

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PEDRO FELIPE LAVRA DIAS

**AVALIAÇÃO CFD DE AEROFÓLIO COM BORDO DE
ATAQUE ONDULADO UTILIZANDO EQUAÇÕES DE
NAVIER-STOKES COM MÉDIA DE REYNOLDS**

São Luís

2019

PEDRO FELIPE LAVRA DIAS

**AVALIAÇÃO CFD DE AEROFÓLIO COM BORDO DE
ATAQUE ONDULADO UTILIZANDO EQUAÇÕES DE
NAVIER-STOKES COM MÉDIA DE REYNOLDS**

Monografia apresentada junto ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual do Maranhão - UEMA, para obtenção de grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Lourival Matos de Sousa Filho

Coorientador: Msc. William Denner Pires Fonseca

**São Luís
2019**

Dias, Pedro Felipe Lavra.

AVALIAÇÃO CFD DE AEROFÓLIO COM BORDO DE ATAQUE ONDULADO UTILIZANDO EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES COM MÉDIA DE REYNOLDS/ Pedro Felipe Lavra Dias. – São Luís, 2019

46 f.

Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual do Maranhão, 2019.

Orientador: Orientador: Prof. Dr. Lourival Matos de Sousa Filho
Coorientador: Coorientador: Msc. William Denner Pires Fonseca

1.Aerofólio. 2.Bordo de ataque ondulado. 3.CFD.

I. Título.

CDU: 658.5:005.57

Elaborado por Giselle Frazão Tavares- CRB 13/665

PEDRO FELIPE LAVRA DIAS

**AVALIAÇÃO CFD DE AEROFÓLIO COM BORDO DE
ATAQUE ONDULADO UTILIZANDO EQUAÇÕES DE
NAVIER-STOKES COM MÉDIA DE REYNOLDS**

Monografia apresentada junto ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual do Maranhão - UEMA, para obtenção de grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovado em: 4 de dezembro de 2019

BANCA EXAMINADORA

**Orientador: Prof. Dr. Lourival Matos de
Sousa Filho**
(Orientador - UEMA)

Prof. Msc. Yuri Alisson Barreto Cutrim
(1º Membro)

Prof. Msc. Max William Frasão Reis
(2º Membro)

São Luís
2019

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, ADONAI, o senhor dos exércitos que me conduziu nessa jornada. Ao meu pai Arlindo, minha mãe Jacimary, aos meus irmãos Catarina e Lucas, à minha noiva Thamires e à Simone.

AGRADECIMENTOS

Agradeço profundamente ao SENHOR por simplesmente ser aquilo que é. Criador de todas as coisas visíveis e invisíveis e que me deu a graça de poder concluir esse curso.

Agradeço ao meu pai Arlindo de Assis Dias por me mostrar diariamente o papel de pai em uma família. Por me ensinar que a educação é um bem excelente em que se pode investir o tempo e que a honestidade é um caminho que traz bons frutos.

À minha mãe Jacimary Lavra por edificar o nosso lar. Por ser uma mulher sábia, que nos deu a vida segundo a vontade do nosso Deus. Por ensinar a mim e aos meus irmãos que a família requer zelo e dedicação.

Aos meus irmãos Catarina e Lucas por serem verdadeiros irmãos em todas as alegrias e dificuldades as quais passamos ao longo de todos esses anos.

À minha amada noiva Thamires Sales, por ser minha fiel companheira por quase uma década e que em mim confiou para ser seu marido por toda a eternidade. De antemão já agradeço aos nossos filhos que hão de vir, que possamos educá-los na fé.

Agradeço à Simone, por me ensinar a servir.

Gostaria de prestar meus agradecimentos ao professor Dr. Lourival Matos de Sousa Filho pela orientação em diversos trabalhos que publicamos e por ter me apresentado a mecânica dos fluidos, ramo esse que tem minha admiração. Agradeço ao meu coorientador William Denner Pires Fonseca, um verdadeiro parceiro de publicação.

No mais, fica a minha profunda gratidão a todos àqueles que estiveram presentes nessa jornada, em especial a Caíque e Natanael, amigos que pude contar ao longo desses anos.

*“A ciência incha, mas o amor edifica.”
(Bíblia Sagrada, Coríntios 8, 1)*

RESUMO

Em virtude da crescente investigação científica em aerofólios com vistas à melhoria da eficiência aerodinâmica, esse trabalho trata da simulação numérica de um escoamento bidimensional, permanente, viscoso, turbulento e incompressível de perfis NACA 0021 com bordo de ataque liso e ondulado. A aresta dianteira ondulada tem uma amplitude igual a 3% da corda aerodinâmica média e um comprimento de onda igual a 11% da corda média aerodinâmica. O número de Reynolds adotado é 3100000 e 0,28 para o número de Mach. As equações da conservação de massa (Continuidade) e da conservação de momento (NavierStokes), descritas pela equação de Navier Stokes com média de Reynolds (RANS - *Reynolds Average Navier Stokes*), são discretizadas pelo método dos volumes finitos através do software CFD (Computational Fluid Dynamics) ANSYS/FluentTM. Os modelos $k - \epsilon$ e Sparllat Almaraz são testados e comparados com a literatura para a utilização no modelamento da turbulência. Os campos de pressão e tensão cisalhante são evidenciados e os valores dos coeficientes de sustentação, arrasto e pressão são comparados para ambos os perfis. Percebeu-se que os aerofólios com bordo de ataque ondulado apresentam um aumento de sustentação em 7,8% em relação aos com bordo de ataque liso, além de um aumento do ângulo de estol.

Palavras-chave: Aerofólio, Bordo de ataque ondulado, CFD.

ABSTRACT

Due to the growing scientific research on airfoils to improve aerodynamic efficiency, this work deals with the numerical simulation of a two-dimensional, permanent, viscous, turbulent and incompressible flow of smooth and wavy leading edge NACA 0021 profiles. The wavy front edge has an amplitude of 3 % of the average aerodynamic chord and a wavelength of 11 % of the average aerodynamic chord. The adopted Reynolds number is 3100000 and 0.28 for the Mach number. The mass conservation (Continuity) and momentum conservation (NavierStokes) equations, described by the Reynolds Average Navier Stokes Equation (RANS - textit Reynolds Average Navier Stokes), are discretized by the finite volume method using the CFD (Computational Fluid Dynamics) software ANSYS / Fluent TM. The *k - epsilon* and Sparllat Almaraz models are tested and compared with the literature for use in turbulence modeling. The pressure and shear stress fields are shown and the values of the lift, drag and pressure coefficients are compared for both profiles. Wavy leading edge airfoils were found to have a greater lift of 7,8% when compared with Smooth leading edge, and an increased stall angle

Keywords: Airfoil, Angle of attack, CFD.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Camada Limite em um escoamento externo	8
Figura 2 – Camada limite Laminar e Turbulenta	9
Figura 3 – Bordo de ataque e de fuga de um aerofólio	10
Figura 4 – Escoamento externo em um aerofólio	10
Figura 5 – Aerofólio e as forças resultantes	11
Figura 6 – Tensões em um aerofólio	12
Figura 7 – Tensão normal e de cisalhamento	12
Figura 8 – Baleias Jubarte	13
Figura 9 – Estado tridimensional de tensão	17
Figura 10 – Malha Numérica	20
Figura 11 – Algoritmo SIMPLE	25
Figura 12 – Aerofólio com bordo de ataque liso	31
Figura 13 – Aerofólio com bordo de ataque ondulado	31
Figura 14 – Teste comparativo dos modelos de turbulência	32
Figura 15 – Teste de Malha	33
Figura 16 – Malha Computacional	33
Figura 17 – Comparação entre o Coeficiente de Sustentação para diferentes ângulos de ataque	35
Figura 18 – Comparação entre o Coeficiente de Arrasto para diferentes ângulos de ataque	36
Figura 19 – Campo de velocidade $\alpha = 15^\circ$	36
Figura 20 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 15^\circ$	37
Figura 21 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 15^\circ$	37
Figura 22 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 17^\circ$	38
Figura 23 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 17^\circ$	38
Figura 24 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 18^\circ$	39
Figura 25 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 18^\circ$	39
Figura 26 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 15^\circ$	40
Figura 27 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 15^\circ$	40
Figura 28 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 17^\circ$	41
Figura 29 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 17^\circ$	41
Figura 30 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 18^\circ$	42
Figura 31 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 18^\circ$	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tipo de Malha	32
------------------------------------	----

LISTA DE SIGLAS

- A - Area
- α - Ângulo de ataque
- C - Velocidade do som
- c - Corda aerodinâmica média
- C_D - Coeficiente de arrasto
- C_L - Coeficiente de sustentação
- D - Força de arrasto
- δ - Espessura de momentum da camada limite
- η - Propriedade intensiva
- F - Força
- g - Aceleração da gravidade
- Γ - Coeficiente de difusão
- L - Força de sustentação
- M - Número de Mach
- m - Massa
- μ - Viscosidade
- N - Propriedade extensiva
- P - Pressão
- Φ - Variável genérica do método dos volumes finitos
- Re - Número de Reynolds
- ρ - Massa específica
- σ - Tensão normal
- SC - Superfície de controle

t - Tempo

τ - Tensão cisalhante

U - Velocidade na direção x

V - Velocidade na direção y

VC - Volume de controle

x - Eixo coordenado

y - Eixo coordenado

z - Eixo coordenado

SUMÁRIO

	FOLHA DE APROVAÇÃO	iii
	DEDICATÓRIA	v
	AGRADECIMENTOS	vii
	EPIÍGRAFE	ix
	RESUMO	xi
	ABSTRACT	xiii
	LISTA DE ILUSTRAÇÕES	xv
	LISTA DE TABELAS	xvii
	LISTA DE SIGLAS	xix
	SUMÁRIO	xix
1	INTRODUÇÃO	1
2	JUSTIFICATIVA	3
3	OBJETIVO	4
3.1	Objetivo Geral	4
3.2	Objetivos Específicos	4
4	ESTRUTURA DO TRABALHO	5
5	REFERENCIAL TEÓRICO	6
5.1	Introdução	6
5.2	Escoamento externo	6
5.2.1	Escoamento Compressível e Incompressível	6
5.2.2	Escoamento Viscoso e Não-viscoso	7
5.2.3	Escoamento Laminar e Turbulento	8
5.3	Aerodinâmica	9
5.4	Aerofólios com Bordo de ataque ondulado	13
5.5	Investigações científicas em perfis aerodinâmicos	14

6	INTRODUÇÃO À DINÂMICA DOS FLUIDOS	15
6.1	Introdução	15
6.2	Equações de conservação na formulação integral	15
6.3	Equações de conservação na forma diferencial	16
7	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL	19
7.1	Introdução	19
7.2	Método dos Volumes Finitos	20
7.3	Algoritmo SIMPLE	24
7.4	Modelo de Turbulência Navier-Stokes de média de Reynolds	25
7.5	Modelo de turbulência $k - \epsilon$	27
7.6	Modelo de Turbulência Sparllat Almaraz	28
8	MATERIAIS E MÉTODOS	31
9	RESULTADOS E DISCUSSÃO	35
10	CONCLUSÃO	43
	REFERÊNCIAS	44

1 INTRODUÇÃO

O estudo da aerodinâmica, principalmente de aerofólios, tem uma vasta aplicação na engenharia. Utilizados, em grande parte, nas asas de aviões, aerogeradores, pás de turbinas geradoras de potência e propulsores de navios, esses perfis apresentam essencial utilidade socioeconômica e a pesquisa nesse ramo da engenharia se torna cada vez mais necessária.

BERTIN; CUMMINGS (2009) definem aerodinâmica como a ciência que estuda o movimento dos fluidos gasosos, suas propriedades e características, além das forças exercidas em corpos sólidos imersos nesses fluidos. Esses corpos sólidos muitas das vezes são os aerofólios, que são definidos por ANDERSON (2007) como perfis aerodinâmicos com uma seção constante de duas dimensões.

Na atualidade, diversas investigações científicas visam a otimização da eficiência aerodinâmica dos aerofólios por meio de alterações na configuração geométrica desses perfis. Em sua maioria, empregam-se flapes ou altera-se a curvatura do bordo de fuga para aumentar o coeficiente de sustentação. Não obstante, uma abordagem recente sugere a ondulação do bordo de ataque desses perfis como forma de aumento do coeficiente de sustentação, aumento do ângulo de estol e redução do coeficiente de arrasto.

Devido à esta crescente importância tecnológica dos aerofólios para engenharia, foram desenvolvidas gradativamente ao longo do tempo diversas ferramentas para a análise do comportamento aerodinâmico destes sistemas, dentre as principais podem ser citados os ensaios em túneis de vento e as simulações computacionais, mais conhecidas como CFD (*Computational Fluid Dynamics*).

Na mecânica computacional, problemas extremamente complexos podem ser simulados de maneira acurada, possibilitando a visualização de fenômenos difíceis de serem observados em experimentos, além, é claro, de ser economicamente viável, se comparada com a mecânica experimental (que se utiliza de modelos em escala, relativamente caros).

Nesse sentido, no presente trabalho, se utiliza da dinâmica dos fluidos computacional com o objetivo fornecer uma investigação sobre o fenômeno do bordo de ataque ondulado no número de Reynolds igual a $3,1 \times 10^6$. Empregou-se simulações RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*) para investigar o fluxo sobre a configuração com e sem borda ondulada em alto número de Reynolds. Utiliza-se uma asa infinita formada pelo perfil NACA 0021 como *baseline*. O bordo de ataque ondulado tem uma amplitude igual a 3% da corda média aerodinâmica e um comprimento de onda igual a 11% da corda aerodinâmica média.

Busca-se com isso, analisar os coeficientes de sustentação, arrasto e pressão para diferentes ângulos de ataque e comparar tais resultados para ambos os perfis. Além disso, os campos de velocidade, pressão e tensão cisalhante serão obtidos sobre os aerofólios para compreender o que ocorre na camada limite.

2 JUSTIFICATIVA

É correto afirmar que o estudo da aerodinâmica é essencial para o desenvolvimento socioeconômico na modernidade. Nesse aspecto, a utilização de aerofólios como ponto de enfoque para otimização desse ramo da engenharia se torna uma premissa básica para obtenção desse resultado.

Vale ressaltar que existem três formas básicas de se estudar o escoamento dos fluidos ao redor de corpos sólidos: abordagem teórica (analítica), experimental e numérica (computacional). O referido trabalho se utiliza da abordagem numérica uma vez que permite a visualização dos campos de escoamento de maneira mais clara e precisa, além de ser economicamente viável quando comparada à abordagem experimental e matematicamente possível se comparada à abordagem analítica.

Nesse aspecto, utiliza-se dos conceitos do escoamento dos fluidos e suas equações governantes, aplicadas em modelos matemáticos de discretização para obtenção dos resultados de sustentação, arrasto e pressão por meio de simulações computacionais.

Diante do exposto, emprega-se os conceitos aprendidos durante a graduação para a solução de um problema real da engenharia, por meio da pesquisa científica. Além disso, sabendo que as pesquisas em perfis aerodinâmicos com bordo de ataque ondulado vêm mostrando resultados extremamente promissores na performance dos equipamentos (aerogeradores, lemes de navios, asas de aviões...) que a utilizam, mostra-se a extrema relevância desse trabalho nos aspectos sociais e econômicos.

