resolução do problema, tendo em vista que os pontos em questão não estão associados à pares ordenados.

Percebe-se também uma carência em relação a geometria plana ao citar marcou um ponto da mediatriz. Isto indica que o aluno já teve algum contato com esse termo, mas não o compreende profundamente.

Novamente, percebe-se um apelo intuitivo traçar o segmento que liga os pontos A e C e considerá-lo como diâmetro da circunferência. Provavelmente, o aluno escolheu dois pontos que foram mais convenientes para ele, o que indica que ele não possui conhecimento das propriedades inerentes à circunferência.

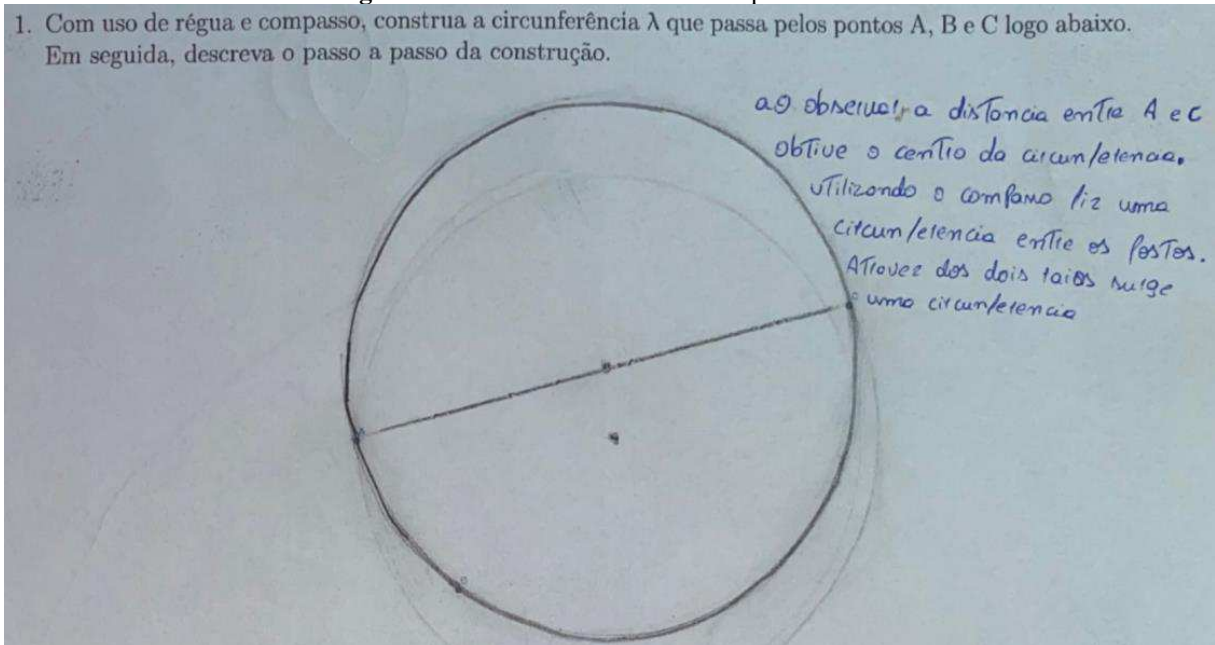
Embora tenha-se construído um eixo de retas coordenadas, o problema não foi resolvido nem utilizando régua e compasso, nem geometria analítica. Nesse caso, percebeu-se que o aluno possuía conhecimentos de geometria analítica, mas apresentou lacunas que o impediram de concluir o raciocínio para a resolução da questão.

Houve alunos que acreditaram não ser possível construir tal circunferência, afirmando ser impossível e fazendo referência a uma única circunferência qualquer que passasse por dois dos três pontos. Com base nisso, é notório que grande parte dos alunos possuem dificuldades em imaginar figuras planas a partir de uma propriedade referente a esta.

Alguns alunos fizeram medições com a régua, encontrando um suposto centro, enquanto outros calcularam a distância AC e dividiram por 2, utilizando o apelo intuitivo e acreditando que AC seria o diâmetro da circunferência em questão.

Na construção realizada pelo aluno 15, observou-se o seguinte:

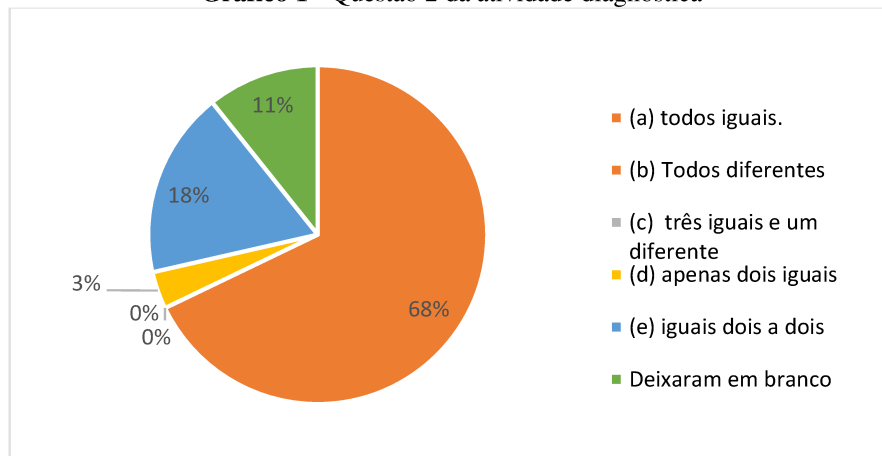
Figura 19 - Circunferência construída por aluno 15



Fonte: Pesquisa, 2023

Nesse caso, é possível perceber que o aluno realizou diversas tentativas para encontrar o centro da circunferência, inclusive chegando a furar a folha. De acordo com a justificativa apresentada, ele observou a distância entre os pontos A e C e assumiu intuitivamente que esse valor correspondia ao diâmetro da circunferência. Entretanto, essa suposição pode não ser necessariamente correta, o que destaca a importância do estudo de Desenho Geométrico.

Na segunda questão, de acordo com os resultados obtidos, percebeu-se que muitos alunos tiveram dificuldades em interpretar e imaginar a composição da figura espacial na ordem estabelecida pelo enunciado da questão. Poucos alunos conseguiram resolver corretamente a questão.

Gráfico 1 - Questão 2 da atividade diagnóstica

Fonte: Pesquisa, 2023

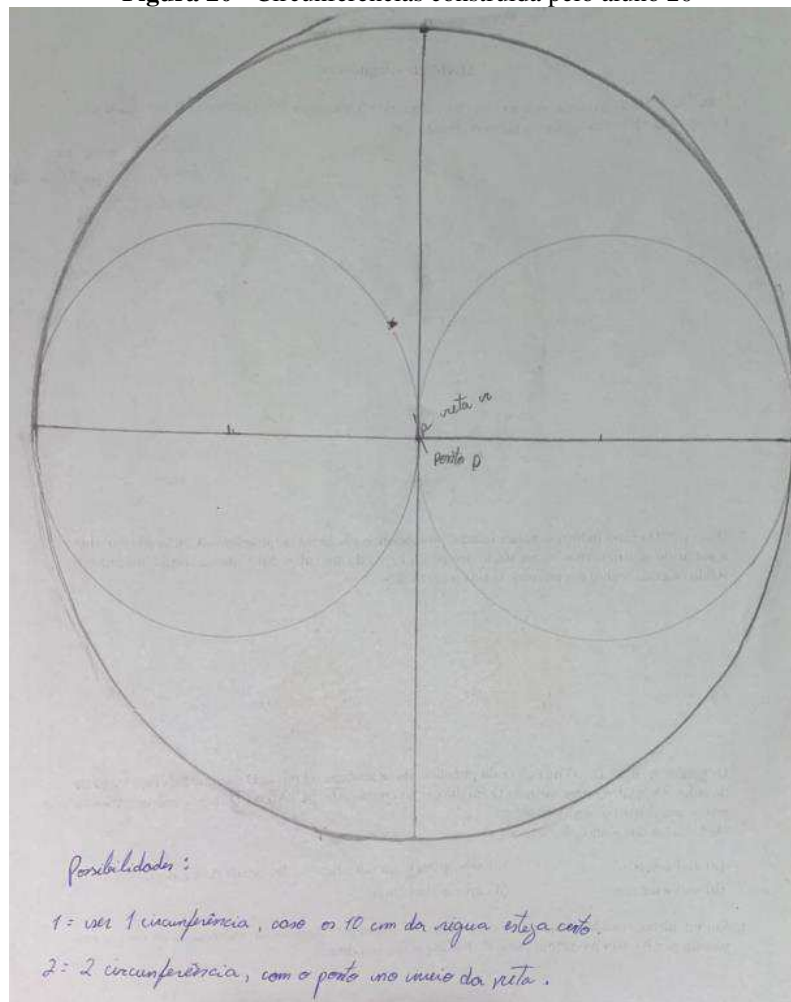
Com base nos dados obtidos, constatou-se que 67,85% dos alunos erraram esta questão, acreditando que todos os sólidos seriam iguais. Isso sugere que as dificuldades em Geometria Plana se estendem para a geometria espacial, uma vez que muitos alunos apresentaram dificuldades em imaginar ou visualizar os cortes no cubo. Durante a análise das resoluções, foi observado que alguns alunos tentaram fazer construções, ligando os vértices do cubo ao centro de uma face.

Nenhum aluno marcou as alternativas (b) e (c), enquanto 3,37% marcaram a letra (d), indicando que apenas dois dos sólidos são iguais. Isso mostra que alguns alunos desconsideraram a ordem estabelecida para os cortes. Apenas 17,85% dos alunos acertaram a questão, assinalando que os sólidos são iguais dois a dois, enquanto 10,71% dos alunos deixaram a resposta em branco. Esses resultados apontam para a existência de lacunas no conhecimento geométrico dos alunos.

Na terceira questão, alguns alunos tentaram construir uma figura usando a graduação da régua e considerando apenas o caso em que o ponto P pertence à reta r .

Na construção e justificativa feita pelo aluno 20, observou-se o seguinte:

Figura 20 - Circunferências construída pelo aluno 20



Fonte: Pesquisa, 2023

O aluno apresentou apenas uma das possibilidades, considerando que o ponto P pertence à reta, e descreveu duas opções. No entanto, a segunda opção não atende ao problema, uma vez que as circunferências fornecidas têm raios menores do que 10 *cm*. Isso indica uma dificuldade em construir a figura com base nas propriedades definidas.

Os alunos restringiram-se ao caso em que o ponto P pertence à reta r , descrevendo que apenas uma circunferência passa pelo ponto P , já que possui o mesmo centro e raio.

Na justificativa escrita pelo aluno 16, observou-se o seguinte:

Figura 21 – Justificativa escrita pelo aluno 16

3. Em um plano, considere uma reta r e um ponto P , quaisquer. Quantas circunferências de raio 10 cm passam por P e têm o centro na reta r ? Justifique sua resposta.

so passa um, pois não tem como passa uma circunferência com o mesmo tamanho pelo mesmo ponto duas vezes ou mais.

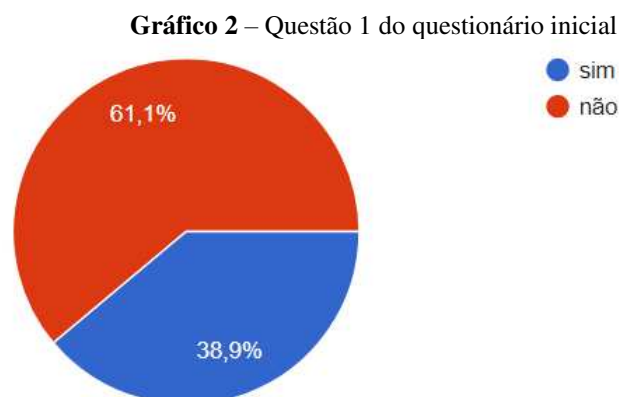
Fonte: Pesquisa, 2023

Muitos alunos apresentaram justificativas semelhantes a esta. No entanto, como essa questão apresenta diferentes casos a serem considerados, foi evidente a limitação nas resoluções. Muitos alunos consideraram apenas o caso em que o ponto está na própria reta, enquanto poucos construíram o caso em que a reta r é secante à circunferência de raio 10 cm. Além disso, durante a aplicação da atividade, percebeu-se que muitos alunos tiveram dificuldades em interpretar essa questão.