3 OBJETIVO

3.1 OBJETIVO GERAL

O trabalho visa avaliar o escoamento uniforme, bidimensional, turbulento e viscoso em um aerofólio NACA 0021 com bordo de ataque ondulado e liso, comparando as características aerodinâmicas (coeficiente de sustentação, coeficiente de arrasto, coeficiente de pressão, ângulo de estol) de ambos os modelos. Simulações numéricas com o software ANSYS FLUENT são utilizadas para solução das equações governantes do problema.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Simular o escoamento nos aerofólios de bordo de ataque liso e ondulado;
2. Obter e analisar os coeficientes aerodinâmicos de ambos os aerofólios;
3. Obter e analisar os campos de velocidade, pressão e tensão cisalhante de ambos os aerofólios;
4. Comparar a performance aerodinâmica dos aerofólios;
5. Entender por meio dos campos de escoamento os mecanismos físicos envolvidos na camada limite para o aumento da sustentação máxima e o atraso do ângulo de estol nos aerofólios com bordo de ataque ondulado.

4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Os demais capítulos desse trabalho dispõem-se da seguinte forma:

O capítulo 5 apresenta uma revisão de literatura do tema estudado, onde nesta é abordada a introdução da mecânica dos fluidos com enfoque em escoamento externo (tipo de escoamento presente nos aerofólios), bem como a teoria da camada limite. Ainda nesse capítulo, é discutido a fundamentação teórica a respeito dos aerofólios com bordo de ataque ondulado.

No capítulo 6, apresenta-se a modelagem matemática do problema em questão, sendo descritas as formulações matemáticas das equações governantes (conservação de massa e quantidade de movimento linear), bem como o método de discretização das equações governantes.

Os modelos de turbulência utilizados para o fechamento do conjunto de equações, a forma de solução das não linearidades presentes no conjunto de equações de transporte, assim como estudos de cunho numérico, como otimização da malha computacional, são apresentados no capítulo 7.

No capítulo 8, é apresentado a metodologia utilizada no trabalho, evidenciando a geometria do problema, o teste de convergência da malha e a comparação dos modelos numéricos.

No capítulo 9, são apresentados e discutidos todos os resultados obtidos após as simulações.

No capítulo 10, são apresentados as conclusões para o referido problema, além das sugestões para trabalhos futuros.

5 REFERENCIAL TEÓRICO

5.1 INTRODUÇÃO

Nesse capítulo, é abordado, primeiramente, a teoria básica da dinâmica dos fluidos, evidenciando o escoamento externo, as equações matemáticas e os fundamentos físicos que regem tal tipo de fluxo, destacando-se os conceitos de escoamento incompressível (número de Mach), escoamento laminar e turbulento (número de Reynolds) e camada limite.

Em um segundo momento, evidencia-se a relação entre os escoamentos externos e a aerodinâmica. Nesse ponto, são estudadas as definições de aerodinâmica, de modo a se detalhar conceitos, como bordo de ataque e de fuga, ângulo de ataque e os coeficientes de sustentação e arrasto.

Aborda-se também a respeito dos aerofólios com bordo de ataque ondulado, a fundamentação na observação da natureza e as pesquisas e resultados relacionados com o tema.

5.2 ESCOAMENTO EXTERNO

A dinâmica dos fluidos divide os escoamentos, quanto à forma/região de ocorrência, em dois tipos: o escoamento interno e o externo. ÇENGEL; CIMBALA (2007) afirmam que a principal diferença entre os escoamentos internos e externos se dá na maneira como as propriedades do fluido variam. Nos escoamentos internos, todo o campo de escoamento sofre dos efeitos viscosos, já no externo, os efeitos viscosos estão limitados a algumas partes do campo de escoamento, como a esteira e camadas limite.

A partir desse embasamento, faz-se necessário a elucidação de alguns conceitos relacionados ao escoamento dos fluidos. Esses conceitos se aplicam a ambos os tipos de escoamentos citados anteriormente (interno e externo), entretanto apresentam algumas diferenças numéricas. Dessa forma, tratar-se-á desses conceitos apenas em relação aos escoamentos externos.

5.2.1 ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL E INCOMPRESSÍVEL

O conceito de compressibilidade de um escoamento está relacionado ao número de Mach. A Equação 5.1 representa esse adimensional como a razão entre a velocidade do escoamento (V) e a velocidade do som (C) (BRUNETTI, 2008).

$$M = \frac{V}{C} \quad (5.1)$$

Para $M < 0,3$, tem-se o escoamento incompressível; para $0,3 < M < 1$, o escoamento é dito compressível. $M = 1$ representa o escoamento sônico e $M > 1$, escoamento hipersônico. No presente trabalho adotou-se $M < 0,3$.

5.2.2 ESCOAMENTO VISCOSO E NÃO-VISCOSO

Para se entender o conceito de escoamento viscoso ou não viscoso, faz-se necessário entender primeiramente o conceito de fluidos Newtonianos.

Um fluido é considerado Newtoniano se existe uma proporcionalidade linear entre a deformação e a tensão cisalhante. Essa constante de proporcionalidade é a viscosidade. Em outras palavras, quanto mais viscoso um fluido, menor é a sua facilidade em escoar.

A Equação 5.2 representa a relação linear entre a tensão cisalhante e a deformação para um fluido Newtoniano. A propriedade do fluido, μ , depende do estado termodinâmico local (KUNDU; COHEN, 2002). Nessa equação, foi representado o caso de um escoamento bidimensional. Os números 1 e 2 abaixo de cada termo representam os termos dos tensores. No capítulo 7 far-se-á uma abordagem da dinâmica dos fluidos tensorial.

$$\tau_{12} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \quad (5.2)$$

Uma importante consequência dos escoamentos viscosos é o surgimento da camada limite. Essa região, representada na Figura 1, é aquela, como elucidado pela Equação 5.2, em que os efeitos viscosos se fazem presentes.

FOX; MCDONALD et al. (2014) afirmam que a camada limite é uma região onde as tensões viscosas e inerciais se fazem presente, diferentemente da corrente livre, onde todo fluido é considerado invíscido.

É necessário afirmar que a espessura da camada limite é de suma importância para a compreensão desses efeitos viscosos, assim como para a própria simulação computacional - será abordado no capítulo 6. O conceito mais aceito é o da espessura de perturbação δ , definida como a distância da superfície na qual a velocidade situa-se dentro de 1% da velocidade da corrente livre.

WHITE (2009) afirma que uma das formas de se determinar a espessura da camada limite para escoamentos laminares é pela equação de Blasius - Equação 5.3. Nessa equação, o conceito de espessura de perturbação é empregado, assim como a definição de número de Reynolds local.

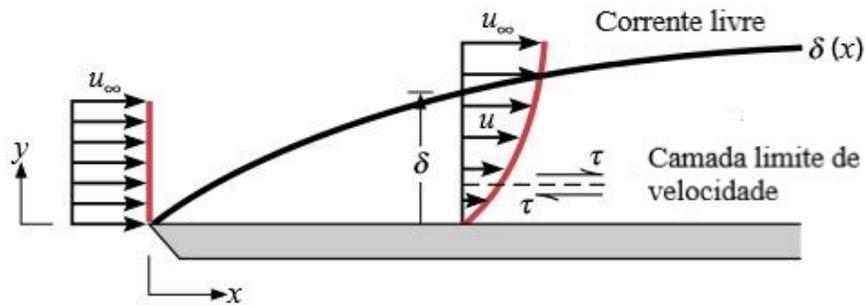


Figura 1 – Camada Limite em um escoamento externo

Fonte: Adaptado de INCROPERA et al. (2005)

$$\frac{\delta_{99\%}}{x} \approx \frac{5.0}{Re_x^{1/2}} \quad (5.3)$$

5.2.3 ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO

O entendimento dos escoamentos laminares e turbulentos têm como fundamento a relação entre as forças inerciais e viscosas. Essa relação é expressa pela Equação 5.4 que trata do número adimensional Reynolds.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (5.4)$$

Onde ρ é a massa específica, μ a viscosidade dinâmica e V a velocidade do fluido. O termo D se refere a região onde o fluido está escoando (se o escoamento for interno, pode ser o diâmetro do tubo).

BLASIUS (1908) realizou experimentos com placas finas com o propósito de encontrar o coeficiente de fricção nessas chapas de maneira a simular o escoamento em modelos de navios. Esse autor afirma que o escoamento começou a se tornar turbulento a valores de *Reynolds* igual a $4,5 \times 10^5$.

Já para ROSKAM; EDWARD (1997), trabalhando com aerofólios e com o fluido sendo ar (diferentemente da pesquisa anterior que trabalha com água), afirma que apenas a *Reynolds* igual a 10^7 o fluxo se torna turbulento.

A Figura 2 representa justamente a formação dos dois tipos de camada limite, a laminar e a turbulenta. Percebe-se que na segunda ocorre a formação de vorticidades, o que representa uma

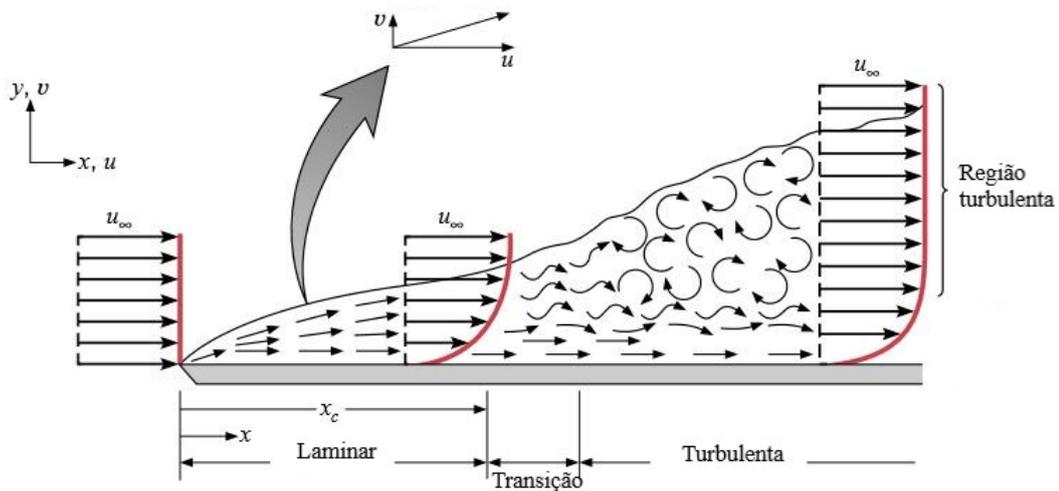


Figura 2 – Camada limite Laminar e Turbulenta

Fonte: Adaptado de INCROPERA et al. (2005)

grande concentração de tensões cisalhantes.

5.3 AERODINÂMICA

Aerodinâmica é a ciência que estuda o movimento de fluidos gasosos ao redor de corpos imersos, analisando as forças e pressões atuantes (BERTIN; CUMMINGS, 2009). Esses corpos sólidos são os aerofólios, definidos por ABBOTT (1950) como uma simplificação do comportamento de uma asa com razão de aspecto infinito.

Razão de aspecto é definida como a razão envergadura/corda, ou seja é a razão entre o comprimento da asa e a corda média do perfil. Nesse sentido, a utilização de uma razão de aspecto infinita significa que as interações e efeitos que ocorrem nas pontas - *downwash* devido ao *tip vortex* - das asas são negligenciados, podendo-se fazer um estudo unicamente bidimensional.

Na Figura 3 está representado um aerofólio. A região do aerofólio para onde o fluxo se dirige primariamente é denominada de Bordo de Ataque (*Leading edge*), conseqüentemente, a parte de trás é o Bordo de Fuga (*Trailing edge*).

A Figura 4 representa o escoamento externo em um aerofólio. A velocidade da corrente livre V_∞ separa-se no ponto de estagnação (ponto onde a pressão dinâmica é igual a zero) para cima e para baixo do aerofólio. LEWIS (1988) define a parte de baixo do aerofólio como Face do Perfil, e a parte de cima como Costa do Perfil.

Em uma certa extensão do aerofólio o escoamento é laminar, após essa região ocorre uma

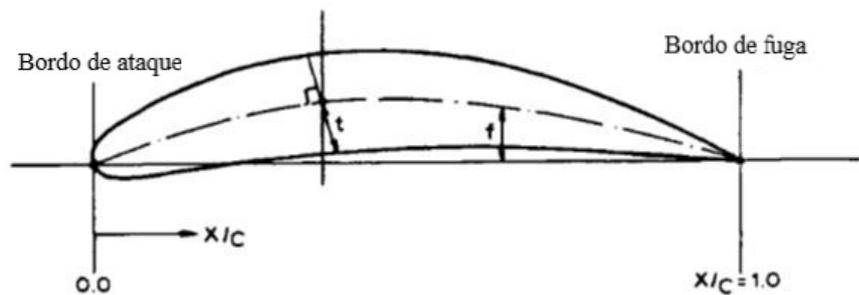


Figura 3 – Bordo de ataque e de fuga de um aerofólio

Fonte: Adaptado de LEWIS (1988)

transição entre o fluxo laminar e turbulento até que, no bordo de fuga, o escoamento se torna inteiramente turbulento.

A uma certa distância do bordo de fuga, ocorre um aumento do gradiente de pressão, devido, principalmente, à forma do aerofólio. Esse gradiente positivo ($\frac{\partial P}{\partial x} > 0$) impede que as partículas de fluido sigam linhas de corrente paralelas ao corpo, ocorrendo assim um fenômeno denominado separação. Esse fenômeno é maléfico à sustentação uma vez que cria vorticidades perpendiculares ao fluxo.

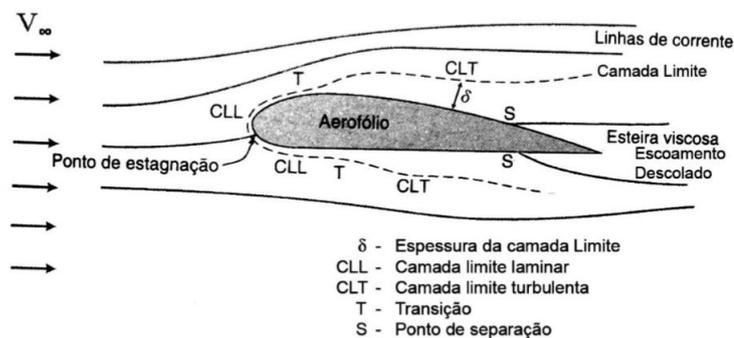


Figura 4 – Escoamento externo em um aerofólio

Fonte: (FOX; MCDONALD et al., 2014)

O ângulo α entre o prolongamento da corda média e o fluxo incidente (*incident flow*) é denominado ângulo de ataque - Figura 5. É a presença dessa angulação que torna possível o surgimento dos conceitos de sustentação e arrasto que serão vistos posteriormente. A zero sustentação, ao contrário do que se pode imaginar, não ocorre a um $\alpha = 0^\circ$, mas em um ângulo denominado ângulo de zero sustentação - α_o - que, se o fluxo incidente fosse naquela direção (*line of zero lift*), não ocorreria sustentação (na figura 5, $\alpha_o = -2^\circ$).

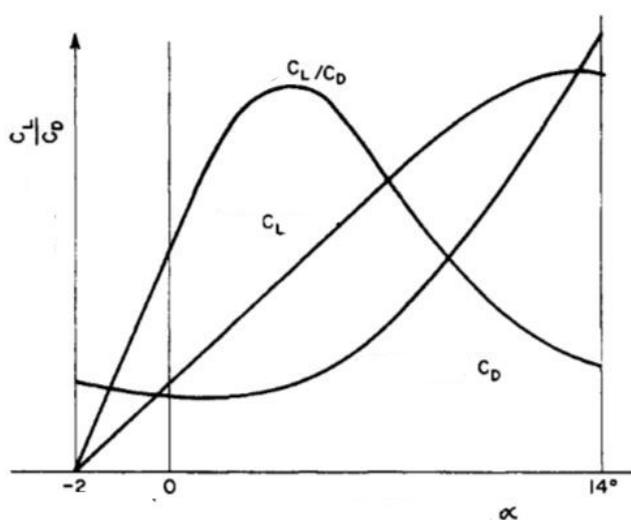
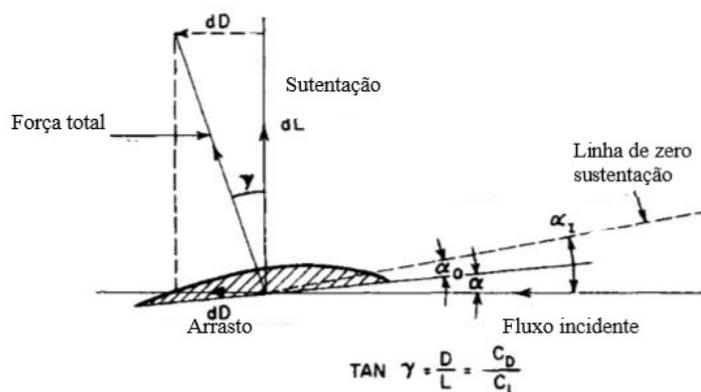


Figura 5 – Aerofólio e as forças resultantes

Fonte: Adaptado de LEWIS (1988)

A força total na seção (*Total Force on Section* - Figura 5) pode ser decomposta em outras duas outras mais familiares aos conceitos de dinâmica dos fluidos, a Figura 6 mostra essas duas componentes: a força normal (*Normal Force*) e a força axial (*Axial Force*)

A componente normal (*Normal Force*) é aquela paralela ao vetor diferencial de área dA . Essa força é expressa por ÇENGEL; CIMBALA (2007) na Figura 7 por $P \cdot dA$ (onde P é a pressão estática). Já a força perpendicular a esse vetor (paralela à área) é expressa por $\tau_w \cdot dA$, (onde τ_w é a tensão de cisalhamento na superfície do aerofólio). O ângulo θ nada mais é do que aquele que a componente normal exterior ao elemento diferencial de área faz com a direção positiva do escoamento.

A força de sustentação é aquela perpendicular ao fluxo incidente e é essa a responsável pela flutuação da aeronave. Já a força de arrasto é contrária ao movimento, em sentido paralelo às linhas de fluxo. As Equações 5.5 e 5.6 definem essas forças como função dos termos supracitados.

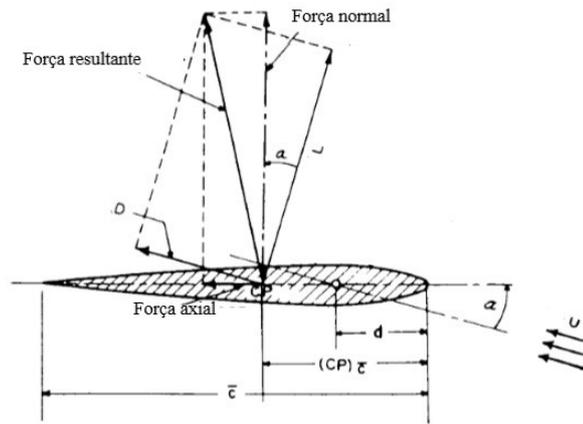


Figura 6 – Tensões em um aerofólio
 Fonte: Adaptado de LEWIS (1989)

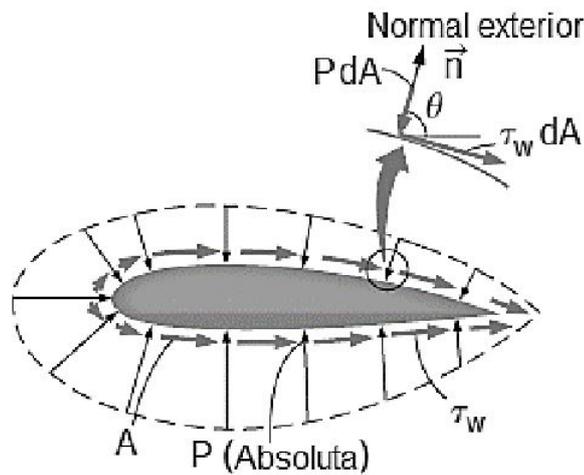


Figura 7 – Tensão normal e de cisalhamento
 Fonte: (ÇENGEL; CIMBALA, 2007)

Essas equações, apesar de se aplicarem a qualquer corpo imerso em um fluido (REIS, 2015), são demasiadamente difíceis de serem obtidas.

$$L = - \int_A (P \sin \theta + \tau_w \cos \theta) dA \quad (5.5)$$

$$D = \int_A (-P \cos \theta + \tau_w \sin \theta) dA \quad (5.6)$$

Uma outra forma de se visualizar essas forças é por meio de seus coeficientes adimensionais representados nas Equações 5.7 e 5.8. Onde c é a corda média, V é a velocidade do escoamento livre e ρ é a massa específica do fluido. A Figura 5 mostra ainda a relação $\frac{C_L}{C_D}$, percebe-se que em qualquer aerofólio existe-se um ângulo de ataque α ideal, onde essa relação é máxima.

$$C_L = \frac{L}{\frac{\rho c V^2}{2}} \quad (5.7)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{\rho c V^2}{2}} \quad (5.8)$$

5.4 AEROFÓLIOS COM BORDO DE ATAQUE ONDULADO

Os métodos de controle de escoamento podem ser classificados de acordo com o nível de energia envolvido na manutenção do fluxo. Nesse sentido, classifica-se tais métodos como passivos - não envolve um acréscimo de potência - e ativos (COSTA, 2019).

As asas de aviões são alguns exemplos de controles de fluxo passivos e o estudo dos perfis aerodinâmicos com bordo de ataque liso e ondulado que compõem tais elementos são o enfoque desse trabalho.

A utilização de perfis com bordo de ataque ondulado teve como fundamentação a observância das nadadeiras de baleias jubarte - representada na Figura 8. As nadadeiras são extremamente manobráveis e fornecem excelente sustentação e controlabilidade a esses animais, mesmo com grandes ângulos de ataque.



Figura 8 – Baleias Jubarte

Fonte: (SOUZA, 2016)

De fato, as nadadeiras peitorais das baleias jubartes apresentam evidentes protuberâncias onduladas. FISH; BATTLE (1995) afirmam que tais protuberâncias - representativas dos bordos de ataque ondulado nos perfis aero e hidrodinâmicos - apresentam uma relação com as características hidrodinâmica das baleias.

PEDRO; KOBAYASHI (2008) corroboram com esses resultados com a investigação numérica das nadadeiras peitorais dessas baleias, ratificando que os vórtices originários no bordo de ataque ondulado trazem uma otimização na performance hidrodinâmica desses animais.

5.5 INVESTIGAÇÕES CIENTÍFICAS EM PERFIS AERODINÂMICOS

O primeiro estudo experimental de bordo de ataque ondulado foi realizado em 2004 por MIKLOSOVIC; MURRAY et al. (2004), que construiu um modelo em escala de uma nadadeira usando um aerofólio NACA 0020 em testes de túnel de vento. De acordo com o autor, os perfis ondulados aumentaram a sustentação máxima em 6% e o ângulo de estol em 40%, além da redução do arrasto em 32% após o estol. STANWAY (2008) realizou testes em um túnel de água em um modelo similar ao de MIKLOSOVIC; MURRAY et al. (2004) em NACA 0020, com número de Reynolds variando entre $4,4 \times 10^4$ a $1,2 \times 10^5$.

PAULA (2016) fornece um extenso estudo sobre aplicações e análises experimentais com número de Reynolds de 7×10^5 a 3×10^6 , incluindo lemes de barco, aletas de mísseis e superfícies de controle de aeronaves, todos os quais poderiam se beneficiar da vantagem de desempenho. Aumentando a performance aerodinâmica desses controles de fluxo pode-se diminuir o tamanho e o peso.

De fato, HANSEN (2012) demonstra que essas ondulações reduzem a velocidade mínima de estol sem aumento expressivo no arrasto. XINGWEI; CHAOYING et al. (2013) realizaram uma simulação RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) para avaliar as alterações causadas no escoamento sobre um aerofólio NACA 63021 devido a tubérculos presentes na borda de ataque.

LEVSHIN; CUSTODIO et al. (2006) investigaram os perfis NACA 634-021 com bordo de ataque ondulado em Reynolds $1,83 \times 10^5$ evidenciando que tais bordos aumentam o arrasto e diminuem o coeficiente de sustentação. WATTS; FISH (2001) realizaram a simulação de um escoamento invíscido utilizando o método dos painéis para um bordo de ataque sinusoidal, demonstrando que as linhas de fluxo se tornaram mais próximas nos cavados das ondas.

6 INTRODUÇÃO À DINÂMICA DOS FLUIDOS

6.1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo apresenta uma introdução à dinâmica dos fluidos. Evidencia-se as equações básicas da dinâmica dos fluidos: a equação da continuidade (conservação de massa) e a de *Navier-Stokes* (conservação de momento). Parte-se da formulação integral - Equações do Transporte de *Reynolds* até se chegar na formulação diferencial tensorial.

6.2 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO NA FORMULAÇÃO INTEGRAL

Nesse momento elucidar-se-á a respeito das equações de conservação de massa e momento em seu estado integral. Nesse sentido, aborda-se a respeito da Equação do Transporte de *Reynolds*.

Existem duas formas de se analisar o escoamento dos fluidos: A abordagem Lagrangiana ou abordagem de sistema, em que se estuda o movimento individual da partícula. E a abordagem Euleriana ou de volume de controle em que se estuda uma região do espaço de acordo com o escoamento do fluido nessa região.

Sistema é uma quantidade fixa de massa arbitrária mas com propriedades variantes (WYLEN et al., 2002); (SHAPIRO et al., 2013). Em outras palavras, apenas a massa do sistema não pode cruzar suas fronteiras, diferentemente do volume de controle, em que a massa cruza as fronteiras das superfícies de controle.

FOX; MCDONALD et al. (2014) se referindo à abordagem de volume de controle afirma que:

A desvantagem dessa abordagem é que as leis da física aplicam-se à matéria e não diretamente à região do espaço, de forma que devemos trabalhar matematicamente para converter as leis físicas de sua formulação de sistema para a formulação de volume de controle.

A Equação do transporte de *Reynolds* - Equação 6.1 - relaciona justamente essas duas abordagens. sendo N qualquer propriedade extensiva ao sistema e η qualquer propriedade intensiva.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho dv + \int_{SC} \rho \eta (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (6.1)$$

Onde $\frac{dN}{dt}$ é a taxa de variação da propriedade extensiva do sistema. $\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho dv$ é a taxa de variação da quantidade da propriedade N dentro do volume de controle e $\int_{SC} \rho n(\vec{V} \cdot \hat{n}) dA$ é a taxa na qual a propriedade N está saindo da superfície do volume de controle.

Se N for igual a massa do fluido, sabe-se que a variação dessa propriedade no sistema é igual a zero, e como o termo $\eta = \frac{N}{\text{unidade de massa}}$, esse termo é unitário. Logo a Equação 6.1 passa a ser expressa pela Equação 6.2, denominada Equação da Continuidade ou da Conservação de massa.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dv + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot dA = 0 \quad (6.2)$$

Na Equação da Conservação do Momento, o termo N é o momento linear, logo, pela 2ª Lei de Newton (Equação 6.10), o termo η é o vetor velocidade. Dessa forma, essa equação é representada na forma da Equação 6.4

$$\sum F_{externas} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (6.3)$$

$$\sum F_{externas} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dv + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot dA \quad (6.4)$$

6.3 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO NA FORMA DIFERENCIAL

Aplicando o Teorema de Divergência de Gauss no segundo termo da Equação 6.2, tem-se que:

$$\int_{SC} \rho \vec{V} \cdot dA = \int_{VC} \nabla(\rho \vec{V}) dA \quad (6.5)$$

Assim, substituindo 6.5 na Equação 6.2:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dv + \int_{VC} \nabla(\rho \vec{V}) dA = 0 \quad (6.6)$$

$$\int_{VC} \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho dv + \nabla(\rho \vec{V}) dA \right] = 0 \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho dv + \nabla(\rho \vec{V}) dA = 0 \quad (6.8)$$

A Equação 6.8 é a Equação da Continuidade ou Conservação de massa na sua forma diferencial, o termo ∇ é o vetor gradiente.

Para a transformação da equação de conservação do momento em seu estado integral para o diferencial é necessário expor alguns conceitos.

As Forças externas da Equação 6.10 e 6.4 podem ser divididas em forças de superfície e de campo. As forças de superfície estão atreladas a um vetor de tensão, visível ao se analisar uma parte infinitesimal de um fluido (Figura 9). O termo $T^{(n)_i}$ é o vetor tensão, n é o vetor direção da área e τ_{ij} é o tensor de tensão, onde i e j representam as direções paralelas aos eixos x_1 , x_2 e x_3 .

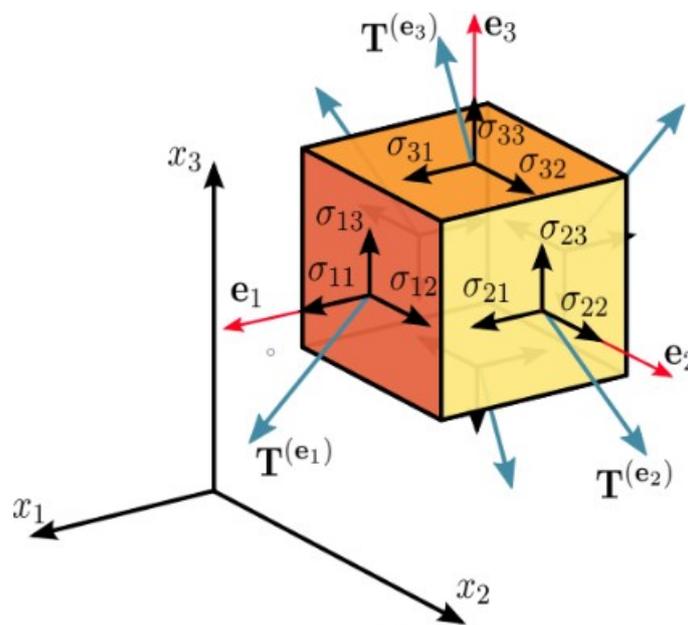


Figura 9 – Estado tridimensional de tensão

Fonte: (SANPAZ, 2009)

O termo $T^{(n)_i}$ se relaciona com os demais termos pela Equação de Cauchy, representada pela Equação 6.9.

$$T_i^{(n)} = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 \tau_{ij} n_j \quad (6.9)$$

As forças de campo podem ser definidas como aquelas que não resultam das interações entre as moléculas de fluido, mas sim forças que atuam indiretamente no escoamento, como a força gravitacional, força eletromagnética (caso exista), entre outros. Pode-se representar essa força por ρf_i , onde ρ é a massa específica do fluido e f_i é a componente da força específica na direção \hat{i} .