Com base nos resultados apresentados, é possível perceber que muitos alunos apresentaram dificuldades em compreender e aplicar conceitos geométricos para resolver problemas práticos. Algumas abordagens intuitivas foram adotadas, mas nem sempre resultaram em soluções precisas e corretas. Isso destaca a importância de um ensino de geometria mais sistemático e estruturado, que permita aos alunos compreender os conceitos fundamentais e aplicá-los de forma adequada.

5.2 Análise e discursões do questionário inicial

1. Você teve a disciplina de Desenho Geométrico no ensino fundamental?



Fonte: Pesquisa, 2023

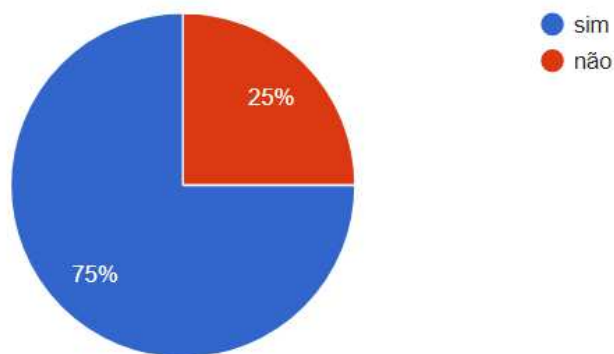
Como resultado dessa questão, apesar de os PCN mencionarem a disciplina de Desenho Geométrico para o Ensino Fundamental, constata-se que a maioria dos alunos (61,1%) não teve acesso a essa disciplina nesta etapa, o que impacta negativamente o desempenho dos estudantes durante o Ensino Médio. Como consequência, as deficiências deixadas nesta área afetam o desempenho dos alunos em geometria.

Por outro lado, parte dos alunos que tiveram contato com a disciplina no Ensino Fundamental (38,9%), de acordo com a avaliação diagnóstica, não desenvolveu a proficiência necessária nessa área, evidenciando a necessidade de oferecer essa disciplina de forma revisada no Ensino Médio.

Ao considerar esses dados e o desempenho dos alunos na avaliação diagnóstica, percebe-se que, apesar de parte dos alunos ter tido contato com a disciplina, não desenvolveu a proficiência necessária para uma maior imersão em conteúdo de geometria. Por isso, é relevante aplicar tópicos de construção geométrica de forma revisional, seja por meio de um software matemático que ofereça maior interatividade e dinamismo, ou ainda através de outras formas que possam incentivar o estudo de geometria.

2. Já utilizou régua e compasso em sala de aula para construir figuras?

Gráfico 3 - Questão 2 do questionário inicial



Fonte: Pesquisa, 2023

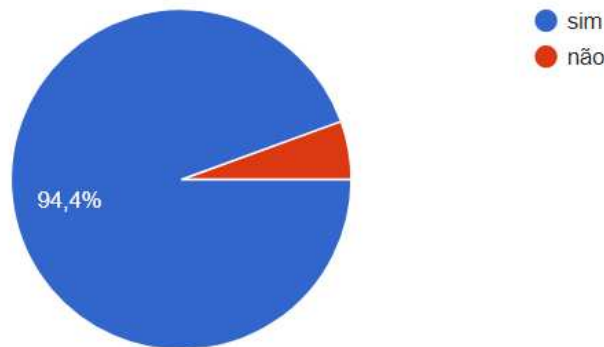
Embora tenhamos constatado na questão anterior que a maioria dos alunos não teve contato com a disciplina de Desenho Geométrico durante o Ensino Fundamental, nesta questão percebe-se que um número significativo de estudantes, ou seja, 75%, já utilizou os instrumentos de régua e compasso para construir figuras, enquanto 25% afirmam não ter tido essa experiência. No entanto, esse afastamento do conteúdo pode ser superado.

Assim, mesmo que o Desenho Geométrico não seja uma disciplina muito popular, os instrumentos de desenho são bastante conhecidos e frequentemente utilizados, embora nem

sempre de acordo com os procedimentos técnicos de construções geométricas. No entanto, o fato de esses instrumentos serem amplamente conhecidos e utilizados pode facilitar a abordagem desse conteúdo de forma revisada durante o Ensino Médio.

3. Você acredita que o uso de algum software matemático pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem em matemática?

Gráfico 4 - Questão 3 do questionário inicial



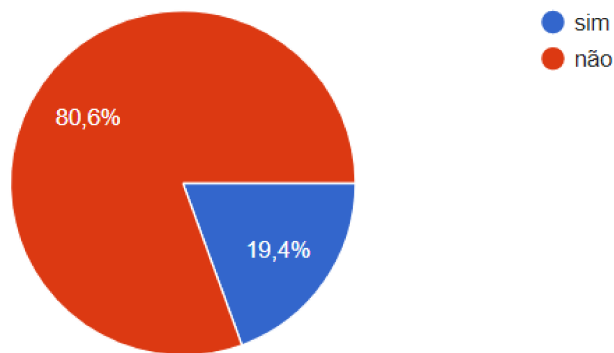
Fonte: Pesquisa, 2023

Com base nos resultados desta pesquisa envolvendo adolescentes inseridos em um ambiente tecnológico, verificou-se que 94,4% dos participantes acreditam que softwares matemáticos podem potencializar o processo de ensino-aprendizagem de matemática, enquanto apenas 5,6% afirmaram o contrário.

Considerando o alto índice de utilização de tecnologias da informação e comunicação pelos alunos e sua perspectiva, o uso de softwares matemáticos como recurso em atividades pode ser benéfico para estimular a compreensão dos conteúdos de forma mais precisa e com maior rigor matemático.

Portanto, ao empregar atividades que utilizem softwares matemáticos, é possível promover uma abordagem mais dinâmica e interativa no ensino de matemática, tornando a aprendizagem mais envolvente e efetiva para os alunos.

4. Você conhece ou já usou algum software matemático para estudar geometria?

Gráfico 5 - Questão 4 do questionário inicial

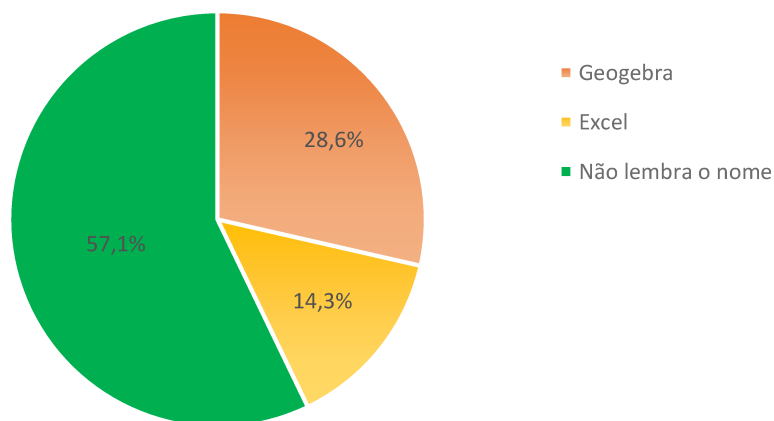
Fonte: Pesquisa, 2023

Nesta questão, a grande maioria dos alunos (80,6%) afirmou não conhecer ou utilizar algum software matemático para estudar geometria, indicando uma falta de popularidade dessas excelentes ferramentas para o estudo da matéria. Diante dessa constatação, a inserção de softwares para o estudo de geometria pode estimular o aprendizado e o interesse pela disciplina.

Por outro lado, uma parcela de 19,4% dos alunos afirmou conhecer ou já ter utilizado algum software matemático para estudar geometria, o que sugere que, em uma sociedade cada vez mais inserida no meio tecnológico, os estudantes tendem a buscar aplicativos que ofereçam ferramentas para auxiliá-los em seus estudos.

Desse modo, é importante que a escola e os professores estejam atentos às novas tecnologias e suas possibilidades no ensino, de modo a explorar as vantagens dessas ferramentas para facilitar e aprimorar o processo de aprendizagem dos alunos, em especial em disciplinas como a geometria.

Caso afirmativo da questão anterior, qual o nome do software usado?

Figura 22 - Caso afirmativo da questão 4 do questionário inicial

Fonte: Pesquisa, 2023

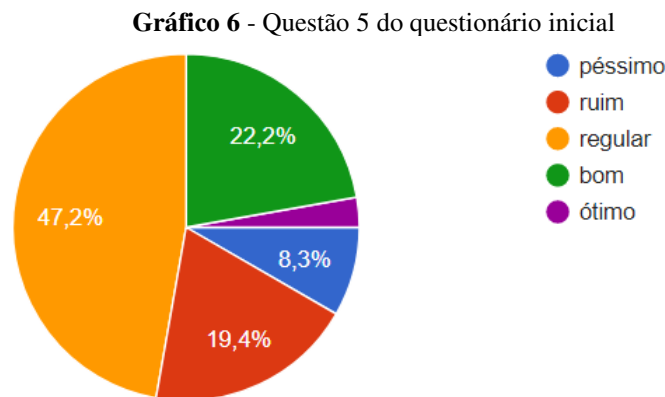
Dos 19,4% dos alunos que assinalara “sim” na questão anterior, 28,6% citaram o GeoGebra, 14,3% citaram *Excel* do pacote *Office* da *Microsoft* e 57,1% afirmaram não lembrar.

Essa informação evidencia que, dentre os estudantes que afirmaram conhecer ou já ter utilizado algum software matemático para estudar geometria, uma parte significativa não se recorda do nome do programa utilizado, representando mais da metade dos entrevistados.

No entanto, dentre os que lembraram, o GeoGebra apareceu como a ferramenta mais citada (28,6%), seguido do Excel do pacote Office da Microsoft (14,3%). Isso pode indicar que esses programas são os mais populares ou os que mais se destacaram em termos de uso e efetividade na resolução de problemas de geometria.

De qualquer forma, é importante que os professores estejam cientes das ferramentas tecnológicas que estão sendo utilizadas pelos estudantes e que possam explorá-las de forma adequada em sala de aula, oferecendo orientações e recursos para a utilização de softwares matemáticos, tais como o GeoGebra e o Excel, de modo a potencializar a aprendizagem e torná-la mais efetiva.

5. Como você avalia seu rendimento em geometria?



Fonte: Pesquisa, 2023

Segundo os próprios alunos, apenas 2,8% avaliaram seu desempenho em Geometria como ótimo e 22,2% como bom, enquanto 47,2% avaliaram como regular, 19,4% como ruim e 8,3% como péssimo. Diante desse quadro, aliado ao desempenho da turma e às resoluções da atividade diagnóstica, fica evidente a existência de uma defasagem na aprendizagem de Geometria. Além disso, é notável que os alunos reconhecem essa deficiência ao avaliarem a si mesmos. Nesse sentido, a falta da disciplina de Desenho Geométrico acaba desvalorizando a matéria e impactando negativamente o desempenho dos alunos em Geometria.

A avaliação dos alunos sobre seu próprio desempenho em Geometria revela uma realidade preocupante, com a maioria se considerando apenas como regular, ruim ou péssimo. Essa constatação é corroborada pelo desempenho da turma e pelas resoluções da atividade diagnóstica, o que sugere uma defasagem na aprendizagem de Geometria. É importante notar que os alunos reconhecem essa deficiência e é fundamental compreender que a falta da disciplina de Desenho Geométrico pode desvalorizar a matéria, contribuindo para o baixo desempenho dos estudantes. Portanto, é fundamental investir em estratégias pedagógicas que possam melhorar o ensino e aprendizagem de Geometria, a fim de proporcionar aos alunos uma formação mais sólida e de qualidade.

5.2 Análise das Atividades

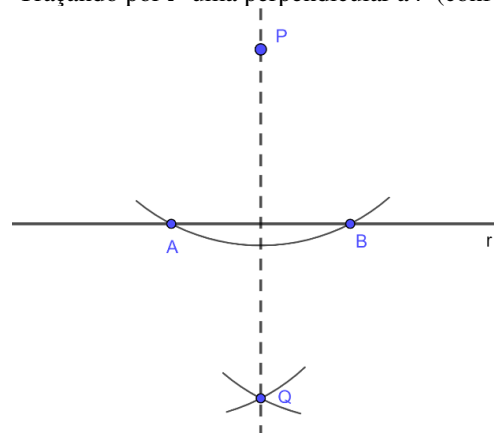
Aula 01

1. Dado uma reta r e um ponto P qualquer, construa com uso de régua e compasso a reta perpendicular à reta r , passando pelo ponto P .