Assim, a 2^a Lei de Newton passa a ser representada pela Equação 6.10, onde $\frac{Du_i}{Dt}$ é a aceleração (derivada substancial da velocidade) e os termos após a igualdade, as forças externas de campo e de superfície que atuam no fluido.

$$\frac{Du_i}{Dt} = \int_{SC} [\rho f_i] dA + \int_{VC} \left[\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right] dv \quad (6.10)$$

Dessa forma, a Equação 6.4 passa a ser representada pela Equação 6.11, que, após aplicar o Teorema da divergência de *Gauss*, passa a ser representada pela Equação .

$$\int_{SC} [\rho f_i] dA + \int_{VC} \left[\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right] dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dv + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot dA \quad (6.11)$$

$$\nabla(\vec{\tau}_{ij}) + \rho f_i = \frac{\partial}{\partial t} \rho U_i + \nabla(\rho U_i \vec{V}) \quad (6.12)$$

Sabe-se, entretanto, que para um fluido contínuo, τ_{ij} é representado por:

$$\left(P + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot u \right) \delta_{ij} + 2\mu_{ij} \quad (6.13)$$

onde δ_{ij} é o tensor isotrópico de segunda ordem, ou delta de Kronecker. Esse tensor não muda suas componentes com uma rotação do sistema de coordenadas. Assim, a Equação de Conservação de Momento na sua forma diferencial, ou Equação de *Navier-Stokes* é representada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[U \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \right] + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\lambda + \mu) \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right] \quad (6.14)$$

Onde $\lambda = -\frac{2\mu}{3}$ de acordo com a hipótese de Stokes.

7 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

7.1 INTRODUÇÃO

A dinâmica dos fluidos computacional surge da necessidade de se visualizar e obter dados de campos de escoamentos difíceis de serem analisados experimental ou analiticamente. Essas simulações apresentam os detalhes desses campos. Além disso, por partir de modelos desenhados em CAD (*Computer-Aided design*), essas simulações se tornam extremamente baratas se comparadas com modelos experimentais de pequena escala.

HENSEN (2018) define a dinâmica dos fluidos computacional como a utilização da matemática, da física e da ciência da computação para visualização do fluxo de gases e líquidos, assim como o comportamento dos corpos imersos nesses fluidos.

VEERSTEG; MALALASEKERA (1995) afirmam que os códigos computacionais da dinâmica dos fluidos estruturam-se em algoritmos numéricos que se utilizam interações que garantem a acurácia e precisão das soluções.

Nesse sentido, os códigos computacionais da mecânica dos fluidos computacional apresentam a seguinte ordem estrutural:

1. Pré processamento: é basicamente o *input* de dados do problema, incluindo a configuração geométrica, tais como: a viscosidade do fluido em estudo e as condições de contorno;
2. Geração de malha: é a discretização das equações contínuas de transporte de maneira a se conseguir interagir os valores das propriedades do fluido em cada ponto até se chegar na solução;
3. Solução: resultado fornecido pelo algoritmo;
4. Pós processamento: é a validação da solução

Esse capítulo trata a respeito das equações RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*), sua formulação e modelamento. Além disso, abordar-se-á sobre o método dos volumes finitos e dos modelos de turbulência $k-\epsilon$ e Sparllat-Almaraz.

7.2 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

No método dos volumes finitos a região de interesse é dividida em pequenas regiões denominadas volumes de controle. Isso consiste na discretização das equações governantes que são desenvolvidas com base em uma malha bidimensional em coordenadas retangulares, Figura 10.

O volume de controle contém um ponto nodal P e suas vizinhanças (E,N,W e S), sendo que a malha, como um todo, consistirá na quantidade total de volumes especificados em ambas as direções.

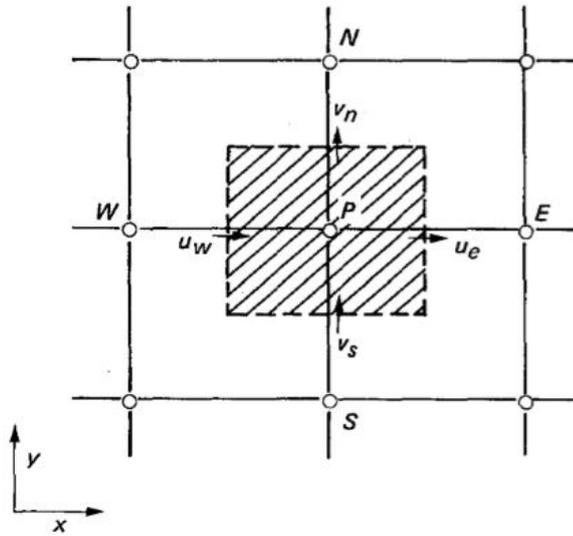


Figura 10 – Malha Numérica

Fonte: (PATANKAR, 1980)

A Equação 6.14 pode ser reescrita, para efeito de facilidade e padronização com as demais equações de transporte, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \nabla(\rho\vec{V}\Phi) = \nabla(\Gamma\nabla\Phi) + S_\Phi \quad (7.1)$$

Onde:

Variável genérica dependente:

$$\Phi = U_{ij} \quad (7.2)$$

Coefficiente difusivo:

$$\Gamma = \mu \quad (7.3)$$

Termo de geração:

$$S_{\Phi} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho f_i \quad (7.4)$$

Como o método dos volumes finitos está ligado ao conceito de fluxo entre os volumes adjacentes (FORTUNA, 2012), pode-se integrar a Equação 7.1 ao longo das superfícies de controle (n, e, s, w) de cada volume:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}] dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}] dx dy = \int_s^n \int_w^e \rho u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \int_s^n \int_w^e \rho v \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \int_s^n \int_w^e S_{\Phi} dx dy \quad (7.5)$$

Rearranjando os termos, pode-se reescrever a Equação acima da seguinte forma:

$$\int_s^n \int_w^e \rho u \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}] dx dy + \int_s^n \int_w^e \rho v \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}] dx dy = \int_s^n \int_w^e S_{\Phi} dx dy \quad (7.6)$$

Pode-se reorganizar a Equação em:

$$\int_s^n \int_w^e \rho u \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}] dx dy + \int_s^n \int_w^e \rho v \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} [\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}] dx dy = \int_s^n \int_w^e S_{\Phi} dx dy \quad (7.7)$$

É válido afirmar que o fluxo de velocidade no sentido x e y é expresso por:

$$J_x = \rho u \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (7.8)$$

$$J_y = \rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (7.9)$$

Assim, a Equação 7.7 é escrita como:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_y}{\partial y} dx dy = \int_s^n \int_w^e S_\Phi dx dy \quad (7.10)$$

Define-se os fluxos no sentido leste, oeste, norte e sul por J_e, J_w, J_n e J_s como sendo a integral dos fluxos J_x e J_y nas superfícies dos volumes de controle. Assim, a Equação 7.7 pode ser escrita da seguinte forma:

$$J_e - J_w + J_n - J_s = S_\Phi \Delta x \Delta y \quad (7.11)$$

De maneira similar, a Equação 6.8 (Equação da Continuidade) pode ser descrita por meio de termos numéricos, seguindo a mesma lógica de discretização realizado na Equação de Navier-Stokes, assim:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (7.12)$$

Onde:

$$F_n = (\rho v)_n \Delta x \quad (7.13)$$

$$F_s = (\rho v)_s \Delta x \quad (7.14)$$

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \quad (7.15)$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y \quad (7.16)$$

Multiplicando a Equação 7.12 pelo termo Φ_P e subtraindo da Equação 7.11 tem-se que:

$$(J_e - F_e \Phi_P) - (J_w - F_w \Phi_P) + (J_n - F_n \Phi_P) - (J_s - F_s \Phi_P) = S_\Phi \Delta x \Delta y \quad (7.17)$$

De maneira geral, toda Equação de fluxo discretizada tem a forma:

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (7.18)$$

Assim, para se sair do modelo 7.17 para o 7.18 tem-se que:

$$J_n - F_n \Phi_P = a_N (\Phi_P - \Phi_N) \quad (7.19)$$

$$J_s - F_s \Phi_P = a_S (\Phi_P - \Phi_S) \quad (7.20)$$

$$J_e - F_e \Phi_P = a_E (\Phi_P - \Phi_E) \quad (7.21)$$

$$J_w - F_w \Phi_P = a_W (\Phi_P - \Phi_W) \quad (7.22)$$

Os coeficiente de 7.18 são expressos em função do termo P , o número de Peclet, representado por $P = \frac{\rho u \delta}{\Gamma} \therefore$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [[-F_n, 0]] \quad (7.23)$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [[F_s, 0]] \quad (7.24)$$

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [[-F_e, 0]] \quad (7.25)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [[F_w, 0]] \quad (7.26)$$

$$b = S_{\Phi} \Delta x \Delta y \quad (7.27)$$

Onde:

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (7.28)$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (7.29)$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (7.30)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (7.31)$$

Para solução da função A(IP) escolheu-se o modelo *upwind* para redução do esforço computacional. Nesse modelo, A(IP) = 1.

7.3 ALGORITIMO SIMPLE

Como pode ser analisado, as Equações de Conservação são extremamente não lineares, além disso tem-se um forte acoplamento pressão-velocidade. O algoritimo SIMPLE surge como alternativa computacional para solução desse problema.

O método consiste em, a partir de um "chute" inicial na velocidade, adequá-la de acordo com a equação de conservação de massa. Após isso, corrige-se os valores de pressão para complementar a interação.

A Figura a seguir representa o algoritimo SIMPLE:

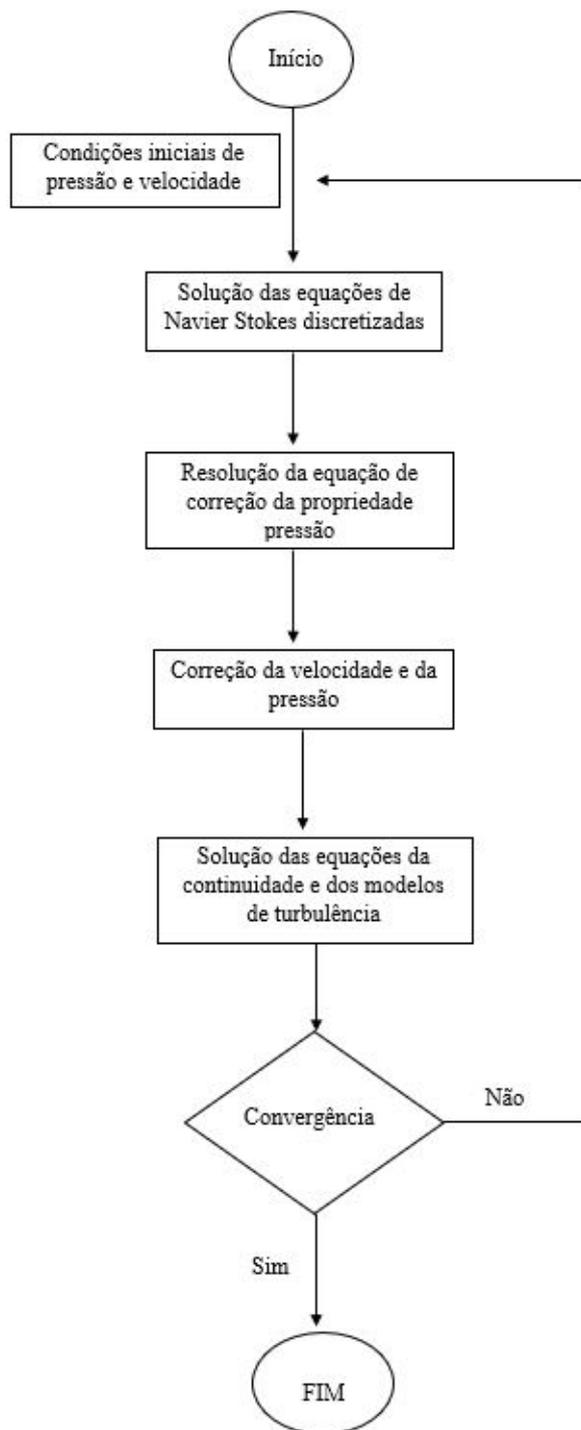


Figura 11 – Algoritmo SIMPLE

Fonte: Adaptado de VEERSTEG; MALALASEKERA (1995)

7.4 MODELO DE TURBULÊNCIA NAVIER-STOKES DE MÉDIA DE REYNOLDS

Os escoamentos turbulentos, como elucidados anteriormente, representam grande parte dos escoamentos reais. SIMÕES (2009) cita como característica dos escoamentos turbulentos a aleatoriedade, a não linearidade e a vorticidade.

Nesse sentido, ocorre uma mudança nas equações de Navier Stokes supracitadas, uma vez que se torna necessário, além de trabalhar com os valores médios de velocidade, acrescentar as flutuações turbulentas. Assim, as equações da continuidade e do momento para variáveis instantâneas em um escoamento bidimensional, ficam respectivamente:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7.32)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \bar{\rho} f_i \quad (7.33)$$

Os termos sob as barras são justamente as propriedades do fluido em cada instante que, como dito anteriormente, são decompostas em valores médios e flutuantes, como se vê nas Equações abaixo:

$$\bar{u}_i = U_i + u_i^* \quad (7.34)$$

$$\bar{p}_i = P_i + p_i^* \quad (7.35)$$

$$\bar{\rho}_i = \rho_i + \rho_i^* \quad (7.36)$$

Substituindo esses termos nas Equações 7.32 e 7.33, tem-se que:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_i} = 0 \quad (7.37)$$

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial (\overline{u_i^* u_j^*})}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i \quad (7.38)$$

Trazendo o termo $\frac{\partial (\overline{u_i^* u_j^*})}{\partial x_j}$ para a direita, surge o denominado Tensor de Tensão de Reynolds que apresenta uma tensão adicional agindo sobre a média do escoamento turbulento:

$$\bar{\tau}_{ij} = -P \delta_{ij} + \mu \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \rho \overline{(u_i^* u_j^*)} \quad (7.39)$$

Assim, a Equação de Navier-Stokes com média de Reynolds é escrita na forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} = \bar{\rho} f_i + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (7.40)$$

7.5 MODELO DE TURBULÊNCIA $k - \epsilon$

Ao se analisar a Equação 7.38 percebe-se que existem mais variáveis que equações. Tem-se apenas quatro equações (conservação do momento nas três direções vetoriais e a da continuidade) para seis variáveis (velocidades médias e flutuantes). Nesse sentido, para se resolver esse sistema, necessita-se de mais equações.

O método $k - \epsilon$ emprega essas duas novas equações a partir da análise do aumento e dissipação da energia cinética no interior do fluido para o cálculo dessas tensões. LAUNDER; SHARMA (1974) aplicaram esse modelo de dissipação de energia na equação de turbulência para o cálculo do escoamento em um disco rotativo.

O modelo $k - \epsilon$ é um tipo de formulação baseado no conceito de viscosidade turbulenta (diferentemente da viscosidade dinâmica, não é uma propriedade do material mas uma função variante com a posição, devendo ser calculada como parte da solução).

A Equação para o transporte de k é obtida pela multiplicação de cada termo da Equação 7.38 por u_i^* . Assim, tem-se que:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\overline{p^* u_j^*}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{\rho k u_j^*} - \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \overline{u_i^* u_j^*} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \nu \frac{\partial \overline{u_i^*}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i^*}}{\partial x_k} \quad (7.41)$$

O último termo da equação acima é a taxa de dissipação viscosa de energia cinética, nesse sentido, tal formulação significa justamente o ϵ , ou seja, a transformação de k em energia interna.

A Equação de dissipação viscosa, também pode ser retirada da Equação de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = P_\epsilon + D_\epsilon + d_\epsilon \quad (7.42)$$

Onde:

$$d_\epsilon = -2\nu \overline{u_k^*} \frac{\partial \overline{u_i^*}}{\partial x_j} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_j} \quad (7.43)$$

$$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (7.44)$$

$$P_\epsilon = -2\nu \left[\frac{\overline{\partial u_i^*}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial u_j^*}}{\partial x_k} + \frac{\overline{\partial u_k^*}}{\partial x_i} \frac{\overline{\partial u_k^*}}{\partial x_j} \right] \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - 2\nu \frac{\overline{\partial u_i^*}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial u_i^*}}{\partial x_m} \frac{\overline{\partial u_k^*}}{\partial x_m} - 2\mu\nu \frac{\overline{\partial^2 u_i^*}}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\overline{\partial^2 u_i^*}}{\partial x_k \partial x_m} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} - \mu \overline{u_j^*} + \frac{\overline{\partial u_i^*}}{\partial x_m} \frac{\overline{\partial u_j^*}}{\partial x_m} - 2\nu \frac{\overline{\partial p}}{\partial x_m} \frac{\overline{\partial u_j^*}}{\partial x_m} \right] \quad (7.45)$$

Devido a complexidade na resolução de tais equações, surge a análise de tais termos a partir de coeficientes adimensionais. Como os termos de produção e dissipação de energia cinética estão acoplados, tais coeficientes devem relacionar ambos os termos. A adimensionalização dos termos supracitados é:

$$P_\epsilon = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k \quad (7.46)$$

$$d_\epsilon = C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon}{k} \epsilon \quad (7.47)$$

Onde $C_{\epsilon 1}$ e $C_{\epsilon 2}$ são constantes de proporcionalidade.

Assim, as Equações de turbulência pelo método $k - \epsilon$ podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial}{\partial x_j} = \rho \overline{u_i^* u_j^*} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (7.48)$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \rho \overline{u_i^* u_j^*} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7.49)$$

Onde, conforme dados experimentais: $C_\mu = 0,09$; $\sigma_k = 1$; $\sigma_\epsilon = 1,3$; $C_{\epsilon 1} = 1,44$; $C_{\epsilon 2} = 1,92$.

7.6 MODELO DE TURBULÊNCIA SPARLLAT ALMARAZ

Em relação ao modelo Sparllat Allmaras, representado em (SPALART; ALLMARAS, 1994; SPALART, 2000; RUMSEY; SPALART, 2007), envolve apenas uma equação de transporte para a viscosidade cinemática turbulenta $\tilde{\nu}$, fornecendo cálculos econômicos para as camadas limites na aerodinâmica externa:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1}(1-f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - [c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2}](\frac{\tilde{\nu}}{d})^2 + \frac{1}{\sigma}[\frac{\partial}{\partial x_j}((\nu + \tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}) + c_{b2}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}] \quad (7.50)$$

A viscosidade turbulenta é calculada por:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (7.51)$$

Onde:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad (7.52)$$

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (7.53)$$

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} f_{v2} \quad (7.54)$$

O termo Ω é a magnitude da vorticidade e d é a distância da parede ao ponto da malha mais próximo.

$$\Omega = (2W_{ij}W_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad (7.55)$$

Em que $W_{ij} = \frac{1}{2}[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}]$

O parâmetro f_{v2} pode ser expresso em termos da razão entre a viscosidade cinemática turbulenta e laminar. Já f_w é função da razão entre a viscosidade cinemática turbulenta pelo quadrado da constante k .

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi} \quad (7.56)$$

$$f_w = g[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}]^{\frac{1}{6}} \quad (7.57)$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad (7.58)$$

$$r = \min\left[\frac{\hat{v}}{\hat{S}k^2d^2}, 10\right] \quad (7.59)$$

$$f_{t2} = c_{t3} \exp -c_{t4}\chi^2 \quad (7.60)$$

Para o modelo, as constantes recebem os seguintes valores: $c_{b1} = 0,1355$; $c_{b2} = 0,622$; $c_{w2} = 0,3$; $c_{w3} = 2$; $c_{v1} = 7,1$; $c_{t3} = 1,2$; $c_{t4} = 0,5$; $\sigma = 2/3$; $k = 0,41$ e $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma}$.

8 MATERIAIS E MÉTODOS

Como já fora mencionado, a pesquisa trata da análise numérica do escoamento turbulento ao redor de aerofólios. Dessa forma, os passos para a aquisição dos resultados dar-se-ão de forma prática – input dos dados no software ANSYS FLUENT – e teórica – validação dos resultados com a bibliografia existente (código Xfoil).

As Figuras 12 e 13 a seguir representam os modelos dos aerofólios de bordo de ataque liso e ondulado. A geometria dos modelos é a NACA 0021. A com bordo de ataque ondulado possui amplitude de 3% da corda média e o período de 11%. A simulação foi realizada para o número Reynolds de 3100000 e número de Mach igual a 0,28. A viscosidade do fluido é $1,836 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$.

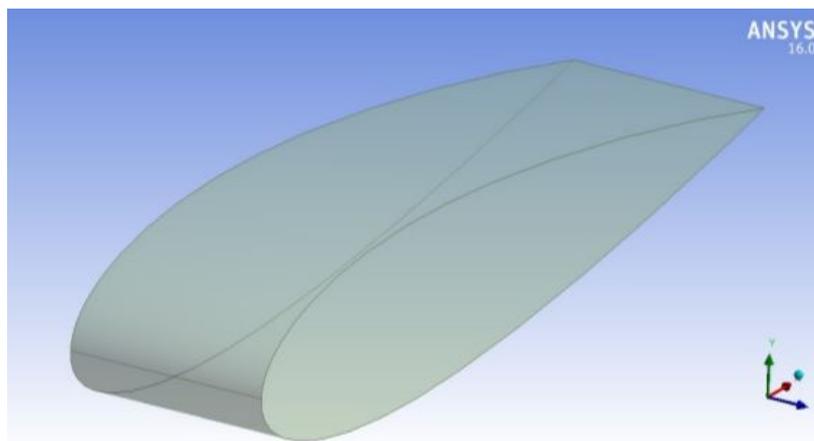


Figura 12 – Aerofólio com bordo de ataque liso

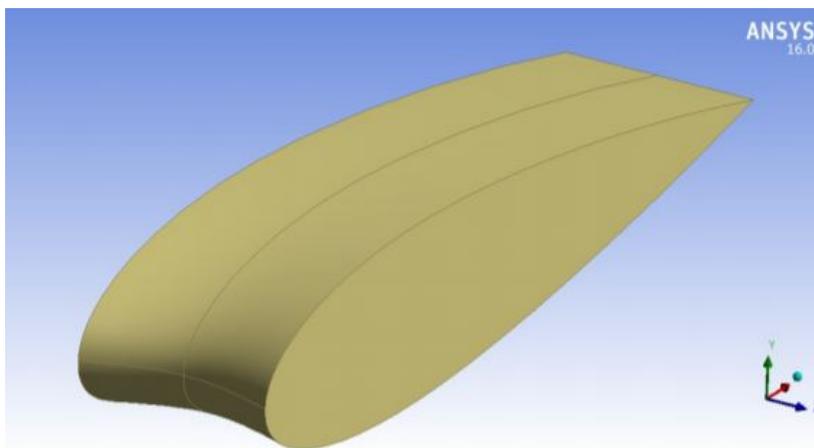


Figura 13 – Aerofólio com bordo de ataque ondulado

Para a solução espacial do problema, utilizou-se do método dos volumes finitos. Após a comparação dos modelos de turbulência, optou-se pelo modelo Sparllat Almaraz já que

esse modelo foi calibrado para perfis aerodinâmicos. Para a solução do acoplamento pressão-velocidade, empregou-se o algoritmo SIMPLE.

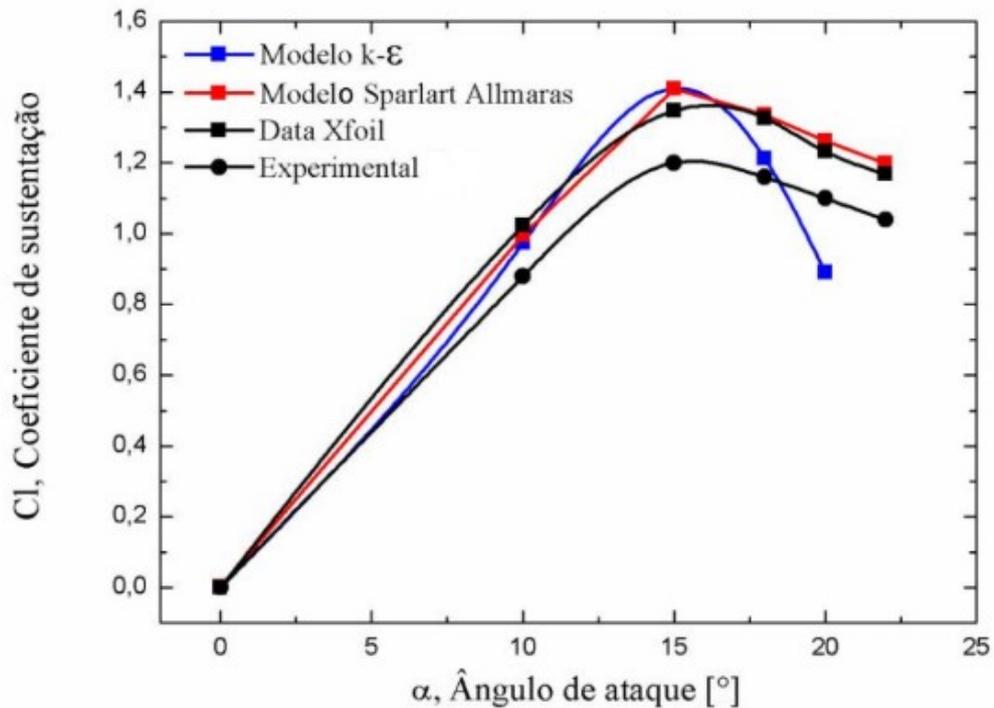


Figura 14 – Teste comparativo dos modelos de turbulência

Desenvolveu-se uma malha estruturada empregando, para maior refinamento nas proximidades da parede (aerofólio), o método $y^+ \approx 1$. O teste de malha foi realizado de acordo com a Tabela 1

Tabela 1 – Tipo de Malha

Número de volumes de controle	Tipo de Malha
1420000	<i>Coarse</i>
228000	<i>Medium</i>
3104000	<i>Fine</i>

Os resultados do teste de malha são mostrados na Figura 15. Os dados experimentais obtidos por ROCHA F. A.; DE PAULA; KLEINE (2018) também são evidenciados. A diferença do resultado entre as malhas *medium* e *fine* foi menor que 3%, logo optou-se pela *medium*, já que apresenta menor custo computacional.

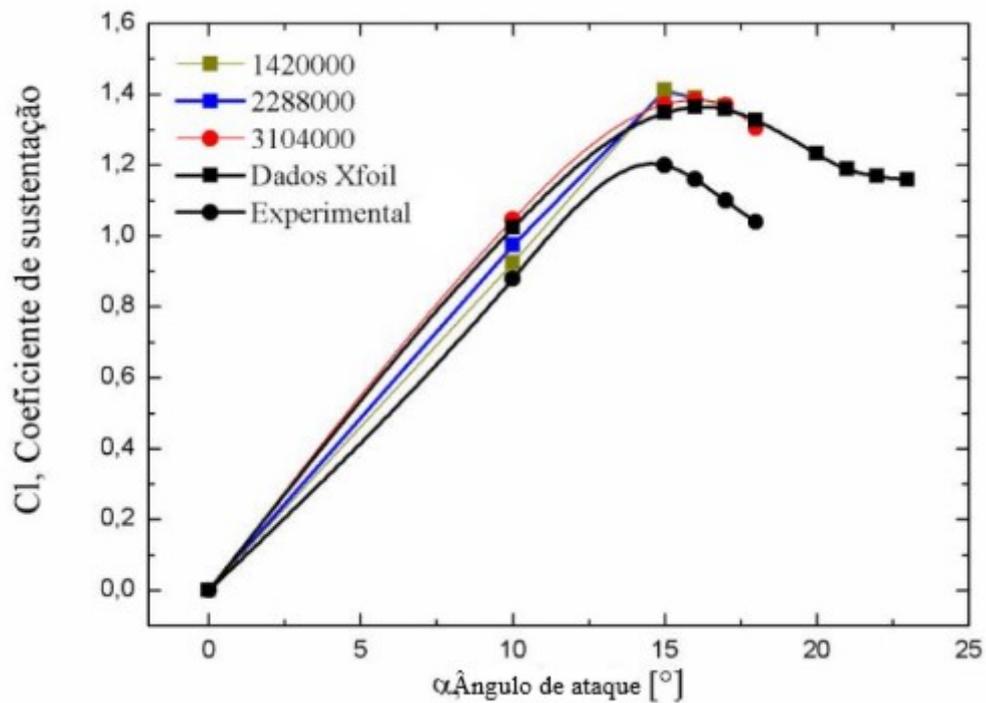


Figura 15 – Teste de Malha

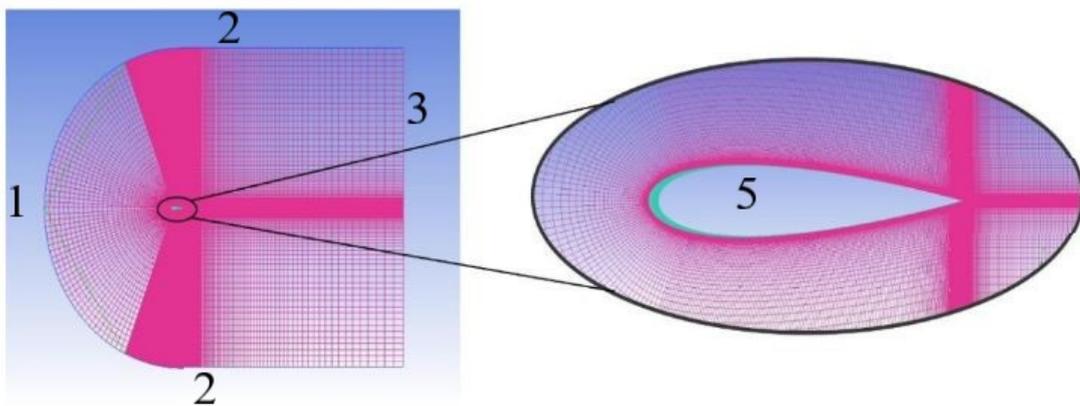


Figura 16 – Malha Computacional

As condições de contorno aplicadas, como referência a Figura 16, foram:

1. Velocidade uniforme na entrada (face esquerda), com nenhuma turbulência na corrente livre. A distância para a velocidade de corrente livre corresponde a 12,5 o tamanho da corda do modelo;
2. A superfícies laterais (faces superior e inferior) são consideradas *slip walls*, ou seja, inexistente a condição de não deslizamento;

3. Na saída (face direita), emprega-se a pressão atmosférica de 1 atm;
4. No eixo z (perpendicular ao plano do papel) considera-se a periodicidade, assim consegue-se simular o perfil ondulado no sentido da envergadura;
5. A superfície da asa é modelada como uma parede não deslizante, o que significa que a velocidade na superfície de contato do aerofólio é zero (origina a camada limite).