Solução:

Para traçar por um ponto P uma perpendicular a uma reta r , traçamos um círculo de centro P cortando a reta r em A e B (abaixo). Em seguida, traçamos círculos de mesmo raio com centros em A e B obtendo Q , um dos pontos de interseção. A reta PQ é perpendicular a AB e a justificativa é fácil. Como $PA = PB$ e $QA = QB$, a reta PQ é mediatriz de AB e, portanto, perpendicular a AB .

Figura 23 - Traçando por P uma perpendicular a r (conforme o livro)

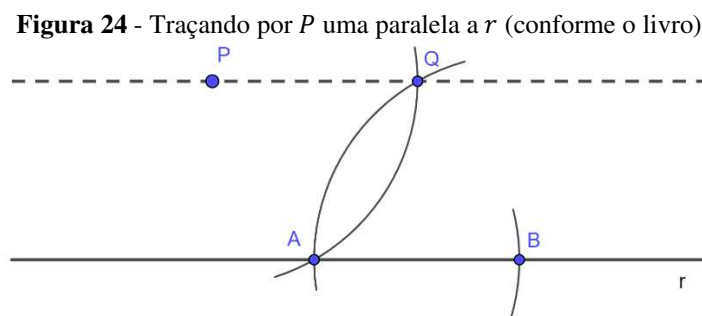


Fonte: Pesquisa, 2023

2. Dado uma reta r e um ponto P não pertencente a esta reta, construa com uso de régua e compasso a reta s passando por P , paralela à reta r .

Solução:

Para traçar por um ponto P uma paralela a uma reta r , podemos proceder da seguinte forma. Traçamos três círculos, sempre com mesmo raio: o primeiro com centro em P , determinando um ponto A na reta r ; o segundo com centro em A , determinando um ponto B na mesma reta, e o terceiro com centro em B , determinando um ponto Q sobre o primeiro círculo (figura abaixo).



Fonte: Pesquisa, 2023

A reta PQ é paralela a r e a justificativa também é fácil. Da forma como foi feita a construção, $PABQ$ é um losango e portanto, seus lados PQ e AB são paralelos.

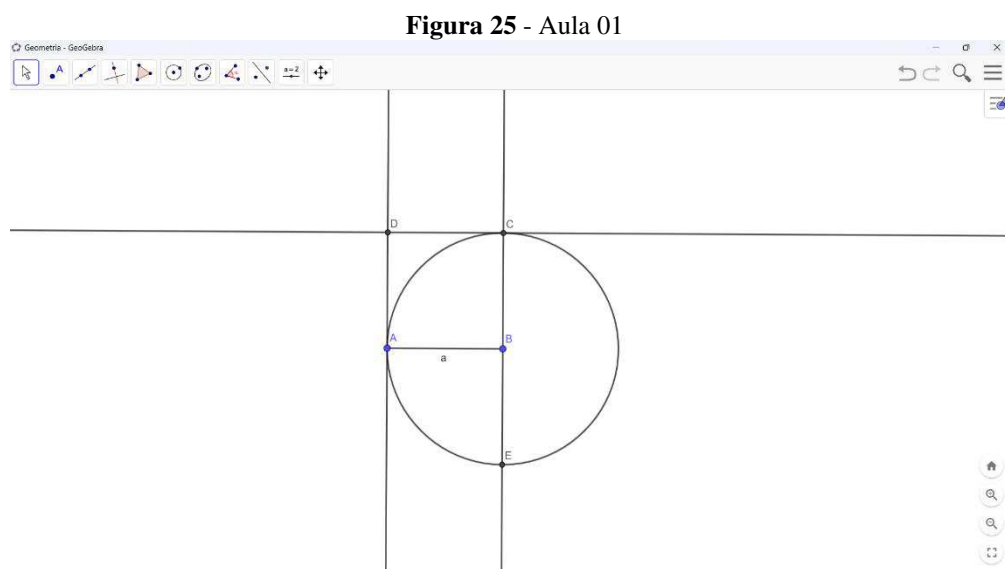
Comentário geral da aula:

Nessa aula, após a apresentação do conceito de lugar geométrico, exemplificado por meio da circunferência e mediatriz, alguns alunos relataram que nunca haviam aprendido dessa forma ou até mesmo nunca ouviram falar sobre "Lugar Geométrico". Após cada construção, foi observado que muitos alunos justificavam seus resultados sem considerar os procedimentos utilizados para a construção, demonstrando dificuldades nesse aspecto. Ao enfatizar a ideia de lugar geométrico e as propriedades relacionadas a cada figura construída, alguns alunos compreenderam a importância da justificativa, mas ainda apresentavam dificuldades em expressar suas ideias de forma clara.

Na segunda construção, os alunos foram estimulados a citar os passos necessários para a construção de retas paralelas, e alguns demonstraram criatividade sugerindo a construção de retas perpendiculares duas vezes. Após a construção dinâmica de um quadrado no software GeoGebra, utilizando as construções anteriores, os alunos justificaram seus resultados com maior precisão, alguns até utilizando a expressão "Lugar geométrico". Essa construção permitiu

apresentar um pouco do rigor geométrico, demonstrando que a figura não se deformava mesmo com as movimentações dos vértices, já que foi construída com base nas propriedades que a compõem.

Para a construção de um quadrado de lado $AB = a$, traçamos duas retas perpendiculares ao segmento \overline{AB} passando por A e B , e em seguida, traçamos uma circunferência de raio a e centro B , obtendo um ponto de interseção C com a reta que passa por B . Por fim, traçamos uma reta paralela ao segmento \overline{AB} passando por D , de modo a obter um ponto de interseção D com a reta que passa por A .



Fonte: Pesquisa, 2023

Justificativa: Pela construção $ABCD$ é um paralelogramo porque $\overline{AB} // \overline{DC}$ e $\overline{AD} // \overline{BC}$ porque ambas são perpendiculares ao mesmo segmento AB , então é um paralelogramo, e uma das propriedades do paralelogramo é que os ângulos opostos são iguais, então, se esse ângulo em $\angle A$ é reto, o ângulo em $\angle C$ também é reto, se o ângulo $\angle B$ e o ângulo $\angle C$ também são retos, então $ABCD$ é um quadrado, pois é um paralelogramo e um retângulo.

Aula 02

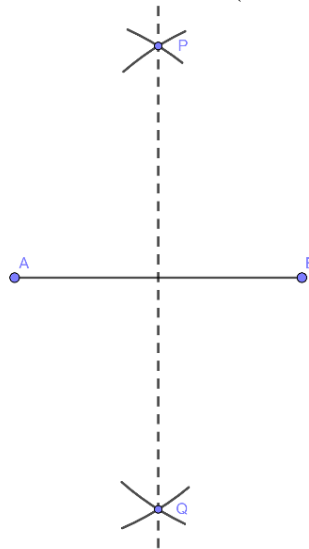
1. Dado um segmento de reta AB , construa a sua reta mediatriz.

Solução:

A mediatriz de um segmento AB é a reta perpendicular a AB que contém o seu ponto médio. Para construí-la, traçamos dois círculos de mesmo raio, com centros em A e B . Sejam P

e Q os pontos de interseção desses círculos (abaixo). A reta PQ é a mediatriz de AB porque, sendo $APBQ$ um losango, suas diagonais são perpendiculares e cortam-se ao meio. É importante lembrar a seguinte propriedade: A mediatriz de um segmento é o conjunto de todos os pontos que equidistam dos extremos do segmento.

Figura 26 - A mediatriz de AB (conforme o livro)



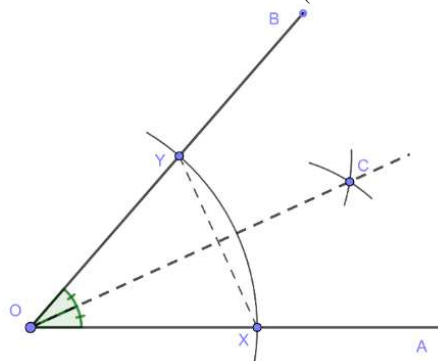
Fonte: Pesquisa, 2023

2. Dado um ângulo $\angle ABC$, trace sua bissetriz, em seguida construa um ângulo $\angle A'B'C'$ sobre a reta $A'C'$ e congruente ao ângulo $\angle AOB$ dado.

Solução:

A bissetriz de um ângulo $\angle AOB$ é a semirreta OC tal que $\angle AOC = \angle COB$. Costuma-se dizer que a bissetriz "divide" um ângulo em dois outros iguais. Para construir a bissetriz do ângulo AOB dado, traça-se um círculo de centro O determinando os pontos X e Y nos lados do ângulo (figura abaixo).

Figura 27 - Bissetriz de $\angle AOB$ (conforme o livro)



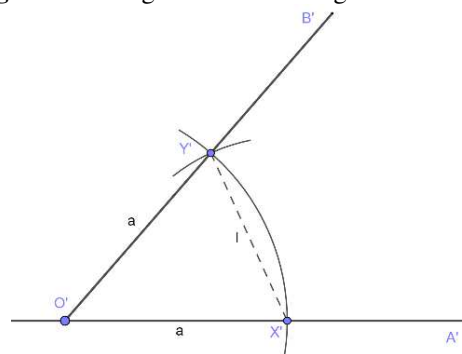
Fonte: Pesquisa, 2023

Em seguida, traçam-se dois círculos de mesmo raio com centros em X e Y que possuem C como um dos pontos de interseção. A semirreta OC é a bissetriz do ângulo AOB . De fato, pela construção feita, os triângulos OXC e OYC são congruentes (caso LLL) e, portanto, $\angle XOC = \angle COY$. É interessante observar que pela construção a reta AC é mediatriz do segmento XY .

Lembremos ainda que: a bissetriz de um ângulo é o conjunto de todos os pontos que equidistam dos lados do ângulo.

Para construir um ângulo $A'O'B'$ congruente a AOB sobre a reta $O'A'$, traçamos um arco de circunferência de raio OX e centro em O' determinando o ponto X' . Em seguida, traçamos um arco de circunferência de raio OY e centro em X' , determinando o ponto Y' . Em seguida, trace uma semirreta de origem O' , que passe por Y' , conforme a figura abaixo.

Figura 28 – Ângulo $\angle A'O'B'$ congruente a $\angle AOB$



Fonte: Pesquisa, 2023

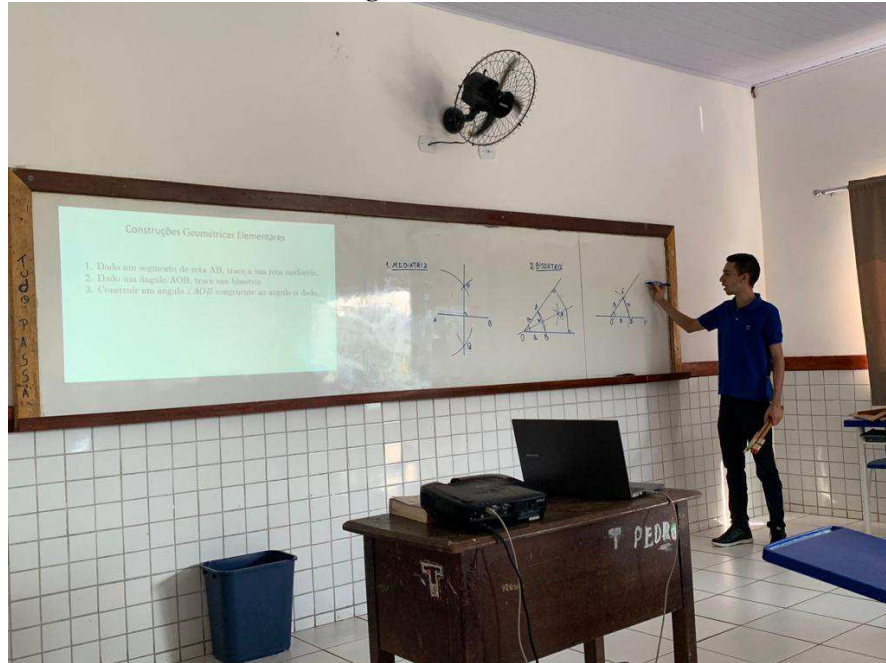
O ângulo $A'O'B'$ é congruente a AOB e a justificativa se dá pelo fato dos triângulos XOY e $X'O'Y'$ serem congruentes (caso LLL), pois pela $OX = O'X'$, $OY = O'Y'$ e por fim $XY = X'Y'$.

Comentário geral da aula:

Com essas construções, houve alunos que tentaram justificar os resultados utilizando apenas os próprios resultados, sem considerar os procedimentos utilizados. No entanto, após enfatizar a ideia de lugar geométrico e os procedimentos realizados, todos conseguiram apresentar justificativas coerentes. Durante as explanações, foi possível notar que alguns alunos compreendiam facilmente, mas tinham dificuldades em expressar suas ideias. Embora a primeira construção tenha sido justificada sem grandes problemas, as outras duas tiveram mais dificuldades. Embora todos concordassem com o resultado, alguns apenas o consideravam

óbvio. Ao enfatizar os procedimentos e citar as construções anteriores, foi possível concluir que boa parte dos alunos conseguiu apresentar justificativas próximas do esperado.

Figura 29 - Aula 02



Fonte: Pesquisa, 2023

No final, ao justificarem as construções, alguns alunos expressaram que tinham percebido esses fatos, mas não sabiam como expressar essas ideias de forma clara. Em seguida, as construções foram reproduzidas no software GeoGebra utilizando as ferramentas de construções imediatas e explicando como elas funcionam. Foi notável a admiração dos alunos em relação à praticidade e rapidez das construções no software, tanto que alguns chegaram a pedir para aprender como usar o programa.

O aspecto visual ou estético que a informática nos proporciona faz com que essa ferramenta se torne importante para a condução de determinados conteúdos de Matemática, na interpretação de gráficos ou na geometria, pois favorecem experimentações e aproximam os educandos do conteúdo trabalhado. (QUARTIERIL; CRUZ, 2018, p.59)

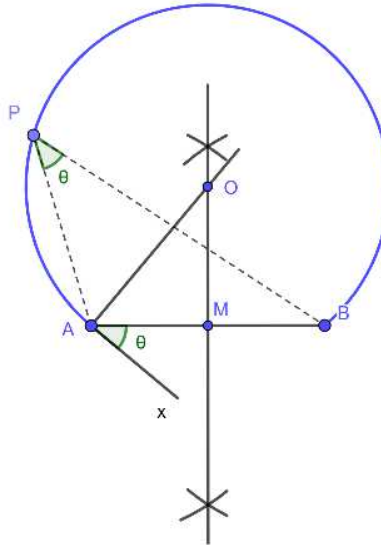
Assim, é perceptível que aderir ao uso de artefatos tecnológicos como recurso pedagógico favorece o envolvimento dos educandos nas práticas de ensino, possibilitando aulas diferenciadas e relevantes para o aluno.

- **Aula 03**

1. Dado um segmento de reta AB , construa com uso do software GeoGebra o arco capaz de θ .

Solução:

Figura 30 - Construção do arco capaz (conforme o livro)



Fonte: Pesquisa, 2023

Para construir o arco capaz do ângulo de θ sobre o segmento AB , procedemos da seguinte forma. Dado o segmento AB (na figura acima), traçamos a sua mediatriz e o ângulo $\angle BAX = \theta$ (dado). A perpendicular a AX traçada por A encontra a mediatriz de AB em O , centro do arco capaz. O arco de centro O e extremidades A e B situado em semi-plano oposto a X (semi-planos relativos a AB) é o arco capaz do ângulo θ sobre AB . Para justificar a construção, observe que se M é o ponto médio de AB , então e se $\angle BAX = \theta$, teremos $\angle CAO = 90^\circ - \theta$, $\angle AOC = \theta$ e $\angle AOB = 2\theta$. Portanto, como a medida do ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central correspondente, teremos, para qualquer ponto M do arco construído, $\angle AMB = \theta$.

Comentário geral da aula:

Nessa aula, foi feita uma breve revisão sobre arco capaz, logo em seguida procedeu-se com referida construção de forma dinâmica no software GeoGebra conforme a questão,

mostrando as ferramentas necessárias para a construção e explicando os procedimentos para a construção e utilização das ferramentas.

No final da construção, notou-se que os alunos estavam mais interessados em aprender a construir no software GeoGebra ao invés de régua e compasso, pois as ferramentas de geometria dinâmica chamaram muito a atenção dos alunos. Instigando-os a justificarem o resultado e refazendo os procedimentos, não houve uma justificativa consistente, pois as tentativas se resumiam em descrever os passos, e não as propriedades relativas a cada passo.

Ao final da aula, fazendo a respectiva justificativa, os alunos demonstravam entender, mas afirmaram, diferentemente das outras, não conseguiriam fazer tal justificativa. Embora nessa construção, toda a turma se mostrou com dificuldades em propor justificativas viáveis, boa parte da turma demonstrou interesse em explorar o programa, havendo alguns que até pediram para ensinar a utilizá-lo.

- **Aula 04**

Dados dois pontos A e B de um mesmo lado de uma reta r , determinar o ponto P sobre r de forma que $PA + PB$ seja mínimo.

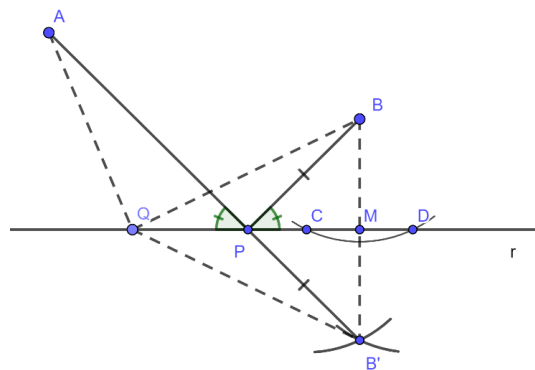
Solução:

Consideremos, como na figura 13, os pontos A e B , a reta r e o simétrico de B em relação a r .

O ponto P procurado está na interseção de r com AB' . De fato, como a reta r é mediatriz de BB' teremos para qualquer outro ponto Q dessa reta,

$$QA + QB = QA + QB' > AB' = PA + PB' = PA + PB.$$

Figura 31 - O caminho mínimo de A para B passando por r (conforme o livro)



Fonte: Pesquisa, 2023

É interessante notar que este exemplo é análogo ao princípio da reflexão da luz nos espelhos planos. Segundo esse princípio, se a luz deve ir de uma fonte A a um espelho r e daí ao olho B de um observador, então o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

Comentário geral da aula:

Nessa aula, a construção foi feita de forma interativa, enfatizando a ideia de lugar geométrico de mediatriz. Inicialmente, alguns já sugeriram para traçar circunferências ou buscar encontrar o ponto médio do segmento AB , alguns afirmavam saber fazer, mas não sabiam como dizer ou justificar, e após enfatizar a ideia de lugar geométrico de mediatriz, não demorou muito para apresentarem uma justificativa aceitável.

Em seguida, após realizar a referida construção no GeoGebra, utilizando a ferramenta de mover pontos, muitos demonstraram querer aprender a manusear o GeoGebra. Isto é, as práticas com GeoGebra foram capazes de despertar o espírito investigativo dos alunos.

Figura 32 - Aula 04

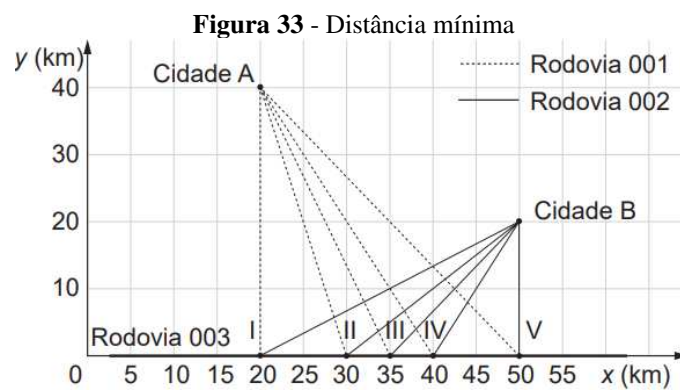


Fonte: Pesquisa, 2023

Alguns alunos relataram que essa questão era muito semelhante a uma que caiu no Enem e que inclusive acertaram, porém, muitos não sabiam como se resolver de forma técnica. Contudo, buscando a referida questão, percebe-se que, de fato, há uma grande semelhança entre as questões, sendo cobrado a mesma ideia de forma contextualizada no Enem.

(ENEM-2022, caderno azul, Questão 176, p.30).

O governo de um estado pretende realizar uma obra de infraestrutura para auxiliar na integração e no processo de escoamento da produção agrícola de duas cidades. O projeto consiste na interligação direta das cidades *A* e *B* com a Rodovia 003, pela construção das Rodovias 001 e 002. As duas rodovias serão construídas em linha reta e deverão se conectar à Rodovia 003 em um mesmo ponto, conforme esboço apresentado na figura, na qual estão também indicadas as posições das cidades *A* e *B*, considerando o eixo *x* posicionado sobre a Rodovia 003, e cinco localizações sugeridas para o ponto de conexão entre as três rodovias.



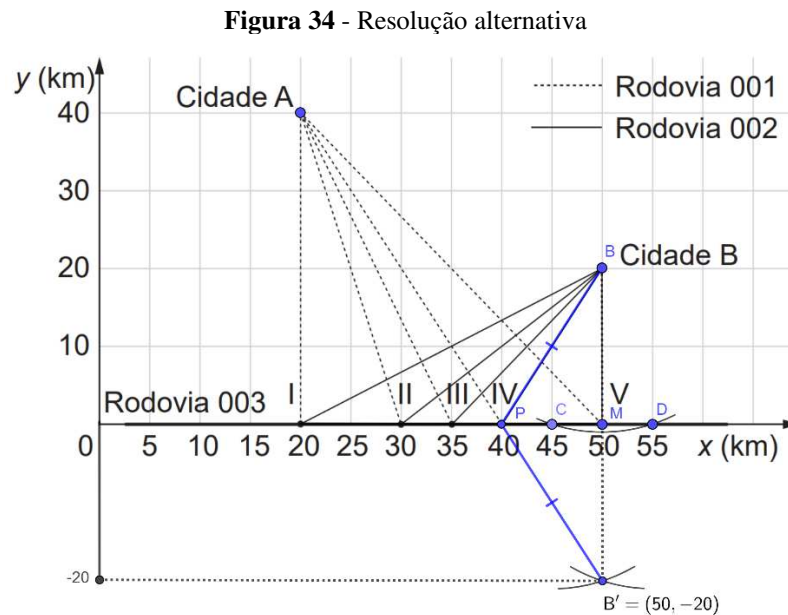
Pretende-se que a distância percorrida entre as duas cidades, pelas Rodovias 001 e 002, passando pelo ponto de conexão, seja a menor possível. Dadas as exigências do projeto, qual das localizações sugeridas deve ser a escolhida para o ponto de conexão?

- a. I
- b. II
- c. III
- d. IV
- e. V

Conforme a referida questão acima, vemos que, embora as construções geométricas não sejam cobradas de forma direta no ENEM, este exame possui questões que fazem referência a este conteúdo, mostrando que as práticas de construções geométricas estão também em situações cotidianas práticas.

Os alunos afirmaram ter acertado esta questão no exame, porém apenas imaginando o caminho mínimo. Comparando esta questão com a construção abordada em sala, é notório uma grande semelhança nas questões, podendo inclusive ser feita uma adaptação para uma resolução utilizando ideias de construção geométrica, conforme veremos na figura abaixo.

Solução:



Fonte: Pesquisa, 2023

Após a construção com régua e compasso, foi demonstrada a unicidade do ponto, em seguida, a construção foi feita no GeoGebra, mostrando brevemente as ferramentas necessárias e como ela era feita no programa, sendo possível mover os pontos em questão, e foi possível reforçar a ideia de lugar geométrico.

No final desta aula, foi solicitado que todos baixassem o aplicativo GeoGebra e explorassem as ferramentas de forma livre.