Nenhum tratamento especial é necessário na parede, uma vez que a grade é suficientemente fina para resolver completamente a camada limite.

9 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A complexidade do fluxo resultante da presença do bordo de ataque ondulado estudado no presente trabalho é analisada através dos campos de pressão e vorticidade, linhas de fluxo e coeficientes de sustentação e arrasto.

Na Figura 17 percebe-se um aumento no coeficiente de elevação máximo em 7,8% em relação ao aerofólio com bordo de ataque linear. Em relação ao arrasto (Figura 18), é possível verificar para $\alpha < 5^\circ$, o aerofólio com bordo de ataque ondulado tem coeficientes na mesma ordem mostrada pelo de bordo liso.

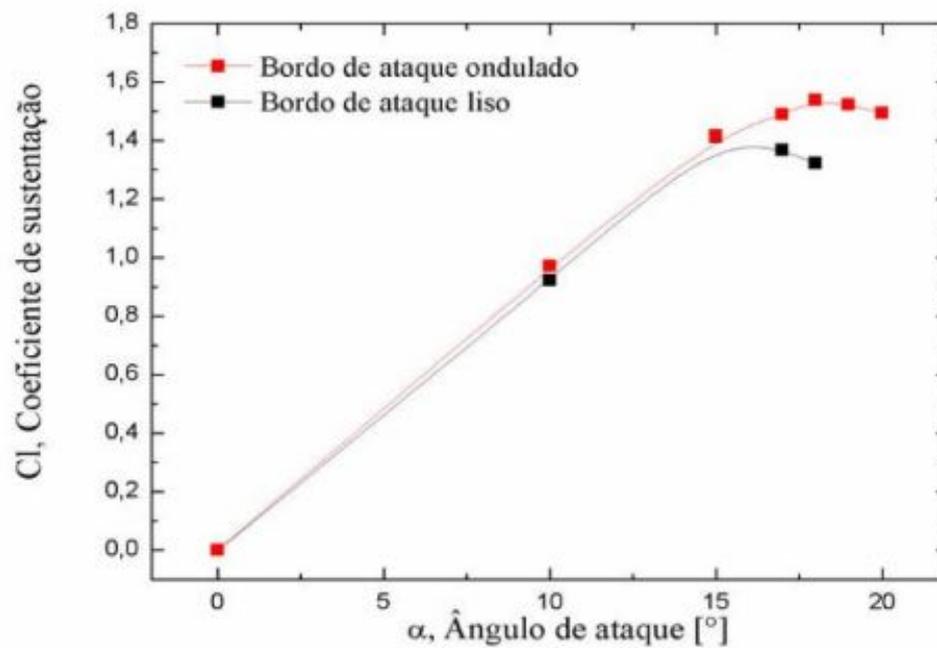


Figura 17 – Comparação entre o Coeficiente de Sustentação para diferentes ângulos de ataque

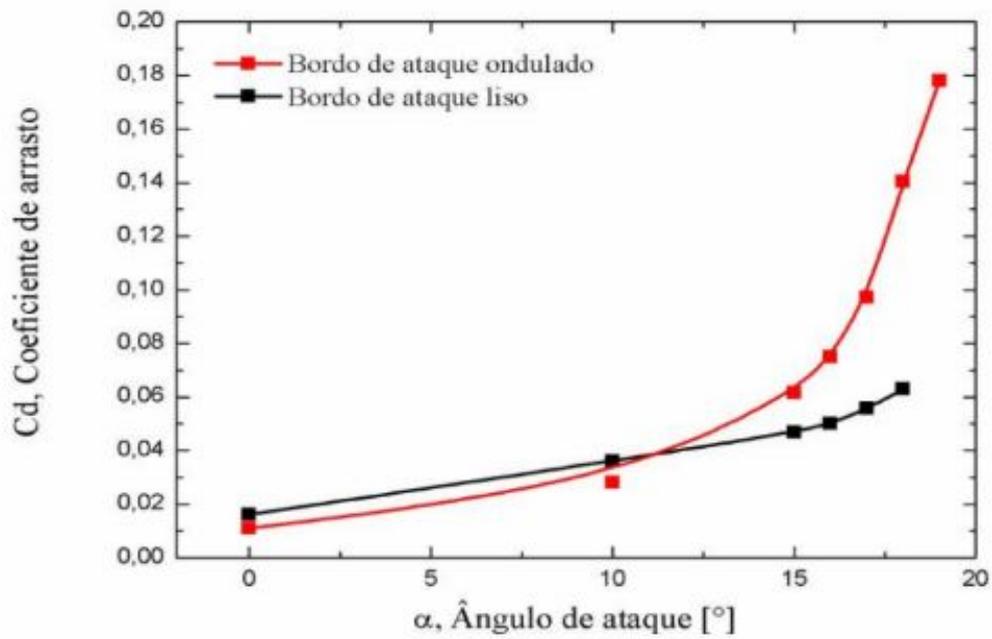


Figura 18 – Comparação entre o Coeficiente de Arrasto para diferentes ângulos de ataque

Próximo ao ângulo de estol ($\alpha = 15$), o aerofólio com bordo de ataque ondulado possui um coeficiente de arrasto 31% maior que o linear. Esse aumento do coeficiente de arrasto no perfil ondulado para esses altos ângulos de ataque é devido ao fato de recirculação do fluxo nos vales das ondas (Figura 19).

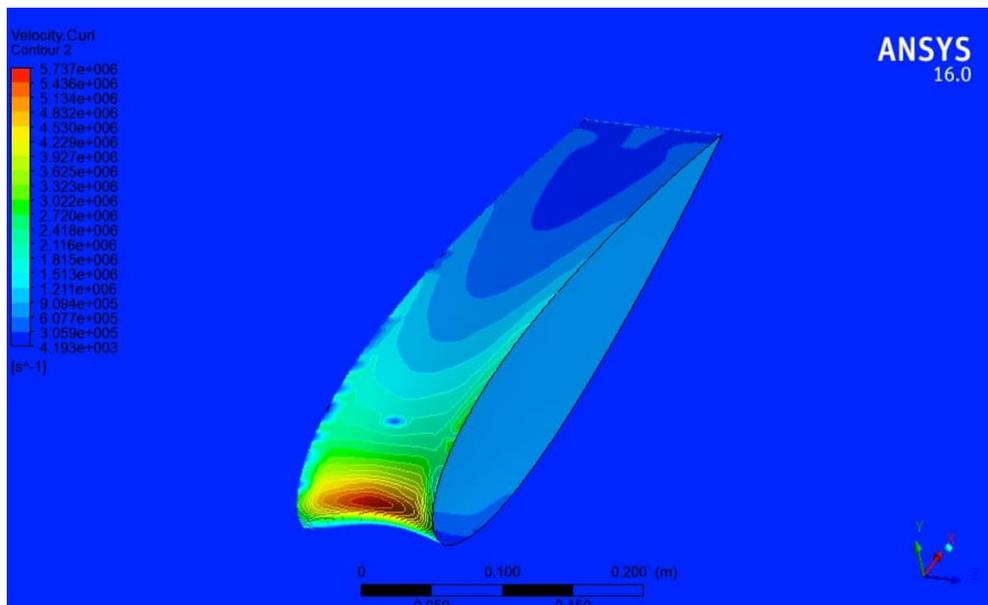


Figura 19 – Campo de velocidade $\alpha = 15^\circ$

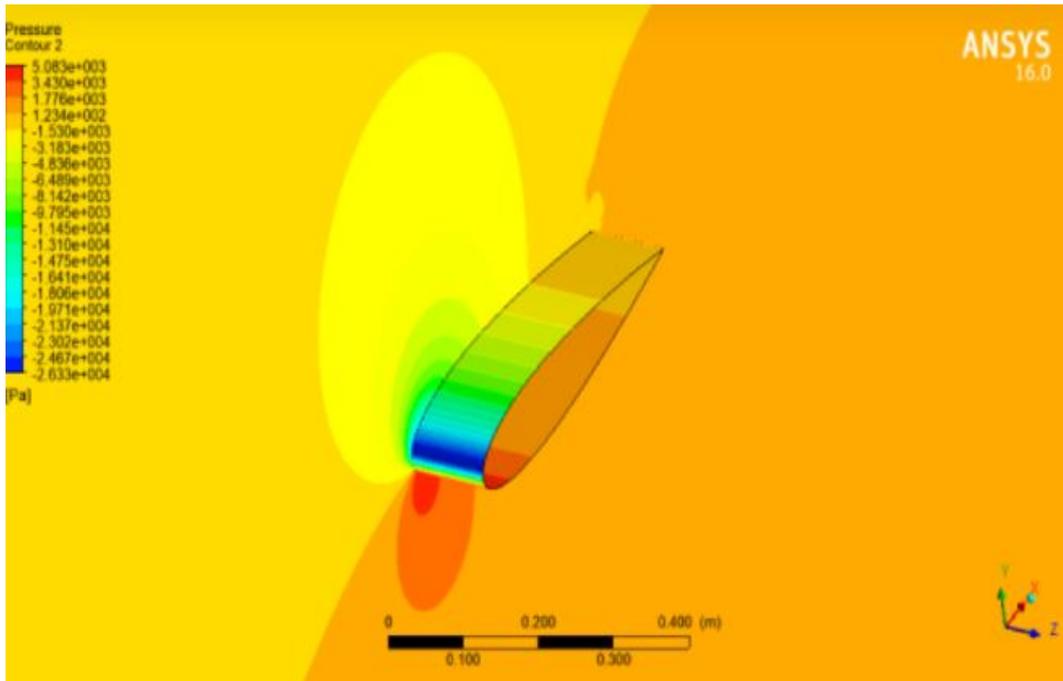


Figura 20 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 15^\circ$

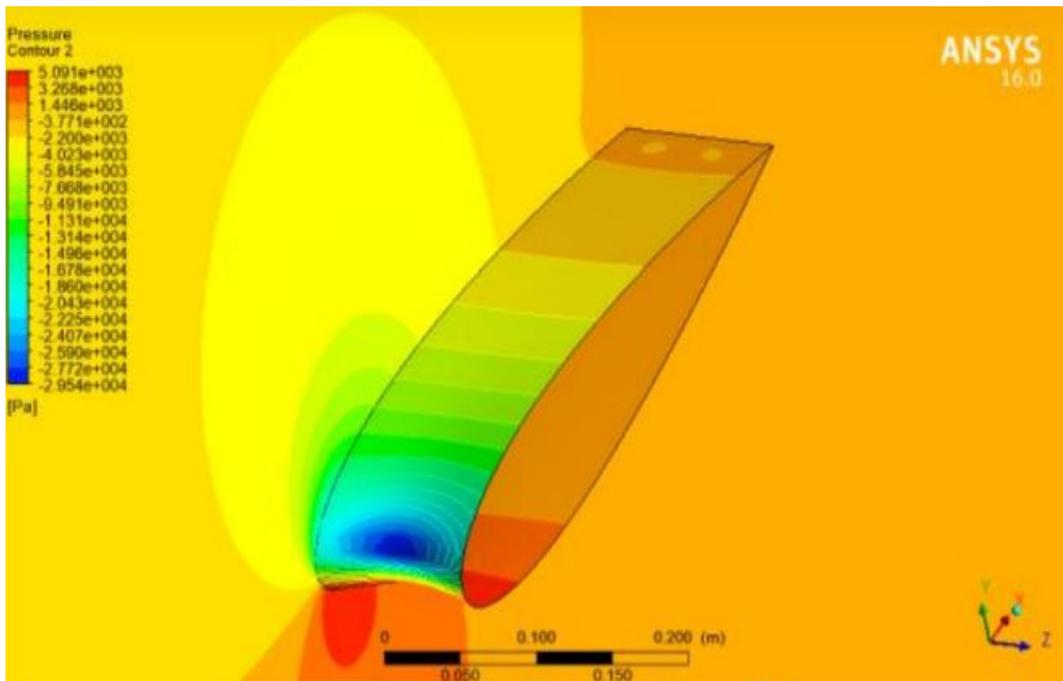


Figura 21 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 15^\circ$

As Figuras 22-25 representam o campo de pressão próximo ao ângulo de estol. Pode-se afirmar que a mudança da geometria produz um gradiente de pressão adversa não paralela ao fluxo no bordo de ataque do perfil ondulado, gerando uma vorticidade naquela região. Isso pode ser crucial para o aumento do ângulo de estol, já que a separação no bordo de fuga é retardada.