Fazendo um paralelo com as habilidades cobradas para o Enem, a habilidade demandada na resolução da questão é: H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

Observou-se que, para resolver esse tipo de questão, o aluno põe em prática a habilidade H22 do Enem, em que o aluno deve ter as noções básicas de geometria, como: ponto, reta, segmento de reta e a ideia de lugar geométrico. Mostrando assim que, embora a BNCC não faça referência direta à disciplina de Desenho Geométrico, as ideias geométricas estão intrínsecas nas habilidades existentes no documento.

Aula 05:

Utilizando o App GeoGebra, construa:

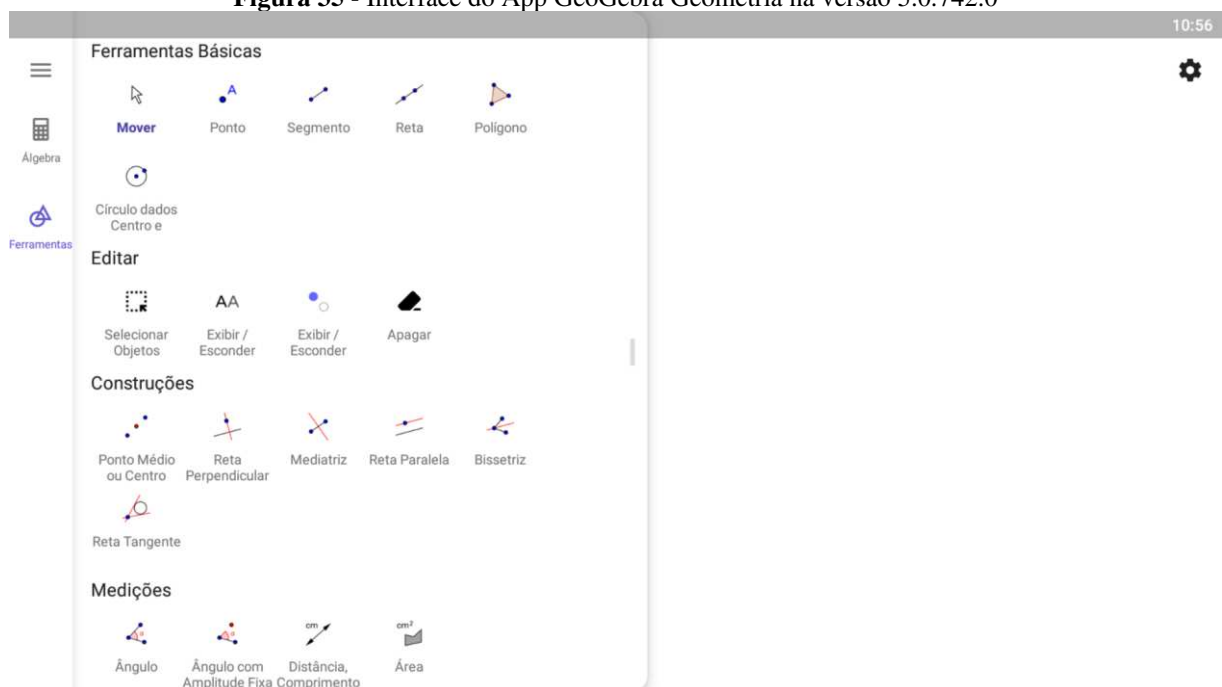
1. Retas paralelas e perpendiculares
2. Reta mediatriz de um seguimento AB .
3. Construir um ângulo θ e sua bissetriz.
4. Construir uma circunferência λ e, dado um ponto P externo, traçar as retas tangentes a circunferência passando pelo ponto P .

Comentário geral da aula:

Nesta aula, dividiu-se a turma em grupos para que cada grupo realizasse as construções. Para melhor orientá-los nas construções e para que os alunos não tivessem dificuldades em encontrar ou associar alguma ferramenta necessária para a construção, utilizou-se o aplicativo GeoGebra Geometria para Android na versão 5.0.742.0 através de um emulador Android Bluestacks na versão 5.9.300.1018.

Dessa forma, foi possível ensinar aos alunos a fazerem algumas construções no aplicativo, utilizando as ferramentas de construções dinâmicas e imediatas. Os alunos não demonstraram dificuldades em realizar as construções ou manusear o aplicativo, pois as ferramentas possuem ícones bem intuitivos, na figura abaixo tem-se alguma delas.

Figura 35 - Interface do App GeoGebra Geometria na versão 5.0.742.0



Fonte: Pesquisa, 2023

Conforme a figura, o aplicativo possui uma janela de visualização e uma outra rica de ferramentas, com as quais é possível construir círculos, ângulos, transformações e muito mais.

Antes de iniciar a aula, percebeu-se que muitos alunos já haviam explorado o aplicativo, pois alguns estavam traçando retas e circunferências aleatoriamente e outros escrevendo o nome. Como as ferramentas proporcionam construções imediatas, foi possível trabalhar algumas construções e apresentar algumas funcionalidades de outras ferramentas presentes no aplicativo.

Nessa aula, nem todos levaram o celular, alguns que levaram estava com ele descarregado. Contudo, a maioria os alunos que levaram os celulares, demonstraram interesse em aprender a construir figuras geométricas no aplicativo e, como estavam em grupos, foi possível envolver todos na aula.

Com as ferramentas de construções imediatas, ainda foi feita referência à questão 1 da atividade diagnóstica, traçando uma circunferência por 3 pontos distintos não colineares. Durante as interações com os alunos, eles relataram ser muito interessante mover pontos depois de construída a figura.

Figura 20 - Aula prática com App GeoGebra



Fonte: Pesquisa, 2023

Após essas práticas, foi possível concluir que o aplicativo GeoGebra é um grande incentivador para o estudo de Geometria. Além disso, os alunos não apresentaram grandes dificuldades para o manuseio do aplicativo, e demonstraram mais interesse, sendo participativos na aula. Assim, foi possível tornar a aula mais atraente e dinâmica.

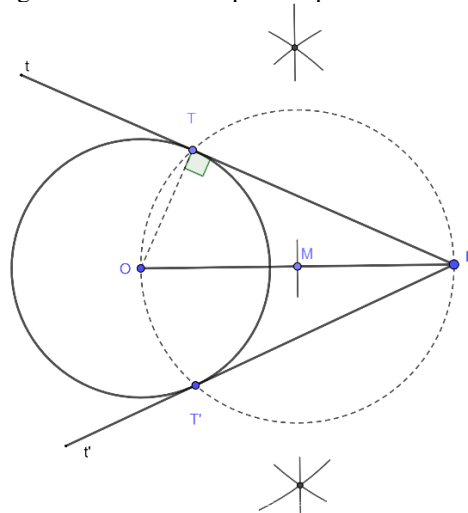
Aula 06:

1. Dada uma circunferência λ e um ponto P externo a ela, encontre os pontos de tangência T e T' . Em seguida, com uso do software GeoGebra, verifique o resultado da construção.

Solução:

Para traçar as tangentes a um círculo por um ponto P exterior, devemos inicialmente obter os pontos de tangência. Se O é o centro do círculo e A é um dos pontos de tangência, então o ângulo $\angle PAO$ é reto. Logo, A pertence a um arco capaz de 90° sobre PO . Determinamos, então, o ponto médio de PO e traçamos o círculo de diâmetro PO que determinará sobre o círculo dados os pontos de tangência procurados A e A' (figura abaixo).

Figura 21 - As tangentes a um círculo por um ponto exterior (conforme o livro)



Fonte: Pesquisa, 2023

Comentário geral da aula:

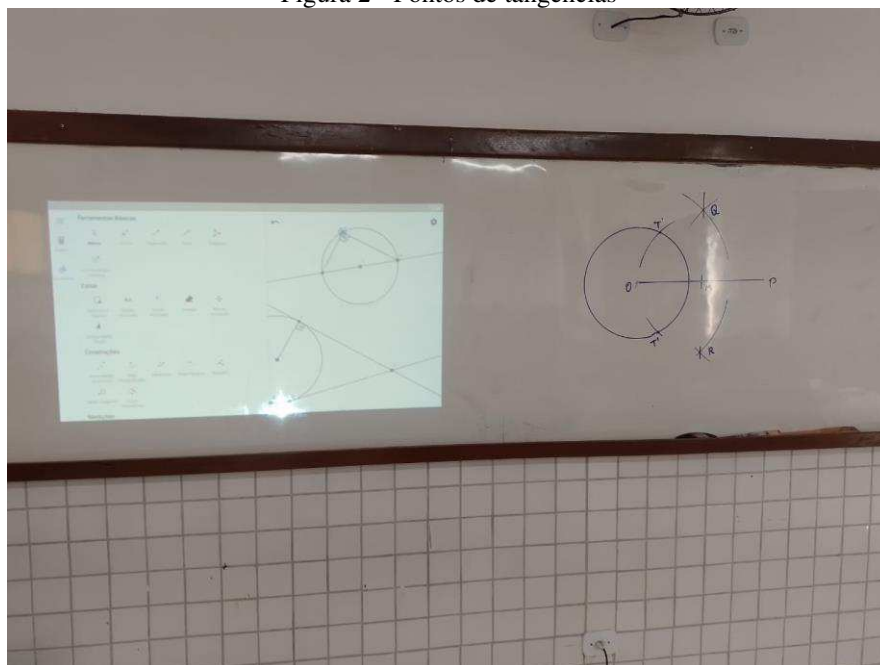
Nesta aula, após apresentar o problema, foi solicitado aos alunos que encontrassem os pontos de tangência utilizando as ferramentas de construção imediata. Eles não demonstraram grandes dificuldades em manusear o aplicativo, no entanto, alguns apenas inseriam e arrastavam um ponto, assumindo ser um suposto ponto de tangência. Nessa situação, projetando a tela do GeoGebra através do Bluestacks no computador, foi possível mostrar que o recurso “ajeitar” não era válido, pois sempre era possível aumentar o zoom da figura, mostrando que o ponto era distinto do ponto de tangência.

Houve alunos que utilizaram a ferramenta “Interseção de dois objetos”, encontrando facilmente os pontos de tangência, alguns chegaram a fazer a observação de que quando não

era tangente, não se movia ao arrastar o ponto P, mostrando compreender as funções das ferramentas.

Após as construções realizada pelos alunos, projetando a tela para que todos acompanhassem o passo a passo, foram construídas as retas tangentes, juntamente com os respectivos pontos de tangência, e utilizando o próprio GeoGebra, mostrou-se que o segmento de reta que ligava o centro da circunferência a um ponto de tangencia era perpendicular à reta que passava por esse ponto, ademais mostrou-se que um arco capaz de 90° graus enxergava o diâmetro de uma circunferência, concluindo que os pontos de tangências faziam parte de um par de arcos capazes que enxergam uma circunferência de diâmetro OP.

Figura 2 - Pontos de tangências



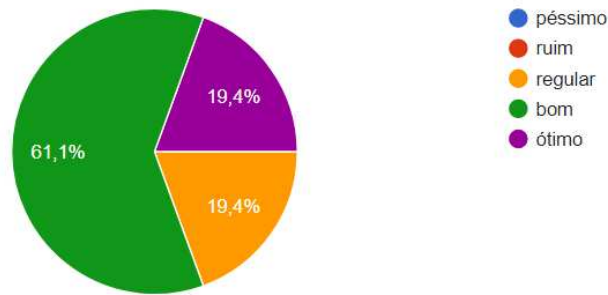
Fonte: Pesquisa, 2023

Após feita essa explanação de forma dinâmica e interativa, foi realizada a construção com régua e compasso, de forma interativa, enfatizando sempre a ideia de lugar geométrico. Por fim, com as construções já feitas no GeoGebra, foi traçada a circunferência com centro no ponto médio de OP e passando pelos pontos de tangência.

Considerando as interações feitas nessa aula, destacamos que os alunos demonstraram um bom desempenho durante a aula e foram capazes de compreender os conceitos apresentados.

4.4 Aplicação do questionário final

1. Como você avalia a oficina?

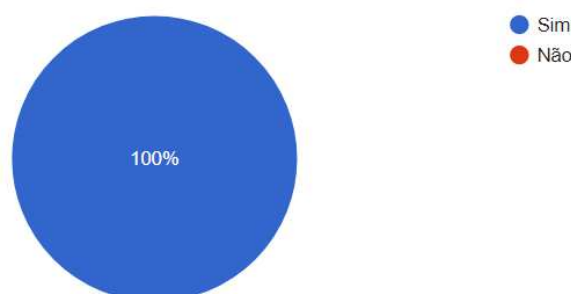
Gráfico 7 – Questão 1 do questionário final

Fonte: Pesquisa, 2023

Em resultado dessa questão, nenhum aluno avaliou como ruim ou péssimo, isto é, a oficina foi relevante no ponto de vista de todos que participaram. Além disso, a maioria dos alunos avaliou como bom, sendo 58,3% dos alunos, 22,2 % avaliaram com ótimo e 19,4% avaliaram como regular.

O resultado indica que a oficina foi bem avaliada pelos alunos que participaram, já que nenhum aluno a avaliou como ruim ou péssimo. A maioria dos alunos avaliou como bom, o que sugere que a oficina foi útil e proveitosa para a maioria deles. Além disso, um percentual significativo avaliou como ótimo, o que indica que alguns alunos tiveram uma experiência especialmente positiva. Já o percentual de alunos que avaliaram como regular pode indicar que alguns tiveram uma experiência mediana, mas ainda assim, não consideraram a oficina ruim. No geral, o resultado é positivo e sugere que a oficina foi bem recebida pelos alunos.

2. Com base na oficina, o conhecimento de construções geométricas é importante para a aprendizagem de geometria?

Gráfico 8 - Questão 2 do questionário final

Fonte: Pesquisa, 2023

Como resultado dessa questão, todos os alunos, isto é, 100%, indicaram que os conhecimentos adquiridos na oficina são importantes para a aprendizagem de geometria. Desse modo, infere-se que, do ponto de vista dos discentes, conhecer os procedimentos de

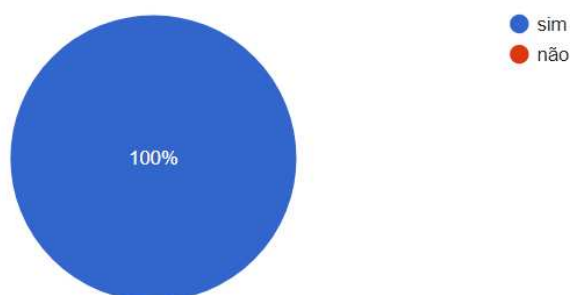
construções elementares de figuras planas fundamenta conhecimentos primitivos de geometria, favorecendo, assim, mais aprofundamento no estudo da disciplina.

O resultado dessa questão é bastante positivo, uma vez que todos os alunos reconheceram a importância dos conhecimentos adquiridos na oficina para a aprendizagem de geometria. Isso demonstra que os estudantes foram capazes de identificar a relevância das atividades realizadas e a sua contribuição para o desenvolvimento de habilidades e competências na disciplina.

Além disso, o reconhecimento da importância das construções elementares de figuras planas como base para o estudo da geometria é um aspecto relevante desse resultado. Isso indica que os alunos foram capazes de compreender a importância de se construir um conhecimento sólido e estruturado na disciplina, permitindo um melhor aproveitamento das aulas e dos estudos futuros.

3. Essa oficina contribuiu para a sua aprendizagem em geometria?

Gráfico 9 - Questão 3 do questionário final



Fonte: Pesquisa, 2023

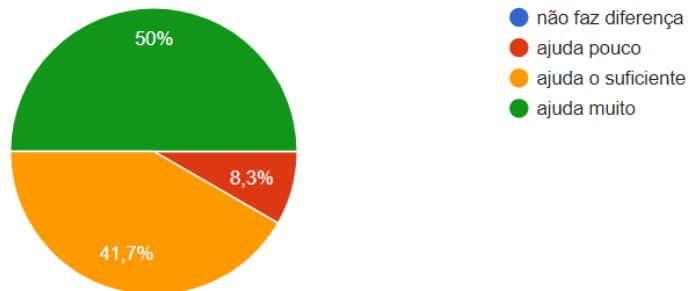
Embora alguns alunos tenham avaliado a questão 1 como regular, nessa questão, todos os alunos avaliaram de forma positiva, gerando 100% de aprovação no que diz respeito à contribuição da oficina para o conhecimento geométrico. Isto é, foi possível estabelecer mais rigor geométrico, contribuindo para o estudo de geometria.

O resultado dessa questão é muito positivo, uma vez que 100% dos alunos avaliaram de forma positiva a contribuição da oficina para o conhecimento geométrico, o que sugere que a atividade foi eficaz no estabelecimento de mais rigor geométrico e no aprimoramento do estudo de geometria. O fato de todos os alunos terem avaliado de forma positiva indica que a oficina foi bem estruturada e conseguiu transmitir os conceitos e procedimentos de forma clara e eficiente, atingindo todos os alunos independentemente de suas habilidades ou níveis de

conhecimento prévios. Esse tipo de resultado é muito importante, pois sugere que a atividade foi bem planejada e executada, alcançando plenamente seus objetivos.

4. Na sua opinião, o quanto é relevante o GeoGebra para a compreensão das construções geométricas?

Gráfico 10 - Questão 4 do questionário final

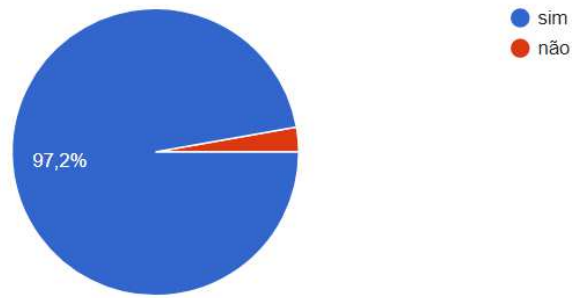


Fonte: Pesquisa, 2023

Levando em consideração a aplicação do GeoGebra no estudo de geometria, nessa questão, 50% dos alunos assinalaram ajudar muito na compreensão das construções geométricas, 41,7 % assinalaram ajudar o suficiente e 8,3 % apontam ajudar pouco, enquanto nenhum assinalou não fazer diferença.

O resultado dessa questão indica que a maioria dos alunos considera o uso do GeoGebra como uma ferramenta útil para a compreensão das construções geométricas. O fato de 50% dos alunos terem apontado que o GeoGebra ajuda muito e 41,7% terem apontado que ajuda o suficiente, mostra que a maioria dos alunos reconhece a importância dessa ferramenta para a aprendizagem de geometria. Já os 8,3% que indicaram que ajuda pouco podem ter tido dificuldades com o uso da ferramenta ou com a compreensão de como ela pode auxiliar no aprendizado. De modo geral, esse resultado sugere que o uso do GeoGebra pode ser benéfico para a aprendizagem de geometria e que deve ser considerado como um recurso didático nas aulas de geometria.

5. Com base na oficina, o GeoGebra contribui para a consolidação do conhecimento geométrico?

Gráfico 11 - Questão 5 do questionário final

Fonte: Pesquisa, 2023

Nessa questão, o maior percentual dos alunos, 97,2%, apontaram que o GeoGebra contribuiu para a consolidação do conhecimento geométrico, ou seja, compreender as propriedades das figuras, levando em consideração os procedimentos, sua devida construção e utilizar esses conhecimentos primitivos para explorar o GeoGebra, potencializam uma maior imersão na disciplina de geometria.

Em contrapartida, um pequeno percentual, 2,8% dos alunos apontaram não contribuir, isto é, encontraram dificuldades em manusear o aplicativo e preferem que as práticas de construções geométricas sejam exploradas utilizando apenas régua e compasso.

O resultado indica que a maioria esmagadora dos alunos reconhece o valor do GeoGebra como ferramenta para o aprendizado de geometria, com apenas uma pequena minoria tendo dificuldades em utilizá-lo. É importante notar que, apesar de haver uma minoria com essa dificuldade, isso não invalida o valor do GeoGebra para a maioria dos alunos, e que talvez haja oportunidades para ajudar aqueles que enfrentam dificuldades ao utilizar a ferramenta de forma mais efetiva. Além disso, é interessante observar que os alunos percebem a relação entre a construção das figuras e a exploração do GeoGebra, indicando que as duas abordagens podem ser complementares no estudo de geometria.

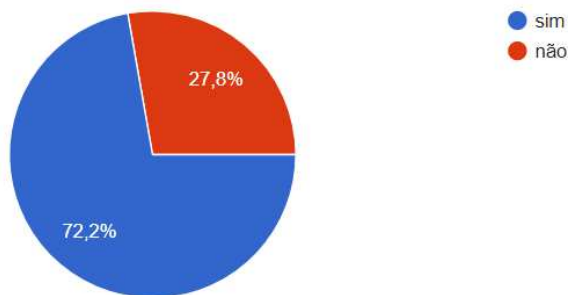
6. Qual a relevância do GeoGebra para a compreensão da ideia de construção geométrica?

Nessa questão, muitos escreveram que é muito relevante, e a grande maioria das respostas indicaram que ajuda bastante nas construções geométricas e/ou que facilita a identificação as propriedades das figuras. Alguns ainda citaram que ajuda a compreender conteúdos de geometria analítica e de função afim, e apenas uma das respostas indicou ser de pouca relevância devido à complexibilidade da ferramenta.

Presenciando o contato que eles tiveram com o aplicativo, a forma que este foi explorado em sala de aula, citar a geometria analítica demonstra que o GeoGebra pode servir de boa base para se prosseguir nos estudos da geometria analítica também.

7. O tempo de realização da oficina foi suficiente para a sua aprendizagem?

Gráfico 12 - Questão 7 do questionário final



Fonte: Pesquisa, 2023

Como resultado dessa questão, a maioria dos alunos, ou seja, 72,2%, indicou que o tempo de realização dessa oficina foi suficiente para a aprendizagem, enquanto 27,8% dos alunos indicaram que não foi suficiente.

É importante levar em consideração o feedback dos alunos sobre o tempo de duração da oficina, pois ele é crucial para a construção de atividades mais eficientes e adequadas às necessidades dos estudantes. Embora a maioria dos alunos tenha avaliado o tempo de realização como suficiente, é importante considerar a opinião daqueles que indicaram que não foi suficiente. Isso pode ser uma oportunidade para avaliar se houve alguma dificuldade na metodologia ou no planejamento das aulas, ou se é necessário um tempo maior para a exploração dos conteúdos. Além disso, a sugestão de promover mais aulas práticas, tanto com quanto sem o GeoGebra, pode ser uma forma de complementar e reforçar o aprendizado dos alunos.

8. Que sugestão você sugere para melhorar a oficina?

Foram recebidas diversas sugestões dos participantes da oficina, indicando que ela seria mais proveitosa se o tempo de realização fosse maior. Alguns alunos relataram que gostariam de ter mais aulas utilizando e/ou aprendendo a manusear o GeoGebra. Outros consideraram a oficina ótima, enquanto houve também respostas sem sentido em relação ao assunto.

Com base nas respostas obtidas, mesmo que o tempo de realização não tenha sido suficiente para todos, percebe-se que a utilização do GeoGebra como ferramenta auxiliar efetivamente favoreceu o entendimento de conceitos geométricos, como entes abstratos como ponto, reta e plano, e a ideia de lugar geométrico. Dessa forma, foi possível preencher lacunas no que diz respeito ao conhecimento geométrico, proporcionando uma boa base para aprofundamento em conteúdos de geometria.

Considerando a frequência e dedicação dos alunos durante a realização da oficina, constatou-se que ela contribuiu para despertar o espírito investigativo em alguns dos participantes. Tanto os dados obtidos através do questionário, quanto as práticas em sala de aula, demonstraram que as atividades com o aplicativo envolviam mais os alunos que possuíam dispositivos móveis.

Comentário Geral do Questionário final:

Com base nos resultados apresentados, pode-se concluir que a oficina de geometria com o uso do GeoGebra foi bem avaliada pelos alunos e contribuiu para a consolidação do conhecimento geométrico. A maioria dos alunos indicou que a oficina foi relevante para a aprendizagem e que o GeoGebra contribuiu significativamente para a compreensão das construções geométricas, auxiliando na visualização das propriedades das figuras.

Apesar de alguns alunos terem apontado que o tempo de realização da oficina não foi suficiente, a maioria considerou que foi suficiente para a aprendizagem. Também foram levantadas sugestões para que haja mais aulas utilizando e/ou ensinando a manusear o GeoGebra.

No geral, os resultados mostraram que a oficina foi bem-sucedida em despertar o interesse dos alunos pela geometria, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades e competências importantes para a compreensão da disciplina. Os resultados apontam para a importância de se promover mais aulas práticas, tanto com quanto sem o uso do GeoGebra, a fim de favorecer a proficiência dos alunos em geometria.