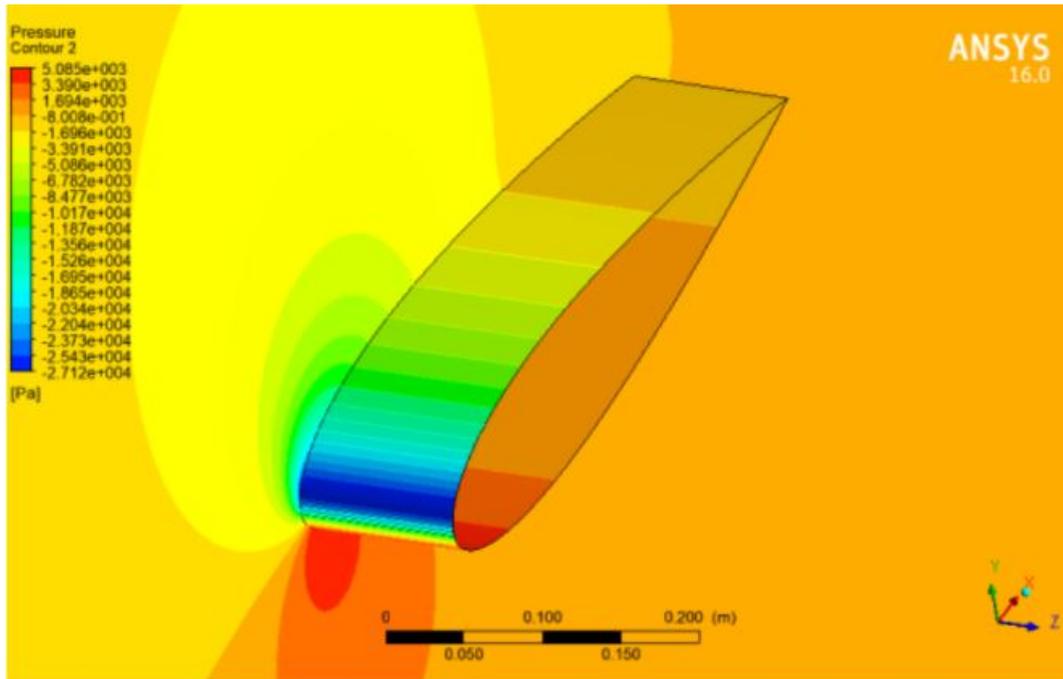


Figura 22 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 17^\circ$

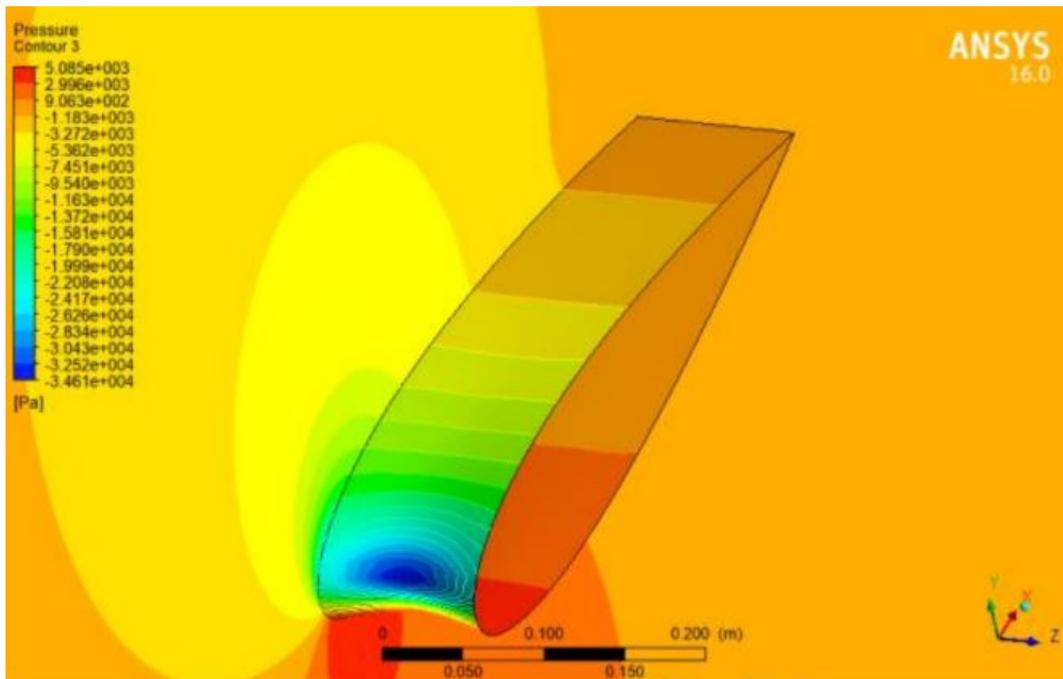


Figura 23 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 17^\circ$

Esse maior valor de pressão negativa, além do aumento do ângulo de estol pelo retardamento da separação na região do bordo de fuga, como já fora dito, aumenta o valor do coeficiente de sustentação uma vez que esse é função da integral do coeficiente de pressão. Isso explica os maiores valores de sustentação pela ondulação do bordo de ataque em perfis aerodinâmicos.

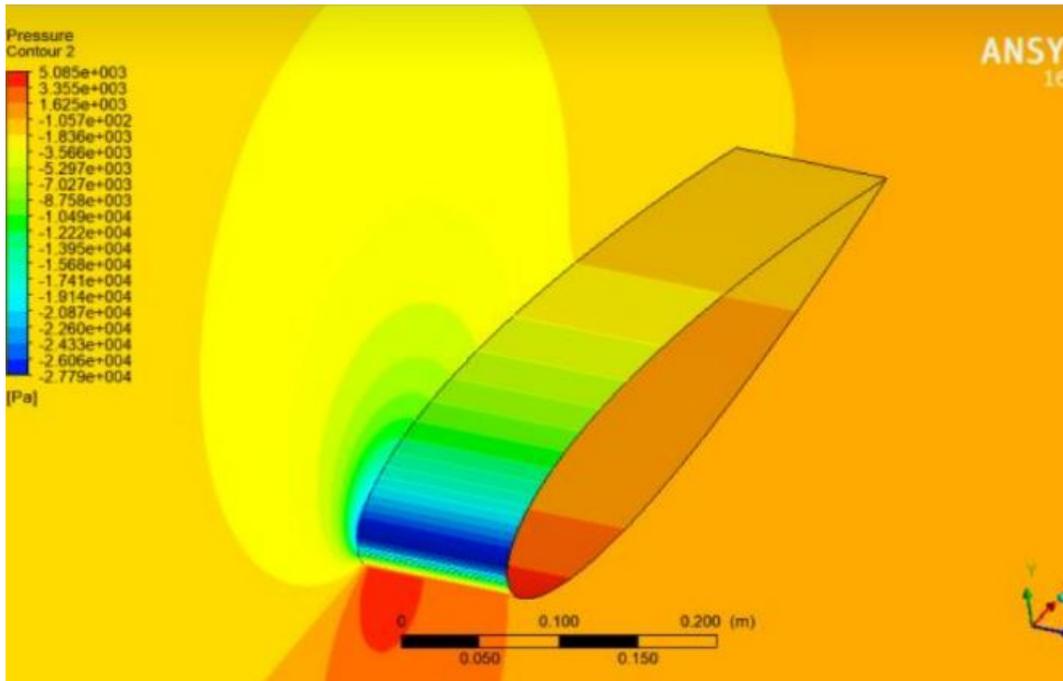


Figura 24 – Campo de pressão para aerofólio liso $\alpha = 18^\circ$

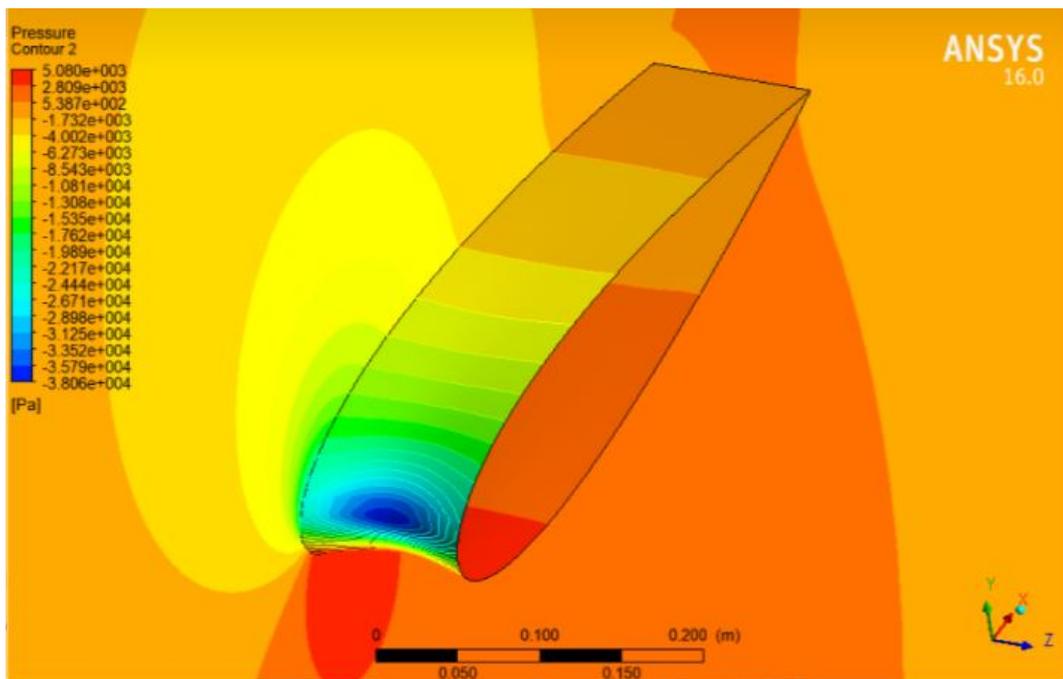


Figura 25 – Campo de pressão para aerofólio ondulado $\alpha = 18^\circ$

As Figuras 26 - 31 representam as tensões de cisalhamento na parede. No bordo de ataque, o perfil ondulado apresenta, em todos os casos, uma tensão de cisalhamento maior que o com bordo liso, corroborando à hipótese de maiores forças viscosas nessa região.

Nesse sentido, além da vorticidade originada à montante, esses maiores valores de tensão de

cisalhamento justificam os elevados valores de arrasto nos perfis ondulados em relação aos perfis lisos. Pela mesma explicação da sustentação, o arrasto é função da integral do cisalhamento.

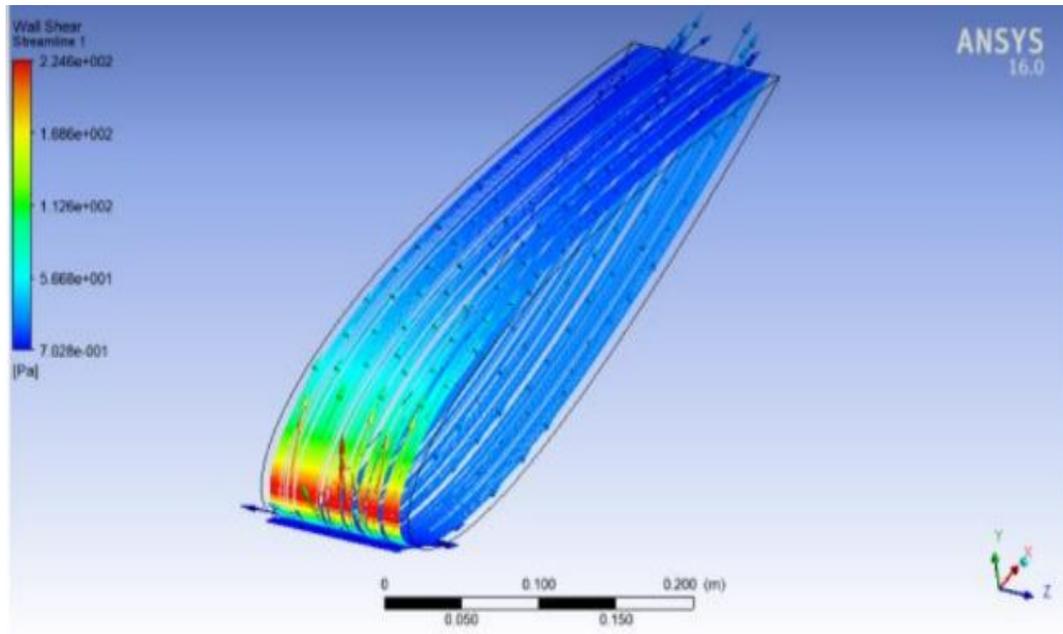


Figura 26 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 15^\circ$

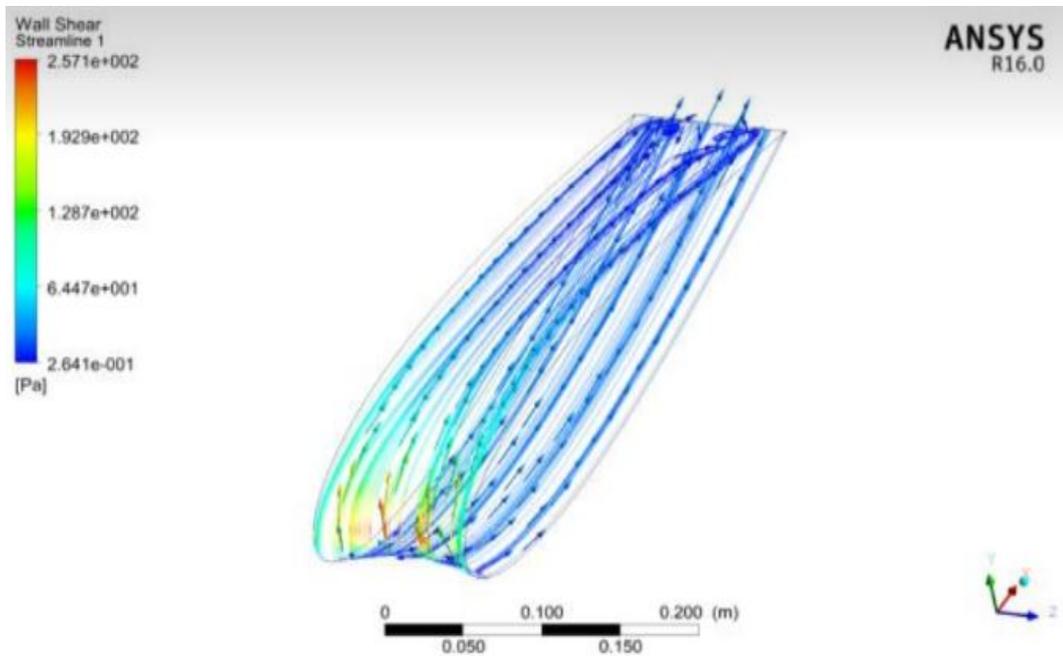


Figura 27 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 15^\circ$

Além disso, os maiores valores de cisalhamento fazem com que a camada limite permaneça junto à parede (aerofólio) a maiores ângulos de ataque. Isso faz com que a separação seja ainda mais retardada, possibilitando, mesmo com um arrasto acentuado, empregar maiores ângulos de ataque sem se preocupar com a perda da sustentação.