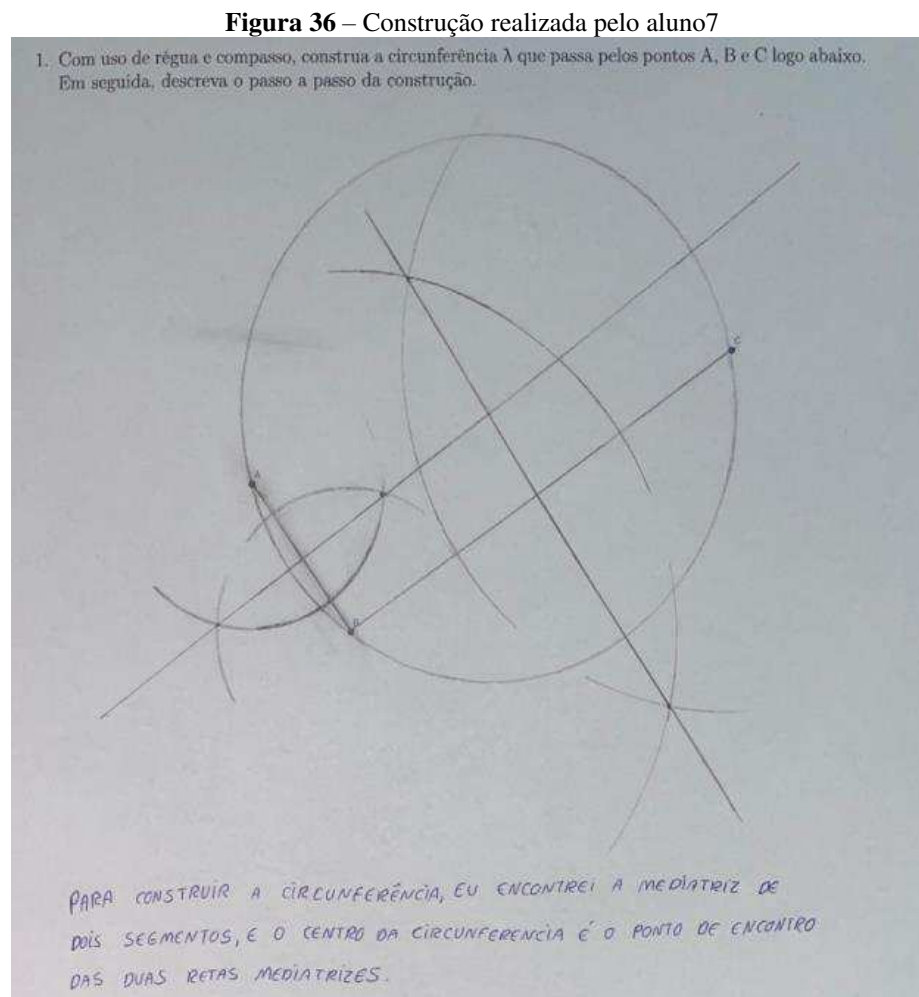
Comentário sobre a Atividade diagnóstica final:

A escolha desta questão se deu ao fato de ter sido a mais discutida durante a aplicação da atividade diagnóstica inicial, despertando o espírito investigativo dos alunos. Considerando o objetivo deste trabalho, essa questão possibilita analisar a criatividade e o desempenho dos

alunos após as aulas da oficina. É importante ressaltar que, inicialmente, nenhum aluno conseguiu construir a circunferência e/ou justificar a construção.

Dos alunos que participaram da pesquisa, somente 30 alunos realizaram essa atividade. Embora 6 alunos não tenham participado nessa atividade, todos compareceram nos demais encontros. Dos 30 que participaram, 28 conseguiram construir a corretamente a circunferência, e os outros 2 construíram por tentativa e erro, após a oficina.

Na construção realizada pelo aluno 7, observou-se o seguinte:

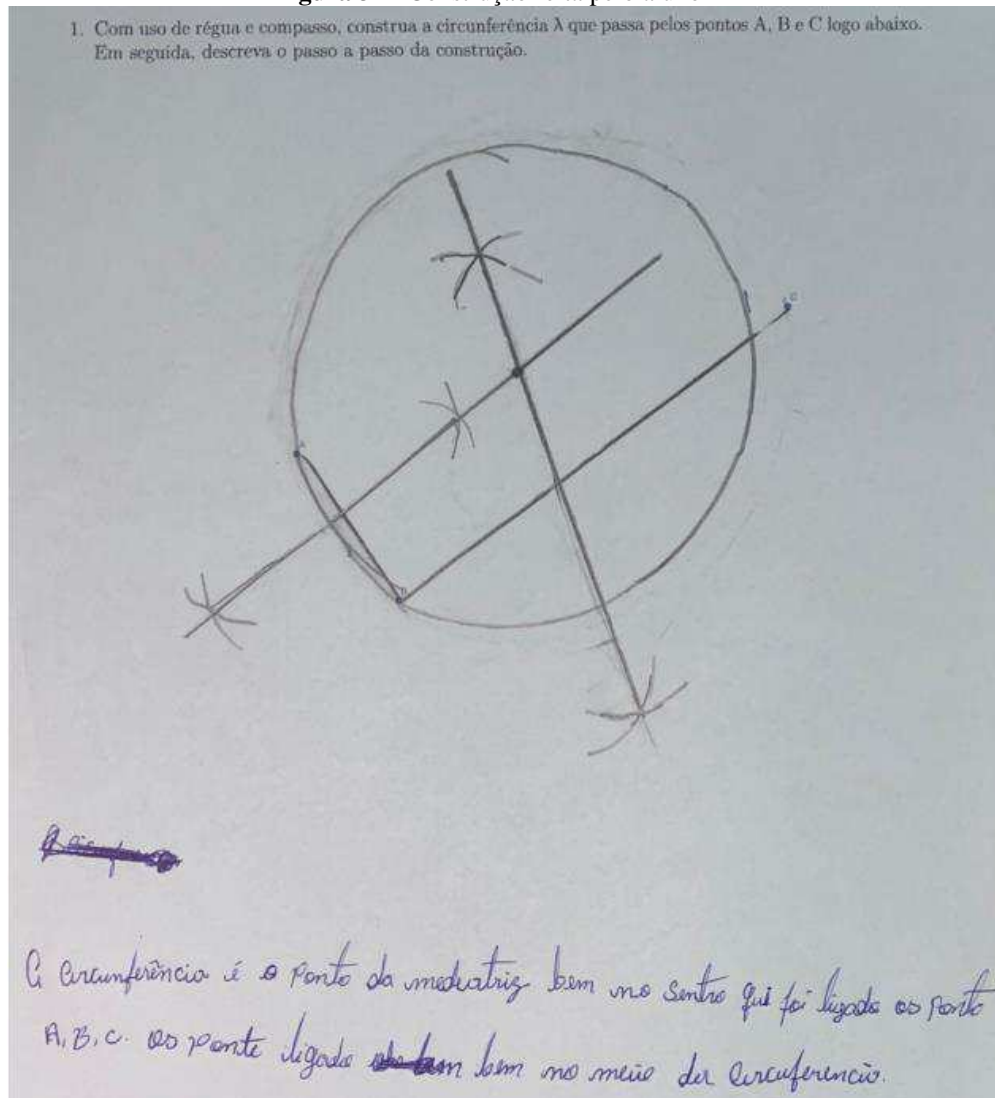


Fonte: Pesquisa, 2023

Com base na figura apresentada, é possível notar que a construção da circunferência foi realizada de forma correta. Além disso, a justificativa apresentada pelo aluno(a) também está correta. Isso demonstra que as aulas ministradas propiciaram uma aprendizagem conceitual e procedimental eficiente em relação às construções geométricas, contribuindo para o desenvolvimento do entendimento das figuras geométricas como objetos abstratos.

Houve casos em que a construção foi feita mesmo sem o uso de régua e compasso. Na construção realizada pelo aluno 21, observou-se o seguinte:

Figura 37 - Construção feita pelo aluno 21



Fonte: Pesquisa, 2023

Conforme a figura, mesmo o aluno não dispondo de régua e compasso, ele desenhou a circunferência, enfatizando os traços que indicam o lugar geométrico necessário para o resultado. Desse modo, as aulas contribuíram para que os alunos compreendessem as figuras geométricas como lugares geométricos, mesmo que sejam feitas a mão livre.

Durante a atividade, alguns alunos conseguiram realizar a construção proposta, demonstrando compreensão da sua validade. No entanto, eles encontraram dificuldades para expressar suas justificativas por escrito, preferindo apresentá-las oralmente. Em outras palavras, eles explicaram que o centro da circunferência é o ponto de interseção das retas mediatrizes dos segmentos AB e BC .

A capacidade dos alunos de construir a figura à mão livre, sem instrumentos de medição, indica que eles realmente compreenderam os conceitos geométricos envolvidos na atividade. Mesmo os alunos que tiveram dificuldades para elaborar justificativas escritas conseguiram expressar suas ideias de forma clara e objetiva durante a apresentação oral, mostrando que a oficina foi benéfica para o aprendizado.

Com base nesse contexto, é possível afirmar que os resultados foram muito positivos, apesar do desempenho insatisfatório dos alunos na atividade diagnóstica inicial. A melhora significativa após as aulas demonstra que o ensino foi efetivo e que os alunos foram capazes de aplicar os conceitos aprendidos. Isso indica que o método de ensino utilizado foi eficaz e que os alunos estavam motivados e interessados em aprender.

Além disso, a melhoria no desempenho dos alunos sugere que eles estavam dispostos a se dedicar ao estudo da geometria. Isso indica que o ambiente de aprendizagem era propício ao desenvolvimento e à aprendizagem dos alunos.

Conclui-se, portanto, que os resultados obtidos foram extremamente positivos, demonstrando que os alunos progrediram e se desenvolveram em relação ao conhecimento geométrico após as aulas ministradas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização deste trabalho, inferimos que a Geometria, por ser uma disciplina intuitiva, mas ao mesmo tempo metódica e axiomática, necessita de metodologias que proporcionem ao educando autonomia para fazer conjecturas e testar hipóteses, visando melhorar o rendimento nessa disciplina. Assim, o presente estudo sugere as práticas de construções geométricas com o uso de régua e compasso e do software GeoGebra, objetivando preencher lacunas deixadas nessa disciplina e criar um ambiente que estimule o espírito investigativo do aluno e promova novas possibilidades para o estudo da Geometria.

Este trabalho destaca a importância da disciplina de Desenho Geométrico nos currículos escolares nacionais, considerando aspectos históricos que contribuíram para a desvalorização dessa disciplina e a defasagem causada na disciplina de Geometria.

É comum nas aulas de Geometria na educação básica que os alunos apresentem resultados dedutivos inválidos, sem saber como verificar a veracidade desse resultado, considerando apenas o desenho da figura e não sua construção. Percebe-se que alguns alunos têm resistência em compreender as figuras geométricas não apenas como objetos palpáveis, mas também como entes abstratos.

Com base nos resultados obtidos através dos questionários, atividades e experiências durante a oficina, observou-se que o Desenho Geométrico com o auxílio do GeoGebra contribui significativamente para potencializar o estudo de Geometria, favorecendo ao aluno um melhor entendimento dos objetos geométricos como figuras abstratas, isto é, reconhecendo suas propriedades levando em conta os procedimentos para sua construção, compreendendo-a como um lugar geométrico.

A pesquisa faz referência à inserção de softwares nas práticas pedagógicas, haja vista que as tecnologias da informação e comunicação estão cada vez mais presentes no âmbito escolar e se encontram intimamente ligadas à Matemática. Contudo, na parte prática do trabalho, o software GeoGebra contribui significativamente para as construções geométricas e, de modo geral, para o estudo de Geometria. Entretanto, o uso desse recurso como ferramenta didática não tem a pretensão de substituir os instrumentos como régua e compasso, mas sim estimular o estudo de Geometria, contribuindo para o entendimento dos entes geométricos elementares levando em consideração suas propriedades ao se realizar as construções.

Conclui-se que o ensino de Construções Geométricas, quando desenvolvido com o auxílio do software GeoGebra, torna-se mais viável para que o aluno construa seu conhecimento

geométrico, desenvolva o raciocínio lógico e seja capaz de deduzir, conjecturar e justificar resultados com argumentos válidos.

Por fim, espera-se que essa pesquisa venha a oferecer subsídios para considerar a possibilidade de inserir tópicos de Construção Geométrica com o auxílio do software GeoGebra nas aulas de Geometria, enriquecendo as práticas pedagógicas dos professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

- BIANCHI, C. **Educar: ensinar a pensar**. Site Clube do Professor, 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília (DF), 1961.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- CATTAL, Adriano Pedreira. O GeoGebra nas aulas de Matemática. **I Encontro de Matemática do CEFET-BA**, Salvador: CEFET-BA, 2007.
- CONTRI, R. D. F. F., RETZLAFF, E., & KLEE, L. A.. **Uso de softwares matemáticos como facilitador da aprendizagem**. Rio Grande do Sul, 2011.
- CONTRI, R. D. F. F., RETZLAFF, E., & KLEE, L. A.. **Uso de softwares matemáticos como facilitador da aprendizagem**. Rio Grande do Sul, 2011.
- COSTA, André; LACERDA, Geraldo. O uso do GeoGebra no ensino de Geometria: um estudo com estudantes do Ensino Fundamental. **Educação, Escola & Sociedade**, v. 6, n. 6, p. 31-42, 2013.
- COSTA, Jorge Luís. **Prática de ensino: construções geométricas**. Cabo Frio: Visão Editora, 2016. 216 p.
- COSTA, Valderi Candido da et al. **Números construtíveis**, 2013.
- D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papyrus, 1996.
- DA SILVA, Joziel Machado et al. **DESENHO GEOMÉTRICO COMO COMPONENTE CURRICULAR NA EDUCAÇÃO BÁSICA**. EL DISEÑO GEOMÉTRICO COMO COMPONENTE CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN BÁSICA GEOMETRIC DESIGN AS A CURRICULAR COMPONENT OF BASIC. DE OLIVEIRA, Clézio Lemes. Importância do Desenho Geométrico. Monografia, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.
- ENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. **Handbook of qualitative research Thousand Oaks: Sage**, 2005.
- FAGUNDES, L. **Informática e Educação**. Rio de Janeiro: UFRJ/NCE, 1988.
- FREIRE, Paulo. **Tecnologias na Educação**, 2001.
- FROTA, M. C. R.; BORGES, O. **Perfis de Entendimento Sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática**. São Paulo, 2003.
- GLADCHEFF A. P.; ZUFFI, E.M.; SILVA, M. da. Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental. **Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação**. Fortaleza, 2001.

GLADSCHEFF, Ana Paula e ZUFFI, Edna Maura e SILVA, Dilma Menezes da. Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental. 2001, Anais. [S. l.]: **Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação**, Universidade de São Paulo, 2001

GODOY, Arilda S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: **Revista de Administração de Empresas**, v. 35 n.2 Mar/abril, 1995.

GOMES, A. S.; PADOVANI, S. **Usabilidade no ciclo de desenvolvimento de software educativo**. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação SBIE. Juiz de Fora (MG), 2005. v.1.

HALMOS, P. R. **Teoria Ingênua dos Conjuntos**. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo, Editora USP e Editora Polígono, 1970.

JUCÁ, S. C. S. **A Relevância dos Softwares Educativos na Educação Profissional**. In: Revista Ciências e Cognição, 2006. Vol. 8: 22-28.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo. Ed. 34, 1993.

LIBÂNEO, J. C. **Pedagogia e pedagogos...** Educar ..., LDB. Introdução: a ... 153-176. 2001. Editora da UFPR. 4 ca,

LIMA, L. F. **Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores**, 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Unesp, Rio Claro, 2009.

PACHECO, J. A. D.; BARROS, J. V. O uso de softwares educativos no ensino de matemática. **Revista Diálogos**, v. 8, p. 5-13, 2013.

QUARTIERIL, M. T.; CRUZ, R. P da. Tecnologias digitais em aulas de Matemática. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Londrina, v. 2, n. 1, p. 56-70, jan./jun. 2018. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/7570> Acesso em: 21 jan. 2023.

SAMPAIO, M. N. LEITE, L. S. **Alfabetização tecnológica do professor**. 4ª Ed. Petrópolis. Vozes, 2001.

SARDINHA, Reinaldo Loubach. O uso do GeoGebra no ensino de desenho geométrico nos anos finais do ensino fundamental. **Dissertação**. Juiz de Fora, MG: UFJF, 2014.

SCHAAF, Minim" L., Ed. Reprint Series: Geometric Constructions. RS-10. **Stanford Univ.**, Calif. School Mathematics Study, 1967.

SETTE, S. S., AGUIAR, M. A., SETTE, J. S. A.. **Formação de professores em Informática na Educação: um caminho para mudanças**. Coleção Informática para a Mudança na Educação. Brasília: MEC/SED, 1999. 48 p.

SILVA, Q. O. V.; VICTER, E. F.. O uso do GeoGebra e o conceito de Geometria Euclidiana no Ensino Médio. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de pós-Graduação em Educação Matemática, 2015, Juiz de Fora. **Educação Matemática no Ensino Médio**, 2015. v. 1. p. 1-9.

VALENTE, J. A. **Por que computadores na educação?** J. A. Valente (org); In: *Computadores e conhecimento: Repensando a educação*. Campinas/SP: UNICAMP, 1993.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. 5 ed. Rio de Janeiro: SBM, 1993 (Coleção do Professor de Matemática).

WAGNER, Eduardo. **Uma introdução às construções geométricas**. Apostila da Olimpíada Brasileira de Matemática da Escola Pública. OBMEP: 2009.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001.

APÊNDICES

APENDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

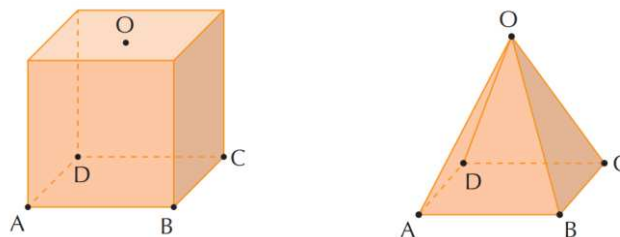
1. Com uso de régua e compasso, construa a circunferência λ que passa pelos pontos A , B e C logo abaixo. Em seguida, descreva o passo a passo da construção.

Figura 38 - Três pontos distintos e não colineares



Fonte: Produzida pelo autor

2. (Enem/2011) Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.




Os pontos A , B , C , D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{AB} e \overline{CD} , nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos. Os formatos dos sólidos descartados são:

- a () todos iguais.
- b () todos diferentes
- c () três iguais e um diferente.
- d () apenas dois iguais
- e () iguais dois a dois.

3. Em um plano, considere uma reta r e um ponto P , quaisquer. Quantas circunferências de raio 10 cm passam por P e têm o centro na reta r ? Justifique sua resposta.

APÊNCIDE B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO-PPG
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT


OFÍCIO Nº 04/2022 - PROFMAT/UEMA São Luís, 28 de novembro de 2022.

Ilm. Prof. Elias de Sousa Leite
 Centro de Ensino Hosano Gomes Ferreira
 Gestor Geral

Tendo em vista as atividades que integram o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT-UEMA) e a consequente necessidade de os alunos deste Programa cumprirem com a integralização e conclusão do Curso de Mestrado Profissional em Matemática, servimo-nos do presente para solicitar de V.S.ª, autorização para que o mestrando **Paulo Loreço Cruz de Almeida**, matrícula 20211001792, realize junto ao Centro de Ensino Hosano Gomes Ferreira (Rua Frei Jose, S/n Centro, Cep: 65712-000 Lago dos Rodrigues - MA), parte de suas pesquisas, para elaboração de Dissertação intitulada "AS CONTRIBUIÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO NA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO: uma proposta utilizando o Geogebra como ferramenta Pedagógica".

Certo de contar com a colaboração de Vn. Sa. para com o exposto, usamos da ocasião para apresentar-lhe nossos protestos de elevada estima.

Atenciosamente,



Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus
 Coordenador Institucional do PROFMAT/UEMA
 Matrícula 7167-02

Recebi em 28/11/2022



Elias de Sousa Leite
 Gestor Geral
 Mat. 254-51-03

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE - PROFMAT
 Cidade Universitária Paulo VI – Caixa Postal 09 – São Luís - MA. FONE: (98) 3225-1400
 CGC 06.552.421/0001-08 – Criada nos termos da Lei 4.060, de 30/12/91

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO- UEMA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a) participante, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa “Construções geométricas com uso do software Geogebra”, desenvolvida por Paulo Loreço Cruz de Almeida, aluno do curso de Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual do Maranhão - UEMA, sob orientação do Professor Dr. Sergio Nolêto Turibus.

O objetivo central do estudo é investigar as contribuições do uso de construções geométricas com Geogebra para o ensino de geometria, com alunos do 3º ano do Centro de Ensino Hosano Gomes no município de Lago dos Rodrigues – MA. O convite à sua participação se deve a realização da pesquisa já citada e, em desenvolvimento científico na área de Ensino de Matemática.

“Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por você prestadas”. Sua participação, consistirá em, durante a realização da Oficina: Construções geométricas com uso do software Geogebra, participar das atividades propostas em sala de aula, interagir, responder um questionário na abertura da oficina e um no encerramento, possibilitando que as informações colhidas sejam organizadas, analisadas, divulgadas e publicadas na construção da dissertação em questão.

A sua participação justificar-se-á pela oportunidade de desenvolver habilidades matemáticas com o uso da tecnologia como facilitadora para o processo de ensino-construção-aprendizagem.

Assine o presente documento, nas duas vias de igual teor. Uma cópia ficará em seu poder e a outra será arquivada em um local seguro pelo pesquisador responsável.

Agradeço a sua contribuição e coloco-me a disposição para os esclarecimentos que forem necessários.

Nome do Participante da Pesquisa

Assinatura do Responsável pelo Participante da Pesquisa

Assinatura do Pesquisador

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO INICIAL

Questionário Inicial

*Obrigatório

1. Nome completo: *

2. 1. Você teve a disciplina de Desenho Geométrico no ensino fundamental? *

Marcar apenas uma oval.

sim

não

3. 2. Já utilizou régua e compasso em sala de aula para construir figuras? *

Marcar apenas uma oval.

sim

não

4. 3. Você acredita que o uso de algum software matemático pode melhorar o processo de ensino-aprendizagem em matemática? *

Marcar apenas uma oval.

sim

não

5. 4. Você conhece ou já usou algum software matemático para estudar geometria? *

Marcar apenas uma oval.

- sim
- não
- Outro: _____

6. Caso afirmativo da questão anterior, qual o nome do software usado?

7. 5. Como você avalia seu rendimento em geometria? *

Marcar apenas uma oval.

- péssimo
- ruim
- regular
- bom
- ótimo

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO FINAL

Questionário Final

*Obrigatório

1. Nome completo: *

2. 1. Como você avalia a oficina? *

Marcar apenas uma oval.

- péssimo
 ruim
 regular
 bom
 ótimo

3. 2. Com base na oficina, o conhecimento de construções geométricas é importante para a aprendizagem de geometria? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
 Não

4. 3. Essa oficina contribuiu para sua aprendizagem em geometria? *

Marcar apenas uma oval.

- sim
 não

5. 4. Na sua opinião, o quanto é relevante o Geogebra para a compreensão das construções geométricas? *

Marcar apenas uma oval.

- não faz diferença
 ajuda pouco
 ajuda o suficiente
 ajuda muito

6. 5. Com base na oficina, o Geogebra contribui para a consolidação do conhecimento geométrico? *

Marcar apenas uma oval.

- sim
 não

7. 6. Qual a relevância do Geogebra para a compreensão da ideia de construção geométrica? *

8. 7. O tempo de realização da oficina foi suficiente para sua sua aprendizagem? *

Marcar apenas uma oval.

- sim
 não

9. 8. Que sugestão você daria para melhorar a oficina? *

APÊNDICE F- ATIVIDADE DISGNÓSTICA FINAL

1. Com uso de régua e compasso, construa a circunferência λ que passa pelos pontos, A , B e C logo abaixo. Em seguida, descreva o passo a passo da construção.

Figura 39 - Três pontos distintos e não colineares



Fonte: Produzida pelo autor