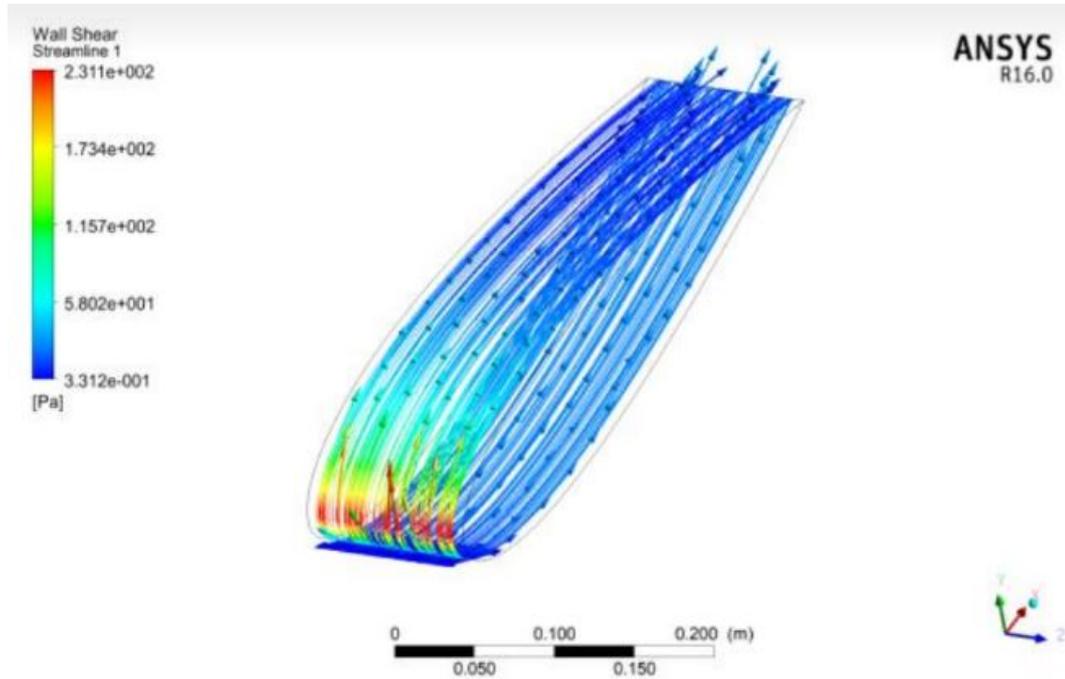


Figura 28 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 17^\circ$

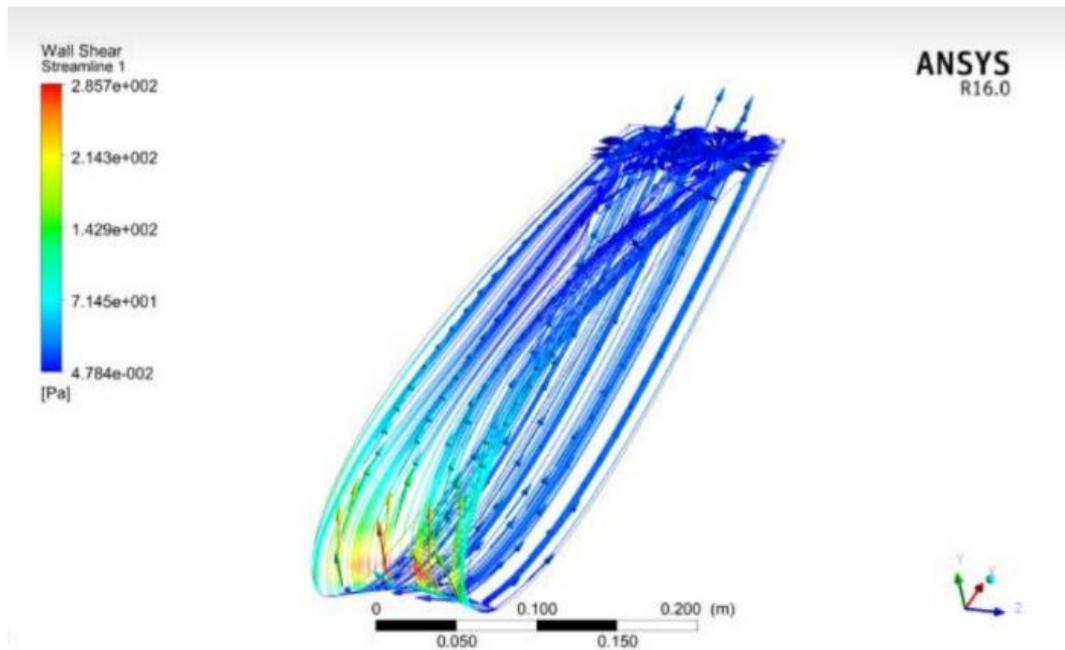


Figura 29 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 17^\circ$

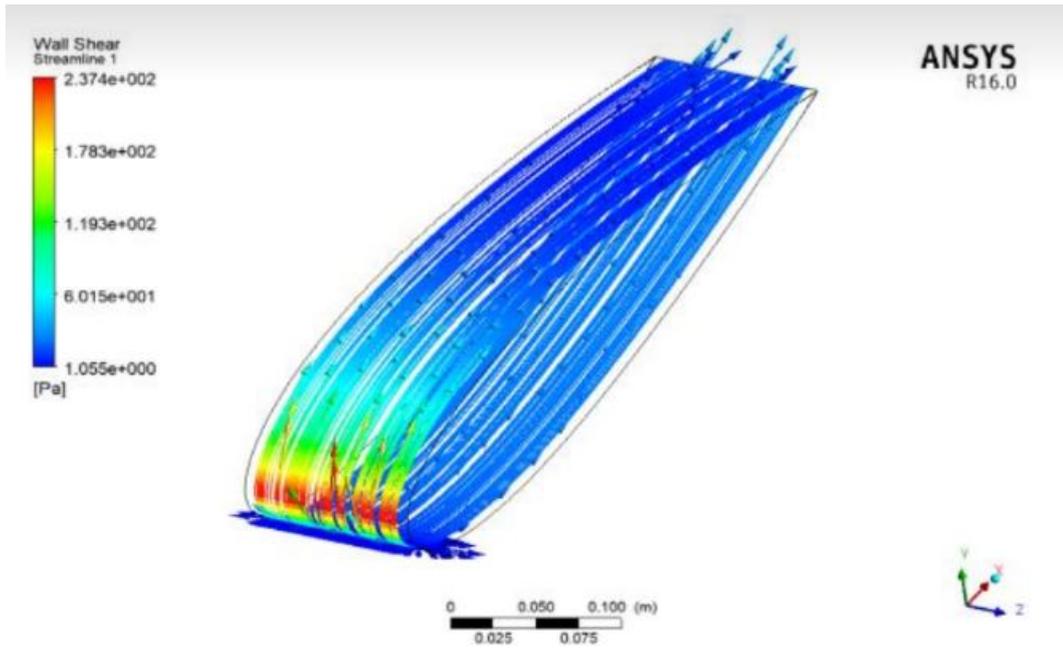


Figura 30 – Tensão de cisalhamento aerofólio liso $\alpha = 18^\circ$

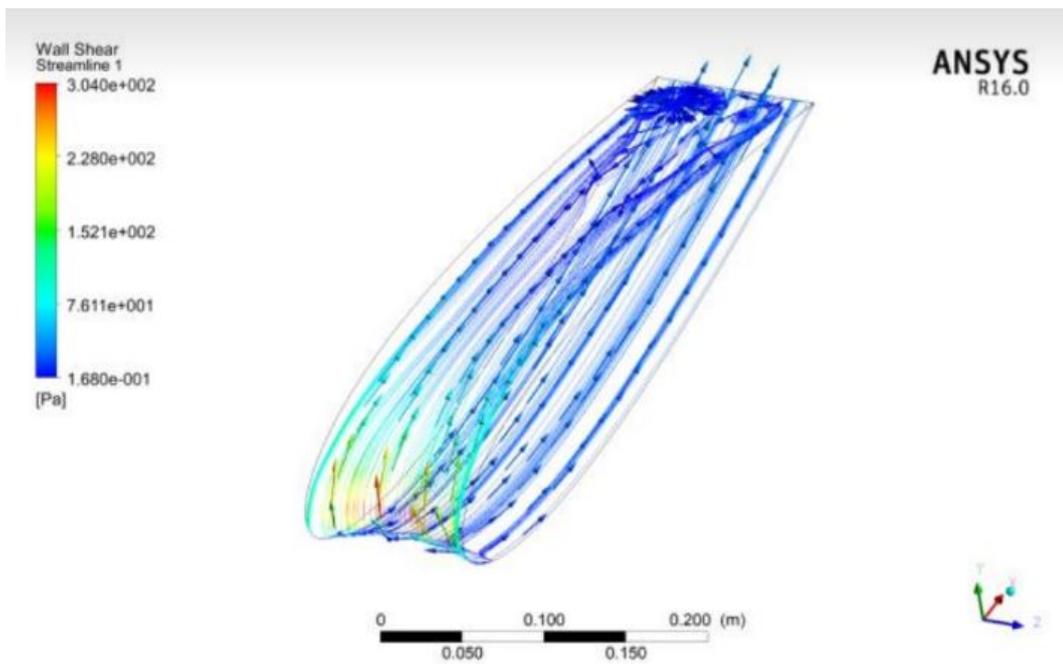


Figura 31 – Tensão de cisalhamento aerofólio ondulado $\alpha = 18^\circ$

10 CONCLUSÃO

O referido trabalho tratou de simulações numéricas para aerofólios com bordo de ataque liso e ondulado - amplitude de 3% e comprimento de onda de 11% da corda média - em um escoamento turbulento, Reynolds $3,1 \times 10^6$, incompressível ($Ma = 0,28$), com o ar atmosférico como fluido de trabalho.

Percebeu-se que os perfis ondulados apresentam maiores valores de coeficiente de sustentação e arrasto para elevados ângulos de ataque. O ângulo de estol também apresentou um aumento. Isso se dá pela criação de vórtices que energizam a camada limite no bordo de ataque do aerofólio, retardando o efeito da separação.

Nesse sentido, assim como nas baleias jubartes, o ondulamento do bordo de ataque realmente melhora as características aerodinâmicas dos perfis, sendo uma medida promissora para as contínuas necessidades de trabalho em maiores ângulos de ataque sem que ocorra a perda de sustentação.

Pode-se afirmar com isso que os estudos na aerodinâmica são de salutar importância para o desenvolvimento socioeconômico da humanidade, trazendo inúmeros benefícios no que tange à segurança e à eficiência energética dos meios que se utilizam desses perfis.

Como sugestão para trabalhos futuros, para se ter uma maior aproximação das soluções numéricas e experimentais a utilização de modelos mais precisos a escoamentos turbulentos, como a metodologia LES (*Large Eddy Simulation*) além do estudo do fluxo em seu estado tridimensional para se analisar os efeitos do *downwash* originados nas pontas.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, I. H. The drag of two streamline bodies as affected by protuberances and appendages. *NACA Report 451*, 1950. Citado na página 9.
- ANDERSON, J. D. Fundamentals of aerodynamics. *Nova York*, Mcgrauw-Hill, v. 5, p. 1131, 2007. Citado na página 1.
- BERTIN, J.; CUMMINGS, R. Aerodynamics for engineers. *Nova York*, Prentice Hall, v. 5, p. 757, 2009. Citado na página 1.
- BLASIUS, H. Grenzschichten in flüssigkeiten mit kleiner reibung. *Zeitschrift fur Mathematik und Physik*, 1908. Citado na página 8.
- BRUNETTI, F. *Mecânica dos fluidos*. [S.l.]: São Paulo: Pearson, 2008. Citado na página 6.
- COSTA, A. L. M. *A Numerical Investigation on Wavy Leading Edge Application in Transonic Flow Control*. [S.l.]: Dissertação de Mestrado - ITA, 2019. Citado na página 13.
- FISH, F. E.; BATTLE, J. M. Hydrodynamic design of the humpback whale flipper. *Journal of Morphology*, v. 225, p. 51–60, 1995. Citado na página 14.
- FORTUNA, A. d. O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos*. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 2012. v. 2. Citado na página 21.
- FOX, R.; MCDONALD, A. et al. *Introdução à mecânica dos fluidos*. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 7, 10 e 15.
- HANSEN, K. L. *Effect of leading edge turbercles on airfoil performance*. [S.l.]: Tese de doutorado, 2012. Citado na página 14.
- HENSEN, H. *Tug use in port*. [S.l.]: ABR company, 2018. Citado na página 19.
- INCROPERA, F. P. et al. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2005. v. 6. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.
- KUNDU, P. K.; COHEN, I. M. *Fluid Mechanics*. [S.l.]: Elsevier, 2002. v. 2. Citado na página 7.
- LAUNDER, B.; SHARMA, B. I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, v. 1, 1974. Citado na página 27.
- LEVSHIN, A.; CUSTODIO, D. et al. Effects of leading edge protuberances on airfoil performance. *36thaiiaa Fluid Dynamic Conference And Exhibit*, 2006. Citado na página 14.
- LEWIS, E. V. *Principles of Naval Architecture*. [S.l.]: Nova Jersey: The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1988. v. 1. Citado 3 vezes nas páginas 9, 10 e 11.
- LEWIS, E. V. *Principles of Naval Architecture*. [S.l.]: Nova Jersey: The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1989. v. 2. Citado na página 12.

- MIKLOSOVIC, D. S.; MURRAY, M. M. et al. Leading edge tubercles delay stall on humpback whale (*Megaptera novaengliae*) flippers. *Physics of Fluids*, v. 16, 2004. Citado na página 14.
- PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. [S.l.]: Hemisphere Publishing Co., 1980. Citado na página 20.
- PAULA, A. A. d. *The airfoil thickness affects on way leading edge phenomena at low Reynolds number regime*. [S.l.]: tese de doutorado - USP, 2016. Citado na página 14.
- PEDRO, H.; KOBAYASHI, M. Numerical study of stall delay on humpback whale flippers. *Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008. Citado na página 14.
- REIS, M. W. F. *Análise computacional dos coeficientes de arrasto e sustentação para diferentes perfis aerodinâmicos*. [S.l.]: Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2015. Citado na página 12.
- ROCHA F. A.; DE PAULA, A. A. S. M. d. C. A. V.; KLEINE, V. G. Lift enhancement by wavy leading edges at reynolds numbers between 700000 and 3000000. *Applied Aerodynamics Conference*, 2018. Citado na página 32.
- ROSKAM, J.; EDWARD, L. *Airplane, a aerodynamics and performance*. Ottawa: Roskan Aviation and Engineering Corporation, 1997. Citado na página 8.
- RUMSEY, C. L.; SPALART, P. R. Effective inflow conditions for turbulence models in aerodynamic calculations. *AIAA Journal*, 2007. Citado na página 28.
- SANPAZ. *Components of the Cauchy stress tensor in Cartesian coordinates*. 2009. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Components_stress_tensor_cartesian.svg>. Acesso em: 25 nov. 2019. Citado na página 17.
- SHAPIRO, H. N. et al. *Princípios de termodinâmica para engenharia*. [S.l.]: LTC, 2013. v. 7. Citado na página 15.
- SIMÕES, M. R. *Simulação computacional de escoamento turbulento em compressor axial utilizando ferramenta de CFD*. [S.l.]: Dissertação de Mestrado - UFRJ, 2009. Citado na página 25.
- SOUZA, J. S. Baleia jubarte. 2016. Citado na página 13.
- SPALART, P. R. Trends in turbulence treatments. *AIAA 2000-2306*, 2000. Citado na página 28.
- SPALART, P. R.; ALLMARAS, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *Recherche Aerospatale*, 1994. Citado na página 28.
- STANWAY, M. J. *Hydrodynamic effects of leading-edge tubercles on control surfaces and in flapping foil propulsion*. [S.l.]: Master of Science in Ocean Engineering - MIT, 2008. Citado na página 14.
- VEERSTEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The finite volume method*. [S.l.]: Longman Scientific Technical, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 25.
- WATTS, P.; FISH, F. E. Leading edge tubercles on wing performance. *Performance, In Proc. Twelfth Intl. Symp. Unmanneduntethered Submers. Technol. Durham New Hampshire*, 2001. Citado na página 14.

WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2009. Citado na página 7.

WYLEN, V. et al. *Fundamentals of Thermodynamics*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 6. Citado na página 15.

XINGWEI, Z.; CHAOYING, Z. et al. Numerical study on effect of leading edge tubercles. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, v. 85, 2013. Citado na página 14.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. *Mecânica dos fluidos: Fundamentos e Aplicações*. [S.l.]: São Paulo: McGraw-Hill, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 6, 11 e 12.